INSTITUT FÜR GEOTECHNIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Mitteilungen
Heft 1

INSTITUT FÜR GEOTECHNIK

DIE VERÖFFENTLICHUNGEN JOHANN OHDES

Dresden 1992

INHALT

	Seite
Professor Dr.-Ing. habil D. Franke Das Institut für Geotechnik an der TU Dresden	I
Professor OHDE (Foto)	1
Lebenslauf	2
Übersicht zu den Lehrveranstaltungen OHDES an der TH Dresden	3
Übersicht zu bedeutenden Bauaufgaben, an denen OHDE mitwirkte	4
Handschriftenproben OHDES	5
Die Veröffentlichungen Johann OHDES	
Themenkreis **Bodenmechanische Kennwerte**	
- Neue Erdstoffkennwerte	10
- Über den Gleitwiderstand der Erdstoffe	17
- Kurze Beschreibung der Durchführung der Absetzanalyse nach Ohde	39
- Eigenschaften der Böden	41
Themenkreis **Erddruck**	
- Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung	50
- Zur Erddrucklehre	94
- Erddruckverteilung bei tiefgegründeten Bauwerken	129
Themenkreis **Spannungen im Baugrund und Tragfähigkeit**	
- Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund	130
- Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern	139
- Druckverteilung in und unter Erddämmen	156
- Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes und ihr Einfluß auf Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand	161
- Die Zusammendrückbarkeit des Baugrundes	171
- Der Eindringungswiderstand von Fundamenten als Grundlage für die Festlegung der zulässigen Baugrundbelastung	174
- Einfache Berechnung biegefester Schleusensohlen	180
- Bericht über den Großversuch mit Lehm bei schneller Belastung	187
Themenkreis **Standsicherheit**	
- Beitrag zur Berechnung der Standsicherheit von Erddämmen	201
- Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen (Kurzfassung)	204
- Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen (Langfassung)	208
- Die Berechnung der Standsicherheit von Böschungen und Staudämmen	258
- Zur Statik der Staudämme mit Betonkern	267
- Erdstoffprüfungen und Standsicherheitsuntersuchungen beim Bau von Staudämmen	282
- Gleit- und Kippsicherheit von Stützmauern	288
- Erdstützwände mit Schroeterschen Ankerplatten?	295

Seite

Sonstige Probleme und Gesamtdarstellungen

- "Boden"-Mechanik? Einige Vorschläge für einheitliche Fachausdrücke in der Baugrundlehre 300
- Bohrloch-Festpunkte auf nachgiebigem Untergrund 302
- Die Zugfestigkeit von Mauerwerk und ihre Ausnutzung bei der Gestaltung von Sockelfundamenten 305
- Zur Gestaltung und Berechnung von Pfahlrosten 310
- Statik des Grund- und Erdbaus 322
- Grundbau 348
- Bisher erschienene Veröffentlichungen zu OHDE-Kolloquien 357

Das Institut für Geotechnik

Das Institut für Geotechnik, als Struktureinheit der Technischen Universität Dresden, entstand Anfang des Jahres 1991 im Zuge der strukturellen Neuordnung der Universität. Es vertritt die Disziplinen Bodenmechanik, Felsmechanik, Grundbau, Geologie und Mineralogie für die Studiengänge Architektur, Bauingenieurwesen, Geodäsie, Kartographie, Hydrologie, Wasserwirtschaft, Ingenieurpädagogik und Betriebswirtschaft.

Das Institut besteht als Einrichtung etwa seit 1936 und hat eine wechselvolle Geschichte.

Im Jahre 1828 wurde die Königlich Sächsische Polytechnische Bildungsanstalt Dresden gegründet, aus der 1890 die K.S. Technische Hochschule Dresden und 1961 die heutige Technische Universität Dresden hervorgegangen ist.

Im März 1936 entstand an der Technischen Hochschule Dresden ein Laboratorium für erd- und grundbaumechanische Untersuchungen. Begründer und Leiter dieser Einrichtung war Prof. Wilhelm Neuffer, der 1931 zum ordentlichen Professor für "Massivbau mit Holzbau, Grundbau und Baustelleneinrichtungen" berufen worden war.

Bereits 1928 war an der Bergakademie Freiberg ein "Erdbaulaboratorium" von Prof. Franz Kögler gegründet worden. Der Terzaghi-Schüler Dr. Alfred Scheidig und der spätere Professor Leussink waren seine Mitarbeiter. Nach dem tragischen Tod Köglers, dessen Verhalten an der Bergakademie den Nationalsozialisten nicht genehm war, wurde das Labor 1939 der Dresdner Einrichtung angeschlossen, das von da an als "Institut für Erdbau" in einem besonderen Gebäude untergebracht war.

Von 1939 an war Prof. Walter Bernatzik, der ebenfalls ein Schüler Terzaghis war, Geschäftsführer des Instituts. Hier in Dresden entstanden die Grundlagen zu seinem Buch "Baugrund und Physik", das auch heute noch mit Gewinn zu lesen ist.

Unter Bernatziks Leitung wurde 1944 Ingenieur Johann Ohde, damals bereits anerkannter Fachmann und aus diesem Grunde vom Wehrdienst befreit, als wissenschaftlicher Mitarbeiter und stellvertretender Geschäfsführer an das Erdbauinstitut berufen.

Am 13.02.1945 wurde das Institut während der schweren Bombenangriffe auf Dresden weitgehend zerstört.

Da Bernatzik, schwer erkrankt, in seine Heimat Österreich zurückgekehrt war, wurde bei Wiederaufnahme des Lehrbetriebs an der Technischen Hochschule im Jahre 1946 Neuffer abermals mit der Leitung des Instituts beauftragt. Dieser stellte seinerseits die Verbindung zu Ohde wieder her.

Die Wiedereinrichtung des Instituts unmittelbar nach Kriegsende war sehr schwierig und erforderte die Beschaffung wichtiger Laborgeräte aus den westlichen Besatzungszonen. Viele Apparate und Versuchseinrichtungen wurden aber auch von Mitarbeitern des Instituts neu entwickelt und in einer eigenen Werkstatt gefertigt. Daran hatte Ohde maßgeblichen Anteil.

1949 wurde Ohde mit der Leitung der Abteilung Grundbau der Preußischen Forschungsanstalt für Schiffahrt, Gewässer- und Bodenkunde (später für Schiffahrt, Wasser- und Grundbau), Berlin, betraut. Die Mitwirkung am Dresdner Institut behielt er außerdem bei.

Im gleichen Jahr erhielt er einen Lehrauftrag für "Moderne Baugrundlehre und Erdstatik" von der Fakultät für Bauwesen der Technischen Hochschule erteilt, der später um "Grundbaumechanik" und "Gründung von Hochbauten" erweitert wurde. Gleichzeitig wurde er zum Professor für Grundbaumechanik berufen.

Es war nicht zuletzt der damals schon erkannten Bedeutung Ohdes für die Weiterentwicklung der Bodenmechanik zu verdanken, daß bereits im Jahre 1953 der Grundstein für ein neues Institutsgebäude an der Technischen Hochschule gelegt wurde. Er selbst konnte an dieser Feierlichkeit wegen schwerer Krankheit bereits nicht mehr teilnehmen. Er starb noch im selben Jahr in Dresden.

Neuffer-Bau

Die Verdienste Ohdes um die Bodenmechanik und das Dresdner Institut können nicht hoch genug bewertet werden. Er arbeitete theoretisch und experimentell auf den verschiedensten Gebieten dieser damals noch jungen Wissenschaft und lieferte zahlreiche eigenständige, phantasievolle Lösungen, die die Entwicklung der Bodenmechanik nachhaltig beeinflußt haben. Sein Wirken an der Dresdner Hochschule hat die Einführung der bodenmechanischen Berechnungsverfahren in die bautechnische Projektierungspraxis der Nachkriegsgeneration im östlichen Teil Deutschlands erheblich vorangetrieben.

Die Veröffentlichungen Ohdes sind auch heute noch von wissenschaftlichem Interesse, aber zum Teil nur noch schwer zugänglich.

Die Wiedereinrichtung des von ihm mitbegründeten und ihm verpflichteten Instituts nach der politischen und wirtschaftlichen Wende soll deshalb Anlaß sein, daß seine veröffentlichungen in diesem 1. Heft der Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der Technischen Universität Dresden nochmals der Fachöffentlichkeit vorgelegt werden.

Sie erscheinen gleichzeitig auch in der Reihe der Mitteilungen der Bundesanstalt für Wasserbau Karlsruhe, der jetzt die ehemalige Preußische Versuchsanstalt für Schiffahrt, Wasser- und Grundbau als Außenstelle angehört. Die Herren Prof. Peter Bilz vom Institut für Geotechnik und Dr. Dietrich Wendt von der Bundesanstalt für Wasserbau haben die Vorbereitung für die erneute Drucklegung dankenswerter Weise übernommen. Die Bundesanstalt für Wasserbau hat hierbei technische und materielle Hilfe geleistet, wofür an dieser Stelle herzlich gedankt sei.

In Fortführung der Absichten Ohdes führte Neuffer im Frühjahrssemster 1956 die Übung "Technische Bodenuntersuchungen" als Laborpraktikum in die Lehrveranstaltungen im Fach Grundbau ein, die seither als bodenmechanisches Laborpraktikum Bestandteil der Lehrveranstaltung Bodenmechanik ist. Die Zusammenarbeit Neuffers und Ohdes fanden ihren Niederschlag im Abschnitt "Grundbau" in "Hütte" des Ingenieurs Taschenbuch Band III, 27. Auflage. Der Teilabschnitt "Grundbaumechanik" stellt zugleich die einzige Gesamtdarstellung dieses Fachgebiets von Ohde dar.

Nach Neuffers Tod im Jahre 1960 übernahm Prof. Walter Kinze die Leitung des Instituts und die Vorlesungen im Fach Grundbau. Seine langjährigen Erfahrungen als praktisch tätiger Bauingenieur kamen ihm dabei sehr zustatten. Sein Verdienst als Leiter des Instituts war es, daß die Lehre in den Fächern Bodenmechanik und Grundbau bei ein und derselben Einrichtung belassen wurden, gegenüber massiven anderen Interessen. Die Abspaltung der geotechnischen Disziplinen vom konstruktiven Ingenieurbau sowie eine erhebliche Dezimierung des ehemals räumlich und personell gut ausgestatteten Instituts durch die Leitung der "Sektion Bauingenieurwesen" konnte er aber nicht verhindern. Wichtigstes Ergebnis seines Wirkens ist ein Lehrbuch "Grundbau" der Autoren Kinze/Franke und die deutsche Bearbeitung der Fachbücher "Bodenmechanik" und "Handbuch der Bodenmechanik" von A. Kezdi. Die Vorlesungen in Bodenmechanik wurden damals im Lehrauftrag von dem ehemaligen Ohde-Assistenten Dr. Kurt Schubert übernommen, der zu dieser Zeit bereits Professor für Grundbau und Bodenmechanik an der Hochschule für Bauwesen Cottbus war. Nach Auflösung dieser Hochschule im Jahre 1962 kehrte Schubert als Professor für Bodenmechanik an die Technische Universität Dresden zurück. Die wissenschaftliche Aktivität Schuberts erstreckte sich vor allem auf die bodenmechanischen Probleme beim Betrieb von Braunkohlentagebauen. Sein praxisorientiertes Wirken führte zur allgemeinen Einführung bodenmechanischer Betrachtungsweisen in die Betriebsführung von Tagebaubetrieben und brachte ihm hohe Anerkennung durch die Wirtschaft. In der Monographie "Böschungen" des Verlags für Grundstoffindustrie Leipzig fand seine wissenschaftliche Arbeit ihren Niederschlag. Schubert starb bereits im Jahre 1975.

Im selben Jahr wurde Kinze emeritiert und Dr. Joachim Rudert, der seit 1974 Dozent für Kommunalen Tiefbau war und 1984 zum außerordentlichen Professor für Bodenmechanik berufen wurde, mit der Leitung beauftragt. Seine wissenschaftliche Tätigkeit erstreckte sich vorwiegend auf Probleme der Stoffeigenschaften des Dreiphasensystems Boden unter den Bedingungen des Erdbaus. Er wurde im Jahre 1991 in den Ruhestand versetzt.

1979 wurde Dr. Peter Bilz als Hochschuldozent und 1986 als ordentlicher Professor für Grundbau berufen. Er übernahm 1979 die Leitung der "Arbeitsgruppe Geotechnik".

Nach der "Wende" im Jahr 1990 wurde Dr. Dietrich Franke zum außerordentlichen Professor für analytische Bodenmechanik und Grundbaumechanik berufen. Bei Wiedereinrichtung des Instituts Anfang 1991 wurde er gemäß der neuen Grundordnung der Universität für die nächsten zwei Jahre zum geschäftsführenden Leiter gewählt und 1992 entsprechend dem sächsischen Hochschulerneuerungsgesetz zum Professor neuen Rechts für Bodenmechanik und Grundbau berufen.

Das Institut hatte in den Nachkriegsjahren als nahezu einzige Einrichtung zur Begutachtung der Baugrundverhältnisse erhebliche Bedeutung für den Wiederaufbau in Ostdeutschland und war an allen größeren Bauvorhaben in diesem Gebiet beteiligt. Es hatte in diesen Jahren bis zu 70 Mitarbeiter und lieferte zahlreiche Baugrundgutachten. Nach der Einrichtung eines Spezialbetriebs für Baugrunduntersuchungen mit Zweigstellen in Berlin, Dresden, Naumburg und Stralsund wurden von diesem zunehmend vor allem die Routineaufgaben übernommen.

Während seines Bestehens wechselte das Institut mehrfach seinen Namen und nannte sich ab 1957 Institut für Grundbau und Bodenmechanik. 1970 wurden alle Institute der Universität aufgelöst, um die Selbständigkeit dieser Einrichtungen zu beseitigen und um neue Strukturen einführen zu können, die von außen besser beherrschbar waren und eine wirksame Einflußnahme der Staatspartei sicherten. Das Institut ging als ein Teil in den "Wissenschaftsbereich Technische Erschließung" ein und wurde, wie schon weiter vorn berichtet, zu Gunsten anderer Einrichtungen in unzulässiger Weise verkleinert.

In diesen Jahren wurde die Nachfolgeeinrichtung des Instituts um eine Arbeitsgruppe "Ingenieurgeologie" erweitert, die einen Teil der Mitarbeiter des 1969 aufgelösten Instituts für Mineralogie und Geologie umfaßte. Die gesamte Einrichtung wurde von da an als Arbeitsgruppe "Geotechnik" im "Wissenschaftsbereich Technische Erschließung" bezeichnet.

1990 wurde Dr. Siegfried Grunert zum Hochschuldozenten für Ingenieurgeologie berufen.

Die folgenden geotechnischen Forschungsgebiete wurden besonders verfolgt und führten zu anerkannten Ergebnissen:

- Stoffverhalten von Lockergesteinen im Erdbau
- Erddruck im Bruch- und im Gebrauchszustand, Verformungsabhängigkeit des Erddrucks
- Berechnung von Stützwänden
- Sicherung von Baugrubenwänden und -böschungen
- Natursteinanwendung im Bauwesen

Auf diesen Gebieten soll auch künftig gearbeitet werden, dabei soll die Modellversuchstechnik weiterentwickelt und verstärkt eingesetzt werden.

Dem wiedergegründeten Institut wurde der Name

Institut für Geotechnik

gegeben. Ihm steht aber nur noch ein Teil der Räume des Neufferbaus zur Verfügung.

Entsprechend den verschiedenen Aufgaben ist das Labor in einzelne Bereiche unterteilt:

- Probenannahme, Feuchtraum (39 m²)
- Routinelabor für Ödometer- und Flachscherversuche (90 m²)
- Speziallabor für Ödometer- und Flachscherversuche (42 m²)
- Triaxiallabor, Durchlässigkeitsprüfung (36 m²)
- Modellabor (94 m²)
- Bodenmechanisches Labor für Studierende (53 m²)
- Mineralogisch-petrographisches Labor (45 m²)

Vom Institut für Geotechnik werden auch die umfangreichen mineralogisch-petrographischen Sammlungen der Universität betreut, die nicht im Neufferbau untergebracht sind.

Gegenwärtiger Personalbestand des Instituts:

3 Hochschullehrer

6 wissenschaftliche Mitarbeiter

7 nichtwissenschaftliche Mitarbeiter (Teilzeitbeschäftigte)

Das Institut für Geotechnik ist nunmehr im Rahmen der Fakultät Bau-, Wasser- und Forstwesen, Abteilung Bauingenieurwesen wieder weitgehend selbständig. Die Studienordnung des Studiengangs Bauingenieurwesen von 1991 sieht im Rahmen der Studienrichtung "Konstruktiver Ingenieurbau", die in Dresden eine lange Tradition hat, eine Vertiefungsrichtung "Geotechnik" vor.

Folgender Lehrumfang in Semesterwochenstunden (SWS) ist durch die Studienordnung festgelegt:

Grundstudium	-
Grundfachstudium	2 SWS Ingenieurgeologie
	4 SWS Bodenmechanik
	4 SWS Grundbau
	1 SWS Tunnelbau
Vertiefungsstudium	2 SWS Spezialverfahren des Grundbaus und Tunnelbau im Lockergestein
	2 SWS Mechanische Grundlagen des Erd- und Felsbaus
	2 SWS Felsbau

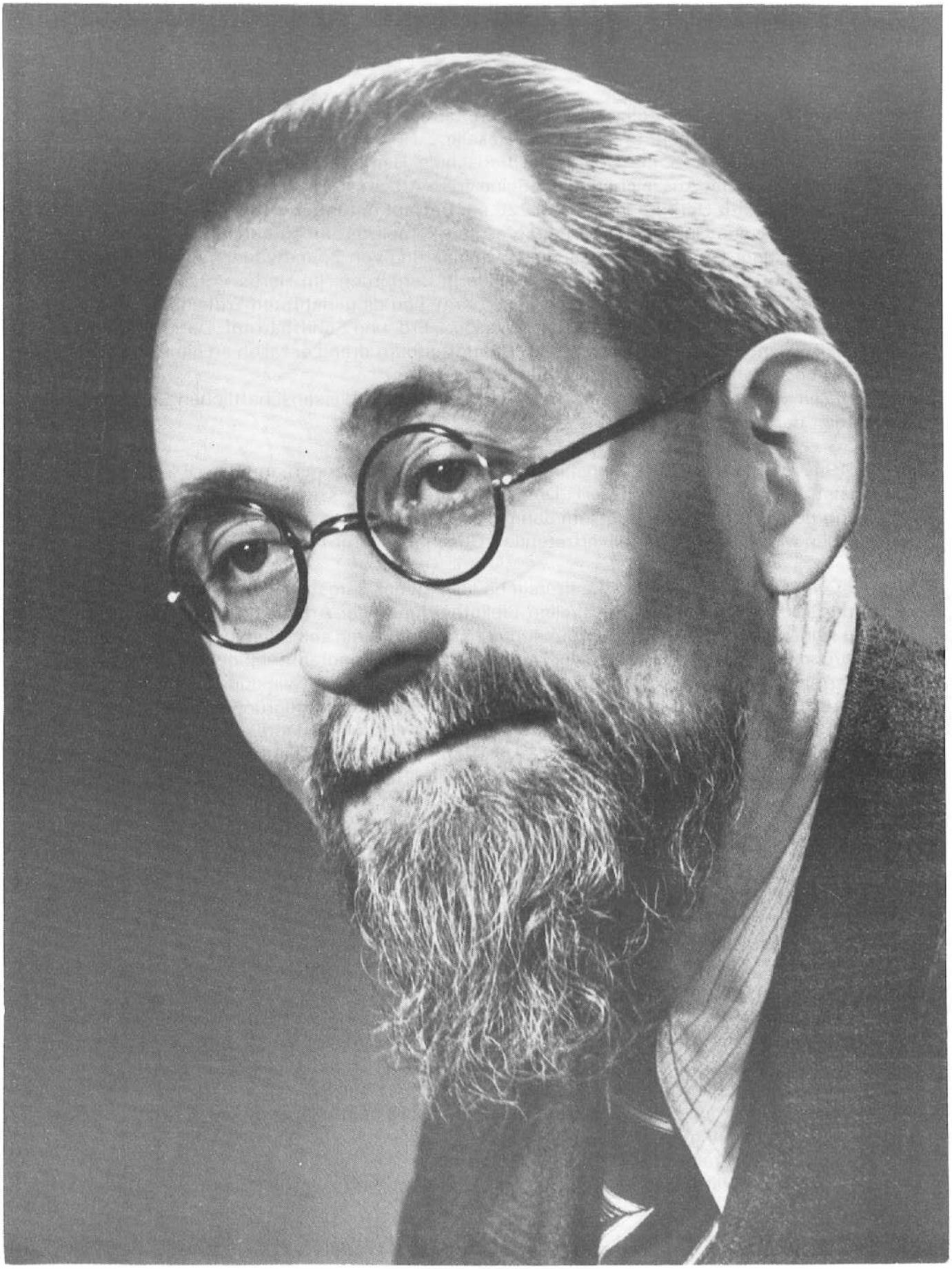
Außerdem je 4 SWS im 8. und 9. Fachsemester nach freier Wahl aus den Gebieten: Baugrunddynamik, Hydrodmechanik, Deponiebau, Versorgungsbau, Umweltgeologie, Dekontaminierung des Baugrunds, Stauanlagen, Landwirtschaftlicher Wasserbau, ausgewählte Kapitel des Stahlbetonbaus.

Das Institut für Geotechnik nimmt neben den Aufgaben der Lehre in verstärktem Umfang Aufgaben der Forschung - vor allem auf den weiter vorn genannten Gebieten - wahr und widmet sich wie in den Nachkriegsjahren auch praktischen Aufgaben im Rahmen des Wiederaufbaus und der Sanierung der in der letzten Zeit so vernachlässigten Bausubstanz.

Dietrich Franke

Dresden, Juli 1992

Professor Ohde



Lebenslauf

Johann Heinrich August Fritz O h d e wurde am 20.11.1905 in Parum, Kreis Hagenow (Mecklenburg-Vorpommern) als Sohn des Arbeiters Johann Ohde und dessen Ehefrau Doris geboren.

Nach 8jährigem Dorf- bzw. Volksschulbesuch in Zarrentin erlernte er von 1920 bis 1923 das Zimmerhandwerk und arbeitete danach als Geselle.
1924 - 1926 besuchte er die Städtische Bauschule Hamburg, Fachrichtung Tiefbau und schloß das Studium mit Auszeichnung ab. Seine erste Arbeitsstelle trat er beim Tiefbautechnischen Wasserbauamt Harburg im Jahre 1926 an. Betraut mit Entwurf und Ausführung einer Gezeitenschleuse aus Gußbeton, kam er sofort mit komplizierten Aufgaben des Grundbaues in Form ungünstiger Gründungsverhältnisse, Überlastung von Spundwänden und Fangedämmen und mit Rutschungen der Baugrubenwände in Berührung. Im Herbst 1927 nahm Ohde in Berlin seine Tätigkeit in der gerade von Prof. Krey neu eingerichteten Erdbauabteilung der damaligen Preußischen Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau auf. Durch intensives Selbststudium und als Gasthörer an der TH Charlottenburg drang er rasch an die Grenzen der damaligen bodenmechanischen Erkenntnisse vor.
In dieser Zeit veröffentlichte er seine ersten grundlegenden wissenschaftlichen Beiträge auf dem Gebiet der Bodenmechanik.

Im Mai 1943 wurde Ohde zum Dienst in der Wehrmacht eingezogen, im Mai 1944 jedoch für den Dienst am Erdbauinstitut der TH Dresden freigestellt, dessen Geschäftsführer seit der Auflösung des Freiberger Institutes im Jahre 1939 Bernatzik war. Ohde wurde zum wissenschaftlichen Mitarbeiter und stellvertretenden Geschäftsführer berufen.

Nach der völligen Zerstörung des Institutsgebäudes an der Bergstraße in Dresden im Februar 1945 mit der Vernichtung der wertvollen Bibliothek und aller Arbeitseinrichtungen siedelte Ohde zu seiner Familie nach Hamburg über und richtete dort ein selbständiges Büro und Labor für Baugrund und Erdbau ein. Neben der Untersuchung und Begutachtung des Baugrundes beschäftigte er sich hauptsächlich mit der Konstruktion und Weiterentwicklung von Prüfgeräten.
Anfang 1946 nahm Prof. Neuffer, der 1936 das Dresdner Institut gegründet hat und seitdem leitete, erneut Verbindung mit Ohde auf. Im November desselben Jahres kehrte dieser an die TH Dresden zurück und übernahm die Geschäftsführung des Erdbauinstituts, da Bernatzik nach dem Angriff auf Dresden schwer erkrankt in seine Heimat nach Österreich gegangen und dort verstorben war.
Von der Zentralverwaltung in Berlin wurde Ohde im Februar 1948 die Leitung der Abteilung Grundbau der aus der ehemaligen Preußischen Versuchsanstalt hervorgegangenen Forschungsanstalt für Schiffahrt, Wasser und Grundbau in Berlin übertragen. Nebenamtlich behielt er weiter die Geschäftsführung des Dresdner Instituts. Hier erhielt er 1945 einen Lehrauftrag für "Moderne Baugrundlehre und Erdstatik", der 1950 auf die Fächer "Grundbaumechanik" und "Gründung von Hochbauten" erweitert worden war.
1951 wurde Ohde auf Vorschlag von Prof. Berger, dem damaligen Dekan der Fakultät für Bauwesen, zum Professor mit Lehrauftrag berufen.
1952 führte die Fakultät für Bauwesen nach der Emeritierung von Prof. Neuffer mit Ohde Verhandlungen mit dem Ziel, ihn hauptamtlich an die TH Dresden zu binden. Ohde nahm in dieser Zeit wesentlichen Einfluß auf die Raum- und Ausrüstungskonzeption für den geplanten Aufbau eines neuen Institutsgebäudes, dem heutigen Neuffer-Bau.
An der Grundsteinlegung im Juni 1953 in Dresden konnte er infolge schwerer Erkrankung bereits nicht mehr teilnehmen.
Am 25. Juli 1953 verstarb Ohde im 47. Lebensjahr.
O h d e war verheiratet und hatte 3 Kinder: einen Sohn und zwei Töchter.

Übersicht

zu den Lehrveranstaltungen OHDES an der TH Dresden

Semester	Lehrgebiet	Studienrichtung	Umfang	
			V	ÜS
Sommer 1950	Grundbau-Mechanik	Bauingenieurwesen	4	
Winter 50/51	Grundbau-Mechanik	Bauingenieurwesen		4
Sommer 1951	Gründungen von Hochbauten	Architektur	2	
	Grundbau-Mechanik	Bauingenieurwesen		1
Winter 51/52	Mechanik des Baugrundes	Bauingenieurwesen	1	1
Sommer 1952	Gründungen von Hochbauten	Architektur	2	
	Grundbau-Mechanik	Bauingenieurwesen	4	1
Winter 52/53	Gründungen von Hochbauten	Architektur	2	
	Grundbau-Mechanik	Bauingenieurwesen	4	1
Sommer 1953	Grundbau-Mechanik	Bauingenieurwesen	1	2
	Baugrundlehre	Bauingenieurwesen	1	1

Übersicht

zu bedeutenden Bauaufgaben, an denen OHDE mitgewirkt hat

1. Gezeitenschleuse Hamburger Hafen

2. Beginn des Wohnungsbauprogramms in Ost-Berlin in der Stalinallee
   - Modellversuche auf Sandboden mit Fundamentstreifen und gedrungenen Fundamenten
   - Baugrund- und Gründungsgutachten

3. Bau des Paretz-Niederneuendorfer Kanals
   - Beratung zu schwierigen Baugrund- und Gründungsfragen

4. Bau der Rappbodetalsperre im Harz
   - Beratung
   - Gutachten

5. Ausbau des Seehafens Wismar

6. Ausbau des Elbehafens Riesa

7. Steinschüttdamm der Ohra-Sperre

Ing. Jos. Ohde
Niederlassungen bei Berlin und Berlin-Charlottenburg,
Humboldtstr. 23 , Schillerstr. 10

11. Sept. 1950.

Herrn Dr. L. Bendel, Ingenieur
Luzern (Schweiz)
Alpenquai 33

Sehr geehrter Herr Kollege!

Für Ihr ~~freundliches~~ Schreiben vom 19. Aug. 1950 danke ich Ihnen und nehme zu Ihren Fragen wie folgt Stellung:

Mein Vortrag über den Grundbruchwiderstand von Streifenfundamenten ist gelegentlich der Berliner Tagung des Deutschen Baugrundausschusses in sehr kleiner Form gehalten und veröffentlicht worden, so daß für manche Aufsätze keine Begründung gegeben werden konnte. Das wird in weiteren umfänglichen Arbeiten nachgeholt werden.

Zu 1) Ich bitte Abb. 1 und 4 zu vergleichen. Grundsätzlich gehe ich bei meinen Arbeiten zunächst nicht von bruchtheoretischen Erkenntnissen aus, sondern von grundlegenden Festigkeits- oder Verformungshypothesen. Der Versuch dient möglichst nur zur Nachprüfung der getroffenen Grundannahmen. Daß aber die Begrenzung der plastischen Zone durch r_2 in der Nähe der Fundamentkante sicher nicht genau zutrifft, habe ich auf S. 275 unten selbst hervorgehoben. Die Gleichungen (14) und (21) sind deshalb nur Näherungslösungen.

Zu 2) Ein Widerspruch zwischen den Formeln (6) und (5) ist nicht vorhanden, wenn man beachtet, daß ich (dann — allerdings stillschweigend —)

Gl. (6) gilt nur näherungsweise, weil σ_2 in dieser Stelle ~~vernachlässigt ist~~ bzw. gleich $\bar{p}$ gesetzt ist.

†(d.h. für plötzliche Belastung bindigen Bodens)

natürlichen Erddruck vor der Belastung gleich der Bodenoberfläche $\bar{p}$ gesetzt habe ~~(wenn nötig)~~ ($\lambda_n = 1$). Im Allgemeinen müßte man setzen: $\sigma_2 = \lambda \cdot \lambda_n \cdot \bar{p}$, wodurch sich aber im Ergebnis nicht viel ändert. $\bar{p}$ in Abbl. (6) bzw. (genauer: $\lambda_n \cdot \bar{p}$) bezeichnet also die vorgegebene Pressung in der Tiefe z_2.

Zu 3) Ich habe von bindigem Boden ausgesagt, daß er bindig bei langsamer Belastung. Jedenfalls ist der Einfluß des Porenwasser-Überdruck bei plötzlicher Belastung ~~nicht berücksichtigt worden~~ ~~unberücksichtigt geblieben~~ für Porenwasser-Überdruck† habe ich besondere Formeln abgeleitet, die aber bisher noch nicht veröffentlicht sind. Als „plastische Zone" ist demnach der Bereich bezeichnet, der sich im Grenzgleichgewicht befindet und Volumenänderungen zuläßt. Δz_1 ist nach den Grundsätzen der Fließgittertheorie abgeleitet, wobei noch im Text kommentiert wird. Dies ist zulässig, wenn das Hookesche Gesetz für genügend kleine Pressungsintervalle annähernd gültig ist. —

Zu 4) Das Glied $\frac{m^2-1}{m^2}$ müßte wegen der behinderten Querdehnung lotrecht zur Querschnittsebene hinzukommen.

Zu 5) Wie in Anm. 6 angedeutet, geht meine Formel C (23) auf meine eigenen Überlegungen zurück, die ich ~~[illegible]~~ in Ingenieurgeologie kaum ich leider nur den Eindruck noch, daß sie während des Krieges erschienen ist und ich sie bisher nicht erhalten konnte (gegen DIN-Ofl). Lediglich den ersten Band konnte ich anläßlich meines Besuches bei Herrn Prof. Schultze (etwa 1974) ~~ganz flüchtig durchblättern. Dabei habe ich allerdings — sonst ist mir erinnerlich — festgestellt, daß dieser Band (I) keine grundlegend neuen Gesichtspunkte enthält, wenn er auch den Vorzug hat, daß mit zahlreichen Schriftumsnachweisen und Bildern noch weiter hinzuweisen. Ich vermißte jedoch eine [illegible]~~

~~gründliche Kritik in dem Sinne, wie ich sie der der Grundlagenarbeit zu betreiben, so daß ich mich nicht veranlaßt sah, Ihr Buch schnell zu studieren.~~

Bei dieser Gelegenheit kann ich nicht verschweigen, daß mir Ihre ungerechte Kritik am deutschen Schrifttum anläßlich Ihrer Buchbesprechung: Kögler-Scheidig, Baugrund und Bauwerk, in der Schweiz. Bauzeitung ~~die letzte~~ einstweilen Lust genommen hat, mich mit Ihren Arbeiten näher zu befassen. ~~Die mögen bei~~ Ihrer Kritik des genannten Buches mag teilweise zu Recht bestehen; Sie waren aber m.E. nicht berechtigt, darüber hinaus zu gehen und allgemein abfällige Bemerkungen über die deutsche Bodenmechanik, deutsche ~~Bücher~~ Bodenforschung zu machen. Ich ~~kann Ihnen versichern, sind versichern, daß ich~~ während des Krieges keinesfalls faul ~~gewesen~~ gewesen bin, sondern ~~vorbildliche~~ mein Fähigkeiten und Berechnungsverfahren weiterentwickeln konnte; nur ~~durch~~ fehlte bisher Zeit und Gelegenheit zur Veröffentlichung. ~~Jetzt aber~~. ~~Und ich habe Grund zur Annahme, daß ich in dieser Hinsicht im Deutschland nicht allein dastehe.~~

Für den Vergleich mit den Fortschritten des Auslands ausreichend geschätzt

~~(Die Formeln)~~ Wie unter 4. (S. 275) einleitend würde, sind die Formeln (24) bis (33) nur als Ergebnisse vorgeführt, die Ableitung soll in meiner laufenden Aufsatzreihe „Zur Erddruckfrage" nachgeholt werden. Bei der Gl. (24) ist mit einem eindringenden Erdkeil von 90° Spitzenwinkel gerechnet, wobei für den seitlichen Erdwiderstand genauere λ_p-Werte (zur Verfügung (vgl. „Bautechnik" 1938, S. 332, Abb. 51 u. 52)

stehenden Aufstalle von (27) ~~schreibe~~ könnte ich unverbindlich einfacher ableiten: - - -

(27) bis (29) sind unter Aufsatz des Gleitwichtenmodells nach der in „Bautechnik" 1949, S. veröffentlichten Theorie ~~abgeleitet~~ zurückgeführt; auch ihre Ableitung wird später in der „Bautechnik" gegeben werden. Desgleichen die Ableitung von (30) bis (38), deren Gleitflächensystem in Abb. 7 angedeutet ist (2 obere Gleitteile mit zwischenliegenden ~~Gleitteil~~ Linien-Gleitteil ~~log. Spirale~~ mit der log. Spirale).

[also unter Berücksichtigung des bei schneller Belastung auftretenden Porenwasser-Überdruckes.]

Auf Ihre Vorschläge auf S. 3 und 4 Ihres Schreibens kann ich leider kaum Stellung nehmen, da ich, wie bereits bemerkt, Ihre „Ingenieurgeologie" I und II ~~leider~~ nicht besitze und mir deshalb Ihre Bezeichnungen nicht verständlich sind (vor allem nicht P_f und P_K). Auffallend haben Sie bei meiner Formel „langsame und schnelle Belastung" bei bindigen Böden nicht sehr deutlich unterschieden. Hinsichtlich der Formel von Caquot möchte ich auf meine in „Bautechnik" 1938, S. 335 (Fußnote S. 63 bis 65) gegebene Kritik hinweisen, die meines Erachtens bisher unbeachtet geblieben ist.

Voraussichtlich werde ich vom 19. bis 22. 8. 76 Urlaub auf der Tagung des Deutschen Baugrund-Ausschusses im Kreisbrecha verbringen sein. Sollten Sie Gelegenheit haben, auch nach dort zu kommen, so würde ich mich sehr freuen, Sie persönlich kennenlernen.

Mit vorzüglicher Hochachtung

Die Veröffentlichungen Johann Ohdes

Neue Erdstoff-Kennwerte.

Von Johann Ohde, Neuenhagen bei Berlin[1]).

Inhalts-Uebersicht: Ausgehend von der Notwendigkeit, die Baugrund-Untersuchungen möglichst genau durchzuführen, wird auf die Vorteile hingewiesen, die durch Anwendung einfacher Kennwerte erreicht werden können. Sodann wird die Ermittlung der vom Verfasser bevorzugten Kennwerte kurz beschrieben. Schließlich werden einige empirisch erhaltene Zusammenhänge zwischen Kennwerten und bautechnischen Grundwerten (Reibung, Zusammendrückung, Wasserdurchlässigkeit) nachgewiesen.

Bei jeder erdstatischen Untersuchung muß man — ähnlich wie auch sonst im Bauwesen — zwei grundlegende Bedingungen erfüllen:

1. Es muß von den örtlichen Gegebenheiten ausgegangen werden (Erdschichtung, Grundwasser), insbesondere müssen zuverlässige Mittelwerte für die Eigenschaften des Materials (Erdstoff-Grundwerte) bekannt sein.
2. Das Berechnungsverfahren selbst muß den wirklichen Verhältnissen möglichst nahekommen.

Die Berechtigung der zuletzt genannten Bedingung dürfte allseits anerkannt werden, nur hinsichtlich des anzustrebenden oder erreichbaren Genauigkeitsgrades wird man verschiedener Meinung sein können. Wir wollen auf diesen Punkt hier nicht weiter eingehen, sondern nur auf die Abhängigkeit der genannten beiden Bedingungen voneinander hinweisen: Je ungenauer oder überschläglicher das angewandte Berechnungsverfahren ist, um so weniger genau können auch die ermittelten Baugrundwerte sein. Umgekehrt findet die Genauigkeit der Berechnungsverfahren ihre natürliche Grenze in der Genauigkeit, mit der die Erdschichten und ihre physikalischen Stoffwerte ermittelt werden können. Es ist beispielsweise zwecklos, den Erddruck auf eine Stützwand auf drei oder gar vier Stellen genau zu berechnen, wenn die Grundwerte der Berechnung (z. B. Reibungswinkel) nur auf ein oder höchstens zwei Stellen genau bekannt sind. Aehnliches gilt für Gleitsicherheits-Untersuchungen und für Setzungsberechnungen.

Das Ziel der Grundbau-Mechanik nach möglichst wirtschaftlicher Bemessung und Formgebung der Gründungs-Bauwerke wird daher in erster Linie durch Verbesserung der Baugrund-Untersuchungsverfahren erreicht. In dieser Hinsicht ist noch manches nachzuholen oder neu einzuführen, denn es kommt heute nicht mehr allein darauf an, daß überhaupt untersucht wird, sondern wie die Untersuchungen durchgeführt werden. Bei den erdstofflichen Untersuchungen ist nach meinen Erfahrungen eine wesentlich höhere Genauigkeit erreichbar, wenn folgendes beachtet oder angestrebt wird:

a) Verbesserung der Bohraufschlüsse durch sorgfältige und sachgemäße Durchführung: Ausstanzen ungestörter Erdproben in Bohrlöchern (gegebenenfalls auch Ausstechen von Erdproben in einer oder mehreren Schürfgruben, falls kostenmäßig tragbar); nach Möglichkeit Ersatz der veralteten Bohrverfahren durch neue, bei denen eine fortlaufende Ausstanzung oder Ausfräsung der Bohrkerne erfolgt[2]); ingenieurmäßige Aufsicht und Kontrolle der Bohrarbeiten.

b) Ergänzung der erdstofflichen Untersuchungen auf der Baustelle oder im Prüfraum durch häufige Ermittlung von Kennwerten, wie z. B. Wassergehalt, Körnung, Konsistenzzahlen, Druckfestigkeit u. a. m., die schnell feststellbar sind.

c) Sorgfältige Durchführung und Auswertung der ausführlicheren Versuche im Prüfraum zwecks zahlenmäßiger Ermittlung der bautechnischen Eigenschaften.

Die Bohrarbeiten werden nach den Erfahrungen des Verfassers oft noch recht nachlässig und wenig sachgemäß durchgeführt (Vermischung oder Auswaschung des Bohrgutes durch veraltete Bohrverfahren, ungenaue Ermittlung der Schichtgrenzen und Grundwasserstände, fehlerhafte Benennung der Erdproben); ihre Güteverbesserung ist daher ein dringendes Gebot, zumal durch einwandfreiere Bohrarbeiten nur unbedeutende Mehrausgaben entstehen. — Auch die eingehenderen Prüfraum-Versuche können oft noch fehlerfreier durchgeführt werden, als es gemeinhin geschieht (sorgfältiger Einbau der Erdproben, Verwendung verbesserter Geräte, Beobachtung des zeitlichen Verlaufes der Formänderungen, Berichtigung systematischer Versuchsfehler u. a. m.). Wir wollen auf diese an sich wichtigen Punkte hier jedoch nicht näher eingehen, sondern vor allem auf die Nützlichkeit der Erdstoff-Kennwerte hinweisen, die durch Schnellprüfungen gefunden werden.

Als Kennwerte kommen u. a. in Betracht[3]):

1. Die aus der Korngrößen-Mischungslinie abgeleitete wirksame Korngröße und der auf ähnliche Weise gefundene Ungleichförmigkeitsgrad;
2. Der Rauhigkeitsgrad sandiger Proben;
3. Der Humusgehalt oder das mit dem Humusgehalt abnehmende mittlere Stoffgewicht der trockenen Erdteilchen;
4. Genormte Wasserzahl-Kennwerte (z. B. Fließgrenze nach Atterberg-Casagrande oder Breiwasserzahl des Verfassers) zur Kennzeichnung der Bindigkeit und Bildsamkeit oder des aktiven Tongehaltes;
5. Der natürliche Wassergehalt und die natürliche Porenzahl als Anhaltspunkte über Vorverdichtung oder Lagerungsdichte in der Natur;
6. Der Eindringungswiderstand einer Schlag- oder Drucksonde als Vergleichszahl der relativen Dichte sandiger Erdschichten;
7. Steifezahlen zur Einordnung des natürlichen Wassergehaltes bindiger Erdschichten;
8. Die Säulen-Druckfestigkeit gewachsener Erdproben.

Die bautechnisch interessierenden Versuchswerte, wie z. B. Reibungsbeiwert oder Zusammendruckungszahl oder Wasserdurchlässigkeit — um nur die wichtigsten zu nennen — bezeichnet der Verfasser nicht als Kennwerte, sondern als bautechnische Zahlenwerte oder erdstatische Grundwerte. Diese wichtigen Zahlenwerte können bekanntlich nur durch umständliche und zeitraubende Versuche in teuren Prüfraum-Geräten ermittelt werden. Infolgedessen ist die Anzahl der in dieser Weise eingehender untersuchten Erdproben meist sehr begrenzt.

Zur Verallgemeinerung dieser wenigen Versuchswerte können nun aber die Kennwerte ohne weiteres herangezogen werden, weil erfahrungsgemäß ein Zusammenhang besteht zwischen der Größe der Kennzahlen und den bautechnischen Eigenschaften (siehe Schlußabschnitt).

Dieser Zusammenhang kann auch herangezogen werden, um die erdstatischen Grundwerte ohne Durchführung umständlicher Versuche ziemlich sicher einzuschätzen, was vor allem für kleinere Bauvorhaben oder bei stark beschleunigter Entwurfsbearbeitung wichtig ist. Hierdurch besteht jedenfalls die Möglichkeit, von der Unsicherheit der nur schätzungsweisen Annahme der Grundwerte loszukommen, da für die Ermittlung der Kennwerte nur einfache und verhältnismäßig billige Vorrichtungen benötigt werden, die von jeder Bauleitung oder Tiefbaufirma leicht angeschafft und bedient werden können[4]).

Ein weiterer Vorteil der Erdstoff-Kennzahlen besteht schließlich in der Möglichkeit, durch die häufige Ermittlung dieser Werte ein Urteil über den Grad der Ungleichmäßigkeit oder der langsamen Veränderlichkeit der Eigenschaften ein und derselben Erdschicht zu gewinnen. Auf diese Weise können — unter richtiger Eingliederung der wenigen bautechnischen Versuchswerte — gute Mittelwerte für die erdstatische Untersuchung gewonnen werden, worauf es letzten Endes entscheidend ankommt.

[1]) Die Arbeit wurde bereits aus Anlaß der Baugrund-Tagung im April 1950 den Mitgliedern des Baugrund-Ausschusses im Fahnenabzug vorgelegt.

[2]) Hier ist nicht der Burghardt'sche Bohrpfahl (Bautechn. 11 (1933), Heft 1/2, S. 14—16) gemeint, weil dessen Nachteil: starke oder unterschiedliche Zusammendrückung der Erdschichten im Aufschlußrohr grundbaumechanisch bedenklich ist. Es ist aber möglich, längere Erdkerne ohne größere Störungen auszustanzen oder durch eine Kreisring-Drehschnecke auszufräsen unter Nachsacken des Bohrrohres jeweils nach dem Herausbringen des Erdkernes. Darüber soll später berichtet werden.

[3]) Es sind hier und im weiteren nur die vom Verfasser bevorzugt verwendeten Kennwerte behandelt; über weitere Schnellprüfungen vgl. der Leser folgende Arbeiten: Redlich/Terzaghi/Kampe, Ingenieurgeologie. Wien 1929, Jul. Springer. — Hoffmann, Bauing. 1930, S. 191. — Loos, Praktische Anwendung der Baugrunduntersuchungen. Berlin 1935, Jul. Springer. — Brennecke/Lohmeyer, Der Grundbau, 5. Aufl., 1. Bd., 1. Teil. Berlin 1948, Wilh. Ernst & Sohn. — Kögler/Scheidig, Baugrund und Bauwerk, 5. Aufl. Berlin 1948, Wilh. Ernst & Sohn.

[4]) Vgl. Anmerkung [2]).

Nachdem wir uns so den Nutzen und die Notwendigkeit der Kennwerte vor Augen geführt haben, sei auf jeden Wert einzeln kurz eingegangen[5]).

Die wirksame Korngröße.

Die Korngrößen-Zusammensetzung einer Erdprobe wird bekanntlich durch Aussieben (für Körnchen > etwa 0,2 mm) oder durch Aufschlämmen und Absetzen in reinem Wasser (für feinere Teilchen) festgestellt[6]). Als Ergebnis erhält man Korngrößen-Mischungslinien (Körnungslinien), z. B. nach Abb. 1. Die Gewichtsanteile, deren Teilchen kleiner als eine bestimmte Korngröße δ sind, werden in Abhängigkeit von log δ aufgetragen, weil auf diese Weise die einflußreichen kleinen Korngrößen gut hervorgehoben werden.

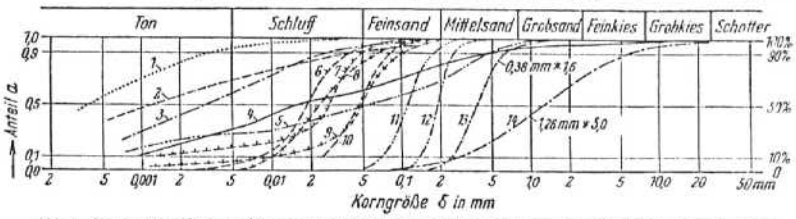


Abb. 1. Korngrößen-Mischungslinien verschiedener Erdstoff-Bezeichnungen. 1 = sehr feiner Ton (Kl. Belt), 2 = feiner Ton (Fehmarnküste), 3 = mittelfeiner Ton, 4 = Geschiebemergel, 5 = etwas sandiger Lehm, 6 = reiner Schluff (Driesen/Netze), 7 = schlesischer Lößlehm, 8 = Löß aus Niederösterreich, 9 = Löß aus China, 10 = Feinsandschluff, 11 = Feinsand, 12 = Dünensand (Norderney), 13 = Mittelsand, 14 = Kiessand.

Nun geben solche Körnungslinien wohl ein anschauliches Bild von der Zusammensetzung nach Korngrößen, jedoch keine unmittelbare Kennzahl. Man ist daher genötigt, aus der Körnungslinie neue Werte abzuleiten. Als solche kommen in Betracht: Die wirksame Korngröße und der Ungleichförmigkeitsgrad.

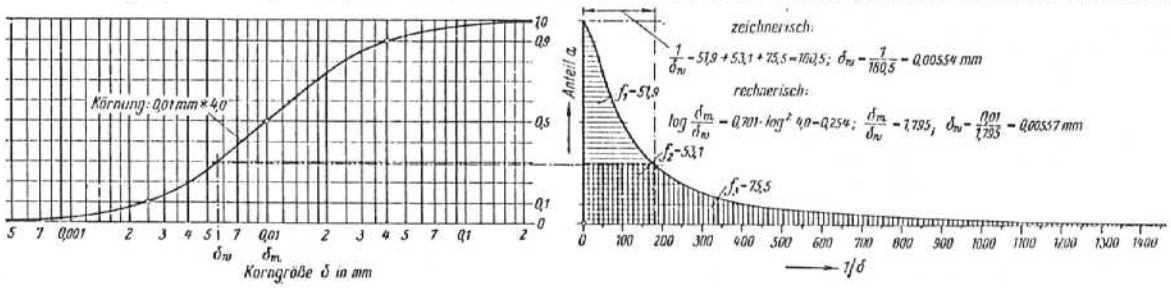


Abb. 2. Ermittlung der wirksamen Korngröße δ_w für eine Regelkörnung.

Die **wirksame Korngröße** (δ_w) gibt ein Maß für die mittlere Feinkörnigkeit und kann erklärt werden als eine völlig gleichmäßige Körnung von der Größe δ_w mit den bautechnischen Eigenschaften der gemischten natürlichen Körnung. Damit ist allerdings noch keine rechnerische Vorschrift zur Ermittlung von δ_w gewonnen, weil die bautechnischen Zahlenwerte bisher nur durch Versuche ermittelt werden können. Indessen hängen diese Werte von der Oberflächen-Entwicklung der Erdprobe ab, und man nimmt daher an, daß die wirksame Korngröße als Korngröße gleicher Oberfläche ermittelt werden darf[7]). Damit findet man die Formel:

$$\frac{1}{\delta_w} = \int_0^1 \frac{d\,a}{\delta} \approx \sum_0^{1,0} \frac{\Delta a}{\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

mit Δa als Gewichtsanteil einer kleinen Korngruppe, da als entsprechendes Differential und δ als mittlere Korngröße dieser Gruppe. Nach dieser Formel kann der reziproke Wert von δ_w als Inhalt einer Fläche gedeutet werden, die durch waagerechte Auftragung der Werte $1/\delta$ über einer lotrechten Grundlinie entsteht (Abb. 2).

Ob die Formel (1) völlig zu Recht besteht, ist freilich bislang noch nicht endgültig erwiesen; sie scheint aber eine gute Arbeitshypothese zu sein. Für weitergehende Untersuchungen kann man vielleicht voraussetzen, daß die Einzelkörner im Verhältnis einer Potenz P an der Gesamtwirkung beitragen und erhält damit die Formel:

$$\frac{1}{\delta_w^P} = \int_0^1 \frac{d\,a}{\delta^P} \approx \sum_0^{1,0} \frac{\Delta a}{\delta^P} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Selbstverständlich kann dann P für die verschiedenen Eigenschaften (z. B. Reibung oder Durchlässigkeit) auch verschiedene Werte annehmen, was durch entsprechende Versuchsserien nachzuweisen wäre.

Um die immerhin etwas umständliche Integration nach Abb. 2 zu vermeiden, kann man für den Verlauf der Kornmischungslinie eine rechnerische Näherung annehmen und mit Hilfe dieser Näherung dann die wirksame Korngröße berechnen. Dadurch wird gleichzeitig der Vorteil erreicht, die Körnungslinie durch wenige Zahlenwerte ausdrücken zu können. — Viele Kornmischungslinien haben nach Graßberger[8]) die Form des Gauß'schen Fehlerintegrals und können dann durch $\delta_{0,5} \times f_M$ (lies nach Reichel: $\delta_{0,5}$ mal dividiert durch f_M) bezeichnet werden, mit $\delta_{0,5}$ als Korngröße für a = 0,5 (50% Gewichtsanteil) und f_M als sog. Mischungsfaktor. Graßberger bezieht den Mischungsfaktor f_M, ausgehend von Begriffen der Wahrscheinlichkeitslehre, auf die δ-Werte für die Anteile 15,9% und 100 — 15,9 = 84,1%; der Verfasser benutzt dagegen die Werte $\delta_{0,1}$ und $\delta_{0,9}$ für a = 10 und 90% (Abb. 3) und zwar einmal der runden Zahlen wegen und sodann auch, weil auf diese Weise eine genauere Erfassung der kleinen Korngrößen erreicht wird. Es gilt nach dieser Festlegung:

$$\delta_{0,9} = \delta_{0,5} \cdot f_M \text{ und } \delta_{0,1} = \delta_{0,5} : f_M \text{ oder auch}$$
$$f_M = \delta_{0,9}/\delta_{0,5} = \delta_{0,5}/\delta_{0,1}.$$

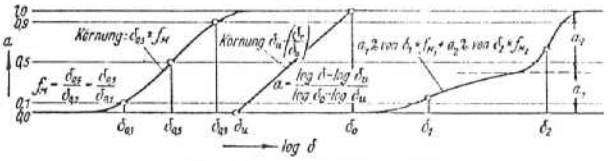


Abb. 3. Rechnerische Körnungslinien.

Man findet dann als Gleichung der Kornmischungslinie:

$$a = \frac{1}{2}\left[1 + G(\xi)\right] \quad \text{mit} \quad \xi = 0{,}9062 \cdot \frac{\log\left(\delta/\delta_{0,5}\right)}{\log f_M} \quad \text{und}$$

$$G(\xi) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\xi} e^{-\xi^2} \cdot d\,\xi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

und für die wirksame Korngröße (Log für Basis 10):

$$\mathrm{Log}\left(\delta_{0,5}/\delta_w\right) = 0{,}701\,P \cdot \mathrm{Log}^2 f_M \quad . \; . \; . \; . \quad (4)$$

wie hier ohne Beweis mitgeteilt sei (vgl. Zahlenbeispiel in Abb. 2). — Manche Körnungslinien verlaufen mit log δ geradlinig nach der Gleichung

$$a = \frac{\log\left(\delta/\delta_u\right)}{\log\left(\delta_o/\delta_u\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

[5]) Ein ausführlicherer Bericht soll später an anderer Stelle erscheinen.

[6]) Ueber Schlämmanalysen soll gesondert berichtet werden. Solche Analysen werden vorteilhaft nach dem Pipette- oder dem Aräometer-Verfahren durchgeführt. Ueber letzteres vgl. A. Casagrande, Die Aräometer-Methode zur Bestimmung der Kornverteilung von Böden. Berlin 1934, J. Springer.

[7]) Diese Annahme geht m. W. auf F. Zunker zurück. Vorher hatte A. Hazen willkürlich angenommen, die wirksame Korngröße liege bei 10% Gewichtsanteil.

[8]) H. Graßberger, Der Aufbau der Böden. Wasserwirtschaft 1933, S. 235 bis 246.

mit δ_u als unterer und δ_o als oberer Grenze der Körnung. Man kann dann die Körnung bezeichnen durch $\delta_u \cdot (\delta_o/\delta_u)$ und findet für δ_w:

$$(\delta_u/\delta_w)^P = \frac{0{,}4343}{P \cdot \mathrm{Log}\,(\delta_o/\delta_u)} \left[1 - \left(\frac{\delta_u}{\delta_o}\right)^P\right] \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Für die wirksame Korngröße gleicher Oberfläche ist $P = 1$ zu setzen. — Unregelmäßige Körnungen lassen sich oft durch zwei oder mehr Regelkörnungen zusammensetzen:

$$K = a_1 \cdot k_1 + a_2 \cdot k_2 + \ldots \text{ mit } \Sigma a = 1{,}0 = 100\,\%.$$

Dann gilt für δ_W nach Gl. (2):

$$\frac{1}{\delta_W{}^P} = \frac{a_1}{\delta_1{}^P} + \frac{a_2}{\delta_2{}^P} + \frac{a_3}{\delta_3{}^P} + \ldots,$$

wenn δ_1, δ_2 usw. das δ_W der Einzelkörnungen k_1, k_2 usw. bedeuten.

Die wirksame Korngröße berücksichtigt wohl den Feinheitseinfluß jeder Korngruppe; jedoch kann darüber hinaus noch die Ungleichmäßigkeit und genauere Gestalt der Körnungslinie von — allerdings wohl geringerem — Einfluß sein. Hazen hat deshalb noch den Ungleichförmigkeitsgrad eingeführt als Verhältnis der Korngrößen bei 60 und 10% Anteil. Der Verfasser nimmt anstatt 60% den Wert von 50%, bezeichnet also als

Ungleichförmigkeitsgrad $\bar{u} = \delta_{0,5}/\delta_{0,1}$,

wodurch für Regelkörnungen nach dem Fehlerintegral die einfache Beziehung $\bar{u} = f_M$ herauskommt. Für unregelmäßige Körnungen wird allerdings auch die vorstehende Festlegung für $\bar{u}$ wieder ungenau. Man sollte dann $\bar{u}$ ermitteln als das f_M einer Regelkurve mit gleichem δ_W und möglichst geringen Abweichungen der Werte $1/\delta$ voneinander (am besten wohl nach der Regel: Summe aller Fehlerquadrate = Kleinstwert).

Die Rauhigkeit sandiger Erde.

Die Eigenschaften sandiger Erdschichten hängen naturgemäß sehr von der mittleren Rauhigkeit (rundliche oder eckige Korngestalt) ab. Diese kann durch genormte Ermittlung der Lagerungsdichte oder besser noch mit Hilfe von Durchlässigkeitsprüfungen gefunden werden.

In beiden Fällen muß der Einfluß der Kornmischung möglichst ausgeschaltet werden, was durch Aussieben von Körnungsgruppen mit $\delta_1/\delta_2 \approx 1{,}5$ geschehen kann. Für diese Korngruppen ergeben dann die Porenzahlen ε_0 für lockere Lagerung und ε_{min} für dichte Lagerung Anhaltspunkte für die Kornrauhigkeit.

Genauer ist jedoch die Ermittlung des Rauhigkeitsgrades r mit Hilfe einer Wasserdurchlässigkeitszahl c, die für die Porenzahl ε gefunden wurde (ε = Porenraum, bezogen auf den Raum der festen Teilchen). Nach einer durch zahlreiche Versuche bestätigten Formel von Kozeny[9]) setzt der Verfasser an:

$$r \approx 405 \cdot \tau \cdot \frac{\varepsilon^3}{1+\varepsilon} \cdot \frac{\delta_W{}^2}{c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

mit δ_W als wirksame Korngröße der betreffenden Korngruppe (Gl. 6) und τ als Verhältnis der kinematischen Zähigkeitswerte für 10° C und Versuchstemperatur (Abb. 4). Für Kugeln erhält man r = 1, für

Abb. 4. Verhältniswerte $\tau = \nu_{10°} : \nu$ für die kinematische Zähigkeit des Wassers.

rundlichen Flußsand r = 1,2 bis 1,7, für eckige nur wenig gerundete Sandkörner r = 2,0 bis 2,5, für scharfkantigen Bruchsand r = 5,5.

Das Stoffgewicht der Erdteilchen.

Dieses kann unmittelbar bestimmt werden mittels Pyknometers in Wasser (kleines Glasgefäß von 100 cm³ mit durchbohrtem Stöpsel) oder mit Hilfe des Erdmenger-Mann'schen Gerätes in Tetrachlorkohlenstoff[10]), mittelbar bei bindigen luftfreien Erdstoffen durch Wassergehalts- und Volumenfeststellung (z. B. durch Ausstechen einer ungestörten Probe). Im letzteren Falle gilt für das Raumeinheitsgewicht γ:

$$\gamma = \frac{s\,(1+w)}{1+s\,w}, \text{ woraus folgt: } \frac{1}{s} = \frac{1+w}{\gamma} - w \qquad (8)$$

mit w als Wasserzahl (= Wassergewicht geteilt durch Erdtrockengewicht, 100 w = Wassergehalt) und s als Stoffgewicht.

Bei der unmittelbaren Bestimmung von s bevorzugt der Verfasser das Pyknometer-Verfahren; es liefert das Stoffgewicht zwar im strengen Sinne nicht so einwandfrei wie das Verfahren mit Tetrachlorkohlenstoff (wegen der verdichteten Wasserhüllen um die Erdteilchen herum). Jedoch ist das physikalisch ungenauere Pyknometer-Stoffgewicht in Wirklichkeit doch genauer als das nach Erdmenger-Mann ermittelte, sofern bei Umrechnungen das Stoffgewicht des Wassers — wie üblich — zu 1,0 eingesetzt wird, weil die verdichteten Wasserhüllen ein Stoffgewicht größer als 1,0 haben.

Wie bereits angedeutet, sinkt das Stoffgewicht der Erdstoffe mit steigendem Humusgehalt und kann daher auch als Kennzahl für den Humusgehalt verwendet werden. Während s für mineralische Erdstoffe 2,6 bis 2,8 beträgt, hat der Verfasser für reinen Torf ohne Beimengungen $s \approx 1{,}5$ gefunden. Viele Torfe haben jedoch wegen der Nebenbestandteile ein höheres Stoffgewicht als 1,5.

Die Konsistenzgrenzen nach Atterberg-Casagrande.

Um für bindige Erdstoffe ein Maß für Bindigkeit und Bildsamkeit (Plastizität) zu erhalten, führte Atterberg in der Landwirtschaft die nach ihm benannten Konsistenzgrenzen ein[11]), die durch Terzaghi[12]) und A. Casagrande[13]) auch im Tiefbau bekannt wurden, besonders die Fließgrenze, die Ausrollgrenze und die Schrumpfgrenze — sämtlich als Wassergehalt ausgedrückt. Die Fließgrenze (w_F) trennt den flüssigen vom plastischen Zustand und wird mit einem von A. Casagrande eingeführten Klopfgerät ermittelt (Abb. 5), indem durch einen entsprechend aufbereiteten Erdkuchen eine Furche gezogen wird, die sich nach 25 „Schlägen" mit der Fallhöhe 1 cm unten auf rund 10 mm Länge wieder geschlossen haben soll (vgl. Schrifttum Loos und Lohmeyer nach Anm. 3).

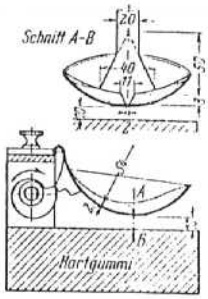


Abb. 5. Fließgrenzengerät nach A. Casagrande.

Die Ausrollgrenze (w_A) liegt zwischen dem plastischen und dem festen Zustand und wird nach Atterberg durch Ausrollen der steifplastischen Erde zu Drähten von 3—4 mm gefunden, indem diese Drähte solange ausgerollt, wieder zusammengelegt und erneut ausgerollt werden, bis sie zerbröckeln und ein weiteres Ausrollen nicht möglich ist. Der dann vorhandene Wassergehalt $100\,w_A$ ist die Ausrollgrenze. Die Differenz $100\,w_F - 100\,w_A$ wird von Atterberg als Plastizitätszahl bezeichnet; je größer sie ist, um so bildsamer ist das Erdmaterial. — Casagrande trägt den Wassergehalt w linear auf in Abhängigkeit von der logarithmisch aufgetragenen Schlaganzahl a für 10 mm Berührungslänge. Er findet bei einer solchen Auftragung annähernd einen geradlinigen Zusammenhang und bezeichnet die Neigung dieser Linie, d. h. etwa die Wassergehaltsdifferenz für 8 und 80 Schläge, als Fließzahl. Das Verhältnis aus Plastizitätszahl und Fließzahl nennt er Zähigkeitszahl. — Der Verfasser fand demgegenüber einen annähernd geradlinigen Zusammenhang zwischen log w und log a, nicht wie Casagrande zwischen w und log a.

Die Schwindung einer bindigen Erdprobe hört bei langsam fortschreitender Austrocknung an der Schrumpfgrenze w_S auf, erkennbar durch Ermittlung der Gewichts- und Längenänderungen sowie am Farbumschlag dunkel in hell (vgl. auch Terzaghi und Tiedemann nach Anm. 12 und 10). Den Wassergehalt w_S der Schrumpf-

[9]) J. Kozeny, Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden. Sitzungsber. d. Ak. d. Wiss. Wien 1927, math.-naturwiss. Kl., Abt. IIa, S. 271. — J. Donat, Ein Beitrag zur Durchlässigkeit der Sande. Wasserkraft u. Wasserwirtschaft 1929, S. 225.

[10]) Vgl. z. B. Tiedemann, Ueber Bodenuntersuchungen bei Entwurf und Ausführung von Ingenieurbauten, 3. Aufl. Berlin 1946, Wilh. Ernst & Sohn.

[11]) Internat. Mitteilungen f. Bodenkunde 1911 und 1912.

[12]) K. Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig 1925, Fr. Deuticke.

[13]) A. Casagrande, Research on the Atterberg limits of soils. Public Roads 13 (1932), S. 121—136, oder neuerdings A. Casagrande u. R. E. Fadum, Notes on soil testing for engineering purposes, Cambridge, Mass. 1940 (deutsche Uebersetzung durch P. Siedek, Hamburg, 1949).

grenze kann man auch durch große Belastung erreichen; die entsprechende Pressung p_S ergibt ein Maß für die größtmögliche Kapillarspannung.

Neue Wasserzahl-Kennwerte.

Die ursprünglich für Landwirtschaft und Keramik eingeführten Atterbergwerte, besonders die Fließ- und Ausrollgrenze, haben sich anscheinend auch im Bauwesen einigermaßen bewährt. Indessen haften ihnen doch einige Nachteile an: Die dynamische Art ihrer Entwicklung entspricht wenig den statischen Belangen des Tiefbaues und der Geologie; vor allem stellt sich aber als fühlbarer Mangel heraus, daß die Atterberg-Werte nicht auf Belastungen bezogen sind.

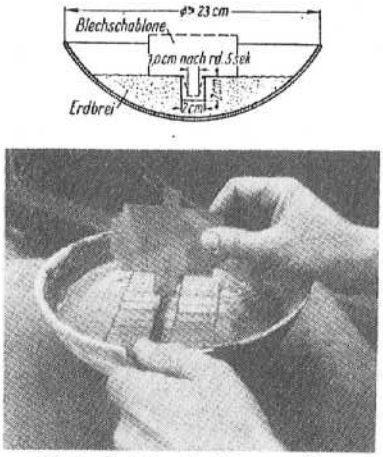


Abb. 6. Ermittlung der Breiwasserzahl w_0.

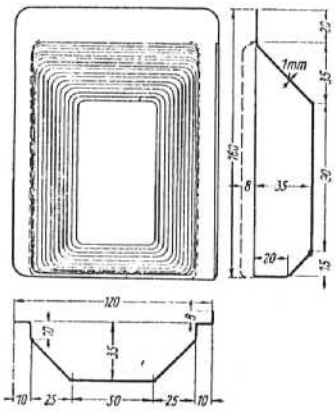


Abb. 7. w_0-Schale.

Um besser den bautechnischen Verhältnissen zu entsprechen, hat der Verfasser schon seit einer Reihe von Jahren zwei neue Kennwerte eingeführt: die Breiwasserzahl w_0 und die Einheitswasserzahl w_1[14]).

Die Breiwasserzahl w_0 entspricht etwa dem natürlichen Wassergehalt der obersten Schicht (rd. 1 cm Tiefe) eines unter Wasser gleichmäßig abgesetzten Erdmaterials (durch Versuche nachgewiesen). Diese oberste Schicht ist nach dem Umrühren ein dünnfließender Brei ohne Festigkeit, weil die wirksam gewesene Belastung nahezu Null ist. Die einzelnen Erdkörnchen sind infolgedessen ziemlich beweglich und weisen annähernd den größten Wert ihrer Wasserbindefähigkeit auf. w_0 ist daher auch ein guter Vergleichswert für die Feinkörnigkeit und Wasserbindung eines Tones (oder m. a. W. für den „wahren" Tongehalt). Allerdings ist in dieser Hinsicht zu beachten, daß w_0 auch mit dem Humusgehalt zunimmt.

Zur Ermittlung von w_0 braucht man etwa 1,0 bis 1,5 kg naturfeuchte Erde[15]), die bei größerer Festigkeit zunächst zerkleinert und zwecks Wasseraufnahme einige Stunden (am besten über Nacht) unter Zusatz von destilliertem Wasser in einer Schale aufbewahrt wird. Dann setzt man unter ständigem Durcharbeiten (am besten mit der Hand, indem man den Erdbrei zwischen den Fingern hindurchpreßt) allmählich mehr reines Wasser zu, bis schließlich ein gleichmäßiger weichplastischer Erdbrei entsteht, der keine harten Klümpchen mehr aufweist. Dabei liest man gleichzeitig die groben Einzelkörner, größer als etwa 2 mm, heraus oder rührt den Brei durch ein 2-mm-Sieb. Durch weiteren Wasserzusatz wird dann der Erdbrei auf den gewünschten dünnflüssigen Zustand gebracht, und zwar wird die Breiwasserzahl durch folgende Festlegung erhalten: Eine mit einer Blechschablone langsam (mit etwa 1 cm/sek) durch den Brei gezogene quadratische 2-cm-Furche soll etwa 5 Sekunden nach beendigtem Furchenziehen u n t e n zur Hälfte (also auf 1 cm) zusammengeflossen sein (Abb. 6). — Beim Ziehen der Furche soll der seitliche waagerechte Rand der Schablone die Oberfläche des eben abgeglichenen Erdbreies gerade bestreichen, o h n e j e d o c h e i n z u t a u c h e n. Die Schablone ist lotrecht zu halten und — falls eine runde Porzellanschale (Abdampfschale) von etwa 22 bis 25 cm oberem Durchmesser benutzt wird — am Ende der Furche bogenförmig am Rande der Schale herumzuführen, damit der herausgeschabte Erdbrei möglichst wenig zurückfließt. Bei feinsandig-schluffiger Erde sind Erschütterungen und Schwingungen der Versuchsschale zu vermeiden, um den Erdbrei nicht vorübergehend dünnflüssiger zu machen.

Die beim Aufbereiten der Erde entfernten Steinchen > 2 mm sind nach Säuberung zu trocknen und als Anteil an der Gesamtkörnung (Steingehalt) anzugeben, damit gegebenenfalls eine Umrechnung der ermittelten w_0-Werte auf Gesamtkörnung erfolgen kann. — Infolge des Durcharbeitens mit der Hand hat der Erdbrei eine Versuchstemperatur von 20 bis 26° C, die möglichst innezuhalten ist, weil w_0 etwas temperaturveränderlich ist. So wurden z. B. für einen mittelfeinen Ton aus Ratibor folgende Werte gefunden:

Temperatur =	2°	23,5°	45° C.
w_0 =	0,954	1,013	1,137.

Mitunter hat man nur wenig Erde zur Verfügung. Man kann dann eine Abdampfschale von 15 bis 20 cm oberem Durchmesser nehmen und eine quadratische Furche von 1,5 cm ziehen, die sich dann unten um etwa 0,5 cm (d. h. bis auf 1,0 cm) zusammenziehen muß. Man kommt dadurch notfalls noch mit 300 g Erde aus, doch ist der w_0-Wert auf diese Weise nicht mehr so genau zu ermitteln.

Da das Ziehen der Furche von verschiedenen Personen mit unterschiedlicher Geschicklichkeit erfolgt, habe ich die in Abb. 7 gezeigte Schale bauen lassen, die eine Führung der Schablone gestattet. Für kleine Probemengen wird eine ähnlich gebaute kleinere Schale benutzt.

Ein beachtlicher Vorteil der Breiwasserzahl gegenüber der Fließgrenze ist, daß erstere auch für stark schluffige oder feinsandige Erdproben noch verhältnismäßig sicher zu ermitteln ist.

Die Einheitswasserzahl w_1 entspricht dem Wassergehalt für 1,0 kg/cm² Belastung nach erfolgtem Druckausgleich des Porenwassers. Eine kleine Menge des bis w_0 aufbereiteten Erdbreies wird in einem Messingtopf eingebracht und mit Hilfe einer porösen Druckplatte stufenweise bis 1,0 kg/cm² belastet. Dabei wird die Erdprobe zusammengedrückt, und das ausgepreßte überschüssige Porenwasser entweicht nach außen hin durch die Filterplatte. Nachdem die Zusammendrückung unter der letzten Belastung hinreichend abgeklungen ist, stellt man schnell die Wasserzahl w_1 der Erdprobe fest.

Um den störenden Einfluß der Seitenreibung des Drucktopfes herabzudrücken, darf die Schichtdicke des Erdbreies beim Einbau nicht mehr als 2/3 des Topfdurchmessers betragen. Der Verfasser verwendet zur Ermittlung von w_1 das in Abb. 8 gezeigte Normalgerät[16]) mit einem Drucktopf von 35,7 mm lichtem Durchmesser (10 cm² Grundfläche). Der Erdbrei wird mit 10 mm Schichtdicke eingebracht und nacheinander mit 100 g, 500 g, 2 kg und 10 kg zusätzlich belastet, wobei jedesmal das vorherige Gewicht wieder fortgenommen wird. Die einzelnen Drucksteigerungen dürfen nicht zu schnell hintereinander erfolgen, damit die Erdprobe Zeit hat, ihr überschüssiges Porenwasser abzugeben (beim Ton je nach Feinheit 1 bis 4 Stunden je Laststufe). Unter der letzten Last von 10 kg (rd. 1,0 kg/cm²) muß man sicherheitshalber länger warten (beim Ton am besten über Nacht). — Während der Belastung muß dauernd Wasser im Umlaufkanal der Messingdose vorhanden sein, um das Austrocknen der Erdprobe zu verhindern. Die Entlastung muß möglichst schnell erfolgen, damit nicht von oben her wieder Wasser aufgenommen wird. Nach dem Abnehmen der Filterplatte wischt man das noch auf der Oberfläche der Probe befindliche Wasser schnell fort und schabt vorsichtshalber mit einem Blechstreifen noch etwa ½ bis 1 mm von der Oberfläche herunter, bevor man w_1 feststellt. — Nach dem Versuch wird die Druckseite der Filterplatte mit Hilfe eines kräftigen, schräg auftreffenden Wasserstrahles gesäubert.

Durch w_1 wird die Wasserzahl für eine bestimmte mittlere Belastung gefunden, wodurch der Anschluß an die bautechnischen Aufgaben erhalten wird, bei denen ebenfalls alles auf Belastungen bezogen ist (s. nachstehend). — Aus den vom Verfasser in großer Zahl

[14]) Die erste kurze Mitteilung darüber erfolgte in Bautechn. 19 (1941), Heft 5, S. 54 auf Wunsch des Verfassers durch Tiedemann. w_0 wird seit 1930, w_1 seit 1938 verwendet.

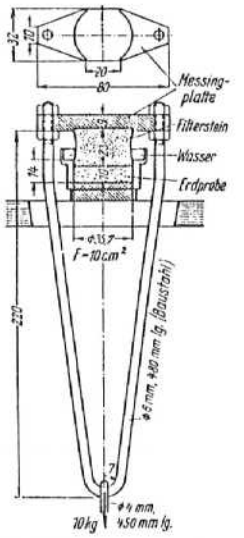
[15]) Man sollte auch bei der Ermittlung der Atterberg-Grenzen nur von n a t u r f e u c h t e m Erdstoff ausgehen, weil die feinsten Teilchen durch Trocknung verändert werden können.

[16]) Die Normalgeräte für w_1 und w_0, wie auch andere Prüfgeräte können durch Vermittlung des Verfassers bezogen werden. Anschrift: Neuenhagen bei Berlin, Humboldtstr. 23.

ermittelten w_0- und w_1-Werten geht hervor, daß bindige Erdstoffe bei gleichem w_0 noch merklich verschiedene w_1-Werte haben können. Zur zahlenmäßigen Kennzeichnung und Einordnung bindiger Erdproben sind daher beide Werte nötig. Den Unterschied $w_0 - w_1$ kann man — ähnlich wie bei der Fließ- und Ausrollgrenze — als eine Art Bildsamkeitszahl betrachten; er sei als Verformungsindex bezeichnet.

Abgeleitete Kennwerte.

Zur Einordnung des natürlichen (= in der Natur vorgefundenen) Wassergehaltes w_n war es bisher schon üblich, die Fließ- und Ausrollgrenze als Vergleichsskala heranzuziehen, wobei der Fließgrenze



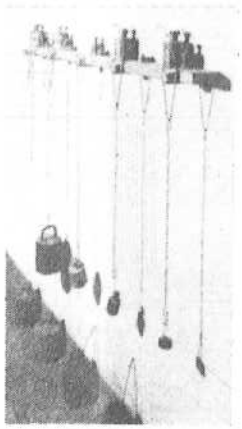


Abb. 8. Gerät zur Ermittlung der Einheitswasserzahl w_1.

die Zahl Null und der Ausrollgrenze die Zahl 1,0 zugeordnet wurde. Auf diese Weise entstand der

$$\text{Steifegrad: } St = \frac{w_F - w_n}{w_F - w_A}.$$

In ähnlicher Weise auch beim Brei- und Einheitswassergehalt vorzugehen, empfiehlt sich nicht, weil dann die Bezogenheit auf Belastungen verloren geht. Es ist aber möglich, aus dem Vergleich des natürlichen Wassergehaltes mit der sog. „Erstbelastungskurve"[17]) die zugehörige Belastung zu ermitteln. Dieser Wert sei Belastungsgleichwert (p_w) genannt. Aus früher angegebenen Formeln[17]) kann man unschwer die für den Belastungsgleichwert benötigten Formeln gewinnen. Man erhält für den Fall der Gültigkeit des Zusammendrückungsgesetzes (verhinderte Seitendehnung): Verdichtungszahl[18]) $V = (v) \cdot p$ (fetter Lehm, Ton und Torf) die Formel:

$$(p_w) = \frac{p_w}{p_{1,0}} = \left(\frac{1/s + w_1}{1/s + w_n}\right)^{(v)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

und für das Gesetz $V = v \cdot \left(\frac{p}{p_{1,0}}\right)^{\omega}$ (sandigere Erdstoffe):

$$(p_w)^{1-\omega} = 1 + (1-\omega)\,\frac{v}{p_{1,0}} \cdot ln\,\frac{1/s + w_1}{1/s + w_n} \quad . \quad (10)$$

Die in diesen Formeln benötigten Baugrundwerte v und ω können aus den Abb. 10 und 11 (s. weiter nachstehend) entnommen werden. Hiernach ist die Einordnung des Wassergehaltes mit Hilfe von w_0 und w_1 wohl etwas umständlicher als die Ermittlung des Steifegrades für w_F und w_A; jedoch ist durch die Angabe einer gleichwertigen Belastung der Vorteil erreicht, daß durch bloße Angabe des Wassergehaltes ein Anhaltspunkt über die Vorverdichtung gewonnen wird. Denn es kann von vornherein ausgesagt werden, daß die Vorbelastung gleich oder größer als p_w sein muß[17]) (einwandfreie Ermittlung von w_n selbstverständlich vorausgesetzt). Nach einer ähnlich eindeutigen Auskunft sucht man bislang bei bekannter Fließ- und Ausrollgrenze leider vergebens.

Um einen Anhalt für die Wasserbindung an der Oberfläche der Erdteilchen zu erhalten — die bei gleicher wirksamer Korngröße bekanntlich verschieden sein kann und im Hinblick auf die bautechnischen Eigenschaften offensichtlich wichtig ist — kann der Verformungsindex $(w_0 - w_1)$ auf die Oberfläche des Erdstoffes bezogen werden, wodurch etwa die mittlere Schichtdicke des im w_0-Zustande festgehaltenen Wassers gefunden wird. Unter der Annahme kugeliger Gestalt der Erdteilchen erhält man für diese Schichtdicke

$$\Delta = \frac{1}{6}\,(w_0 - w_1)\,\delta_w$$

mit δ_w als wirksame Korngröße gleicher Oberfläche. Da jedoch die Erdteilchen nicht kugelig sein werden, ist an Stelle von 6 eine höhere Zahl einzusetzen. Man wird deshalb der Wirklichkeit wahrscheinlich nahekommen, wenn man zur Vereinfachung der Rechnung 6 durch 10 ersetzt, also anschreibt:

$$\Delta \approx \frac{1}{10}\,(w_0 - w_1)\,\delta_w \quad . \quad . \quad (11)$$

Professor F. Zunker (Dresden) brachte dem Verfasser gegenüber vor einiger Zeit zum Ausdruck, daß die in der (landwirtschaftlichen) Bodenkunde verwendete Hygroskopizität[19]) (Gewichtsvermehrung der trockenen Erdkörnchen durch hygroskopisches Wasser, aufgenommen über 10prozentiger Schwefelsäure) auch im Bauwesen eingeführt werden sollte, da hierdurch ein Maß für die wichtige Oberflächenwirkung erhalten werde. Leider erfordert die Ermittlung der Hygroskopizität nach Mitscherlich aber 5 Tage Zeit und ist schon deshalb zur schnellen Kennzeichnung von Erdproben nicht recht geeignet. Der Verfasser wird trotzdem versuchen, nachzuprüfen, wie weit die Hygroskopizität (Hy) als Kennzahl der Wasserbindung der Oberfläche geeignet ist. Man müßte zu diesem Zweck ebenfalls die Formel (11) benutzen, nur daß an Stelle von $(w_0 - w_1)$ der Wert Hy einzusetzen wäre.

Die vorstehend angedeutete weitere Erforschung und Nutzbarmachung der Wasserbindung an der Erdkörnchen-Oberfläche erfordert nach Gl. (11) eine leidlich genaue Ermittlung der wirksamen Korngröße δ_w. Es müssen daher die in letzter Zeit bei stark bindigen Erdstoffen etwas vernachlässigten Schlämmverfahren (Ermittlung der Körnungslinie) wieder mehr in den Vordergrund treten.

Die Säulen-Druckfestigkeit.

Die Druckfestigkeit ungestört entnommener Erdproben läßt — auf dem Umwege über den Gleitwiderstand — wichtige Rückschlüsse zu über den Spannungszustand (Vorspannung einer bindigen Erdschicht[17]); schon aus diesem Grunde sollte die Druckfestigkeit möglichst oft festgestellt werden. Wie der Verfasser kürzlich mitteilte[17]), besteht zwischen der Druckfestigkeit σ_D und der lotrechten Erdkornpressung p für den Zustand der Ersthelastung angenähert der Zusammenhang:

$$\sigma_D = \frac{1 + 2 \cdot V/S}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot 2\sqrt{\lambda}\left(\mu \cdot \frac{1 + 2\,\lambda_n \cdot V/S}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot p + k\right) \quad (12)$$

mit μ als Beiwert der wahren inneren Reibung, k als Eigenfestigkeit ($= \varkappa \cdot p_v$ mit $\varkappa \approx 0{,}04$ als Eigenfestigkeitsbeiwert und p_v als Vorbelastung), λ_n als Verhältnis des Seitendruckes zur Auflast[20]), V/S als Verhältnis der Verdichtungs- und Schwellzahl ($\approx 0{,}10$ bis $0{,}30$) und $\lambda = \left(\sqrt{1 + \mu^2} + \mu\right)^2 = tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2}\right)$ mit $\varrho = arc\,tg\,\mu$ als Reibungswinkel. Hieraus folgt umgekehrt für p:

$$\frac{1 + 2\,\lambda_n \cdot V/S}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot p = \frac{\lambda + 2 \cdot V/S}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot \frac{\sigma_D}{2\,\mu\sqrt{\lambda}} - \frac{k}{\mu} \quad (12a)$$

Der Reibungsbeiwert μ folgt aus $\mu = \mu_0 - \varkappa$; der Beiwert μ_0 kann aus Abb. 12 entnommen werden.

Erhält man nach Gl. (12a) die lotrechte Erdpressung p erheblich niedriger als den Belastungsgleichwert nach (9) oder (10) aus dem

[17]) Vgl. den Aufsatz des Verfassers über „Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes" in Bautechn. 26 (1949), Heft 5, S. 129—134.

[18]) Wie früher ist $V = \frac{dp}{dz} \cdot z$ gesetzt mit dz als Aenderung der Schichtdicke z unter der zusätzlichen Belastung dp. Entsprechendes gilt für die Schwellzahl S der Entlastungslinie.

[19]) Vgl. E. Blanck, Handbuch der Bodenlehre, Bd. 6, Berlin 1930, Julius Springer.

[20]) Der Verfasser setzt vorläufig für ersthelastetes Erdreich (vgl. Anm. 6 in Bautechn. 16 (1938), Heft 10/11, S. 150):

$$\lambda_n = \left(\sqrt{1 + \frac{1}{4} \cdot \mu^2} + \frac{\mu}{2}\right)^2$$

und für stärker vorbelastetes Erdreich $\lambda_n \approx 1{,}0$.

natürlichen Wassergehalt, so ist damit nachgewiesen, daß die geologische Vorbelastung p_V größer als die jetzige Erdpressung $\bar{p}$ ist[21]). Dann gilt $V \approx S$, und man erhält mit der Näherung $\lambda_n \approx 1{,}0$ an Stelle von (12a) für stärker vorverdichtetes Erdreich:

$$\bar{p} \approx \left(\frac{3}{\sin\rho} - 1\right)\frac{\sigma_D}{6} - \frac{k}{\mu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

mit $k \approx \varkappa \cdot p_V$. Es ist dann $p_V > p_W$, und der Wassergehalt w_n muß dem Punkte $\bar{p}$ der von p_V ausgehenden Schwellkurve (Entlastungskurve) entsprechen. Die Aufgabe läuft auf die Auflösung von 2 Gleichungen für die 2 Unbekannten $\bar{p}$ und p_V hinaus, welche am besten zeichnerisch nach Abb. 9 erfolgt, indem die strichpunktierte Schwellkurve bekannter Neigung durch Probieren so gelegt wird, daß w_n in $\bar{p}$ und die Erstbelastungskurve in p_V geschnitten wird unter gleichzeitiger Beachtung der Bedingung (13). Rechnerisch erhält man (für $\omega = 1$!) die Gleichungen[21]):

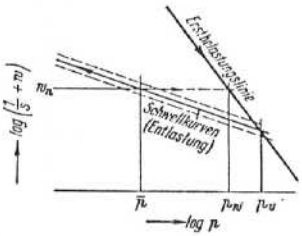


Abb. 9. Angenäherter Zusammenhang zwischen Vorbelastung p_V und jetziger Pressung $\bar{p}$ für den Fall: $\bar{p} < p_W$ oder $\bar{p} < p_V$.

$$\bar{p} + \frac{\varkappa}{\mu} \cdot p_V = \left(\frac{3}{\sin\rho} - 1\right)\frac{\sigma_D}{6} \text{ und } \left(\frac{p_V}{p_{1,0}}\right)^{1/(v)} \cdot \left(\frac{\bar{p}}{p_V}\right)^{1/(\bar{s})} = \frac{1/s + w_{1,0}}{1/s + w_n}$$

mit $(\bar{s})$ als Schwellbeiwert ($= S_{1,0}/p_{1,0}$).

Der Kegeldruckwert.

In Schweden wird die Eindringung eines 60°-Kegels als ein Maß für die vorhandene Festigkeit betrachtet. Die Festlegungen in dieser Hinsicht sind unterschiedlich. Der Verfasser bezeichnet die für 10 mm Eindringung erforderliche Kraft als Kegeldruckwert (in g oder kg). Der Vorteil der Kegeldruckversuche ist ihre leichte Anwendbarkeit, besonders auch für gewachsene Erdproben.

Die Lagerungsdichte sandiger Schichten.

Die Eigenschaften von Sand- oder Kiesschichten sind neben der Kornrauhigkeit bekanntlich sehr von der Lagerungsdichte abhängig. Diese kann man aber bislang normalerweise nur in Schürfgruben zuverlässig feststellen. Für Bohrlöcher bleibt nur die mittelbare Prüfung durch Eindrücken oder Einschlagen einer Sonde übrig (Stahlstange mit verdickter Spitze oder Stempeldruckversuche). Ueber den Eindringungswiderstand einer Sonde berichten u. a. Terzaghi[22]), Preß[23]), Barentsen[24]), Tiedemann (Anm. 10), Paproth[25]), Hoffmann und Muhs[26]). Der Widerstand P nimmt mit der Dichte stark zu und ist daher ein brauchbares Vergleichsmaß für die Lagerungsdichte. Wird $P = \bar{e} \cdot \frac{d^2\pi}{4}$ mit $\bar{e}$ als Eindringungszahl gesetzt (d = größter Kegeldurchmesser), so gilt nach den bisherigen spärlichen Versuchswerten etwa:

$\bar{e}$ =	< 25	25 bis 50	50 bis 100	100 bis 200	200 bis 300 kg/cm²
Lagerung =	sehr locker	locker	mitteldicht	dicht	sehr dicht

Für Schlagsonden muß der Eindringungswiderstand P nach einer zuverlässigen Rammformel aus der Eindringung e beim letzten Rammschlage (Fallhöhe h, Rammbärgewicht R, Sondengewicht Q, Stoßzahl $\varkappa \approx 0{,}5$) ermittelt werden. Der Verfasser benutzt hierzu seine eigene Rammformel:

$$P - Q = \frac{2e}{f_1}\left[-1 + \sqrt{1 + \left(1 + \varphi\frac{h}{e}\right) \cdot \frac{R \cdot f_1}{e}}\right] \quad . \quad (14)$$

mit $\varphi = \frac{(1+\varkappa)R}{2R + (1-\varkappa)Q}$ und $f_1 \approx \frac{l}{E \cdot F}$

(l = Stablänge, F = Stabquerschnitt, E = Elastizitätszahl für den Sondenstahl), deren Ableitung an anderer Stelle mitgeteilt wird.

[21]) Allerdings sollten für diesen Nachweis möglichst die Daten $w_{1,0}$ und v des gewachsenen Erdreiches genommen werden, weil die Erstbelastungslinien für ungestörte und gestörte Erdproben sich nicht immer decken.
[22]) Bautechn. 8 (1930), Heft 34, S. 520.
[23]) Bautechn. 10 (1932), Heft 3, S. 39.
[24]) De Ingenieur 1935, S. B 93 u. 101.
[25]) Bautechn. 21 (1943), Heft 52/56, S. 327.
[26]) Bautechn. 22 (1944), Heft 33/36, S. 149.

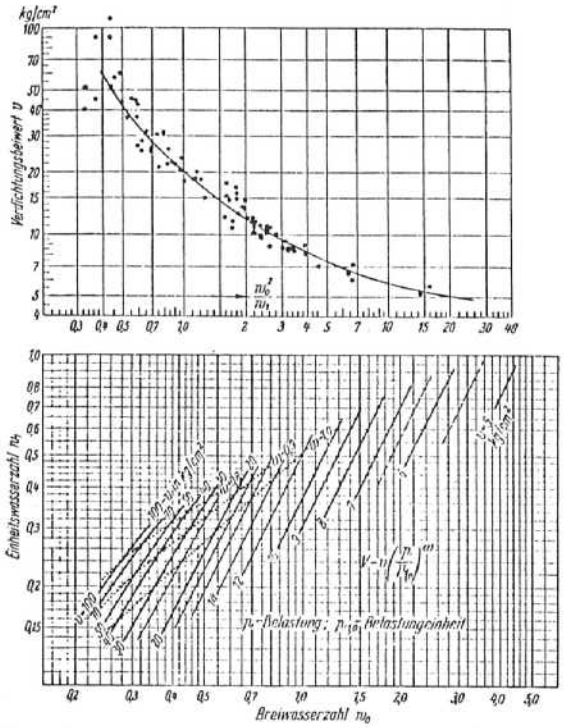


Abb. 10. Der Verdichtungsbeiwert v als Funktion von w_n und w_1 (für $s > 2{,}5$).

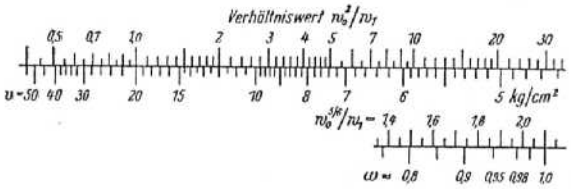


Abb. 11. Skala der Beiwerte v und ω für Erstbelastung ($s > 2{,}5$).

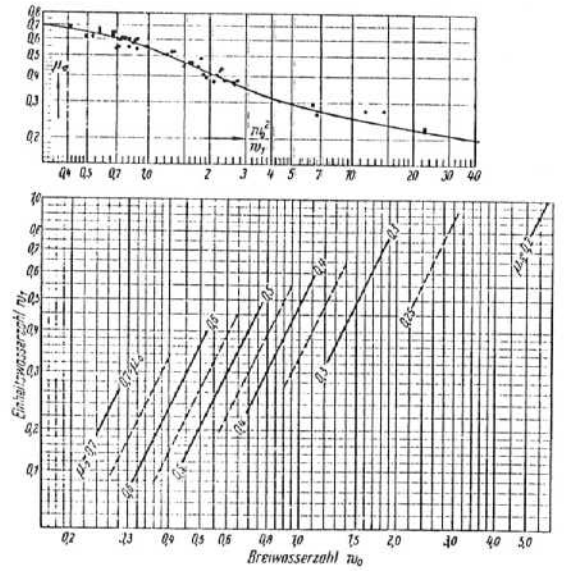


Abb. 12. Der Gleitwiderstandsbeiwert μ_0 für Erstbelastung als Funktion von w_n und w_1 (für $s > 2{,}6$).

Einige Zusammenhänge zwischen Kennzahlen und bautechnischen Eigenschaften.

Die angedeuteten Zusammenhänge können nur durch statistische Auswertung zahlreicher Versuche gewonnen werden. Angesichts der Wichtigkeit des Themas verfolgt der Verfasser die genannten Abhängigkeiten schon jahrelang und konnte neuerdings Mittel für eine gründlichere Auswertung erhalten. Deshalb sei das Ergebnis der bisherigen Bemühungen kurz zusammengestellt.

Trägt man die Breiwasserzahl w_0 waagerecht in logarithmischem Maßstabe auf und die Einheitswasserzahl w_1 lotrecht in gleichem Maßstabe, so wird jede Erdprobe durch den Kreuzungspunkt ihrer w_0-Lotrechten mit ihrer w_1-Waagerechten festgelegt. An diesem Schnittpunkt kann man dann den gefundenen bautechnischen Grundwert vermerken. Nach einer größeren Anzahl von Versuchspunkten kann man gemittelte Linien einzeichnen, die jeweils für einen konstant bleibenden Grundwert gelten. Abb. 10 unten zeigt die in dieser Weise gefundene mittlere Abhängigkeit des Verdichtungsbeiwertes v (Zusammendrückungszahl bei behinderter Seitendehnung in kg/cm² für 1,0 kg/cm² Erstbelastung) von w_0 und w_1 für bindige Erdstoffe ohne nennenswerten Humusgehalt. Man erkennt deutlich, daß v nicht nur von w_0, sondern auch von w_1 abhängig ist. Da die Linien größtenteils parallel laufen, gelangt man zur Funktion $w_0^2/w_1 = f(v)$, wodurch eine Darstellung der Streuung der Versuchswerte möglich wird, wie sie in Abb. 10 oben gezeigt ist. Es ergibt sich eine mittlere Streuung der Einzelwerte von rd. 10%. Der einfacheren Ablesung halber kann die obere Versuchskurve als Skala dargestellt werden (Abb. 11).

In ähnlicher Weise kann man auch andere Grundwerte untersuchen und findet z. B. für die im Krey-Gerät untersuchte Reibung bindiger Erde die Beziehungen nach Abb. 12 und die Skala nach Abb. 13 (mittlere Streuung etwa 5%) und für den

Abb. 13. Skala des Beiwertes μ_0 für Erstbelastung (für $\varepsilon > 2{,}6$).

Wasserdurchlässigkeitsindex c_1 (= Wasserdurchlässigkeit c für p = 1,0 kg/cm² Erstbelastung) die Abhängigkeit etwa nach Abb. 14 mit allerdings größerer Streuung. Wenn man bedenkt, wie umständlich ein Reibungsversuch immerhin durchzuführen ist (falls mit Sorgfalt vorgegangen wird, um ein gesichertes Ergebnis zu erhalten), so leuchtet der Vorteil der empirisch gefundenen Funktion nach Abb. 13 wohl ohne weiteres ein, denn w_0 und w_1 können notfalls auf jeder größeren Baustelle mit behelfsmäßigen Mitteln festgestellt werden. — Aus Abb. 14 kann man die für Dichtungszwecke wichtige Abhängigkeit: $w_1 < 0{,}55\, w_0$ ablesen, falls die Wasserdurchlässigkeit $c < 10^{-7}$ cm/sek sein soll. Das Verhältnis w_0/w_1 kann hiermit als eine Art Gütezahl zur Beurteilung der Dichtungswirkung betrachtet werden, indem $w_0/w_1 > 2{,}5$ für guten Dichtungston gilt und $1{,}5 < w_0/w_1 < 2{,}5$ für Erdstoff, der in größerer Schichtdicke noch gut dichtet.

Die wirksame Korngröße kann besonders für sandigeres Erdreich mit Vorteil zur Kennzeichnung und Einordnung herangezogen werden. So findet man beispielsweise, daß das von A. Casagrande in Gestalt zweier Körnungskurven angegebene Kriterium für die Frostgefährlichkeit[22]) bei der Verwendung der wirksamen Korngröße auf die eindeutige Bedingung führt: δ_w darf nicht kleiner sein als 0,045 mm. Daß die wirksame Korngröße bei der Wasserdurchlässigkeit von Sanden die größte Rolle spielt, wurde bereits an Hand der Formel (7) für den Rauhigkeitsgrad erkennbar. Diese Formel ist natürlich nur innerhalb der Gültigkeitsgrenzen des linearen Gesetzes richtig, nach Versuchsergebnissen für

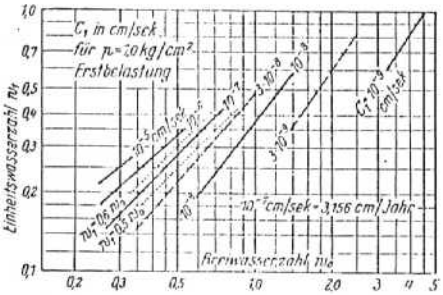


Abb. 14. Ungefähre Abhängigkeit des Wasserdurchlässigkeitsbeiwertes c_1 von w_0 und w_1 (für $\varepsilon > 2{,}6$).

ein Druckgefälle $i \approx \frac{\nu}{(1+\varepsilon)\, c\, \delta_w}$ mit ν als kinematischer Zähigkeit (ν = 0,01310 cm²/sek für Wasser von 10° C.; im übrigen vgl. Abb. 4). Für größeres Gefälle nimmt c mit ansteigendem i langsam ab. Es wurde im Laufe des Aufsatzes schon erwähnt, daß die Eigenschaften von Sand vor allem von der Lagerungsdichte und dem Rauhigkeitsgrad abhängen. Abb. 15 zeigt den Reibungsbeiwert μ (= tg ϱ mit ϱ als Reibungswinkel) als Funktion dieser beiden Kennwerte, wie man ihn nach bisher bekannt gewordenen und eigenen Versuchsergebnissen etwa erhält. Da die genauen Kennwerte bislang nicht ermittelt wurden, ist Abb. 15 nur als vorläufige Einschätzung zu betrachten. Genauere Versuche sind in Vorbereitung.

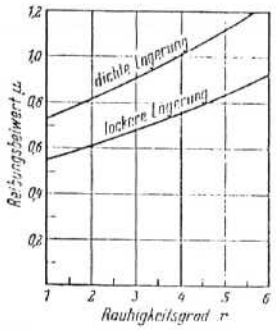


Abb. 15. Ungefähre Abhängigkeit des Reibungsbeiwertes von Sand vom Rauhigkeitsgrad u. der Lagerungsdichte.

Diese Beispiele mögen vorerst genügen. Sie dürften gezeigt haben, daß das Aufsuchen von Abhängigkeiten zwischen Kennwerten und bautechnischen Zahlen kein aussichtsloses Bemühen darstellt (wie es zuweilen schon zum Ausdruck gebracht wurde), sondern seine Früchte trägt, wenn zweckmäßige Kennzahlen verwendet werden. Ueber weitere Ergebnisse wird später nach Abschluß der Untersuchungen berichtet werden.

[22]) Straßenbau 1934, S. 25.

VERÖFFENTLICHUNGEN DER FORSCHUNGSANSTALT
FÜR SCHIFFAHRT, WASSER- UND GRUNDBAU

Herausgegeben vom Direktor

Nr. 6

Über den Gleitwiderstand der Erdstoffe

von

Johann Ohde †

1955

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Übersicht

Die Tragfähigkeit des Untergrundes ist durch den Gleitwiderstand des Erdreiches begrenzt (innere Reibung und Festigkeit). In der vorliegenden Arbeit werden die an sich bekannten Probleme des Gleitwiderstandes sandiger und bindiger Erdstoffe kurz zusammengestellt. Ausführlicher wird die bisher noch ungelöste Aufgabe behandelt, den Gleitwiderstand bindiger Erdstoffe bei plötzlicher Schubbelastung zu finden. Dieser Grenzfall kommt im Bauwesen sehr häufig vor und verdient wegen seiner ungünstigen Ergebnisse vermehrte Beachtung. Diesbezügliche erdstatische Folgerungen werden angedeutet. Nach einem Vergleich der vorgelegten Theorie mit Versuchsergebnissen und einem Hinweis auf natürliche Gleitflächen und den Einfluß von Fließerscheinungen wird am Schluß die Wichtigkeit weiterer systematischer Versuche betont.

Bei vielen Aufgaben des Grundbaues ist die erforderliche Sicherheit gegen Gleitflächenbruch des Erdreiches der Ausgangspunkt für Bemessung oder Formgebung. Diese Sicherheit

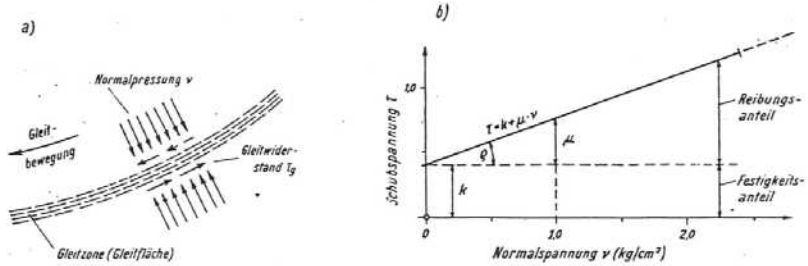


Abb. 1. Das Coulombsche Gleitwiderstandsgesetz (für begrenzte Bereiche näherungsweise gültig)

ist von manchen Faktoren abhängig, die hier nicht im einzelnen behandelt werden sollen; in erster Linie ist aber naturgemäß die Größe des Gleitwiderstandes selbst maßgebend. Da hierüber im Schrifttum oft noch recht unterschiedliche, z. T. auch fehlerhafte Auffassungen zu finden sind, seien nachstehend die Deutungen und Ergebnisse des Verfassers zur Diskussion gestellt, wie sie zur Hauptsache im Laufe der letzten fünf Jahre erhalten wurden. Dabei soll die geschichtliche Entwicklung kurz berührt werden, soweit sie dem Verfasser bekanntgeworden ist und in dem hier behandelten Zusammenhang wichtig erscheint.

Nach der üblichen, schon von COULOMB vertretenen Auffassung besteht der Gleitwiderstand τ_g der Erdstoffe aus dem Anteil der inneren Reibung (mit der Normalpressung ν verhältnisgleich zunehmend) und einer gewissen Gleitfestigkeit oder Kohäsion k (in kg/cm² oder t/m², von ν unabhängig):

$$\tau_g = k + \mu \cdot \nu, \tag{1}$$

wobei der Faktor μ als Reibungsbeiwert bezeichnet wird: $\mu = \operatorname{tg} \varrho$; ϱ = Reibungswinkel, Abb. 1. Diese Hypothese ist durch die Versuchsergebnisse oft recht gut bestätigt worden

und kann auch in grundsätzlicher Hinsicht nicht als falsch bezeichnet werden; es kommt aber sehr darauf an, genau zu definieren, was unter Reibung oder Festigkeit zu verstehen ist. Besonders zur einwandfreien Deutung von Versuchsergebnissen *bindiger* Erdstoffe sind wir gezwungen, die Einzelursachen physikalisch genauer zu zergliedern.

Sandige Erdarten

Für *Sande* liegen klare Verhältnisse vor, indem dann Gleichung (1) ohne weiteres als gültig angenommen werden kann. Die Festigkeit k ist dann meist nur gering, so daß der Gleitwiderstand hauptsächlich durch den Beiwert μ der inneren Reibung gegeben ist.

Allerdings ist nachdrücklichst darauf hinzuweisen, daß der Reibungsbeiwert μ für ein und denselben Sand *unterschiedliche* Werte annehmen kann, da durch Versuchsergebnisse eine Abhängigkeit von folgenden Faktoren nachgewiesen worden ist:

a) von der Lagerungsdichte (locker oder dicht),
b) von der Korngestalt und -rauhigkeit (rundlich oder eckig),
c) von der Korngrößenmischung (gleichförmig oder gemischt),
d) von der Art des räumlichen Spannungszustandes (Kleinst- oder Größtwert der mittleren Hauptspannung).

Nach bisherigen Versuchswerten nimmt μ mit der Lagerungsdichte, der Rauhigkeit und der Gleichförmigkeit der Körnung zu. Jedoch sind diese Zusammenhänge meines Wissens bislang noch nicht systematisch verfolgt worden. Die nachstehende Zusammenstellung kann deshalb auch nur Anhaltspunkte liefern:

		rundlich	überwiegend eckig	scharfkantig
gleichförmiger Sand	locker	$\mu = 0{,}60$	$\mu = 0{,}70$	$\mu = 0{,}90$
	dicht	$\mu = 0{,}75$	$\mu = 0{,}90$	$\mu = 1{,}20$
ungleichförmiger Sand (Kiessand)	locker	$\mu = 0{,}55$	$\mu = 0{,}65$	$\mu = 0{,}85$
	dicht	$\mu = 0{,}70$	$\mu = 0{,}85$	$\mu = 1{,}10$

Nach einigen Versuchen scheint μ für größere Normaldrücke (> 5 kg/cm²) etwas abzunehmen. Bemerkenswert ist der Hinweis von TERZAGHI, daß die innere Reibung auch von der Größe der mittleren Hauptspannung abhänge. In der Tat erhielten W. KJELLMAN[1] und W. BERATZIK[2] Reibungsbeiwerte von etwa $\pm 10\%$ des mittleren Wertes je nach der Größe der mittleren Hauptspannung (lotrecht zur Bildebene). Hiernach müssen durch Zerdrückungsversuche mit Sandzylindern geringere μ-Werte erhalten werden als durch normale Reibungsversuche mit ebenem Dehnungszustand.

Sehr locker gelagerte Sande erleiden in der Gleitzone eine Verdichtung, dicht gelagerte Sande dagegen eine Auflockerung[3], doch ist diese an sich einleuchtende Erscheinung zahlmäßig noch nicht in einwandfreier Weise systematisch verfolgt worden.

Wie bereits angedeutet, besitzen sandige Erdschichten nur selten eine merkliche Festigkeit. In Einzelfällen können ein geringer Strukturwiderstand (mit der Lagerungsdichte

[1] On Undersökning av jordarters deformationsegenskaper, Teknisk Tidsskrift 1936, Heft 8.
[2] W. BERNATZIK: Baugrund und Physik. Schweizer Druck- und Verlagshaus, Zürich 1947, S. 133–136.
[3] Vgl. TERZAGHI: Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien 1925 Fr. Deuticke), sowie A. CASAGRANDE in Journ. Boston Soc. of Civ. Eng., Jan. 1936.

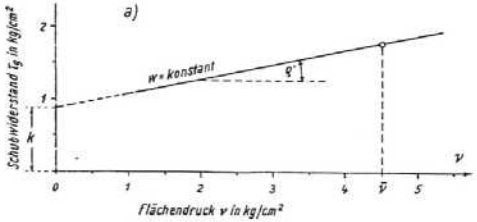
zunehmend) und eine gewisse Eigenfestigkeit durch chemische Verkittung (kalkige oder organische Beimengungen) vorhanden sein. Dazu kommt oberhalb der Saugzone des Grundwassers im Feinsand eine meist auch nur geringe Kapillarfestigkeit $k \approx \mu \cdot \nu_k$ mit ν_k als Saugspannung (kapillare Steighöhe[1]), die aber durch lotrecht einsickernde Niederschläge aufgehoben werden kann und deshalb nicht immer dauernd vorhanden ist. Immerhin kann diese letztere Festigkeit in Feinsand Werte bis zu 2,0 t/m² erreichen und muß deshalb bei Versuchen mit feuchtem Sand beachtet werden.

Schluffige oder schwach verlehmte Erdschichten (auch echter Löß und sandiger Mergel) besitzen einen Gleitwiderstand, der ebenfalls nach Gl. (1) verläuft, nur daß die Festigkeit k größere Werte aufweisen kann, die z. T. auch durch Grundwasser nicht herabgesetzt werden. Diese halbbindigen Erdstoffe zählen also eigentlich hinsichtlich ihres Gleitwiderstandsgesetzes noch zu den „sandigen" Erdarten.

Gleitwiderstands-Hypothesen für bindige Erdstoffe

Weniger einfach als bei sandigen Erdstoffen sind die Gleitwiderstandsgesetze bindiger Erdstoffe, z. B. der Tone. In dieser Hinsicht war im Laufe der letzten Jahrzehnte nur ein langsames, schrittweises Eindringen neuer Erkenntnisse festzustellen, zeitweilig gehemmt durch unrichtige Vorstellungen oder fehlerhafte Versuchsbedingungen.

Den ersten Vorstoß hinsichtlich neuer Hypothesen scheint H. KREY gewagt zu haben, indem er darauf hinwies, daß der Gleitwiderstand der Tone in erster Linie von deren *Wassergehalt* abhängig sein müsse; insbesondere nahm KREY an, daß sich die Versuchswerte bei glei-



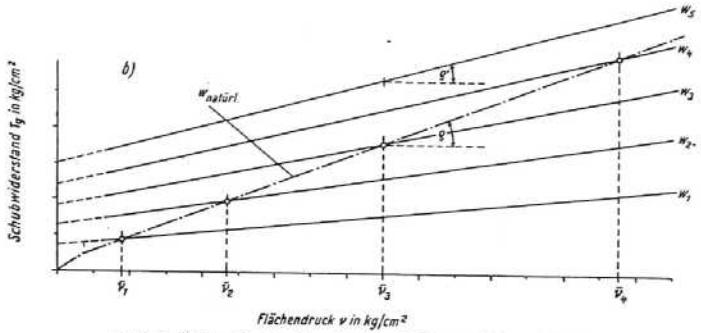


Abb. 2. Gleitwiderstandsverlauf nach KREY (schematisch)

[1] Für die Druckfestigkeit ν_D von Sandprismen findet man:

$$\nu_D = 2\mu\left(\mu + \sqrt{1+\mu^2}\right)\nu_K = \frac{2\sin\varrho}{1-\sin\varrho}\cdot\nu_K .$$

Hiernach kann ν_K auch aus ν_D berechnet werden, siehe Lit. 2, S. 145.

chem Wassergehalt angenähert durch eine nur schwach geneigte Gerade nach Abb. 2a darstellen lassen.[1] Er wies weiter darauf hin, daß der Wassergehalt nur für einen bestimmten, in der Natur gerade vorhandenen Flächendruck ($v = \bar{v}$ in Abb. 2a) unverändert bleibe und daß dieser „*natürliche*" *Wassergehalt* in verschiedener Tiefenlage wegen der veränderten Erdauflast unterschiedliche Werte annehme, wodurch „für die in der Natur vorhandenen mittleren Verhältnisse" (d. h. doch wohl: längs einer Gleitfläche) eine bedeutend steiler verlaufende Widerstandslinie — in Abb. 2b strichpunktiert — erhalten werde.[2] Für jeden Flächendruck — meinte KREY beiläufig — „können wir den natürlichen Wassergehalt leicht herstellen, wenn wir bei einer beliebigen Belastung v unter Wasser genügend lange warten, bis sich der (durch Messung festzustellende) Schubwiderstand nicht mehr ändert". Diese wertvollen Anregungen sind zunächst längere Zeit unbeachtet geblieben.

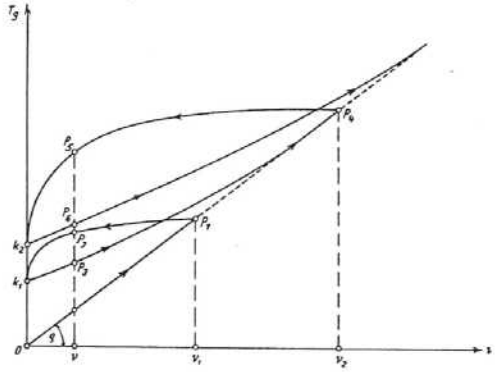


Abb. 3. Hysteresisschleifen des Gleitwiderstandsverlaufes nach TERZAGHI (schematisch)

Nur TERZAGHI ging halbwegs darauf ein und nennt den Neigungswinkel ϱ der (annähernd durch den Nullpunkt gehenden) strichpunktierten Linie in Abb. 2b den „Winkel der *vollen* inneren Reibung" und den Neigungswinkel ϱ' der voll ausgezogenen Linien für w = konstant den „Winkel der *abgeschwächten* inneren Reibung". Er wies darauf hin, daß die von FRANZIUS mit einem kreisrunden Reibungsgerät erhaltenen Versuchsergebnisse (vgl. Am. Soc. M. E. 1929, S. 600) „die KREYschen Ergebnisse im großen und ganzen zu bestätigen scheinen".

TERZAGHI entwickelte dann anschließend eine neue Hypothese durch die Mitteilung, daß Erdproben, die zunächst vorverdichtet sind, sodann entlastet und wieder belastet werden, einen Gleitwiderstandsverlauf nach Abb. 3 aufweisen mit ausgeprägten Hysteresisschleifen und stärker gekrümmtem Verlauf im Entlastungsbereich.[3] Hierbei sollen die Reibungsversuche derart durchgeführt sein, „daß sich der Wassergehalt der Proben der Druckänderung anpassen kann". Diese Anschauung deckt sich nicht mit der KREYschen

[1] H. KREY: Rutschgefährliche und fließende Bodenarten. Bautechnik 5 (1927), S. 485–489. — KREY schrieb offenbar unter dem Eindruck seiner ersten Versuchsergebnisse und des zwei Jahre vorher herausgekommenen wichtigen Buches von K. TERZAGHI: Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage (Leipzig und Wien 1925 — Fr. Deuticke). Vgl. auch H. KREY: Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes, 3. Aufl., Berlin 1926 (Wilh. Ernst & Sohn). TERZAGHI stellte in seinem Buche die physikalischen Ursachen der wichtigsten Erscheinungen und Eigenschaften der Erdstoffe heraus, wodurch die weitere Entwicklung der Baugrundlehre sehr gefördert worden ist.

[2] Vgl. hierzu auch die Andeutung des Verfassers in Bautechnik 16 (1938), S. 151, Abb. 4.

[3] K. TERZAGHI: The mechanics of shear failures on clay slopes and the creep of retaining walls. Public Roads 10 (1929), S. 147. — K. TERZAGHI: Festigkeitseigenschaften der Schüttungen, Sedimente und Gele. In Auerbach-Hort: Handbuch d. phys. u. techn. Mech., Bd. IV, 2. Hälfte, Leipzig 1931 (J. A. Barth).

Auffassung; doch sei immerhin vermerkt, daß weder KREY noch TERZAGHI Versuchsergebnisse zur Erhärtung ihrer Ansicht mitteilten.

Einen wichtigen Fortschritt verdanken wir später TERZAGHI durch den Hinweis, daß der Gleitwiderstand in erster Linie von der zwischen den Erdkörnern *wirksamen Normalpressung* abhängt, weil der Druck des Porenwassers keinen Beitrag zum Reibungswiderstand liefert.[1] Die gesamte Normalpressung ist also aufzuteilen in den Anteil des Porenwasserdruckes und den Anteil der Kornpressungen. Nur der letztere Anteil kommt neben der „*Eigenfestigkeit*"[2] für den Schubwiderstand in der Gleitfläche in Betracht. Allerdings können die wirklichen Kornpressungen auch vom Unterdruck des Porenwassers (Kapillardruck) herrühren, worauf TERZAGHI bereits früher hingewiesen hatte.[3] Die hierdurch entstehende „*Kapillarfestigkeit*" nennt TERZAGHI „scheinbare Kohäsion", weil sie durch längeren Zutritt von Wasser wieder zum Verschwinden gebracht wird.

A. CASAGRANDE und L. JÜRGENSON zeigten durch Versuche, daß erstmals verdichtete bindige Erdproben während des Schubversuches eine merkliche Zusammendrückung erfahren.[4] JÜRGENSON erklärt diese Volumenverminderung bei Schubbeanspruchung durch eine mechanische Umlagerung der Erdteilchen. Später wies J. HVORSLEV darauf hin[5], daß reine Schubbeanspruchung als die Zunahme der einen Hauptspannung angesehen werden könne. „Die Spannungszunahme verursacht bei natürlich verdichteten bindigen Erdstoffen eine Volumenverminderung. Diese Verminderung ist größer als die Volumenvergrößerung, welche durch die numerisch gleichgroße Abnahme der anderen Hauptspannung verursacht wird. Das Endergebnis ist daher eine Volumenverminderung." Aus dieser Tatsache folgt zwangsläufig, daß bei schneller Schubbelastung ein Überdruck des Porenwassers und damit eine Verminderung des Gleitwiderstandes eintreten muß, was JÜRGENSON auch versuchsmäßig nachwies. Der Gleitwiderstand wird also von der Geschwindigkeit der Schubbelastung beeinflußt, worauf schon TERZAGHI vorher an Hand einiger Versuchsergebnisse hingewiesen hatte.[6]

In Berlin hat nach dem Tode von KREY B. TIEDEMANN die Reibungsversuche mit bindigen Erdproben weitergeführt.[7] Um die von KREY angedeuteten Gesetze nachzuweisen, führte TIEDEMANN zunächst Reibungsversuche mit breiig aufbereiteten und genügend lange vorbelasteten Erdproben durch, wobei die Aufbringung der Schubbelastung hinreichend

[1] K. TERZAGHI: The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. Proc. of the Int. Conf. of Soilmechanics, Vol. I, S. 54–56, Cambridge (Mass.) 1936.

[2] TERZAGHI sagt: „Echte Kohäsion". Gemeint ist die dauernd vorhandene Festigkeit, die auch durch Wasserlagerung nicht aufgehoben wird.

[3] Der die bindigen Erdproben zusammenhaltende Kapillardruck v_K entspricht der Saugspannung des Porenwassers, die durch das Ausdehnungsbestreben der Erdprobe ausgelöst wird und die Erdprobe an weiterer Ausdehnung hindert. Diese „Vorspannung" kann je nach dem Wassergehalt ganz verschieden sein. Durch Verdunsten verringert sich das Wasservolumen; die Erdprobe wird dann mit zusammengepreßt, indem v_K entsprechend anwächst (Schwindung oder Schrumpfung). An der Schrumpfgrenze wird der Größtwert von v_K erreicht (bei Tonen je nach Feinheit 20 bis 80 kg/cm²), die Erdprobe wird hart.

[4] Zitiert nach J. HVORSLEV, Anm. 16. Vgl. L. JÜRGENSON: The shearing resistance of soils. Journal Boston Society of Civil Eng., July 1934.

[5] M. JUUL HVORSLEV: Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. Kopenhagen 1937 (Danmarks Naturvidenskabelige Samfund, in Kommission mit G. E. C. Gad).

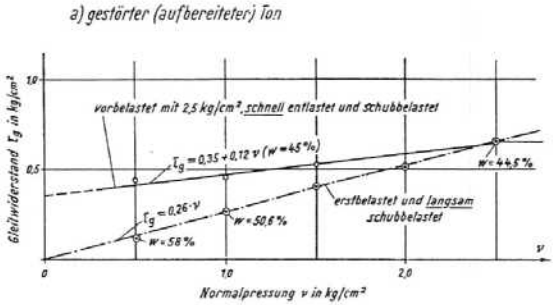
[6] REDLICH-TERZAGHI-KAMPE: Ingenieurgeologie. Wien 1929 (J. Springer), S. 321. — K. TERZAGHI in Auerbach-Hort: Handbuch d. phys. u. techn. Mech., Bd. IV, 2. Hälfte, S. 550 und 578.

[7] B. TIEDEMANN: Die Bedeutung des Bodens im Bauwesen. In E. Blanck: Handbuch der Bodenlehre, Bd. 10, Berlin 1932 (J. Springer). — Mitteilungshefte 14 und 20 der Preuß. Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin 1933 und 1935 (Selbstverlag).

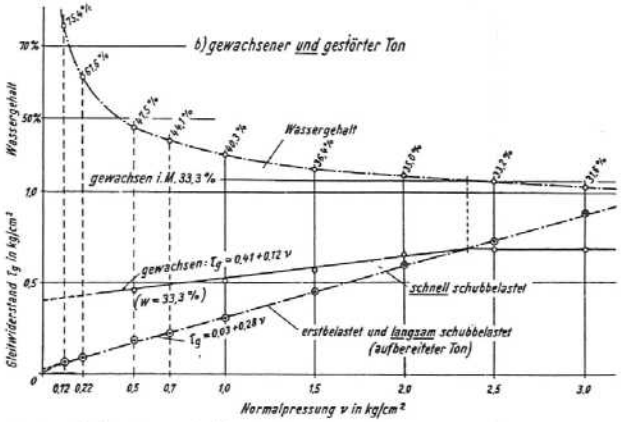
Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

langsam erfolgte, um Porenwasser-Überdruck einigermaßen auszuschalten. Den nach diesen Schubversuchen vorhandenen Wassergehalt nennt TIEDEMANN den „natürlichen" Wassergehalt, was sich allerdings mit der KREYschen Auffassung nicht genau deckt. Denn der von KREY gemeinte Wassergehalt in der Natur kann und wird wegen des bedeutenden Einflusses der Vorgeschichte des Erdreiches meistens ein etwas anderer sein als der Wassergehalt nach den Reibungsversuchen mit künstlich vorbelasteten Proben. Es empfiehlt sich wohl, an der Bezeichnungsweise von KREY festzuhalten, und die von TIEDEMANN ermittelten Versuchswerte als „Wassergehalt bzw. Gleitwiderstand nach der Erstbelastung gestörter Proben" zu bezeichnen. — Sodann führte TIEDEMANN Schubversuche durch mit langsam vorverdichteten und anschließend bis zu verschiedenen Werten entlasteten Proben, wobei



a) Fehmarnton: Fließgrenze $W_F = 89\%$; Breiwassergehalt $W_0 = 1{,}53$; Ausrollgrenze $W_A = 33\%$; Einheitswassergehalt $W_1 = 0{,}575$
Körnung: 50% < 0,001 mm; 68% < 0,005; 91% < 0,05; 98% < 0,2 mm



b) Septarienton (Stolzenhagen bei Stettin)
Körnung: 20% < 0,001 mm; 45% < 0,005; 80% < 0,02; 95% < 0,05 mm
Sämtliche Wassergehalte W sind auf trockenen Erdstoff bezogen

Abb. 4. Gleitwiderstände von Tonen, Versuchsergebnisse und ihre Deutung nach TIEDEMANN

aber sowohl die Entlastung als auch die sofort anschließende Schubbelastung meist verhältnismäßig *schnell* erfolgte (in 5 bis 10 Minuten), wie der Verfasser als damaliger Mitarbeiter der Berliner Versuchsanstalt zuverlässig berichten kann. (Dieser letztere Umstand ist bei der später durch HVORSLEV und TERZAGHI erfolgten Kritik der TIEDEMANNschen Hypothese nicht beachtet worden, worauf wir noch zurückkommen.)

Abb. 4a zeigt Ergebnisse der Versuche von TIEDEMANN mit gestörten Proben eines sehr feinen Tones der Fehmarnküste. Da er bei den Schnellversuchen für verschiedene Ausgangswerte der Vorverdichtung τ-Linien erhielt, die einander parallel waren, deutete er die KREYsche Geradenschar nach Abb. 2b als Parallelenschar und wies dadurch nach, daß die Festigkeit (Kohäsion) mit der Vorbelastung verhältnisgleich zunimmt. In gleicher Weise deutete

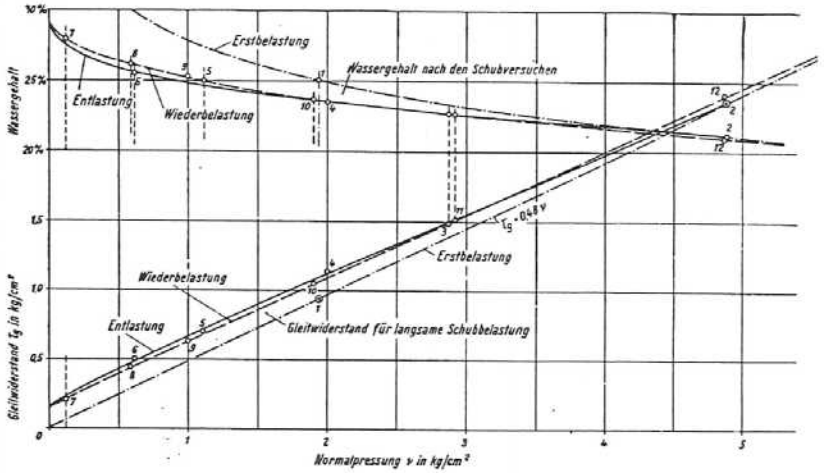


Abb. 5. Gleitwiderstandsversuche von HVORSLEV mit aufbereitetem Wiener Schluffton
$W_F = 46\%$; $W_A = 22\%$; $W_0 = 0{,}765$; $W_1 = 0{,}34$
Körnung: 18% < 0,001 mm; 33% < 0,005; 75% < 0,02; 96% < 0,05 mm

dann TIEDEMANN auch seine zahlreichen Schubversuche mit ungestört ausgestochenen „gewachsenen" Erdproben, wovon Abb. 4b ein Beispiel gibt.[1] Wir kommen auf die Deutung dieser Versuchswerte noch eingehender zurück an Hand der späteren Abbildung 13. Auf Vorschlag des Verfassers hat TIEDEMANN später auch Versuche mit langsamer Entlastung und Abschiebung durchführen lassen, wobei bekanntlich bedeutend kleinere Gleitwiderstände erhalten werden.

Eine erfreuliche Bereicherung und Förderung unserer Unterlagen und Erkenntnisse über den Gleitwiderstand brachte eine mit großer Sorgfalt im damaligen Laboratorium TERZAGHIS durchgeführte Arbeit von HVORSLEV[2]. Dieser Forscher beschränkte sich zwar auf die Untersuchung *gestörter* Proben bei *langsamer* Belastung, Entlastung bzw. Wiederbelastung und jeweils hinzukommender *langsamer* Schubbelastung; er klärte dadurch dieses Teilgebiet jedoch um so gründlicher. Abb. 5 zeigt typische Versuchsergebnisse von HVORSLEV, wobei

[1] Nach S. 151 in E. BLANCK: Handbuch d. Bodenlehre, Bd. 10, Berlin 1932 (J. Springer).
[2] S. Anm. 5 S. 11.

also infolge der gewählten Versuchsbedingungen kaum noch ein Einfluß von Porenwasser-Überdruck vorhanden gewesen sein kann.

HVORSLEV deutet seine Ergebnisse zunächst in der TIEDEMANNschen Art; mit dem beträchtlichen Unterschied allerdings, daß TIEDEMANN seine „Festigkeit" überwiegend durch *schnelle* Entlastung und Schubbelastung ermittelte, HVORSLEV dagegen durch *langsames* Vorgehen. Die von HVORSLEV bei der Entlastung und Wiederbelastung erhaltenen Gleitwiderstände lassen demnach im Sinne der TERZAGHIschen Anschauung den Anteil an (bleibender) Eigenfestigkeit (echter Kohäsion) erkennen, wie sie durch die Vorbelastung erzielt worden ist. HVORSLEV ist dann allerdings mit der Deutung nach den Ansätzen von KREY-TIEDEMANN nicht zufrieden und nimmt in Anlehnung an TERZAGHI[1] an, daß die Eigenfestigkeit nicht unmittelbar von der geologischen Vorbelastung, sondern von dem „ideellen Belastungswert p_e" abhängt, der dem Wassergehalt beim Abschieben der Probe entspricht. Dieser Wert wird aus der Entlastungskurve bei verhinderter Seitendehnung erhalten. HVORSLEV findet annähernd eine lineare Abhängigkeit nach der Gleichung

$$\tau_g = \varkappa \cdot p_e + \bar{\mu} \cdot \nu \qquad (2)$$

und nennt $\varkappa$ den Beiwert der wirksamen Kohäsion und $\bar{\mu}$ den Beiwert der wirksamen inneren Reibung. Für den untersuchten Wiener Schluffton erhielt HVORSLEV z. B. folgende Mittelwerte

$$\varkappa = 0{,}100 \text{ und } \bar{\mu} = 0{,}315; \; p_e = p_1 \cdot e^{7{,}7 \cdot 2{,}76(w_1 - w)}$$

mit $p_1 = 1{,}0$ kg/cm², $w_1 = 0{,}314$, w = Wasserzahl = Wassergewicht: Trockengewicht der Erdprobe.

Auf die übrigen Ergebnisse von HVORSLEV (z. B. plastisches Fließen, Druckfestigkeiten, Gleitwiderstandsverminderung nach einer gewissen Verschiebung u. a. m.) soll hier zunächst nicht weiter eingegangen werden, um von unserem Hauptthema nicht abzulenken.

Gleichzeitig mit HVORSLEV veröffentlichte B. TIEDEMANN wertvolle Versuchsergebnisse mit *gewachsenen* Tonproben[2], aus denen die Abb. 6 entnommen ist. Wir kommen hierauf in der späteren Abb. 13 zurück.

TERZAGHI hat die Gl. (2) von HVORSLEV durch eine Darstellung nach Abb. 7 verständlich zu machen versucht, wonach die den Pressungswerten ν für einen konstanten Wassergehalt w_1 entsprechenden Punkte im Gleitwiderstandsbild ebenfalls auf einer Geraden liegen.[3] Diese Gerade folgt dann der Gl. (2). Für mehrere w-Werte erhält man auf diese Weise eine Schar paralleler Geraden, deren Neigungswinkel $\bar{\varrho}$ unveränderlich ist und demnach einen Festwert des betreffenden Erdstoffes darstellt. Diese Tatsache veranlassen HVORSLEV und TERZAGHI dazu, $\bar{\varrho}$ als den wahren inneren Reibungswinkel anzusehen, wobei zur Stützung dieser Ansicht die Gleitflächen-Neigungen bei den HVORSLEVschen Zerdrückungsversuchen herangezogen werden. Von diesem Standpunkt aus bezeichnet dann TERZAGHI unter Hinweis

[1] Bemerkenswert ist wohl, daß die Hysteresisschleife und die Kurvenkrümmungen sich nach den Versuchen von HVORSLEV als wesentlich geringer herausgestellt haben, als TERZAGHI sie nach Abb. 3 vermutete. Allerdings wies TERZAGHI in einem Nachtrag des in Anm. 5 zuletzt genannten Aufsatzes schon selber darauf hin, daß die Darstellung nach Abb. 3 den Sachverhalt übertrieben darstelle, indem er bemerkt: „In den meisten bisher untersuchten Fällen ist der Winkel zwischen den Linien OP_1 und P_1P_2 (Abb. 3) sehr spitz und der Unterschied zwischen den Ziffern der ‚vollen' und der ‚zusätzlichen' inneren Reibung sehr gering." — Für baupraktische Untersuchungen kann man die Hysteresisschleife meines Erachtens unbeachtet lassen.

[2] B. TIEDEMANN: Über die Schubfestigkeit bindiger Böden. Bautechnik 15 (1937), S. 400—403 und 433—435.

[3] TERZAGHI: Die Coulombsche Gleichung für den Scherwiderstand bindiger Böden. Bautechnik 16 (1938), S. 343—346. S. auch Anm. 1 S. 11.

auf die in Anm. 7, S. 11 zuerst genannte Quelle die Ansicht von TIEDEMANN über den Ansatz des Reibungswinkels als „unhaltbar". Im folgenden werden wir nachweisen, daß beide Standpunkte nicht zu Recht bestehen, daß also insbesondere auch die HVORSLEV-TERZAGHIsche Deutung des Reibungswinkels physikalisch nicht zu rechtfertigen ist.

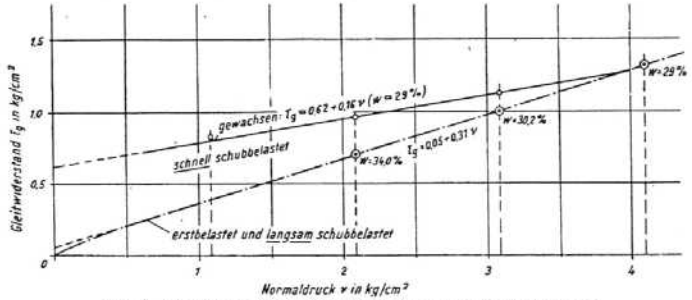


Abb. 6. Gleitwiderstand eines feinen Tones nach TIEDEMANN
$W_P = 67{,}3\%$; $W_A = 22{,}6\%$; Körnung: $50\% < 0{,}001$; $76\% < 0{,}005$; $92\% < 0{,}02$; $97\% < 0{,}05$ mm

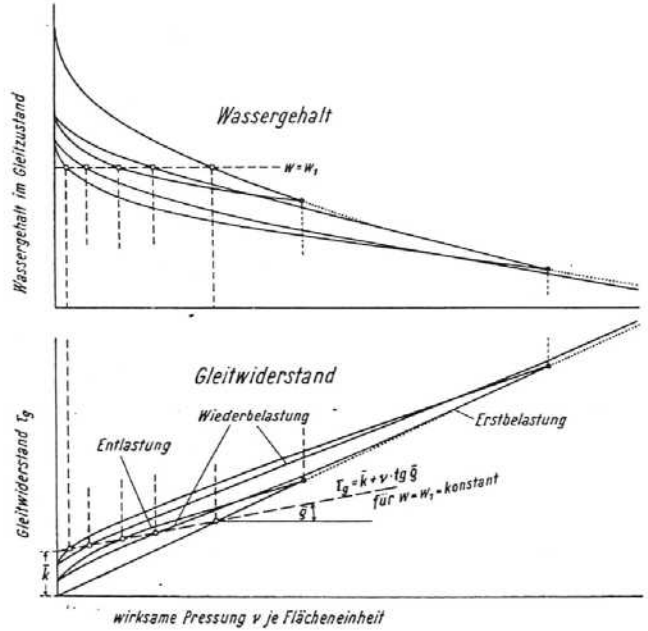


Abb. 7. Der Gleitwiderstand für konstanten Wassergehalt (nach TERZAGHI)

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Die zuletzt erwähnte Kritik wird im nächsten Abschnitt vorgetragen. Hier sei jetzt nur zunächst bemerkt, daß die Kritik TERZAGHIS an TIEDEMANN nicht gerechtfertigt ist. TERZAGHI hat offenbar nicht beachtet, daß TIEDEMANN die in Abb. 4 dargestellten Widerstandswerte für *schnelles* Abschieben und damit für einigermaßen gleichbleibenden Wassergehalt gefunden hat. Damit ist aber ein Widerspruch mit der Deutung nach Gl. (2) von HVORSLEV nur hinsichtlich der Geschwindigkeit der Schubbelastung vorhanden, weil ja in beiden Fällen von „gleichbleibendem" Wassergehalt ausgegangen ist. Die Kritik TERZAGHIS wäre verständlich, wenn TIEDEMANN seine Ergebnisse für langsame Versuchsdurchführung unter Wasser erhalten hätte, in welcher Weise HVORSLEV die TIEDEMANNsche Hypothese anwendet. Da dieses aber nicht zutrifft, beruht die Einwendung TERZAGHIS auf einer irrtümlichen Voraussetzung. Bei genauerem Vergleich mit den HVORSLEVschen Ergebnissen erkennt man übrigens, daß der von TIEDEMANN nach Abb. 4b erhaltene Gleitwiderstand des gewachsenen Tones für schnelle Schublastaufbringung bzw. konstanten Wassergehalt gefunden sein muß, denn nur dadurch ist der hohe Festigkeitsanteil zu erklären. Auch die von TERZAGHI vermutete Ansicht, daß die zunächst nahezu waagerecht verlaufende Schwellkurve des normalen Druckversuches zu dem Glauben verleitet hätte, auch die entsprechende Kurve der Wassergehalte nach den Schubversuchen verlaufe zunächst ähnlich waagerecht, ist demnach nicht am Platze.

Damit schließen wir unsere Übersicht über die Entwicklung der Gleitwiderstandshypothesen, die keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt.[1] Die nächsten Abschnitte sollen den Standpunkt und die Hypothesen des Verfassers darlegen. Von vornherein ist dabei nach den bisherigen Ausführungen zwischen langsamer und schneller Schubbelastung zu unterscheiden.

Langsame Schubbelastung bindigen Erdreiches

Nach den Ausführungen im vorstehenden Abschnitt gilt als *erste gesicherte Gesetzmäßigkeit* folgendes: Wird breiig abgesetzte (oder aufbereitete) bindige Erde bis zu verschiedenen Normalpressungen ν jeweils hinreichend lange (d. h. bis zum Abklingen der Porenwasserauspressung) belastet und dann dem Reibungsversuch mit *langsamer* Steigerung der Schubspannung unterworfen, so findet man — ähnlich wie beim Sand — eine annähernd gerade, durch den Nullpunkt gehende Gleitwiderstandslinie (in Abb. 5 und 8 strichpunktiert) mit der Gleichung:

$$\tau_g \approx \mu_0 \cdot \nu. \tag{3}$$

Der Beiwert μ_0 ist ein Erdstoff-Festwert und sei als „Reibungsbeiwert für Erstbelastung" bezeichnet.

[1] Es mag vermerkt werden, daß auch im *Grundbau-Institut* der TH *Hannover* (FRANZIUS, STRECK) wertvolle Versuchsergebnisse erhalten wurden. Zum Beispiel ist in Hannover die Reibungsverminderung von Sand nach längerem Gleitweg meines Wissens erstmals gefunden worden, was zu ähnlichen Versuchen für bindige Erdstoffe anregte. Auch wurde die Reibung von Sand und Schotter in entsprechend großen Geräten untersucht. Hingewiesen sei noch besonders auf die wertvolle Dissertation von KARL PETERS (1938) über Scherfestigkeit und Dichtigkeit von Ton-Sand-Gemischen. (Kurzer Auszug im Vorabdruck aus Heft 19 der Mitteilungen der Hannoverschen Hochschulgemeinschaft, 1938.) — Ebenfalls hingewiesen sei noch auf R. HAEFELI: Mechanische Eigenschaften von Lockergesteinen. Erdbaukurs der Eidgen. Techn. Hochschule Zürich, 1938, oder Schweiz. Bauztg. 111 (1938), S. 321. Nach HAEFELI soll die durch plötzliche Schubbelastung entstehende Herabminderung des Gleitwiderstandes für Erstbelastung im Verhältnis von $\operatorname{tg}\left(45° - \frac{\varrho}{2}\right)$ erfolgen. Seine Begründung dieses Wertes erscheint jedoch im Lichte unserer nachstehenden Ausführungen nicht stichhaltig, und der von ihm genannte Wert stimmt infolgedessen auch nicht mit unseren späteren Formeln (18), (18a) und (18b) überein.

Für mittelfeine und sehr feinkörnige Tone wird allerdings eine schwache Krümmung der τ_g-Linie erhalten. In Abb. 9 sind eine Anzahl solcher Versuchskurven eingetragen, die mit dem verbesserten KREYschen Reibungsgerät erhalten wurden. Vergleichsweise ist auch der von HVORSLEV erhaltene τ_g-Verlauf für Belt-Ton angegeben.[1]

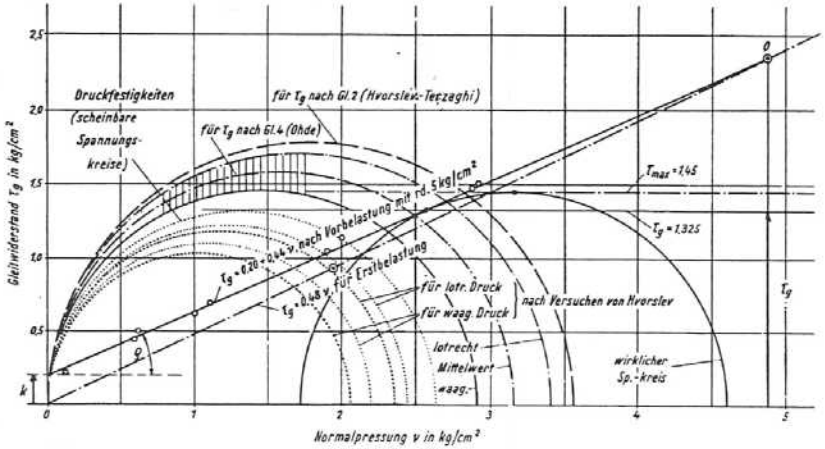


Abb. 8. Deutung der Versuchsergebnisse von HVORSLEV (Wiener Schluffton nach Abb. 5)

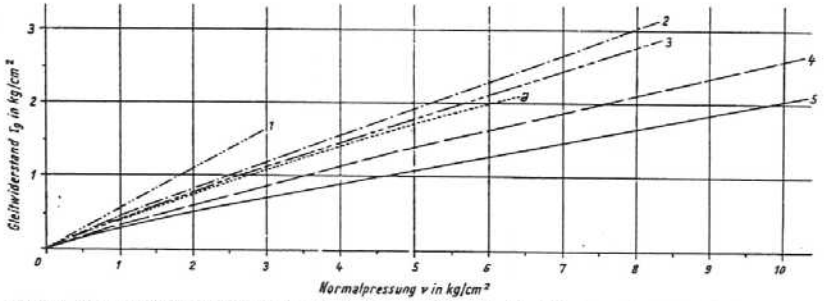


Abb. 9. Versuchsergebnisse über den Gleitwiderstand bei der Erstbelastung (gestörte Proben)

1 = schwarzgrauer feinsandig-schlickiger Klei: $W_F = 0{,}607$; $W_A = 0{,}238$; $W_0 = 0{,}824$; $W_1 = 0{,}375$

2 = grauer Tonmergel: $W_0 = 0{,}880$; $W_1 = 0{,}400$

3 = grauer Tonmergel: $W_0 = 1{,}153$; $W_1 = 0{,}504$

4 = grüngrauer feiner Ton

5 = Klein-Belt-Ton: $W_F = 1{,}62$; $W_A = 0{,}42$; $W_0 \approx 4{,}25$; $W_1 \approx 0{,}79$

} Ergebnisse des Verfassers

a = Klein-Belt-Ton nach HVORSLEV: $W_F \approx 1{,}27$; $W_A \approx 35{,}6\,\% = 0{,}356$

[1] Die τ_g-Kurve von HVORSLEV für Belt-Ton (?) ist etwas stärker gekrümmt als die übrigen Linien. Der Verfasser vermutet, daß die „Normalversuche" von HVORSLEV für diesen Ton eine zu schnelle Schubbelastung ergaben, weshalb die übrigen Ergebnisse mit diesem Ton nachstehend nicht verwertet sind.

Die einfache Gl. (3) könnte zu der Annahme verleiten, als seien die Tone demselben einfachen Reibungsgesetz unterworfen wie die Sande. In dem Sonderfall, für den die Gl. (3) gilt, trifft das natürlich auch formal zu. Sobald aber Entlastungen und Wiederbelastungen hinzukommen, liegt der Gleitwiderstand höher als nach Gl. (3). Dadurch wird offenbar, daß durch die Vorbelastung eine gewisse Verfestigung eingetreten ist, die auch durch Wasserzutritt nicht wieder aufgelöst wird. Wir dürfen daher in diesem Falle von *Eigenfestigkeit* (echte Kohäsion nach TERZAGHI) sprechen, die durch die Vorverdichtung irgendwie erzeugt wurde[1], so daß die strichpunktierte Gleitwiderstandsgerade in Abb. 8 bereits einen gewissen Anteil an Festigkeit mit umfaßt.

Der in Abb. 5 eingetragene, von HVORSLEV erhaltene Gleitwiderstandsverlauf im Entlastungs- und Wiederbelastungsbereich kann praktisch genügend genau durch eine mittlere gerade Linie (in Abb. 8 voll ausgezeichnet) ersetzt werden, was HVORSLEV bereits ebenfalls andeutete. Diese mittlere Gerade hat die Gleichung

$$\tau_g = k + \mu \cdot \nu, \tag{4}$$

gültig unterhalb der Vorbelastung p_v. Da für unterschiedliche Vorbelastungen p_v einander parallele Gleitwiderstandsgeraden erhalten werden, so ist die Eigenfestigkeit k mit der Vorbelastung veränderlich, etwa nach der Formel:

$$k \approx \varkappa \cdot p_v. \tag{5}$$

$\varkappa$ und μ sind für jede Erdart mit großer Annäherung Festwerte und können als *Beiwerte der Eigenfestigkeit und der inneren Reibung* bezeichnet werden, und zwar auch in physikalischer Hinsicht. Der *wahre Reibungswinkel* des Tones ist dann also: $\varrho = \operatorname{arc\,tg} \mu$ und entspricht der Neigung der τ_g-Linien nach Gl. (4).

Durch die Gleichungen (4) und (5) haben wir eine *zweite wichtige Gesetzmäßigkeit* erfaßt, die auch durch den Ansatz

$$\mu_0 = \mu + \varkappa \tag{6}$$

ausgedrückt werden kann. Der Festigkeitsanteil k des Gleitwiderstandes τ_g ist im physikalischen Sinne durch einen rechnerisch konstant bleibenden Anteil gegeben, wobei es sich um ein und dieselbe Probe (oder räumlich um ein und dieselbe Stelle) handeln muß, die unterschiedliche Pressungen ν erleidet. Eine andere Definition ist meines Erachtens physikalisch nicht vertretbar.

HVORSLEV und TERZAGHI gehen von der Bedingung gleichbleibenden Wassergehaltes aus, unterlassen aber stillschweigend das Wichtigste: eine nähere Begründung dafür, warum diese Bedingung auch bei langsamer Schubbelastung maßgebend sein soll. Ist es die Vorstellung, daß die Festigkeit irgendwie mit dem Gehalt an Porenraum veränderlich sein müßte?[2] Darauf kann entgegnet werden, daß bei gleichem Porengehalt bekanntermaßen ganz verschiedene Verspannung und räumliche Anordnung der Erdkörnchen vorhanden sein kann. Meines Erachtens ist die durch die Abb. 7 von TERZAGHI bzw. die Gl. (2) von HVORSLEV ausgedrückte Gesetzmäßigkeit rein geometrisch-mathematischer Natur ohne physikalischen Hintergrund. Ich bestreite damit nicht die näherungsweise Gültigkeit der HVORSLEVschen Gleichung (2), wohl aber die Deutung ihrer Konstanten in dem erfolgten Sinne.

[1] Bei gewachsenen bindigen Erdschichten ist natürlich meistens eine größere Eigenfestigkeit zu erwarten als bei künstlich vorbelasteten Erdproben, einmal wegen der längeren Einwirkungszeit der Belastung und dann auch u. U. durch zusätzliche chemische Verkittung.

[2] Möglicherweise sind die w-Linien von KREY nach Abb. 2 hier übernommen. Doch hat KREY seine Schubversuche ziemlich *schnell* durchführen lassen (rd. $^1/_2$ Stunde), wie der Verfasser beobachten konnte.

Eine dimensionslose Auftragung der τ_g-Werte, wie sie HVORSLEV mit Hilfe des Ansatzes $\tau_g/p_e = \varkappa + \bar{\mu} \cdot \nu/p_e$ durchführt, läßt sich auch durch den Ansatz

$$\tau_g/p_v = \varkappa + \mu \cdot \nu/p_v$$

erreichen. In diesem Falle bleiben freilich die Hysteresisschleifen bestehen; doch kann man hierfür sehr wohl auch eine einleuchtende Erklärung finden. TERZAGHI und HVORSLEV sind offenbar durch eine gewisse Ähnlichkeit der Hysteresiskurven beim einfachen Druckversuch (verhinderte Seitendehnung) und bei den Gleitwiderstandsversuchen auf ihre Hypothese geführt worden. Ich weise demgegenüber auf die näherliegende und durch Versuche nachgewiesene Tatsache hin, daß durch das bei der Entlastung auftretende relative Höherbleiben der mittleren Hauptspannung (lotrecht zur Bildebene bei der Betrachtung eines Schubversuches) auch der innere Reibungswiderstand des Erdstoffes erhöht wird. Offenbar wird die Beweglichkeit der in einer Gleitzone aneinander vorbeiwälzenden oder -reibenden Erdkörnchen durch ein Anwachsen der dritten Hauptspannung zunehmend behindert, wodurch dann auch der Reibungswiderstand anwächst. Hierdurch ist der leicht gekrümmte τ_g-Verlauf der oberen Kurve für den Entlastungszweig wohl ohne weiteres zu erklären. Zugleich ist dadurch die Vorschrift gewonnen, beim Einzeichnen der τ_g-Geraden in Abb. 8 mehr die unteren Punkte in Betracht zu ziehen, um dadurch der Gefahr zu entgehen, den Anteil des durch die dritte Hauptspannung verstärkten inneren Reibungswiderstandes als Eigenfestigkeit zu deuten.

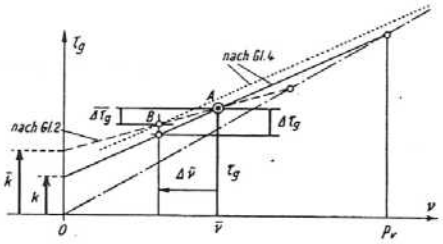


Abb. 10

Der wichtigste Punkt meiner Kritik des Standpunktes von TERZAGHI nach Abb. 7 sei an Hand der Abb. 10 erläutert. Eine von Porenwasserspannungen nicht beeinflußte Tonprobe unter Wasser sei in früherer Zeit bis p_v vorbelastet und besitze dementsprechend jetzt unter der Belastung $\bar{\nu}$ den Gleitwiderstand τ_g (langsame Schubbelastung). Wird dann nach der Auswirkung einer langsam erfolgenden Pressungsminderung $\Delta\bar{\nu}$ für die gleiche Tonprobe gefragt, so wird eine solche nach Gl. (2) durch $\Delta\tau_g$, nach Gl. (4) jedoch durch $\Delta\tau_g$ dargestellt. Die Änderung $\overline{\Delta\tau_g}$ nach TERZAGHI führt zum Punkte B, der jedoch — wie durch die punktierte Linie angedeutet ist — einer höheren Vorbelastung entspricht. Es ist jedoch physikalisch nicht denkbar, daß für ein und dieselbe Probe gleichzeitig verschiedene Vorbelastungen in Frage kommen sollen. Auch kann die erhöhte Kohäsion $\bar{k}$ nicht für dieselbe Tonprobe gelten, solange man Kapillarspannungen des Porenwassers ausgeschaltet wissen will. Infolgedessen kann für ein und dieselbe Probe auch nur eine einzige τ_g-Linie nach Gl. (4) — (in Abb. 10 voll ausgezogen) — in Betracht kommen. Der Einwand, daß sich für diese τ_g-Linie der Wassergehalt ändere, während er doch in Wirklichkeit für den betrachteten Punkt konstant bleibe (sofern eine Neigungsänderung der Schnittebene betrachtet wird, wie es bei der Ableitung des Gleitflächenwinkels $\frac{\pi}{2} - \varrho$ nach MOHR geschieht) kann durch den Hinweis beiseitegestellt werden, daß sich auch das Spannungsverhältnis mit einer Drehung der Schnittebene ändert, wodurch natürlich eine Änderung des Wassergehaltes wieder ausgeglichen werden kann. Wir glauben daher mit unserer Auffassung im Rechte zu sein, solange eine Richtungsabhängigkeit des Reibungsbeiwertes nicht besteht. Ob auch die letztere Annahme zutrifft, ist bislang noch nicht untersucht.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Wie HVORSLEV nachweist, werden durch Gl. (2) bedeutend kleinere Reibungswinkel erhalten als durch Gl. (4). Für kleinere Reibungswinkel werden nach MOHR bei der Zerdrückung von Tonzylindern flachere Gleitflächen vorausgesagt, die HVORSLEV auch gefunden haben will, wie er an Hand photographischer Aufnahmen nachweist. Doch bezweifle ich die Richtigkeit dieser Ergebnisse. Zunächst sind die von HVORSLEV verwendeten Probekörper mit 2 cm Dicke und 4 cm Höhe doch reichlich klein, um daraus sichere Schlüsse zu ziehen. Sodann hat HVORSLEV die Gleitflächen erst nach kräftiger Ausbauchung des mittleren Teiles der Probekörper feststellen können, nachdem das Verhältnis von der Höhe zur Dicke nur noch rd. 1,5 betrug. Auch vermisse ich in den HVORSLEVschen Bruchbildern eine Erscheinung, die ich beim Zerdrücken von stärker verdichteten gewachsenen Tonzylindern fast immer beobachten konnte. Der Bruchkegel wies dabei die in Abb. 11 skizzierte Form auf; er besaß in der Nähe der Druckflächen also flachere Neigungen — offenbar als Folge der teilweisen Verhinderung der seitlichen Querdehnung der Probe durch die Reibung der Druckfläche. Unterstellt man nun, daß sich eine solche gekrümmte Bruchfläche auch im Anfangsstadium des Bruches (zu Beginn des Ausbauchens) bei den HVORSLEVschen Probekörpern ausgebildet hat und diese gekrümmte Bruchfläche sich dann unter dem Zwang geometrischer Verhältnisse bei weiterer Ausbauchung allmählich mehr zur Ebene streckte, so kann dadurch natürlich eine *mittlere* Neigung der Bruchebene entstehen, die merklich flacher verläuft als nach der Theorie von MOHR. Die genannten Zerdrückungsversuche können daher m. E. nicht zur Stützung der Hypothese von HVORSLEV und TERZAGHI herangezogen werden. Man müßte zu diesem Zweck sehr viel sorgfältiger vorgehen. Am Schluß des nächsten Abschnittes werden wir noch auf andere Möglichkeiten hinweisen, nachzuprüfen, welche von den beiden diskutierten Hypothesen richtig ist.

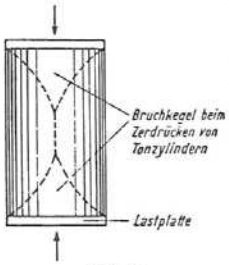


Abb. 11

Schnelle Schubbelastung für vorverdichtetes, bindiges Erdreich

Im Bauwesen hat man es meistens mit verhältnismäßig schneller Schubbelastung zu tun, wobei das überschüssige Porenwasser keine Zeit findet zum Entweichen oder Druckausgleich. Unter diesen Umständen muß der Gleitwiderstand in manchen Fällen bedeutend geringer ausfallen, wie durch Versuche bereits bekannt ist und jetzt auch rechnerisch gezeigt werden soll. Wir betrachten dabei den ungünstigsten *Grenzfall plötzlicher Schubbelastung* bis zum Bruch.

Zunächst sei *ausreichend vorbelastetes Erdreich* vorausgesetzt, d. h. nach der Vorbelastung bis p_v sei eine hinreichend langsame Entlastung bis $\bar{r}$ eingetreten ($\bar{r} \ll p_v$) oder eine noch stärkere Entlastung und eine darauffolgende langsame Wiederbelastung bis $\bar{r}$. Die zusätzlichen Porenwasserspannungen seien ausgeglichen, so daß bei sehr langsamer Schubbelastung mit Gl. (4) bzw. mit einer voll ausgezogenen Linie nach Abb. 8 zu rechnen wäre. Wir wollen aber nun den Fall untersuchen, bei dem die Schubbelastung bis zum Bruch nicht sehr langsam, sondern sehr schnell erfolgt.

Der Anschaulichkeit zuliebe denken wir uns in einem beliebigen Punkte der Gleitfläche des Erdreiches senkrecht zur Bildebene ein unendlich langes Druckprisma herausgeschnitten (ebene Aufgabe), welches nach den Richtungen der Hauptspannungen orientiert ist; Abb. 12a. Die Gleitflächen-Ausbildung bzw. die Wachrufung des Gleitwiderstandes ist dann gleich-

bedeutend mit der Zerdrückung dieses gesondert betrachteten Erdprismas. Wir fragen deshalb nach der Größe der Druckfestigkeit bei plötzlicher Belastung und gehen vorläufig von dem einfachsten Fall aus, nämlich der Voraussetzung, daß *vor* der zusätzlichen Beanspruchung überall gleicher natürlicher Erddruck $\bar{r}$ vorhanden ist (sog. „Flüssigkeitsdruck" des Erdreiches; Verhältniszahl des natürlichen Erddruckes: $\lambda_n = 1{,}0$). Durch die plötzliche Belastung bis zum Gleitungsbruch werde nun die *Erdkorn*pressung $\bar{r}$ in der Druckrichtung um r_1 erhöht und lotrecht dazu um r_2 erniedrigt. *Sieht man von Hysteresiserscheinungen ab*, so gelten wegen der hohen Vorbelastung p_v die bekannten Ansätze oder Ergebnisse der Elasti-

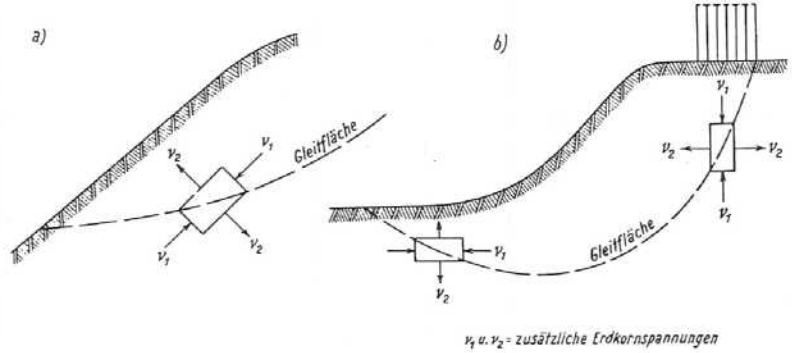


Abb. 12

zitätslehre. Bei plötzlich einsetzender Zusatzbelastung kann das Volumen des Erdprismas wegen der Anwesenheit des Porenwassers keine Änderung erleiden. Diese Bedingung führt im vorliegenden Falle bekanntlich zu dem Ergebnis:

$$r_1 = r_2. \tag{7}$$

Die zusätzlichen Spannungen r_1 (Druck) und r_2 (Zug) entsprechen also einem reinen Schubspannungszustand.[1] — Eine weitere Bedingung ist durch die Größe des Gleitwiderstandes unmittelbar vor dem Bruch gegeben. Nach einer Ableitung des Verfassers in „Bautechnik" (1938 — S. 158) gilt:

$$\sigma_1 = \lambda \cdot \sigma_2 + 2\sqrt{\lambda} \cdot k, \tag{8}$$

wenn bedeuten: σ_1 und σ_2 die größte und kleinste Erdkornpressung, k die (durch Wasser unbeeinflußbare) Eigenfestigkeit und λ den bekannten Verhältniswert:

$$\lambda = (\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)^2 = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2}\right) = \frac{1 + \sin\varrho}{1 - \sin\varrho} \tag{9}$$

Außerdem gelten noch die Formeln:

$$\sin\varrho = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}; \quad \cos\varrho = \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1}; \quad \operatorname{tg}\varrho = \mu = \frac{\lambda - 1}{2\sqrt{\lambda}}. \tag{9a}$$

In unserem Falle ist:

$$\sigma_1 = \bar{r} + r_1 \text{ und } \sigma_2 = \bar{r} - r_2, \tag{10}$$

[1] Vgl. Bautechnik 16 (1938), S. 153, Abb. 11.

womit unter Beachtung von Gl. (7) aus Gl. (8) nach kurzer Rechnung erhalten wird:

$$\nu_1 = \nu_2 = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \bar{\nu} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k = \sin\varrho \cdot \bar{\nu} + \cos\varrho \cdot k \,. \tag{11}$$

Wir fragen jetzt nach der Änderung des Porenwasserdruckes. Die Steigerung des größten Erdkorndruckes um ν_1 und die Verminderung der anderen Hauptspannung um $\nu_2 = \nu_1$ entspricht einer allseitigen Pressungsabnahme um ν_1 und einer dazukommenden Zerdrückungskraft von

$$\nu'_D = \nu_1 + \nu_1 = 2\,\nu_1 \,. \tag{12}$$

Die allseitige Abnahme der Kornpressungen setzt (für $\lambda_n = 1{,}0$) eine ebenso große Zunahme des Porenwasserdruckes q voraus, so daß

$$q = \nu_1 \tag{13}$$

erhalten wird. — Wir können auch folgende anschauliche Ableitung vorführen: Denken wir uns das Prisma nach Abb. 12a aus dem Verbande herausgelöst und demzufolge die Pressung $\bar{\nu}$ durch die gleichgroße Kapillarspannung

$$\nu_k = \bar{\nu} \tag{14}$$

ersetzt, so wird beim Zerdrücken des Prismas offenbar die Kapillarspannung ν_k um einen gewissen Betrag $\Delta\nu_k$ herabgesetzt und wir können anschreiben:

$$\sigma_1 = \bar{\nu} - \Delta\nu_k + \nu'_D \text{ und } \sigma_2 = \bar{\nu} - \Delta\nu_k \,.$$

Mit Gl. (7) erhält man dann:

$$\nu_1 = \Delta\nu_k \text{ und } \nu'_D = \nu_1 + \Delta\nu_k = \nu_1 + \nu_1 = 2\,\nu_1 \,.$$

Mit Rücksicht auf Gl. (11) gilt demnach auch für die Druckfestigkeit der ebenen Aufgabe:

$$\nu'_D = 2\,\frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \bar{\nu} + \frac{4\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k = 2\sin\varrho \cdot \bar{\nu} + 2\cos\varrho \cdot k \,. \tag{15}$$

Eine Verminderung der Kapillarspannung um ν_1 ist natürlich das gleiche wie eine Zunahme des Porenwasserdruckes um ν_1. Damit besteht also die zum Zerdrücken des Prismas erforderliche Gesamtpressung ν'_D zur Hälfte aus einer Steigerung des Korndruckes und zur anderen Hälfte aus einer Zunahme des Porenwasserdruckes (bzw. Abnahme der Kapillarspannung). — Denken wir uns das Prisma jetzt wieder im Verbande eingefügt, so kann freilich eine verminderte Kapillarspannung bzw. ein erhöhter Porenwasserdruck nicht an der Begrenzung des Prismas wirksam gedacht werden, sondern an der Begrenzung des ganzen bindigen Erdreiches. Oder genauer formuliert: Längs der äußeren Begrenzung des bindigen Erdreiches muß die Kapillarspannung gerade solche Änderungen erfahren, daß das hierdurch entstehende Spannungsfeld im Erdkorngerüst an der betrachteten Stelle der Gleitfläche gerade die allseitige Spannungsverminderung $q = \nu_1$ aufweist. In den meisten Fällen wird diese genauere Betrachtungsweise mit der zuvor gezeigten einfachen Vorstellung übereinstimmen, so daß Gl. (13) wohl allgemein als zu Recht bestehend angenommen werden kann (zumindest mit guter Annäherung).

Um nun den Anschluß an den eingangs betrachteten Gleitwiderstand zu finden, berechnen wir für unser Erdprisma die Erdkornspannungen τ und ν für Schub und Normaldruck in der Gleitfläche. Nach bekannten Formeln für den Spannungskreis gilt[1]:

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\sin 2\,i = (\sigma_1 - \sigma_2)\sin i\cos i = (\sigma_1 - \sigma_2)\,\frac{\operatorname{tg} i}{1 + \operatorname{tg}^2 i} \\ \nu &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\cos 2\,i = \sigma_2 + (\sigma_1 - \sigma_2)\sin^2 i = \sigma_2 + (\sigma_1 - \sigma_2)\,\frac{\operatorname{tg}^2 i}{1 + \operatorname{tg}^2 i}\,, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

[1] Bautechnik 16 (1938), S. 153.

wenn i den Winkel der betrachteten Flächenrichtung mit der Richtung der größten Hauptspannung bedeutet. Für die Gleitfläche gilt[1]:

$$\operatorname{tg} i = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \,. \tag{16a}$$

Man findet mit Einsetzung dieses Wertes und der Gl. (10) zunächst:

$$\left.\begin{aligned} \tau_g &= (\sigma_1 - \sigma_2)\,\frac{\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\cos\varrho \\ \nu &= \sigma_2 + (\sigma_1 - \sigma_2)\,\frac{1}{\lambda + 1} = \sigma_2 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\,(1 - \sin\varrho) \end{aligned}\right\} \tag{16b}$$ [1]

und weiter

$$\tau_g = \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1}\,\nu_1 = \cos\varrho \cdot \nu_1 \,;\; \nu = \bar{\nu} - \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}\,\nu_1 = \bar{\nu} - \sin\varrho \cdot \nu_1 \tag{17}$$

und nach Einsetzung von ν_1 nach Gl. (11):

$$\left.\begin{aligned} \tau_g &= \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1}\left(\frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \bar{\nu} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k\right) = \sin\varrho \cdot \cos\varrho \cdot \bar{\nu} + \cos^2\varrho \cdot k \\ \nu &= \left[1 - \left(\frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}\right)^2\right] \cdot \bar{\nu} - \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k = \cos^2\varrho \cdot \bar{\nu} - \sin\varrho\,\cos\varrho \cdot k \,. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Für den Unterschied $\Delta\nu = \bar{\nu} - \nu$ hat man

$$\Delta\nu = \left(\frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}\right)^2 \cdot \bar{\nu} + \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k = \sin^2\varrho \cdot \bar{\nu} + \sin\varrho\,\cos\varrho \cdot k \,. \tag{19}$$

Schließlich kann man nach Einführung von μ anstatt ϱ auch schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \tau_g &= \cos^2\varrho\,(\mu \cdot \bar{\nu} + k) = \frac{1}{1 + \mu^2}\,(\mu \cdot \bar{\nu} + k) \\ \Delta\nu &= \sin\varrho \cdot \cos\varrho\,(\mu \cdot \bar{\nu} + k) = \frac{\mu}{1 + \mu^2}\,(\mu \cdot \bar{\nu} + k) \,. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Diese Formeln zeigen ein bemerkenswert übersichtliches Ergebnis, denn der Klammerausdruck gibt den Gleitwiderstand für sehr langsame Schubbelastung an. Allgemein verdienen folgende Ergebnisse unserer bisherigen Ableitungen eine Hervorhebung:

1. Der Gleitwiderstand bei plötzlicher Schubbelastung erreicht nur einen gewissen Bruchteil des Gleitwiderstandes bei sehr langsamer Schubbelastung;
2. bei plötzlicher Schubbelastung tritt entweder ein erheblicher Porenwasser-Überdruck auf (vgl. Gl. 13 und 11) oder aber — (damit gleichbedeutend) — die Kapillarspannung des Porenwassers wird merklich herabgesetzt;
3. die Normalspannung in der Gleitfläche wird bei schneller Schubbelastung etwas verringert.[2]

Hinsichtlich der bisherigen Formeln sei nochmals bemerkt, daß diese zunächst nur ausreichend vorbelastetes Erdreich und für $\lambda_n = 1{,}0$ gelten, außerdem bezieht sich die Druckfestigkeit ν'_D nach Gl. (15) nur auf die ebene Aufgabe. Nachstehend werden diese begrenzenden Annahmen schrittweise fallengelassen.

[1] Auch unmittelbar aus dem MOHRschen Kreis abzulesen!

[2] Hierdurch ist nachgewiesen, daß die frühere Annahme des Verfassers (vgl. Schweiz. Bauztg. 109 (1937), S. 298, und 110 (1937), S. 274) über die bei schneller Schubbelastung unverändert bleibenden Erdkorn-Normalpressungen in der Gleitfläche nicht streng richtig ist. Der Fehler dieser Annahme ist allerdings nicht sehr groß, liegt aber immerhin auf der günstigen Seite, so daß er fortan berücksichtigt werden sollte.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Zwecks Ermittlung der *Prismen-Druckfestigkeit* ν_D (räumliche, achsensymmetrische Aufgabe) einer Erdsäule von zylindrischem oder quadratischem Querschnitt kann man ebenfalls von der Vorstellung ausgehen, daß die ursprüngliche Kapillarspannung (Vorspannung) ν_k durch das gewaltsame Zerdrücken kurz vor dem Bruch um einen gewissen Wert $\Delta\nu_k$ verringert wird. Bezeichnet ν_1 wieder die Erhöhung der lotrechten *Erdkorn*pressung und ν_2 die Verminderung der gleichen seitlichen Pressung – jetzt in *beiden* seitlichen Richtungen –, so führt die Bedingung gleichbleibenden Volumens an Stelle von Gl. (7) jetzt bekanntermaßen zu dem Ergebnis:

$$\nu_1 - 2 \cdot \nu_2 = 0 \text{ oder } \nu_2 = \frac{1}{2}\nu_1 . \tag{7}$$

Damit ist an Stelle von Gl. (10) anzusetzen:

$$\sigma_1 = \bar{\nu} + \nu_1 \quad \text{und} \quad \sigma_2 = \bar{\nu} - \nu_2 \tag{10}$$

und nach Gl. (8) erhält man unter Beachtung von Gl. (7) an Stelle von Gl. (11):

$$\nu_1 = 2\,\frac{\lambda - 1}{\lambda + 2}\,\bar{\nu} + \frac{4\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2}\,k = \frac{4}{3 - \sin\varrho}\,(\sin\varrho \cdot \bar{\nu} + \cos\varrho \cdot k)\,, \tag{11}$$

wobei neben Gl. (9a) von der Beziehung $\lambda + 2 = \frac{3 - \sin\varrho}{1 - \sin\varrho}$ Gebrauch gemacht wurde. Beim Herausstechen des Erdprismas wird die natürliche Erdpressung $\bar{\nu}$ durch die gleichgroße Vorspannung ν_k ersetzt, die dann allerdings durch das Zerdrücken um $\Delta\nu_k$ verringert wird (unmittelbar vor dem Bruch). Es gilt somit auch:

$$\nu_k = \bar{\nu} \text{ und } \sigma_1 = \bar{\nu} - \Delta\nu_k + \nu_D;\ \sigma_2 = \bar{\nu} - \Delta\nu_k .$$

Der Vergleich mit Gl. (10) ergibt:

$$\Delta\nu_k = \nu_2 = \frac{1}{2}\nu_1 \quad \text{und} \quad \nu_D = \frac{3}{2}\nu_1$$

oder mit Rücksicht auf Gl. (11):

$$\nu_D = 3\,\frac{\lambda - 1}{\lambda + 2}\,\bar{\nu} + \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2}\,k$$

oder auch

$$\nu_D = \frac{6}{3 - \sin\varrho}\,(\sin\varrho \cdot \bar{\nu} + \cos\varrho \cdot k) = \frac{2}{\sqrt{1 + \mu^2} - \mu/3}\,(\mu \cdot \bar{\nu} + k)\,. \tag{15}$$

Sind μ und k hinreichend genau durch Versuche ermittelt, so kann nach dieser Formel aus der Prismen-Druckfestigkeit ν_D die Vorspannung (Kapillarspannung) $\nu_k = \bar{\nu}$ gefunden werden. Voraussetzung hierfür ist die relativ „schnelle" Durchführung der Druckfestigkeitsprüfung.

Wir lassen jetzt die Einschränkung $\lambda_n = 1{,}0$ fallen, setzen also ein *beliebiges* λ_n voraus, d. h. der natürliche Seitendruck des bindigen Erdreiches möge das λ_n-fache der Auflast $\bar{\nu}$ betragen. Hierbei kann λ_n sowohl kleiner als auch größer als 1,0 sein, wie durch Versuche nachgewiesen wurde. Durch den Wert $\bar{\nu}$ kann neben der Eigengewichtspressung der überlagernden Erde auch eine etwa vorhandene Vorspannung $\bar{\nu}_k$ mit erfaßt werden (z. B. $\bar{\nu} = \Sigma(\gamma \cdot \Delta z) + \bar{\nu}_k$ mit γ als Raumgewicht und Δz als Dicke der einzelnen Erdschichten).

Wie vorhin, kann auch für beliebiges λ_n von einer mittleren Vorspannung ν_k ausgegangen werden, wie sie sich z. B. bei der Probeentnahme einstellt. Für ν_k führt die Bedingung gleichbleibenden Volumens zu den Ansätzen:

Für die ebene Aufgabe:

$$\bar{\nu} - \nu_k = \nu_k - \lambda_n \cdot \bar{\nu} \quad \text{oder} \quad \nu_k = \frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{\nu}; \tag{14a}$$

für die achsensymmetrische Aufgabe:

$$\bar{\nu} - \nu_k = 2\,(\nu_k - \lambda_n \cdot \bar{\nu}) \text{ oder } \nu_k = \frac{1 + 2\lambda_n}{3} \cdot \bar{\nu}\,. \tag{14a}$$

Diese Werte ν_k kann man in die entsprechenden bisherigen Gleichungen an Stelle von $\bar{\nu}$ einsetzen. Dadurch erhält man jedoch für die achsensymmetrische Aufgabe nur Näherungswerte, wie wir gleich sehen werden. Für genauere Lösungen muß deshalb auf die Gleitwiderstandsbedingung Gl. (8) zurückgegriffen werden. Man erkennt dabei, daß je nach der Hauptdruckrichtung des gedachten Erdprismas verschiedene Ergebnisse möglich sind. Es seien deshalb die beiden Grenzfälle lotrechter und waagerechter Druckrichtung untersucht (Abb. 12b).

Für *lotrechte Druckrichtung* erhält man mit

$$\sigma_1 = \bar{\nu} + \nu_1 \text{ und } \sigma_2 = \lambda_n \cdot \bar{\nu} - \nu_2 \tag{10a$_1$}$$

nach Gl. (8):

$$\sigma_1 = \bar{\nu} + \nu_1 = \lambda\,(\lambda_n \cdot \bar{\nu} - \nu_2) + 2\sqrt{\lambda} \cdot k\,.$$

Wird wieder wegen der stärkeren Vorbelastung elastisches Verhalten vorausgesetzt (Vernachlässigung von Hysteresis-Erscheinungen), so ist in dieser Gleichung wegen des gleichbleibenden Volumens wie früher einzusetzen: ν_2 und ν_1 für die ebene und $\nu_2 = \frac{1}{2}\nu_1$ für die achsensymmetrische Aufgabe. Man findet damit zunächst für die *ebene* Aufgabe ($\nu_2 = \nu_1$):

$$\nu_1 = \frac{\lambda\lambda_n - 1}{\lambda + 1} \cdot \bar{\nu} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k\,. \tag{11a$_1$}$$

Bezeichnen wir nun mit ν_{KB} die Porenwasserspannung (den Kapillardruck) im Augenblick des Gleitbruches, so muß offenbar einerseits die Druckfestigkeit ν_D zusammen mit der Kapillarspannung ν_{KB} der Erdkornpressung in der Druckrichtung entsprechen, und andererseits muß der Kapillardruck ebenso groß sein wie die Erdkornpressung lotrecht zur Druckrichtung. Wir können daher für lotrechte Druckrichtung anschreiben:

$$\nu_D + \nu_{KB} = \bar{\nu} + \nu_1 \text{ und } \nu_{KB} = \lambda_n\,\bar{\nu} - \nu_2\,, \tag{100a$_1$}$$

woraus für die ebene Aufgabe mit $\nu_2 = \nu_1$ folgt:

$$\nu_D' = \bar{\nu} + \nu_1 - (\lambda_n\,\bar{\nu} - \nu_1) = 2\,\nu_1 + (1 - \lambda_n)\,\bar{\nu}$$

oder nach Einsetzung von ν_1 aus Gl. (11a$_1$):

$$\nu_D' = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}\,(1 + \lambda_n)\,\bar{\nu} + \frac{4\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k$$

oder auch

$$\nu_D' = \sin\varrho\,(1 + \lambda_n)\,\bar{\nu} + 2\cos\varrho \cdot k = \frac{2}{\sqrt{1 + \mu^2}}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2}\,\bar{\nu} + k\right). \tag{15a}$$

Schließlich findet man die Verringerung $\Delta\nu_k$ des Kapillardruckes (bzw. den Porenwasser-Überdruck q) als Differenz zwischen ν_k und ν_{KB}:

$$\Delta\nu_k\,(= q) = \nu_k - \nu_{KB} = \frac{1 + \lambda_n}{2}\,\bar{\nu} - \left(\lambda_n\bar{\nu} - \frac{\lambda\lambda_n - 1}{\lambda + 1}\,\bar{\nu} - \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k\right)$$

oder nach Ausrechnung:

$$\Delta\nu_k\,(= q) = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2}\,\bar{\nu} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k = \sin\varrho\,\frac{1 + \lambda_n}{2}\,\bar{\nu} + \cos\varrho \cdot k$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2}\,\bar{\nu} + k\right). \tag{13a}$$

Ähnlich erhält man für die *achsensymmetrische* Aufgabe ($r_2 = 1/2 \cdot r_1$):

$$r_1 = 2\,\frac{\lambda\lambda_n - 1}{\lambda + 2}\,\bar{r} + \frac{4\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k \tag{11a$_1$}$$

und aus Gl. (100a$_1$) für die Prismen-Druckfestigkeit:

$$r_D = \frac{3}{2}\,r_1 + (1 - \lambda_n)\,\bar{r} = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 2}\,(1 + 2\,\lambda_n)\,\bar{r} + \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k \tag{15a$_1$}$$

und die Vorspannung r_{KB} im Bruchzustand:

$$r_{KB} = \frac{1 + 2\,\lambda_n}{\lambda + 2}\,\bar{r} - \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k\,. \tag{114a$_1$}$$

Für *waagerechte Druckrichtung* gilt in ähnlicher Weise mit

$$\sigma_1 = \lambda_n \cdot \bar{r} + r_1 \text{ und } \sigma_2 = \bar{r} - r_2 \tag{10a$_2$}$$

nach Gl. (8):

$$\sigma_1 = \lambda_n\,\bar{r} + r_1 = \lambda\,(\bar{r} - r_2) + 2\sqrt{\lambda} \cdot k\,.$$

Hieraus für die *ebene* Aufgabe mit $r_2 = r_1$:

$$r_1 = \frac{\lambda - \lambda_n}{\lambda + 1}\,\bar{r} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k\,. \tag{11a$_2$}$$

Nach denselben Überlegungen, die zu den Gl. (100a$_1$) führten, kann man jetzt für waagerechten Druck anschreiben:

$$r_D + r_{KB} = \lambda_n \cdot \bar{r} + r_1 \text{ und } r_{KB} = \bar{r} - r_2 \tag{100a$_2$}$$

woraus folgt

$$r_D = r_1 + r_2 - (1 - \lambda_n)\,\bar{r}$$

oder für die ebene Aufgabe mit $r_2 = r_1$:

$$\left.\begin{aligned} r_D' &= \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}\,(1 + \lambda_n)\,\bar{r} + \frac{4\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k \\ \Delta r_k\,(= q) &= \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2}\,\bar{r} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1}\,k\,. \end{aligned}\right\} \text{ wie vorhin für lotrechte Druckrichtung}$$

Für die *achsensymmetrische* Aufgabe mit $r_2 = 1/2 \cdot r_1$:

$$r_1 = 2\,\frac{\lambda - \lambda_n}{\lambda + 2}\,\bar{r} + \frac{4\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k \tag{11a$_2$}$$

$$r_D = \frac{3}{2}\,r_1 - (1 - \lambda_n)\,\bar{r} = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 2}\,(2 + \lambda_n)\,\bar{r} + \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k \tag{15a$_2$}$$

$$r_{KB} = \frac{2 + \lambda_n}{\lambda + 2}\,\bar{r} - \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k\,. \tag{114a$_2$}$$

Für die ebene Aufgabe erhalten wir hiernach bemerkenswerterweise sowohl für lotrechte als auch für waagerechte Druckrichtung die gleichen Werte. Bezüglich der räumlichen Aufgabe (Zylinder-Druckfestigkeit) überzeugt man sich leicht, daß die Formeln für lotrechte und waagerechte Druckrichtung um so unterschiedlichere Ergebnisse liefern, je mehr λ_n von 1,0 abweicht. Und zwar erhält man für $\lambda_n < 1{,}0$ (geringere Vorbelastung) die größere Druckfestigkeit für waagerechte Druckrichtung, für $\lambda_n > 1{,}0$ (große Vorbelastung) dagegen die größeren Werte für lotrechte Druckrichtung. Diese Ergebnisse können u. a. vielleicht nutzbar gemacht werden, um durch Zerdrückungsversuche mit lotrecht und waagerecht orientierten Erdprismen einen Anhaltspunkt für die im Einzelfalle vorhandene Verhältnis-

zahl λ_n des natürlichen Erddruckes zu bekommen. Allerdings sind die Unterschiede der Formeln Gl. (15a$_1$) und (15a$_2$) nicht sehr groß, so daß angesichts der natürlichen Streuung der Versuchswerte die angedeutete Möglichkeit wohl kaum noch genutzt werden kann. Außerdem ist als Fehlerquelle zu beachten, daß plattige oder längliche Erdkörnchen die Neigung haben werden, sich bei der Vorverdichtung nach der Richtung der größten Hauptspannung zu orientieren, wodurch übrigens auch der Reibungsbeiwert μ richtungsabhängig werden kann. Dadurch können die rechnerisch erhaltenen Unterschiede wieder teilweise ausgeglichen werden. Es kommt daher dem *Mittelwert* der Druckfestigkeit r_D die größere Bedeutung zu. Dieser Mittelwert aus Gl. (15a$_1$) und (15a$_2$) lautet:

$$r_{D_{mittel}} = 3\,\frac{\lambda - 1}{\lambda + 2} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2}\,\bar{r} + \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k \tag{15'a}$$

wofür man auch schreiben kann:

$$r_{D_{mittel}} = \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2}\,\bar{r} + k\right) \text{ oder}$$

$$r_{D_{mittel}} = \frac{2}{\sqrt{1 + \mu^2} - \frac{\mu}{3}}\left(\mu \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{r} + k\right). \tag{15a}$$

Als Mittelwert für r_{KB} findet man:

$$r_{KB_{mittel}} = \frac{3}{\lambda + 2} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{r} - \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k\,. \tag{114a}$$

Für den *Gleitwiderstand* τ_g erhalten wir durch Einsetzen der Gl. (10a) und (11a) in die frühere Gl. (16b) nach kurzer Zwischenrechnung sowohl für lotrechte als auch für waagerechte Druckrichtung den gleichen Wert:

$$\left.\begin{aligned} \tau_g &= \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1}\left(\frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{r} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k\right) \\ &\text{oder auch} \\ \tau_g &= \cos^2\varrho\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{r} + k\right) = \frac{1}{1 + \mu^2}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{r} + k\right). \end{aligned}\right\} \tag{18a}$$

Dieses Ergebnis stimmt mit der früheren Gl. (18) für $\lambda_n = 1{,}0$ überein, wenn das frühere $\bar{r}$ durch den mittleren Wert $\frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{r}$ ersetzt wird. — Mit

$$\tau_\infty = \mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{r} + k \tag{21}$$

als mittleren Gleitwiderstand für sehr langsames Abschieben können wir auch schreiben:

$$\tau_g = \cos^2\varrho \cdot \tau_\infty = \frac{\tau_\infty}{1 + \mu^2}\,. \tag{20a}$$

Schließlich können wir noch fragen, um welchen Betrag $\Delta\bar{r}$ die Auflast $\bar{r}$ verringert gedacht werden muß, um τ_g als τ_∞ für langsame Schubbelastung zu berechnen. Der Ansatz hierfür $\tau_g = \cos^2\varrho \cdot \tau_\infty = \frac{1 + \lambda_n}{2}\,(\bar{r} - \Delta\bar{r})\,\mu + k = \tau_\infty - \mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \Delta\bar{r}$ liefert das Ergebnis:

$$\Delta\bar{r} = \frac{2}{1 + \lambda_n} \cdot \frac{\mu}{1 + \mu^2} \cdot \tau_\infty\,, \tag{20a'}$$

welches für $\lambda_n = 1{,}0$ wieder mit Gl. (20) übereinstimmt. Bemerkenswert ist wohl, daß dieses Ergebnis nicht mit Δr_k nach Gl. (13a) übereinstimmt, was allerdings auch erklärlich ist. Denn die Verringerung der Erdkornpressung um Δr_k kommt nur lotrecht zur Druckrichtung zustande, während in der Druckrichtung die wirksame Erdpressung nicht abnimmt, sondern anwächst.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Fassen wir die Ergebnisse dieses Abschnittes kurz zusammen, so sind neben den Gl. (15) und (15a) die Gl. (18a) bzw. (20a') für die Anwendung in der Baupraxis wohl am wichtigsten. Nach Gl. (18a) kann der bei plötzlicher Zusatzbelastung verfügbare Gleitwiderstand in einfachster Weise erhalten werden, indem man den *vor* der zusätzlichen Belastung vorhandenen mittleren Gleitwiderstand τ_∞ [nach Gl. (21)] durch $(1 + \mu^2)$ dividiert.

Für *erdstatische Berechnungen* mit angenommenen krummen Gleitflächen ist zu beachten, daß der Gleitwiderstand nach Gl. (18) bzw. (18a) nur für die wirkliche (statisch ungünstigste) Gleitfläche gilt, deren Lage oder Verlauf durch Einführung der Gl. (16a) berücksichtigt wurde. Die Lage der rechnerisch ungünstigsten Gleitfläche kann also durch den Ansatz von τ_g in verschiedenen möglichen Gleitflächen und den Vergleich der erforderlichen τ_g-Werte nicht nochmals gefunden werden. Das führt nachweislich zu einem fehlerhaften Verlauf der Gleitfläche. Bei Anwendung der Gl. (18a) muß vielmehr die Gleitfläche bereits durch andere Untersuchungen (z. B. durch Beziehungen des Spannungsgleichgewichtes) bekannt sein und darf nicht erst nach dem Grundsatz des geringsten Widerstandes rechnerisch ermittelt werden.

Soll der ungünstigste Gleitflächenverlauf mangels ausreichender Anhaltspunkte dennoch nach dem Kleinstwert-Grundsatz ermittelt werden, so ist zu bedenken, daß die bisherigen Formeln für τ, ν_D usw. neben konstanten Werten nur die Veränderliche $\bar{r}$, also eine reine Tiefenveränderlichkeit, aufweisen. Dies wirkt sich rechnerisch nach dem Kleinstwert-Grundsatz so aus, als ob nur Festigkeit, aber keine Reibung angesetzt wäre. Für diesen Fall hat man aber bekanntlich die Schubspannung τ_{max} unter 45° zu den Hauptspannungsrichtungen in Betracht zu ziehen. Unter Ansatz dieses Wertes können dann verschiedene angenommene Gleitlinien miteinander verglichen werden, um dadurch die ungünstigste „Schubfläche" zu finden. Die wirkliche Gleitfläche ist dann allerdings nicht mit der am ungünstigsten beanspruchten Schubfläche identisch, sondern weicht ihren Richtungen nach um etwa $\varrho/2$ von den Richtungen der Schubfläche ab (im Sinne einer flacheren Lage), weil der Winkel zwischen Gleitlinie und Hauptspannungen nicht 45°, sondern $45° - \varrho/2$ beträgt. Mit diesen Andeutungen wollen wir uns hier begnügen und kommen auf die erdstatischen Anwendungen in besonderen Aufsätzen zurück. Es seien jedoch noch die Werte τ_{max} angegeben, wie man sie an Hand der bisherigen Darlegungen unschwer erhält.

Um τ_{max} zu erhalten, ist in der ersten Gl. (16) $\operatorname{tg} i = 1{,}0$ einzusetzen. Außerdem gilt für die ebene Aufgabe und lotrechte Druckrichtung nach Gl. (10a$_1$):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \bar{r} + \nu_1 - (\lambda_u \bar{r} - \nu_1) = 2\,\nu_1 + (1 - \lambda_u)\,\bar{r}$$

und entsprechend für waagerechte Druckrichtung nach Gl. (10a$_2$):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \lambda_u \cdot \bar{r} + \nu_1 - (\bar{r} - \nu_1) = 2\,\nu_1 - (1 - \lambda_u)\,\bar{r}\,.$$

Nach Einsetzung dieser Werte in Gl. (16) unter Berücksichtigung von ν_1 nach Gl. (11a$_1$) bzw. (11a$_2$) findet man nach kurzer Rechnung:

$$\tau_{max} = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \frac{1 + \lambda_u}{2}\,\bar{r} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k = \sin\varrho\,\frac{1 + \lambda_u}{2}\,\bar{r} + \cos\varrho \cdot k \tag{118a}$$

oder nach dem Vergleich mit Gl. (21) oder (20a):

$$\tau_{max} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_u}{2} \cdot \bar{r} + k\right) = \cos\varrho \cdot \tau_\infty = \tau_g : \cos\varrho \tag{120a}$$

und zwar sowohl für lotrechte als auch für waagerechte Druckrichtung.

Wichtig für die baupraktische Anwendung ist schließlich noch die Möglichkeit, die Ergebnisse von Zerdrückungsversuchen für die Ermittlung des Gleitwiderstandes heranzu-

ziehen. Wir benötigen zu diesem Zweck die Verknüpfung von τ_g und ν_D. Aus der Formel (15a') für den Mittelwert von ν_D folgt

$$(\lambda - 1)\,\frac{1 + \lambda_u}{2}\,\bar{r} = \frac{\lambda + 2}{3}\,\nu_D - 2\sqrt{\lambda} \cdot k\,.$$

Die Einsetzung dieses Ausdruckes in Gl. (18a) liefert nach kurzer Rechnung das gesuchte Ergebnis:

$$\tau_g = \frac{2}{3} \cdot \frac{(\lambda + 2)\sqrt{\lambda}}{(\lambda + 1)^2} \cdot \nu_D = \frac{1}{6}\cos\varrho\,(3 - \sin\varrho)\,\nu_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \mu^2}\left(\sqrt{1 + \mu^2} - \frac{\mu}{3}\right) \cdot \nu_D\,. \tag{22a}$$

Wie ersichtlich, ist der Einfluß von k im Verlaufe der Rechnung herausgefallen[1], wodurch einfache Verhältnisgleichheit zwischen dem Gleitwiderstand τ_g und der Säulen-Druckfestigkeit ν_D erhalten worden ist. Diese Verhältnisgleichheit war durch Versuche von TERZAGHI und JANICZEK bereits bekannt[2] geworden.

Die zahlenmäßige Auswertung der Gl. (22a) liefert:

$\mu =$	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60
$\tau_g : \nu_D =$	0,500	0,481	0,458	0,432	0,407	0,380	0,355

Da diese Verhältniszahlen von μ abhängen, besteht theoretisch die Möglichkeit einer versuchsmäßigen Nachprüfung der beiden einander gegenübergestellten Hypothesen nach den Gl. (2) und (4). Allerdings sind die Unterschiede der Werte $\tau_g : \nu_D$ nicht groß (z. B. rund 9 % beim Wiener Schluffton), so daß recht genaue Versuchsermittlungen erforderlich werden. Auch spielt die Abhängigkeit der inneren Reibung von der mittleren Hauptspannung hierbei eine wohl nicht mehr zu vernachlässigende Rolle. — Eine weitere Möglichkeit der Nachprüfung der beiden Hypothesen besteht in der unmittelbaren Auswertung der Formeln für die Druckfestigkeit ν_D. Hierauf kommen wir im übernächsten Abschnitt zurück.

Schnelle Schubbelastung für bindiges Erdreich ohne größere Vorverdichtung

Bisher wurde ausreichend vorverdichtetes Erdreich vorausgesetzt. Demgegenüber sei jetzt der noch ungünstigere Grenzfall eines bindigen Erdreiches ohne größere Vorbelastung in Betracht gezogen. Das Erdreich sei also hinreichend lange „erstbelastet" bis zur Auflast p_v, ohne daß eine höhere Belastung mit nachfolgender Entlastung vorausgegangen ist.[3] Der natürliche Erddruck entspricht dann dem „Ruhedruck" ($\lambda_u = \lambda_0 < 1{,}0$). Letzterer kann zuverlässig nur durch Versuche gefunden werden. Angenähert gilt nach den bisherigen Versuchswerten:

$$\sqrt{\lambda_u} \approx \sqrt{1 + \frac{\mu_0^2}{4}} - \frac{\mu_0}{2}\,.$$

Außerdem besteht die Beziehung:

$$\lambda_0 \approx \frac{1}{m - 1}$$

mit m als Querdehnungszahl.

[1] Dies trifft strenggenommen nur für den Mittelwert von ν_D zu; in den hier nicht wiedergegebenen Formeln für lotrechte und waagerechte Druckrichtung bleibt ein geringer Einfluß von k vorhanden.

[2] K. v. TERZAGHI in AUERBACH-HORT: Handb. d. phys. u. techn. Mech., Bd. IV, 2, Leipzig 1931.

[3] Diese Voraussetzung umschließt auch den Fall scheinbarer Enthastung durch fortgebrachte obere Erdschichten, solange die dadurch verursachte geringere Auflastpressung durch eine entsprechende Kapillarspannung wieder wettgemacht wird (keine Möglichkeit von Wasseransaugung durch das bindige Erdreich).

Zunächst sei wieder von den Hauptdruckrichtungen ausgegangen. Wegen $\lambda_n < 1{,}0$ sind nach Vorstehendem Ergebnisse zu erwarten, die von der Druckrichtung abhängen, so daß die Grenzfälle lotrechter und waagerechter Druckrichtung wieder gesondert betrachtet werden müssen (vgl. Abb. 12b).

Für die *ebene Aufgabe* mögen nun durch die plötzliche Belastung folgende *Erdkorn*-Spannungen hinzukommen:

v_1 = zusätzliche Pressung in der Druckrichtung,

v_2 = zusätzliche Pressungsabnahme (Zugspannung) lotrecht zur Druckrichtung,

v_3 = zusätzliche Zugspannung lotrecht zur Bildebene.

Durch die Zugspannung v_2 entstehen nun offenbar geringere Formänderungen als durch die Druckspannung v_1, weil erstbelastetes Erdreich sich unter zusätzlicher Belastung stärker zusammendrücken läßt als es sich unter Entlastung wieder ausdehnt. Aus diesem Grunde kann das von der Elastizitätslehre übernommene Ergebnis $v_2 = v_1$ nach Gl. (7) jetzt nicht mehr gültig sein und wir müssen für die Formänderungen neue Ansätze einführen.

Wir gehen dabei von der unmittelbar einleuchtenden (aber gleichwohl nur angenähert gültigen) *Hypothese* aus, daß die Querdehnungszahl m (Poissonzahl, $> 2{,}0$) sowohl für die bleibenden als auch für die federnden (elastischen) Formänderungen den gleichen Wert aufweist. Im übrigen seien folgende, vom Verfasser schon jahrelang benutzten Formänderungszahlen eingeführt:[1]

Z = Zusammendrückungszahl (für unbehinderte Seitendehnung),

A = Ausdehnungszahl (Federungs- oder Elastizitätszahl für unbehinderte Seitendehnung),

V = Verdichtungszahl (für die Zusammendrückung bei völlig verhinderter Seitendehnung),

S = Schwellzahl (für die Schwellung oder Ausdehnung infolge Entlastung bei völlig verhinderter Seitendehnung).

Für jeden dieser Werte gilt der von der Elastizitätslehre her bekannte Ansatz:

$$dv : \left(\frac{d\zeta}{dz}\right) = \frac{dv}{d\zeta} \cdot dz$$

mit $d\zeta$ als Längenänderung der Schichtdicke dz für die Spannungsänderung dv. Wegen der getroffenen Annahmen können folgende bekannte Zusammenhänge als ausreichend gültig angesehen werden:

$$Z : V = A : S = 1 - \frac{2}{m(m-1)} = \frac{(m+1)(m-2)}{m(m-1)} \tag{22a}$$

$$Z : A = V : S. \tag{22b}$$

Als erstes seien nun die Verhältnisse für *lotrechte Druckrichtung* betrachtet. Nach unserer Hypothese hinsichtlich der Querdehnungen ist für die lotrechte Setzung (Zusammendrückung) des Einheitswürfels anzusetzen (für $v_3 \geqslant 0$):

$$\zeta = \frac{v_1}{Z} + \frac{v_2}{m\,A} + \frac{v_3}{m\,A},$$

für die waagerechte Ausdehnung:

$$\xi = \frac{v_2}{A} + \frac{v_1}{m\,Z} - \frac{v_3}{m\,A}$$

und für die Ausdehnung lotrecht zur Bildebene:

$$\eta = \frac{v_3}{A} - \frac{v_2}{m\,A} + \frac{v_1}{m\,Z}.$$

[1] Vgl. z. B. Bauing. 20 (1939), S. 454; Hütte, Bd. III, 27. Aufl., S. 894.

Für die ebene Aufgabe muß $\eta = 0$ sein, woraus folgt:

$$v_3 = \frac{v_2}{m} - \frac{v_1}{m} \cdot \frac{A}{Z}. \tag{23a}$$

Die Einsetzung dieses Wertes liefert:

$$\zeta = \frac{m+1}{m^2}\left[(m-1)\frac{v_1}{Z} + \frac{v_2}{A}\right];$$

$$\xi = \frac{m+1}{m^2}\left[\frac{v_1}{Z} + (m-1)\frac{v_2}{A}\right].$$

Die Bedingung der Raumbeständigkeit ist nun $\zeta = \xi$ und liefert nach kurzer Rechnung:

$$v_2 = \frac{A}{Z} \cdot v_1. \tag{7b}$$

Die Einsetzung dieses Wertes in Gl. (23a) liefert $v_3 = 0$; ein Ergebnis, das nicht von vornherein erwartet werden konnte.

Für die Hauptspannungen ist jetzt:

$$\sigma_1 = p_v + v_1 \quad \text{und} \quad \sigma_2 = \lambda_n \cdot p_v - v_2. \tag{10b$_1$}$$

Nach Einsetzen von σ_1 und σ_2 in Gl. (8) findet man unter Beachtung von Gl. (7b) nach kurzer Zwischenrechnung:

$$v_1 = \frac{\lambda\lambda_n - 1}{1 + \lambda \cdot A/Z} \cdot p_v + \frac{2\sqrt{\lambda}}{1 + \lambda \cdot A/Z} \cdot k. \tag{11b$_1$}$$

Die Gl. (16b) liefert damit [unter Fortlassung der Zwischenrechnung und Beachtung von Gl. (22b)]:

$$\tau_g = \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1}\left(\frac{\lambda - 1}{\lambda + V/S} \cdot \frac{1 + \lambda_n \cdot V/S}{2} \cdot p_v + \sqrt{\lambda}\,\frac{1 + V/S}{\lambda + V/S} \cdot k\right),$$

welcher Wert für $V = S$ (elastischer Bereich) mit der ersten Gl. (18a) übereinstimmt. Um auch die Form der zweiten Gl. (18a) zu erreichen, können wir nach geringen Umformungen anschreiben:

$$\tau_g = \frac{1}{1 + \mu^2}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n \cdot V/S}{1 + V/S} \cdot p_v + k\right) \cdot \frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S}. \tag{18b$_1$}$$

Für den Porenwasserüberdruck im Zeitpunkt des Bruches gilt:

$$q = v_2 = v_1 \cdot V/S.$$

In ähnlicher Weise erhält man für *waagerechte Druckrichtung* zunächst (unter Vernachlässigung der in diesem Fall verstärkt vorhandenen Hysteresis-Erscheinungen):

$$-\xi = \frac{v_1}{Z} + \frac{v_2}{m\,A} + \frac{v_3}{m\,A};$$

$$-\zeta = \frac{v_2}{A} + \frac{v_1}{m\,Z} - \frac{v_3}{m\,A};$$

$$\eta = \frac{v_3}{A} - \frac{v_2}{m\,A} + \frac{v_1}{m\,Z} = 0;$$

$$v_3 = \frac{v_2}{m} - \frac{v_1}{m} \cdot \frac{A}{Z}. \tag{23b}$$

Nach Einsetzung von v_3 findet man für $\zeta = \xi$:

$$v_2 = \frac{A}{Z} \cdot v_1 \; (= q) \tag{7b}$$

und damit wieder $v_3 = 0$. — Die Einsetzung der Hauptspannungen

$$\sigma_1 = \lambda_n \cdot p_v + v_1 \quad \text{und} \quad \sigma_2 = p_v - v_2 \tag{10b$_2$}$$

in die Gleichungen (8) und (16b) liefert dann zunächst:

$$v_1 = \frac{\lambda - \lambda_n}{1 + \lambda \cdot A/Z} \cdot p_v + \frac{2\sqrt{\lambda}}{1 + \lambda \cdot A/Z} \cdot k \tag{11b$_2$}$$

und weiter:

$$\tau_g = \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1}\left(\frac{\lambda - 1}{\lambda + V/S} \cdot \frac{\lambda_n + V/S}{2} \cdot p_v + \sqrt{\lambda}\,\frac{1 + V/S}{\lambda + V/S} \cdot k\right)$$

oder auch

$$\tau_g = \frac{1}{1 + \mu^2}\left(\mu\,\frac{\lambda_n + V/S}{1 + V/S} \cdot p_v + k\right)\frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S} \tag{18b$_2$}$$

Der Vergleich mit Gl. (18b$_1$) zeigt, daß jetzt für lotrechte und waagerechte Druckrichtung ein unterschiedlicher Gleitwiderstand erhalten worden ist, im Gegensatz zu Gl. (18a) für stärker vorbelastetes Erdreich. Durch Einsetzen der etwa in Frage kommenden Zahlenwerte für λ_n und V/S überzeugt man sich aber leicht davon, daß kein großer Unterschied vorhanden ist, so daß eine Mittelbildung aus (18b$_1$) und (18b$_2$) zulässig erscheint, welche liefert:

$$\tau_{g_{mittel}} = \frac{1}{1 + \mu^2}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot p_v + k\right)\frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S}. \tag{18b}$$

Vergleicht man jetzt mit der Gl. (18a) für stärker vorbelastetes Erdreich, so erkennt man, daß der Faktor $\frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S}$ hinzugekommen ist, der für V/S immer kleiner als 1,0 ausfällt (im Mittel rd. 0,85). Der bei plötzlicher Schub-Bruchbelastung verfügbare Gleitwiderstand ist daher unter sonst gleichen Umständen (gleiches μ und τ_∞) bei erstbelasteter bindiger Erde geringer als bei stärker vorverdichtetem Erdreich.

Unter den angenommenen Formänderungsgesetzen kann auch die *Prismen-Druckfestigkeit* für die achsensymmetrische Aufgabe ähnlich wie vorstehend leicht ermittelt werden. Man hat nur in den Ansätzen für die Längenänderungen des Einheitswürfels an Stelle von $\eta = 0$ die Bedingung $v_3 = v_2$ einzuführen.

Für *lotrechte Druckrichtung* gilt damit:

$$\zeta = \frac{v_1}{Z} + \frac{2 v_2}{m A};$$

$$\xi = \frac{m - 1}{m} \cdot \frac{v_2}{A} + \frac{v_1}{m Z}.$$

Die Bedingung für die Raumbeständigkeit des Einheitswürfels ist hier: $\zeta = 2\xi$. Sie liefert:

$$v_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{Z} \cdot v_1. \tag{7b}$$

Durch Einsetzung von Gl. (10b$_1$) in Gl. (8) erhält man dann unter Beachtung von Gl. (7b):

$$v_1 = \frac{\lambda\lambda_n - 1}{1 + \frac{\lambda}{2} \cdot A/Z} \cdot p_v + \frac{2\sqrt{\lambda}}{1 + \frac{\lambda}{2} \cdot A/Z} \cdot k. \tag{11b$_1$}$$

Nach unseren früheren Überlegungen, die zu der Gl. (100a$_1$) führten, müssen dieselben Ansätze auch jetzt noch gültig sein. Nach Einsetzung von Gl. (7b) und Gl. (11b$_1$) findet man damit für die Druckfestigkeit:

$$v_D = p_v + v_1 - (\lambda_n \cdot p_v - v_2) = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{Z}\right) v_1 + (1 - \lambda_n)\, p_v$$

oder nach Einsetzung von v_1:

$$v_D = \left(1 + 2\,\lambda_n \cdot \frac{V}{S}\right)\frac{\lambda - 1}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot p_v + \left(1 + 2\,\frac{V}{S}\right)\frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot k. \tag{15b$_1$}$$

Der Vergleich mit Gl. (15a$_1$) zeigt, daß für $V = S$ Übereinstimmung vorhanden ist. Für die Kapillarspannung im Bruchzustand findet man:

$$v_{KB} = \lambda_n \cdot p_v - v_2 = \frac{1 + 2\lambda_n \cdot V/S}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot p_v - \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot k \tag{114b$_1$}$$

in Übereinstimmung mit Gl. (114a$_1$) für $V/S = 1{,}0$.

Für *waagerechte Druckrichtung* hat man zunächst:

$$-\xi = \frac{v_1}{Z} + \frac{2 v_2}{m A};$$

$$-\zeta = \frac{m - 1}{m} \cdot \frac{v_2}{A} + \frac{v_1}{m Z}$$

und hieraus mit $\xi = 2\zeta$:

$$v_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{Z} \cdot v_1. \tag{7b}$$

Unter Berücksichtigung dieses Wertes liefert die Einsetzung von Gl. (10b$_2$) in Gl. (8):

$$v_1 = \frac{\lambda - \lambda_n}{1 + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{A}{Z}} \cdot p_v + \frac{2\sqrt{\lambda}}{1 + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{A}{Z}} \cdot k. \tag{11b$_2$}$$

Weiter ist nach Gl. (100a$_2$):

$$v_D = v_1 + v_2 - (1 - \lambda_n)\, p_v = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{Z}\right) v_1 - (1 - \lambda_n)\, p_v$$

oder nach Einsetzung von v_1:

$$v_D = \left(\lambda_n + 2\,\frac{V}{S}\right)\frac{\lambda - 1}{\lambda + 2 \cdot V/S}\, p_v + \left(1 + 2\,\frac{V}{S}\right)\frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot k \tag{15b$_2$}$$

in Übereinstimmung mit Gl. (15a$_2$) für $V = S$.

Als Vorspannung v_{KB} im Augenblick des Bruches findet man:

$$v_{KB} = p_v - v_2 = \frac{\lambda_n + 2 \cdot V/S}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot p_v - \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot k. \tag{114b$_2$}$$

Wie für stärker vorbelastetes Erdreich ergeben sich auch hier Unterschiede in der Druckfestigkeit für lotrechte und waagerechte Druckrichtung. Jedoch ist jetzt immer $\lambda_n < 1{,}0$; außerdem findet man Übereinstimmung von Gl. 15b$_1$) und Gl. (15b$_2$) für $V/S = 0{,}5$. Da aber für die meisten Erdarten $V/S < 0{,}5$ ausfällt, so muß jetzt die Festigkeit für waagerechte Druckrichtung kleiner ausfallen als für lotrechte Druckrichtung. Wir sind in dieser Hinsicht für erstbelastetes Erdreich also zu dem entgegengesetzten Ergebnis gelangt als für stärker vorverdichtetes Erdreich, für welches (für $\lambda_v > 1{,}0$) der lotrechte Druck kleinere Werte lieferte als der waagerechte Druck. — Es sei allerdings — ähnlich wie früher — bemerkt, daß diese Folgerung nur für Erdstoff zutreffen kann, dessen Einzelkörner ihrer Gestalt nach gleichmäßig nach den drei Richtungen des Raumes hin orientiert sind. Bei plattigen oder länglichen Körnchen sind also Abweichungen zu erwarten. — Der *Mittelwert* der Druckfestigkeit lautet:

$$v_{D_{mittel}} = \left(1 + 2\,\frac{V}{S}\right)\frac{\lambda - 1}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot p_v + \left(1 + 2\,\frac{V}{S}\right)\frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot k \tag{15b'}$$

oder umgeformt:

$$\nu_{D_{mittel}} = \frac{2}{\sqrt{1+\mu^2} - \frac{\mu}{3}} \left(\mu \frac{1+\lambda_n}{2} \cdot p_v + k\right) \frac{1 + \frac{2}{3} \cdot V/S}{} \cdot \frac{\lambda + 2}{\lambda + 2 \cdot V/S}. \tag{15b}$$

Auch hier ist im Vergleich mit der früheren Gl. (15a) ein Faktor hinzugekommen, der praktisch kleiner als 1,0 ausfällt (etwa 0,8). Bei erstbelastetem bindigen Erdreich ist also die Druckfestigkeit kleiner als bei stärker vorverdichtetem Erdreich, wenn in beiden Fällen gleiche wirksame Erdkornpressungen ν vorausgesetzt werden. Der Unterschied wird noch vergrößert durch die mit der Vorbelastung ansteigende Eigenfestigkeit k.

Als mittlere *Kapillarspannung im Bruchzustand* erhält man:

$$\nu_{K\,D_{mittel}} = \frac{1 + 2 \cdot V/S}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2} p_v - \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \cdot k \tag{114b}$$

in Übereinstimmung mit Gl. (114a) für $V/S = 1{,}0$.

Für die allseits gleiche Kapillarspannung (Vorspannung) ν_k *vor* dem Druckversuch gelten die Ansätze (für $\lambda_n < 1{,}0$):

$$\nu_k = p_v - \nu_2 = \lambda_n \cdot p_v + \nu_1,$$

woraus mit $\nu_2 = 2\,\frac{A}{Z} \cdot \nu_1$ folgt:

$$(1 - \lambda_n)\, p_v = \nu_1 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{Z}\right)$$

oder

$$\nu_1 = \frac{2\,(1 - \lambda_n)}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot \frac{V}{S} \cdot p_v$$

und damit schließlich:

$$\nu_k = \frac{2\,\lambda_n + V/S}{2 + V/S} \cdot p_v. \tag{14b}$$

Für die *größte Schubspannung* τ_{max} gilt für lotrechte Druckrichtung:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{1}{2}\left[p_v + \nu_1 - (\lambda_n \cdot p_v - \nu_2)\right] = \frac{1}{2}\left[\nu_1 + \nu_2 + (1 - \lambda_n) \cdot p_v\right]$$

oder mit ν_2 nach Gl. (7b) und ν_1 nach Gl. (11b$_1$) unter Fortlassung der Zwischenrechnung:

$$\tau_{max} = \frac{\lambda - 1}{\lambda + V/S} \cdot \frac{1 + \lambda_n \cdot V/S}{2} \cdot p_v + \sqrt{\lambda}\,\frac{1 + V/S}{\lambda + V/S} \cdot k. \tag{118b$_1$}$$

Ähnlich für waagerechte Druckrichtung:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{1}{2}\left[\lambda_n \cdot p_v + \nu_1 - (p_v - \nu_2)\right] = \frac{1}{2}\left[\nu_1 + \nu_2 - (1 - \lambda_n)\, p_v\right]$$

oder mit ν_2 nach Gl. (7b) und ν_1 nach Gl. (11b$_1$):

$$\tau_{max} = \frac{\lambda - 1}{\lambda + V/S} \cdot \frac{\lambda_n + V/S}{2} \cdot p_v + \sqrt{\lambda}\,\frac{1 + V/S}{\lambda + V/S} \cdot k. \tag{118b$_2$}$$

Als mittleren Wert findet man:

$$\tau_{max_{mittel}} = \frac{\lambda - 1}{\lambda + V/S} \cdot \frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{2}\, p_v + \sqrt{\lambda}\,\frac{1 + V/S}{\lambda + V/S} \cdot k \tag{118b}$$

wofür man auch schreiben kann:

$$\tau_{max} = \cos\varrho \left(\mu \frac{1 + \lambda_n}{2} p_v + k\right) \frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S} = \tau_g : \cos\varrho \tag{120b}$$

Hiernach gilt der Ansatz $\tau_{max} = \tau_g : \cos\varrho$ ganz allgemein ohne Rücksicht auf Vorbelastung.

Schließlich findet man noch für das Verhältnis der Mittelwerte des Gleitwiderstandes τ_g und der Druckfestigkeit ν_D durch Einsetzen von Gl. (15b) in Gl. (18b):

$$\tau_g = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \mu^2} \left(\sqrt{1 + \mu^2} - \frac{\mu}{3}\right) \nu_D \cdot \frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{3}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S} \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot V/S}{\lambda + 2}, \tag{24b}$$

wofür man auch schreiben kann:

$$\tau_g = \frac{\cos\varrho}{2} \cdot \frac{1 + V/S}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot \frac{\lambda + 2 \cdot V/S}{\lambda + V/S} \cdot \nu_D \text{ mit } \cos\varrho = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}. \tag{24b}$$

Die hier gegenüber Gl. (22a) hinzukommenden Faktoren ergeben sich nahezu zu 1,0, so daß hiernach das Verhältnis $\tau_g : \nu_D$ sowohl für stärker vorverdichtetes als auch für nur erstbelastetes Erdreich annähernd den gleichen Wert besitzen sollte.

Vergleich der Theorie mit Versuchsergebnissen

a) Die Versuche von HVORSLEV

An Hand der von HVORSLEV für Wiener Schluffton erhaltenen Ergebnisse (Abb. 8) soll jetzt zunächst die Anwendung unserer Formeln gezeigt werden. Dadurch wird gleichzeitig — im Verein mit Abb. 8 — ein zusammenfassender Überblick über die bisherigen Darlegungen und Ergebnisse erreicht.

Nach den HVORSLEVschen Versuchsergebnissen kann etwa $V/S \approx 0{,}22$ angesetzt werden und für den Ruhedruck bei Erstbelastung: $\lambda_n = 0{,}67$. Weiter ist nach Abb. 8 ein Reibungsbeiwert $\mu = 0{,}44$ und eine Gleitfestigkeit (Kohäsion) $k = 0{,}20$ kg/cm² vorhanden, letztere für eine Vorbelastung von $p_v = 4{,}88$ kg/cm². Man findet zunächst nach Gl. (9):

$$\sqrt{\lambda} = \sqrt{1 + 0{,}44^2} + 0{,}44 = 1{,}532 \quad \text{und} \quad \lambda = 1{,}532^2 = 2{,}35.$$

Als erstes sei nach dem Gleitwiderstand für schnelle Schubbelastung gefragt. Für Erdreich, dessen Vorbelastung p_v merklich höher liegt als die gegenwärtig vorhandene Erdkornpressung $\bar{\nu}$, erhalten wir nach Gl. (20a):

$$\tau_g : \tau_\infty = \frac{1}{1 + 0{,}44^2} \approx 0{,}84,$$

während für erstbelastetes Erdreich Gl. (18b) gefunden wird:

$$\tau_g : \tau_\infty = \frac{1}{1 + 0{,}44^2} \cdot \frac{1 + 0{,}22}{2} \cdot \frac{2{,}35 + 1}{2{,}35 + 0{,}22} = 0{,}665.$$

Der Gleitwiderstand τ_g wird hiernach bei schneller Belastung höchstens 84 % bzw. 66 % seines vollen *mittleren* Wertes τ_∞ bei sehr langsamer Belastung betragen, wenn τ_∞ den *mittleren* Wert *vor* der Belastung angibt. Da also auch in τ_∞ nach Gl. (21) keinerlei Zunahme des Reibungswiderstandes durch die neu hinzukommende Belastung vorhanden ist, wird hierdurch verständlich, warum der Gleitwiderstand der Tone oft so überraschend niedrig ausfällt.

Für die in statischer Hinsicht etwa in Betracht gezogenen „Schubflächen" (= kurvenförmige Flächen größter Schubbeanspruchung) wäre in unserem Falle anzusetzen nach Gl. (120a) bzw. (120b):

$$\tau_{max} = \tau_g : \cos\varrho = \tau_g \cdot \sqrt{1 + 0{,}44^2} \approx 1{,}09\,\tau_g,$$

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

also rd. 9 % mehr als der Gleitwiderstand τ_g bei plötzlicher Belastung. Zahlenmäßig erhält man damit für $p_v = 4{,}88$ kg/cm²:

$$\tau_g = 0{,}665 \cdot \left(0{,}44 \cdot \frac{1+0{,}67}{2} \cdot 4{,}88 + 0{,}20\right) = 1{,}325 \text{ kg/cm}^2$$

und

$$\tau_{max} = 1{,}09 \cdot 1{,}325 \approx 1{,}45 \text{ kg/cm}^2.$$

Diese Werte sind in Abb. 8 als waagerechte Widerstandslinien eingetragen.

Die von HVORSLEV erhaltenen Druckfestigkeitswerte $\tau_g : p_v \approx 0{,}48$ für lotrechte und rd. 0,42 für waagerechte Druckrichtung sind vergleichsweise in Abb. 8 als MOHRsche Kreise dick punktiert eingetragen. Nach unserer Gl. (15b) wird erhalten:

$$\nu_D = \frac{2}{\sqrt{1+0{,}44^2} - \frac{0{,}44}{3}} \left(0{,}44 \cdot \frac{1+0{,}67}{2} \cdot 4{,}88 + 0{,}20\right) \frac{1+2\cdot 0{,}22}{3}$$

$$\times \frac{2{,}35+2}{2{,}35+2\cdot 0{,}22} = \frac{2}{0{,}945}(1{,}993)\cdot 0{,}748 = 3{,}16 \text{ kg/cm}^2.$$

Der entsprechende Halbkreis ist in Abb. 8 als strichpunktierte Linie eingetragen. Die außerdem dünn strichpunktierte eingezeichneten Halbkreise entsprechen den Werten nach Gl. ($\overline{15b_1}$ und $\overline{15b_2}$) für lotrechte und waagerechte Druckrichtung.

Würde man die *Hypothese von* HVORSLEV-TERZAGHI als gültig voraussetzen, so müßte man mit einem Reibungsbeiwert von $\mu = 0{,}315$ rechnen. Da die entsprechende Gleitwiderstandslinie für langsame Schubbelastung und einen Vordruck von 4,88 kg/cm² durch den entsprechenden Gleitwiderstandspunkt für Erstbelastung gehen müßte (vgl. hierzu Abb. 7), so wäre als Gleitfestigkeit anzusetzen:

$$k = (0{,}48 - 0{,}315) \cdot 4{,}88 = 0{,}805 \text{ kg/cm}^2.$$

Damit würde man nach Gl. (15b) für die Druckfestigkeit erhalten

$$(\text{mit } \sqrt{\lambda} = \sqrt{1 + 0{,}315^2} + 0{,}315 = 1{,}363 \quad \text{und} \quad \lambda = 1{,}86):$$

$$\nu_D = \frac{2}{\sqrt{1+0{,}315^2} - \frac{0{,}315}{3}} \left(0{,}315 \cdot \frac{1+0{,}67}{2} \cdot 4{,}88 + 0{,}805\right) \frac{1+2\cdot 0{,}22}{3} \cdot \frac{1{,}86+2}{1{,}86+2\cdot 0{,}22}$$

$$= \frac{2}{0{,}943}(2{,}09)\cdot 0{,}805 = 3{,}56 \text{ kg/cm}^2,$$

was dem größten, in Abb. 8 gestrichelt eingetragenen Halbkreis entspricht.

Wie Abb. 8 erkennen läßt, entsprechen die HVORSLEVschen Versuchswerte mehr dem Standpunkt des Verfassers als der Hypothese von HVORSLEV und TERZAGHI. Im übrigen weichen die ν_D-Werte für lotrechte und waagerechte Druckrichtung im gleichen Sinne vom Mittelwert ab wie nach den Versuchswerten von HVORSLEV, wodurch die Formänderungshypothese des Verfassers für erstbelastetes Erdreich gestützt wird. — Nun sind allerdings die Versuchswerte merklich kleiner als die Rechnungswerte (rd. 70 %). Zur Erklärung dieses Unterschiedes vermutet der Verfasser, daß die HVORSLEVschen Probezylinder — abgesehen von ihrer ungenügenden Größe — wahrscheinlich durch das Ausarbeiten aus der Vordruckprobe zu sehr gestört worden sind und dadurch einen Teil ihrer inneren Festigkeit eingebüßt hatten. Eine andere mögliche Folgerung wäre die naheliegende Annahme, daß im Bruchzustand durch die starke Strukturstörung in der Gleitfläche mehr Porenwasser abgegeben wird als es den linearen Ansätzen für ζ, ξ und η auf S. 30 entspricht. Die wirklichen Gleitungskurven (vgl. die spätere Abb. 16) verlaufen ja immerhin nicht geradlinig, sondern gekrümmt. Bei verstärkter Wasserabgabe müssen auch die Gleitwiderstände für erstbelastetes Erdreich geringer ausfallen als nach unseren Formeln. Doch dürfte die hierdurch verursachte, rechnerisch nicht erfaßbare Verringerung von τ_g kaum mehr als 10 % betragen.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die (übliche) Darstellung der Spannungskreise in Abb. 8 nur des anschaulichen Vergleiches halber gewählt worden ist. Diese Darstellung ist für das sich gegenseitig beeinflussende Doppelsystem Erdkorngerüst—Porenwasser selbstverständlich nicht einwandfrei, worauf TERZAGHI schon hingewiesen hat. Ein einwandfreier Spannungskreis müßte auf die Erdkornpressungen beschränkt sein und dementsprechend sowohl die MOHRsche Grenzgerade $\tau_g = 0{,}20 + 0{,}44\,\nu$ als auch die Waagerechte $\tau_{max} = 1{,}45$ berühren. Diese Bedingungen werden für die errechnete mittlere Druckfestigkeit von 3,16 kg/cm² von dem als Voll-Linie eingezeichneten Halbkreis erfüllt, dessen Werte σ_1 und σ_2 wir jetzt zur Kontrolle nachrechnen wollen. Beschränken wir uns auf die Mittelwerte, so gilt analog den Gl. (10b):

$$\sigma_1 = \frac{1+\lambda_n}{2} p_v + \nu_1 \quad \text{und} \quad \sigma_2 = \frac{1+\lambda_n}{2} p_v - \nu_2$$

$$\text{mit} \quad \nu_2 = \frac{A}{Z} \cdot \nu_1 = \frac{\nu_1}{V/S} \quad \text{und} \quad \nu_1 = \frac{1}{2}(\lambda\lambda_n - 1 + \lambda - \lambda_n)\frac{p_v}{1+\lambda\cdot A/Z} + \frac{2\sqrt{\lambda}\cdot k}{1+\lambda\cdot A/Z}$$

oder

$$\nu_1 = \frac{(\lambda-1)\,V/S}{\lambda+V/S} \cdot \frac{1+\lambda_n}{2} \cdot p_v + \frac{2\sqrt{\lambda}\cdot V/S}{\lambda+V/S} \cdot k$$

nach Gl. (7b) und (11b).

Die Einsetzung von ν_1 liefert schließlich:

$$\sigma_1 = \frac{\lambda(1+V/S)}{\lambda+V/S} \cdot \frac{1+\lambda_n}{2} \cdot p_v + \frac{2\sqrt{\lambda}\cdot V/S}{\lambda+V/S} \cdot k = \frac{2{,}35\cdot 1{,}22}{2{,}35+0{,}22} \cdot \frac{1{,}67}{2} \cdot 4{,}88 + \frac{2\cdot 1{,}532\cdot 0{,}22}{2{,}35+0{,}22} \cdot 0{,}20$$

$$= 4{,}55 + 0{,}05 = 4{,}60 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_2 = \frac{1+V/S}{\lambda+V/S} \cdot \frac{1+\lambda_n}{2} \cdot p_v - \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda+V/S} \cdot k = \frac{1{,}22}{2{,}35+0{,}22} \cdot \frac{1{,}67}{2} \cdot 4{,}88 - \frac{2\cdot 1{,}532}{2{,}35+0{,}22} \cdot 0{,}20$$

$$= 1{,}953 - 0{,}238 \approx 1{,}70 \text{ kg/cm}^2.$$

Diese Werte stimmen in der Tat mit dem eingezeichneten Spannungskreis überein. Rechnerisch muß z. B. gelten:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{4{,}60 - 1{,}70}{2} = 1{,}45 \text{ kg/cm}^2,$$

wie vorhin bereits erhalten wurde.

b) Die Versuche von TIEDEMANN

Die von TIEDEMANN angegebene Deutung seiner Schubversuche geht aus Abb. 4 und 6 unmittelbar hervor: Er zeichnet die ausgleichende τ_g-Gerade so ein, daß ihr Schnittpunkt mit der (strichpunktierten) τ_g-Linie für Erstbelastung eine ν-Pressung aufweist, die durch den Schnittpunkt der entsprechenden Wassergehaltslinien erhalten wird. Der betreffende ν-Wert wird als Vorbelastung gedeutet. Der Verfasser bestreitet die Richtigkeit dieser Deutung und zeigt nachstehend, in welcher Weise die TIEDEMANNschen Ergebnisse mit den vom Verfasser erhaltenen Zusammenhängen in Einklang gebracht werden können. Dabei wird zugleich die Problematik der richtigen Deutung von τ_g-Werten für gewachsenes Erdreich in mancherlei Einzelheiten offenbar.

Für den Fehmarn-Ton (Abb. 4a) ist zunächst nur der Beiwert $\mu_0 = 0{,}26$ bekannt. In solchem Falle benutzt der Verfasser *vorläufig* die folgende empirisch erhaltene Näherungs-

formel für den Beiwert $\varkappa$ der Eigenfestigkeit:

$$\varkappa \approx 0{,}35\,\mu_0 \sqrt{\frac{1}{v}} - 0{,}03 \tag{25}$$

mit v als Verdichtungsbeiwert (= Verdichtungszahl V für 1,0 kg/cm² Belastung). Durch einen TERZAGHIschen Druckversuch mit aufbereitetem Fehmarn-Ton wurde gefunden: $v = 8{,}0$; $V/S \approx 0{,}45$. Damit erhält man zunächst:

$$\varkappa \approx 0{,}35 \cdot 0{,}26 \sqrt{\frac{1}{8{,}0}} - 0{,}03 = 0{,}028;$$

$$\mu = 0{,}26 - 0{,}028 = 0{,}232;$$

$$k = 2{,}5 \cdot 0{,}028 \approx 0{,}07 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sqrt{\lambda} = \sqrt{1 + 0{,}232^2} + 0{,}232 = 1{,}258;$$

$$\lambda = 1{,}582$$

und weiter nach Gl. (18b) für den mittleren Gleitwiderstand bei schneller Schubbelastung (mit der Annahme: $\lambda_n \approx 0{,}75$):

$$\tau_g = \frac{1}{1 + 0{,}232^2}\left(0{,}232 \cdot \frac{1 + 0{,}75}{2} \cdot 2{,}5 + 0{,}07\right) \frac{1 + 0{,}45}{2} \cdot \frac{1{,}582 + 1}{1{,}582 + 0{,}45}$$

$$= 0{,}949\,(0{,}578) \cdot 0{,}921 = 0{,}505 \text{ kg/cm}^2.$$

Dieser Wert ist als voll ausgezogene Waagerechte in Abb. 13a eingetragen. Wie ersichtlich ist, liegen zwei Versuchspunkte für kleinere Belastungen etwas niedriger, was wohl auf die bei künstlicher Vorbelastung nie ganz vermeidbare Wasseraufnahme während der Schubbelastung zurückgeführt werden kann.

Für den Stolzenhagener Ton nach Abb. 4b zeigt Abb. 13b zunächst die von TIEDEMANN *nach* den Schubversuchen für Erstbelastung gefundenen Wassergehaltswerte in doppeltlogarithmischer Auftragung (Nullenkreise). Diese Form der Darstellung ist in Anlehnung an das Zusammendrückungsgesetz für Erstbelastung gewählt, worüber der Verfasser in „Bauingenieur" 1939, S. 454, Näheres ausgeführt hat. Mit Ausnahme der beiden Werte für kleine Belastungen liegen die w-Werte recht gut auf einer (strichpunktierten) Geraden, aus deren Neigung erhalten wird: $V \approx 8{,}8 \cdot \nu$ kg/cm². Damit ist angenähert für ein mittleres $\mu_0 \approx 0{,}29$:

$$\varkappa = 0{,}35 \cdot 0{,}29 \sqrt{\frac{1}{8{,}8}} - 0{,}03 \approx 0{,}030$$

und weiter:

$$\mu = 0{,}29 - 0{,}03 = 0{,}26;$$

$$k = 0{,}030 \cdot p_v;$$

$$\sqrt{\lambda} = \sqrt{1 + 0{,}26^2} + 0{,}26 = 1{,}293;$$

$$\lambda = 1{,}293^2 = 1{,}672.$$

Im vorliegenden Falle sollte nach TIEDEMANN eine Vorbelastung von etwa 2,35 kg/cm² vorhanden sein (vgl. Abb. 4b, nach der Auftragung in Abb. 13b etwa 2,45 — also fast der gleiche Wert). Nach unseren bisherigen Darlegungen können wir dieser Deutung aber nicht folgen, weil wir bereits allgemein und im besonderen auch zahlenmäßig an Hand der Abb. 8 und 13a nachgewiesen haben, daß der Gleitwiderstand τ_g für die angewandte schnelle Schubbelastung merklich geringer sein muß als der volle Wert $\mu_0 \cdot p_v$ für Vorbelastung und langsames Abschieben. Ausgehend von den gefundenen τ_g-Werten müssen wir damit eine höhere Vorbelastung vermuten. Diese läßt sich in der Tat nachweisen, wenn man bedenkt, daß bei

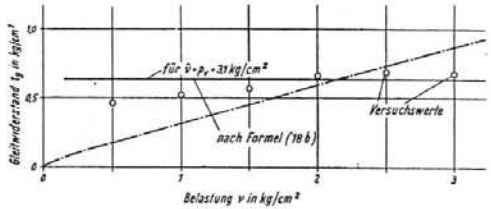


Abb. 13a. Vergleich der Gleitwiderstandsversuche von TIEDEMANN für schnelle Schubbelastung mit der Theorie des Verfassers
Fehmarnton nach Abb. 4a

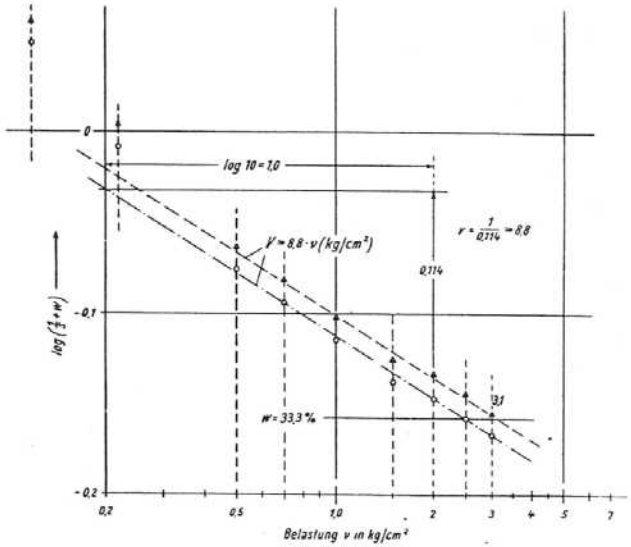


Abb. 13b. Septarienton nach Abb. 4b

den τ_g-Prüfungen für erstbelasteten gestörten Ton jeweils eine zusätzliche Wasserabgabe eingetreten ist, worauf bereits im ersten Abschnitt hingewiesen wurde. Diese zusätzliche Zusammendrückung durch Schubbelastung ist im nächsten Abschnitt rechnerisch nachgewiesen. Die entsprechenden Wassergehalte *vor* der Schubbelastung lassen sich damit berechnen; sie sind in Abb. 13b als Dreieckpunkte eingetragen und durch eine gestrichelte Gerade ausgeglichen. Da der Wassergehalt des gewachsenen Tones sich bei schneller Schubbelastung gegenüber dem w-Wert *vor* der Schubbelastung nicht geändert hat, so leuchtet ein, daß der Schnittpunkt der Wassergehaltslinien nicht auf der strichpunktierten, sondern auf der zuletzt erhaltenen gestrichelten w-Geraden liegen muß. Wir erhalten damit eine

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Belastung von 3,1 kg/cm² und nehmen vorläufig an, daß dieser Wert der (vorerst unbekannten!) Vorbelastung p_v entspricht. Dann wird nach Gl. (18b) als Gleitwiderstand erhalten (mit $\lambda_n \approx 0{,}70$ und $V/S \approx 0{,}30$):

$$\tau_g = \frac{1}{1+0{,}26^2}\left(0{,}26 \cdot \frac{1+0{,}70}{2} \cdot 3{,}1 + 0{,}030 \cdot 3{,}1\right) \frac{1+0{,}30}{2} \cdot \frac{1{,}672+1}{1{,}672+0{,}30}$$
$$= 0{,}937\,(0{,}778) \cdot 0{,}880 \approx 0{,}64 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Einzeichnung dieser τ_g-Waagerechten in Abb. 13c zeigt eine für gewachsene Erdproben befriedigende Übereinstimmung mit den meisten Versuchswerten. Für $p_v = 2{,}35$ nach TIEDEMANN würde man nach derselben Formel $\tau_g = 0{,}49$ kg/cm² erhalten, ein offenbar zu kleiner Mittelwert.

Für den Feinton nach Abb. 6 sind in Abb. 13d die Wassergehalte ebenso wie vorstehend geschildert aufgetragen. Der entsprechende Schnittpunkt der w-Linien zeigt eine Belastung von 5,4 kg/cm². Die übrigen Versuchswerte sind:

$V \approx 8{,}0 \cdot \nu$; S wird zu $25{,}0 \cdot \nu$ kg/cm² und λ_n zu 0,75 geschätzt.

$$V/S = \frac{8{,}0}{25{,}0} = 0{,}32;$$
$$\mu_0 = 0{,}32;$$
$$\varkappa \approx 0{,}35 \cdot 0{,}32 \sqrt{\frac{1}{8{,}0}} - 0{,}03 = 0{,}035;$$
$$\mu = 0{,}32 - 0{,}035 = 0{,}285;$$
$$\sqrt{\lambda} = \sqrt{1 + 0{,}285^2} + 0{,}285 = 1{,}325;$$
$$\lambda = 1{,}325^2 = 1{,}756.$$

Nehmen wir vorläufig wieder $p_v = 5{,}4$ kg/cm² an, so erhalten wir nach Gl. (18b):

$$\tau_g = \frac{1}{1+0{,}285^2}\left(0{,}285 \cdot \frac{1+0{,}75}{2} \cdot 5{,}4 + 0{,}035 \cdot 5{,}4\right) \frac{1+0{,}32}{2} \frac{1{,}756+1}{1{,}756+0{,}32}$$
$$= 0{,}925\,(1{,}534) \cdot 0{,}875 = 1{,}24 \text{ kg/cm}^2.$$

Dieser Wert ist in Abb. 13e als volle Waagerechte eingetragen. Da die Versuchspunkte wesentlich niedriger liegen, kann die vorläufige Annahme $p_v = 5{,}4$ kg/cm² nicht zutreffen. Es verbleibt nur die Möglichkeit einer geringeren jetzigen Erdpressung ($\bar{p} < 5{,}4$) und einer damit zwangsläufig verkoppelten höheren Vorbelastung ($p_v > 5{,}4$), d. h. die betreffende Erdschicht hat nach ihrer Höchstbelastung mit p_v wieder eine gewisse Entlastung bis auf $\bar{p}$ erfahren, wobei unter Wasseraufnahme eine geringe Schwellung (Ausdehnung) vor sich gegangen ist. Diese Schwellung erstreckt sich auf die Entlastung von p_v bis $\bar{p}$ und kommt in Abb. 13d durch die geneigten Linien für $S \approx 25\,\nu$ zum Ausdruck. Rechnet man z. B. probeweise mit $\bar{p} = 4{,}0$ kg/cm², so muß nach der punktierten S-Linie in Abb. 13d offenbar $p_v \approx 6{,}2$ kg/cm² betragen, womit nach Gl. (18b) erhalten wird:

$$\tau_g = 0{,}925\left(0{,}285 \frac{1+0{,}82}{2} 4{,}0 + 0{,}035 \cdot 6{,}2\right) \cdot 0{,}875 = 1{,}015 \text{ kg/cm}^2.$$

Hierbei ist λ_n etwas höher angesetzt, wie solches bei einer Entlastung auch versuchsmäßig erhalten wird. Als dritte Möglichkeit ist von einer jetzigen Belastung $\bar{p} = 3{,}0$ kg/cm² ausgegangen, wozu nach Abb. 13d eine Vorbelastung von 7,0 kg/cm² gehört und nach Gl. (18b) ein Gleitwiderstand von

$$\tau_g \approx 0{,}925\left(0{,}285 \frac{1+0{,}90}{2} \cdot 3{,}0 + 0{,}035 \cdot 7{,}0\right) 0{,}875 = 0{,}855 \text{ kg/cm}^2.$$

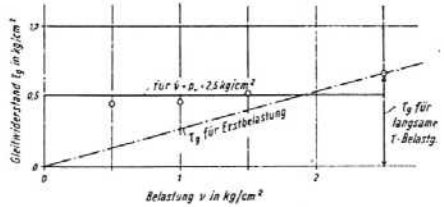


Abb. 13c. Septarienton nach Abb. 4b

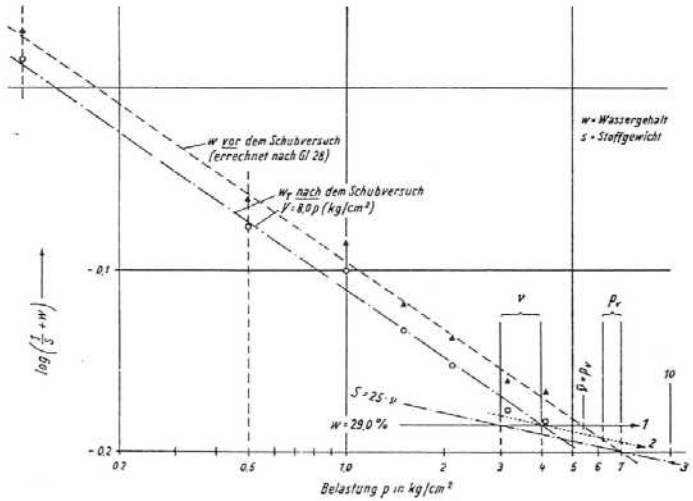


Abb. 13d. fetter Ton nach Abb. 6

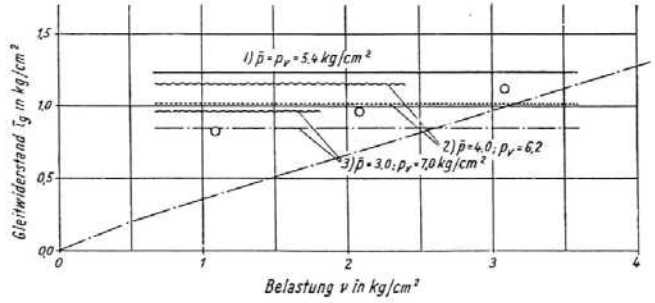


Abb. 13e. fetter Ton nach Abb. 6

Sämtliche errechneten drei Widerstandslinien sind in Abb. 13c als Waagerechte aufgetragen. Der Vergleich mit dem Mittelwert der Versuchspunkte zeigt, daß etwa für $\bar{v} = 3{,}7$ und $p_v = 6{,}5$ kg/cm² Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch vorhanden ist. Strenggenommen gilt der Faktor 0,875 nur für die voll ausgezogene Widerstandslinie ($\bar{v} = p_v$); er muß für abnehmendes Verhältnis $p_v/\bar{v}$ den Wert 1,0 für $V = S$ bald wieder erreichen. Geht man z. B. von der — allerdings zu günstigen — Annahme aus, daß bleibende Formänderungen erst nach dem Überschreiten der Pressungen $\bar{v}$ bzw. $\lambda_n \cdot \bar{v}$ eintreten, so findet man die Formel:

$$\tau_{g_{mittel}} = \frac{1}{1+\mu^2}\left[\mu\frac{1+\lambda_n}{2}\bar{v} + k + \mu\frac{1-V/S}{1+V/S}\left(\frac{1+\lambda_0}{2}p_v - \frac{1+\lambda_n}{2}\bar{v}\right)\right]\frac{1+V/S}{2}\,\frac{\lambda+1}{\lambda+V/S}$$

gültig für $\frac{p_v}{\bar{v}} \leq (1+\sin\varrho)\frac{1+\lambda_n}{1+\lambda_0} + \frac{2\cos\varrho}{1+\lambda_0}\cdot\frac{k}{\bar{v}}$, wenn λ_n für $\bar{v}$ und λ_0 für p_v gelten. Zahlenmäßig findet man damit einen sehr kurzen Übergangsbereich, so daß im vorliegenden Falle der Faktor 0,875 für $\bar{v} = 4{,}0$ und 3,0 fortfallen müßte. Damit wären die berechneten Werte

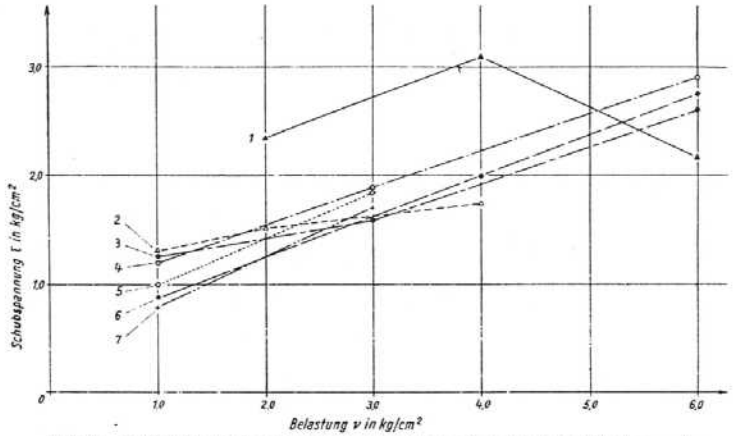


Abb. 14. Gleitwiderstand gewachsener Erdproben eines Kraftwerk-Untergrundes
1 = grüner Schluffton
2 = etwas feinsandiger Schluffton, humushaltig
3 = grüner etwas schluffiger Ton
4 = schluffiger Glimmerton, stark humushaltig
5 = feinsandiger schluffiger Glimmerton, stark humushaltig
6 = grauschwarzer feinsandig-schluffiger Ton, humushaltig
7 = schwarzer sandiger Glimmerton

1,015 und 0,855 zu ersetzen durch 1,16 und 0,978 kg/cm²; vgl. gewellte Linien in Abb. 13e. Der zuletzt genannte Wert entspricht etwa dem mittleren Versuchswert, so daß richtiger mit einer Vorspannung von 3,0 und einer Vorbelastung von 7,0 kg/cm² zu rechnen wäre. Doch ist, wie gesagt, die vorstehende Formel unter zu günstigen Annahmen abgeleitet, so daß für den Ansatz der bleibenden Formänderungen im Übergangsbereich noch eine genauere (möglichst versuchsmäßig gestützte) Hypothese heranzuziehen sein wird. Darauf soll an dieser Stelle jedoch nicht weiter eingegangen werden, da es hier nur darauf ankommt zu

zeigen, in welcher Weise die Versuchsergebnisse mit der Theorie in Einklang gebracht werden können.

Zur Nachprüfung wäre bei allen in Abb. 13 untersuchten Fällen die Ermittlung der Druckfestigkeit und deren Umrechnung nach Gl. (24b) sehr wertvoll gewesen. Überhaupt sollte nach Meinung des Verfassers die leicht feststellbare Zylinder-Druckfestigkeit möglichst für jede gewachsene Erdprobe ermittelt werden.[1]

Gegenüber der vorstehend gegebenen Deutung könnte eingewendet werden, daß die TIEDEMANNschen Versuchswerte ein gewisses Ansteigen mit der Pressung ν erkennen lassen und deshalb die waagerechten Widerstandslinien des Verfassers nicht genügend bestätigen. Demgegenüber ist auf die unvermeidlichen Störungen beim Einbauen der gewachsenen Erdproben in die Prüfgeräte hinzuweisen, die sich wahrscheinlich bei kleineren Belastungen stärker auswirken als bei größeren Pressungen. Vor allem aber muß bemerkt werden, daß die Ergebnisse mit gewachsenen Erdproben erfahrungsgemäß eine gewisse Streuung aufweisen, wodurch die Versuchung besteht, zur Unterstützung des eigenen Standpunktes die anscheinend „besten" Ergebnisse zur Veröffentlichung herauszusuchen. Mit welchen Streuungen zuweilen gerechnet werden muß, läßt Abb. 14 erkennen (Ergebnisse von TIEDEMANN). Der Verfasser hofft, durch die angekündigten eigenen Versuche auch in dieser Hinsicht zur Klarheit zu kommen.

Zusätzliche Verdichtung durch Schubspannungen

Nach der Elastizitätslehre soll durch das Hinzukommen von Schubspannungen τ keine zusätzliche Raumänderung, sondern lediglich eine Gleitverschiebung (Winkeländerung, rhombische Verzerrung) verursacht werden. Dies müßte nach unseren Annahmen auch für vorverdichtetes Erdreich gelten. Nach den bereits erwähnten Versuchen von HVORSLEV wurden für vorverdichteten Ton teils Setzungen, teils Hebungen beobachtet, die jedoch geringfügiger sind und wohl als Einfluß der vernachlässigten Hysteresis-Erscheinungen gedeutet werden können.

Anders liegen jedoch die Verhältnisse für *erstbelastetes Erdreich* ($\bar{v} = p_v$). In diesem Falle wird bekanntlich in den Schubapparaten eine merkliche zusätzliche Zusammendrückung beobachtet, sobald stärkere Schubspannungen hinzukommen und die Schublast-Steigerung hinreichend langsam erfolgt. Hier versagt also die Elastizitätslehre, was nach den vorangegangenen Betrachtungen auch ohne weiteres zu erwarten ist. Hingegen sind wir durch die angenommenen Formänderungsansätze in der Lage, die beobachtete zusätzliche Zusammendrückung beim Hinzukommen von Schubspannungen zu erklären und angenähert zu berechnen.

Durch das Hinzukommen von Schubspannungen des Größtwertes τ wird bekanntlich die eine der Hauptspannungen um τ erhöht und die andere um den gleichen Betrag erniedrigt.

[1] In Lehrbüchern wird zuweilen empfohlen, die Tonzylinder vor dem Zerdrücken einmal in Wasser einzutauchen, „um die Kapillarspannung auszuschalten". Das ist natürlich grundfalsch und zeugt von einer Verkennung der physikalischen Zusammenhänge. Sowohl Wasseraufnahme als auch Verdunstungsverluste müssen bei Zerdrückungsversuchen vermieden werden. Nur dann, wenn Anhaltspunkte für die *Eigen*festigkeit gesucht werden, können Zylinderdruckversuche unter Wasser von Nutzen sein, die aber dann erst nach einer gewissen Zeit (nach Abklingen des Wasseranzugens!) durchgeführt werden dürfen.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Nach unseren Ansätzen folgt hieraus als Zusammendrückung des Einheitswürfels (mit ν_3 als zusätzliche Pressung lotrecht zur Bildebene):

$$\zeta = \frac{\tau}{Z} + \frac{\tau}{m\,Z} - \frac{\nu_3}{m\,Z}$$

und als Ausdehnung lotrecht dazu

$$\xi = \frac{\tau}{A} + \frac{\tau}{m\,Z} + \frac{\nu_3}{m\,Z}.$$

In der dritten Hauptachse muß die Längenänderung Null sein, woraus folgt:

$$\eta = \frac{\nu_3}{Z} - \frac{\tau}{m\,Z} + \frac{\tau}{m\,A} = 0;$$

$$\nu_3 = \frac{\tau}{m}\left(1 - \frac{Z}{A}\right).$$

Die Einsetzung dieses Wertes liefert:

$$\zeta = \frac{\tau}{Z}\left(1 + \frac{1}{m}\cdot\frac{Z}{A} - \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^2}\cdot\frac{Z}{A}\right);$$

$$\xi = \frac{\tau}{Z}\left(\frac{Z}{A} + \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} - \frac{1}{m^2}\cdot\frac{Z}{A}\right).$$

Für die Änderung des Einheitsvolumens findet man damit nach kurzer Rechnung:

$$\Delta v_{1,0} = \left(1 - \frac{1}{m} - \frac{2}{m^2}\right)\left(1 - \frac{Z}{A}\right)\frac{\tau}{Z} = \frac{(m+1)\,(m-2)}{m^2}\left(1 - \frac{Z}{A}\right)\frac{\tau}{Z}.$$

Bezeichnet Δz_τ die zusätzliche Zusammendrückung der Schichtdicke z durch die Schubspannung τ, so ist $\Delta v_{1,0} \approx \Delta z_\tau : z$. Unter Beachtung von Gl. (16) findet man damit schließlich die gesuchte Formel:

$$\frac{\Delta z_\tau}{z} = \frac{m-1}{m}\left(1 - \frac{V}{S}\right)\frac{\tau}{V}. \tag{26}$$

Für den Bruchzustand ist $\tau = \mu_0 \cdot \nu$.

Für hinreichend bindige Erde gilt nach früher mitgeteilten Ergebnissen des Verfassers[1] eine geradlinige Zunahme der Verdichtungszahl V für Erstbelastung mit der Normalpressung ν:

$$V = v \cdot \nu.$$

Damit hat man in diesem Falle auch:

$$\frac{\Delta z_\tau}{z} = \frac{m-1}{m}\left(1 - \frac{V}{S}\right)\frac{\mu_0}{v}. \tag{26a}$$

Hiernach ist die zusätzliche Zusammendrückung der Schichteinheit beim Reibungsversuch mit erstbelastetem Ton unabhängig von der Normalbelastung ν — solange μ_0 konstant ist, was meistens genügend genau angenommen werden kann.

Der Vergleich der gemessenen Versuchswerte mit dem Ergebnis nach Gl. (26a) hat ergeben, daß die zusätzlichen Zusammendrückungen infolge Schubbelastung größer ausfallen als nach der Rechnung. Es fällt nicht schwer, hierfür eine Erklärung zu finden. Im vorigen Abschnitt wurde schon erwähnt, daß die Gleitung nicht geradlinig mit dem Anwachsen von τ zunimmt, sondern in der Nähe der Bruchlast bedeutend stärker ansteigt. Außerdem ist durch die starke Strukturstörung bei beginnendem Fortgleiten eine weitere Wasserabgabe zu erwarten. Beide Ursachen bewirken eine Erhöhung des rechnerisch erhaltenen Wertes,

[1] Bauing. 20 (1939), S. 454.

so daß an Stelle von Gl. (26a) besser angeschrieben wird:

$$\frac{\Delta z_\tau}{z} = \psi\,\frac{m-1}{m}\left(1 - \frac{V}{S}\right)\frac{\mu_0}{v}. \tag{26b}$$

Wie es scheint, kann ψ etwa gleich 2,0 gesetzt werden.[1]

Andererseits kann für bindiges Erdreich angeschrieben werden:

$$\frac{\Delta z_\tau}{z} = \frac{\Delta w}{\frac{1}{s} + w} = \frac{w - w_\tau}{\frac{1}{s} + w}, \tag{27}$$

wenn w die Wasserzahl (100 w = Wassergehalt in %) *vor* der Schubbelastung, w_τ die Wasserzahl nach dem Schubversuch und s das Stoffgewicht der Erdkörner bedeuten. Aus (27) folgt nach kurzer Rechnung:

$$w = \left(\frac{w_\tau + \frac{1}{s}\cdot\frac{\Delta z_\tau}{z}}{1 - \frac{\Delta z_\tau}{z}}\right) \approx w_\tau + \frac{\Delta z_\tau}{z}\left(\frac{1}{s} - w_\tau\right)$$

oder nach Einsetzen von (26b):

$$w \approx w_\tau + \psi\cdot\frac{m-1}{m}\left(1 - \frac{V}{S}\right)\frac{\mu_0}{v}\cdot\left(\frac{1}{s} - w_\tau\right). \tag{28}$$

Zahlenmäßig erhalten wir z. B. für $v = 1{,}0$ in Abb. 13b mit $w_\tau = 0{,}403$, $\mu_0 = 0{,}29$, $v = 8{,}8$ kg/cm², $V/S \approx 0{,}30$, $m \approx 2{,}5$ und $1/s \approx 0{,}365$:

$$w = 0{,}403 + 2\cdot\frac{1{,}5}{2{,}5}\,(1 - 0{,}30)\,\frac{0{,}29}{8{,}8}\,(0{,}365 + 0{,}403) \approx 0{,}425.$$

In derselben Weise sind auch die übrigen w-Werte in Abb. 13b und d errechnet, was hier der Kürze halber nicht weiter nachgewiesen sei.

Natürliche und vorgebildete Gleitflächen und das Absinken des Gleitwiderstandes

Bislang haben wir völlig gleichmäßiges Erdreich vorausgesetzt. Da dieser Idealfall in der Natur nur selten vorhanden ist, so ist es wichtig, die Abweichungen in Betracht zu ziehen, die in der Natur vorkommen können. In dieser Hinsicht sind wir leider ganz auf Erfahrungen bei Baugrunduntersuchungen angewiesen, so daß wohl noch eine geraume Zeit vergehen wird, bis alle in der Natur vorkommenden Erscheinungen und Verhältnisse aufgefunden und klar beschrieben oder untersucht worden sind.

Was zunächst die Lage oder Form der Gleitflächen anbelangt, so ist ohne weiteres einzusehen, daß diese von der *Erdschichtung* beeinflußt werden kann. So kann z. B. die Neigung der Erdschichten die Ausbildung von Gleitflächen begünstigen. Auch kommen zuweilen dünne Ton- oder Schlick-Zwischenlagen als *„natürliche" Gleitflächen* in Frage. Da solche dünnen Schichten bei Bohrungen oft übersehen werden, können solche Erkundungsarbeiten gar nicht sorgfältig genug durchgeführt werden.

Bei stark vorverdichteten Tonen können feine Klüfte und *vorgebildete Gleitflächen* den Gleitwiderstand stark herabsetzen. Solchen „festen" Tonen wird oft eine gute Tragfähigkeit

[1] Im vorigen Abschnitt wurde ebenfalls schon angedeutet, daß der Gleitwiderstand bei vermehrter Wasserabgabe wahrscheinlich etwas geringer ausfallen muß als nach der Theorie. Die Gl. (18b) und (15b) werden deshalb wohl noch mit einem Faktor vervielfacht werden müssen, der etwas kleiner als 1,0 sein wird (schätzungsweise: $\Phi \approx 0{,}95$).

zugeschrieben, zumal der angetroffene geringe Wassergehalt die starke Vorverdichtung sogar zahlenmäßig beweist. Die Erfahrung zeigt jedoch, daß der Gleitwiderstand solcher Tone oft nicht so groß ist, wie er es nach den bisher dargelegten Gesetzmäßigkeiten mit Rücksicht auf die angetroffene Vorverdichtung eigentlich sein müßte. So stellte z. B. der Verfasser in einem Falle fest, daß der angetroffene „feste" Ton von einem grobmaschigen, zunächst unsichtbaren Netz vorgebildeter Gleitflächen durchsetzt war, deren Neigung teils etwa unter 25 bis 30° zur Waagerechten, teils annähernd lotrecht verlief. Die Druckfestigkeit größerer Prismen betrug infolgedessen nur rd. $^1/_5$ bis $^1/_8$ der Druckfestigkeit kleiner Prismen. Bemerkt wurde das Vorhandensein der Gleitflächen durch das in Abb. 15 aus der Erinnerung wiedergegebene Bruchbild[1] beim Zerdrücken einer großen Drucksäule (etwa ⌀ 15 cm). Die Gleitflächen zeigten eine genau ebene und spiegelglatte Fläche ohne die geringste Unregelmäßigkeit. Solche glatten Flächen werden bei gewöhnlicher, erzwungener Gleitflächenausbildung fast nie erreicht. Die Grenzbelastung dieses festen Tones war bereits bei etwa 2,8 bis 3,0 kg/cm² erreicht (Grundfläche 20×20 cm), während die Vorbelastung mehr als 10 kg/cm² betrug.

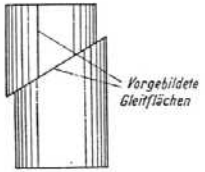


Abb. 15

Dieses Beispiel zeigt deutlich, wie wichtig eine gründliche Untersuchung des *gewachsenen* Erdreiches ist (wobei die Erdproben nicht zu klein sein dürfen). Besonders bei *stark* verdichtetem Tonuntergrund muß immer die Möglichkeit des Vorhandenseins vorgebildeter Gleitflächen in Betracht gezogen werden.

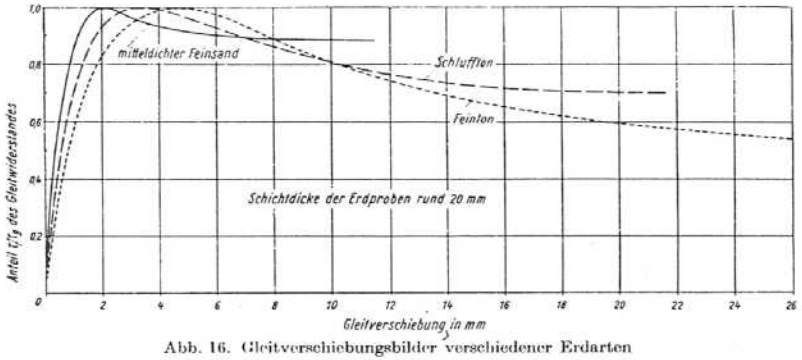


Abb. 16. Gleitverschiebungsbilder verschiedener Erdarten

Bei der Beanspruchung *erstbelasteter Tone* ($p_v = \bar{\tau}$) spielt deren *plastische Nachgiebigkeit* eine wichtige Rolle. Solche Tone zeigen ein langsames „*Fließen*" schon lange vor dem Erreichen des Höchstwertes des Gleitwiderstandes.[2] Infolgedessen muß der Sicherheitsgrad gegenüber dem Erreichen des Gleitwiderstandes in solchen Fällen merklich erhöht werden. Von vornherein ist natürlich bei den „weichen" Tonen erhöhte Vorsicht am Platze.

Abb. 16 zeigt die bei einigen Schubversuchen gemessenen Gleitverschiebungen. Hiernach fällt der Schubwiderstand nach dem Erreichen des Höchstwertes τ_g wieder mehr oder

[1] Die Unterlagen sind bei der Zerstörung Dresdens leider verbrannt.

[2] Hierauf hat meines Wissens TERZAGHI zuerst hingewiesen. J. HVORSLEV hat die Fließgeschwindigkeit bei Gleitwiderstandsversuchen von Ton gemessen; vgl. Anm. 5 auf S. 11.

weniger mit der Rutschbewegung ab, besonders bei Tonen. Dieses Verhalten ist bei der Beurteilung der Rutschgefahr von Wichtigkeit, worauf hier aber nicht weiter eingegangen werden soll.[1]

Nach bisherigen Versuchswerten kann man etwa mit folgenden Anteilzahlen für den nach längerem Gleitweg noch verbleibenden Bewegungswiderstand $\tau_{\bar{g}}$ rechnen:

Erdart	Sand locker	Sand mittel-dicht	Sand dicht	Schluff	Schluffton	mittel-feiner Ton	sehr feiner Ton
$\frac{\tau_{\bar{g}} - k}{\tau_g - k} \approx$	1,0 – 0,95	0,90	0,85 – 0,75	0,9 – 0,8	0,8 – 0,7	0,7 – 0,6	0,6 – 0,45

Die Eigenfestigkeit k scheint teils völlig verlorenzugehen, teils mit etwa 40% erhalten zu bleiben.

Bei der Wiederherstellung von gerutschten Böschungen, Dämmen und anderen Erdbauwerken tritt die Frage auf, ob der bis auf den Bewegungswiderstand herabgedrückte Gleitwiderstand dauernd erhalten bleibt oder mit der Zeit wieder anwächst. Da die diesbezüglichen Versuchsergebnisse[2] noch einander widersprechen, muß diese Frage vorläufig noch als ungeklärt betrachtet werden, und man wird deshalb vorerst sicherheitshalber nur mit dem Vorhandensein des geringsten Wertes $\tau_{\bar{g}}$ rechnen dürfen. Im Rutschgelände ist dann also eine „vorgebildete" Gleitfläche mit herabgesetztem Widerstand als vorhanden anzunehmen.

Ganz anderer Art ist folgende, bereits erwähnte Ursache für das Absinken des Widerstandes:

Noch ehe der Größtwert erreicht ist, kann der Gleitwiderstand feinkörniger Tone im plastischen Bereich durch langsame, zeitlich konstante Fließverschiebung merklich herabgesetzt werden. TERZAGHI spricht in diesem Fall vom „*gleitenden Fließen*" zum Unterschied vom „*plastischen Fließen*" im Bruchzustand. Die Erscheinung des gleitenden Fließens dürfte besonders für Erdreich im Zustande der Erstbelastung zu erwarten sein und wird deshalb wahrscheinlich eine um so geringere Rolle spielen, je größer die Vorbelastung p_v im Vergleich zur jetzigen Erdpressung $\bar{\tau}$ ist. Es versteht sich von selbst, daß der Einfluß des gleitenden Fließens bei der Festlegung der Gleit*sicherheit* unbedingt beachtet werden muß.

Schlußbetrachtung

Unsere Darlegungen sollten neben einem Überblick über den heutigen Stand des Gleitwiderstandsproblems vor allem die Frage beantworten nach der Größe des Gleitwiderstandes der Tone bei plötzlicher Schubbelastung. Die rechnerisch erhaltenen Ergebnisse sind einleuchtend und durch einige Versuchsergebnisse bereits leidlich bestätigt worden; sie müssen jedoch noch durch weitere Versuche erhärtet werden. Erwünscht wäre die Durchführung größerer, systematisch aufgebauter Versuchsreihen. Durch solche Versuche müßte einerseits der Einfluß der mittleren Hauptspannung auf den Beiwert μ der inneren Reibung und die Abhängigkeit des Eigenfestigkeitsbeiwertes $\varkappa$ von den übrigen Stoffwerten (z. B. von μ_0, V und S) für eine größere Anzahl bindiger Erdarten ermittelt werden, und andererseits müßte möglichst auch in jedem Falle der Gleitwiderstand des *gewachsenen* Erdreiches festgestellt und mit den Ergebnissen für künstlich vorbelastete gestörte Erdproben verglichen werden.

[1] Vgl. JOH. OHDE: Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen. Archivheft Nr. 67 des Deutschen Wasserwirtschaftsverbandes, Berlin 1943.

[2] Vgl. J. HVORSLEV nach Anm. 5 auf S. 11.

Außerdem sollte bei allen Versuchen dem Zeiteinfluß (gleitendes Fließen!) die nötige Beachtung geschenkt werden.

Kurz *zusammengefaßt* sind die Ergebnisse unserer theoretischen Betrachtungen über den Gleitwiderstand der *bindigen* Erdstoffe folgende:

1. Der Gleitwiderstand bei *langsamer Schubbelastung* und ausgeschalteten Porenwasserspannungen folgt hinreichend genau der COULOMBschen Gl. (4), wodurch die innere Reibung und die Eigenfestigkeit (echte Kohäsion) bindiger Erdstoffe physikalisch eindeutig erklärt sind. Der Anteil der Eigenfestigkeit nimmt etwa verhältnisgleich mit der Vorbelastung zu (ergänzte Hypothese KREY-TIEDEMANN). Die Hypothese von HVORSLEV-TERZAGHI [Gl. (2) und Abb. 7] ist demgegenüber nicht physikalisch einwandfrei.
2. Der Gleitwiderstand der Tone fällt bei plötzlicher Schubbelastung merklich geringer aus als der volle Wert bei langsamer Schubbelastung. Die entsprechende Verringerung ist abhängig von der Vorbelastung der vorhandenen Erdauflast, dem natürlichen Erddruck und dem Verhältnis V/S, der Verdichtungszahl V zur Schwellzahl S.
3. Bei schneller Schubbelastung besteht noch ein Unterschied zwischen stärker vorbelastetem und erstbelastetem Erdreich, wobei als Kennwert etwa das Verhältnis $p_v/\bar{p}$ der Vorbelastung p_v zur jetzt wirksamen Erdkornpressung $\bar{p}$ anzusehen ist. Bei stärkerer Vorverdichtung gelten die Gl. (18) bzw. (18a) für den Gleitwiderstand τ_g und die Gl. (15) bzw. (15a) für die Zylinder-Druckfestigkeit ν_D. Für erstbelasteten Ton dagegen werden geringere Werte erhalten durch die Gl. (18b) für τ_g und Gl. (15b) für ν_D. Im letzteren Fall gibt Abb. 8 eine gute Übersicht.
4. Die bei Versuchen mit erstbelastetem Ton bei langsamer Schubbelastung beobachtete zusätzliche Zusammendrückung infolge Schubbelastung fällt größer aus als der rechnerische Wert nach Gl. (26). Die hierdurch verursachte verstärkte Abgabe überschüssigen Porenwassers kurz vor dem Bruch wirkt sich wahrscheinlich auch verringernd auf den Gleitwiderstand bei schneller Schubbelastung aus. In diesem Falle wären die Gl. (18b) und (15b) noch mit einem Faktor $\Phi < 1{,}0$ zu vervielfachen ($\Phi \approx 0{,}95$?).

Bei der vorgelegten Theorie konnten nicht alle Eigenheiten der Erdstoffe berücksichtigt werden, besonders nicht der Einfluß der Hysteresis, der immer dann auftritt, wenn die durch Spannungsänderungen neu hinzugekommenen Schubspannungen ihre bis dahin vorhandene Richtung ändern (Umkehrung einer Art inneren Widerstandes halbelastischer Natur). Es ist nicht ausgeschlossen, daß es mit der Zeit gelingt, auch diesen Einfluß rechnerisch zu erfassen. Genügend einfache Formeln sind aber kaum zu erwarten. Ähnliches gilt wohl auch von der richtungsabhängigen Einlagerung und Anordnung der einzelnen Erdkörnchen, wodurch auch die Formänderungszahlen und die innere Reibung richtungsabhängig werden.

Diese angedeuteten Abweichungen vom vorausgesetzten Idealverhalten werden mit der Zeit vielleicht gewisse versuchsbedingte Berichtigungen unserer Formeln bringen, soweit diese für lotrechte und waagerechte Druckrichtung verschiedene Ergebnisse nachweisen, doch dürften die abgeleiteten *Mittelwerte* genügend genau zutreffen und für die Bedürfnisse der Baupraxis wohl ausreichen. — Auf die sich aus der vorgetragenen Theorie ergebenden erdstatischen Folgerungen wird in einem weiteren Aufsatz eingegangen werden.

Das Problem des Gleitwiderstandes der Tone ist schwierig und erfordert zu seiner restlosen Klärung noch viel langwierige und beharrlich durchgeführte Versuchsarbeit. Möge der vorliegende Beitrag auch nach dieser Richtung hin ein Ansporn sein.

Kurze Beschreibung der Durchführung der Absetz-Analyse nach Prof. O h d e

Es werden etwa 40 g Feuchtsubstanz in die Schlämmflasche eingebracht und diese mit destilliertem Wasser bis zur 1-Liter-Markierung gefüllt. Danach wird die Flasche ausreichend lange geschüttelt, sodann der Käfig mit den Glasplatten an der Flasche so befestigt, daß die oberste Glasplatte die Flaschenöffnung abschließt. Die Flasche wird mit der Flaschenöffnung nach unten einige Zentimeter tief in Wasser eingetaucht, so daß ein Herausströmen der Trübe aus der Flasche bei Abziehen der Glasplatte von der Flaschenöffnung nicht mehr möglich ist. Die in der Flasche aufgeschlämmten Erdstoffe setzen sich dann ebenso wie bei den übrigen Absetzverfahren nach verschiedenen Zeiten auf der unter der Flaschenöffnung befindlichen Glasplatte ab. Zur Bestimmung der mittleren Korngröße, die sich in einem bestimmten Zeitraum abgesetzt hat, werden die unter der Flaschenöffnung befindlichen Glasplatten in festgelegten Zeitabständen vorsichtig aus dem Käfig herausgezogen, nachdem dieser von der Flasche abgezogen ist. Die Zeitabstände sind aus dem in der Anlage 1 angegebenen Musterprotokoll zu entnehmen. Die Herausnahme der einzelnen Glasplatten aus dem Käfig und dem Wasser erfordert größte Sorgfalt und Geschicklichkeit, da möglichst keine auf der Platte befindlichen Erdstoftteile verloren gehen dürfen. Diese werden im Trockenschrank getrocknet und gewogen und ihr Gewicht im Protokoll eingetragen. Nach Beendigung des Versuches werden auch die in der Schlämmflasche zurückgebliebenen Erdteilchen festgestellt, sowie die Reste aus der Schale mit Wasser, in das der Käfig eingetaucht war. Durch Vergleich der auf den einzelnen Glasplatten sowie in der Flasche und der Schale festgestellten Erdstoffteile mit der zu Beginn des Versuches in die Flasche eingebrachten Erdstofftrockenmenge kann festgestellt werden, mit welcher Sorgfalt der Versuch durchgeführt wurde. Die Anteile der einzelnen Rückstände auf den Glasplatten, in der Flasche und in der Schale werden im Verhältnis zu der nach Beendigung des Versuchs festgestellten Gesamtmenge errechnet und in das Protokoll eingetragen. Da sich der in der Flasche und in der Schale zurückgebliebene Rest ungefähr gleichmäßig auf alle Kornstufen der vorhandenen Erdstoffmischungen verteilt, wird dieser Rückstand zu gleichen Anteilen zu den auf den Glasplatten festgestellten Anteilen hinzugezählt. D. h. in vorliegendem Falle: Es wurde ein Rückstand von 5,98 % ermittelt, dieser wird durch 11 dividiert und die sich ergebenden 0,54 % zu den in der Spalte "Anteil" angegebenen Zahlen addiert. Die Summe der so korrigierten Anteile muß dann theoretisch 100 % ergeben. Zur überschlägigen Feststellung der mittleren Durchmesser der Körner, die sich in den festgelegten Zeiten auf die Glasplatten abgesetzt haben, wird das in der Anlage 2 beigefügte Nomogramm verwendet. Es wird zunächst die Fallgeschwindigkeit v in cm/sec bestimmt. In vorliegendem Falle ist die grundlegende Fallhöhe 39,3 cm. Diese Höhe wird durch die einzelnen Zeiten dividiert und dadurch die Fallgeschwindigkeit ermittelt, die dann im Protokoll eingetragen wird. Mit Hilfe des Nomogramms kann sodann unter Berücksichtigung der Temperatur und der Zähigkeit des Wassers sowie der Stoffgewichte die mittlere Korngröße zunächst überschlägig festgestellt werden. Es kann so eine Kornverteilungskurve in der üblichen Art gezeichnet werden, die jedoch noch nicht den wirklichen Gegebenheiten entspricht (Kurve 1) und noch folgendermaßen korrigiert wird. Nach den theoretischen Überlegungen und Berechnungen von Prof. Ohde muß die provisorische Kornverteilungskurve in Richtung der kleinen Korndurchmesser verschoben werden. Die Ableitung der Beweisführung für diese Verschiebung wird demnächst veröffentlicht werden. Es ist nach den Angaben von Ohde der Korndurchmesser, der mit einem Anteil von 90 % in der Kornmischung festgestellt wurde, um Logarithmus 1,35 kleiner als er zunächst überschläglich ermittelt worden ist. In dem in der Anlage 3 gezeigten Beispiel liegt allerdings der Anteil 90 % bereits im Siebanalysenbereich, so daß in diesem Falle eine Verschiebung natürlich nicht möglich und auch nicht erforderlich ist. Weiterhin ist die mit einem Anteil von 50 % überschlägig ermittelte Korngröße in Wirk-

lichkeit um Logarithmus 1,24 und die mit einem Anteil von 10 % überschlägig ermittelte Korngröße um Logarithmus 1,20 kleiner.

Um also die wirkliche Kornverteilungskurve (2) zu erhalten, muß der Schnittpunkt der provisorischen Kornverteilungskurve (1) in den Anteil a = 50 % um den Betrag Logarithmus 1,24 nach links verschoben werden. Da hier die logarithmische Einheit = 10 cm, ist Logarithmus 1,24 = 0,94 cm. Entsprechend muß dann der Schnittpunkt der Kurve (1) mit dem Anteil 10 % um Logarithmus 1,20 = 0,80 cm nach links verschoben werden. Die zwischen den angegebenen Anteilen liegenden Punkte müssen geradlinig interpoliert werden. Die so erhaltene Kurve (2) entspricht dann der wirklichen Verteilung der feineren Körnungen und schließt nach den bisherigen Erfahrungen fast immer recht gut an die Siebkurve an. Das Verfahren, die in der Flasche nach unten absinkenden Teilchen auf Glasplatten abzufangen, die dann in bestimmten Zeiten abgezogen werden, ist auf Grund der bisher durchgeführten Versuche wohl nicht als das einzig zweckmäßige anzusehen, da es äußerst schwierig ist, die beim Herausnehmen der Glasplatten entstehenden Verluste zu vermeiden. Es werden z. Z. Versuche durchgeführt, um diese Ungenauigkeiten auszuschalten.

II. Grundbaumechanik (vgl. S. 1469 ff.)

Bearbeitet von Prof. J. Ohde †, Berlin

A. Eigenschaften der Böden [21][1])

Bezeichnungen

w Wasserzahl, 100 w Wassergehalt in %,
ε Porenzahl, ε_0 für lockere und ε_{min} für dichte Lagerung,
s Stoffgewicht der trockenen Erdkörner [t/m³],
s_w Stoffgewicht des Wassers [≈ 1,0 t/m³],
γ Raumgewicht, feucht über Wasser [t/m³], γ_0 Raumgewicht unter Wasser [t/m³],
δ Korngröße [mm], δ_w wirksame Korngröße [mm],
a Gewichtanteil aller Körnchen $< \delta$ [−],
u Ungleichförmigkeitsgrad [−],
D Lagerungsdichte [−],
r Rauhigkeitsgrad [−],
$\bar{\varepsilon}$ Eindringwiderstand [kg/cm²] für Kegelsonde,
w_F Fließgrenze [−], w_A Ausrollgrenze [−],
w_0 Breiwasserzahl [−], w_1 Einheitswasserzahl [−],
st Steifgrad [−]; p_w Belastungsgleichwert [kg/cm²],
P Plastizitätszahl [%], $w_0 - w_1$ Verformungsindex [−],
c Wasserdurchlässigkeit [cm/s], [cm/Tag]; i Porenwasser-Druckgefälle [−],
c_1 Wasserdurchlässigkeit-index ($c_1 = c$ für $p = 1{,}0$ kg/cm²),
h_s kapillare Steighöhe [cm], $v_k = h_s s_w$ Kapillarspannung [t/m²],
z Schichtdicke [cm], [m], z_0 Schichtdicke ohne Poren [cm], [m],
p lotrechte Erdkornpressung [t/m²], $\bar{p}$ natürliche Auflast [t/m²],
p_v geologische Vorbelastung [kg/cm²],
V Verdichtungszahl [kg/cm²], S Schwellzahl [kg/cm²] } für verhinderte Seitendehnung,
Z Zusammendrückungszahl [kg/cm²], A Ausdehnungszahl [kg/cm²], } für unbehinderte Seitendehnung,
ω Formänderungspotenz [−],
m Querdehnungszahl (Poissonzahl) > 2,0 [−],
ν Normalspannung [kg/cm²],
τ Schubspannung [kg/cm²],
σ resultierende Spannung aus ν und τ (Schrägspannung) [kg/cm²],
σ_1, σ_2 und σ_3 Hauptspannungen ($\sigma_1 \geqq \sigma_3 \geqq \sigma_2$) [kg/cm²],
σ_D Säulendruckfestigkeit [kg/cm²],
$\mu = \operatorname{tg} \varrho$ Reibungsbeiwert [−], ϱ Reibungswinkel [°],
$\mu_0 = \mu + \varkappa$ Gleitwiderstandsbeiwert für Erstbelastung [−],
k echte Kohäsion (Eigenfestigkeit) in der Gleitfläche [t/m²],
$\varkappa = k/p_v$ Eigenfestigkeitsbeiwert [−],
λ_n Verhältniszahl des natürlichen Seitendruckes (≦ 1,0) [−],
λ_0 Verhältniszahl des Ruhedruckes (< 1,0) [−].

a) Bodenarten [2])

Man unterscheidet sandige Böden (Kies, Sand, reiner Schluff) und bindige Böden (Lehm, Ton, Löß, Mergel, toniger Schluff, Faulschlamm, Torf) [1]).

Benennung der Bodenproben möglichst nach Augenschein und Fingerspitzengefühl; dabei sind nacheinander anzugeben (vgl. auch DIN 4022): Farbe, Beimengung, Hauptbestandteil, Festigkeit oder Lagerungsdichte, Kalk- oder Humusgehalt, z. B.: grauer, etwas feinsandiger Schluffton, sehr fest, etwas kalkhaltig.

Kalk durch Betropfen mit 1 : 2 verdünnter Salzsäure feststellen (Bläschenbildung), Humus durch Farbe und Betropfen mit H_2O_2 (langsame Bläschenbildung) und Stoffgewicht. Weitere Anhaltspunkte:

Schotter besteht aus Steinen größer als etwa 25 mm (oft eckig).

[1]) Schrifttum S. 901.

[2]) Verfasser schlägt sprachliche Unterscheidung nach „Erdarten" im Tiefbau und „Bodenarten" in Landwirtschaft vor. Die hier noch vielfach verwendete Bezeichnung Boden geht nicht auf den Verfasser, sondern auf die Schriftleitung zurück.

Kies von 2 bis etwa 25 mm (Betonkies bis 70 mm, DIN 1179), Feinkies < 7 mm.

Sand von 2 bis 0,05 mm, meist Quarzkörner (gerundet oder eckig), Grobsand 2 bis 0,7 mm, Mittelsand 0,7 bis 0,2 mm.

Feinsand von 0,2 bis etwa 0,05 mm, als Einzelkörnchen gerade noch erkennbar.

Schwimmsand oder Triebsand ist Feinsand unter Wasserandrang (besonders, wenn locker oder rundlich).

Ton besteht aus feinen bindigen Teilchen < etwa 0,005 mm (überwiegend Aluminiumsilikat), ist bildsam (plastisch) und bindig (haftend), fühlt sich angenäßt glatt und schmierend an. Alle Farben vertreten (bei Humusgehalt schwarzgrau).

Schluff liegt zwischen Feinsand und Ton (etwa 0,05 bis 0,005 mm), meist gleichmäßig gekörnt, nicht mehr bildsam, fühlt sich rauh an, zerfällt in Wasser sofort.

Lehm ist sandig-schluffiger Ton (mitunter auch kiesig), meist kalkfrei, oft gelb oder braun (eisenhaltig), „fetter" Lehm hat mehr als 20 bis 25% Ton, „magerer" Lehm weniger.

Löß ist durch Wind abgesetzter poröser Feinsandschluff, durch Kalk leicht verkittet, trotzdem fortschwemmbar (Schluchtenbildung, Schwemmlöß). Sumpflöß in Wasser eingeweht. Tongehalt nur gering [7].

Mergel sind überwiegend bindige Bodenarten (z. B. Schluffmergel, Tonmergel) mit stärkerem Kalkgehalt (10 bis 50%). Über 50%: Kalkmergel. — Geschiebemergel hat mehrere % runde Steinchen (oft stark vorverdichtet).

Humuston (Schlickton) ist Ton oder Tonschluff mit stärkerem Humusgehalt (moddehaltiger Schluff oder Ton).

Faulschlamm ist junger humoser, meist schwarzblauer Feinsandschluff oder Tonschluff, an Luft grau werdend, mit Schalen von Wasserschnecken oder kleinen Muscheln.

Modde ist stark humoser, torfig-tonschluffiger Faulschlamm (ohne Festigkeit), meist schwarz.

Torf, der Baustoff der Moore, besteht aus faserig-humosen Stoffen von sehr lockerem Aufbau, Farbe braun bis schwarz.

b) Erste Beurteilung des Baugrundes

Sandige Bodenschichten (Kies, Sand, Schluff) bei mindestens mitteldichter Lagerung und größerer Dicke als guter Baugrund anzusprechen; Eigenschaften sehr von Lagerungsdichte abhängig. Dichteprüfung in Schürfgruben durch Ausstechen und ε-Auswertung (S. 890), in Bohrlöchern durch Ermitteln des Eindringwiderstandes von Kegelsonden (S. 890), überschläglich durch Einschlagen einer angespitzten Stange (20 bis 25 mm Dmr.) mit schwerem Hammer. Bei Humus- oder Lehmgehalt lockere Lagerung möglich, doch kann lehmiger Kies auch sehr fest gelagert sein. Künstliche Auffüllungen nur bei guter Verdichtung (durch Einschlämmen oder Stampfen) tragfähig. Bei Grobkies im Grundwasserbereich starker Wasserandrang. Dämme und Böschungen aus lockerer Sandschüttung können bei Wasserzutritt plötzlich breiartig ausfließen ([30] 1933, S. 254).

Schwimmsande und reine Schluffe machen bei Wasserandrang in offener Baugrube große Schwierigkeiten ([30] 1939, H. 42); sonst als Baugrund ungefährlich, wenn Auflockerung durch Quellen und Erosion vermieden wurde.

Festigkeit und Tragkraft bindigen Untergrundes wird vor allem durch frühere Vorbelastung bestimmt, die oft größer als jetzige Erdauflast. Ermittlung durch Druckversuche (S. 896), angenähert aus w oder ε (S. 891 u. 896). Zulässige Belastung je nach Bodenart und Festigkeit sehr verschieden (vgl. S. 925). Ton trägt selbst bei starker Vorverdichtung nur mäßige Belastungen; gut verdichteter magerer Lehm oder Geschiebemergel kann dagegen guter Baugrund sein. Echter Löß ist für mäßige Belastungen noch brauchbar, wenn für Wasserabfluß gesorgt wird.

Steifplastischer Lehm und Ton und stark sandiger Faulschlamm tragen nur noch geringe Belastungen; gewöhnlicher Faulschlamm, Modde und Torf scheiden als Baugrund völlig aus. Gut verfilzter Torf trägt nur leichte Verkehrswege (starke Setzungen).

HÜTTE
DES INGENIEURS TASCHENBUCH
BERLIN 1956
VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Erste Anhaltspunkte ergibt Schrumpfversuch nach Scheidig [17]: Bodenproben von 30 mm Dmr. und 22 mm Höhe wurden zuerst an der Luft, dann 5 h bei 105° im Trockenschrank getrocknet. Die in Raumteilen des ursprünglichen Inhalts ermittelte räumliche Schrumpfung ist für guten Baugrund $< 5\,\%$, für mittleren Baugrund 5 bis $10\,\%$, für schlechten $> 10\,\%$, für sehr schlechten $> 15\,\%$.

Rutschneigung und Einbruchgefahr schon bei mittelfesten Tonen. Weiche Tonschichten können große, jahrelang andauernde Bauwerksetzungen verursachen. — Bautechnisch ungünstige Eigenschaften typischer Tone: Große Zusammendrückbarkeit und geringe innere Reibung gehen nicht nur auf Kornfeinheit zurück, sondern auch auf verdichtete Wasserhüllen um Erdteilchen herum [3], [4], [18] und ([40] 1933, S. 407), teilweise auch auf Glimmergehalt [1], [2]. Wasserbindung an Teilchenoberflächen verhindert unmittelbares Berühren der Tonteilchen.

Bei Entlastungen bindigen Untergrundes infolge Aushubes von Baugruben oder Einschnitten für Verkehrswege ersetzt Kapillarspannung bisherige Auflast und täuscht damit größere Festigkeit vor, die allmählich mit Abbau der Kapillarspannung infolge Druckausgleichs oder Wasserzutritts wieder verloren gehen kann. Bei schneller Belastung entsteht vorübergehend statisch ungünstiger Porenwasser-Überdruck.

Bei Zweifelsfällen und wichtigen Bauvorhaben Baugrund-Fachmann zu Rate ziehen [9]. Rechtzeitiger Beginn der Baugrund-Untersuchungen besonders wichtig, ebenso sorgfältige Durchführung und Auswertung für statische Untersuchungen. (Ungefähre Stoffwerte der wichtigsten Bodenarten S. 898/99).

c) Zahlenmäßige Bewertung von Bodenproben

Zur eindeutigen Bewertung sind objektiv feststellbare Kennzahlen nötig, die durch Kurzprüfungen erhalten werden[1]). Vorteile der Kennwerte: einfache Ermittlung, daher oft anwendbar, Nachprüfung der Gleichmäßigkeit jeder Bodenschicht und Angabe guter Mittelwerte; Voraussage der statischen Grundwerte (z. B. innere Reibung oder Verformung) für Baustellen ([30] Nov. 1950).

1. Allgemeine Kennwerte.

Wasserzahl w ist Wasseranteil in Gewichtteilen der Trockenerde (Trocknung bei 105° C, Abkühlung im Gefäß mit Deckel über Chlorkalzium). $100\,w$ = Wassergehalt in $\%$.

Beispiel:

Feuchtprobe mit Schale	76,82 g	$w = 11{,}58/32{,}57 = 0{,}356$
Trockenprobe mit Schale	65,24 g	
Wassergewicht	11,58 g	$100\,w = 35{,}6\,\%$.
Schalengewicht	32,67 g	
Trockenprobe	32,57 g	

Näherungswerte durch Lufttrocknung und je nach Tongehalt 9 bis 13 % Zuschlag (Ausnahmen: Sand 1 %, Torf rd. 30 %) oder Einlegen in Spiritus oder Alkohol mit nachfolgendem Abbrennen.

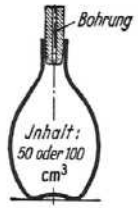


Abb. 1. Pyknometer.

Porenzahl ε ist Wasser- und Luftgehalt in Raumteilen der Trockenerde. Für luftfreie (vollbindige) Bodenarten $\varepsilon = s\,w$. Porenanteil n (Hohlraumgehalt) ist dagegen Wasser- und Luftanteil, bezogen auf Gesamtraum der Probe. Nach Abb. 1 ist

$$n = \varepsilon/(1+\varepsilon) \text{ und } \varepsilon = n/(1-n) \quad (1)$$

Stoffgewicht s (spezifisches Gewicht) der trockenen Erdkörner wird im Pyknometer (Abb. 2) ermittelt (Glasflasche von 100 cm³ Inhalt mit durchbohrtem Stöpsel):

$$s = g\,s_w/(g + G_1 - G_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

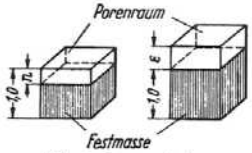


Abb. 2. Porenanteil n und Porenzahl ε.

[1]) Hier sind nur die wichtigsten Kennwerte aufgeführt; über weitere Schnellprüfungen vgl. [2].

G_1 Gewicht des mit Wasser gefüllten Pyknometers, G_2 Gewicht des Pyknometers mit etwa 40 g Feuchterde und Wasserauffüllung (zwischendurch Luft entfernen durch Kochen!) g Trockengewicht der Erdteilchen, s_w Stoffgewicht des Wassers (Abb. 3), wobei Anfangs- und Endtemperatur nicht mehr als 1° C voneinander abweichen dürfen [21].

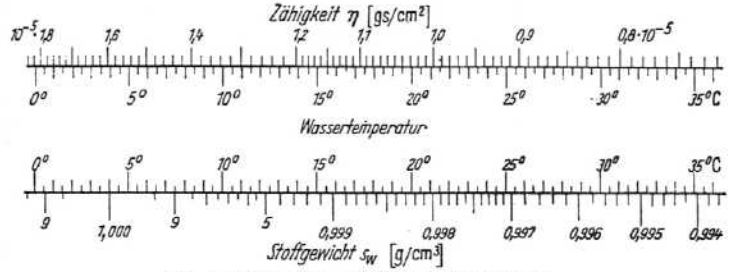


Abb. 3. Zähigkeit und Stoffgewicht des Wassers.

s für mineralische Erde annähernd unveränderlich (etwa 2,60 bis 2,65 für Sand und 2,7 bis 2,8 für Ton). Durch Humus wird s herabgesetzt (reiner Humustorf: $s \approx 1{,}50$); daher kennzeichnet s auch Humusgehalt.

Wirksame Korngröße (δ_w) als Maß der Kornfeinheit, abgeleitet aus Kornmischungslinien (Körnungs-Summenlinien) nach Abb. 4: Gewichtsanteil a aller Teilchen $< \delta$, aufgetragen über $\log \delta$. Man berechnet δ_w als Korngröße gleicher Oberfläche (nach Zunker [5]):

$$1/\delta_w = \int_0^1 \mathrm{d}\,a/\delta = \sum_0^1 \Delta a/\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

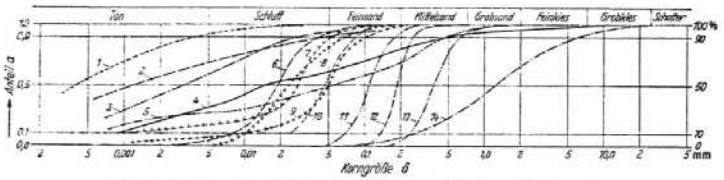


Abb. 4. Korngrößen-Mischungslinien verschiedener Bodenarten.
1 Sehr feiner Ton (Kl. Belt), *2* feiner Ton (Fehmarnküste), *3* mittelfeiner Ton, *4* Geschiebemergel, *5* etwas sandiger Lehm, *6* reiner Schluff (Driesen/Netze), *7* schlesischer Lößlehm, *8* Löß aus Niederösterreich, *9* Löß aus China, *10* Feinsandschluff, *11* Feinsand, *12* Dünensand (Norderney), *13* Mittelsand, *14* Kiessand.

Regelkörnungen folgen nach Graßberger ([34] 1933, S. 235) dem Fehlerintegral; vgl. auch Ohde ([30] 1950, S. 345).

Korngrößen-Verteilung für $\delta > 0{,}2$ mm durch Sieben ermitteln, für $\delta < 0{,}2$ mm durch Schlämmen (Spülen oder Absetzen) in Wasser, wobei verschiedene Fallgeschwindigkeit v der Teilchen ausgenutzt wird.

Nach Stokes gilt (etwa für $\delta < 0{,}05$ mm) für technische Maßeinheiten

$$v = [(s - s_w)/18\,\eta]\,\delta^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

mit s_w und η nach Abb. 3.

Für $\delta > 0{,}05$ mm ist v etwa gleich dem ψ-fachen Betrag mit

$\psi \approx$	0,88	0,67	0,29	0,16
für $\delta =$	0,1	0,2	0,5	1,0 mm

} (bei etwa 20° C)

Bei den Absetz- (Sedimentier-) Verfahren (besonders für Ton) wird Dichte der Aufschlämmung in bestimmter Tiefe nach verschiedenen Zeiten gemessen,

entweder mit **Aräometer** (Schwimmwaage) [8], [21], ([43] 1950, H. 2) oder durch Entnahme mit **Pipette** ([38] 1923, S. 147, [39] 1928, S. 485, [21]), oder es wird zu verschiedenen Zeiten die Menge der schon abgesetzten [21] oder der noch schwebenden Teilchen [6] festgestellt.

Übliche Konzentrationen 1 bis 3% der Teilchen < 0,05 mm. Mitunter geringe Zusätze (Soda, Wasserglas, Lithiumkarbonat oder Ammoniak) verwenden, um Ausflocken (Koagulieren) des Tones durch Elektrolytgehalt zu verhindern.

Ungleichförmigkeitsgrad $u \approx \delta_{50\%}/\delta_{10\%}$ als Maß für die Gemischtkörnigkeit. (Bisher wurde gesetzt: $\bar{u} = \delta_{60\%}/\delta_{10\%}$! Es ist $u \approx \bar{u}^{0,82}$.)

2. Kennzahlen für sandige Böden.

Lagerungsdichte $D = (\varepsilon_0 - \varepsilon_n)/(\varepsilon_0 - \min \varepsilon)$ ergibt Maß für natürlichen Dichtegrad nach der Skala $D = 0$ für lockere und $D = 1$ für sehr dichte Lagerung [1].

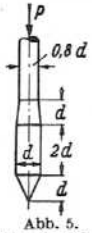


Abb. 5. Zweckmäßige Form der Sondenspitze.

ε_0 Porenzahl für lockere Lagerung (trockenes Einfüllen mit Hilfe eines kleinen Trichters), $\min \varepsilon$ Porenzahl für dichteste Lagerung (einrütteln oder einstampfen) und ε_n Porenzahl in der Natur, durch Ausstechen gefunden.

ε_0 entspricht etwa lockerster Lagerung unter Wasser; feucht geschütteter Sand ist jedoch noch bedeutend lockerer (D negativ). Für normale Sande: $\varepsilon_0 = 0{,}9$ bis $0{,}5$, $\min \varepsilon = 0{,}55$ bis $0{,}35$.

Eindringwiderstand $\bar{e} = P/F$ in kg/cm² einer **Kegelsonde** (Abb. 5), die eingedrückt oder eingeschlagen wird (am besten fortlaufend im Bohrloch), ergibt gutes relatives Vergleichsmaß der Lagerungsdichte. P gesamter Eindringwiderstand, F größte Querschnittfläche des Druckkegels. $d = 20$ bis 50 mm ([30] 1930, S. 520; 1932, S. 39; 1943, S. 327; 1944, S. 149; [36] 1935, S. B 93 u. 101; [15]). Dasselbe ergeben auch **Stempeldruckversuche** im Bohrloch ([35] 1929, Konstr. u. Ausf. S. 109; [30] 1939, S. 292; [22]).

Nach bisherigen Versuchswerten gilt etwa:

$\bar{e}$ =	< 25	25···50	50···100	100···200	200···400 kg/cm²
Lagerungsdichte	sehr locker	locker	mitteldicht	dicht	sehr dicht

Rauhigkeitsgrad r der Sandkörner (ob rundlich oder eckig) kommt annähernd in ε_0 und $\min \varepsilon$ zum Ausdruck. Genauer durch Feststellung der Wasserdurchlässigkeit c für ausgesiebte Körnungsgruppen mit $\delta_1/\delta_2 \approx 1{,}5$ und Porenzahl ε nach [21]:

$$r \approx \frac{405}{\tau} \frac{\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)} \frac{\delta_w^2}{c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

τ Verhältnis der kinematischen Zähigkeit des Wassers für 10° C und Versuchstemperatur (Abb. 6).

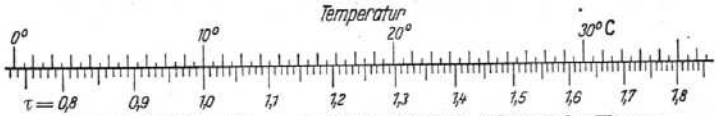


Abb. 6. Verhältniswert $\tau = \nu_{10°}/\nu$ der kinematischen Zähigkeit des Wassers.

Nach bisherigen Versuchswerten gilt etwa für:

Kugeln	rundlicher Flußsand	eckiger Sand nur leicht gerundet	scharfkantiger Bruchsand
$r = 1{,}0$	1,2···1,7	2,0 ··· 3,5	5,5

Über Rauhigkeit und Plattigkeit [14].

3. Kennzahlen für bindige Böden.

Hier kommen zunächst die folgenden, von der landwirtschaftlichen Bodenkunde her übernommenen **Atterberg-Grenzen** ([38] 1911 und 1912; [1]) der Konsistenzformen, ausgedrückt als w, in Betracht:

Fließgrenze w_F zwischen flüssigem und plastischem Zustand, ermittelt mit genormtem Klopfgerät von **Casagrande** ([37] 13 (1932) S. 121) und [10], [13], [17], [21], durch Ziehen einer besonderen Furche, welche nach 25 „Schlägen" von der Fallhöhe 1 cm auf etwa 10 mm Länge zusammengeflossen sein soll (Abb. 7).

Ausrollgrenze w_A zwischen plastischem und festem Zustand, ermittelt durch andauerndes Ausrollen zu Drähten von 3 bis 4 mm bis zum Zerbröckeln.

Schrumpfgrenze w_s zwischen festem und hartem Zustand, erkennbar durch Messung der Längenänderungen und durch Farbumschlag (dunkel in hell).

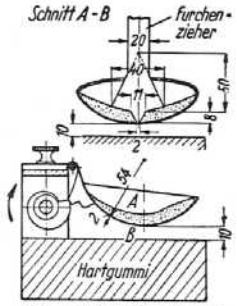


Abb. 7. Fließgrenzengerät nach A. Casagrande.

Hierzu folgende abgeleitete Werte:

Plastizitätszahl nach **Atterberg** $P = 100\,(w_F - w_A)$ liefert Maß für Bildsamkeit und Bindigkeit (Tongehalt).

Steifegrad $st = (w_F - w_n)/(w_F - w_A)$ ergibt Einordnung des natürlichen Wassergehaltes w_n zwischen w_F und w_A: $st = 0$ für $w_n = w_F$, $st = 1$ für $w_n = w_A$.

Die folgenden beiden Wasserzahl-Kennwerte sind den Anforderungen des Tiefbaues und der Geologie besonders angepaßt ([30] 1950, Nov.-Heft u. [21]).

Breiwasserzahl w_0 entspricht angenähert der Belastung Null einer frisch abgesetzten Erdschicht; ermittelt durch langsames Ziehen (1 cm/s) einer quadratischen 2 cm-Furche im breiig-fließend (mit reinem Wasser) angemachten Erdbrei: Furche soll in Probenmitte etwa 5 s nach dem Ziehen **unten** zur Hälfte zusammenfließen (Abb. 8).

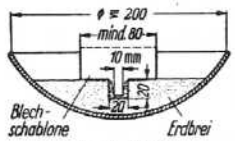


Abb. 8. w_0-Furche.

Einheitswasserzahl w_1 wird in einem Drucktopf (z. B. Normalgerät nach Abb. 9) durch stufenweise Belastung bis 1,0 kg/cm² (für Abb. 9 nacheinander: 0,1, 0,5, 2 und 10 kg) der bis w_0 aufbereiteten Erdprobe mit Hilfe einer porösen Druckplatte erhalten. Druckausgleich bei der letzten Belastung abwarten (am besten über Nacht). Schnell entlasten und w feststellen (S. 888) nach Fortschaben der obersten (weichen) Schicht.

Aus w_0 und w_1 abgeleitete Werte ([30] 1950, H. 11):

Verformungsindex $(w_0 - w_1)$ liefert (ähnlich P) Vergleichsmaß für Bindigkeit und Zusammendrückbarkeit (wobei aber zweckmäßig auch w_1 noch mit herangezogen wird).

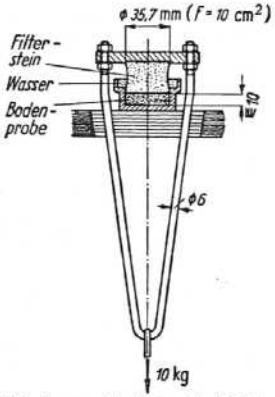


Abb. 9. w_1-Gerät (nach Ohde).

Belastungsgleichwert p_w in kg/cm² ist der zur Wasserzahl w gehörende Pressungswert der Druck-Setzungslinie für Erstbelastung (vgl. S. 896), möglichst für gewachsenen Boden. Er ist ein Maß für die Vorverdichtung, denn es ist die (geologische) Vorbelastung $p_v \gtreqless p_w$.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Zur Beurteilung der Festigkeit ungestörten Bodens dienen:

Druckfestigkeit von Erdzylindern, die mindestens doppelt so hoch wie breit sind ([30] 1949, S. 165 und Nov. 1950).

Kegeldruck [kg] eines 60°-Kegels für 10 mm Eindringung (vgl. [31] 1930, S. 701).

Sämtliche Kennwerte für bindige Erde möglichst an naturfeuchten (nicht ausgetrockneten) Proben ermitteln.

d) Baueigenschaften (Berechnungs-Grundwerte)

Zur Ermittlung der Wasserdurchlässigkeit, Zusammendrückung, Reibung, Festigkeit usw. sind eingehende Versuche mit besonderen Geräten und Versuchserfahrungen erforderlich, die am besten von anerkannten Prüfstellen durchgeführt werden. Dort auch fachmännische Beratung einholen. Für Versuche möglichst nur ungestörte Erdproben verwenden. Zeitbedarf 2 bis 3 Monate. Verallgemeinerung der meist nur in beschränkter Anzahl durchführbaren Versuche durch die (in großer Anzahl ermittelten) Kennwerte unter **c)**, S. 888 (Abb. 14, 19 u. 24), wodurch zuverlässige Mittelwerte für erdstatische Berechnungen gewonnen werden.

1. Raumgewicht γ (oberhalb des Grundwassers) durch Ausstechen gewachsener Proben ermittelt: $\gamma = G/V$ (G Feuchtgewicht und V Rauminhalt). Sonstige Ermittlung nach den Formeln (mit γ_0 Raumgewicht unter Wasser unter Berücksichtigung vollen Auftriebes):

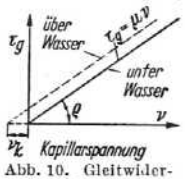


Abb. 10. Gleitwiderstand für Sand.

$$\gamma = s\,(1 + w)/(1 + \varepsilon)\,; \quad \gamma_0 = (s - 1)/(1 + \varepsilon) \quad . \; . \; . \quad (6)$$

2. Reibungsbeiwert $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ (ϱ Reibungswinkel; Abb. 10) hängt bei Sand von Lagerungsdichte, Rauhigkeitsgrad und Ungleichförmigkeitsgrad ab. Anhaltspunkte geben folgende Werte:

μ-Werte für Sand		rundlich	eckig	scharfkantig
gleichmäßige Körnung	locker	0,60	0,70	0,90
	dicht	0,75	0,90	1,20
ungleichmäßige Körnung (Kiessand)	locker	0,55	0,65	0,85
	dicht	0,70	0,85	1,10

Ausgesprochen dichte Lagerung kommt in der Natur kaum vor. Nach Terzaghi und Bernatzik [18] ist auch mittlere Hauptspannung von Einfluß auf μ (etwa $\mp$ 5 bis 10%).

Böschungswinkel trockenen Sandes stimmt annähernd mit Reibungswinkel für lockere Lagerung überein. — Oberhalb Grundwasser besitzt Feinsand infolge Kapillarspannungen gewisse Festigkeit (S. 894).

Bei bindigem Boden ist innere Reibung wegen der verdichteten Wasserhüllen (und durch Glimmergehalt) bedeutend geringer als beim Sand; sie kann nur im Zusammenhang mit dem gesamten Gleitwiderstand betrachtet werden.

3. Gleitwiderstand τ_g wird als Bruchwert für Schubbelastung mit Gerät nach Abb. 11 gefunden. Dabei wird Verschiebungsschaubild nach Abb. 12 erhalten, d. h. nach Erreichen des Größtwertes τ_g sinkt Gleitwiderstand mit weiterer Zunahme der Verschiebung wieder langsam bis auf Endwert τ_∞ ab, und zwar ist Verminderung beim Ton (25 bis 55% je nach Tongehalt) stärker als beim Sand (0 bis 25% je nach Lagerungsdichte).

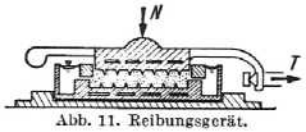


Abb. 11. Reibungsgerät.

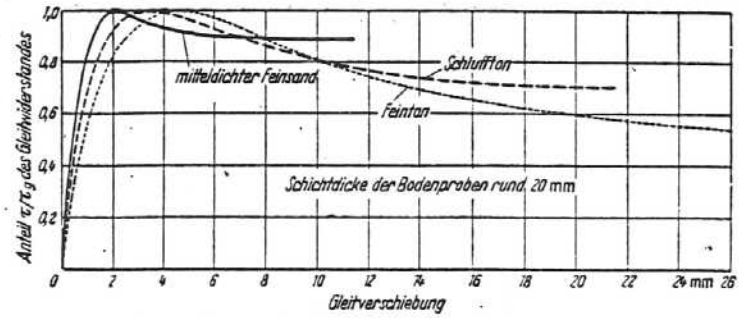


Abb. 12. Gleitverschiebungsbilder verschiedener Bodenarten.

Gleitwiderstand besteht aus annähernd linear mit Normalpressung ν zunehmendem Reibungsanteil $\mu\nu$ und von ν jeweils unabhängigem Anteil k der Festigkeit (Kohäsion):

$$\tau_g = k + \mu\,\nu \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Für sandige oder halbbindige Schichten mit merklichem Luftgehalt ist k eine Konstante, die von chemischer Verkittung (bleibend) und von Kapillarspannungen (durch Wasserzutritt auflösbar) herrühren kann.

Für vollbindige (lufttreie) Schichten nimmt k dagegen annähernd linear mit Vorbelastung p_v zu (Abb. 13) ([30] 1949, S. 164).

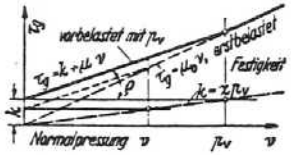


Abb. 13. Gleitwiderstand von Ton für sehr langsam zunehmende Schubbelastung.

$$k \approx k_0 + \varkappa\,p_v \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

mit $\varkappa$ als Festigkeitsbeiwert (für Ton etwa 0,04 bis 0,05) und k_0 als natürlicher Verkittung (letzte nur bei gewachsener Erde). Für gestörte bindige Erde ($k_0 = 0$) gilt demnach im Zustand der Erstbelastung ($\nu_v = p_v$):

$$\tau_g \approx \varkappa\,\nu + \mu\,\nu = \mu_0\,\nu \text{ mit } \mu_0 = \mu + \varkappa \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

μ_0, Gleitwiderstandsbeiwert für Erstbelastung, kann angenähert (bei rd. 5% mittlerer Streuung der Einzelwerte) aus Kennwerten w_0 und w_1 nach Abb. 14 gefunden werden ([30] Nov. 1950). Für Feintone ist μ_0 nicht ganz konstant, sondern nimmt mit wachsender Belastung etwas ab.

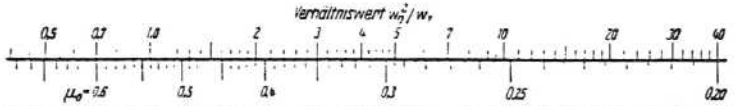


Abb. 14. Gleitwiderstandsbeiwert μ_0 für Erstbelastung in Abhängigkeit von w_0^2/w_1 für $s > 2{,}6$.

Formeln (7) bis (9) gelten jedoch nur, wenn ν wirksame Erdkorn-Pressung angibt, nicht gesamte Normalpressung, die zum Teil auch aus Porenwasserdruck bestehen kann ([11] Bd. I, S. 54). Insbesondere wird bei plötzlicher Schubbelastung zusätzlicher Porenwasser-Überdruck erzeugt, wodurch Gleitwiderstand herabgesetzt wird. Z. B. gilt nach ([30] 1949, S. 164) bei plötzlicher Schubbelastung oder unverändertem Wassergehalt:

$$\tau_g = [\psi(1 + \lambda_a)/2\,(1 + \mu^2)]\,(\mu\,\bar{p} + k) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

mit $(^1/_2)(1+\lambda_n)\bar{p}$ als mittlerer Erdpressung vor der zusätzlichen Belastung ($\bar{p}$ Erdauflast, λ_n Verhältniszahl des natürlichen Seitendruckes) und $\psi \approx 1{,}0$ für den häufigsten Fall größerer Vorbelastung ($\nu \leqq p_v$) sowie $\psi < 1{,}0$ (rd. 0,7) für Erstbelastung ($\nu \approx p_v$, angenähert: $\psi \approx (^1/_2)(1 + V/S)(\lambda + 1)/(\lambda + V/S)$). Solange sich Wassergehalt einer bindigen Schicht den neuen Druckverhältnissen noch nicht anpassen konnte (was oft der Fall ist!), gilt demnach mit $\bar{p} = \bar{p}_0 + \gamma_0 z$ und $k = \bar{k}_0 + \varkappa \gamma_0 z$ die Formel: $\tau_g = \tau_{g_0} + c_\tau z$ . . . . . (11)

$$\text{mit } \tau_{g_0} = \frac{\psi}{1+\mu^2}\left[\bar{k}_0 + \mu\,\frac{1+\lambda_n}{2}\,\bar{p}_0\right] \text{ und } c_\tau = \frac{\psi}{1+\mu^2}\left(\mu\,\frac{1+\lambda_n}{2} + \varkappa\right)\gamma_0 \quad (12)$$

Hierbei ist $\bar{p}_0$ Auflast in Schichtoberfläche und z Tiefe unter Schichtoberfläche. Demnach ergibt sich in diesem Fall, unabhängig von der zusätzlichen Belastung, lineare Tiefenabhängigkeit von $\tau_g \cdot \bar{k}_0 = \bar{p}_0 \cdot \varkappa$.

4. **Druckfestigkeit** σ_D zylindrischer Säulen ist durch Kapillarspannung ν_k und Eigenfestigkeit k im Zusammenwirken mit der inneren Reibung zu erklären. Für Sandsäulen oberhalb des Grundwassers gilt nach [13], [21]:

$$\sigma_D = [2 \sin \varrho/(1 - \sin \varrho)]\, \nu_k = 2\,\mu\,(\mu + \sqrt{1+\mu^2})\, \nu_k \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (13)$$

Für vollbindige Erdzylinder erhält man dagegen für $p_v > \bar{p}$ ([30] 1949, S. 166):

$$\sigma_D \approx [6/(3\sqrt{1+\mu^2} - \mu)]\,(k + \mu\,\nu_k) \text{ mit } \nu_k \approx [(1+\lambda_n)/2]\,\bar{p} \quad . \; . \; . \; (14)$$

Kapillarspannung ν_k übernimmt hier nach Herausbringen der Probe aus dem Baugrund die Rolle der natürlichen mittleren Erdpressung.

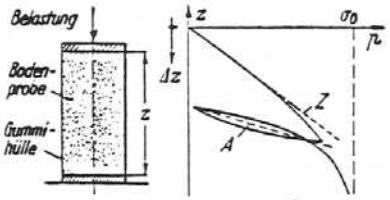


Abb. 15. Zerdrückungsversuch.

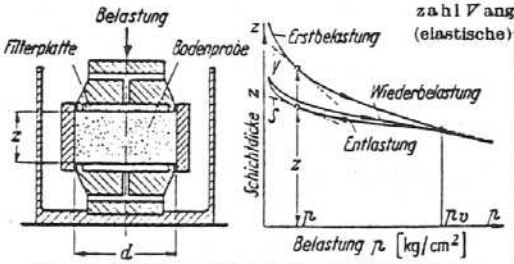


Abb. 16. Druckversuch für verhinderte Seitendehnung.

5. **Formänderungszahlen** werden ebenso wie Elastizitätszahl E der festen Körper erklärt durch $-(dp/dz)\,z$ mit dz als Änderung der Schichtdicke z infolge der kleinen Pressungsänderung dp. Für Gesamtsetzungen kann bei unbehinderter Seitendehnung (z. B. Zerdrückungsversuch) Zusammendrückungszahl Z und bei verhinderter Seitendehnung (Druck- oder Verdichtungsversuch) Verdichtungszahl V angesetzt werden, für federnde (elastische) Längenänderungen bei unbehinderter Seitendehnung Ausdehnungszahl A (Elastizitätszahl E[1]) und bei verhinderter Seitendehnung Schwellzahl S (Abb. 15 u. 16). Für die kleinen Gleitungswinkel $\bar{\gamma}$ infolge Schubspannungen τ gilt wie in der Elastizitätslehre die Gleitzahl

$$G = \tau/\gamma.$$

Angenähert gilt: $Z/V \approx A/S \approx (m+1)(m-2)/[m(m-1)]$ . . . . . (15)
mit der Querdehnungszahl $m \approx 3{,}5$ bis 2,9 für Sand und $m \approx 2{,}8$ bis 2,4 für Ton.

[1]) Die Bezeichnung E wird wohl besser vermieden, um Verwechslungen mit dem Erddruck E zu vermeiden.

Für elastische und vollplastische Formänderungen gilt angenähert:
$G \approx m/[2(m+1)] \cdot (A \text{ oder } Z) \approx [1/2)(m-2)/(m-1] \cdot (S \text{ oder } V)$ . . . . . (16),
für den halbplastischen Zustand (nur zusätzliche Schubspannungen bei Erstbelastung) [21]:

$$\frac{1}{G} \approx \frac{m+1}{m}\left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{A}\right) \approx \frac{m-1}{m-2}\left(\frac{1}{V} + \frac{1}{S}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (17)$$

Bei Zerdrückungsversuchen mit vollbindigen Erdproben werden wegen Herabsetzung der Kapillarspannung beim Versuch nicht die wahren Werte Z oder A erhalten. Dann gilt [21] für den (elastischen) Bereich unterhalb der Vorlast: $A' \approx [2/3)(m+1)/m]\,A$ und oberhalb der Vorbelastung (Erstbelastung): $Z' \approx \frac{m+1}{m}\,\frac{V/S}{^1/_2 + V/S}\,Z$ . . . . . (18)

Formänderungen bei zweiachsiger (zylindrischer) Beanspruchung können durch Geräte mit seitlichem Flüssigkeitsdruck ([13] S. 143, [31] 1937, S. 461) untersucht werden (Abb. 17). Bei Sperrung des Seitenraumes (verhinderte Seitendehnung) wird seitlicher Gegendruck p_H gemessen; das ungefähre Ergebnis nach

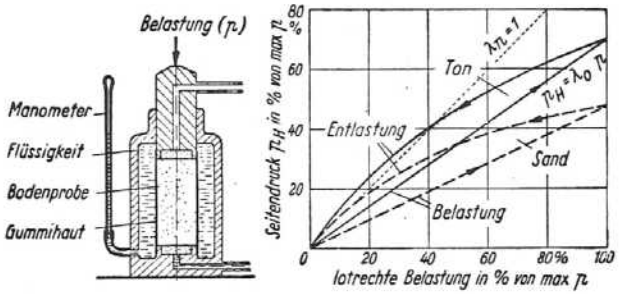


Abb. 17. Seitendruckversuch mit verhinderter Seitendehnung.

Abb. 17 zeigt linearen Anstieg des „Ruhedruckes" mit der Belastung:

$$p_H = \lambda_0\, p \; . \; . \; . \; . \; . \; (19)$$

(für mitteldichten Sand: $\lambda_0 = 0{,}45$ bis 0,50, für Ton: $\lambda_0 \approx 0{,}65$ bis 0,75). Bei Entlastung geht dagegen Seitendruck p_H wegen Umkehrung der Formänderungen (Hysteresis) nicht in gleichem Maße zurück wie lotrechte Belastung: $p_H = \lambda_n\, p > \lambda_0\, p$. Hieraus folgt, daß der natürliche Erddruck (Verhältniswert λ_n) für den Normalfall $p < p_v$ größer als der Ruhedruck ist (λ_n kann u. U. $> 1{,}0$ werden).

Beim Druckversuch für verhinderte Seitendehnung (Abb. 16) erhält man meist eine stark gekrümmte Druck-Setzungslinie (für aufbereitete bindige Proben, also für Erstbelastung). Deshalb ist die logarithmische Auftragung nach Abb. 18 über-

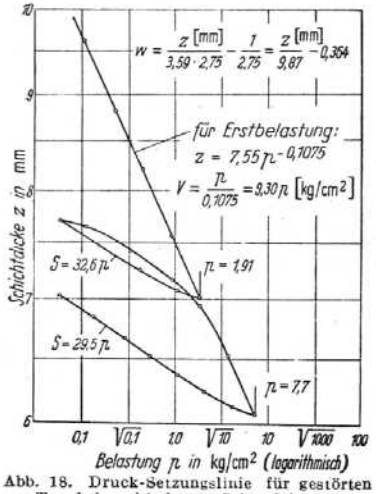


Abb. 18. Druck-Setzungslinie für gestörten Ton bei verhinderter Seitendehnung.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

sichtlicher. Für Ton und Torf dann geradlinige Setzungslinie nach den Formeln ([31] 1939, S. 454):

$$z = z_C (p_C/p)^{p_{1,0}/\bar{v}};\ z_C = z \text{ für } p = p_C;\ V = \bar{v}\,(p/p_{1,0}); \quad . \ . \ . \ (20)$$

$p_{1,0}$ Belastungseinheit.

Anstatt der Schichtdicke z kann man auch $(1+\varepsilon)$ oder $(1/s + w)$ auftragen; denn es ist allgemein $z = z_0\,(1+\varepsilon)$ und für luftfreie Erde (vgl. Abb. 1) $z = g_0\,(1/s + w)$ mit z_0 als Schichtdicke ohne Poren und g_0 als Trockengewicht je Flächeneinheit.

Verdichtungsbeiwert $\bar{v}$ gibt Vergleichsmaß für Zusammendrückbarkeit. Angenähert erhält man $\bar{v}$ aus Abb. 19 mit Hilfe von w_0 und w_1 (rd. 10 % mittlere Streuung).

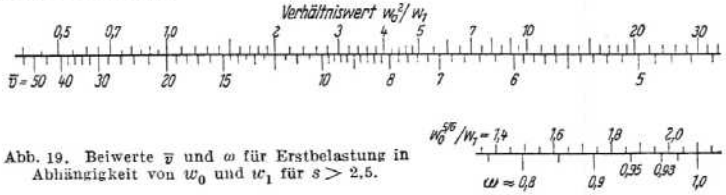


Abb. 19. Beiwerte $\bar{v}$ und ω für Erstbelastung in Abhängigkeit von w_0 und w_1 für $s > 2{,}5$.

Dieselben Formeln gelten auch für Ausdehnungen bei der Entlastung, so daß also V und S für ausreichend bindigen Boden verhältnisgleich mit der Pressung p zunehmen. Aus Gl. (20) erhält man für den Belastungsgleichwert p_w (S. 891):

$$p_w/p_{1,0} = [(1/s + w_1)/(1/s + w)]^{\bar{v}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (20\,a)$$

Druckversuche mit **gewachsenem bindigem Boden** erlauben nach Abb. 20 die ungefähre Ermittlung der natürlichen **Vorbelastung** p_v, während die **Kapillarspannung** v_K sicherer aus Zerdrückungsversuchen nach Gl. (14) erhalten wird, wobei $k = \varkappa\, p_v$ gesetzt und $\mu = \mu_0 - \varkappa$ notfalls nach Abb. 14 aus w_0 und w_1 bestimmt wird (genauere Versuchsermittlung von μ und $\varkappa$ in ([30] 1950, S. 114, Abb. 29).

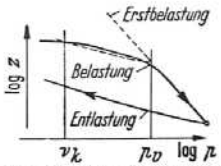


Abb. 20. Druck-Setzungslinie für ungestörten Ton.

Normaler **Sand** (Mischungslinie Abb. 21, links oben) ist, abgesehen von feuchter Schüttung, nur gering zusammendrückbar (Abb. 21), wobei V stark von Lagerungsdichte abhängt. Statt Gl. (20) gilt dann angenähert ([31] 1939, S. 454):

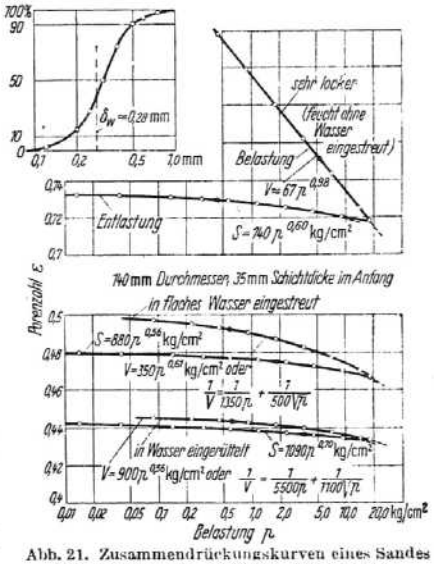


Abb. 21. Zusammendrückungskurven eines Sandes bei verhinderter seitlicher Ausdehnung.

$$1/V = p_{1,0}/(v_1\,p) + \sqrt{p_{1,0}}/(v_2\sqrt{p}) \text{ oder genau genug: } V = \bar{v}\,(p/p_{1,0})^{\omega} \quad . \ . \ (21)$$

und für die letzte Formel: $\ln\,(z_c/z) = (p_{1,0}{}^{\omega}/v)\,[(p^{1-\omega} - p_c{}^{1-\omega})/(1-\omega)]$ . . . (21a)

mit $\omega < 1{,}0$ (für reinen Sand: $\omega = 0{,}55$ bis $0{,}70$),

wobei im Falle geringer Zusammendrückbarkeit $\ln\,(z_c/z) \approx (\Delta z/z_m) + (1/12)\,(\Delta z/z_m)^3 + \cdots$ mit $\Delta z = z_c - z$ und $z_m = (z_c + z)/2$ gesetzt werden kann. Setzung von Sand kann oft vorteilhaft in unmittelbarer Weise durch Probebelastungen an Ort und Stelle gefunden werden (mind. 1 m² Lastfläche, vgl. S. 933).

Für **Schluff**, sandigen Lehm und ähnliche Stoffe zwischen Sand und Ton gilt Gl. (21) ebenfalls. ω liegt dann zwischen 0,75 und 1,0, vgl. Tafel 1, S. 899.

p_w ergibt sich dann am besten als Schnittpunkt der zu w gehörenden Schichtdicke mit der Druck-Setzungslinie für Erstbelastung (möglichst für gewachsene Proben). Für lufthaltige Stoffe (z. B. Feinsand) hat Ermittlung von p_w keinen Sinn mehr.

6. Zeitlicher Setzungsverlauf in Abb. 22, und zwar oben für Feinsand, unten für Ton, links in linearer und rechts in halblogarithmischer Auftragung. Während Sand praktisch schnell zur Ruhe kommt, wird Setzung der Tonschicht zunächst durch Auspressen des überschüssigen Porenwassers (vgl. S. 933) verzögert, denn diese Auspressung geht wegen der geringen Wasserdurchlässigkeit c des Tones sehr langsam vor sich. Da die erste Hälfte der Setzung einer Parabel folgt, so gilt etwa folgendes Maßstabgesetz für die Übertragung in der Natur:

$$t_N/t_v = (z_N/z_v)^2 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (22)$$

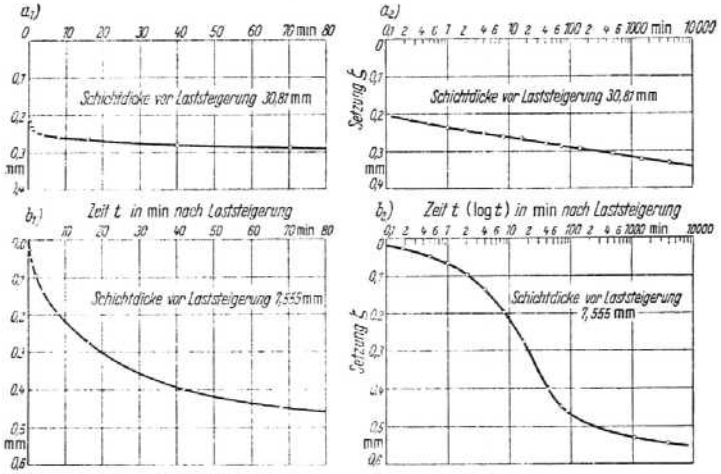


Abb. 22. Zeitlicher Setzungsverlauf.
a) für Feinsand (Belastung von 7,0 auf 14,0 kg/cm²), b) für mittelfeinen Ton nach Abb. 18 (Belastung von 0,95 auf 1,91 kg/cm²).

d. h. die Zeiten t zur Erreichung eines bestimmten Setzungsanteiles (z. B. 50 %) in der Natur (N) und beim Versuch (v) verhalten sich wie die Quadrate der Schichtdicken z. Dabei müssen die mittleren Belastungen annähernd übereinstimmen.

Tafel 1. Ungefähre Stoffwerte für die wichtigsten Bodenarten

Jeweils angegebene zwei Werte begrenzen etwa Streuung der Versuchswerte

Bodenart	Stoffgewicht s t/m³	Wirksame Korngröße δ_w mm	Ungleichförmigkeitsgrad $u \approx \delta_{0,6}/\delta_{0,1}$	w-Kennwerte [1]: Breiwasserzahl w_0	Einheitswasserzahl w_1	Fließgrenze w_F	Ausrollgrenze w_A	Raumgewicht [2] γ (γ_0) in t/m³ für Erstbelastung bei einer Auflast in kg/cm² von 0,1	1,0	10,0	Gleitwiderstandsbeiwert μ_0 [3]	Wasserdurchlässigkeitsbeiwert c_1 [4] cm/s	Verdichtungszahl V [5] kg/cm²	Schwellzahl S [5] kg/cm²
gleichmäßiger Sand rundlich, mitteldicht	2,56 2,68	0,50 0,20	1,35 1,90	0,18 0,26	—	—	—	1,65 (0,95) 1,90 (1,05)	1,65 (0,95) 1,90 (1,05)	1,66 (0,96) 1,91 (1,06)	0,72 0,65	0,150 0,010	750 $p^{0,55}$ 300 $p^{0,70}$	1100 $p^{0,55}$ 900 $p^{0,70}$
gleichmäßiger Sand mittelrauh und mitteldicht	2,56 2,68	0,50 0,20	1,45 1,90	0,22 0,26	—	—	—	1,50 (0,85) 1,80 (1,00)	1,50 (0,85) 1,80 (1,00)	1,51 (0,86) 1,81 (1,01)	0,85 0,72	0,150 0,010	300 $p^{0,55}$ 200 $p^{0,70}$	1000 $p^{0,55}$ 800 $p^{0,70}$
gemischtkörniger (kiesiger) Sand	2,56 2,68	0,65 0,20	1,90 5,00	0,15 0,20	—	—	—	1,70 (1,00) 2,00 (1,15)	1,70 (1,00) 2,00 (1,15)	1,71 (1,01) 2,01 (1,16)	0,75 0,60	0,100 0,005	300 $p^{0,55}$ 150 $p^{0,70}$	
gleichförmiger Feinsand	2,58 2,70	0,20 0,10	1,45 1,85	0,25 0,33	0,23 0,26	—	—	1,59 (0,89) 1,89 (0,99)	1,60 (0,90) 1,90 (1,00)	1,62 (0,92) 1,92 (1,02)	0,80 0,70	0,040 0,002	250 $p^{0,60}$ 150 $p^{0,70}$	700 $p^{0,60}$ 650 $p^{0,65}$
gemischtkörniger Feinsand	2,58 2,70	0,20 0,10	2,5 3,5	0,20 0,26	0,18 0,24	—	—	1,69 (0,94) 1,99 (1,09)	1,70 (0,95) 2,00 (1,10)	1,72 (0,97) 2,02 (1,12)	0,75 0,65	0,020 0,001	200 $p^{0,70}$ 100 $p^{0,80}$	800 $p^{0,60}$ 750 $p^{0,60}$
toniger Feinsand	2,60 2,70	0,100 0,010	—	0,35 0,55	0,27 0,33	0,24 0,38	0,21 0,25	1,80 1,90	1,90 1,97	2,03 2,08	0,65 0,55	$5 \cdot 10^{-6}$ $5 \cdot 10^{-8}$	70 $p^{0,80}$ 25 $p^{0,95}$	600 $p^{0,8}$ 150 p
stark lehmiger Kiessand	2,58 2,70	0,010 0,002	—	0,28 0,45	0,14 0,25	0,16 0,27	0,11 0,20	2,00 2,25	2,05 2,30	2,10 2,35	0,65 0,45	$2 \cdot 10^{-7}$ $1 \cdot 10^{-8}$	150 $p^{0,80}$ 30 p	500 $p^{0,75}$ 100 p
gestörter Löß	2,60 2,72	0,030 0,010	2,5 4,0	0,32 0,38	0,25 0,29	0,24 0,29	0,19 0,22	1,90 1,95	1,94 2,00	2,02 2,08	0,75 0,60	$2 \cdot 10^{-5}$ $1 \cdot 10^{-6}$	70 $p^{0,80}$ 35 $p^{0,95}$	350 $p^{0,80}$ 250 p
Schluff	2,60 2,72	0,020 0,010	2,0 3,0	0,35 0,45	0,24 0,30	0,23 0,31	0,16 0,23	1,88 1,98	1,92 2,04	1,96 2,12	0,75 0,55	$1 \cdot 10^{-6}$ $2 \cdot 10^{-7}$	60 $p^{0,85}$ 25 $p^{0,95}$	400 $p^{0,9}$ 80 p
stark sandiger Lehm und Geschiebemergel, toniger Schluff	2,62 2,74	0,010 0,002	8 30	0,28 0,42	0,14 0,24	0,16 0,26	0,11 0,20	1,95 2,10	2,00 2,20	2,06 2,32	0,65 0,52	$5 \cdot 10^{-7}$ $2 \cdot 10^{-8}$	80 $p^{0,85}$ 22 p	400 p 120 p
Lehm, sandiger Ton, toniger Geschiebemergel	2,65 2,75	0,0020 0,0005	10 30	0,55 0,85	0,24 0,35	0,29 0,40	0,13 0,20	1,70 1,98	1,85 2,07	2,05 2,20	0,55 0,35	$5 \cdot 10^{-8}$ $5 \cdot 10^{-9}$	20 p 12 p	150 p 40 p
Schluffton	2,66 2,78	0,002 0,001	6 18	0,55 0,80	0,26 0,40	0,34 0,55	0,18 0,24	1,65 1,90	1,82 2,00	2,00 2,13	0,52 0,38	$4 \cdot 10^{-8}$ $2 \cdot 10^{-8}$	18 $p^{0,95}$ 11 p	120 p 30 p
feiner Ton	2,70 2,80	0,0015 0,0005	5 40	0,70 1,70	0,27 0,55	0,35 0,85	0,18 0,45	1,55 1,80	1,72 1,95	1,90 2,10	0,42 0,26	$3 \cdot 10^{-8}$ $3 \cdot 10^{-9}$	14 p 6,5 p	45 p 20 p
sehr feiner Ton (Ausnahmefälle)	2,70 2,80	0,0007 0,0001	5 40	1,55 4,20	0,50 0,80	0,90 1,30	0,33 0,43	1,35 1,45	1,60 1,67	1,85 1,90	0,28 0,20	$5 \cdot 10^{-9}$ $1 \cdot 10^{-9}$	7,5 p 5,2 p	20 p 13 p
humoser schluffiger Schlickton	2,35 2,55	—	—	1,20 2,50	0,60 1,00	0,90 1,60	0,30 0,60	1,30 1,50	1,45 1,65	1,60 1,80	0,65 0,45	$2 \cdot 10^{-8}$ $3 \cdot 10^{-9}$	10 $p^{0,94}$ 5,8 p	40 p 15 p
sandig-schluffiger Faulschlamm	2,45 2,55	—	—	0,90 1,50	0,50 0,70	0,60 0,80	0,40 0,50	1,40 1,57	1,50 1,66	1,65 1,82	0,60 0,50	$1 \cdot 10^{-7}$ $3 \cdot 10^{-8}$	15 $p^{0,85}$ 10 $p^{0,90}$	60 p 40 p
torfig-schluffiger Faulschlamm (Modde)	1,85 2,40	—	—	2,00 3,00	1,00 1,70	1,40 2,30	0,80 1,40	1,10 1,25	1,20 1,40	1,34 1,55	0,48 0,40	$1,3 \cdot 10^{-7}$ $1 \cdot 10^{-8}$	7,0 $p^{0,92}$ 4,0 p	50 p 10 p
Torf	1,50 2,15	—	—	2,50 3,50	1,30 1,70	2,00 2,50	1,40 1,60	1,04 1,16	1,08 1,30	1,18 1,50	0,50 0,42	$7 \cdot 10^{-8}$ $1,5 \cdot 10^{-8}$	4,3 p 2,9 p	25 p 7,2 p

[1]) Wassergehalt in % = 100 w; w_0 bis w_A für Körner < 2 mm.
[2]) γ Raumgewicht oberhalb, γ_0 unterhalb des Grundwasserspiegels; γ für Sande in feuchtem Zustand.
[3]) Reibungsbeiwert $\mu = \mu_0 - \varkappa$ (vgl. Gl. (9), S. 893); für hinreichend tonigen Boden $\varkappa \approx 0{,}04$ (vorläufig!).
[4]) c_1 Wasserdurchlässigkeitszahl c für $p = 1{,}0$ kg/cm² Erstbelastung (vgl. S. 900).
[5]) Formänderungszahlen für verhinderte Seitendehnung (Belastung und Entlastung); p Belastung in kg/cm².

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

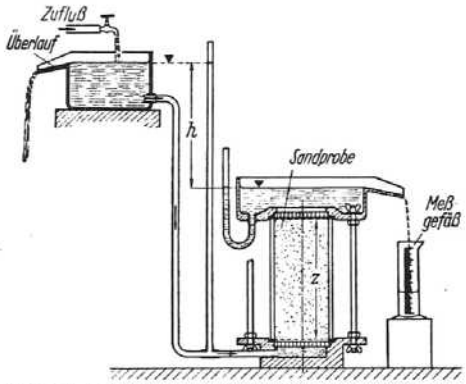


Abb. 23. Wasserdurchlässigkeitsprüfung für sandige Bodenproben.

Setzungen weicher Tonschichten können bekanntlich Jahrzehnte andauern, deshalb ist Voraussage des zeitlichen Verlaufes der Setzungen oft erforderlich.

7. Wasserdurchlässigkeit c in cm/s wird nach dem linearen Darcy-Gesetz erklärt aus $c = v/i = (Q/F\,t)\,(z/h)$. (23) „Gefälle" i Verhältnis der Wasserdruckhöhe h und der Schichtdicke z (Abb. 23), Q gesamte durch Fläche F in Zeit t fließende Wassermenge, v mittlere Wassergeschwindigkeit, bezogen auf F (Abb. 23). Mittlere Geschwindigkeit in den Poren ist $v_n = v/n = c\,i\,(1+\varepsilon)/\varepsilon$; lineares Gesetz (23) ist streng gültig bis etwa [21]:

$i \lessapprox$	800	100	12	0,8	0,1
für $\delta_w =$	0,05	0,1	0,2	0,5	1,0 mm.

Für größeres i nimmt c mit zunehmendem i langsam ab.

Durchlässigkeit c [cm/s] nimmt mit δ_w und ε schnell ab. Für Sand ohne Schlick- oder Tongehalt gilt recht gut die ergänzte Kozeny-Formel ([42] 1929, S. 225) und [21]:

für 10°: $c = (\tau/r) \cdot 405\,[\varepsilon^3/(1+\varepsilon)]\,\delta_w^2$ . . . . . (24)

mit τ nach Abb. 6, S. 890, als Verhältnis der kinematischen Zähigkeiten für 10° C und Versuchstemperatur.

Hiernach für rundlichen Flußsand ($r \approx 1{,}5$) und 10° C (δ_w in cm):

c	$\approx 15\,\delta_w^2$	$\approx 48\,\delta_w^2$	$\approx 135\,\delta_w^2$
n [%]	30	40	50

z. B. für $\delta_w = 0{,}1$ mm und $n = 40$%: $c \approx 48 \cdot 0{,}01^2 = 0{,}0048$ cm/s = 415 cm/Tag. Eckiger Sand ($r \approx 3{,}0$) etwa halbe Werte.

Bindige Bodenschichten sind nur sehr gering durchlässig und daher praktisch wasserdicht. c fällt wegen der verdichteten Wasserhüllen erheblich kleiner aus als nach Gl. (24). Nach Versuchen fällt c mit ε stark ab:

$$c \approx c_t\,\varepsilon^m = c_w\,w^m \quad . \; . \; . \;

Bauausführende und Bauherren. 1. Aufl. (Berlin 1935) bis 3. Aufl., Beuth-Vertrieb (Dtsch. Aussch. f. Baugrundforschung).
[10] Loos, Praktische Anwendung der Baugrunduntersuchungen bei Entwurf und Beurteilung von Erdbauten und Gründungen. Berlin 1935, Springer.
[11] Proceedings of the International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Cambridge (Mass.) 1936 (Bd. I bis III).
[12] Hvorslev, Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. Kopenhagen 1937.
[13] Brennecke-Lohmeyer, Der Grundbau. 5. Aufl., Bd. I, 1. Tl.: Baugrund. Berlin 1938, Ernst u. Sohn.
[14] Schiel, Die Kornform der Zuschlagstoffe im Straßenbau. Berlin 1941.
[15] Tiedemann, Über Bodenuntersuchungen bei Entwurf und Ausführung von Ingenieurbauten. 1. Aufl. (Berlin 1941) bis 3. Aufl. (1946) Ernst u. Sohn.
[16] Dücker, Der Bodenfrost im Straßenbau. (Bd. 2 der Schriftenreihe „Verkehr"). Berlin u. Detmold 1947, Schmidt.
[16a] Bd. 17 der Schriftenreihe „Straße", Berlin 1939, S. 9.
[17] Kögler-Scheidig, Baugrund und Bauwerk. Berlin 1938, Ernst u. Sohn. 5. Aufl. Berlin 1948.
[18] Bernatzik, Baugrund und Physik. Zürich 1947. Schweiz. Druck- u. Verlagshaus.
[19] Abhandlungen über Bodenmechanik und Grundbau. Herausgeg. v. d. Forschungsges. f. d. Straßenwes. Bielefeld 1948, Schmidt.
[20] Preß, Der Boden als Baugrund. 1. Aufl. (Berlin 1939) bis 3. Aufl. (Berlin 1949), Ernst u. Sohn.
[21] Ohde, Erdstoffliche Untersuchungen. Ein Leitfaden für Baupraxis und Studium. In Vorbereitg. Ernst u. Sohn.
[22] Neumann, Diagnose des Baugrundes. In Vorbereitg.
[23] Rückli, Der Frost im Baugrund. Wien 1950, Springer.
[24] Proceedings of the Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam 1948, Bd. I bis VII.
[25] Schultze-Muhs, Bodenuntersuchungen für Ingenieurbauten. Berlin 1950, Springer.

Zeitschriften

[30] Bautechnik.
[31] Bauingenieur.
[32] Zentralbl. Bauverw.
[33] Straßenbau.
[34] Wasserwirtsch.
[35] Dtsch. Bauztg.
[36] Ingenieur (Utrecht).
[37] Public Roads.
[38] Internat. Mitt. f. Bodenkunde.
[39] Landwirtschaftl. Jahrbücher.
[40] Ber. dtsch. keram. Ges.
[41] Jb. d. Hafenbautechn. Ges., Berlin.
[42] Wasserkraft u. Wasserwirtsch. Straßen- und Tiefbau.

Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ingenieur Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Mitteilung der Erdbauabteilung der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin[1]).)

I. Einleitung und grundlegende Voraussetzungen der Gleitungstheorie.

Bekanntlich ist die Bestimmung des Erddruckes auf lotrechte oder schwach geneigte Wände für den allgemeinen Fall eine statisch unbestimmte Aufgabe. Sie kann nur durch ein Eingehen auf die Formänderungen der Wand und der Erde hinter der Wand im strengen Sinne gelöst werden. Wenn auch eine solche Lösung mit der Zeit wohl noch gelingen dürfte, so brauchen wir sie doch glücklicherweise für die meisten bautechnischen Aufgaben nicht. Denn wir müssen fast bei allen Berechnungen von der Betrachtung des Bruchzustandes ausgehen[2]), und dabei zeigt es sich, daß bei zunehmenden Formänderungen in den meisten Fällen die an ein Bauwerk grenzende Erde früher „bricht" (d. h. irgendwie weggleitet) als das Bauwerk selbst oder einzelne seiner Teile. Wir haben daher fast immer mit den beiden sogenannten „Grenzzuständen des Gleichgewichts" zu rechnen, dem unteren Grenzwerte des sogenannten „aktiven Erddruckes", der gemeinhin auch oft nur als „Erddruck" bezeichnet wird, und dem oberen Grenzwerte des sogenannten „passiven Erddruckes", der von Krey auch „Erdwiderstand" genannt wird.

Der (aktive) Erddruck (E_a) entsteht z. B., wenn eine Stützmauer nach der Fertigstellung hinterfüllt und durch den seitlichen Druck der Hinterfüllung (wegen der Nachgiebigkeit des Untergrundes) zu einer kleinen Vorwärts- und Drehbewegung veranlaßt wird (Abb. 1). Die Erde muß der Bewegung der Mauer folgen und rutscht ein wenig nach. Für die statisch-mathematische Fassung dieser Aufgabe genügt es, sich vorzustellen, daß die in geringem Maße abrutschende Erde auf einer vom unteren Wandpunkte ausgehenden Fläche heruntergleitet (Gleitfläche, Rutschfläche), wobei in dieser Fläche die innere Reibung, bei bindigem Boden auch die Festigkeit der aneinander haftenden Erde, überwunden werden muß.

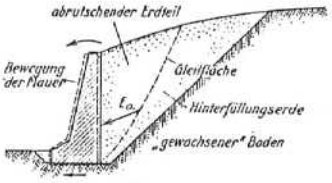


Abb. 1. Aktiver Erddruck auf eine Stützmauer.

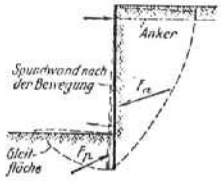


Abb. 2. Erdwiderstand gegen den Fuß der Spundwand.

Als Beispiel für das Auftreten des Erdwiderstandes (E_p) können wir an eine einfach verankerte Spundwand denken, deren Rammtiefe zu gering bemessen wurde (Abb. 2). Der Fuß der Spundwand wird infolge der ungenügenden Rammtiefe nachgeben, indem er die Erde vor sich herausschiebt, und zwar wieder auf einer Gleitfläche, in der die Reibungs- und Haftungskräfte des Bodens überwunden werden.

Nun gibt es allerdings auch Fälle, in denen ein Baukörper früher bricht als die ihn belastende Erde. Solche Fälle treten bei unnachgiebigen Wänden ein (Abb. 3a u. b). Die Mauer gibt dann bis zu ihrem Bruche so wenig nach (nämlich größtenteils nur um ihre eigene elastische Ausbiegung), daß ein Herabgleiten des Bodens etwa auf einer Gleitfläche nicht eintreten, der untere Grenzzustand sich infolgedessen nicht ausbilden kann. In diesen und ähnlichen Fällen muß man deshalb den wirklich vorhandenen Erddruck der Festigkeitsberechnung der Mauer zugrunde legen, der bedeutend größer ist als der untere Grenzwert. Man wird gewöhnlich annehmen, daß die Mauer völlig unnachgiebig ist. Der auftretende Erddruck hat dann ungefähr die Größe des Erddruckes eines aus gleichmäßig aufgebauten Schichten bestehenden Erdkörpers und wird von Donath[3]) und Terzaghi[4]) als „Ruhedruck", von Krey[5]) als „natürlicher Erddruck" bezeichnet[6]).

Man kann sich die Grenzzustände des Erddruckes aus dem Zustande des natürlichen Erddruckes heraus durch entsprechende Bewegungen der Wand entstanden denken. Die Erreichung des unteren Grenzzustandes ist dann gleichbedeutend mit einer Entlastung in seitlicher Richtung, während zur Erreichung der oberen Grenze eine zusätzliche Belastung der Wand erforderlich ist. Die Entlastung ruft eine geringe elastische Ausdehnung des Bodens in seitlicher Richtung hervor, die zusätzliche Belastung dagegen eine Zusammendrückung des Bodens. Nun läßt sich bekanntlich jeder Boden durch eine bestimmte Belastung viel stärker zusammendrücken, als er sich nach Wegnahme der Belastung wieder ausdehnt. Je nach der Bodenart beträgt die (elastische) Ausdehnung nur rd. $^1/_3$ bis $^1/_{10}$ des Wertes der Zusammendrückung. Da außerdem der zahlenmäßige Unterschied zwischen dem unteren Grenzwerte und dem natürlichen Erddruck bedeutend kleiner ist als der Unterschied zwischen dem natürlichen Erddruck und dem Erdwiderstand, so folgt daraus, daß die dem oberen Grenzzustande voraufgehende Zusammendrückung ein Vielfaches von dem Maß der Ausdehnung beträgt, die dem Eintreten des unteren Grenzzustandes vorangeht (etwa das 10- bis 50fache). Dieses Verhalten ist durch Erddruckversuche größeren Maßstabes auch durchaus bestätigt worden. So kann man nach den Donathschen Versuchen[3]) mit lose geschüttetem, trockenem Normensand bei 60 cm Wandhöhe ein Nachgeben der Wand bis nahezu zum Erreichen des unteren Grenzzustandes von etwa 0,5 mm schätzen. Terzaghi[7]) fand bei seinen Erddruckversuchen in Nordamerika bis zum ungefähren Erreichen des unteren Erddruckwertes ein notwendiges Nachgeben der Wand von rd. 1 mm bei

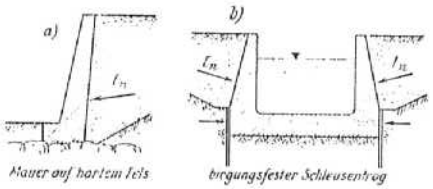


Abb. 3. Unnachgiebige Mauern.

losem (Plum-Island-) Sand und rd. 0,5 mm bei eingestampftem Sand (150 cm Füllhöhe). Demgegenüber wurden bei den Erddruckversuchen der Hannoverschen Versuchsanstalt[8]) bis zum annähernden Auftreten des oberen Grenzzustandes Wandverschiebungen von rd. 20 bis 50 mm für 100 cm Füllhöhe und solche von 40 bis 100 mm für 180 cm Füllhöhe gemessen (grober, sehr feuchter Sand, eingestampft).

Die bisher aufgezählten Tatsachen sind bekannt, werden jedoch bei praktischen Berechnungen oft noch viel zu wenig beachtet. Es muß daher immer wieder betont werden, daß es notwendig ist, sich bei jeder erdstatischen Berechnung über die Art und die Größe der Bauwerksbewegungen (bei gedachtem Eintreten des Bruchzustandes) ein ungefähres Bild zu machen. Solche Überlegungen sind meist wichtiger als die ganze Zahlenrechnung selber, worauf auch Krey im Schlußworte seines Erddruckbuches mit Nachdruck hingewiesen hat. Besonders bei dem Ansatz des Erdwiderstandes muß m. E. mehr als bisher gefordert werden, die vor dem Erreichen des Grenzzustandes eintretende Zusammendrückung der „widerstehenden" Erde zu überschlagen, um auf Grund dieser Über-

[1]) Für die Förderung bei der Herausgabe dieser Arbeit möchte ich dem Vorsteher der Erdbauabteilung, Herrn Oberregierungs- und -baurat J. Ehrenberg, danken. Ohne diese Unterstützung wäre es mir nicht möglich gewesen, die (übrigens zum Teil schon vor längerer Zeit durchgeführten) Untersuchungen schon jetzt zu veröffentlichen. (Manuskript eingesandt 15. Dezember 1937.)

[2]) Auch bei der Festigkeitsberechnung der Baustoffe (z. B. Holz oder Eisen) gehen wir — von den wenigen Fällen abgesehen, bei denen die Höchstwerte der Formänderungen vorgeschrieben sind — von den Spannungen kurz vor dem Bruch aus. Wir berechnen zwar meistens die möglichen Höchstwerte der wirklich auftretenden Spannungen (σ), vergleichen sie aber dann mit den Bruchspannungen (σ_{Br}) der Stoffe durch die Bildung der „Sicherheitszahl" $S = \sigma_{Br}/\sigma$, was dasselbe ist oder doch dasselbe sein sollte, als wenn wir unmittelbar vom Bruchzustande ausgehen, also die Lasten P_{Br} berechnen, die den Bruch in irgend einem Querschnitt gerade herbeiführen, und dann für die zu erwartende Belastung P die Sicherheitszahl $S = P_{Br}/P$ errechnen.

[3]) A. Donath, Untersuchungen über den Erddruck auf Stützwände. Z. f. Bauwesen 1891, S. 491.

[4]) K. v. Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage, S. 187. Leipzig und Wien 1925.

[5]) H. Krey, Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes, 3. Aufl., S. 19 bis 22. Berlin 1926; 4. Aufl. von J. Ehrenberg, S. 24 bis 27. Berlin 1932.

[6]) Auf die Frage des „natürlichen Erddruckes" will ich hier nicht weiter eingehen, da es mir in diesem Aufsatze auf eine Weiterführung der „Gleitflächen"-Theorie ankommt. Wo im Einzelfalle der natürliche Erddruck nicht durch Versuche ermittelt wurde, empfehle ich, als Überschlagsrechnung bei waagerechtem Gelände, nach der Gleitflächentheorie zu rechnen, wobei in der gedachten Gleitfläche nicht der volle Reibungsbeiwert, sondern nur die Hälfte davon und keinerlei Haftfestigkeit anzusetzen ist.

[7]) v. Terzaghi, Large retaining-wall tests. Eng. News-Rec., Vol. 112, 1. Halbjahr 1934, S. 136 u. 259.

[8]) Franzius, Versuche mit passivem Erddruck. Bauing. 1924, S. 314; ders., Erddruckversuche im natürlichen Maßstabe. Bauing. 1928, S. 787 u. 813.

schlagsrechnung zu entscheiden, ob überhaupt mit dem vollen Ansatz des Erdwiderstandes gerechnet werden darf. Denn diese Zusammendrückung nimmt oft Werte an, die bei der Zweckbestimmung der Bauwerke nicht zugelassen werden können[8]).

Ich will an dieser Stelle nicht weiter auf die angedeuteten Formänderungsaufgaben eingehen, da es mir hier auf den weiteren Ausbau der „Gleitflächen"-Theorie ankommt. Meine einleitenden Bemerkungen bezwecken lediglich, auf die wichtigsten Punkte hinzuweisen, deren Kenntnis und Beachtung zur richtigen Anwendung erdstatischer Berechnungsmethoden notwendig ist. Auch möchte ich nicht durch die nachfolgenden theoretischen Darlegungen den Eindruck entstehen lassen, als seien Erddruckberechnungen eine überwiegend mathematische Angelegenheit. Ich will deshalb auch noch kurz die Voraussetzungen der alten, klassischen Erddrucktheorie vom Standpunkte der neueren Bodenforschung aus kritisch betrachten. Das ist auch deshalb erforderlich, weil durch die neuen Erkenntnisse über das physikalische Verhalten der Böden teilweise eine Änderung der üblichen statischen Untersuchungsmethoden notwendig wird.

Seit den Anfängen der Erddrucktheorie hat man vor allem folgende beiden Annahmen herausgestellt:

1. Es bilden sich Gleitflächen aus, in denen die vollen Reibungskräfte des Bodens wirksam sind.
2. Die Widerstandskraft des Bodens in der Gleitfläche folgt der Gleichung $\tau = k + \mu \cdot \nu$ (Coulombsches Reibungsgesetz), wenn τ die auf die Flächeneinheit bezogene Schubspannung, k und μ Konstanten, die von der Bodenart und ihrem Zustande abhängig sind, und ν den senkrecht zur Fläche wirkenden Bodendruck je Flächeneinheit bedeuten.

Die Erkenntnisse, die uns durch die neueren physikalischen Bodenuntersuchungen geschenkt wurden, fordern außerdem noch die Anerkennung folgender Annahmen:

3. Die nicht unmittelbar durch Gleitungen hervorgerufenen Formänderungen sind gegenüber den Form- und Lageänderungen durch Gleitungen zu vernachlässigen.
4. Bei fortschreitender Gleitbewegung bleibt der Schubwiderstand τ des Bodens konstant.
5. Der Zustand beginnenden Gleitens wird in allen Teilen der Gleitfläche gleichzeitig erreicht.

Die Auswirkung der Annahme 1 ist oben schon genügend auseinandergesetzt. Wir fügen nur noch hinzu, daß Gleitflächenbildung auch dann nicht aufzutreten braucht, wenn ein stark bindiger Hinterfüllungsboden Gelegenheit hat, Wasser anzusaugen und zu quellen.

Die durch Annahme 2 ausgedrückte lineare Abhängigkeit der Gleitspannung τ vom Bodendruck ν ist für die meisten Bodenarten hinreichend genau erfüllt, wie durch Versuche gezeigt worden ist. Man pflegt k als die Haftfestigkeit oder Kohäsion und μ als den Reibungsbeiwert zu bezeichnen. Ich schlage für k die Bezeichnung „Gleitfestigkeit" vor, da die Worte „Haftfestigkeit" oder „Kohäsion" eigentlich eine Art Zugfestigkeit bedeuten, während es sich bei k um den Widerstand gegen Gleiten handelt (der allerdings von der Zugfestigkeit des Bodens abhängt). Diese Bezeichnungen sind allerdings, streng genommen, nur Benennungen für Konstante im mathematischen Sinne, da sie mit ihrem physikalischen Inhalt oft nicht übereinstimmen. So können z. B. die Eigenschaften des Bodens für verschiedene Punkte der Gleitflächen verschieden sein, worauf Krey hingewiesen hat[10]). Wir wollen diesen Fall seiner Wichtigkeit

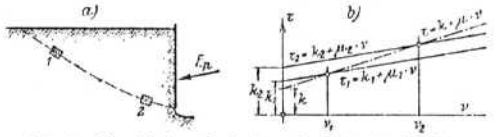


Abb. 4. Verschiedene Bedeutung der Beiwerte k und μ.

wegen an Hand der Abb. 4 wiederholen. Zur Bestimmung des Erdwiderstandes seien beispielsweise in den Punkten 1 und 2 (Abb. 4a) Bodenproben entnommen und auf ihren Schubwiderstand hin bei verschiedenen Normaldrücken ν untersucht. Das Ergebnis sei durch die Linien 1 und 2 in Abb. 4b wiedergegeben. Die im Zustande der Gleitung in den Punkten 1 und 2 vorhandenen Normaldrücke senkrecht zur Gleitfläche seien ν_1 und ν_2. Offenbar verläuft dann die für die Gleitfläche anzusetzende Abhängigkeit zwischen τ und ν nach der in Abb. 4b strichpunktiert eingezeichneten Geraden, deren Konstante k natürlich etwas anderes bedeutet als die (wirkliche) Kohäsion k_1 und k_2 in den Punkten 1 und 2. Ähnliches gilt von dem Beiwert μ.

Bei wassergesättigten, stark bindigen Böden (z. B. fette Lehme, Tone, Faulschlamm) ist bezüglich der Annahme 2 noch zu beachten, daß der Wert ν den Normaldruck in der Gleitfläche angibt, den die einzelnen Bodenkörner aufeinander ausüben, und nicht etwa den gesamten Druck in der Gleitfläche. Letzterer ist z. B. bei plötzlicher Belastungserhöhung größer als ν, weil dann das Wasser in den Bodenporen — wenigstens in der ersten Zeit — den Mehrdruck aufnimmt. Der Boden nimmt nämlich nur dann die plötzliche Vergrößerung des Druckes auf, wenn er sich diesem Druck entsprechend zusammendrücken kann, woran er aber durch das praktisch unzusammendrückbare Porenwasser längere Zeit gehindert wird. Denn dieses Porenwasser läßt sich wegen der sehr geringen Wasserdurchlässigkeit stark bindiger Böden nur äußerst langsam aus dem Boden pressen. Solange aber das Porenwasser im Boden den vergrößerten Druck aufnimmt, wird in der Gleitfläche keine Vergrößerung der Reibung erzeugt. Die Mehrbelastung kann dann nur durch die Wasserdrücke normal zur Gleitfläche aufgenommen werden, wodurch bedeutend ungünstigere Verhältnisse entstehen, als wenn die zusätzliche Belastung sich unter dem Reibungswinkel auf die Gleitfläche abstützen würde. Es ist das Verdienst Terzaghis, die Theorie des zeitlichen Verlaufes der Porenwasserauspressung[11]) aufgestellt zu haben, woraus die soeben erläuterte Wirkung zwangläufig folgt[10]).

Die Voraussetzung 3 ist bei der Berechnung des Erdwiderstandes von stark nachgiebigem Boden nicht erfüllt, indem die angreifenden oder auch die widerstehenden Kräfte durch die Bewegungen eine andere Lage erhalten. Man muß in solchen Fällen durch die Ermittlung der Formänderungen die Lage der Kräfte berichtigen. Aber noch in anderer Hinsicht ist die Annahme 3 bedeutsam. Es kommt sehr oft vor — und wir kommen darauf noch ausführlicher zurück —, daß sich nicht eine einzige Gleitfläche bildet, sondern ein ganzer Bereich des Rutschkörpers von Gleitflächen durchzogen ist. Für diesen Fall besagt die Annahme 3, daß sich die Gleitungen (oder Verzerrungen) ohne Raumänderungen des des Bodens vollziehen. Falls diese Annahme nicht erfüllt ist (z. B. ist nach Terzaghi die Gleitung bei dichtgelagertem Sand mit einer Auflockerung, also einer Raumvermehrung verbunden), gelten die Ergebnisse der Gleitungstheorien natürlich nur mit gewissen Einschränkungen.

Die Voraussetzung 4 ist sehr oft nicht so ohne weiteres erfüllt. Das haben zuerst die hannoverschen Reibungsversuche mit Sand[12]) gezeigt, neuerdings auch die sehr eingehenden Versuche von J. Hvorslev[13]) mit aufbereitetem (d. h. gestörtem), stark bindigem Boden und die Versuche von B. Tiedemann[14]) mit gewachsenen bindigen Böden der verschiedensten Art. Zur Erläuterung sind die erhaltenen Verschiebungsschaubilder in Abb. 5 schematisch skizziert, und zwar entspricht die voll ausgezogene Linie a der Voraussetzung 4, während die übrigen drei Kurven nach Versuchsergebnissen mit gewachsenem Boden gezeichnet sind. Bei fortschreitender Gleitung erreicht also der Schubwiderstand bald einen Größtwert, um danach allmählich auf einen gleichbleibenden Wert herunterzugehen[15]). Der Abfall des Gleitwiderstandes nach dem Erreichen des größten Wertes ist bei bindigen Böden größer als bei sandigen Bodenarten und bei bindigen Böden wieder um so größer, je größer der

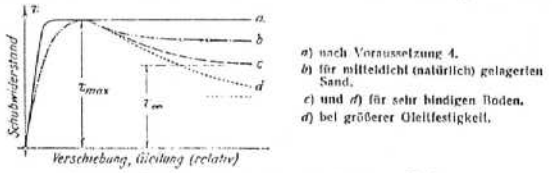


Abb. 5. Gleitungsschaubilder verschiedener Böden.

Gleitfestigkeits-(Kohäsions-)Anteil des gesamten Gleitwiderstandes ist. Nach erst teilweise veröffentlichten Versuchsergebnissen von Tiedemann in der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin, ist der Abfall

[8]) Schon Mohr bemerkt für diesen Fall (Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Vereins Hannover 1871, S. 362): „Da . . . . wegen der Zusammendrückbarkeit lockerer Erdkörper eine Bewegung der Mauer vor dem Eintreten des oberen Grenzzustandes erfolgen kann, so erscheint es in den meisten derartigen Fällen nicht zulässig, den jenem Grenzzustande entsprechenden Erddruck bei Beurteilung der Stabilität der Konstruktion in Rechnung zu ziehen".

[10]) Krey, Rutschgefährliche und fließende Bodenarten. Bautechn. 1927, Heft 35.

[11]) K. v. Terzaghi, Erdbaumechanik, S. 111 u. 140; K. v. Terzaghi und O. K. Fröhlich, Theorie der Setzung von Tonschichten. Leipzig, und Wien 1936.

[12]) W. Buchholz, Erdwiderstand auf Ankerplatten. Jahrb. d. Hafenbautechnischen Gesellschaft Nr. 12. Berlin 1930/31; H. Petermann, Bewegung und Kraft bei Ankerplatten. Bauing. 1933, Heft 43/44, S. 531.

[13]) M. J. Hvorslev, Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. Kopenhagen 1937.

[14]) B. Tiedemann, Über die Schubfestigkeit bindiger Böden. Bautechn. 1937, Heft 30 u. 33.

[15]) Vgl. auch Schriftenreihe 3 der „Straße", Berlin 1936, S. 99, wo A. Casagrande ausführt, daß locker gelagerter (z. B. aufgefüllter) Sand keinen Schubwiderstandsabfall nach Art der Abb. 5 zeigt.

der Gleitfestigkeit durchschnittlich mehr als doppelt so groß wie der Abfall des Reibungsbeiwertes. Die früher des öfteren aufgetauchte Streitfrage, ob Reibung und Gleitfestigkeit (Kohäsion) zusammenwirken oder ob nicht zunächst nur die Gleitfestigkeit und keine Reibung, nach Überwindung der Gleitfestigkeit dagegen nur Reibung wirke[16]), findet demnach eine mittlere Beantwortung. Nach den bisherigen Versuchsergebnissen darf man wohl — von Ausnahmefällen bei Böden mit chemischer Verkittung abgesehen — ein Zusammenwirken von Gleitfestigkeit und Reibung annehmen, jedoch ist der Abfall des Gleitfestigkeitsanteils des Schubwiderstandes bedeutend größer als der Abfall des Reibungsanteils. — Nach größerer Gleitung bleibt der Schubwiderstand konstant, und die Annahme 4 ist wieder erfüllt. Ähnliches gilt übrigens auch für Annahme 3.

Die Voraussetzung 5 hängt eng mit den Annahmen 3 und 4, insbesondere mit dem Verhalten des Bodens nach Abb. 5, zusammen und ist bei stärkerem Einfluß der Formänderungen oft nicht erfüllt. Zur Verdeutlichung denken wir an die Aufgabe, den Erdwiderstand eines stärker zusammendrückbaren Bodens, für den das Schaubild nach Abb. 5 gegeben ist, zu ermitteln. Bei fortschreitender Belastung und damit verbundener Bewegung der Wand wird sich in der Nähe des unteren Erdpunktes der Wand sehr bald ein kurzes Ende der Gleitfläche ausbilden. Hier wird also bald der Höchstwert des Schubwiderstandes überschritten sein und bei weiterer Bewegung der Wand wieder etwas abfallen. Der Größtwert des Schubwiderstandes wird sich an der Stelle befinden, wo die Gleitfläche gerade aufhört, sich im Boden fortzusetzen (vgl. Abb. 6). In der gedachten Fortsetzung der Gleitfläche wird der Schubwiderstand noch nicht voll erreicht sein. Bei weiterer Fortsetzung der Wandbewegung setzt sich auch die Gleitfläche weiter im Boden fort, und der Größtwert der Gleitfläche wandert mit dem Fortschreiten der Gleitfläche mit, bis er schließlich bei immer größerer Gleitbewegung mit dem Auslauf der Gleitfläche an der Oberfläche ganz verschwindet. In dem letzten Zustande hat man die Annahme 5 nicht mehr nötig und, wie oben bereits auseinandergesetzt, ist dann auch die 4. Voraussetzung erfüllt. — Man ersieht aus diesen Darlegungen, daß es bei stärkerem Einfluß der Formänderungen nicht möglich ist, den Höchstwert (τ_{max} in Abb. 5) längs der ganzen Gleitfläche voll auszunutzen. Den durch Untersuchungen festgestellten Gleitwiderstand nach größerer Verschiebung (τ_∞) darf man dagegen als voll wirksam voraussetzen. Terzaghi, der auf diese Erscheinung m. W. zuerst aufmerksam gemacht hat, nennt sie den „fortschreitenden Bruch". Bei manchen schweren Tonen scheint diese Tatsache eine große Rolle zu spielen, was man sich nach dem teilweise recht starken Abfall des Schubwiderstandes solcher Böden nach größerer Gleitung auch sehr wohl erklären kann.

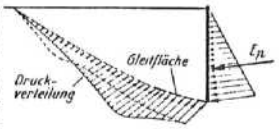


Abb. 6. Fortschreiten der Gleitflächenausbildung mit der Wandbelastung.

Im ganzen dürfte aus diesen Ausführungen über den Einfluß des physikalischen Verhaltens der Böden auf die Voraussetzungen der alten Erddrucktheorie zu ersehen sein, daß durch die neueren Erkenntnisse der Bodenforschung die Gleitflächentheorie nicht etwa als unrichtig abgetan wird; denn die Grundlagen der alten Erddrucktheorie — Ausbildung von Gleitflächen und Ansatz der Widerstandswerte des Bodens in der Gleitfläche — entsprechen für die „Grenzzustände des Gleichgewichts" zweifellos den wirklichen Gegebenheiten. Jedoch mahnen die neuen Erkenntnisse bei mancher üblichen Annahme zur Vorsicht, zeigen auch oft den Weg, die versuchsmäßig ermittelten Reibungs- und Gleitungskräfte des Bodens richtig anzusetzen, und helfen so mit am weiteren, der Wirklichkeit angepaßten Ausbau der Erddrucktheorie.

II. Das Gleichgewicht kleiner Bodenelemente und der Rankinesche Erddruck-Sonderfall.

Zur genauen Lösung von Erddruckaufgaben muß man von den Gleichgewichtsbedingungen sehr kleiner Bodenelemente ausgehen. Auf diese Bedingungen gründet sich bekanntlich die Lehre von der Spannungsellipse und dem Spannungskreise. Genaue Erddruckberechnungen sind allerdings bislang nur in wenigen Sonderfällen durchgeführt, weil für die anzuschreibenden Differentialgleichungen nur schwer Lösungen zu finden sind. Die erdbaustatischen Grenzwertaufgaben werden deshalb durchweg näherungsweise gelöst, und zwar durch Annahme einer geeigneten Form der Gleitflächen. Aber auch für diese Näherungslösungen braucht man die Gesetze, die aus dem Gleichgewicht kleiner Erdprismen folgen, sei es, um nachzuprüfen, wie weit sich eine angenommene Gleitfläche von den strengen Forderungen entfernt (z. B. bei ebenen Gleitflächen), oder sei es, um in einigen ausgewählten Punkten der Gleitfläche die genauen Zusammenhänge zu erfüllen (kurvenförmig verlaufende Gleitflächen). Nicht umsonst hat Krey die Ausführungen über die Spannungsellipse an den Anfang seines bekannten Buches über Erddruck und Erdwiderstand gesetzt. Es ist bei der Durchführung praktischer Berechnungen, z. B. was die Annahme der Gleitflächenform oder das Herausfinden der ungünstigsten Gleitfläche anbetrifft, von großem Vorteil, wenn man die Lage der den Spannungszustand darstellenden Ellipse ungefähr angeben, vielleicht auch schon gefühlsmäßig beurteilen kann.

Die aus den Gleichgewichtsbedingungen kleiner Bodenelemente folgenden Gesetze sind durch die Arbeiten von Winkler[17]), Krey[18]) u. a. über die Spannungsellipse und von Mohr[19]), Rankine[20]), Müller-Breslau[21]) u. a. über den Spannungskreis in mancher Hinsicht (besonders auch hinsichtlich zeichnerischer Verfahren) gut herausgestellt; es fehlt aber an genügend einfachen Formeln. Diese Lücke will ich in folgendem zunächst auszufüllen versuchen. Zur Veranschaulichung soll dabei der Spannungszustand von Rankine (und Mohr) gleich mit behandelt werden, da die erhaltenen Formeln bekanntlich für diesen Fall ohne weitere Umformungen anwendbar sind.

a) Allgemeine Zusammenhänge.

Wir machen zunächst die für kleine Bodenelemente [illegible] Gleichgewicht betrachtet werden soll, übliche Annahme, daß ein [illegible]liches Element von Spannungen gedrückt wird, die als gleichmäßig verteilt angenommen werden können. Da der Boden aus einzelnen Körnern besteht, müssen wir uns die kleinen dreieckigen oder quadratischen Erdprismen im Verhältnis zu den Einzelkörnern des Bodens immerhin so groß denken, daß wir von einer gleichmäßigen Spannungsverteilung in den angenommenen Prismenflächen sprechen können. (Seitenlänge schätzungsweise etwa das 100-fache des Einzelkornes, vgl. auch Abb. 7). Diese Voraussetzung ist in den meisten Fällen auch durchaus erfüllt; Ausnahmen können eintreten bei Modellversuchen mit grobem Sand, bei Schüttdämmen aus großen Steinen u. dgl.

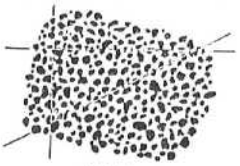


Abb. 7. Die kleinen Bodenelemente sind nicht unendlich klein, sondern ein Vielfaches der mittleren Korngröße.

Bekanntlich sind die Schubspannungen in zwei aufeinander senkrecht stehenden Flächen stets gleich, wenn man sich auf die nächste Nachbarschaft eines Punktes beschränkt. Denkt man sich nämlich ein quadratisches Erdprisma von den Seitenlängen 1,0 (s. Abb. 8), so gilt, bezogen auf den Mittelpunkt des Prismenquerschnitts, die Momentengleichung:

$$(\tau_x \cdot 1{,}0)\,1{,}0 = (\tau_y \cdot 1{,}0)\,1{,}0 \text{ oder } \tau_x = \tau_y .$$

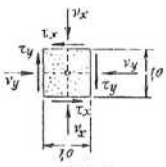


Abb. 8.

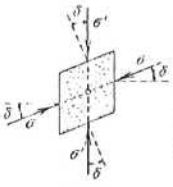


Abb. 9.

Eine entsprechende Momentengleichung kann man benutzen, um (nach Mohr) folgenden Satz zu beweisen: Wirken auf einen kleinen (ebenen) Flächenteil die Spannungen σ unter dem Neigungswinkel δ, so wirken die Spannungen σ' auf einen um $90° - \delta$ gedrehten Flächenteil ebenfalls unter dem Winkel δ zur Flächennormalen (vgl. Abb. 9). Denn wäre das nicht der Fall, so würden die Spannungen σ' für den Mittelpunkt des rhombischen Erdprismas ein Moment übriglassen, was nicht sein darf, da das Moment der Spannungen σ auch Null ist. Man kann nach Abb. 9 von paarweise zusammengehörigen Spannungsneigungen sprechen.

Aus Abb. 9 ersieht man weiter, daß die Schubspannung z. B. der rechtseitigen Fläche eine entgegengesetzte Wirkung ausübt wie die Schubspannung der unteren Fläche. Denkt man sich daher die untere Fläche allmählich durch Drehung in die lotrechte Ebene übergeführt, so wird im Verlaufe dieser Drehung eine Flächenrichtung getroffen werden müssen, in der die Schubspannung τ zu Null wird. Lotrecht zu dieser ausgezeichneten Richtung muß wegen der Gleichheit der Schubspannungen in zueinander lotrechten Ebenen ebenfalls die Schubspannung Null sein. Auf diese lotrecht aufeinander stehenden Flächenrichtungen, den sogenannten Hauptrichtungen, wirken die „Hauptspannungen" σ_1 und σ_2, wobei mit σ_1 immer die größere der beiden Hauptspannungen bezeichnet werden soll.

[16]) s. z. B. Schäffer, D. Bauztg. 1878, S. 284.

[17]) E. Winkler, Neue Theorie des Erddruckes, S. 1 bis 30. Wien 1872.

[18]) H. Krey, Erddruck, 3. Aufl., S. 24 bis 33; 4. Aufl., S. 29 bis 38.

[19]) Mohr, Beitrag zur Theorie des Erddruckes. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Vereins zu Hannover 1871, S. 344, u. 1872, S. 245.

[20]) W. J. M. Rankine, On the stability of loose earth. Phil. Trans. London 147, 1857 und A manuel of applied mechanics London 1858 (1. Auflage); deutsch von Kreuter nach der 12. Auflage, Wien 1880 (Rankine, Handbuch der Bauingenieur-Kunst).

[21]) H. Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern, S. 27 bis 56. Leipzig 1906.

Denkt man sich jetzt ein kleines quadratisches Bodenprisma $ABCD$ (Abb. 10a), in dessen Seitenflächen nur Schubspannungen τ_m wirken, und betrachtet die Hälften ABC und ABD besonders, so findet man, daß in der Querebene AC eine Druckspannung von der Größe $\sigma_D = \tau_m$ (Abb. 10b) und in der Querebene BD eine Zugspannung σ_z von derselben Größe wirken (Abb. 10c), dagegen keine Schubspannungen. Die Querebenen AC und BD sind demnach Hauptebenen (Abb. 10d). Fügt man zu diesem Spannungszustande noch eine allseits gleiche Normalspannung σ_m hinzu, so

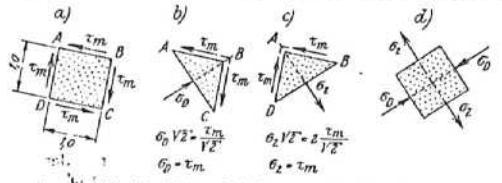


Abb. 10. Reiner Schubspannungszustand.

kann man leicht einsehen, daß durch diese Überlagerung je nach der Größe von τ_m und σ_m jeder beliebige Spannungszustand dargestellt werden kann. Man braucht nur anzusetzen:

$$\sigma_1 = \sigma_m + \tau_m \qquad \sigma_2 = \sigma_m - \tau_m,$$

woraus umgekehrt folgt:

$$(1) \qquad \sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \quad \tau_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

Für die weiteren Ableitungen werde von einem kleinen Erdprisma dreiseitig-rechtwinkligen Querschnitts ausgegangen (ABC in Abb. 11, 12

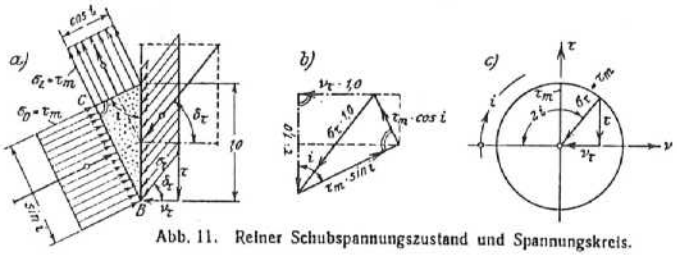


Abb. 11. Reiner Schubspannungszustand und Spannungskreis.

u. 15), dessen lotrecht aufeinander stehende Flächen in die Hauptrichtungen fallen. Die Querebene (AB) sei gegen die Richtung der größten Hauptspannung um den Winkel i geneigt. Zunächst sei das Gleichgewicht für den Zustand reiner Schubbeanspruchung nach Abb. 10 untersucht. Auf die Schrägfläche wirke die Spannung σ_r bzw. die Normalspannung ν_r und die Schubspannung τ. Nimmt man die Länge der Schrägfläche gleich der Einheit an, so ist $\overline{BC} = \sin i$ und $\overline{AC} = \cos i$. Die in Abb. 11a dargestellten Kräfte sind in Abb. 11b zu einem Krafteck zusammengesetzt, aus dem für die Richtung AB und lotrecht zu dieser Richtung folgende Gleichgewichtsbedingungen abzulesen sind:

$$\tau = \tau_m \cdot \sin i \cdot \cos i + \tau_m \cdot \cos i \cdot \sin i = 2\,\tau_m \cdot \sin i \cdot \cos i,$$

$$\nu_r = \tau_m \cdot \sin i \cdot \sin i - \tau_m \cdot \cos i \cdot \cos i = -\tau_m (\cos^2 i - \sin^2 i)$$

oder mit den Formeln $2 \cdot \sin i \cdot \cos i = \sin 2\,i$, $\cos^2 i - \sin^2 i = \cos 2\,i$:

$$(2) \qquad \begin{cases} \tau = \tau_m \cdot \sin 2\,i \\ \nu_r = -\tau_m \cdot \cos 2\,i. \end{cases}$$

Diese beiden Gleichungen werden durch den in Abb. 11c dargestellten Spannungskreis erfüllt. Man ersieht aus dieser Abbildung, daß die Schrägspannung σ_r der absoluten Größe nach stets gleichbleibt, und zwar gleich der Schubspannung τ_m; in den Flächenrichtungen $i = 0$ und $i = 90°$ geht sie in τ_m über. Weiter findet man mit Hilfe der Gl. (2): $\operatorname{tg} \delta_r = -\operatorname{tg} 2\,i$ oder $\delta_r = 180° - 2\,i$.

Für den allgemeinen Spannungszustand ist zu dem durch den Kreis dargestellten reinen Schubspannungszustand noch die Normalspannung σ_m

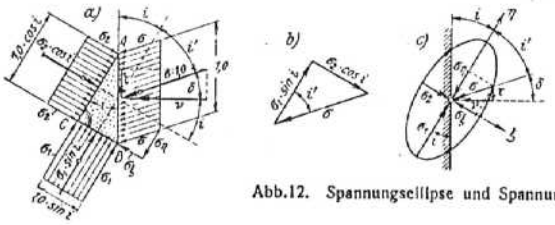


Abb. 12. Spannungsellipse und Spannungskreis.

hinzuzurechnen, so daß man eine Darstellung nach Abb. 12d erhält. Da für jede Spannungsneigung $\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau}{\nu}$ ist, so ist die Eintragung von δ und σ, wie sie Abb. 12d zeigt, berechtigt. Durch Einsetzung der Gl. (2) in Gl. (1) findet man allgemein:

$$(3) \qquad \begin{cases} \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\,i \\ \nu = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos 2\,i. \end{cases}$$

In Abb. 12a ist das Bild der Gesamtspannungen gezeichnet. Der Winkel zwischen Schrägfläche AB und der Richtung der größten Hauptspannung (AC) ist nach unserer allgemeinen Festlegung wieder mit i, der Winkel zwischen Spannungsrichtung und größter Hauptspannung dagegen mit i' bezeichnet. Denkt man sich die Spannung σ in die zu den Hauptrichtungen gleichlaufenden Teilspannungen σ_η und σ_ξ zerlegt, so erfordert das Gleichgewicht der Kräfte:

$$\sigma_\eta = \sigma_1 \cdot \sin i$$

$$\sigma_\xi = \sigma_2 \cdot \cos i.$$

Die Beziehung $\sin^2 i + \cos^2 i = 1$ liefert damit die Gleichung:

$$\frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_1^2} + \frac{\sigma_\xi^2}{\sigma_2^2} = 1.$$

Das ist aber die Gleichung einer Ellipse, der sog. Spannungsellipse, deren Darstellung Abb. 12c zeigt. Die Berechnung der Spannungen σ kann daher nach der Polargleichung der Ellipse geschehen, die wie folgt leicht abzuleiten ist:

$$\frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_1^2} + \frac{\sigma_\xi^2}{\sigma_2^2} = 1 = \frac{\sigma^2 \cdot \cos^2 i'}{\sigma_1^2} + \frac{\sigma^2 \cdot \sin^2 i'}{\sigma_2^2} = \sigma^2 \left(\frac{\cos^2 i'}{\sigma_1^2} + \frac{\sin^2 i'}{\sigma_2^2} \right)$$

oder

$$(4a) \qquad \sigma = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2 i'}{\sigma_1^2} + \frac{\sin^2 i'}{\sigma_2^2}}}.$$

Bezeichnet man das Verhältnis $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ der Hauptspannungen mit n, so erhält man

$$(4b) \qquad \sigma = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n^2 \cdot \sin^2 i' + \cos^2 i'}} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{1 + (n^2 - 1) \sin^2 i'}}$$

$$= \frac{\sigma_1}{\sqrt{n^2 - (n^2 - 1) \cos^2 i'}}.$$

Wir werden uns bei den fertigen Formeln dieses Aufsatzes möglichst auf die Tangens-Funktion der Winkel beschränken, da sich dadurch große Vereinfachungen ergeben. Auch hat man nicht mehr nötig, den Umweg über transzendente Funktionen zu machen, was bei der Zahlenrechnung angenehm empfunden wird. Die Bevorzugung der Tangens-Funktion scheint bei allen erdstatischen Berechnungen von Vorteil zu sein, wie aus der später unter IV. gezeigten Umformung der Weyrauchschen Erddruckformeln für ebene Gleitflächen auch noch hervorgehen wird. Man sollte aus diesem Grunde zur Kennzeichnung der Reibung des Bodens nicht mehr den Reibungswinkel ϱ benutzen, sondern den Reibungsbeiwert $\mu = \operatorname{tg} \varrho$, zumal dieser Wert durch den Versuch unmittelbar gefunden wird. — Zur Abkürzung von $\operatorname{tg} \delta$ werden wir den Buchstaben m einführen.

Die Formel für σ als Abhängige von $\operatorname{tg} i$ sei (nach Krey) an Hand der Abb. 12a u. b abgeleitet. Für das rechtwinklige Kräftedreieck gilt:

$$\sigma^2 = (\sigma_1 \cdot \sin i)^2 + (\sigma_2 \cdot \cos i)^2 = \sigma_1^2 \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 i}{1 + \operatorname{tg}^2 i} + \sigma_2^2 \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 i}.$$

Mit $n = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$; $\operatorname{tg} i = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$; $\operatorname{tg} i' = \frac{\sigma_2 \cdot \cos i}{\sigma_1 \cdot \sin i}$, also

$$(5) \qquad \operatorname{tg} i' = \frac{1}{n \cdot \operatorname{tg} i}$$

erhält man nach leichter Zwischenrechnung:

$$(6) \qquad \sigma = \sigma_2 \sqrt{\frac{1 + n^2 \cdot \operatorname{tg}^2 i}{1 + \operatorname{tg}^2 i}} = \sigma_1 \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 i'}{1 + n^2 \cdot \operatorname{tg}^2 i'}}.$$

Hiernach kann man σ sowohl aus der Flächenrichtung i als auch aus der Spannungsrichtung i' berechnen.

Zur Berechnung der Spannungsneigung δ kann man aus Abb. 12 ablesen:

$$(7a) \qquad \delta + i + i' = 90° \quad \text{oder} \quad \delta = 90° - (i + i')$$

und findet damit:

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{cotg}(i + i') = \frac{1}{\operatorname{tg}(i + i')}$$

$$= \frac{1 - \operatorname{tg} i \cdot \operatorname{tg} i'}{\operatorname{tg} i + \operatorname{tg} i'}$$

oder mit Rücksicht auf Gl. (5):

$$(7b) \qquad \operatorname{tg} \delta = \frac{(n - 1) \operatorname{tg} i}{1 + n \cdot \operatorname{tg}^2 i}$$

$$= \frac{(n - 1) \operatorname{tg} i'}{1 + n \cdot \operatorname{tg}^2 i'}.$$

Für die Berechnung von $\operatorname{tg}\delta$ ist es hiernach gleichgültig, ob man i oder i' in die Formel einsetzt.

Bisher sind die beiden Hauptspannungen als bekannt vorausgesetzt. Die unbekannten Größen σ (bzw. ν und τ) lassen sich dann für beliebige Flächen- oder Spannungsrichtungen aus Gl. (3), (6) u. (7b) berechnen. Bei den meisten Aufgaben dieser Art ist aber Größe und Richtung der Spannung auf eine beliebige Fläche gegeben (Abb. 13) und alles andere gesucht. Für diesen Fall müssen wir deshalb vor allen Dingen die Gleichungen für die unbekannten Größen ableiten.

Aus Gl. (7b) kann man $\operatorname{tg} i$ als Funktion von $m = \operatorname{tg}\delta$ wie folgt errechnen:

$$m + n\,m \cdot \operatorname{tg}^2 i = (n-1)\operatorname{tg} i$$

oder

$$(8) \qquad n \cdot \operatorname{tg}^2 i = (n-1)\frac{\operatorname{tg} i}{m} - 1$$

$$\operatorname{tg}^2 i - \frac{n-1}{n\,m} \cdot \operatorname{tg} i = -\frac{1}{n}$$

$$\operatorname{tg} i = \frac{n-1}{2\,n\,m} \mp \sqrt{\left(\frac{n-1}{2\,n\,m}\right)^2 - \frac{1}{n}}.$$

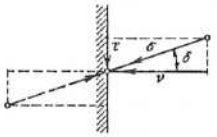


Abb. 13.

Diese äußerst wichtige Gleichung, die uns sozusagen den Schlüssel gibt für die Herleitung der weiteren Zusammenhänge, ist von Krey abgeleitet worden[22]). Wir schreiben sie mit Rücksicht auf spätere Ergänzungen in der Form:

$$(9) \qquad m\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i = \frac{n-1}{2\sqrt{n}} \mp \sqrt{\left(\frac{n-1}{2\sqrt{n}}\right)^2 - m^2}.$$

Um diese Gleichung näher kennenzulernen, sind in der nachstehenden Tabelle 1 einige berechnete Werte aufgeführt und in Abb. 14 zu einer Kurve aufgetragen.

Tabelle 1 für $\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i$.

$\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_1$	$\frac{2\,m\sqrt{n}}{n-1}$	$\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_2$	$\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_1$	$\frac{2\,m\sqrt{n}}{n-1}$	$\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_2$	$\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_1$	$\frac{2\,m\sqrt{n}}{n-1}$	$\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_2$
0,025 02	0,05	39,975	0,208 71	0,40	4,7913	0,451 42	0,75	2,2152
0,050 13	0,10	19,950	0,237 71	0,45	4,2067	0,500 00	0,80	2,0000
0,075 43	0,15	13,258	0,267 95	0,50	3,7321	0,556 74	0,85	1,7962
0,101 02	0,20	9,8990	0,299 70	0,55	3,3367	0,626 79	0,90	1,5954
0,127 02	0,25	7,8730	0,333 33	0,60	3,0000	0,723 95	0,95	1,3813
0,153 54	0,30	6,5131	0,369 33	0,65	2,7076	0,817 35	0,98	1,2235
0,180 72	0,35	5,5336	0,408 37	0,70	2,4488	0,867 61	0,99	1,1526

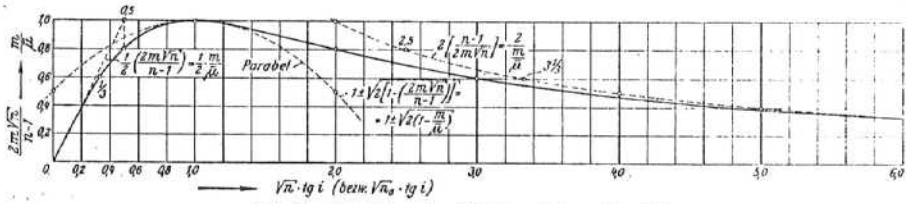


Abb. 14. Darstellung der Gleichung 9 (bzw. 22 u. 22').

Mit i_1 ist dabei der kleinere der beiden i-Werte bezeichnet. Man ersieht aus der Tabelle und Abb. 14, daß die Werte $\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_1$ immer kleiner als 1,0, die Werte $\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_2$ dagegen immer größer als 1,0 sind. Für $m = 0$ ($\delta = 0$) ist $i_1 = 0$ und $i_2 = 90°$, während für $\frac{2\,m\sqrt{n}}{n-1} = 1{,}0$ $\operatorname{tg} i_1 = \operatorname{tg} i_2 = \frac{1}{\sqrt{n}}$ ist. In Abb. 14 sind noch eingezeichnet die Tangente im Punkte $m = 0$, die Schmiegungsparabel im Punkte $\sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i = 1$ und die Näherungshyperbel für große Werte $\operatorname{tg} i_2$. — Die Bedeutung der beiden Werte i_1 und i_2 können wir uns an Abb. 15 klarmachen, die für zwei zusammengehörige Werte i_1 und i_2 das Kräftebild zeigt. Man erkennt ohne weiteres, daß die Spannung σ für den Fall der Auftragung von i_1 (Abb. 15a) der Größe nach zur Hauptsache von der kleineren Hauptspannung σ_2 bestimmt wird, während für den Fall der Auftragung von i_2 (Abb. 15b) σ der größeren Hauptspannung σ_1 nahekommt. Denken wir also an die Grenzzustände des Gleichgewichts, so wird i_1 dem Zustande des aktiven Erddruckes, i_2 dagegen dem Zustande des Erdwiderstandes entsprechen[23]). Um in unseren Formeln vor Verwechselungen sicher zu sein, treffen wir für die weiteren Untersuchungen die Vorschrift, daß bei Formeln mit doppeltem Vorzeichen das obere Vorzeichen immer für den (aktiven) Erddruck und das untere Vorzeichen immer für den Erdwiderstand gilt. Diese Festlegung ist in Gl. (9) schon beachtet.

In Gl. (7b) war es gleichgültig, ob i oder i' eingesetzt wurde. Aus diesem Grunde muß Gl. (9) auch für i' gelten. Da jedoch i und i' verschiedene Werte haben (s. Abb. 12), so kann nur sein

$$(10) \qquad i_1' = i_2 \quad \text{und} \quad i_2' = i_1.$$

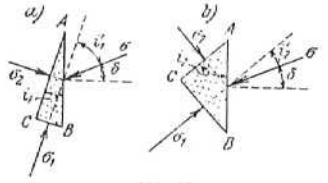


Abb. 15.

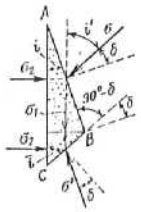


Abb. 16.

Unter Beachtung von Gl. (5) hat man hiernach:

$$\operatorname{tg} i_2 = \operatorname{tg} i_1' = \frac{1}{n \cdot \operatorname{tg} i_1}$$

oder

$$(11) \qquad \operatorname{tg} i_1 \cdot \operatorname{tg} i_2 = \frac{1}{n}.$$

Es sei jetzt das Verhältnis der paarweise zusammengehörigen Spannungen (vgl. Abb. 9) ermittelt, um die eine Spannung aus der anderen berechnen zu können. Hierzu denken wir uns zur Abb. 9 noch die Hauptspannungsflächen hinzugefügt, wie es in Abb. 16 dargestellt ist. In der der Einfachheit halber nicht die ganzen Seitenkräfte, sondern nur die Spannungen beigeschrieben sind. Aus Abb. 16 ist abzulesen:

$$i = 180° - (90° + \delta) - i = 90° - \delta - i,$$

was mit Rücksicht auf Gl. (7a) $i = i'$ liefert. Damit kann unter sinngemäßer Anwendung der Gl. (6) angeschrieben werden:

$$\sigma' = \sigma_2 \sqrt{\frac{1 + n^2 \cdot \operatorname{tg}^2 i'}{1 + \operatorname{tg}^2 i'}}$$

und

$$\sigma = \sigma_1 \sqrt{\frac{1 + n^2 \cdot \operatorname{tg}^2 i}{1 + \operatorname{tg}^2 i}},$$

womit weiter unter Beachtung der Gl. (5) erhalten wird:

$$(12a) \qquad \frac{\sigma'}{\sigma} = n \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 i}{1 + n^2 \cdot \operatorname{tg}^2 i}$$

und unter Einsetzung von $\operatorname{tg}^2 i$ nach Gl. (8):

$$(12b) \qquad \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{\nu'}{\nu} = \frac{\operatorname{tg} i + m}{n \cdot \operatorname{tg} i - m}.$$

Setzt man hierin $\operatorname{tg} i$ nach Gl. (9) ein, so hat man zunächst:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\dfrac{n-1}{2\sqrt{n}} + m^2\sqrt{n} \mp \sqrt{\dfrac{(n-1)^2}{4\,n} - m^2}}{\dfrac{n-1}{2\sqrt{n}} - \dfrac{m^2}{\sqrt{n}} \mp \sqrt{\dfrac{(n-1)}{4\,n} - m^2}}$$

und nach Erweiterung mit $\left(\dfrac{n-1}{2\sqrt{n}} - \dfrac{m^2}{\sqrt{n}} \pm \sqrt{\dfrac{(n-1)^2}{4\,n} - m^2}\right)$:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{1}{1 + m^2}\left[\frac{(n-1)^2}{2\,n} - m^2 + 1 \pm \left(\sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)\sqrt{\frac{(n-1)^2}{4\,n} - m^2}\right].$$

Nun ist

$$\sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{n+1}{\sqrt{n}} \quad \text{und} \quad \frac{(n+1)^2}{4\,n} - \frac{(n-1)^2}{4\,n} = 1,$$

so daß man auch schreiben kann:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{1}{1 + m^2}\left[\frac{(n+1)^2}{4\,n} \pm \sqrt{\frac{(n-1)^2}{4\,n} - m^2} + \frac{(n-1)^2}{4\,n} - m^2\right].$$

Da die Klammer ein Quadrat ist, so erhält man schließlich:

$$(13) \qquad \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{1 + m^2}\left[\frac{n+1}{2\sqrt{n}} \pm \sqrt{\frac{(n-1)^2}{4\,n} - m^2}\right]^2.$$

Die Hauptspannungen sind jetzt leicht zu errechnen. Man findet im Hinblick auf Abb. 16 und Gl. (6), wenn man noch Gl. (12a) beachtet:

$$\sigma_2 = \sigma\sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 i}{1 + n^2 \cdot \operatorname{tg}^2 i}} = \sigma\sqrt{\frac{1}{n} \cdot \frac{\sigma'}{\sigma}}$$

[22]) H. Krey, Erddruck, Erdwiderstand, 3. Aufl., S. 29; 4. Aufl., S. 34.

[23]) Für den Fall des natürlichen Erddruckes ist auch i_1 einzusetzen, doch ist das Hauptspannungsverhältnis n für diesen Fall bedeutend kleiner als für den Grenzzustand.

oder

$$\sigma_2 = \frac{1}{n} \cdot \sigma_1 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}} = \frac{\sigma'}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma'}}. \tag{14}$$

Schließlich sei noch das Verhältnis der Normalspannungen in zueinander senkrecht stehenden Flächen berechnet (Abb. 17). Zunächst ist:

$$\tau'' = \tau = m\,\nu$$

und weiter als Bedingung des Gleichgewichts in Richtung σ':

$$\nu'' = \sigma' \sqrt{1 + m^2} + \tau\, m$$
$$= \nu' (1 + m^2) + \nu\, m^2$$

oder

$$\frac{\nu''}{\nu} = m^2 + (1 + m^2) \frac{\nu'}{\nu}. \tag{15}$$

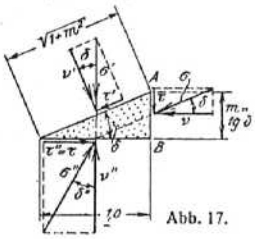


Abb. 17.

Der Rankinesche Spannungszustand ist in der Nähe der Oberfläche eines unter dem Winkel β geneigten ebenen Geländes vorhanden, wenn der Aufbau des Bodens gleichmäßig ist und auf der Oberfläche keine örtlich begrenzten Auflasten wirken. In Abb. 18 ist dieser Zustand vorausgesetzt und ein von zwei lotrechten Flächen und einer zur Oberfläche gleichlaufenden Fläche begrenzter Erdkörper hervorgehoben, um dessen Gleichgewicht zu betrachten. Zunächst ist leicht einzusehen, daß die in den lotrechten Flächen wirkenden Erddrücke E' und E'' einander gleich sein müssen, da unter den getroffenen Voraussetzungen der Erddruck nur eine Funktion der Tiefe h sein kann, von der Lage der lotrechten Fläche also unabhängig ist. Da die Erddrücke sich also gegenseitig aufheben, so folgt weiter, daß die Spannung σ' auf die zur Oberfläche gleichlaufende Fläche lotrecht gerichtet sein muß, denn nur dann kann sie dem Erdgewicht oberhalb dieser Fläche das Gleichgewicht halten. Man kann auch in umgekehrter Reihenfolge schließen, wenn man die Breite b des lotrechten Erdkörpers sehr groß annimmt im Vergleich zur Höhe h. Dann verschwindet nämlich der Einfluß der seitlichen Erddrücke auf das Gleichgewicht des in Betracht gezogenen Erdkörpers, woraus ohne weiteres die lotrechte Richtung von σ' folgt. Aus dieser lotrechten Richtung von σ' folgt dann weiter die Gleichheit von E' und E''. — Nach dem an Hand der Abb. 9 bewiesenen Satze von der Gleichheit der Spannungsneigungen für Flächenrichtungen, die den Winkel $90° - \delta$ miteinander bilden, müssen die Erddruckspannungen σ ebenfalls den Neigungswinkel $\delta = \beta$ haben, so daß der Erddruck auf eine lotrechte Fläche gleichlaufend zur Oberfläche wirkt.

Das Gewicht des in Abb. 18 abgegrenzten Erdkörpers ist $G = \gamma h b$, wenn γ das Raumeinheitsgewicht des Bodens angibt. Diesem Gewicht halten die Spannungen σ' auf der Fläche $1{,}0\, b \sqrt{1 + \mathrm{tg}^2 \beta}$ das Gleichgewicht, woraus folgt:

$$\sigma' b \sqrt{1 + \mathrm{tg}^2 \beta} = G = \gamma h b$$

oder

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma' = \dfrac{\gamma h}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2 \beta}} \\ \text{und für die Normalspannung:} \\ \nu' = \dfrac{\gamma h}{1 + \mathrm{tg}^2 \beta}. \end{array} \right. \tag{16}$$

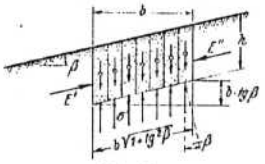


Abb. 18.
Rankinescher Spannungszustand.

Wir haben hier den oben schon erwähnten Fall vor uns, daß für eine Fläche die Größe und Neigung der Spannung bekannt ist, und können daher nach den Formeln (9), (13), (14) und (15) die übrigen unbekannten Werte berechnen, insbesondere nach Gl. (13) die Größe des Erddruckes E. Hierzu muß allerdings das Spannungsverhältnis $n = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ bekannt sein, was bislang stillschweigend vorausgesetzt wurde. Für die Grenzzustände des Gleichgewichts ist aber n zu errechnen, wie weiter unten noch gezeigt wird.

Zur Bestimmung des Erddruckes auf Wände ist der Rankinesche Spannungszustand nicht so ohne weiteres zu verwenden, da die oben dargelegten Voraussetzungen für diesen Fall nicht mehr erfüllt sind. Selbst wenn die Wand nicht hinterfüllt wurde (z. B. unverankerte Spundwand mit nachträglichem Bodenaushub), wenn also mit einigermaßen einheitlichem Boden gerechnet werden kann, wird der Druck auf die Wand nach Größe und Richtung meist nicht mit dem Rankineschen Zustande übereinstimmen, da durch die Wand eine „Störung" eintritt, die andere Verhältnisse schaffen kann und auch meist schaffen wird. Wie der Übergang dieses Wanddruck-Spannungszustandes in den Rankineschen Spannungszustand etwa zu denken ist, möge Abb. 19 veranschaulichen.

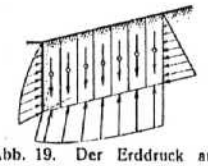


Abb. 19. Der Erddruck auf Wände stimmt meistens nicht mit dem des Rankineschen Zustandes überein.

Die bisherigen Ableitungen über das Spannungsgleichgewicht gelten ohne Rücksicht darauf, ob der Grenzzustand des Gleichgewichts vorhanden ist oder nicht. Für die weiteren Darlegungen werde dagegen angenommen, daß der Grenzzustand vorliegt.

b) Der Boden besitzt nur Reibung, aber keine Gleitfestigkeit (Kohäsion).

In diesem Falle tritt in den „Gleitflächen" die größtmögliche Spannungsneigung $\delta_{max} = \varrho$ auf. Der zugehörige Flächenwinkel (zwischen Gleitfläche und größter Hauptspannung) sei mit i_ϱ bezeichnet. Für i_ϱ nimmt demnach m den Größtwert μ an. Man findet daher i_ϱ durch Differenzieren der Gl. (7b) nach i oder $\mathrm{tg}\, i$ und Nullsetzen des Differentialquotienten:

$$\frac{dm}{d(\mathrm{tg}\, i)} = (n - 1) \frac{1 + n \cdot \mathrm{tg}^2 i - 2\, n \cdot \mathrm{tg}^2 i}{(1 + n \cdot \mathrm{tg}^2 i)^2} = \frac{1 - n \cdot \mathrm{tg}^2 i}{(1 + n \cdot \mathrm{tg}^2 i)^2} = 0$$

$$\mathrm{tg}^2 i_\varrho = \frac{1}{n} \qquad \mathrm{tg}\, i_\varrho = \frac{1}{(\pm)\sqrt{n}}. \tag{17}$$

Das doppelte Vorzeichen bezieht sich in diesem Falle allerdings nicht auf die beiden Grenzfälle Erddruck und Erdwiderstand, sondern — wie man leicht erkennt — auf das paarweise Auftreten der Gleitflächen, das übrigens auch aus dem paarweisen Auftreten der Spannungsneigungen δ ohne weiteres folgt. — Nach Gl. (5) ist nun weiter:

$$\mathrm{tg}\, i_\varrho' = \frac{1}{n \cdot \mathrm{tg}\, i_\varrho} = \frac{1}{\sqrt{n}} = \mathrm{tg}\, i_\varrho, \quad \text{also} \quad i_\varrho' = i_\varrho$$

und nach Gl. (7a):

$$i_\varrho + i_\varrho' = 2\, i_\varrho = 90° - \varrho \quad \text{oder} \quad i_\varrho = i_\varrho' = 45° - \frac{\varrho}{2}. \tag{18}$$

Die Gleitflächen verlaufen also unter dem Winkel $45° - \frac{\varrho}{2}$ zu den Richtungen der größten Hauptspannungen (Abb. 20).

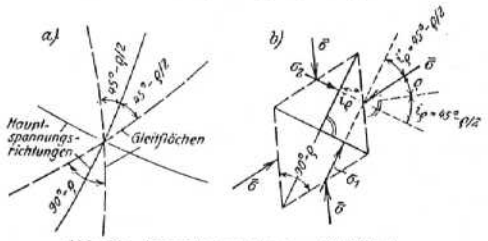


Abb. 20. Paarweise vorhandene Gleitflächen.

Die Einsetzung von Gl. (17) in Gl. (7b) liefert[24])

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \dfrac{n - 1}{2\sqrt{n}} \\ \text{und umgekehrt: } n = (\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)^2. \end{array} \right. \tag{19}$$

Das Spannungsverhältnis n ist also für den Grenzzustand ohne weiteres gegeben und nur von der durch μ gegebenen inneren Reibung abhängig.

Da nach Gl. (17) und (18) $\frac{1}{\sqrt{n}} = \mathrm{tg}\left(45° - \frac{\varrho}{2}\right)$ ist, so gilt auch:

$$n = \mathrm{tg}^2 \left(45 + \frac{\varrho}{2}\right). \tag{20}$$

Man findet leicht noch folgende, oftmals nützlich anzuwendende Zusammenhänge:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{n} = \sqrt{1 + \mu^2} + \mu \\ \dfrac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{1 + \mu^2} - \mu \\ n = (\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)^2 = 1 + 2\,\mu \sqrt{n} \\ \dfrac{1}{n} = (\sqrt{1 + \mu^2} - \mu)^2 = 1 - \dfrac{2\,\mu}{\sqrt{n}} \\ \sqrt{n} - \dfrac{1}{\sqrt{n}} = \dfrac{n - 1}{\sqrt{n}} = 2\,\mu \\ \sqrt{n} + \dfrac{1}{\sqrt{n}} = \dfrac{n + 1}{\sqrt{n}} = 2\sqrt{1 + \mu^2}. \end{array} \right. \tag{21}$$

Die zweitletzte dieser Formeln setzen wir in Gl. (9) ein und finden die Gleichung:

$$m \sqrt{n} \cdot \mathrm{tg}\, i = \mu \mp \sqrt{\mu^2 - m^2}, \tag{22}$$

deren Einfachheit wohl nicht mehr überboten werden kann. An Stelle des Verhältnisses $\frac{2\, m \sqrt{n}}{n - 1}$ in Abb. 14 tritt also das Verhältnis $\frac{m}{\mu}$.

[24]) Krey, Erddruck, 3. Aufl., S. 28; 4. Aufl., S. 33.

Bisher sind nur positive m-Werte in Betracht gezogen. Es kommen jedoch auch negative m-Werte vor, wie noch gezeigt werden wird, so daß man sich — wie auch Krey gezeigt hat — mit folgenden vier Grenzzuständen beschäftigen muß:

1. Erddruck (E_a) für $m > 0$
2. Erddruck (E_a) für $m < 0$
3. Erdwiderstand (E_p) für $m > 0$
4. Erdwiderstand (E_p) für $m < 0$.

Da jedoch der Gleichgewichtszustand eines kleinen Erdelementes von der Lage im Raume unabhängig ist, so sieht man leicht ein, daß die Darstellung des Spannungszustandes für negatives m das Spiegelbild der Darstellung für positives m sein muß, wenn als Drehachse die Normale der Fläche genommen wird. In Abb. 21 sind daraufhin sämtliche vier Erddruckfälle einschließlich der Hauptspannungs- und Gleitflächenrichtungen dargestellt. Vergleichsweise und zur besseren Einprägung der Gleitflächenlage ist auch jedesmal der entsprechende Rankinesche Erddruckfall aufgezeichnet. Um den Winkel i in jedem Falle richtig zu berechnen und anzutragen, kann man sich folgende Regeln merken, die aus Abb. 21 abzulesen sind:

1. Für den (aktiven) Erddruck ist — absolut genommen — immer der kleinere der beiden i-Werte anzutragen (i_1), für den Erdwiderstand immer der größere (i_2).
2. Der Winkel i ist nach der Seite hin aufzutragen, nach der ein Pendel ausschlagen würde, wenn es einen Stoß im Sinne des waagerechten Teiles der Gleitbewegung erhalten würde (bei negativem m ist nach Gl. (22) auch i negativ, also entgegengesetzt aufzutragen).

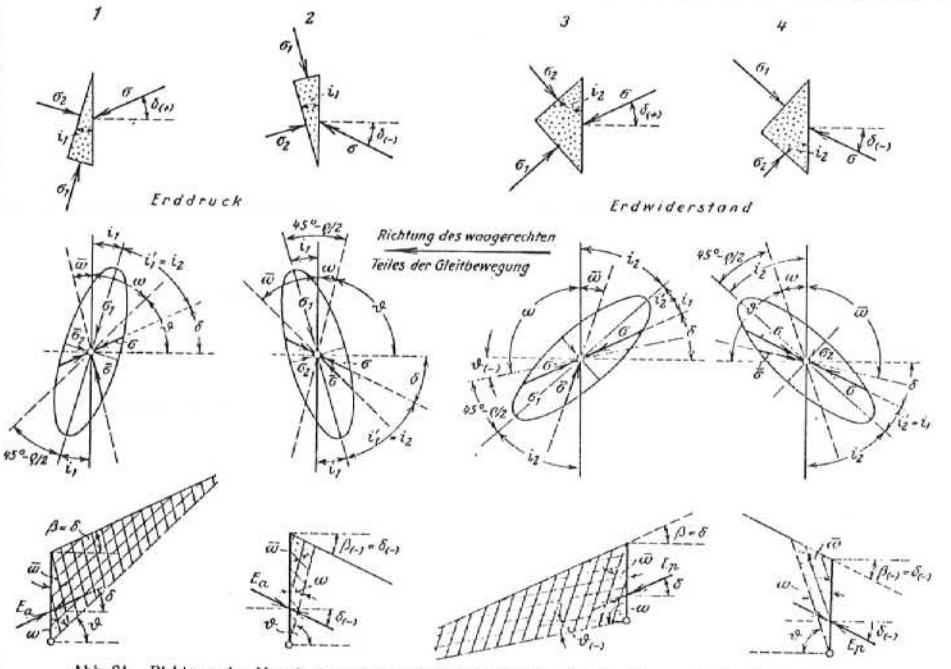


Abb. 21. Richtung der Hauptspannungen und Gleitflächen für die vier Grenzzustände des Erddruckes.

In Abb. 21 sind zur Festlegung der Gleitflächenrichtungen die drei Winkel ω, $\bar{\omega}$ und ϑ benutzt, und zwar bezeichnet ω den Wandwinkel der Gleitflächen, die mit der untersten Gleitfläche im Rankineschen Erddruckfall gleichlaufen (nach Krey die eigentlichen Gleitflächen), $\bar{\omega}$ den Wandwinkel der übrigen Gleitflächen (Pseudogleitflächen nach Krey) und ϑ (ähnlich wie bei Krey) den Winkel der eigentlichen Gleitflächen gegen die Waagerechte beim Rankineschen Fall (oder allgemein den Winkel zur Wandnormalen). Aus Abb. 21 ist abzulesen:

$$
(23)\quad \begin{cases}
\text{für } E_a \text{ und } m > 0: \\
\omega = 45^\circ - \frac{\varrho}{2} + i_1;\ \bar{\omega} = 45^\circ - \frac{\varrho}{2} - i_1;\ \vartheta = 45^\circ + \frac{\varrho}{2} - i_1 \\
\text{für } E_a \text{ und } m < 0: \\
\omega = 45^\circ - \frac{\varrho}{2} - |i_1|;\ \bar{\omega} = 45^\circ - \frac{\varrho}{2} + |i_1|;\ \vartheta = 45^\circ + \frac{\varrho}{2} + |i_1| \\
\text{für } E_p \text{ und } m > 0: \\
\omega = 135^\circ + \frac{\varrho}{2} - i_2;\ \bar{\omega} = i_2 - \left(45^\circ - \frac{\varrho}{2}\right);\ \vartheta = i_2 - \left(45^\circ + \frac{\varrho}{2}\right) \\
\text{für } E_p \text{ und } m < 0: \\
\omega = |i_2| - \left(45^\circ - \frac{\varrho}{2}\right);\ \bar{\omega} = 135^\circ + \frac{\varrho}{2} - |i_2|;\ \vartheta = \left(135^\circ - \frac{\varrho}{2}\right) - |i_2|.
\end{cases}
$$

Mit den Formeln:

$$
\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varrho}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{n}},\quad \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}
$$

erhält man hieraus leicht folgende Zusammenhänge:

$$
(24)\quad \begin{cases}
\text{für } E_a \text{ und } m > 0: \\
\operatorname{tg}\omega = \frac{1 + \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_1}{\sqrt{n} - \operatorname{tg} i_1} \qquad \operatorname{tg}\bar{\omega} = \frac{1 - \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_1}{\sqrt{n} + \operatorname{tg} i_1} \\
\operatorname{tg}\vartheta = \frac{\sqrt{n} - \operatorname{tg} i_1}{1 + \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_1} \\
\text{für } E_a \text{ und } m < 0: \\
\operatorname{tg}\omega = \frac{1 - \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg}|i_1|}{\sqrt{n} + \operatorname{tg}|i_1|} \qquad \operatorname{tg}\bar{\omega} = \frac{1 + \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg}|i_1|}{\sqrt{n} - \operatorname{tg}|i_1|} \\
\operatorname{tg}\vartheta = \frac{\sqrt{n} + \operatorname{tg}|i_1|}{1 - \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg}|i_1|} \\
\text{für } E_p \text{ und } m > 0: \\
\operatorname{tg}\omega = -\frac{1 + \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_2}{\sqrt{n} - \operatorname{tg} i_2} \qquad \operatorname{tg}\bar{\omega} = -\frac{1 - \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_2}{\sqrt{n} + \operatorname{tg} i_2} \\
\operatorname{tg}\vartheta = -\frac{\sqrt{n} - \operatorname{tg} i_2}{1 + \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i_2} \\
\text{für } E_p \text{ und } m < 0: \\
\operatorname{tg}\omega = -\frac{1 - \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg}|i_2|}{\sqrt{n} + \operatorname{tg}|i_2|} \qquad \operatorname{tg}\bar{\omega} = -\frac{1 + \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg}|i_2|}{\sqrt{n} - \operatorname{tg}|i_2|} \\
\operatorname{tg}\vartheta = -\frac{\sqrt{n} + \operatorname{tg}|i_2|}{1 - \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg}|i_2|}.
\end{cases}
$$

Man kann also allgemein schreiben:

$$
(25)\quad \begin{cases}
\operatorname{tg}\omega = \pm\frac{1 + \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i}{\sqrt{n} - \operatorname{tg} i} \qquad \operatorname{tg}\bar{\omega} = \pm\frac{1 - \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i}{\sqrt{n} + \operatorname{tg} i} \\
\operatorname{tg}\vartheta = \pm\frac{\sqrt{n} - \operatorname{tg} i}{1 + \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} i} = \operatorname{cotg}\omega.
\end{cases}
$$

Setzt man in die erste dieser Gleichungen $\operatorname{tg} i$ aus Gl. (22) ein, so erhält man:

$$
\operatorname{tg}\omega = \pm\frac{1 + \frac{m}{\mu} \mp \frac{1}{m}\sqrt{\mu^2 - m^2}}{n - \frac{\mu}{m} \pm \frac{1}{m}\sqrt{\mu^2 - m^2}}\sqrt{n}
$$

und nach Erweiterung mit $1 + \frac{\mu}{m} \pm \frac{1}{m}\sqrt{\mu^2 - m^2}$ und leichter Zwischenrechnung:

$$
(26)\quad \begin{cases}
\operatorname{cotg}\omega = \operatorname{tg}\vartheta = +\frac{n+1}{2\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\mu - m}{\mu + m}} \pm \frac{n-1}{2\sqrt{n}} \\
\operatorname{cotg}\bar{\omega} = +\frac{n+1}{2\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\mu + m}{\mu - m}} \pm \frac{n-1}{2\sqrt{n}}.
\end{cases}
$$

Die letzte Formel findet man auf demselben Wege. Die Gl. (26) lassen sich noch weiter vereinfachen, wenn man die Formeln (21) benutzt:

$$(27)\quad \begin{cases} \operatorname{cotg}\omega = \operatorname{tg}\vartheta = +\sqrt{(1+\mu^2)\dfrac{n-m}{n+m}} \pm \mu \\ \operatorname{cotg}\omega = +\sqrt{(1+\mu^2)\dfrac{n+m}{n-m}} \pm \mu. \end{cases}$$

Für das Verhältnis der paarweise zusammengehörigen Spannungen (vgl. Abb. 9 u. 16) erhält man aus Gl. (13) unter Beachtung von Gl. (21) unmittelbar:

$$(28)\quad \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{1+m^2}\left(\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2-m^2}\right)^2.$$

Für Erddruckberechnungen nach Rankine braucht man das umgekehrte Verhältnis:

$$(28a)\quad \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{\nu}{\nu'} = \frac{1+m^2}{\left(\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2-m^2}\right)^2},$$

das man durch passende Erweiterung des Nenners leicht umformen kann in:

$$(28b)\quad \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{\nu}{\nu'} = \frac{1}{1+m^2}\left(\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-m^2}\right)^2.$$

Die Hauptspannungen findet man aus Gl. (14) unter Einsetzung von Gl. (28) zu

$$(29)\quad \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}} = \sqrt{n}\,\sigma_2 = \left(\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-m^2}\right)\nu' = \left(\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2-m^2}\right)\nu.$$

Von Interesse sind noch die Gleitflächenspannungen τ. Man findet sie durch Einsetzen von Gl. (17) in Gl. (6) zu:

$$(29a)\quad \tau = \sqrt{n}\,\sigma_2.$$

Die Normalspannung ν in der Gleitfläche erhält man aus Gl. (18), (3) u. (29):

$$\nu = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\cdot\sin\varrho$$

$$= \left(\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-m^2}\right)\nu'\left(\frac{\sqrt{n}+\frac{1}{\sqrt{n}}}{2} - \frac{\sqrt{n}-\frac{1}{\sqrt{n}}}{2}\cdot\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)$$

$$= \left(\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-m^2}\right)\left(\sqrt{1+\mu^2} - \frac{\mu^2}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)\nu'$$

oder

$$(29b)\quad \nu = \left(1 \mp \sqrt{\frac{\mu^2-m^2}{1+\mu^2}}\right)\nu' = \left(1 \pm \sqrt{\frac{\mu^2-m^2}{1+\mu^2}}\right)\nu.$$

Für das Verhältnis der Normalspannungen in zueinander senkrecht stehenden Flächen liefern Gl. (15) u. (28):

$$(30)\quad \frac{\nu''}{\nu} = m^2 + \left(\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2-m^2}\right)^2.$$

Die letztere Gleichung leistet uns bei der Aufstellung der Differentialgleichungen des Grenzgleichgewichtes wertvolle Dienste, wie noch gezeigt wird.

Die Gl. (27) bis (30) sind wesentlich einfacher als die bislang bekannten Formeln, die nachstehend zum Vergleich angeführt sind. Von der Kreyschen Formel (9) abgesehen, aus der sich ϑ mit Hilfe der bekannten Zusammenhänge Gl. (23) ermitteln läßt, gibt Winkler für die Gleitflächenlage die Gleichung[25])

$$\cos(2\nu \mp \varrho \pm \delta) = \frac{\sin\delta}{\sin\varrho},$$

wo ν den Winkel zwischen Gleitfläche und Spannungsrichtung bezeichnet. Aus Abb. 21 ist abzulesen: $\nu = \vartheta \mp \delta$, so daß auch geschrieben werden kann:

$$\cos(2\vartheta \mp \varrho \mp \delta) = \frac{\sin\delta}{\sin\varrho}.$$

Nach Müller-Breslau (S. 113) gilt mit unseren Bezeichnungen:

$$\vartheta = 45^\circ \pm \frac{\varrho+\delta}{2} - \frac{1}{2}\cdot\arcsin\frac{\sin\delta}{\sin\varrho}.$$

An Stelle von Gl. (28b) gibt Rankine die Formel[26]):

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{\cos\delta \mp \sqrt{\cos^2\delta - \cos^2\varrho}}{\cos\delta \pm \sqrt{\cos^2\delta - \cos^2\varrho}}$$

und für die Hauptspannungen seines Erddruckfalles:

$$\sigma_1 = \frac{\gamma h(1+\sin\varrho)}{\cos\beta \pm \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varrho}}; \qquad \sigma_2 = \frac{\gamma h(1-\sin\varrho)}{\cos\beta \pm \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varrho}}.$$

Für die letzteren Formeln erhalten wir nach Gl. (16) u. (29) mit $m = b = \operatorname{tg}\beta$:

$$(31)\quad \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}} = \sqrt{n}\,\sigma_2 = \left(\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-b^2}\right)\frac{\gamma h}{1+b^2}.$$

Da für den Rankineschen Fall der Wert m gleichbleibend ist, so folgt aus Gl. (27) noch die bekannte Tatsache der ebenen Gleitflächen.

[25]) E. Winkler, Neue Theorie des Erddruckes, S. 20 u. 21.
[26]) Nach Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern, S. 48 u. 49.

Den waagerechten Teil des Erddruckes für den Rankineschen Sonderfall erhält man nach Gl. (16) u. (28b) zu

$$(32)\quad \nu = \left(\frac{\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-b^2}}{1+b^2}\right)\gamma h,$$

also im ganzen:

$$(32a)\quad E_w = \left(\frac{\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-m^2}}{1+b^2}\right)^2\cdot\gamma\cdot\frac{h^2}{2}.$$

Danach ist der Erddruck für den Rankineschen Erddruckfall (ohne Auflast) nach der Tiefe zu dreieckförmig verteilt. Daß für diese dreieckförmige Verteilung bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein müssen, wird im Abschnitt III gezeigt werden.

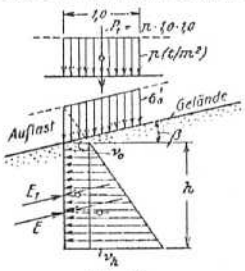


Abb. 22.
Rankinesche Erddruckverteilung für Reibungserde mit Auflast.

Bezeichnet man das Quadrat der Klammer nach Gl. (32) mit λ, so kann man auch schreiben:

$$(32b)\quad \lambda = \left(\frac{\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-b^2}}{1+b^2}\right)^2$$

$$(33)\quad E_w = \lambda\cdot\gamma\frac{h^2}{2}.$$

λ kann als Seitendruckzahl oder auch als Verhältniswert des (waagerechten) Erddruckes bezeichnet werden. Die Zahl λ weicht von der Kreyschen Bezeichnungsweise etwas ab, weil λ auf den waagerechten Teil des Erddruckes bezogen ist.

Ist auf der Geländeoberfläche noch eine Auflast p je Flächeneinheit — auf die waagerechte Ebene bezogen (vgl. Abb. 22) — vorhanden, so wirken in der Oberfläche die lotrechte Spannung $\sigma_0' = \frac{p}{\sqrt{1+b^2}}$ und die Normalspannung $\nu_0' = \frac{p}{1+b^2}$, mithin nach Gl. (28b) und Gl. (33) der waagerechte Seitendruck:

$$(33a)\quad \nu_0 = \left(\frac{\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-b^2}}{1+b^2}\right)^2\cdot p = \lambda p.$$

In der Tiefe h ist $\nu_h' = \frac{p+\gamma h}{1+b^2}$, mithin ν_h nach Abb. 22:

$$(33b)\quad \nu_h = \lambda p + \lambda\gamma h.$$

Der von der Auflast für den Grenzzustand erzeugte Seitendruck ist mithin nach einem Rechteck mit der Druckordinate nach Gl. (33a) verteilt.

c) Der Boden besitzt Reibung und Gleitfestigkeit.

Winkler hat gezeigt, daß auch für diesen Fall die Winkel zwischen Gleitflächen und größten Hauptspannungen $45^\circ - \frac{\varrho}{2}$ betragen:

$$(18')\quad i_\varrho = i_\varrho' = 45^\circ - \frac{\varrho}{2}.$$

Sein Beweis ist folgender:

Für jedes nicht in einer Gleitfläche liegende Flächenelement muß

$$\tau < k + \mu\nu \quad \text{oder} \quad \frac{k+\mu\nu}{\tau} > 1$$

sein; für die Gleitfläche muß demnach $\frac{k+\mu\nu}{\tau}$ einen Kleinstwert annehmen. Das tritt ein für

$$\tau\cdot\frac{d}{di}(k+\mu\nu) - (k+\mu\nu)\frac{d\tau}{di} = 0$$

oder für

$$\tau\,\mu\,d\nu - (k+\mu\nu)\,d\tau = 0.$$

Für die Gleitfläche ist gleichzeitig $\tau = k + \mu\nu$, so daß man erhält

$$\frac{d\tau}{d\nu} = \mu.$$

Nach Gl. (3) ist nun:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\tau}{di} &= \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\cdot\cos 2i \\ \frac{d\nu}{di} &= \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\cdot\sin 2i \end{aligned}\right\} \frac{d\tau}{d\nu} = \operatorname{cotg} 2i,$$

also $\operatorname{cotg} 2i_\varrho = \operatorname{tg}\varrho$ oder $i_\varrho = 45^\circ - \frac{\varrho}{2}$.

Die Lage der Gleitflächen zu den Hauptrichtungen ist demnach unabhängig von der Gleitfestigkeit. Der Neigungswinkel δ ist in einigen Flächenrichtungen noch etwas größer als ϱ; die dort aufzunehmende Gesamtschubkraft ist aber kleiner als die Gleitspannung $k + \mu\nu$.

Für das praktische Rechnen mit angenommenen Gleitflächenformen (z. B. für ebene oder kreisförmige Gleitflächen u. dgl.) ist noch folgende Feststellung nützlich: Denkt man sich in einem beliebigen Flächenelemente die Schubspannung durch gewisse Anteile des im Falle der Gleitung verfügbaren Schubwiderstandes $k + \mu\nu$ aufgenommen, so kann man schreiben: $\tau = k' + \mu'\nu$, wo mit Ausnahme der Gleitflächen $k' < k$

und $\mu' < \mu$ ist. Setzt man daher $k' = k$, so ist μ' erst recht kleiner als μ (von der Gleitfläche natürlich wieder abgesehen). Entsprechendes gilt von k', wenn $\mu' = \mu$ gesetzt wird. Für die Gleitfläche muß also im ersteren Falle μ', im zweiten Falle k' seinen Größtwert annehmen, so daß die ungünstigste Gleitflächenlage aus den beiden, einander gleichwertigen Bedingungen

$$\frac{\partial \mu'}{\partial i} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial k'}{\partial i} = 0 \tag{34}$$

ermittelt werden kann.

Die Gl. (3) ergeben für die Gleitfläche, also für $2 i_\varrho = 90° - \varrho$:

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos \varrho; \quad \nu = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin \varrho.$$

Da nun für die Gleitfläche

$$\tau = k + \mu \nu$$

gilt, so folgt:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos \varrho = k + \mu \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \mu \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin \varrho$$

$$\sigma_1 (\cos \varrho - \mu + \mu \cdot \sin \varrho) = 2 k + \sigma_2 (\cos \varrho + \mu + \mu \cdot \sin \varrho)$$

$$\sigma_1 (\sqrt{1 + \mu^2} - \mu) = 2 k + \sigma_2 (\sqrt{1 + \mu^2} + \mu).$$

Bezeichnet man den n-Wert, der sich für den Fall ohne Gleitfestigkeit ergibt [d. s. die n-Werte der Gl. (21)], mit n_0, also

$$n_0 = (\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)^2 \tag{21'}$$

$$\sqrt{n_0} = \sqrt{1 + \mu^2} + \mu \text{ usw.},$$

so erhält man folgende Formeln:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_1 &= n_0 \sigma_2 + 2 \sqrt{n_0}\, k \\ \sigma_2 &= \frac{1}{n_0} \cdot \sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{n_0}} \cdot k \end{aligned} \right. \tag{35}$$

$$\left\{ \begin{aligned} n &= n_0 + 2 \sqrt{n_0} \cdot \frac{k}{\sigma_2} \\ \frac{1}{n} &= \frac{1}{n_0} - \frac{2}{\sqrt{n_0}} \cdot \frac{k}{\sigma_1}. \end{aligned} \right. \tag{36}$$

Nimmt man noch Gl. (7b) für die Spannungsneigung $\operatorname{tg} \vartheta$ hinzu, so ist die Aufgabe, zu einer gegebenen Hauptspannung die Spannungswirkung für jedes beliebig geneigte Flächenelement zu finden, damit schon gelöst.

Schwieriger ist die Umkehrung dieser Aufgabe zu lösen, nämlich die Ermittlung der Hauptspannungen, der Gleitflächenlage usw. bei gegebener, an sich beliebiger Spannung (nach Abb. 13). Ein Einsetzen des n-Wertes nach Gl. (36) in Gl. (9) und (13) bis (15) führt nicht zum Ziel, weil das in Gl. (36) enthaltene σ_2 nicht bekannt ist. Die Aufgabe läßt sich aber doch lösen, wenn die bisherigen Gleichungen in der richtigen Weise angesetzt werden, wie nachstehend gezeigt ist. Der Leitgedanke ist auch hier wieder die Bevorzugung der Tangens-Funktion.

Zunächst erhält man aus der ersten der Gl. (35):

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{n_0 + 1}{2} \cdot \sigma_2 + \sqrt{n_0}\, k$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{n_0 - 1}{2} \cdot \sigma_2 + \sqrt{n_0}\, k,$$

was man in Gl. (3) einsetzen kann. Beachtet man dabei die aus Gl. (21) folgenden Zusammenhänge

$$\frac{n_0 + 1}{2} = 1 + \mu \sqrt{n_0} \quad \text{und} \quad \frac{n_0 - 1}{2} = \mu \sqrt{n_0},$$

so erhält man

$$\tau = m \nu = \sqrt{n_0} \cdot \sin 2 i (\mu \sigma_2 + k)$$

$$\nu = (1 + \mu \sqrt{n_0} - \mu \sqrt{n_0} \cdot \cos 2 i) \sigma_2 - \sqrt{n_0} (1 - \cos 2 i) k.$$

Die Gleichsetzung von σ_2 liefert:

$$\sigma_2 = \frac{1}{\mu} \left(\frac{m \nu}{\sqrt{n_0} \cdot \sin 2 i} - k \right) = \frac{\nu - \sqrt{n_0} (1 - \cos 2 i) k}{1 + \mu \sqrt{n_0} (1 - \cos 2 i)}. \tag{37}$$

Man findet zunächst

$$\sqrt{n_0} \cdot \sin 2 i (\mu \nu + k) + m \mu \sqrt{n_0} \cdot \cos 2 i \cdot \nu = m (1 + \mu \sqrt{n_0}) \nu$$

und weiter durch Einsetzung von $\sin 2 i = 2 \cdot \sin i \cdot \cos i = 2 \cdot \frac{\operatorname{tg} i}{1 + \operatorname{tg}^2 i}$ und $\cos 2 i = \cos^2 i - \sin^2 i = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 i}{1 + \operatorname{tg}^2 i}$:

$$m (1 + 2 \mu \sqrt{n_0}) \nu \cdot \operatorname{tg}^2 i - 2 \sqrt{n_0} (\mu \nu + k) \operatorname{tg} i = - m \nu$$

oder unter Beachtung von Gl. (21) und mit der abkürzenden Bezeichnung

$$\bar{\mu} = \mu + \frac{k}{\nu}: \tag{38}$$

$$(\sqrt{n_0} \cdot \operatorname{tg} i)^2 - 2 \cdot \frac{\bar{\mu}}{m} (\sqrt{n_0} \cdot \operatorname{tg} i) = - 1$$

$$m \sqrt{n_0} \cdot \operatorname{tg} i = \bar{\mu} \mp \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2}. \tag{22'}$$

Diese Gl. (22') — die zunächst gesuchte Schlüssellösung — entspricht in ihrem Aufbau vollständig der entsprechenden Gl. (22) für reine Reibungserde. Gl. (22) ist in Gl. (22') mit enthalten. An die Stelle von n und μ sind n_0 und $\bar{\mu} = \mu + \frac{k}{\nu}$ getreten.

Zur Ermittlung der Gleitflächenrichtungen können wir wieder von den infolge Gl. (18') ganz allgemein geltenden Gl. (23) ausgehen. Ersetzt man in Gl. (24) bis (26) n durch n_0 und μ durch $\bar{\mu}$, so kann man sie unverändert übernehmen und das Ergebnis nach Gl. (27) hinschreiben:

$$\left\{ \begin{aligned} \operatorname{cotg} \omega = \operatorname{tg} \vartheta &= + \sqrt{(1 + \mu^2) \frac{\bar{\mu} - m}{\bar{\mu} + m}} \pm \mu \\ \operatorname{cotg} \omega &= + \sqrt{(1 + \mu^2) \cdot \frac{\bar{\mu} + m}{\bar{\mu} - m}} \pm \mu. \end{aligned} \right. \tag{27'}$$

In diesen und den folgenden Formeln ist darauf zu achten, daß μ und $\bar{\mu}$ nicht verwechselt werden.

Die kleinere Hauptspannung σ_2 kann bestimmt werden durch Einsetzen der Gl. (22') in eine der Gl. (37), beispielsweise in die erste:

$$\mu \sigma_2 = \frac{m \nu}{2 \sqrt{n_0}} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 i}{\operatorname{tg} i} - k.$$

Mit Hilfe von Gl. (22') findet man leicht

$$\frac{1 + \operatorname{tg}^2 i}{\operatorname{tg} i} = \frac{1}{\operatorname{tg} i} + \operatorname{tg} i = 2 \sqrt{1 + \mu^2} \cdot \frac{\bar{\mu}}{m} \pm \frac{2 \bar{\mu}}{m} \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2}.$$

Dieses eingesetzt, ergibt unter Beachtung von Gl. (21) und (38) nach kurzer Rechnung:

$$\left\{ \begin{aligned} &\sqrt{n_0}\, \sigma_2 = \left(\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2}\right) \nu - k \\ &\text{und nach Gl. (35):} \quad \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_0}} = \left(\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2}\right) \nu + k. \end{aligned} \right. \tag{29'}$$

Bezeichnet man vorübergehend $\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2}$ mit w, so gilt hiernach weiter:

$$\sigma_1 \pm \sigma_2 = \sqrt{n_0} (w \nu + k) \pm \frac{1}{\sqrt{n_0}} (w \nu - k)$$

und unter Beachtung von Gl. (21):

$$\sigma_1 \pm \sigma_2 = (\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)(w \nu + k) \pm (\sqrt{1 + \mu^2} - \mu)(w \nu - k)$$

oder

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \sqrt{1 + \mu^2} \cdot w \nu + \mu k$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \mu w \nu + \sqrt{1 + \mu^2}\, k.$$

Um Gl. (3) für die Ermittlung der Normalspannung ν in der Gleitfläche anwenden zu können, ist für $\cos 2 i$ der Wert $\sin \varrho = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}$ einzusetzen (s. oben), so daß man im ganzen erhält:

$$\nu = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos 2 i = \sqrt{1 + \mu^2} \cdot w \nu + \mu k - \frac{\mu^2 w \nu}{\sqrt{1 + \mu^2}} + \mu k = \frac{w \nu}{\sqrt{1 + \mu^2}} + 2 \mu k$$

$$\nu = \left(1 \pm \sqrt{\frac{\bar{\mu}^2 - m^2}{1 + \mu^2}}\right) \nu + 2 \mu k. \tag{29b'}$$

Setzt man Gl. (29') in Gl. (36) ein, so erhält man das Verhältnis n der Hauptspannungen zu:

$$n = n_0 \left(1 + \frac{2 \cdot \frac{k}{\nu}}{\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2} - \frac{k}{\nu}} \right). \tag{39}$$

Um das Verhältnis der paarweise zusammengehörigen Spannungen σ' und σ (Abb. 9 u. 16) zu finden, kann man von Gl. (12b) ausgehen, indem man n nach Gl. (36) einsetzt:

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{n \cdot \operatorname{tg} i - m}{\operatorname{tg} i + m} = \frac{n_0 \cdot \operatorname{tg} i - m}{\operatorname{tg} i + m} + \frac{2 n_0 \cdot \operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} i + m} \cdot \frac{k}{\sqrt{n_0}\, \sigma_2}$$

$$= g_1 + g_2 \cdot \frac{k}{\sqrt{n_0}\, \sigma_2}$$

$$g_1 = n_0 \cdot \frac{m \sqrt{n_0} \cdot \operatorname{tg} i - \frac{m^2}{\sqrt{n_0}}}{m \sqrt{n_0} \cdot \operatorname{tg} i + m^2 \sqrt{n_0}} = n_0 \cdot \frac{\bar{\mu} - \frac{m^2}{\sqrt{n_0}} \mp \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2}}{\bar{\mu} + m^2 \sqrt{n_0} \mp \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2}}$$

und nach passender Erweiterung und einiger Rechnung:

$$g_1 = \frac{1 + m^2 - 2 \sqrt{n_0} \cdot \frac{k}{\nu}}{\left(\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\bar{\mu}^2 - m^2}\right)^2 - \frac{k^2}{\nu^2}}.$$

Auf ganz ähnlichem Wege erhält man für g_2:

$$g_2 = \frac{2\sqrt{n_0}}{\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2} + \frac{k}{\nu}},$$

mit Gl. (29') also für das zweite Glied:

$$g_2 \cdot \frac{k}{\sqrt{n_0}\,\sigma_2} = \frac{2\sqrt{n_0}}{\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2} + \frac{k}{\nu}} \cdot \frac{\frac{k}{\nu}}{\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2} - \frac{k}{\nu}}$$

$$= \frac{2\sqrt{n_0} \cdot \frac{k}{\nu}}{\left(\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2}\right)^2 - \frac{k^2}{\nu^2}}.$$

Im ganzen ist demnach:

$$\text{(28a')} \qquad \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{\nu}{\nu'} = \frac{1+m^2}{\left(\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2}\right)^2 - \frac{k^2}{\nu^2}}.$$

Für gleiches ν, k und μ lassen sich alle vier verschiedenen Lagen der Spannungsellipsen (vgl. Abb. 21) durch Drehung zur Deckung bringen. Man kann deshalb das Verhältnis $\sigma : \sigma'$ für den unteren Grenzzustand auch aus dem umgekehrten Werte für den oberen Grenzzustand finden, womit man schreiben kann:

$$\text{(28b')} \qquad \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{\nu}{\nu'} = \frac{1}{1+m^2}\left[\left(\sqrt{1+\mu'^2} \mp \sqrt{\mu'^2 - m^2}\right)^2 - \frac{k}{\nu'^2}\right]$$

mit

$$\mu' = \mu + \frac{k}{\nu'}.$$

Für das Verhältnis der Normalspannungen in senkrecht zueinander stehenden Flächenelementen erhält man nach Gl. (15) u. Gl. (28a):

$$\text{(30')} \qquad \frac{\nu''}{\nu} = m^2 - \frac{k^2}{\nu^2} + \left(\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2}\right)^2.$$

Für gleichbleibende Spannungsneigung ϑ zeigen die Formeln (27), daß sich die Gleitflächenrichtung mit der Gleitfestigkeit ändert, und zwar wird der Gleitwinkel ϑ mit k etwas größer. Das steht mit der obigen Feststellung, daß die Lage der Gleitflächen zu den Hauptrichtungen unabhängig von der Gleitfestigkeit ist, nicht in Widerspruch, da sich nach Gl. (22') die Richtung der Hauptflächen mit k ebenfalls ändert, so daß die Möglichkeit eines gleichbleibenden Winkels i_0 durchaus gegeben ist.

Wenden wir diese Erkenntnisse für den Fall an, daß die Erddruckrichtung auf eine lotrechte Fläche gleichlaufend zur Oberfläche ist (Rankine), so ergibt sich, daß die Gleitflächen bei geneigtem Gelände keine Ebenen mehr sind; nur bei waagerechtem Gelände sind die Gleitflächen eben, da dann die Druckrichtung mit der Hauptspannungsrichtung zusammenfällt. Für diesen Fall erhält man als Seitendruck ν mit $\nu' = \gamma h$ und $m = 0$ aus Gl. (28b):

$$\nu = \left[1 \mp 2\mu\left(\sqrt{1+\mu^2} \mp \mu\right)\right]\gamma h \mp 2\left(\sqrt{1+\mu^2} \mp \mu\right)k$$

oder unter Beachtung von Gl. (21)

$$\text{(40)} \qquad \begin{cases} \nu_a = \frac{1}{n_0} \cdot \gamma h - \frac{2}{\sqrt{n_0}} \cdot k & \text{für den Erddruck,} \\ \nu_p = n_0 \gamma h + 2\sqrt{n_0} \cdot k & \text{für den Erdwiderstand.} \end{cases}$$

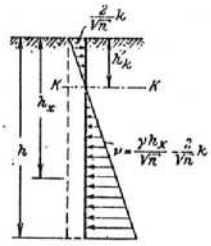


Abb. 23.

Mit Rücksicht auf Gl. (20) stimmt die erste dieser Formeln mit einer von Fellenius gegebenen Formel überein [27]). Gl. (40) ergibt eine geradlinige Druckverteilung nach Abb. 23. Im oberen Teil also Zugspannungen. Können diese Zugspannungen aus irgendeinem Grunde (z. B. infolge Trockenrissen in kurzen gleichmäßigen Abständen) an keiner Stelle des Bodens aufgenommen werden, so ist unterhalb der „Nullinie" K—K trotzdem noch der Rankinesche Grenzzustand denkbar. Der Erddruck ist dann einfach dreieckförmig verteilt; oberhalb der Nullinie ist kein Grenzzustand vorhanden. Der Seitendruck Null tritt in der Tiefe h_K' auf, die sich aus Gl. (40) berechnet zu:

$$\text{(40a)} \qquad h_K' = 2\sqrt{n_0} \cdot \frac{k}{\gamma}.$$

(Fortsetzung folgt.)

[27]) W. Fellenius, Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion, S. 20. Berlin 1927.

Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ingenieur Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Mitteilung der Erdbauabteilung der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin.)

(Fortsetzung aus Heft 10/11.)

III. Abhängigkeit der Gleitflächenform und der Druckverteilung von der Art der Wandbewegung.

Bevor auf das schon in der Überschrift angedeutete Hauptthema dieses Aufsatzes näher eingegangen wird, sei nochmals kurz auf die unter I. aufgezählten Voraussetzungen hingewiesen. Man muß sich diese Annahmen, auf die die Theorie der Grenzzustände des Gleichgewichts aufbaut, immer wieder vor Augen führen, um die theoretisch gefundenen Formeln oder Ergebnisse richtig anzuwenden und nicht einer allzu schematischen Erledigung erdstatischer Aufgaben zu verfallen. Die Auswirkung der einen oder anderen Annahme wird vielleicht noch eingehender untersucht werden müssen, als es hier geschehen ist.

Besonders erinnert sei noch an die Voraussetzung 1, daß die Wandbewegungen groß genug sind, um Gleitungen des Bodens eintreten zu lassen, und an die Annahme 4, daß durch diese Gleitungen keine Änderungen des Rauminhalts des gleitenden Bodens eintreten. Man kann die Formänderungen des Bodens einteilen in solche, die **nicht** von Reibungsgleitungen[28]) herrühren und meistens mit einer Raumänderung der Elemente verbunden sind, und in solche, die eine Folge der Aufteilung des Bodens in einzelne „gleitende" Elemente sind und **ohne** Änderung des Bodenraumes vor sich gehen. Wenn im folgenden von „Wandbewegungen" die Rede ist, so ist damit ausschließlich die letztere Art der Formänderungen gemeint. **Die dem Eintreten des Gleitzustandes vorangehenden Formänderungen der ersteren Art sind dabei immer noch hinzuzudenken.**

Zur Vereinfachung der Darlegungen beschränken wir uns bei den folgenden grundsätzlichen Ausführungen zunächst auf Boden **ohne** Gleitfestigkeit („Reibungsboden") und auf den unteren Grenzzustand des Erddruckes; auch behandeln wir zunächst nur den Fall der ebenen Wand mit ebenem Gelände. Die Erweiterung auf die noch ausgelassenen Fälle ist nicht weiter schwierig, wenn die grundlegenden Zusammenhänge erst einmal bekannt sind.

Gewöhnlich trifft man bei der Verfolgung des einschlägigen Schrifttums sehr bald auf den Gegensatz: Coulomb—Rankine, der bei der Annahme des Neigungswinkels des Erddruckes auf die Wand offenbar wird und in Winkler und Müller-Breslau auf der einen Seite und Rankine und Mohr auf der anderen Seite die ersten und bekanntesten Vertreter fand. Die Vertreter der einen Richtung fordern — und m. E. in den meisten Fällen mit Recht —, daß der (aktive) Erddruck unter dem Reibungswinkel ϱ' zur Wandnormalen anzunehmen sei (wenn unter ϱ' der Reibungswinkel zwischen Boden und Wand verstanden wird), während die Vertreter der anderen Richtung auf die sich aus diesen Annahmen im Verein mit der Annahme ebener Gleitflächen ergebenden „Widersprüche" hinweisen und die Richtung des Erddruckes gleichlaufend zur Oberfläche des Bodens annehmen (Rankine). Ich will hier nicht weiter auf die verschiedenen Äußerungen zu dieser Frage eingehen[29]), sondern nur versuchen, den Beweis, daß man für gewöhnlich mit der Wandreibung rechnen kann, noch einwandfreier herauszustellen.

In einem Punkte sind sich alle einig (auch Mohr gibt das zu): Falls eine Mauer unter der Wirkung des Erddruckes der Hinterfüllung so weit nachgibt, daß ein Herabgleiten des Erdkeils stattfindet, kann mit der vollen Reibung zwischen Boden und Wand gerechnet werden. Wir brauchen deshalb nur zu zeigen, daß unter normalen Umständen (z. B. bei gleichartigem Boden) die Mauer viel stärker nachgibt, als zum Eintritt der Gleitung erforderlich ist.

In Abb. 24a sind für einen normalen Fall die wirkenden Kräfte angedeutet. Die voll ausgezogene Sohlendruck-Verteilungslinie gibt den ungefähren Bodendruck in der Gründungssohle der noch nicht hinterfüllten Mauer an, während die strichpunktierte Verteilungslinie für den fertigen Zustand (nach der Hinterfüllung) gilt[30]). Die gestrichelte Linie gibt die Verteilung des Sohlendruckes für den Fall an, daß man die lotrechte Teilkraft des Erddruckes mit dem Eigengewicht der Mauer zusammensetzt. Nach der Hinterfüllung wirkt in der Gründungssohle eine Schubkraft R, die ebenso groß ist wie die waagerechte Teilkraft E_{a_w} des Erddruckes, wenn man von dem geringen vorderen Gegendruck des Bodens absieht (den man übrigens auch von E_{a_w} abziehen könnte). Die zwischen der gestrichelten und der strichpunktierten Sohlendruck-Verteilungslinie befindlichen, durch Schraffur besonders gekennzeichneten Flächen ergeben die Mittelkräfte Q' und Q'', die der Größe nach einander gleich, aber entgegengesetzt gerichtet sind. Sie liefern das Moment $Q' \cdot q$ und sind eine Gegenwirkung des Moments $E_{a_w} \cdot e$. Für Stützmauern gewöhnlicher Ausmaße wird q meist noch etwas kleiner als e sein; wir rechnen also ungünstig, wenn wir $q \approx e$ und damit $Q' \approx E_{a_w}$ annehmen.

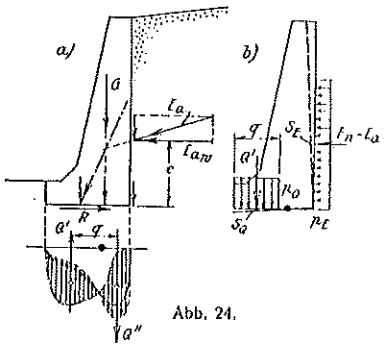


Abb. 24.

Unter dem vorderen Teil der Gründungssohle wird sich nun der Boden durch die Belastung Q' etwas zusammendrücken, unter dem hinteren Teil dagegen infolge der entlastenden Wirkung von Q'' ein wenig ausdehnen, so daß die Sohle eine Drehbewegung ausführt. Die Entfernung des Drehpunktes von der Kraft Q' schätzen wir zu rd. $\frac{2}{3} \cdot q$. Bezeichnet S_Q die mittlere Setzung unter der Last Q', so hat man als mittleren Drehwinkel:

$$\varphi_Q \approx \frac{S_Q}{\frac{2}{3} \cdot q} = \frac{3}{2} \cdot \frac{S_Q}{q}.$$

Für die Berechnung der Setzung S_Q kann man die Last Q' genügend genau durch eine auf der Breite q gleichmäßig verteilte Belastung ersetzen (Abb. 24b). Bis zum Eintreten der ersten Gleitung muß der Seitendruck der Hinterfüllung etwa vom natürlichen Erddruck E_n bis auf den aktiven Erddruck E_a abfallen. Dieser Entlastung des Bodens entspreche die mittlere Ausdehnung S_E, die sich ebenfalls hinreichend genau aus dem gedachten Ansatz von Zugspannungen überschlagen läßt, die etwa auf der Strecke $2\,e$ gleichmäßig verteilt wirken (Abb. 24b). Den für beginnende Gleitung erforderlichen Drehwinkel der Mauer findet man damit zu

$$\varphi_E \approx \frac{S_E}{e}.$$

Der Unterschied $E_n - E_{a_w}$ ist meistens kleiner als E_{a_w} selber, so daß wir ungünstig genug rechnen, wenn wir ihn gleich E_{a_w} annehmen. Mit $q \approx e$ ist dann: $p_E \approx \frac{p_Q}{2}$. Wären nun die Formänderungszahlen des Bodens

[28]) Nicht zu verwechseln mit den elastischen Gleitungen bei der Formänderungstheorie der festen Körper.

[29]) Wer nicht unterrichtet ist, lese u. a. folgende Arbeiten: E. Winkler, Neue Theorie des Erddruckes, S. 31 bis 38, Wien 1872. — Mohr, Beitrag zur Theorie des Erddruckes. Zeitschr. f. Arch.- u. Ing.-Wesen, Hannover 1871, S. 361 bis 365. — Müller-Breslau, Bemerkungen über die Berechnung des Erddruckes auf Stützmauern. Zeitschr. f. Arch.- u. Ing.-Wesen, Hannover 1908, S. 43.

[30]) Bei der Einzeichnung der Form der Druckverteilungslinien bin ich von neueren Erkenntnissen über Sohlendruckverteilung ausgegangen.

für Zug und Druck einander gleich, so würden wir nach Schleicher[31]) etwa schätzen können:

$$S_Q \approx \sqrt{2}\, S_E \approx 1{,}4\, S_E.$$

Daraus findet man für die Drehwinkel:

$$\varphi_Q \approx \frac{3}{2} \cdot \frac{S_Q}{e} \approx \frac{3}{2} \cdot \frac{1{,}4\, S_E}{e} \approx \frac{3}{2} \cdot 1{,}4\, \varphi_E \approx 2\, \varphi_E.$$

In Wirklichkeit sind aber die Zusammendrückungszahlen der Böden — wie unter I. (S. 150) schon bemerkt wurde — etwa 3- bis 10mal so groß als die Ausdehnungszahlen, allerdings mit der Einschränkung, daß es sich um gleiche mittlere Belastungen handelt, weil die Formänderungszahlen mit dem Bodendruck veränderlich sind. Diese Voraussetzung ist in unserem Falle nicht ganz erfüllt; auch wird der Hinterfüllungsboden andere Eigenschaften haben als der gewachsene Boden, auf dem die Mauer steht. Wir setzen deshalb vorsichtigerweise das Verhältnis von Zusammendrückungs- und Ausdehnungszahl zu 1,5 bis 5,0 an. Damit erhält man dann:

$$\varphi_Q \approx (3 \text{ bis } 10)\, \varphi_E,$$

d. h. die Drehung der Mauer ist etwa 3- bis 10mal so groß, wie es zur Herbeiführung des Gleitzustandes der Hinterfüllungserde notwendig wäre. Dieser rohe Überschlag scheint einigermaßen zuzutreffen, denn die durch Messungen festgestellten waagerechten Bauwerksbewegungen betragen durchweg mehrere Zentimeter (auch Spundwände biegen sich meist um einige Zentimeter durch), während die unter I. erwähnten Erddruckversuche vermuten lassen, daß die Ausdehnung des Hinterlagerungsbodens bis zum Eintritt des unteren Grenzzustandes (bei entsprechenden Bodenarten) nur einige Millimeter beträgt.

Ich halte den Ansatz von ρ' aber auch noch für den Fall berechtigt, wo der Untergrund bedeutend fester ist als der Hinterboden der Mauer und die Mauerdrehung aus diesem Grunde zum Auslösen der Gleitbewegung nicht ganz ausreichend ist — ein Fall, den Mohr vorzugsweise behandelt. Denn wenn kurz vor der Gleitung in der späteren Gleitfläche schon nahezu der Reibungswinkel ρ erreicht sein soll — was die Vertreter der Rankineschen Richtung doch auch annehmen — warum sollte das nicht auch für die Reibung zwischen Wand und Boden gelten? Die sich bei der Gleitung zeigende Bewegungstendenz des Bodens wird sicher schon vor dem Erreichen des Gleitzustandes (wenn auch in entsprechend verringertem Maße) vorhanden sein. — Wenn man für waagerechtes Gelände z. B. $\rho' = 0$ annimmt, dann muß man eigentlich folgerichtig auch $\rho = 0$ annehmen.

Natürlich gibt es auch Ausnahmen, bei denen der Neigungswinkel des Erddruckes Null oder sogar negativ werden kann. So erwähnt Krey den Fall einer Stützmauer, die auf sehr nachgiebigem Baugrunde steht und deshalb stärker einsinkt als der abrutschende Erdkeil. Auch bei stark geneigten Wänden können andere Fälle eintreten, worauf ich noch zurückkomme.

Aus unseren Ableitungen unter II. folgt, daß bei angenommenem Reibungswinkel ρ' zwischen Erde und Wand auch der Wandwinkel der Gleitfläche schon festliegt (Gl. 27). In der Nähe der Oberfläche liegt die Richtung der Gleitfläche ebenfalls fest, weil hier (wenn auch nicht in allen, so doch in vielen Fällen) mit dem Rankineschen Spannungszustande gerechnet werden kann. Diese beiden Gleitflächenrichtungen werden aber im allgemeinen nicht miteinander übereinstimmen, so daß die Gleitflächen meistens keine Ebenen sind, sondern kurvenförmig verlaufen (vgl. auch Winkler, Müller-Breslau und Krey). Stimmen sie zufällig überein, so liegt der Rankinesche Erddruckfall vor; die Gleitflächen sind dann Ebenen.

Die alte, klassische Annahme der Erddruckverteilung ist bekanntlich die dreieckförmige Verteilung mit dem größten Druck im untersten Erdpunkte der Wand. Man sagte sich, daß der Erddruck der Tiefe unter Gelände verhältnisgleich sein müsse, wenn der Gesamterddruck mit dem Quadrat der Wandhöhe wachsen solle, wie es bekanntlich jede Theorie ergibt. Heute wissen wir nun zwar, daß diese Annahme nicht immer erfüllt ist. Zur Entlastung unserer alten Klassiker muß aber bemerkt werden, daß es sich in der früheren Zeit lediglich darum handelte, für die standsichere Durchbildung von Stützmauern Anhaltspunkte zu gewinnen. Dafür reicht aber die Annahme dreieckförmiger Erddruckverteilung im allgemeinen aus, sie entspricht sogar — wie aus den weiteren Ausführungen noch hervorgehen wird — meistens den tatsächlichen Verhältnissen.

Wenn später unter dem Zwange der Ausweitung der konstruktiven Möglichkeiten die Annahme dreieckförmiger Erddruckverteilung auch für die Berechnung anderer Bauelemente, z. B. für verankerte Spundwände, übernommen wurde, so liegt der Grund dafür auf der Hand: Man konnte nichts Besseres oder Einwandfreies an die Stelle dieser Annahme setzen[32]).

[31]) Schleicher, Zur Theorie des Baugrundes, Bauing. 1926, S. 931 u. 949.

[32]) So bemerkt z. B. A. Hofmann in der Zeitschr. f. Arch.- u. Ing.-Wesen, Hannover 1911, S. 459: „Die Annahme dreieckförmiger Druckverteilung wird allgemein gemacht, obwohl hierfür kein Zwang vorliegt. Man käme aber ins Uferlose, wenn man irgendeine andere Annahme machen wollte, für die ebensowenig ein Zwang und nicht einmal die gleiche Wahrscheinlichkeit vorläge; denn unter sonst gleichen Verhältnissen ist bei Naturvorgängen das Einfachste immer das Wahrscheinlichste“.

Immerhin sind erfahrene Ingenieure mit dieser Annahme wie überhaupt mit der üblichen Erddruckberechnung nicht immer einverstanden gewesen. Es sei hier z. B. erinnert an die Auffassungen von M. Möller über die Berechnung von Spundwänden hinter Bohlwerken und die Ausführungen von Ehlers zu dieser Betrachtungsweise[33]). Möller vertritt den Standpunkt, daß sich bei der Durchbiegung der Wand zwei Gleitflächen bilden (Abb. 25), so daß sich der abrutschende Boden zwischen diesen beiden Gleitflächen gewölbeartig verspannt und dadurch die Spundwand bedeutend geringer beansprucht wird als nach der üblichen Berechnung. — Auch Versuche von Leygue mögen in diesem Zusammenhang genannt werden. Darüber bemerkt Donath[34]) folgendes: „Leygue will durch seine . . . Versuche gefunden haben, daß der Angriffspunkt des Erddruckes nicht auf ein Drittel der Wandhöhe, sondern im allgemeinen höher (in manchen Fällen bis zur Mitte der gedrückten Fläche steigend) liege; indessen dürfte dieses, allen bisherigen Theorien widersprechende Ergebnis wohl lediglich eine Folge der Fehler sein, mit welchen seine mit sehr unvollkommenen Vorrichtungen gemachten Beobachtungen behaftet waren, die so lange kein Vertrauen verdienen, als nicht andere, mit vollkommeneren Vorrichtungen angestellte Untersuchungen ein ähnliches Ergebnis liefern.“

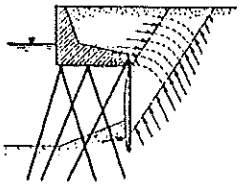


Abb. 25. Gewölbeartige Abstützung der Hinterlagerungserde bei einer Bewegung der Spundwand nach M. Möller.

Im Jahre 1924 hat Petersen darauf hingewiesen[35]), daß der Erddruck auf Wände nicht unbedingt dreieckförmig verteilt sein muß, da auch jede andere Verteilung dem Gesetz $E = \text{Konstante} \cdot h^2$ genügt. Diese Feststellung mag wertvoll sein; es ist aber zunächst damit noch nichts gewonnen, da die Anhaltspunkte fehlen, nach denen die Wanddruckverteilung ermittelt werden könnte. Außerdem sei zu den Darlegungen von Petersen noch folgendes bemerkt: Schon Winkler hat nachgewiesen[36]), daß, streng genommen, zu ebenen Gleitflächen eine geradlinige Spannungsverteilung in der Gleitfläche gehört. Nun betrachtet man allerdings die ebenen Gleitflächen von vornherein als Näherung für die kurvenförmigen, genaueren Gleitflächen. Man wird jedoch von einer guten Näherung verlangen, daß die genaue Gleitflächenform nicht allzusehr von einer Ebene abweicht, damit die Gesetze des Gleichgewichts kleiner Bodenelemente (s. unter II.) nur in geringem Maße verletzt werden. Aus denselben Gründen darf m. E. aber auch die Druckverteilung in einer ebenen Gleitfläche nur in geringem Maße von der geradlinigen Verteilung abweichen. Ich kann mich daher der Meinung von Petersen, die Druckverteilung nach Abb. 26 „als einen Grenzfall der möglichen und wahrscheinlichen Gleichgewichtszustände anzusehen“, nicht anschließen, soweit es sich um ebene Gleitflächen handelt.

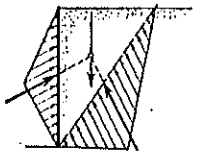


Abb. 26. Mögliche Erddruckverteilung nach Petersen.

Neuerdings hat Terzaghi auf den Zusammenhang zwischen Wandbewegung und Druckverteilung hingewiesen[37]). Er rechnet näherungsweise mit ebenen Gleitflächen (auch mit Reibung zwischen Wand und Boden) und läßt die dreieckförmige Druckverteilung nur für den Fall gelten, bei dem sich die Wand um ihren untersten Erdpunkt dreht. Bei einer gleichmäßigen Vorwärtsbewegung der Wand oder auch bei stärkerer Bewegung des unteren Teiles der Wand soll nach Terzaghi eine Druckverteilung nach Abbild. 27b oder c[38]) vorhanden sein. Für die Druckverteilung nach Abb. 27c[39]) gibt Terzaghi ungefähr folgende Ableitung:

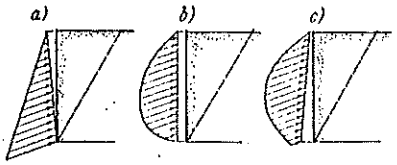


Abb. 27. Wandbewegung und Erddruckverteilung nach Terzaghi.

[33]) H. Ehlers, Beitrag zur statischen Berechnung von Spundwänden unter Berücksichtigung besonderer örtlicher Verhältnisse. Zeitschr. f. Arch.- u. Ing.-Wesen, Hannover 1910, S. 1.

[34]) Z. f. Bauwesen 1891, S. 497.

[35]) R. Petersen, Erddruck auf Stützmauern. Berlin 1924.

[36]) s. z. B. Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern, S. 22 bis 24.

[37]) K. v. Terzaghi, Wien, Distribution of the lateral pressure of sand on the timbering of cuts. Proceedings of the International Conference on soil mechanics and foundation engineering, Vol. I, S. 211.

[38]) Abb. 27b nach Mitteilung von A. Casagrande in Schriftenreihe 3 der „Straße“, Berlin 1936, S. 96; Abb. 27c nach [31]).

[39]) Die Ableitung der Verteilung nach Abb. 27b ist mir bisher noch nicht bekanntgeworden.

Im oberen Teile der Wand muß der Erddruck größer sein als der untere Grenzwert, weil sich hier der Boden hinter der Wand nicht durch Gleitungen verformt. Bezeichnet K das veränderliche Verhältnis zwischen waagerechtem und lotrechtem Druck in der Nähe der Wand, so ist anzuschreiben:

$$dE = K q\, dz.$$

Im untersten Wandpunkte herrscht der Gleitzustand, folglich muß hier K mit der Verhältniszahl K_e des aktiven Erddruckes (von uns unter II. λ genannt) übereinstimmen; weiter oben muß $K > K_e$ sein. Terzaghi setzt deshalb näherungsweise:

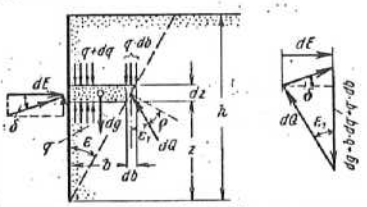


Abb. 28. (Nach Terzaghi.)

$$K = K_e\left(1 + c_l \cdot \frac{z}{h}\right),$$

so daß also für den obersten Erdpunkt $K = K_e(1 + c_l)$ gilt (wenn c_l eine Konstante bedeutet). Aus dem lotrechten Gleichgewicht des in Abb. 28 näher bezeichneten Bodenelements kann man ansetzen (vgl. das Krafteck):

$$dg + b\,dq + q\,db = dE(\operatorname{tg}\delta + \operatorname{cotg}\varepsilon_1).$$

Berücksichtigt man nun noch, daß

$$b = z \cdot \operatorname{tg}\varepsilon \quad \text{und} \quad \frac{\operatorname{tg}\delta + \operatorname{cotg}\varepsilon_1}{\operatorname{tg}\varepsilon} = K_e$$

gesetzt werden kann, so gelangt man zu der Differentialgleichung:

$$z(\gamma\,dz + dq) + q\,dz = q\left(1 + c_l \cdot \frac{z}{h}\right)dz,$$

deren Integral Terzaghi unter Beachtung der Bedingung $q = 0$ für $z = h$ angibt zu

$$q = \gamma \cdot \frac{h}{c_l}\left(1 - e^{-c_l \cdot \frac{h-z}{h}}\right). \tag{41a}$$

Hieraus ergibt sich dann die waagerechte Teilspannung σ des Erddruckes zu:

$$\sigma = K q = \gamma \cdot \frac{h}{c_l}\left(1 - e^{-c_l \cdot \frac{h-z}{h}}\right)\left(\frac{1 + c_l}{c_l} - \frac{h-z}{h}\right). \tag{41b}$$

Nach dieser Gleichung erhält man Erddruckverteilungen nach Art der Abb. 27c. Für $c_l = 0$ ergibt sich die dreieckförmige Verteilung.

Bei der Ableitung dieser Terzaghischen Lösung ist stillschweigend vorausgesetzt, daß in den durch q beanspruchten waagerechten Flächen keine Schubspannungen wirken. Diese Annahme dürfte zulässig sein, da der hierdurch verursachte Fehler nicht sehr ins Gewicht fallen wird. Als ein größerer Nachteil ist m. E. anzusehen, daß die Gleichung für den Wanddruck unbestimmt bleibt, da die Konstante c_l theoretisch nicht ermittelt werden kann[40]; Terzaghi will c_l von Fall zu Fall nach Versuchsmessungen ermittelt wissen. — Die Ausführungen und Ableitungen von Terzaghi sind ein wertvoller Versuch zur Beantwortung der Frage nach der Wanddruckverteilung — wertvoll nicht zuletzt auch durch den Hinweis auf den viel zu lange unbeachtet gebliebenen Zusammenhang zwischen Wandbewegung und Druckverteilung —, als eine befriedigende Lösung der Aufgabe können sie jedoch noch nicht betrachtet werden. Von einer solchen muß man verlangen, daß sich für die Verteilung des Erddruckes nicht mehrere Möglichkeiten ergeben.

Bereits im Jahre 1888 hat Kötter darauf hingewiesen[41], daß die Verteilung des Erddruckes eine Funktion der Wandbewegung ist und dementsprechend auch ein Zusammenhang besteht zwischen der Form der Gleitflächen und der Erddruckverteilung. Diese Köttersche Arbeit hat leider nicht die nötige Beachtung gefunden; genauere Lösungen von Grenzwertaufgaben werden jedoch von der Kötterschen Auffassung ausgehen müssen, worauf auch Reißner hinweist[42].

Die genaue Verfolgung der von Kötter aufgedeckten Zusammenhänge scheint nun allerdings großen mathematischen Schwierigkeiten zu begegnen. Man wird deshalb versuchen, näherungsweise zum Ziel zu kommen, indem man den Zusammenhang zwischen Wandbewegung und Gleitflächenform in grober Weise zu beachten sucht. Das heißt zunächst, daß man die Annahme ebener Gleitflächen fallen lassen muß, da es — wie auch die obigen Darlegungen zeigen — mit Hilfe ebener Gleitflächen nicht gelingt, die Druckverteilung eindeutig zu berechnen. Hingegen wird es meist genügen, die genaue Form der Gleitflächen durch eine geeignete Kurve näherungsweise zu ersetzen. Hierbei wird man vorteilhaft von dem Kötterschen Gesetz der Druckverteilung längs der Gleitfläche Gebrauch machen, auf das ich noch zurückkomme.

[40]) Vgl. außerdem die vorstehenden Ausführungen zur Arbeit von Petersen.

[41]) F. Kötter, Die Entwicklung der Lehre vom Erddruck. Jahresber. d. deutsch. Math. Ver. 1891 bis 1892, S. 128.

[42]) H. Reißner, Theorie des Erddruckes. Enzykl. d. math. Wissenschaften, IV 2, II., S. 387.

In den nachstehenden Ausführungen seien vor allem folgende drei Fälle der Wandbewegung untersucht:

A. Drehung einer starren Wand um ihren untersten Erdpunkt,
B. Drehung einer starren Wand um ihren obersten Erdpunkt und
C. Durchbiegung einer oben und unten fest, aber drehbar gelagerten Wand.

Der einfacheren Darlegung halber habe ich die Ergebnisse für diese drei Fälle in Abb. 29a, b, c vorweggenommen. Die Gleitflächenausbildung und die Druckverteilung längs der Wand und der Gleitfläche sind schematisch aufgezeichnet. Es läßt sich zeigen, daß (unter den vorläufig gemachten Einschränkungen $k = 0$ und ebene Wand- und Geländelinie) die gezeichnete Druckverteilung nicht nur eintreten kann — das ist durch die Ausführungen von Terzaghi und durch Messungen von Spilker[43]) schon bekannt —, sondern auch in jedem Falle eintreten muß.

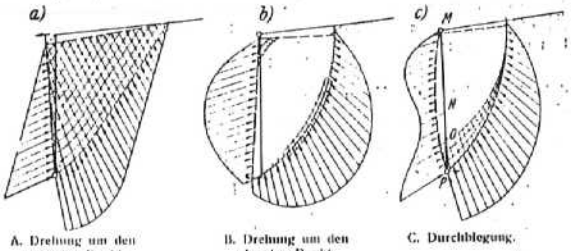


Abb. 29.
Schematische Ergebnisse für drei verschiedene Wandbewegungen.

Betrachten wir zunächst einmal den „Rankineschen Sonderfall" (Krey) für die Wandbewegung A. Dieser Erddruckzustand tritt ein, wenn der Reibungswinkel zwischen Wand und Boden gerade dem Neigungswinkel β des Geländes gleichkommt. Dreht sich nun die Wand um ihren untersten Erdpunkt, so muß der abgleitende Erdkörper der Wandbewegung folgen. Seine einzelnen Teile verschieben sich dabei gleichlaufend zur untersten Gleitfläche (Abb. 30). Da wir voraussetzen, daß in der untersten Gleitfläche der Reibungswinkel ϱ auftritt, so folgt aus der Gleichheit der Gleitungswinkel für alle Schichten, daß in der nachrutschenden Erde überall der Grenzzustand erreicht ist. Für diese Bedingung haben wir aber gerade die Formeln für den Rankineschen Zustand abgeleitet (s. unter II.), die eine dreieckförmige Druckverteilung lieferten. Man kann daraus folgern, daß der Rankinesche Erddruck-Sonderfall nur bei einer Drehung der Wand um den unteren Punkt möglich ist.

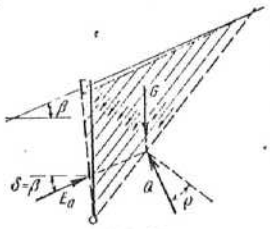


Abb. 30.

Dieser Zusammenhang läßt sich auch auf den allgemeinen Fall mit beliebigem Wandreibungswinkel ϱ' (Abb. 29a) erweitern. Denn auch in diesem Falle ist überall im Rutschkörper der Grenzzustand des Gleichgewichts erreicht, wie man leicht erkennt. Wäre z. B. im oberen Teil des Bodens kein Grenzzustand vorhanden, so müßte sich hier der Boden lotrecht halten, und es müßte ein Spalt zwischen Erde und Wand vorhanden sein, was nur bei Boden mit Gleitfestigkeit möglich ist, den wir aber zunächst noch nicht voraussetzen. Für einen von einer beliebigen Gleitfläche begrenzten Teil des gleitenden Bodens wird deshalb das Kräftebild dem des ganzen Gleitkörpers ähnlich sein, solange längs der Wand ein unveränderliches ϱ' vorhanden ist (was vorausgesetzt sei), weil nur eine (genaue) Lösung der Aufgabe vorhanden sein kann und die „Randbedingungen", nämlich Wandwinkel ω und Oberflächenwinkel ϑ, für alle Gleitflächen dieselben sind. Die Druckverteilung auf die Wand ist daher auch in diesem Falle dreieckförmig. Es sei hier erwähnt, daß W. Ritter schon im Jahre 1910 darauf hinwies, daß das Kräftebild höchstwahrscheinlich für alle Gleitflächen einander ähnlich sei, wenn er es auch nicht zu behaupten wagte[44]). W. Ritter beweist in seiner Arbeit auch sehr anschaulich, daß es für jeden Wandpunkt nur eine einzige Gleitfläche gibt, die mit den Gleichgewichtsbedingungen kleiner Elemente verträglich ist. (Wir kommen auf den Ritterschen Aufsatz noch in anderer Hinsicht zurück.)

Für die Gleitflächenausbildung im Gelände ist bemerkenswert, daß sich keine eigentliche Rutschfläche (mit einem Absatz im Gelände) bildet; dagegen wird der gesamte Gleitkörper in Richtung der untersten Gleit-

[43]) A. Spilker, Mitteilung über die Messung der Kräfte in einer Baugrubenaussteifung. Bautechn. 1937, Heft 1, S. 16.

[44]) W. Ritter, Zur Theorie des Erddruckes auf Stützmauern. Schweiz. Bauztg. 1910, S. 197.

fläche verzerrt. Abb. 31 u. 32 liefern hierfür den versuchsmäßigen Nachweis (grober, trockener Sand hinter einer Glasplatte).

Als Umkehrung der vorstehenden Ausführungen ist für die Wandbewegung B zu folgern, daß im Gleitkörper für diesen Fall an keiner Stelle des Rutschkörpers der Grenzzustand des Gleichgewichts erreicht ist (ausgenommen den obersten Teil, da die Rechnung zeigt, daß hier in einigen Fällen der Erdwiderstand überwunden wird), weil zur Hervorrufung des Grenzzustandes im Innern des Rutschkörpers die entgegengesetzte Gleitbewegung der einzelnen Schichten erforderlich wäre. Nur in der eigentlichen unteren Gleitfläche ist der Reibungswinkel des Bodens erreicht. Aber noch ein anderer, sehr wesentlicher Punkt ist bei dieser Wandbewegung zu beachten: die lotrechte Richtung der Gleitfläche in der Nähe der Geländeoberfläche. Die Gleitfläche kann in der Nähe der Oberfläche nicht die geneigte Richtung nach der Rankineschen Theorie haben, da sich der Boden dann zwischen Wand und Gleitfläche festklemmen würde, wenn er durch Nachrutschen der Wandbewegung folgen will. Die Gleitfläche muß daher wenigstens lotrechte Richtung haben. Eine nach vorn überhängende Richtung wäre denkbar, ist aber wohl unwahrscheinlich.

Soll sich das Nachrutschen des Bodens bei der Wandbewegung B möglichst ungezwungen vollziehen, so wäre als Gleitflächenform der Kreis anzunehmen. Damit soll nicht gesagt sein, daß der Kreis die genaue Form der Gleitfläche ist; ich habe die Zahlenrechnungen aber unter der Annahme kreisförmiger Gleitflächen durchgeführt (s. unter V). Entgegen der Gleitflächenausbildung für die Wandbewegung A rutscht hier der Erdkörper als Ganzes und hinterläßt deshalb im Gelände einen Absatz. Abb. 33 u. 34 zeigen Versuchsbilder, die das Gesagte bestätigen.

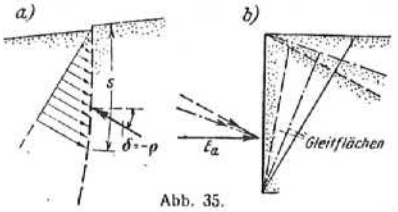


Abb. 35.

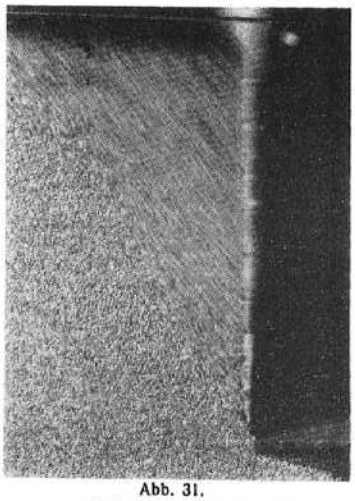
Betrachten wir einen kleinen Umkreis der Ausmündung der Gleitfläche im Gelände, so haben wir hier in der lotrechten Gleitflächenrichtung einen sehr merkwürdigen Fall des Erddruckes vor uns, nämlich den des aktiven Erddruckes mit negativem Wandreibungswinkel ($\varrho' = -\varrho$); der Rutschkörper übernimmt hierbei die Rolle der „Wand" (s. Abb. 35a). Gl. (27) ergibt für diesen Fall: $\operatorname{tg}\vartheta = \infty$, also $\vartheta = 90°$. Denken wir den Neigungswinkel δ des Rankineschen Erddruckfalles von 0 bis $-\varrho$ wachsend, so wird die Neigung der Gleitflächen mit wachsendem δ immer größer (vgl. Abb. 35b), um für den Fall $\delta = -\varrho$ in die Lotrechte überzugehen. Das Merkwürdige ist also, daß für den Grenzfall das Gewicht des Gleitkeiles selbst verschwindet. Dieser Umstand darf uns aber nicht davon abhalten, mit der Existenz dieses Grenzfalles zu rechnen, da kurz vor dem Grenzübergang eindeutige Verhältnisse vorliegen. — Aus Gl. (29b) erhält man für die Normalspannung in der Gleitfläche: $\bar{v} = v'$ und mit $v' = \frac{\gamma s}{1+\mu^2}$:

$$v = \frac{1}{1+\mu^2} \cdot \gamma s. \tag{42}$$

Dasselbe Ergebnis erhält man auch aus den Erddruckformeln für ebene Gleitflächen, wie noch gezeigt werden wird. Auch die Köttersche Gleichung für die Spannungsverteilung in der Gleitfläche (s. weiter unten) liefert für $\vartheta = 90°$ denselben Wert, so daß an der Richtigkeit der Gl. (42) wohl nicht zu zweifeln ist. Die Verhältniszahl λ des Erddruckes ist also hier:

$$\lambda = \frac{1}{1+\mu^2}.$$

Dieser λ-Wert ist bedeutend größer als in gewöhnlichen Fällen. So erhält man z. B. für einen Reibungsbeiwert μ von 0,6 ein λ von 0,735, während für waagerechtes Gelände und $\delta = 0$ der Verhältniswert zu 0,321 erhalten wird $\left(\frac{0{,}735}{0{,}321} = 2{,}3\right)$. Dieses Ergebnis ist die Ursache, wenn wir bei der zahlenmäßigen Durchrechnung für den Fall der Wandbewegung B



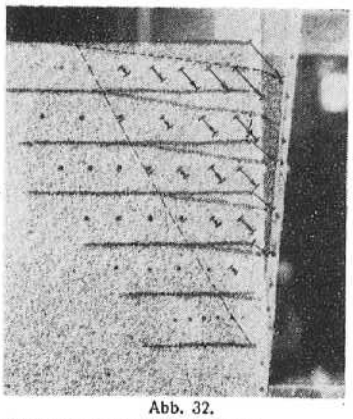
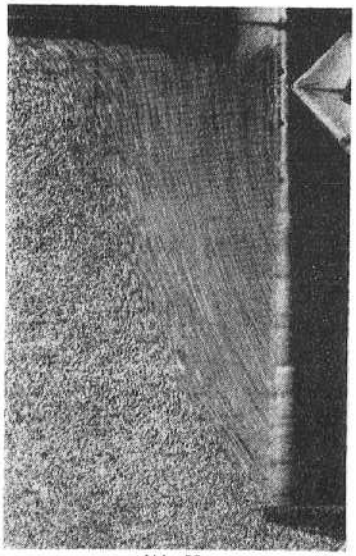


Abb. 31. Abb. 32.
Erdbewegung bei einer Drehung der Wand um ihren untersten Punkt. Abb. 31 während der Bewegung, Abb. 32 vor und nach der Bewegung.



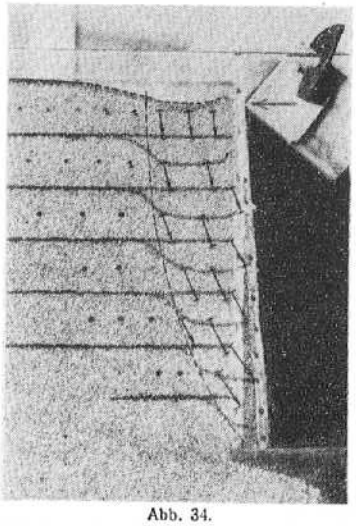


Abb. 33. Abb. 34.
Erdbewegung bei einer Drehung der Wand um den obersten Erdpunkt. Abb. 33 während der Bewegung, Abb. 34 vor und nach der Bewegung.

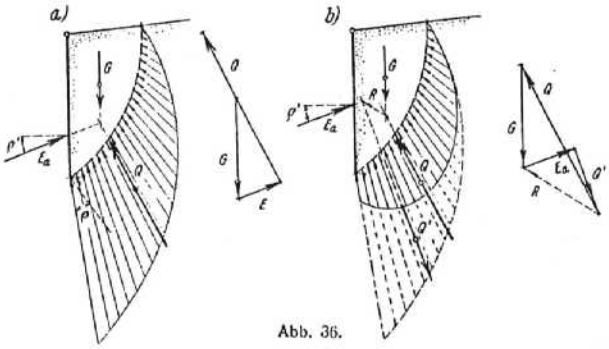


Abb. 36.

nicht unerheblich höhere Erddrücke erhalten als für den Fall der Wandbewegung A.

Wollte man nun Gl. (42) für den ganzen Verlauf der Gleitfläche gelten lassen, so würde man sehr bald auf Widersprüche stoßen. Es zeigt sich z. B., daß die Mittelkraft Q aller Gleitflächenspannungen bedeutend größer ist, als es zum Schließen des Kraftecks gefordert werden muß (Abb. 36a). Gl. (42) gilt aber offenbar auch nur für den ersten Anfang der Gleitfläche, nämlich so lange, als die Gleitfläche noch annähernd lotrecht verläuft. Die wirkliche Druckverteilung längs der Gleitfläche muß deshalb etwa nach Abb. 36b verlaufen. Zur Kraft Q nach Abb. 36a ist eine Zugkraft Q' hinzuzufügen, deren Angriffspunkt natürlich tiefer liegt als der von Q. Bringen wir nun die Kräfte G, Q, Q' und E_a zum Gleichgewicht, wie es Abb. 36b zeigt, so sehen wir, daß der Angriffspunkt von E bedeutend höher liegt als $^1/_3\,h$ von unten (nach den späteren Berechnungen liegt er für $\mu = 0{,}60$ meist noch höher als $^1/_2\,h$ von unten). Damit ist einwandfrei gezeigt, daß der Angriffspunkt des Erddruckes für eine Drehung der Wand um den oberen Erdpunkt bedeutend höher liegen muß als im unteren Drittelpunkt. Der Erddruck ist daher in ähnlicher Weise kurvenförmig verteilt, wie es Abb. 29b zeigt.

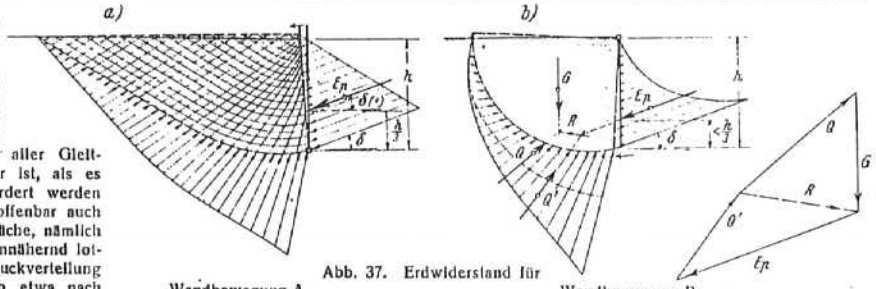


Abb. 37. Erdwiderstand für Wandbewegung A Wandbewegung B.

Bei einer Durchbiegung der Wand (Wandbewegung C) ist hinsichtlich der Verteilung des Erddruckes auf die Wand zwischen drei verschiedenen Bereichen zu unterscheiden. Im oberen Teile MN (s. Abb. 29c) hat man annähernd den Fall der Wandbewegung B vor sich, so daß in diesem Teile der Erddruck auch eine ähnliche Verteilung hat wie in Abb. 29b. Die Gleitfläche muß deshalb auch wieder im Gelände lotrecht auslaufen. Im untersten Teile OP dagegen werden die Bodenschichten hinter der Wand zum Gleiten gezwungen, weil hier ähnliche Verhältnisse vorliegen wie bei der Wandbewegung A. Zwischen diesem unteren und dem oberen Bereich ist ein mehr oder weniger kurzer Übergangsbereich NO vorhanden. Der Gleitflächenbereich OP mündet an der Oberfläche zu einer einzigen Gleitfläche aus, weil das Ausmünden von mehreren nebeneinander befindlichen lotrechten Gleitflächen mit den Gleichgewichtsbedingungen des Rankineschen Erddruckfalles nicht zu vereinbaren ist. Die Form der Verteilungslinie des Erddruckes ist dadurch gegeben, daß im oberen Teil — wie schon bemerkt — eine Druckverteilung nach Abb. 29b anzunehmen ist. Da der Gesamterddruck ebenfalls bekannt ist (bzw. ermittelt werden kann), so ist für das Aufzeichnen der Druckverteilungslinie für den unteren Wandteil kein großer Spielraum mehr vorhanden. Näheres s. unter VI dieses Aufsatzes.

Die obigen Darlegungen zeigen, daß man in der Frage der Wanddruckverteilung schon auf verhältnismäßig einfache Art und Weise weiter kommen kann. Es dürfte daraus aber auch deutlich hervorgehen, daß man die Rankineschen Annahmen fallen lassen muß (soweit es nicht schon geschehen ist); denn auch bei einem Wandreibungswinkel, der zufällig der Rankineschen Annahme entspricht, sind die Gleitflächen bei einer Wanddrehung um den Geländepunkt stark gekrümmte Flächen. — Die weiteren Berechnungen werden die in Abb. 29 gezeigten und oben bewiesenen Zusammenhänge auch zahlenmäßig nachweisen.

Für den Erdwiderstand ist der Zusammenhang zwischen Wandbewegung, Gleitflächenform und Druckverteilung ein ähnlicher wie für den Erddruck. Die Beweise für die Wandbewegungen A und B können Schritt für Schritt übernommen werden. Der Unterschied für die Wandbewegung B ist nur der, daß die zusätzliche Kraft Q' sich jetzt als Druckkraft ergibt (s. Abb. 37b). Dadurch rückt der Angriffspunkt tiefer als $^1/_3\,h$ von unten, so daß die Wanddruckverteilung, von oben an gerechnet, stärker zunimmt als nach einem Dreieck. Außerdem ergibt sich der Erdwiderstand kleiner als für den Fall der Wandbewegung A. — Wie schon unter I. dieses Aufsatzes bemerkt wurde, ist aber bei der Ermittlung des Erdwiderstandes viel mehr als beim Erddruck auf die den „Gleitungs-Wandbewegungen" (A oder B) vorangehenden Wandbewegungen zu achten, die von der Zusammendrückbarkeit des Bodens herrühren.

(Fortsetzung folgt.)

Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ingenieur Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Mitteilung der Erdbauabteilung der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin.)

(Fortsetzung aus Heft 13.)

IV. Berechnung des Erddruckes auf eine starre Wand, die sich um ihren untersten Punkt dreht. (Wandbewegung A.)

Wir beschränken uns hier wieder — wie auch weiterhin unter V und VI dieses Aufsatzes — auf Boden ohne Gleitfestigkeit (Kohäsion). Die vorstehenden Ausführungen haben bereits gezeigt, daß für die Wandbewegung A (Drehung um den untersten Erdpunkt) überall im Gleitkörper der Grenzzustand des Gleichgewichts erreicht ist. Die oft nur wenig gekrümmten Gleitflächen (s. z. B. Abb. 29a u. 37a) deuten darauf hin, daß man mit ebenen Gleitflächen, also mit der alten Coulombschen Theorie in vielen Fällen genügend genaue Erddruckwerte erhalten wird. Grundsätzlich wird man aber die ebenen Gleitflächen nur so lange anwenden dürfen, solange die ungünstigste ebene Gleitfläche nicht allzusehr von der [nach Gl. (27) leicht zu errechnenden] genauen Richtung der Gleitfläche in der Nähe der Wand abweicht. Die bei baustatischen Berechnungen noch zuzulassende Abweichung dürfte beim Erddruck etwa bei 20°, beim Erdwiderstand etwa bei 10° liegen.

Die zeichnerischen Verfahren für die Rechnung mit ebenen Gleitflächen sind hinreichend bekannt[45]), weshalb ich hier nicht weiter darauf eingehen will. Ich will nur den unter II schon angekündigten Nachweis bringen, daß auch die rechnerische Ermittlung des Erddruckes für ebene Gleitflächen nicht so umständlich ist, wie man nach den bisher bekannten Formeln meinen könnte, wenn man für die Winkel ϱ, δ, β usw. deren Tangensfunktion einsetzt. Diese Tangenswerte sind durch die Konstruktionszeichnungen auch meistens unmittelbar gegeben[46]), so daß man garnicht erst den Umweg über die Winkel nötig hat.

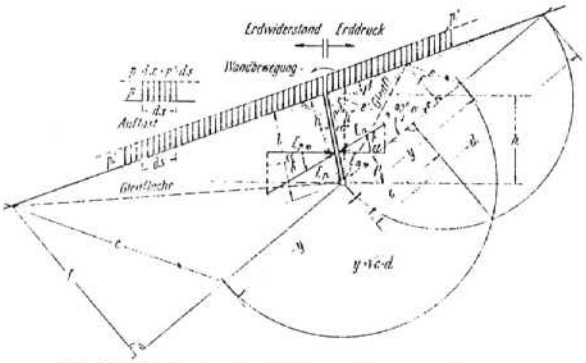


Abb. 38. Erddruck und Erdwiderstand für ebene Gleitflächen.

Wie Weyrauch zuerst gezeigt hat[47]), kann man die Erddruckformel leicht aus der Poncelettschen Konstruktion ableiten. In Abb. 38 ist dieses Verfahren für beide Grenzwerte des Erddruckes wiedergegeben. Wie schon aus den früheren Ausführungen hervorgeht, habe ich für die Winkel die Kreyschen Bezeichnungen beibehalten, nur weise ich hier noch besonders darauf hin, daß ich die Vorzeichen dieser Winkel verschiedentlich anders gewählt habe. Insbesondere habe ich das Vorzeichen des Neigungswinkels δ für den Erdwiderstand entgegengesetzt der Festlegung von Krey gewählt (vgl. auch Abb. 21). Diese andere Wahl der Vorzeichen wird durch den Aufbau der Formeln unter II bedingt; doch lassen sich dafür auch noch andere Gründe angeben. Aus Abb. 38 findet man zunächst:

$$\frac{c}{c'} = \frac{d+y}{d-c}$$

und mit $y = \sqrt{c\,d}$:

$$\frac{c}{c'} = \frac{d+\sqrt{c\,d}}{d-c} = \frac{1}{1 \pm \sqrt{\frac{c}{d}}},$$

wo das obere Vorzeichen wieder für den Erddruck, das untere für den Erdwiderstand gilt. Weiter liest man folgende Beziehungen ab:

$$f = e \cdot \sin(90^\circ - \alpha - \delta) = e \cdot \cos(\alpha + \delta)$$

$$\frac{e'}{l} = \frac{\sin(90^\circ - \varrho + \alpha)}{\sin(90^\circ - \alpha - \delta)} = \frac{\cos(\varrho - \alpha)}{\cos(\alpha + \delta)}$$

$$\frac{c}{l} = \frac{\sin(\varrho + \delta)}{\sin(90^\circ - \alpha - \delta)} = \frac{\sin(\varrho + \delta)}{\cos(\alpha + \delta)}$$

$$\frac{d}{l} = \frac{\sin(90^\circ - \alpha + \beta)}{\sin(\varrho - \beta)} = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin(\varrho - \beta)}.$$

Man findet damit:

$$\frac{c}{e} = \frac{c}{l} \cdot \frac{l}{d} = \frac{\sin(\varrho + \delta)\sin(\varrho - \beta)}{\cos(\alpha + \delta)\cos(\alpha - \beta)}$$

und weiter

$$e\,f = e^2 \cdot \cos(\alpha + \delta) = \frac{\cos^2(\varrho - \alpha)}{\cos(\alpha + \delta)} \cdot \frac{l^2}{\left[1 \pm \sqrt{\frac{\sin(\varrho + \delta)\sin(\varrho - \beta)}{\cos(\alpha + \delta)\cos(\alpha - \beta)}}\right]^2}.$$

Nun ist bekanntlich

$$(43) \qquad \begin{cases} E = \frac{1}{2} \cdot \gamma' e\,f \quad \text{mit} \\ \gamma' = \gamma + \frac{2\,p'}{h'}, \end{cases}$$

wenn p' und h' die in Abb. 38 angegebene Bedeutung haben. Wird die auf die waagerechte Ebene bezogene (lotrechte) Auflast mit p und die Lotrechte zwischen dem unteren Wandpunkt und der Geländelinie mit h'' bezeichnet, so kann man auch schreiben:

$$(43a) \qquad \gamma' = \gamma + \frac{2\,p}{h''}.$$

Setzt man den Wert für $e\,f$ in Gl. (43) ein, so erhält man die Erddruckformel für ebene Gleitflächen in der von Weyrauch angegebenen Form[48]):

$$(44) \quad E = \frac{\gamma' l^2}{2} \cdot \frac{\cos^2(\varrho - \alpha)}{\cos(\alpha + \delta)} \cdot \frac{1}{\left[1 \pm \sqrt{\frac{\sin(\varrho + \delta)\sin(\varrho - \beta)}{\cos(\alpha + \delta)\cos(\alpha - \beta)}}\right]^2}.$$

Führen wir wieder — ähnlich wie unter II — die Verhältniszahl λ des Erddruckes ein:

$$(45) \qquad E_w = \lambda \cdot \gamma' \frac{h^2}{2}; \quad \lambda = \frac{2\,E_w}{\gamma' h^2}.$$

Wenn E_w die waagerechte Teilkraft des Erddruckes bedeutet:

$$[E_w = E \cdot \cos(\alpha + \delta)],$$

[45]) s. z. B. Müller-Breslau oder Krey.

[46]) z. B. gibt man die Richtung einer Böschung gewöhnlich an durch $1 : \operatorname{cotg} \beta = \operatorname{tg} \beta = b$.

[47]) J. Weyrauch, Zur Theorie des Erddruckes. Zeitschr. f. Baukunde 1878, S. 193.

[48]) s. auch Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern, S. 13 u. 14.

so ist demnach:

$$(46)\qquad \lambda = \frac{\cos^2(\varrho-\alpha)}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{1}{\left[1\pm\sqrt{\frac{\sin(\varrho+\delta)\sin(\varrho-\beta)}{\cos(\alpha+\delta)\cos(\alpha-\beta)}}\right]^2}.$$

Zur Abkürzung sei $a = \operatorname{tg}\alpha$ gesetzt, und es seien die früher schon benutzten Bezeichnungen

$$b = \operatorname{tg}\beta;\quad m = \operatorname{tg}\delta;\quad \mu = \operatorname{tg}\varrho$$

verwendet. Für den Ausdruck unter der Wurzel hat man damit nach bekannten goniometrischen Formeln:

$$\frac{\sin(\varrho+\delta)\sin(\varrho-\beta)}{\cos(\alpha+\delta)\cos(\alpha-\beta)} = \frac{\cos^2\varrho}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{\mu+m}{1-m\,a}\cdot\frac{\mu-b}{1+a\,b}$$

$$= \frac{1+a^2}{1+a\,b}\cdot\frac{\mu+m}{1+\mu^2}\cdot\frac{\mu-b}{1-m\,a}$$

und weiter für den ersten Teil:

$$\frac{\cos^2(\varrho-\alpha)}{\cos^2\alpha} = \cos^2\varrho\,(1+a\,\mu)^2 = \frac{(1+\mu\,a)^2}{1+\mu^2},$$

im ganzen also

$$(47)\qquad \lambda = \left[\frac{1+\mu\,a}{\sqrt{1+\mu^2}\pm\sqrt{(\mu+m)(\mu-b)\,\frac{1+a^2}{(1+a\,b)(1-m\,a)}}}\right]^2.$$

Für lotrechte Wand ist $a = 0$:

$$(47\text{a})\qquad \lambda_{a=0} = \frac{1}{\left[\sqrt{1+\mu^2}\pm\sqrt{(\mu+m)(\mu-b)}\right]^2}.$$

Liegt der Rankinesche Sonderfall vor, so ist $b = m$ und

$$(47\text{b})\qquad \lambda_{\substack{a=0\\ b=m}} = \frac{1}{\left[\sqrt{1+\mu^2}\pm\sqrt{\mu^2-b^2}\right]^2},$$

was mit Gl. (32b) übereinstimmt, wie man leicht nachweisen kann. Für lotrechte Wand und waagerechtes Gelände erhält man:

$$(47\text{c})\qquad \lambda_{a=b=0} = \frac{1}{\left[\sqrt{1+\mu^2}\pm\sqrt{\mu(\mu+m)}\right]^2}.$$

Gl. (47a) bis (47c) sind so einfach, daß es kaum noch nötig ist, für lotrechte Wände Erddrucktabellen zur Hand zu haben.

Für $m = -\mu$ finden wir aus diesen Gleichungen

$$(47\text{d})\qquad \lambda_{\substack{a=0\\ m=-\mu}} = \frac{1}{1+\mu^2}$$

in Übereinstimmung mit Gl. (42).

Für eine gleichmäßig verteilte, einseitig unbegrenzte Auflast liefert Gl. (45) in Verbindung mit Gl. (43a):

$$(45\text{a})\qquad E_w = \lambda\left(\gamma+\frac{2p}{h''}\right)\frac{h^2}{2} = \lambda\cdot\gamma\,\frac{h^2}{2}+\lambda\left(\frac{h}{h''}\right)p\,h.$$

Der erste Teil dieser Formel gibt den Erddruck ohne die Wirkung der Auflast an, der zweite Teil den durch die Auflast hervorgerufenen Mehrdruck. Unter der Voraussetzung dieses Abschnittes (Wandbewegung A) gilt Gl. (45a) auch für Teilabschnitte der Wand, so daß für die waagerechten Teilspannungen des Druckes längs der Wand folgt:

$$(45\text{b})\qquad \sigma_w = \lambda\,\gamma\,x+\lambda\left(\frac{h}{h''}\right)p,$$

wenn x für einen von oben her gezählten Teilabschnitt der Wand dieselbe Bedeutung hat wie h für die ganze Wand. Der von der Auflast herrührende Anteil des Erddruckes ist demnach in Form eines Rechtecks verteilt. Für den Rankineschen Sonderfall wurde dieses bekannte Ergebnis schon unter II abgeleitet (Abb. 22)[49].

Wenden wir uns jetzt genauefen Lösungen mit Hilfe kurvenförmiger Gleitflächen zu, so muß zunächst als ausgezeichnetes Hilfsmittel das Köttersche Gesetz für den Spannungsverlauf in der Gleitfläche erwähnt werden. Dieses Gesetz lautet mit unseren Bezeichnungen (σ = Spannung in der Gleitfläche):

$$(48)\qquad \frac{d\sigma}{ds}\pm 2\,\mu\,\sigma\cdot\frac{d\vartheta}{ds} = \gamma\cdot\sin(\vartheta\pm\varrho)$$

oder integriert:

$$(49)\qquad \sigma = \gamma\,e^{\pm 2\mu\vartheta}\left[\int e^{\mp 2\mu\vartheta}\cdot\sin(\vartheta\pm\varrho)\,ds+C\right],$$

wenn ds das Bogenelement der Gleitfläche angibt und die Bogenlänge s der Gleitfläche von der Oberfläche her gezählt wird. (Der Gleitflächenwinkel ϑ ist hier, etwas abweichend von der Bedeutung unter II, immer auf die Waagerechte zu beziehen.) C ist eine Integrationskonstante, die aus der Bedingung zu ermitteln ist, daß im Anfangspunkt der kurvenförmigen Gleitfläche $\sigma = \sigma_0$ sein muß. Kötter hat die Gl. (48) und (49) nur mit den oberen Vorzeichen, also für den Erddruck, gegeben; man kann sie aber leicht, wie angegeben, für den Erdwiderstand erweitern (unteres Vorzeichen). Gerade für den Erdwiderstand leistet Gl. (49) gute Dienste, da man hier mehr als beim Erddruck darauf angewiesen ist, mit krummen Gleitlinien zu rechnen. Die Köttersche Gleichung wird bekanntlich in der Weise angewendet, daß man für eine angenommene Gleitflächenform nach Gl. (49) die Spannungen σ längs der Gleitfläche berechnet, diese Spannungen zu einer Gleitflächen-Mittelkraft Q zusammensetzt und durch die Zusammensetzung von Q mit dem Gewicht G des Gleitkörpers die Mittelkraft E findet.

Für ebene Gleitflächen ist $\frac{d\vartheta}{ds} = 0$, so daß nach Gl. (48) gilt:

$$(50)\qquad \sigma = \gamma\,s\cdot\sin(\vartheta\pm\varrho),$$

wenn s die Länge der Gleitlinie von der (unbelasteten) Oberfläche aus bedeutet. Für lotrechte Gleitflächenrichtung ($\vartheta = 90^\circ$) erhält man aus Gl. (50):

$$\sigma_{\vartheta=90^\circ} = \gamma\,s\cdot\cos\varrho$$

oder

$$(50\text{a})\qquad \sigma_{\vartheta=90^\circ} = \gamma\,s\cdot\cos^2\varrho = \frac{\gamma\,s}{1+\mu^2},$$

was wiederum mit Gl. (42) übereinstimmt.

In Abb. 29a u. 37a sind die Gleitlinien aus einem Kurvenstück und einer Geraden zusammengesetzt gezeichnet. Für diese wichtige Gesetzmäßigkeit sind wir noch den Beweis schuldig. Wer zuerst auf diesen Zusammenhang hingewiesen hat, ist mir nicht bekannt (ich vermute, daß es J. Boussinesq war)[50]. In der deutschen Literatur wird er zuerst von E. Cramer erwähnt[51], der darüber kurz folgendes bemerkt: „Die neuere Theorie beweist, daß die Druckprismen innerhalb einer homogenen Erdmasse, deren Oberfläche eben ist, von ebenen Gleitflächen begrenzt sind, soweit die regelmäßige Ausbildung dieser Druckprismen nicht durch einwirkende äußere Kräfte gehindert oder gestört wird. — Die Gleitfläche ... besteht hiernach aus einem ebenen Teil ..., welcher dem von äußeren Einflüssen ganz unabhängigen Druckprisma ... angehört, und aus einem (kurvenförmigen) Teil ..., welcher der Einwirkung der Stützwand ... unterliegt ...". — Unabhängig von Cramer kam auch Engeßer in seiner „geometrischen Erddrucktheorie" auf diese Tatsache[52]. Er führt u. a. folgendes aus (Bezeichnungen nach unserer Abb. 40a): „Da die Stützwand AB vollständig außerhalb des Druckkeils BCD liegt, so kann sie den Gleichgewichtszustand desselben nicht beeinflussen und wirkt demgemäß auf die Fuge BC der dem unbegrenzten Erdreiche entsprechende Erddruck ... Die wirkliche Gleitfuge ... wird oberhalb C nach der geraden Linie CD verlaufen, unterhalb C jedoch nach einer Kurve AC ...". — Auch Reißner hält es für „wahrscheinlich", daß die Gleitflächen aus einem den Rankineschen Gesetzen unterliegenden ebenen Teil und einem gekrümmten Teil zusammengesetzt sind. Der Beweis dafür scheint also bisher noch nicht geliefert zu sein. Er kann nach den früheren Darlegungen nur für den Fall erbracht werden, daß in jedem Punkte des Gleitkörpers der Grenzzustand des Gleichgewichts vorhanden ist (Wandbewegung A).

Den Beweis für das Auftreten eines ebenen Gleitflächenteiles unmittelbar zu erbringen, ist mir nicht gelungen; man kann jedoch in mehr anschaulicher Art zeigen, daß sich ein Widerspruch ergibt, wenn man annehmen wollte, die ganze Gleitfläche wäre kurvenförmig. Nehmen wir also vorläufig einmal an, die Gleitflächen wären in der Nähe der Oberfläche auch noch gekrümmt, wie es Abb. 39a für den Fall des Erdwiderstandes zeigt. Wegen der unter III schon erwähnten Ähnlichkeit der eigentlichen Gleitflächen muß längs der durch den oberen Wandpunkt gehenden Ebenen DB, EB usw. eine gleichbleibende Spannungsneigung vorhanden sein. Daraus folgt, daß die durch den Punkt B gehende Pseudogleitfläche CB eine Ebene sein muß, und weiter, daß

[49]) Herr Dipl.-Ing. Mund ist zu einem anderen Ergebnis gelangt (vgl. Bautechn. 1935, Heft 20). Nach seinen Ermittlungen soll der durch die Auflast erzeugte Erddruckanteil von der Oberfläche aus mit dem Werte Null beginnen und sich allmählich den Werten nach Gl. (45b) nähern. Die Berechnungen des Herrn Mund sind jedoch in diesem Punkte unrichtig, worauf ich in einer Zuschrift (Bautechn. 1936, Heft 2, S. 36) hingewiesen habe. Da Herr Mund diese Richtigstellung kurzerhand als unzutreffend bezeichnet hat, stelle ich hier folgendes fest:

1. Der von Herrn Mund zum Beweis herangezogene Grenzübergang durch Verkürzung der Böschung seiner Abb. 3 (in Bautechn. 1935, Heft 20) kommt nicht in Frage, da diese Abb. 3 ebenfalls zu den von mir als unrichtig bezeichneten Konstruktionen gehört.

2. Die Einbeziehung des Auflast-Einflusses durch Raumgewichtserhöhung im Verhältnis $\gamma' : \gamma$ des in bekannter Weise unterhalb der Gleitfläche abgegrenzten Erdkörpers ist nicht „willkürlich", sondern (im Rahmen der Coulombschen Annahme ebener Gleitflächen) mathematisch genau bewiesen.

[50]) Die Arbeiten von J. Boussinesq habe ich bislang noch nicht gelesen.

[51]) E. Cramer, Die Gleitfläche des Erddruckprismas und der Erddruck gegen geneigte Stützwände. Zeitschr. f. Bauw. 1879, S. 521.

[52]) Zeitschr. f. Bauw. 1880, S. 204 u. 205.

die oberhalb BC befindlichen Pseudogleitflächen (z. B. FG) die entgegengesetzte Krümmung haben wie die unterhalb BC befindlichen. Die Krümmung der Gleitflächen kann offenbar nur von dem Einfluß der gegenüber den Rankineschen Annahmen veränderten Wirkung des Wanddruckes herrühren. Nun wissen wir aus den Näherungsberechnungen mittels ebener Gleitflächen [Gl. (47)], daß der Erdwiderstand größer (oder kleiner) ist als der Wert für den Rankineschen Sonderfall, wenn der Neigungswinkel δ des Erdwiderstandes größer (oder kleiner) ist als

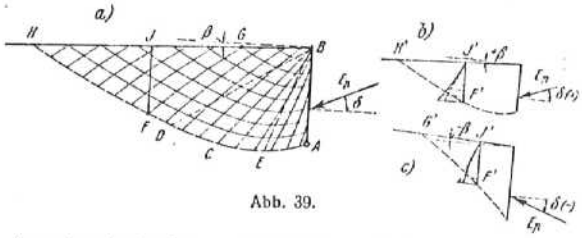


Abb. 39.

der entsprechende Neigungswinkel (δ_R) nach Rankine. (Dieses Gesetz gilt auch für die genauen kurvenförmigen Gleitflächen, da in der Nähe des Rankineschen Gleichgewichtszustandes durch die Abweichung von den genauen Gleitflächenrichtungen nur ein Fehler zweiter Kleinheitsordnung entsteht.) Da dieser Mehr- oder Minderwert des Erddruckes von der Wand ausgehend einsinnig abklingen muß, die Druckverteilung in der Nähe der Oberfläche jedoch nach den Rankineschen Gesetzen beginnt (was übrigens auch aus der Kötterschen Gl. (48) für $\alpha \to 0$ folgt),

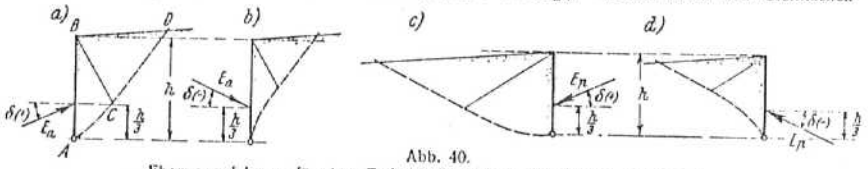
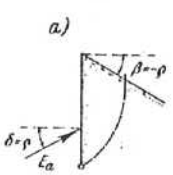


Abb. 40.
Ebener und kurvenförmiger Teil der Gleitflächen für Wandbewegung A.

so kann die Druckverteilung für eine lotrechte Fläche in etwas größerem Abstande von der Wand nicht genau dreieckförmig sein, sondern muß für den Fall $\delta < \delta_R$ langsamer, für den Fall $\delta > \delta_R$ hingegen schneller wachsen als bei der geradlinigen Verteilung (s. Abb. 39b u. c). Wenden wir diesen Zusammenhang auf Abb. 39a an, so entspricht der Gleitkörper HJF dem Teil $H'J'F'$ in Abb. 39b und der Gleitkörper JFG dem Teil $J'F'G'$ in Abb. 39c. Demnach müßte der Erdwiderstand für die lotrechte Fläche JF im Hinblick auf die Krümmung der Gleitfläche HF mit der Tiefe schneller wachsen als nach Rankine, im Hinblick auf die Krümmung der Gleitfläche FG dagegen langsamer, so daß sich hier ein Widerspruch zeigt. Dadurch ist bewiesen, daß die Gleitflächen so lange eben sein müssen, als die Pseudogleitflächen noch in der freien Oberfläche ausmünden können.

Berechnet man für die vier verschiedenen Erddruckmöglichkeiten die Richtung der eigentlichen Gleitfläche in der Nähe der Wand [nach Gl. (27)], so erhält man nach den bisherigen Ausführungen die in Abb. 40 gezeigten Gleitflächenformen.



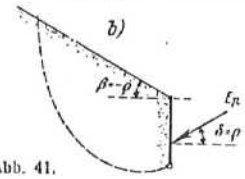


Abb. 41.

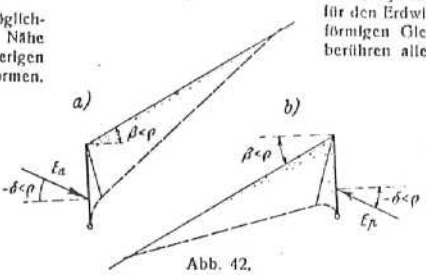


Abb. 42.

Grenzfälle mit gänzlich kurvenförmigen Gleitflächen treten auf, wenn die vom obersten Punkte ausgehende (Rankinesche) Pseudogleitfläche mit der Geländeneigung zusammenfällt (vgl. Abb. 41). Andere bemerkenswerte Fälle ergeben sich nach Abb. 42, wobei vorausgesetzt ist, daß der Neigungswinkel δ den Wert $-\varrho$ noch nicht ganz erreicht hat.

Bei der Berechnung des Erddruckes für stark positive Wandneigungen α kann es vorkommen, daß die vom oberen Wandpunkte ausgehende Pseudogleitfläche nicht mehr in den Erdkörper fällt. In diesen Fällen kann die letzte Rankinesche Pseudogleitfläche nur vom unteren Wandpunkte ausgehen, wie es Abb. 43 zeigt. Wollte man auch hier mit dem vollen Wandreibungswinkel ϱ' rechnen, so müßte man für den Erdteil BCD gekrümmte Gleitflächen voraussetzen. Dann wäre jedoch die Forderung ähnlicher Gleitflächen nicht mehr erfüllt. Es bleibt daher nur die Annahme übrig, daß sich der Teil BCD nicht im Gleitzustande befindet. Der Ansatz des vollen Wandreibungswinkels ϱ' verliert damit seine Berechtigung, da das Gleiten nicht längs der Wand, sondern längs der Fläche BD geschieht. Die Rankinesche Theorie findet hier in vollkommener Weise ihre Anwendung, worauf schon Winkler hingewiesen hat[83]) (nicht erst Jenkin, wie ich vor einiger Zeit las). Am einfachsten berechnet man den Erddruck auf die lotrechte Fläche AB, der gleichlaufend zur Oberfläche gerichtet ist.

Müller-Breslau hat die Köttersche Gl. (49) für den Fall angewendet, daß sich die Gleitfläche aus einem Kreiszylinderteil und einer ebenen Gleitfläche zusammensetzt[84]). Er erhält bekanntlich den Angriffspunkt des Erddruckes für lotrechte Wand und waagerechtes Gelände bei vollem Ansatz der Wandreibung nicht in $^1/_3\,h$, sondern in $0{,}347\,h$ von unten, was in Widerspruch zu meinen Folgerungen zu stehen scheint. Dieser Widerspruch läßt sich aber leicht erklären und beseitigen. Das Köttersche Gesetz gilt streng genommen nur für die genaue Form der Gleitfläche. Weicht man aber von dieser genauen Form ab, indem man die Gleitfläche innerhalb gewisser Grenzen willkürlich annimmt, so ist der durch die Köttersche Gleichung gegebene Zusammenhang auch nur näherungsweise erfüllt. Abgesehen von dieser Feststellung kann man aber auch das Köttersche Gesetz leicht so anwenden, daß sich mit der dreieckförmigen Druckverteilung kein Widerspruch ergibt. Um das zu zeigen, sind in Abb. 44 verschiedene Möglichkeiten des Gleitflächenverlaufes miteinander verglichen, und zwar ist der Gleitflächenwinkel ϑ als Abhängige der von der Wand aus gezählten Bogenlänge der Gleitlinie schematisch dargestellt. Linie a möge den genauen Verlauf angeben, Linie b dagegen den von Müller-Breslau mit teilweise kreisförmigen Gleitflächen erhaltenen. Müller-Breslau nahm den Gleitflächen-

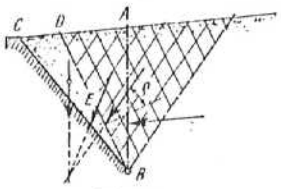


Abb. 43.

winkel in unmittelbarer Nähe der Wand streng richtig an; das hat aber, wie Abb. 44 zeigt, teilweise stärkere Abweichungen von der genauen Form zur Folge. Es dürfte daher richtiger sein, etwa mit einer Linie c zu rechnen, was darauf hinausläuft, den Winkel ϑ_w der Gleitfläche an der Wand veränderlich anzunehmen (ϑ_w'). Dadurch ist zwar die „Wandbedingung" nicht genau erfüllt, die mittlere Abweichung der Näherungsform von der genauen Form ist aber ohne Zweifel geringer geworden. Man braucht also nur an Stelle der von Müller-Breslau als unbekannt vorausgesetzten Erddrucklage den veränderlichen Winkel ϑ_w' einzuführen, um den Widerspruch mit der dreieckförmigen Verteilung zu vermeiden.

Ein einfaches zeichnerisches Näherungsverfahren für teilweise kreisförmige Gleitflächen hat Krey angegeben[85]). Es ist in Abb. 45a u. b für den Erdwiderstand gezeigt. Die auf den kreisförmigen Gleitflächenteil wirkenden Spannungen berühren alle — wie leicht nachzuweisen ist —

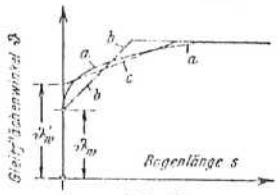


Abb. 44.

einen Kreis mit dem Halbmesser $R \cdot \sin\varrho$. Krey macht nun die näherungsweise zutreffende und auf der sicheren Seite liegende Annahme, daß auch die Mittelkraft Q aller Gleitflächenspannungen diesen $R \cdot \sin\varrho$-Kreis berührt. Dadurch wird es möglich, sämtliche Kräfte eindeutig zusammenzusetzen, da die Richtung von Q durch den Schnittpunkt von R und E_p und als Berührende an den $R \cdot \sin\varrho$-Kreis festliegt.

Auch die logarithmische Spirale eignet sich als Gleitlinienform für die Ermittlung des Erddruckes und des Erdwiderstandes. Zeichnerisch

[83]) E. Winkler, Neue Theorie des Erddruckes, S. 31 bis 35. Wien 1872.
[84]) Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern, S. 113 bis 118. Stuttgart 1906.
[85]) H. Krey, Erddruck, Abb. 70 u. 84.

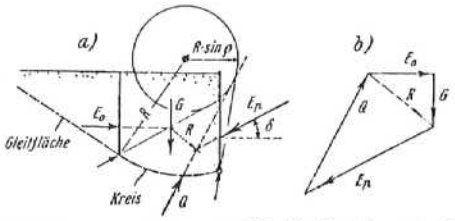


Abb. 45. Ermittlung des Erdwiderstandes.

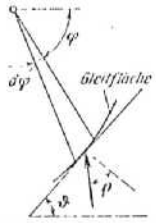


Abb. 47.

kann man in derselben Weise vorgehen wie beim Kreyschen Verfahren, nur daß die Annahme über die Richtung von Q wegfällt (Abb. 45c). Rechnerisch hat man nach Abb. 46 die Momentengleichung:

$$E_p\, e = E_R\left(r_2 - \frac{s_R}{3}\right) + G_{sp}\, g - G'\, g',$$

aus der E_p für eine angenommene Gleitflächenlage zu errechnen ist.

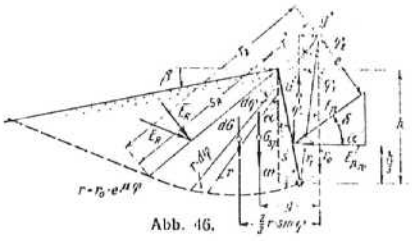


Abb. 46.

Im einzelnen erhält man bei bekanntem φ_1 und φ_2:

$$r_1 = s \cdot \frac{\sin(\alpha + \varphi_2)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

oder mit $h = s \cdot \cos\alpha$ und $h_1 = r_1 \cdot \cos\varphi_1$:

$$h_1 = h \cdot \frac{\cos\varphi_1}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sin(\alpha + \varphi_2)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)} = h \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\varphi_2}{\operatorname{tg}\varphi_2 - \operatorname{tg}\varphi_1}$$

$$\frac{h_2}{\cos\varphi_2} = r_2 = r_1\, e^{\mu(\varphi_2 - \varphi_1)} = \frac{h}{\cos\varphi_1} \cdot e^{\mu(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

oder

$$h_2 = h_1 \cdot \frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1} \cdot e^{\mu(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$h' = h_2 - h; \quad h_R = (h_2 - h')(1 - \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\varphi_2).$$

Für das Moment von E_R hat man:

$$M_{E_R} = \frac{\gamma\, s_R}{2}\left(r_2 - \frac{s_R}{3}\right) = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{h_2 - h}{\cos\varphi_2}\left(\frac{h_2}{\cos\varphi_2} - \frac{h_2 - h}{3 \cdot \cos\varphi_2}\right)$$

$$= (1 + \operatorname{tg}^2\varphi_2)\,\frac{\gamma}{6}\,(h_2 - h)(2\,h_2 + h),$$

für das Moment $G' g'$:

$$M' = \frac{1}{2} \cdot h' (\operatorname{tg}\varphi_2 - \operatorname{tg}\varphi_1)\, h_1\left(\frac{2}{3} \cdot h' \cdot \operatorname{tg}\varphi_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h \cdot \operatorname{tg}\alpha\right)$$

$$= \frac{1}{3}(\operatorname{tg}\varphi_2 - \operatorname{tg}\varphi_1)\, h_1\, h'\left(h' \cdot \operatorname{tg}\varphi_2 - \frac{h}{2} \cdot \operatorname{tg}\alpha\right),$$

für das Moment des Erdwiderstandes:

$$M_{E_p} = E_{p_w}\left(h_1 - \frac{h}{3}\right) - E_{p_w} \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \delta)\left(h_1 \cdot \operatorname{tg}\varphi_1 + \frac{h}{3} \cdot \operatorname{tg}\alpha\right)$$

$$= E_{p_w}\left[h_1 - \frac{h}{3} - \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\delta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\delta}\left(h_1 \cdot \operatorname{tg}\varphi_1 + \frac{h}{3} \cdot \operatorname{tg}\alpha\right)\right]$$

und endlich für das Moment der Spiralfläche (durch Integration):

$$M_{sp} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \gamma \cdot \frac{r^2\, d\varphi}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot r \cdot \sin\varphi = \frac{\gamma\, r_0^3}{3}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e^{3\mu\varphi} \cdot \sin\varphi\, d\varphi$$

$$= \frac{\gamma\, r_0^3}{3} \cdot \frac{1}{1 + 9\mu^2}\left[e^{3\mu\varphi}(3\mu \cdot \sin\varphi - \cos\varphi)\right]_{\varphi_1}^{\varphi_2}$$

und mit $r_0\, e^{\mu\varphi_2} = r_2$ und $r_0\, e^{\mu\varphi_1} = r_1$:

$$M_{sp} = \frac{\gamma}{3(1 + 9\mu^2)}\left[r_2^3(3\mu \cdot \sin\varphi_2 - \cos\varphi_2) - r_1^3(3\mu \cdot \sin\varphi_1 - \cos\varphi_1)\right]$$

$$= \frac{\gamma}{3(1 + 9\mu^2)}\left[(1 + \operatorname{tg}^2\varphi_2)(3\mu \cdot \operatorname{tg}\varphi_2 - 1)\, h_2^3 - (1 + \operatorname{tg}^2\varphi_1)(3\mu \cdot \operatorname{tg}\varphi_1 - 1)\, h_1^3\right].$$

Zusammengefaßt ist also der Rechnungsgang für eine angenommene Gleitfläche wie folgt, wenn noch die Abkürzungen

$$\operatorname{tg}\alpha = a; \quad \operatorname{tg}\beta = b; \quad \operatorname{tg}\varphi_1 = t_1; \quad \operatorname{tg}\varphi_2 = t_2; \quad \operatorname{tg}\delta = m$$

eingeführt werden:

$$(51)\quad \left\{\begin{aligned}
&\frac{1}{t_2}(= \operatorname{cotg}\omega) = +\sqrt{(1 + \mu^2)\,\frac{\mu + b}{\mu - b}} - \mu \\
&h_1 = \frac{a + t_2}{t_2 - t_1} \cdot h \qquad h_2 = h_1\sqrt{\frac{1 + t_1^2}{1 + t_2^2}} \cdot e^{\mu(\varphi_2 - \varphi_1)} \\
&h' = h_2 - h \qquad h_R = (1 - b\,t_2)(h_2 - h') \\
&\gamma = \left(1 + \sqrt{\frac{\mu^2 - b^2}{1 + \mu^2}}\right)\frac{\gamma\, h_R}{1 + b^2} \\
&M_{E_R} = (1 + t_2^2)\,\frac{\gamma}{6}\,(h_2 - h)(2\,h_2 + h) \\
&M_{sp} = \frac{\gamma}{3(1 + 9\mu^2)}\left[(1 + t_2^2)(3\mu\, t_2 - 1)\, h_2^3 - (1 + t_1^2)(3\mu\, t_1 - 1)\, h_1^3\right] \\
&M' = \frac{1}{3}(t_2 - t_1)\left(t_2\, h' - \frac{a}{2} \cdot h\right) h'\, h_1 \\
&\begin{pmatrix} M_{E_p} \\ E_{p_w} \end{pmatrix} = \left[h_1 - \frac{h}{3} - \left(t_1\, h_1 + \frac{a}{3} \cdot h\right)\frac{a + m}{1 - a\,m}\right] \\
&E_{p_w} = \begin{pmatrix} E_{p_w} \\ M_{E_p} \end{pmatrix}(M_{E_R} + M_{sp} - M').
\end{aligned}\right.$$

Den Winkel φ_1 findet man aus dem Wandwinkel ω der Gleitfläche:

$$(51\,\text{a})\quad \varphi_1 = 90^\circ + \varrho - \omega - \alpha; \quad \operatorname{tg}\varphi_1 = t_1 = \frac{1 + \operatorname{tg}\varrho \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \omega)}{\operatorname{tg}(\alpha + \omega) - \operatorname{tg}\varrho} = \frac{(1 + \mu\, a)\operatorname{cotg}\omega + (\mu - a)}{(1 + \mu\, a) - \operatorname{cotg}\omega\,(\mu - a)}.$$

Umgekehrt ist:

$$(51\,\text{b})\quad \operatorname{cotg}\omega = \frac{(1 + \mu\, a)\, t_1 - (\mu - a)}{(1 + \mu\, a) + t_1(\mu - a)}.$$

Aus den Darlegungen an Hand der Abb. 44 geht hervor, daß man $\operatorname{cotg}\omega$ nicht genau nach Gl. (27) wählen darf, wenn man die ungünstigste Gleitfläche treffen will. Am besten wird man die Rechnung für drei oder vier t_1-Werte durchführen, um für E_p den kleinsten Wert zu finden. Ähnliches gilt natürlich auch für Abb. 45.

Bisher haben wir uns mit Näherungslösungen befaßt; die vorliegende Aufgabe ist jedoch auch leicht „genau" zu lösen[57]), wie jetzt gezeigt werden soll. Die genaue Berechnung kommt allerdings wegen der umfangreichen Zahlenrechnung für praktische Aufgaben wohl kaum in Betracht, sie ist aber wertvoll, um für einige Fälle den „Fehler" der Näherungsverfahren festzustellen.

Die genaue Lösung ist bereits von Kármán[58]) und von Jaky[59]) versucht worden. Kármán behandelt den Fall des Erddruckes für $\delta = \varrho$, indem er für den Kurvenbereich zwei Reihenentwicklungen ansetzt, und zwar einmal von der Wand ausgehend, das andere Mal von der letzten Rankineschen Gleitfläche ausgehend, und die beiden Reihen zu einer Lösung verbindet. Seine mathematischen Entwicklungen sind reichlich kurz gehalten. Über die Konvergenz der Reihenentwicklungen sagt er nichts; es erscheint fraglich, ob diese bei größerer Abweichung von der ebenen Gleitfläche (z. B. beim Erdwiderstand) noch hinreichend ist. Nach den Zahlenangaben Kármáns soll der genaue Wert des Erddruckes für lotrechte Wand nicht mehr als 1,5 % vom Coulombschen Näherungswert abweichen. — Jaky stellt für den Erddruck die Differentialgleichung der Gleitfläche auf. Er findet (vgl. Abb. 17):

$$A(\vartheta, \varphi)\frac{d^2\vartheta}{d\varphi^2} + B(\vartheta, \varphi)\left(\frac{d\vartheta}{d\varphi}\right)^2 + C(\vartheta, \varphi)\frac{d\vartheta}{d\varphi} = 0$$

[57]) „Genau" natürlich nur unter den bei der Gleitungstheorie gemachten Annahmen.

[58]) Th. v. Kármán, Über elastische Grenzzustände. Verhandlungen des 2. Intern. Kongresses f. techn. Mech., Zürich 1926.

[59]) J. v. Jaky, Die klassische Erddrucktheorie (ungarisch mit deutsch. Zusammenfassung). Vízügyi Közlemények (Wasserbauliche Mitteilungen), Budapest 1935 (Juli—September), S. 356.

mit

$$A(\vartheta, \varphi) = [\sin\varphi + \sin\varrho \cdot \cos(2\vartheta + \varphi - \varrho)] \sin(\vartheta + \varphi) \cos(\vartheta + \varphi - \varrho)$$

$$B(\vartheta, \varphi) = 4 \cdot \sin\varrho \cdot \cos(\vartheta + \varphi - \varrho) \sin(\vartheta + \varphi) \sin(2\vartheta + \varphi - \varrho) + \cos(2\vartheta + 2\varphi - \varrho)[\sin\varphi + \sin\varrho \cdot \cos(2\vartheta + \varphi - \varrho)]$$

$$C(\vartheta, \varphi) = \sin(2\vartheta + \varphi - \varrho) \cos^2\varrho + \cos(2\vartheta + 2\varphi - \varrho) \cdot [\sin\varphi + \sin\varrho \cdot \cos(2\vartheta + \varphi - \varrho)].$$

Das Integral dieser Gleichung ist jedoch nicht in geschlossener Form anzugeben; eine zahlenmäßige Durchrechnung hat Jaky nicht gegeben[80]).

Wir geben nachstehend drei verschiedene „genaue" Verfahren, die der kurzen Kennzeichnung halber mit I, II und III bezeichnet seien. Bei der Ableitung des Verfahrens I gehen wir zunächst ähnlich wie Jaky vor.

Verfahren I.

Mit den Bezeichnungen der Spannungen nach Abb. 48a hat man die bekannten Gleichgewichtsbedingungen in Polarkoordinaten:

$$\frac{\partial \nu''}{\partial r} \mp \frac{\partial \tau}{r\,\partial\varphi} + \frac{\nu'' - \nu}{r} = \gamma \cdot \cos\varphi$$

$$\mp \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{\partial \nu}{r\,\partial\varphi} \mp \frac{2\tau}{r} = -\gamma \cdot \sin\varphi.$$

Da nun nach unseren früheren Ausführungen der Spannungsverlauf längs der r-Strahlen geradlinig ist, so gilt:

$$\frac{\partial \nu''}{\partial r} = \frac{\nu''}{r} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \tau}{\partial r} = \frac{\tau}{r}$$

und weiter mit $\tau = m\,\nu$:

$$(52) \quad \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} = m \cdot \frac{\partial \nu}{\partial \varphi} + \nu \cdot \frac{dm}{d\varphi}.$$

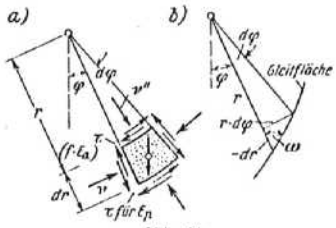


Abb. 48.

Setzt man diese Werte in die Gleichgewichtsbedingungen ein, so erhält man die Gleichungen:

$$(53) \quad \begin{cases} \left(\mp \dfrac{dm}{d\varphi} + 2 \cdot \dfrac{\nu''}{\nu} - 1\right)\nu \mp m \cdot \dfrac{\partial \nu}{\partial \varphi} = \gamma\, r \cdot \cos\varphi \\ \mp 3\, m\, \nu + \dfrac{\partial \nu}{\partial \varphi} = -\gamma\, r \cdot \sin\varphi, \end{cases}$$

aus denen folgt:

$$\nu = \gamma\, r \cdot \frac{\cos\varphi \mp m \cdot \sin\varphi}{\mp \dfrac{dm}{d\varphi} + 2 \cdot \dfrac{\nu''}{\nu} - 1 - 3\,m^2}$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial \varphi} = \gamma\, r \left[\frac{3\,m\,(\pm\cos\varphi - m \cdot \sin\varphi)}{\mp \dfrac{dm}{d\varphi} + 2 \cdot \dfrac{\nu''}{\nu} - 1 - 3\,m^2} - \sin\varphi\right].$$

Für $\frac{\nu''}{\nu}$ kann man nach Gl. (30) einsetzen:

$$\frac{\nu''}{\nu} = m^2 + [\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2}]^2$$

und erhält dadurch:

$$(54) \quad \begin{cases} \nu = \gamma\, r \cdot \dfrac{\cos\varphi \mp m \cdot \sin\varphi}{\mp \dfrac{dm}{d\varphi} + 2\left(\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2}\right)^2 - 1 - m^2} \\ \dfrac{\partial \nu}{\partial \varphi} = \gamma\, r \left[\dfrac{3\,m\,(\pm\cos\varphi - m \cdot \sin\varphi)}{\mp \dfrac{dm}{d\varphi} + 2\left(\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2}\right)^2 - 1 - m^2} - \sin\varphi\right]. \end{cases}$$

Nach der ersten dieser Gleichungen ist auch:

$$(55) \quad \mp \frac{dm}{d\varphi} = \frac{\gamma\, r}{\nu}(\cos\varphi \mp m \cdot \sin\varphi) - 2\left(\sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2}\right)^2 + 1 + m^2.$$

Um aus Gl. (54) die Unbekannte ν fortzuschaffen, können wir die erste der Gleichungen nach φ partiell differenzieren. Die Gleichsetzung von $\frac{\partial \nu}{\partial \varphi}$ liefert dann nach kurzer Rechnung schließlich folgende Differentialgleichung für m, wenn zur Abkürzung

$$w = \sqrt{1 + \mu^2} \pm \sqrt{\mu^2 - m^2}$$

gesetzt wird und nach Teilung durch $\cos\varphi$:

$$(56) \quad (\pm 1 - m \cdot \operatorname{tg}\varphi) \cdot \frac{d^2 m}{d\varphi^2} + 2 \cdot \operatorname{tg}\varphi \left(\frac{dm}{d\varphi}\right)^2 + (4\,m \mp M_1 \cdot \operatorname{tg}\varphi)\frac{dm}{d\varphi} + (M_2 + M_3 \cdot \operatorname{tg}\varphi) = 0,$$

wobei die M folgende Funktionen von m sind:

$$M_1 = 3\,(2\,w^2 - 1)$$

$$M_2 = m\left[6 \pm \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{\mu^2 - m^2}} \mp 4\,(2\,w^2 - 1 - m^2)\right]$$

$$M_3 = \mp m^2\left(6 \pm \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{\mu^2 - m^2}}\right) + 2\,(m^2 + w^2)(2\,w^2 - 1 - m^2),$$

die für einen bestimmten Reibungsbeiwert μ vorweg berechnet werden können.

Zahlenmäßig wird man am einfachsten nach dem Verfahren der fortlaufenden Extrapolation rechnen[81]). Hat man m als Funktion von φ berechnet, so findet man ν aus Gl. (54). Die Gleitflächenrichtungen erhält man aus Gl. (27).

Nach Abb. 48b kann gesetzt werden:

$$\operatorname{cotg}\omega = -\frac{dr}{r\,d\varphi},$$

so daß man die Gleitfläche auch berechnen kann aus:

$$(57) \quad r = r_0 \cdot e^{-\int_{\varphi_0}^{\varphi} \operatorname{cotg}\omega\, d\varphi},$$

wenn $r_0 = r$ für $\varphi = \varphi_0$ bedeutet.

Von Interesse ist noch der Verlauf der Spannungswerte in unmittelbarer Nähe einer „rauhen" Wand ($\varrho' = \varrho$). Aus Gl. (55) erhält man für $m = +\mu$:

$$(55a) \quad \mp\left(\frac{dm}{d\varphi}\right)_{m=\mu} = \frac{\gamma\, r}{\nu}(\cos\varphi \mp \mu \cdot \sin\varphi) - (1 + \mu^2),$$

aus Gl. (53):

$$(53a) \quad \left(\frac{\partial \nu}{\partial \varphi}\right)_{m=\mu} = \pm 3\,\mu\,\nu - \gamma\, r \cdot \sin\varphi$$

und aus Gl. (52) unter Beachtung von Gl. (55a) u. (53a):

$$(52a) \quad \left(\frac{\partial \tau}{\partial \varphi}\right)_{m=\mu} = \mu \cdot \frac{\partial \nu}{\partial \varphi} + \nu \cdot \frac{dm}{d\varphi} = \pm(1 + 4\,\mu^2)\,\nu + \gamma\, r \cdot \cos\varphi.$$

Für ν'' erhält man aus Gl. (30) durch Reihenentwicklung die Näherungsformel:

$$(58) \quad \nu''_{m \approx \mu} \approx \left[(1 + 2\,\mu^2) \pm 2\sqrt{2\,\mu\,(1 + \mu^2)}\sqrt{-\left(\frac{dm}{d\varphi}\right)_{m=\mu} \cdot \varphi}\right]\nu,$$

d. h.

$$\left(\frac{\partial \nu''}{\partial \varphi}\right)_{m=\mu} = \pm\infty.$$

[80]) In einem Punkte muß ich Jaky widersprechen. Ebenso wie Kármán geht Jaky von der Voraussetzung dreieckförmiger Druckverteilung längs der durch den oberen Wandpunkt gehenden Strahlen aus (die angeblich auf Boussinesq zurückgeht). Er erhält im Verlauf der Rechnung nun auch die Köttersche Gleichung und folgert daraus, daß das als ein Beweis für die Richtigkeit der Boussinesqschen Annahme anzusehen wäre, da Kötter ohne diese Annahme zu demselben Ergebnis gekommen ist. Diese Folgerung darf aber nicht gezogen werden, denn es ist selbstverständlich, daß das Köttersche Gesetz mit jeder genauen Rechnung übereinstimmt. Wie ich oben gezeigt habe, trifft die Annahme dreieckförmiger Druckverteilung zwar für eine Wanddrehung um den untersten Wandpunkt zu, sie gilt aber nicht allgemein.

[81]) s. z. B. v. Mises, Zur numerischen Integration von Differentialgleichungen. Z. ang. Math. 1930, S. 81.

(Fortsetzung folgt.)

Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ingenieur Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Mitteilung der Erdbauabteilung der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin.)

(Fortsetzung aus Heft 19.)

Verfahren II.

Bei diesem Verfahren wird vom Gleitflächenverlauf ausgegangen, indem die Gleitfläche über kleine Polwinkel $\Delta\eta$ weiter fortgeführt wird. Man geht am besten zeichnerisch vor. Nehmen wir einmal nach Abb. 49 an, die Gleitfläche (für den Erdwiderstand) wäre bis zum Punkte A bereits gefunden; auf die Fläche OA wirke die Kraft E_n. Der Verlauf der Gleitflächenspannungen $\bar{\sigma}$ kann durch eine Kurve (die $\bar{\sigma}$-Linie) angegeben werden, ebenso der Verlauf der Gleitflächenwinkel (ω-Linie). Um die weitere Fortsetzung der Gleitfläche zu finden, verlängert man die σ- und ω-Linie ein wenig, so daß die mittleren Werte σ_n und $\omega_{1/2}$ für das neue Element abgegriffen werden können. Ebenso kann man auch die Länge Δs_n des neuen Elementes genügend genau vorweg bestimmen. Damit lassen sich dann die neuen Kräfte ΔQ_n und Δg_n für das neue Erdelement OAB ermitteln und im Krafteck — das man zweckmäßig im Pol O beginnen läßt — mit der bekannten Kraft E_n zur neuen Erdkraft (für die Fläche OB) zusammensetzen. Die Neigung der Kraft E_{n+}

gegenüber der Fläche OB liefert den neuen Wert $\operatorname{tg} \delta_{n+1} = m_{n+1}$, mit dem die Größen ω und σ für den Punkt B berechnet werden [nach Gl. (27) u. (29a); $\sigma_{n+1} = \left.\frac{2 E_{n+1}}{r_{n+1}}\right|$. Diese berechneten Werte geben wieder sichere Punkte für die Verlängerung der Kurven ω und σ über das nächstfolgende Element hinaus, und der Gang der Berechnung kann wiederholt werden.

Auf diese Weise gelangt man Schritt für Schritt — von der Wand ausgehend (indem man für den Wanddruck einen ungefähr zutreffenden Wert annimmt) — bis zur Rankineschen Pseudogleitfläche, deren Lage sich dadurch bemerkbar macht, daß der Wert m sich dem Reibungsbeiwert μ nähert. In der Nähe dieser Rankineschen Gleitfläche versagt das Verfahren insofern, als die Gleitflächenspannung σ nicht mehr genügend genau aus Gl. (29a) berechnet werden kann. Man hilft sich dann am einfachsten durch Probieren, indem man den Verlauf von σ bis zu der vorläufig geschätzten Lage der Rankineschen Pseudogleitfläche zunächst gefühlsmäßig verlängert, um auf diese Weise den ungefähren Wert der Kraft E_R auf die ebene Pseudogleitfläche zu erhalten. Durch Zerlegung von E_R in die Richtungen von G_R und E_R' (Abb. 50) findet man weiter das ungefähre Gewicht G_R des von ebenen Gleitflächen begrenzten Erdkörpers und damit aus

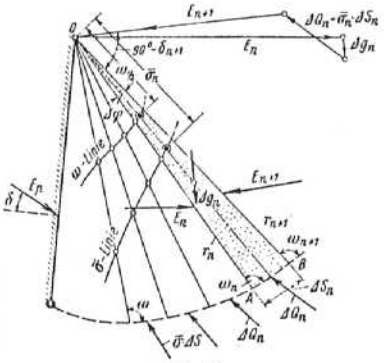


Abb. 49.

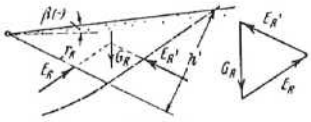


Abb. 50.

$$G_R = \gamma \cdot \frac{r_R h'}{2} \quad \text{oder} \quad h' = \frac{2 G}{\gamma r_R}$$

die erste Näherung für die Neigung der Oberfläche. Für diese Oberflächenneigung ($b = m$) kann man dann nach Gl. (27) die genauere Richtung der ebenen Gleitfläche finden und so die ersten Schätzungen schrittweise verbessern. Dabei ist gleichzeitig auf einen zwanglosen Übergang der Gleitfläche zu achten und für den Strahl r_R: $\sigma = \frac{2 E_R}{r_R}$ zu setzen. In der Regel kommt man mit ein bis zwei Wiederholungen schon zum Ziel.

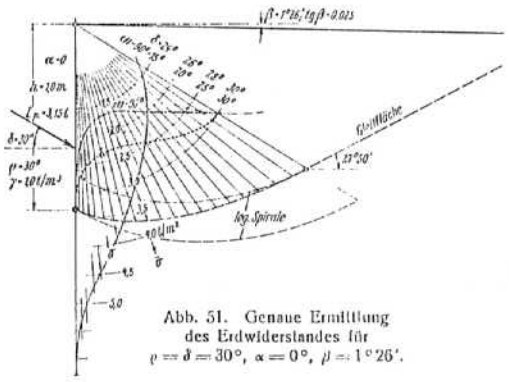


Abb. 51. Genaue Ermittlung des Erdwiderstandes für $\varrho = \delta = 30°$, $\alpha = 0°$, $\beta = 1°26'$.

Das Ergebnis des ganzen Rechnungsganges ist demnach die dem angenommenen Wanddruck entsprechende Angabe des Geländewinkels β. Hat die durch eine solche Berechnung gefundene Geländeneigung nicht den gewünschten Wert, so kann man die Berechnung für einen etwas geänderten Wert des Erdwiderstandes wiederholen, um schließlich durch Zwischenschalten auf die geforderte Geländeneigung zu kommen.

Ich habe die Berechnung des Erdwiderstandes nach dem Verfahren II bereits vor mehreren Jahren durchgeführt[62]); Abb. 51 u. 52 zeigen zwei Beispiele dieser Art für einen Reibungswinkel $\varrho = 30°$. Der ungezwungene Verlauf dieser Gleitkurven deutet darauf hin, daß es sich um genaue Formen handelt. Vergleichshalber sind dort die der Anfangs- und Endrichtung der Gleitkurven entsprechenden logarithmischen Spiralen punktiert eingetragen.

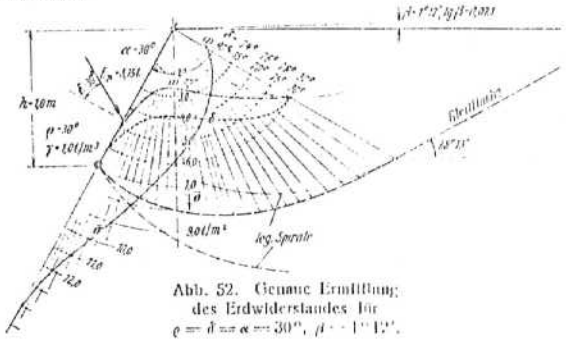


Abb. 52. Genaue Ermittlung des Erdwiderstandes für $\varrho = \delta = \alpha = 30°$, $\beta = 1°12'$.

Verfahren III.

Die Spannungen σ und τ werden — von der Wand ausgehend — für eine gleichbleibende Strahllänge $r = 1{,}0$ schrittweise weiter verfolgt. Für ein beliebiges Element kann man die Änderungen $\Delta\sigma$ und $\Delta\tau$ aus den Gleichgewichtsbedingungen berechnen, wenn die Verteilung der Spannungen σ'' (und τ) längs des Bogenelementes $r\,\Delta\varphi$ mit hinreichender Näherung vorweg bestimmt werden kann. Das ist aber in ähnlicher Weise möglich wie bei der Ermittlung der Werte σ und ω des Verfahrens II.

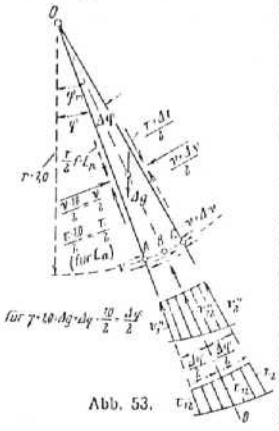


Abb. 53.

Wir sehen den Kurvenverlauf der σ'' und τ längs des Bogenelementes $1{,}0\,\Delta\varphi$ als Parabel an, begnügen uns also bei der Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen mit Größen dritter Kleinheitsordnung. Die Werte der Spannungen σ'' und τ in den Punkten B und C nach Abb. 53 seien zunächst als bekannt vorausgesetzt. Mit den in Abb. 53 angegebenen Bezeichnungen hat man für das Gleichgewicht des Erdelementes OAC in Richtung OD, wenn die Wirkung der Spannungen σ'' nach der Simpsonschen Regel berechnet wird:

$$\Delta g \cdot \cos\varphi_m + \frac{\sigma + \Delta\sigma}{2} \cdot \sin\frac{\Delta\varphi}{2} + \frac{\sigma}{2} \cdot \sin\frac{\Delta\varphi}{2} + \frac{\tau + \Delta\tau}{2} \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2}$$
$$+ \frac{\tau}{2} \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2} - \frac{\Delta\varphi}{6}\left(\sigma_1'' \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2} + 4\,\sigma_{12}'' + \sigma_2'' \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$
$$+ \frac{\Delta\varphi}{6} \cdot \Delta\tau \cdot \sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 0$$

oder nach leichter Rechnung unter Einsetzung von

$$\Delta g = \frac{\Delta\varphi \cdot 1{,}0}{2} \qquad \sin\frac{\Delta\varphi}{2} \approx \frac{\Delta\varphi}{2} - \frac{\Delta\varphi^3}{48} \qquad \cos\frac{\Delta\varphi}{2} \approx 1 - \frac{\Delta\varphi^2}{8}$$

und nach Vervielfachung mit $\frac{\Delta\varphi}{12}$:

$$(59a) \quad \left(3 - \frac{\Delta\varphi^2}{8}\right)\Delta\sigma \pm \left(\frac{\Delta\varphi}{6} - \frac{3}{4} \cdot \Delta\varphi\right)\Delta\tau = 8\,\sigma_{12}''$$
$$+ \left(2 - \frac{\Delta\varphi^2}{4}\right)(\sigma_1'' + \sigma_2'') - \left(6 - \frac{\Delta\varphi^2}{4}\right)\sigma - 6 \cdot \cos\varphi_m \pm \Delta\varphi\,\Delta\tau.$$

Ebenso findet man für das Gleichgewicht senkrecht zur Richtung OD:

$$\Delta g \cdot \sin\varphi_m + \frac{\sigma + \Delta\sigma}{2} \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2} - \frac{\sigma}{2} \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2} + \frac{\tau + \Delta\tau}{2} \cdot \sin\frac{\Delta\varphi}{2}$$
$$+ \frac{\tau}{2} \cdot \sin\frac{\Delta\varphi}{2} - \frac{\Delta\varphi}{6}\left(\tau_1 \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2} + 4\,\tau_{12} + \tau_2 \cdot \cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$
$$+ \frac{\Delta\varphi}{6} \cdot \Delta\sigma'' \cdot \sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 0 \quad \text{oder}$$

[62]) Die unter II gebrachten Vereinfachungen waren mir damals allerdings noch nicht bekannt, sondern nur die Ausführungen von Krey über die Spannungsellipse.

$$(59b)\quad \left(\frac{6}{\Delta\varphi} - \frac{3}{4}\cdot\Delta\varphi\right)\Delta r \mp \left(3 - \frac{\Delta\varphi^2}{8}\right)\Delta\tau = \pm 8\,\tau_{12}$$
$$\pm\left(2 - \frac{\Delta\varphi^2}{4}\right)(\tau_1 + \tau_2) \pm \left(6 - \frac{\Delta\varphi^2}{4}\right)\tau - 6\cdot\sin\varphi_m - \Delta\varphi\,\Delta r''.$$

Führt man die Abkürzungen:

$$C = 2 - \frac{\Delta\varphi^2}{4} \qquad C_1 = \frac{3\,C}{\Delta\varphi} = \frac{6}{\Delta\varphi} - \frac{3}{4}\,\Delta\varphi \qquad C_2 = 3 - \frac{\Delta\varphi^2}{8}$$
$$C_3 = C_1 - \Delta\varphi = \frac{6}{\Delta\varphi} - \frac{7}{4}\,\Delta\varphi \qquad C_4 = C_1\,C_3 + 3\,C_2^2$$

ein und ersetzt außerdem noch nach Abb. 54 τ_{12} und τ_2 durch

$$\tau_{12} = \tau + \frac{\Delta\tau}{2} + \Delta^2\tau \text{ und } \tau_2 = \tau + \Delta\tau,$$

so erhält man:

$$C_1\,\Delta r \mp 3\,C_2\,\Delta\tau = N$$
$$C_3\,\Delta r \pm C_3\,\Delta\tau = M$$

oder

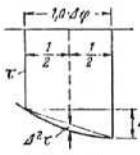


Abb. 54.

$$(60)\quad \begin{cases} \Delta r = \dfrac{C_3\,N + 3\,C_2\,M}{C_4} \qquad \Delta\tau = \mp\dfrac{C_2\,N - C_1\,M}{C_4} \quad \text{mit} \\ N = \pm 6\,C_2\,\tau - 6\cdot\sin\varphi_m \pm 4\,\Delta^2\tau - \Delta\varphi\,\Delta r'' \\ M = 8\,r_{12}'' + C\,(r_1'' + r_2'') - 2\,C_2\,r - 6\cdot\cos\varphi_m. \end{cases}$$

Diese Gleichungen sind zwar zur Berechnung von Δr und $\Delta\tau$ schon geeignet; es erweist sich aber doch als hinderlich, daß die dritte Unbekannte $\Delta r'' = r_2'' - r_1''$ immer erst vorher geschätzt oder extrapoliert werden muß. Dadurch wird mitunter auch eine Wiederholung der Rechnung notwendig. Wir werden deshalb von den Gl. (60) nur in der Nähe einer „rauhen" Wand ($\varrho' = \varrho$) notgedrungen Gebrauch machen; schon in geringer Entfernung von der Wand gelingt es auf andere Art und Weise, Δr und $\Delta\tau$ im ersten Rechnungsgang fast genau richtig zu erhalten. Zu diesem Zweck setzen wir:

$$\psi = \frac{r''}{r} \qquad \psi_m' = \frac{\Delta\psi}{\Delta m},$$

wenn $\Delta\psi$ und Δm die Änderungen von ψ und m und ψ_m' den mittleren Wert der Ableitung $\frac{d\psi}{dm}$ für das Element mit dem Winkel $\Delta\varphi$ bedeuten.

Nun ist
$$\psi + \Delta\psi = \frac{r'' + \Delta r''}{r + \Delta r}$$
und
$$\Delta m = \frac{\tau + \Delta\tau}{r + \Delta r} - \frac{\tau}{r},$$
womit man hat
$$\Delta\psi = \psi_m'\left(\frac{\tau + \Delta\tau}{r + \Delta r} - \frac{\tau}{r}\right) = \frac{r'' + \Delta r''}{r + \Delta r} - \psi$$
oder nach Ausrechnung unter Beachtung von $\psi\,r = r''$:

$$(61)\quad \begin{cases} \Delta r'' = \psi\,\Delta r + \psi_m'\,\Delta\tau \\ \text{mit } \psi = \psi - \psi_m'\,m. \end{cases}$$

Dieser Wert für $\Delta r''$ in Gl. (60) eingesetzt, liefert schließlich die gewünschten Gleichungen:

$$c_1\,\Delta r \mp d_2\,\Delta\tau = N$$
$$-c_2\,\Delta r \pm d_1\,\Delta\tau = M$$

oder

$$(62)\quad \begin{cases} \Delta r = \dfrac{d_1\,N + d_2\,M}{Q} \qquad \Delta\tau = \dfrac{c_1\,M + c_2\,N}{Q} \quad \text{mit} \\ c_1 = C_1 + \Delta\varphi\,\psi \qquad c_2 = (2\,\psi - 1)\,C_2 \\ d_1 = C_3 - 2\,C_2\,\psi_m' \qquad d_2 = 3\,C_2 \mp \Delta\varphi\,\psi_m' \\ Q = c_1\,d_1 - c_2\,d_2 \\ N = \pm 6\,C_2\,\tau - 6\cdot\sin\varphi_m \pm 8\,\Delta^2\tau \\ M = 2\,C_2\,(2\,r'' - r) - 6\cdot\cos\varphi_m + 8\,\Delta^2 r'', \end{cases}$$

wenn $\Delta^2 r''$ dieselbe Bedeutung hat wie $\Delta^2\tau$ in Abb. 54.

Die Anwendung der Gl. (60) u. (62) sei gezeigt an dem folgenden

Zahlenbeispiel.

Berechnung des Erddruckes für lotrechte Wand und waagerechtes Gelände bei vollem Ansatz der Wandreibung ($\varrho' = \varrho$). Reibungsbeiwert $\mu = 0{,}60$ ($\varrho = 30° 57{,}8'$); Wandhöhe $h = 1{,}0$ m; Raumgewicht $\gamma = 1{,}0$ t/m³. Durchführung der Rechnung mit einem geschätzten λ-Werte von 0,255.

Unmittelbar an der Wand ist damit:
$r_1 = 0{,}255$; $\tau_1 = 0{,}6\cdot 0{,}255 = 0{,}1530$; $r_1'' = (1 + 2\cdot 0{,}6^2)\,0{,}255 = 0{,}4386$.
In der Nähe der Wand gilt nach Gl. (52a), (53a), (55a) u. (58):

$$-\frac{dm}{d\varphi} = \frac{1}{0{,}255} - 1{,}36 = 2{,}562 \qquad \frac{\partial r}{\partial\varphi} = 3\cdot 0{,}6\cdot 0{,}255 = 0{,}459$$
$$\frac{\partial\tau}{\partial\varphi} = (1 + 4\cdot 0{,}36)\,0{,}255 - 1{,}0 = -0{,}378$$
$$r'' \approx \left(1 + 2\cdot 0{,}36 + 2\sqrt{1{,}2\cdot 1{,}36\cdot 2{,}562\,\varphi}\right)0{,}255 = 0{,}4386 + 1{,}042\sqrt{\varphi}.$$

1. Schritt:

$$\Delta\varphi = \frac{1°}{2} = 0{,}008\,73 \qquad \varphi_m = \frac{1°}{4} \qquad \sin\varphi_m = 0{,}0044 \qquad \cos\varphi_m \approx 1{,}0$$
$$C = 2{,}0 \qquad C_1 = 687{,}5 \qquad C_2 = 3{,}0 \qquad C_3 = 687{,}5 \qquad C_4 = 472\,700$$
$$r_{12}'' = 0{,}4386 + 1{,}042\sqrt{0{,}004\,36} = 0{,}5075$$
$$r_2'' = 0{,}4386 + 1{,}042\sqrt{0{,}008\,73} = 0{,}5360.$$

Nach den Gl. (60):

$$N = 6\cdot 3{,}0\cdot 0{,}1530 - 6\cdot 0{,}0044 - 0{,}008\,73\,(0{,}5360 - 0{,}4386) = 2{,}727$$
$$M = 8\cdot 0{,}5075 + 2\,(0{,}4386 + 0{,}5360) - 2\cdot 3{,}0\cdot 0{,}255 - 6\cdot 1{,}0 = -1{,}521$$
$$\Delta r = \frac{687{,}5\cdot 2{,}727 - 3\cdot 3{,}0\cdot 1{,}521}{472\,700} = 0{,}003\,94$$
$$r_2 = 0{,}255 + 0{,}003\,94 = 0{,}258\,94$$
$$\Delta\tau = \frac{3\cdot 2{,}727 + 687{,}5\cdot 1{,}521}{472\,700} = -0{,}002\,23$$
$$\tau_2 = 0{,}1530 - 0{,}002\,23 = 0{,}150\,77$$
$$m_2 = \frac{0{,}1508}{0{,}2589} = 0{,}5825 \qquad \psi = 2{,}055 \text{ [nach Gl. (30)]}$$
$$r_2'' = 2{,}055\cdot 0{,}2589 = 0{,}5320.$$

Wiederholung der Rechnung mit $r_2'' = 0{,}5320$ und $\tau_2 = 0{,}1508$: $\Delta^2\tau$ mit Hilfe zeichnerischer Auftragung der bisherigen Werte zu $-0{,}0003$ geschätzt. r_{12}'' kann berechnet werden mittels der Gleichung:

$$r'' = 0{,}4386 + 1{,}042\sqrt{\varphi} - K\,\varphi^2.$$

Man findet:

$$r_{12}'' = 0{,}4386 + 1{,}042\sqrt{0{,}004\,36} - \frac{0{,}5360 - 0{,}5320}{4} = 0{,}5065.$$

Damit ist dann weiter:

$$N = 6\cdot 3{,}0\cdot 0{,}1530 - 6\cdot 0{,}0044 - 4\cdot 0{,}0003 - 0{,}008\,73\cdot 0{,}0934 = 2{,}726$$
$$M = 8\cdot 0{,}5065 + 2\,(0{,}4386 + 0{,}5320) - 2\cdot 3{,}0\cdot 0{,}255 - 6\cdot 1{,}0 = -1{,}537$$
$$\Delta r = \frac{687{,}5\cdot 2{,}726 - 9\cdot 1{,}537}{472\,700} = 0{,}003\,94 \qquad r_2 = 0{,}258\,94$$
$$\Delta\tau = -\frac{3\cdot 2{,}726 + 687{,}5\cdot 1{,}537}{472\,700} = -0{,}002\,25 \qquad \tau_2 = 0{,}150\,75.$$

Der geringe Unterschied gegenüber den ersten Werten läßt erkennen, daß eine nochmalige Wiederholung der Rechnung nicht notwendig ist.

2. Schritt:

$$\Delta\varphi = 1° = 0{,}017\,45 \qquad \varphi = \frac{1°}{2} \qquad \varphi_m = 1° \qquad \sin\varphi_m = 0{,}017\,45$$
$$\cos\varphi_m = 0{,}999\,85 \qquad r_1 = 0{,}258\,94 \qquad \tau_1 = 0{,}150\,75$$
$$m = 0{,}5822 \qquad \psi = 2{,}057 \qquad r_1'' = 0{,}5326.$$

Der zweite Schritt kann schon nach den Gl. (62) durchgeführt werden. Dazu schätzen wir am einfachsten mit Hilfe zeichnerischer Auftragungen der bisherigen Werte:

$$\Delta^2 r'' \approx 0{,}005 \qquad \Delta^2\tau \approx -0{,}0005 \qquad \psi_m' \approx -7{,}1$$
$$C = 2{,}0 \quad C_2 = 3{,}0 \quad C_1 = 343{,}8 = C_3 \quad \psi = 2{,}057 + 0{,}5822\cdot 7{,}1 = 6{,}19$$
$$c_1 = 343{,}8 + 0{,}017\,45\cdot 6{,}19 = 343{,}9 \qquad c_2 = (2\cdot 6{,}19 - 1)\,3{,}0 = 34{,}14$$
$$d_1 = 343{,}8 + 2\cdot 3{,}0\cdot 7{,}1 = 386{,}4 \qquad d_2 = 3\cdot 3{,}0 + 0{,}017\,45\cdot 7{,}1 = 9{,}124$$
$$Q = 343{,}9\cdot 386{,}4 - 34{,}14\cdot 9{,}124 = 132\,500$$
$$N = 6\cdot 3{,}0\cdot 0{,}150\,75 - 6\cdot 0{,}017\,45 - 8\cdot 0{,}0005 = 2{,}604$$
$$M = 2\cdot 3{,}0\,(2\cdot 0{,}5326 - 0{,}2589) - 6\cdot 0{,}999\,85 + 8\cdot 0{,}005 = -1{,}121$$
$$\Delta r = \frac{386{,}4\cdot 2{,}604 - 9{,}124\cdot 1{,}121}{132\,500} = 0{,}007\,52 \qquad r_2 = 0{,}266\,46$$
$$\Delta\tau = \frac{343{,}9\,(-1{,}121) + 34{,}14\cdot 2{,}604}{132\,500} = -0{,}002\,24 \qquad \tau_2 = 0{,}148\,51$$
$$m_2 = \frac{0{,}148\,51}{0{,}266\,46} = 0{,}5574 \qquad \psi = 2{,}238 \qquad r_2'' = 2{,}238\cdot 0{,}266\,46 = 0{,}5963.$$

Nachprüfung: $\psi_m' = \dfrac{2{,}238 - 2{,}057}{0{,}5574 - 0{,}5822} = -7{,}30.$

Die Wiederholung mit $\psi_m' = -7{,}30$ liefert:

$$\Delta r = 0{,}007\,52\ (r_2 = 0{,}266\,46) \qquad \Delta\tau = -0{,}002\,22\ (\tau = 0{,}148\,53),$$

woraus ersichtlich ist, daß eine etwas ungenaue Schätzung von ψ_m' keinen großen Einfluß auf das Ergebnis hat. Allerdings ist der Einfluß von ψ_m' bei größerer Schrittweite $\Delta\varphi$ stärker; das gleiche gilt von $\Delta^2 r''$ und $\Delta^2\tau$, die ja auch vorweg geschätzt werden müssen.

Die Werte ψ_m' kann man auch errechnen aus

$$\psi_m' \approx \frac{d\psi}{dm},$$

also aus

$$\psi_m' \approx \mp\sqrt{1 + \mu^2}\cdot\frac{2\,m}{\sqrt{\mu^2 - m^2}},$$

wenn man für m einen mittleren Wert einsetzt. Die Verhältniswerte ψ und ψ_m' trägt man sich am besten auf Millimeterpapier in genügend großem Maßstab auf. Hierzu nachstehende Tabelle 2:

Tabelle 2.

$m =$	0,44	0,46	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60
$\psi =$	2,6775	2,6185	2,5597	2,4936	2,4182	2,3300	2,2224	2,1570	2,0783	1,9744	1,7200
$\psi_m' =$	−2,515	−2,786	−3,109	−3,516	−4,052	−4,817	−6,06	−7,10	−8,805	−12,61	$-\infty$

Tabelle 3.

Schritt Nr.	φ Grad	$\Delta\varphi$ Grad	φ_m Grad	ν	τ	ν''	m	$\Delta\nu$	$\Delta\tau$
3	$1^1/_2$	2	$2^1/_2$	0,266 46	0,148 53	0,5963	0,5574	0,013 98	−0,000 05
4	$3^1/_2$	4	$5^1/_2$	0,280 44	0,148 48	0,6669	0,5295	0,025 24	0,009 15
5	$7^1/_2$	8	$11^1/_2$	0,305 68	0,157 63	0,7443	0,5157	0,045 17	0,035 31
6	$15^1/_2$	4	$17^1/_2$	0,350 85	0,192 94	0,8000	0,5500	0,021 70	0,020 00
7	$19^1/_2$	4	$21^1/_2$	0,372 55	0,212 94	0,7991	0,5716	0,021 00	0,018 84

Die nächsten Schritte werden in derselben Weise durchgeführt wie beim zweiten Schritt. Der Kürze halber sei von einer Wiedergabe der Zahlenrechnung abgesehen. Die Tabelle 3 bringt die Ergebnisse.

Für $\varphi = 23^1/_2{}^\circ$ ist damit:

$$\nu_1 = 0{,}393\,55;\quad \tau_1 = 0{,}231\,78;\quad m = 0{,}588\,95;\quad \psi = 1{,}986;\quad \nu_1'' = 0{,}7816.$$

Die Rankinesche Pseudogleitfläche ist etwa zu erwarten für

$$\varphi \approx 45^\circ - \frac{\varrho}{2} = 45^\circ - \frac{30^\circ\,57{,}82'}{2} = 29^\circ\,31{,}09',$$

so daß der letzte Schritt etwa ist:

$$\Delta\varphi \approx 29^\circ\,31{,}09' - 23^1/_2{}^\circ = 6^\circ\,1{,}09' = 0{,}105\,04.$$

Für den letzten Schritt sind besondere Rechnungen erforderlich, weil jetzt $\Delta\varphi$ als Unbekannte auftritt. Als weitere Unbekannte ist $\Delta\nu$ zu betrachten. $\Delta\tau$ und $\Delta\nu''$ ergeben sich bei errechnetem $\Delta\nu$ aus

$$\tau_2 = \mu\,\nu_2 \quad \text{und} \quad \nu_2'' = (1 + 2\,\mu^2)\,\nu_2$$

(vgl. den Anfang der Berechnung) zu:

$$\Delta\tau = \mu\,(\nu + \Delta\nu) - \tau;\qquad \Delta\nu'' = (1 + 2\,\mu^2)(\nu + \Delta\nu) - \nu''.$$

Setzt man diese Werte in Gl. (60) ein und drückt außerdem die Konstanten C wieder als Funktionen von $\Delta\varphi$ aus, so erhält man nach kurzer Rechnung folgende Gleichungen für $\Delta\varphi$ und $\Delta\nu$:

$$\text{(63a)}\qquad \begin{cases} \left(\pm\dfrac{6\,\mu}{\Delta\varphi} - G_3\right)\Delta\nu = G_1 \\[2ex] \left(\dfrac{6}{\Delta\varphi} + G_4\right)\Delta\nu = G_2 \end{cases}$$

mit den von $\Delta\varphi$ nur noch sehr wenig abhängigen Abkürzungen:

$$\text{(63b)}\qquad \begin{cases} G_1 = \mp\dfrac{6}{\Delta\varphi}\,(\mu\,\nu - \tau) + 2\,C_2\,(2\,\mu^2\,\nu + \nu'') \\ \qquad\qquad - 3\,C\cdot\cos\varphi + 8\,\Delta^2\nu'' + [3\cdot\sin\varphi \pm \dfrac{7}{4}\,(\mu\,\nu - \tau)]\,\Delta\varphi \\[2ex] G_2 = \pm 3\,C_2\,(\mu\,\nu + \tau) - 3\,C\cdot\sin\varphi \pm 8\,\Delta^2\tau \\ \qquad\qquad - [3\cdot\cos\varphi + (1 + 2\,\mu^2)\,\nu - \nu'']\,\Delta\varphi \\[2ex] G_3 = (1 + 4\,\mu^2)\,C_2 \pm \dfrac{7}{4}\,\mu\,\Delta\varphi; \\[2ex] G_4 = \mp 3\,\mu\,C_2 + \left(\dfrac{1}{4} + 2\,\mu^2\right)\Delta\varphi. \end{cases}$$

Aus der Gleichsetzung von $\Delta\nu$:

$$\text{(63c)}\qquad \Delta\nu = \frac{G_1}{\pm\dfrac{6\,\mu}{\Delta\varphi} - G_3} = \frac{G_2}{\dfrac{6}{\Delta\varphi} + G_4}$$

folgt für $\Delta\varphi$:

$$\text{(63d)}\qquad \Delta\varphi = 6\cdot\frac{\pm\mu\,G_2 - G_1}{G_2\,G_3 + G_1\,G_4}.$$

Zahlenmäßig erhält man für $\Delta\varphi \approx 0{,}1050$:

$$G_1 = -\frac{0{,}0261}{\Delta\varphi} + 0{,}918 + 1{,}204\,\Delta\varphi;\qquad G_2 = 1{,}823 - 2{,}646\,\Delta\varphi$$

$$G_3 = 7{,}318 + 1{,}05\,\Delta\varphi;\qquad G_4 = -5{,}398 + 0{,}97\,\Delta\varphi,$$

wobei $\Delta^2\nu'' \approx 0{,}003$ und $\Delta^2\tau \approx 0{,}0002$ gesetzt ist. Die Einsetzung von $\Delta\varphi = 0{,}1050$ liefert nach Gl. (63d): $\Delta\varphi = 0{,}1083$, während sich mit $\Delta\varphi = 0{,}1060$ der Wert $\Delta\varphi = 0{,}1046$ ergibt. Durch Zwischenschalten findet man: $\Delta\varphi = 0{,}105\,65 = 6^\circ\,3{,}2'$ und damit aus Gl. (63c): $\Delta\nu = 0{,}029\,97$. Man hat dann weiter: $\nu_2 = 0{,}423\,52$; $\tau_2 = 0{,}6\cdot\nu_2 = 0{,}254\,11$, $\nu''_2 = 1{,}72\cdot\nu_2 = 0{,}7285$ und $\varphi = 29^\circ\,33{,}2'$ sowie $\operatorname{cotg}\varphi = 1{,}7637$. Für den letzteren Wert erhält man aus Gl. (27) für $b = m$: $b = -0{,}001$; also eine nahezu waagerechte Geländelinie.

Nun ist allerdings zu bedenken, daß in der Rechnung immerhin kleine Fehler sein werden, wodurch die Bedingung $\frac{\tau}{\nu} = \mu$ für die Berechnung des letzten Schrittes einen etwas anderen $\Delta\varphi$-Wert ergeben kann. Aus diesem Grunde ist es besser, die Neigung der Geländelinie aus der Größe von ν zu bestimmen, was am einfachsten aus Gl. (55a) geschieht. Die Auftragung der m-Werte zeigt nämlich, daß für die Rankinesche Pseudogleitfläche $\frac{dm}{d\varphi} = 0$ gilt, so daß aus Gl. (55a) folgt:

$$\frac{\gamma\,r}{\nu}\,(\cos\varphi \mp \mu\cdot\sin\varphi) - (1 + \mu^2) = 0.$$

ν ist hierin mit φ etwas veränderlich anzunehmen, nämlich nach der zeichnerischen Auftragung der ν-Werte um rd. 0,0046 je Grad. Man erhält für $\varphi = 29^\circ\,30'$ einen Rest von $-0{,}000\,75$, für $\varphi = 29^\circ\,20'$ einen Rest von $+0{,}003\,24$ und durch Zwischenschalten: $\varphi = 29^\circ\,28{,}1'$ oder $\operatorname{cotg}\varphi = 1{,}7698$. Für diesen Wert liefert Gl. (27): $\underline{b = +0{,}002}$.

Die Formel (47a) ergibt für $b = +0{,}002$:

$$\lambda_a = 0{,}2464\ (\text{für } b = -0{,}001:\ \lambda_a = 0{,}2462).$$

Es ist

$$\frac{0{,}2550}{0{,}2464} \approx 1{,}035,$$

d. h. die genaue Berechnung des Erddruckes ergibt im vorliegenden Falle einen um 3,5% größeren Wert als die Rechnung mit ebenen Gleitflächen.

Für den Erdwiderstand bei nahezu waagerechtem Gelände ($b = 0{,}025$) ergibt die genaue Berechnung für $\varrho = 30^\circ$ ($a = 0{,}5774$) nach Abb. 51:

$$3{,}15\cdot\cos 30^\circ = \lambda_p\cdot\frac{1{,}0^2}{2}\ \text{oder}\ \lambda_p = 6{,}30\cdot\cos 30^\circ = 5{,}46,$$

während man nach Formel (47a) für $b = 0{,}025$ ein λ_p von 7,87 erhält. Mit $5{,}46 : 7{,}87 = 0{,}694 = 1 - 0{,}306$ ergibt also hier die genaue Berechnung 30,6% weniger als die Berechnung mit ebenen Gleitflächen.

Diese Zahlen unterstreichen nochmals die bekannte Tatsache, daß die Berechnung mit Hilfe kurvenförmiger Gleitflächen für den Erdwiderstand weit eher notwendig wird als für den Erddruck.

Die bei der genauen Berechnung des Erddruckes erhaltenen Werte für ν, τ, ν'' und m sind in Abb. 55 aufgetragen. Vergleichshalber sind auch die dem Rankineschen Spannungszustand entsprechenden Werte eingetragen. Die außerdem noch aufgetragene Kurve für $\operatorname{cotg}\omega$ ist aus den m-Werten mit Hilfe von Gl. (27) berechnet. Sie dient zur Koordinatenberechnung der Gleitkurve nach Gl. (57); es sind zu diesem Zweck die mittleren Flächenhöhen für je 5° in Abb. 55 angegeben.

Man erhält folgende Zahlen:

$\varphi =$	0°	5°	10°	15°	20°	25°	$29^1/_2{}^\circ$
$\int_{\varphi}^{\varphi}\operatorname{cotg}\omega\,d\varphi =$	0	0,0731	0,0798	0,0770	0,0710	0,0637	0,0506
$\int_{0}^{\varphi}\operatorname{cotg}\omega\,d\varphi =$	0	0,0731	0,1529	0,2299	0,3009	0,3646	0,4152
$\frac{r}{r_0} =$	1,0	0,9295	0,8582	0,7946	0,7402	0,6945	0,6602

Abb. 56 zeigt die Gleitfläche und die Druckverteilung längs Gleitfläche und Wand. Die von Müller-Breslau erhaltene, teilweise kreisförmige Gleitfläche ist zum Vergleich mit eingezeichnet. Die Druckverteilung längs der Gleitfläche zeigt einen Knick, was man von vornherein nicht ohne weiteres erwarten würde. Diese Unstetigkeit folgt jedoch auch aus der Kötterschen Formel (48), weil $\operatorname{cotg}\vartheta$ [und damit auch das ϑ in Gl. (48)] in Abb. 55 ebenfalls einen Knickpunkt aufweist.

Die Neigung der Gleitlinie entspricht auf dem größten Teil ihrer Länge der Neigung nach Rankine. Es ist daher verständlich, wenn Ph. Forchheimer aus Versuchen für waagerechte Sandoberfläche gefunden hat, daß die Neigung der Gleitfläche nicht genau mit der Neigung nach Coulomb übereinstimmt, sondern nahezu $45^\circ + \frac{\varrho}{2}$ beträgt[62a].

62a) Ph. Forchheimer, Versuche über Gleitflächenbildung und Schichtenfaltung. Jahrb. f. Mineralogie, Geologie und Paläontologie 1893, Bd. I, S. 137.

Diese Feststellung ergibt selbstverständlich keinen Hinderungsgrund für die Anwendung des einfachen und bequemen Coulombschen Verfahrens ebener Gleitflächen, denn bezüglich der Zulässigkeit ebener Gleitflächen gibt allein die Abweichung in der Größe des Erddruckes den Ausschlag.

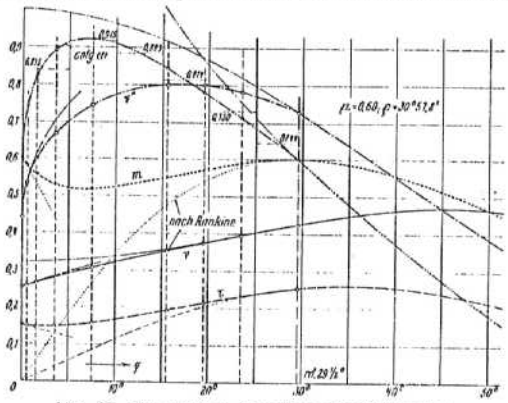


Abb. 55. Zur genauen Berechnung des Erddruckes.

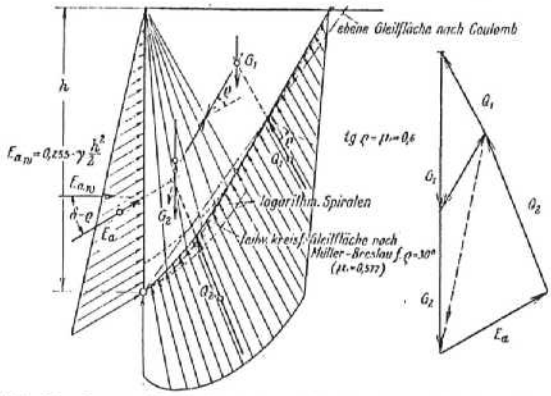


Abb. 56. Genaue Gleitflächenlage und Druckverteilung für den unteren Grenzzustand (Wandbewegung A).

In seinem unter III dieser Arbeit schon erwähnten Aufsatze [63]) hat M. Ritter (Zürich) für waagerechtes Gelände eine Erddruckformel abgeleitet, die genaue Ergebnisse liefern soll, bislang aber m. W. keiner Kritik unterzogen worden ist. Diese Formel lautet mit unseren Bezeichnungen:

$$E_{a_{b=0}} = \frac{\operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)}{\cos(\alpha + \delta)} \cdot \gamma \frac{h^2}{2}$$

und liefert — wie Ritter selbst angibt — für $\alpha = 0$ und $\delta = \varrho = 30°$ einen mehr als 22 % größeren Erddruck als die Formeln für ebene Gleitflächen. Dieser auffallende Unterschied dürfte schon von sich aus dazu beitragen, die Richtigkeit der Formel zu bezweifeln. Da nun die oben gegebene genaue Berechnung nur einen um 3½ % größeren Erddruckwert ergibt, so erscheint die Rittersche Formel unrichtig. Sie liefert übrigens für $\delta = \varrho$ größere Erddruckwerte als für $\delta = 0$, was ebenfalls nicht sein darf [64]).

M. Ritter hat noch vor kurzer Zeit auf seine Erddruckformel hingewiesen [65]) und dabei eine von A. Caquot gegebene Formel für die Tragfähigkeit eines Fundamentstreifens angeführt, die in derselben Art und Weise abgeleitet ist. Die letztere Formel lautet mit unserer unter II gebrauchten Abkürzung $n = \operatorname{tg}^2\left(45° + \frac{\varrho}{2}\right)$:

$$\text{Grenzlast } q = \frac{1}{4}\, \gamma\, b \sqrt{n}\, (n^2 - 1) + (\gamma\, h + p)\, n^2,$$

wenn b die Fundamentbreite, h die Gründungstiefe und p eine gleichmäßige Geländeauflast bedeuten. Daß diese Gleichung unrichtig ist, läßt sich sogar für den Fall nachweisen, daß man die von Ritter abgeleitete Gesetzmäßigkeit für die Größe der Hauptspannungen als richtig unterstellt. Denn für die unterste Spitze des eindringenden Erdkeiles muß $n\, \sigma_2 = \sigma_1$ sein, was auf die Gleichung führt:

$$q = \gamma\, b \sqrt{n}\, (n - 1) + n\, (\gamma\, h + p),$$

die mit der obigen Formel nicht identisch ist. (Fortsetzung folgt.)

[63]) M. Ritter, Zur Theorie des Erddruckes auf Stützmauern. Schweiz. Bauztg. 1910, S. 197.

[64]) Die mathematische Seite der Ableitung der Formel ist allem Anschein nach einwandfrei; der Fehler kann also nur in der Methode der Ableitung an sich stecken. Diese Methode erhält dadurch eine Stütze, daß nach ihr die Ableitung des Kötterschen Gesetzes sehr einfach und mit richtigem Ergebnis gelingt. Daß diese Art und Weise der Ableitung aber trotzdem nicht einwandfrei ist, zeigt ein Ergebnis, das man erhält, wenn man die von Ritter für sein Erdelement benutzten drei Punkte 2, 3 und 4 in eine Ebene fallen läßt. Man findet dann nämlich die Kötterscher Formel für eine ebene Gleitfläche (Gl. 50). Es ist aber nicht einzusehen, warum man nicht auch in diesem Falle das vollständige Kötterscher Gesetz erhalten soll.

[65]) M. Ritter, Grenzzustände des Gleichgewichts in Erd- und Schüttmassen. Vorbericht des 2. Kongresses der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Berlin 1936, S. 1575.

Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ingenieur Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Mitteilung der Erdbauabteilung der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin.)

(Fortsetzung aus Heft 25.)

V. Berechnung des Erddruckes auf eine starre Wand, die sich um den Geländepunkt dreht.

(Wandbewegung B.)

Wir beschränken uns auf die Berechnung des Erddruckes für lotrechte Wand und waagerechtes Gelände und einen Reibungsbeiwert $\mu = 0{,}60$ ($\varrho \approx 31°$, keine Gleitfestigkeit). Das Grundsätzliche der Druckverteilung längs der Wand und der (kreisförmig angenommenen) Gleitfläche ist bereits unter III gezeigt (s. Abb. 29b u. 36b).

Zahlenmäßig kann man den Erddruck in verschiedener Weise berechnen. Am nächsten liegt es, für die Durchrechnung die Köttersche Gleichung heranzuziehen, was auch zunächst geschehen soll. Da jedoch diese Rechnung gewisse Unstimmigkeiten ergibt, so wird anschließend in anderer Weise vorgegangen, was zwar umständlicher ist, aber genauere Ergebnisse liefert. Es wird dadurch zugleich gezeigt, daß die Köttersche Gleichung (49) nicht das alleinige Hilfsmittel beim Rechnen mit kurvenförmigen Gleitflächen ist.

Wie in den früheren Abschnitten bezeichnen wir die Spannungen in der Gleitfläche mit $\bar{\sigma}$ (Normalspannung ν und Schubspannung τ), die Spannungen längs der Wand dagegen einfach mit σ (bzw. ν und τ). Alle übrigen Bezeichnungen gehen aus Abb. 57 hervor. Aus dieser Abbildung ist abzulesen

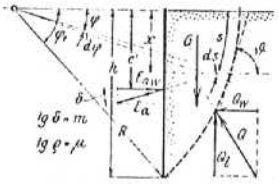


Abb. 57.

$$ds = -R\,d\vartheta,$$

womit die Köttersche Gleichung (49) lautet:

$$\bar{\sigma} = \gamma\, e^{2\mu\vartheta}\left[-R\int e^{-2\mu\vartheta}\cdot\sin(\vartheta-\varrho)\,d\vartheta + C\right],$$

deren Integration ergibt:

$$\bar{\sigma} = \frac{\gamma R}{1+4\mu^2}\left[2\mu\cdot\sin(\vartheta-\varrho)+\cos(\vartheta-\varrho)\right] + \gamma C e^{2\mu\vartheta}.$$

Für $\vartheta = 90°$ soll sich $\bar{\sigma} = 0$ ergeben, womit man erhält:

$$C = -\frac{R}{1+4\mu^2}\cdot e^{-\mu\pi}\,(2\mu\cdot\cos\varrho + \sin\varrho)$$

und durch Einsetzung dieses Wertes in die vorhergehende Gleichung mit $\vartheta = \frac{\pi}{2} - \varphi$:

$$(64)\qquad \bar{\sigma} = \frac{\gamma R}{1+4\mu^2}\left[2\mu\cdot\cos(\varphi+\varrho)+\sin(\varphi+\varrho) - 3\cdot\sin\varrho\, e^{-2\mu\varphi}\right].$$

Nach Abb. 57 sei die waagerechte Seitenkraft der Gleitflächenspannungen mit Q_w, die lotrechte Seitenkraft mit Q_l bezeichnet. Das Gewicht des Rutschkörpers sei G und sein auf den Kreismittelpunkt bezogenes Moment M_G. Ferner sei die Entfernung der waagerechten Komponente E_{a_w} des Erddruckes von der Geländelinie her mit e' und das Moment der Reibungskräfte längs der Gleitfläche mit M_R bezeichnet. Die drei Gleichgewichtsbedingungen liefern dann die Gleichungen:

$$(65)\qquad \begin{cases} Q_w = E_{a_w} \\ Q_l = G - E_{a_w}\cdot\operatorname{tg}\delta \\ M_R = M_G - E_{a_w}\, e' - \operatorname{tg}\delta\, E_{a_w}\, h\cdot\operatorname{cotg}\varphi_1. \end{cases}$$

Für Q_w und Q_l kann man anschreiben:

$$Q_w = \int_0^{\varphi_1}\sigma R\,d\varphi\cdot\cos(\varphi+\varrho) \qquad Q_l = \int_0^{\varphi_1}\sigma R\,d\varphi\cdot\sin(\varphi+\varrho)$$

oder nach Einsetzung von Gl. (64):

$$Q_w = \frac{\gamma R^2}{1+4\mu^2}\left[2\mu\int_0^{\varphi_1}\cos^2(\varphi+\varrho)\,d\varphi + \int_0^{\varphi_1}\sin(\varphi+\varrho)\cos(\varphi+\varrho)\,d\varphi - 3\cdot\sin\varrho\int_0^{\varphi_1} e^{-2\mu\varphi}\cdot\cos(\varphi+\varrho)\,d\varphi\right]$$

$$Q_l = \frac{\gamma R^2}{1+4\mu^2}\left[2\mu\int_0^{\varphi_1}\sin(\varphi+\varrho)\cos(\varphi+\varrho)\,d\varphi + \int_0^{\varphi_1}\sin^2(\varphi+\varrho)\,d\varphi - 3\cdot\sin\varrho\int_0^{\varphi_1} e^{-2\mu\varphi}\cdot\sin(\varphi+\varrho)\,d\varphi\right].$$

Die Integrationen sind leicht auszuführen. Man findet nach einigen Umformungen:

$$(66a)\qquad Q_w = \frac{\gamma R^2}{1+4\mu^2}\cdot W \qquad Q_l = \frac{\gamma R^2}{1+4\mu^2}\cdot L$$

mit

$$(66b)\qquad \begin{cases} W = \mu\varphi_1 + \dfrac{1}{1+\mu^2}\left(\dfrac{1-2\mu^2}{2} - \dfrac{3\mu^2}{1+4\mu^2}\right) \\ \quad + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1-\mu\cdot\operatorname{tg}\varphi_1}{1+\mu^2}\cdot\dfrac{3\mu\cdot\operatorname{tg}\varphi_1 - (1-2\mu^2)}{1+\operatorname{tg}^2\varphi_1} \\ \qquad - \dfrac{3\mu\cdot\cos\varphi_1\, e^{-2\mu\varphi_1}}{(1+\mu^2)(1+4\mu^2)}\left[(1+2\mu^2)\operatorname{tg}\varphi_1 - \mu\right] \\ L = \dfrac{\varphi_1}{2} - \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\mu}{(1+\mu^2)(1+4\mu^2)} \\ \quad - \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1-\mu\cdot\operatorname{tg}\varphi_1}{1+\mu^2}\cdot\dfrac{3\mu+(1-2\mu^2)\operatorname{tg}\varphi_1}{1+\operatorname{tg}^2\varphi_1} \\ \qquad + \dfrac{3\mu\cdot\cos\varphi_1\, e^{-2\mu\varphi_1}}{(1+\mu^2)(1+4\mu^2)}\,(1+2\mu^2+\mu\cdot\operatorname{tg}\varphi_1). \end{cases}$$

Für das Gewicht des abrutschenden Erdkörpers hat man:

$$(67a)\qquad G = \gamma\cdot\frac{R^2}{2}(\varphi_1 - \sin\varphi_1\cdot\cos\varphi_1) = \gamma\cdot\frac{R^2}{2}\left(\varphi_1 - \frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{1+\operatorname{tg}^2\varphi_1}\right)$$

und für sein Moment:

$$(67b)\qquad M_G = \gamma\int_0^{\varphi_1}\frac{R^2\,d\varphi}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot R\cdot\cos\varphi - \gamma\cdot\frac{hR\cdot\cos\varphi_1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot R\cdot\cos\varphi_1 = \frac{1}{3}\cdot\gamma h R^2(1-\cos^2\varphi_1) = \frac{\gamma h^3}{3}.$$

Mit diesen Werten liefert die Gleichsetzung von E_{a_w} in den ersten beiden der Gl. (65) unter Beachtung von Gl. (66a):

$$Q_w\cdot\operatorname{tg}\delta = G - Q_l$$

oder

$$(68)\qquad W\cdot\operatorname{tg}\delta = W m = \frac{1}{2}\left(\varphi_1 - \frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{1+\operatorname{tg}^2\varphi_1}\right)(1+4\mu^2) - L.$$

Da die Abkürzungen W und L nur Funktionen von μ und φ_1 sind, so findet man aus dieser Gleichung die Lage der Gleitfläche. Zahlenmäßig wird man allerdings den umgekehrten Weg gehen und für eine angenommene Gleitflächenlage das dazu gehörende $m = \operatorname{tg}\delta$ errechnen.

Schreiben wir wieder wie früher:

$$E_{a_w} = \lambda\cdot\gamma\cdot\frac{h^2}{2},$$

so liefert die erste der Gl. (66a):

$$(69)\qquad \lambda = \frac{2W}{1+4\mu^2}\cdot\frac{R^2}{h^2} = \frac{2}{\operatorname{tg}^2\varphi}\cdot\frac{1+\operatorname{tg}^2\varphi_1}{1+4\mu^2}\cdot W = 2\cdot\frac{\operatorname{tg}^2\varphi_1 + \operatorname{cotg}^2\varphi_1}{1+4\mu^2}\cdot W.$$

Den Angriffspunkt des Erddruckes erhält man aus der letzten der Gl. (65). Es ist unter Beachtung von Gl. (64):

$$M_R = R^2\cdot\sin\varrho\int_0^{\varphi_1}\sigma\,d\varphi = \gamma R^3\cdot\frac{\sin\varrho}{1+4\mu^2}\left[2\mu\int_0^{\varphi_1}\cos(\varphi+\varrho)\,d\varphi + \int_0^{\varphi_1}\sin(\varphi+\varrho)\,d\varphi - 3\cdot\sin\varrho\int_0^{\varphi_1} e^{-2\mu\varphi}\,d\varphi\right]$$

$$= \frac{\gamma h^3}{(1+4\mu^2)\sin^2\varphi_1}\cdot\frac{\sin\varrho}{\sin\varphi_1}\left[2\mu\left(\sin(\varphi_1+\varrho) - \sin\varrho\right) + \left(\cos\varrho - \cos(\varphi_1+\varrho)\right) - \frac{3\cdot\sin\varrho}{2\mu}\left(1 - e^{-2\mu\varphi_1}\right)\right].$$

Dies in Gl. (65) eingesetzt, ergibt nach einigen Umformungen:

$$(70)\qquad \lambda\left(\frac{e'}{h} + m\cdot\operatorname{cotg}\varphi_1\right) = \frac{2}{3} - \frac{2\mu}{1+\mu^2}\cdot\frac{\operatorname{tg}^2\varphi_1 + \operatorname{cotg}^2\varphi_1}{1+4\mu^2}\cdot\left[3\mu - (1-2\mu^2)\operatorname{cotg}\varphi_1 - \frac{1{,}5\left(1-e^{-2\mu\varphi_1}\right) - (1-2\mu^2)}{\sin\varphi_1}\right].$$

Damit sind alle gesuchten Größen zu berechnen.

Die Zahlenrechnung für $\mu = 0{,}60$ ergibt die folgenden in Tabelle 4 aufgeführten Zahlen[69]):

Tabelle 4.

$\varphi_1 =$	0,7	0,8	0,9
$W =$	0,176 98	0,195 37	0,206 89
$L =$	0,260 79	0,324 63	0,367 73
$m =$	−0,044 7	0,213 1	0,561 7
$\lambda =$	0,349 5	0,311 2	0,276 4
$e'/h =$	0,517 1	0,517 3	0,536 4
$\frac{\nu_u}{\gamma h} =$	0,361 9	0,321 7	0,279 7

$\nu_u = \nu$ im untersten Punkt der Gleitfläche.

[69]) Mit Benutzung von: K. Hayashi, Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen . . . . Berlin und Leipzig 1928.

In Abb. 58 sind die Werte λ, $\frac{e'}{h}$ und φ_1 als Abhängige von $m = \operatorname{tg}\delta$ aufgezeichnet (mit vollen Linien). Die λ-Werte liegen durchweg höher als die Werte der vergleichsweise strichpunktiert eingetragenen λ-Linie für eine Drehung der Wand um den unteren Punkt. Der Angriffspunkt des Erddruckes liegt ungefähr in halber Höhe der Wand. Die Verteilung des Erddruckes längs der Wand ist deshalb annähernd parabelförmig anzunehmen, da die Erdspannung in Geländehöhe Null sein muß. Näheres siehe weiter unten.

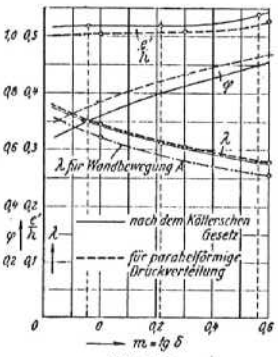


Abb. 58.
Ergebnisse für Wandbewegung B.

Die Druckverteilung längs der Gleitfläche ist durch Gl. (64) gegeben, die man auch umformen kann in:

$$(64\,a)\quad \frac{\bar{v}}{\gamma h} = \frac{1}{(1+\mu^2)(1+4\mu^2)\sin\varphi_1}\left[(1-2\mu^2)\sin\varphi + 3\mu\left(\cos\varphi - e^{-2\mu\varphi}\right)\right].$$

Hierin $\varphi = \varphi_1$ gesetzt, ergibt die Formel für $\frac{\bar{v}_a}{\gamma h}$, nach der die entsprechenden Werte in der obigen Tabelle berechnet sind. — Um mit der jetzt folgenden Berechnung vergleichen zu können, entnehmen wir der Abb. 58 die Zahlenwerte für $m = 0{,}3$ (oder besser: wir berechnen sie durch parabolisches Zwischenschalten nach der Zahlentafel 4): $\varphi_1 = 0{,}8275$; $\lambda = 0{,}3013$; $e'/h = 0{,}5207$. Nach Gl. (64a) findet man weiter:

$$\frac{\bar{v}}{\gamma h} = 0{,}1698 \qquad 0{,}2722 \qquad 0{,}3161 \qquad 0{,}3100$$

$$\text{für } \varphi = \frac{1}{4}\cdot\varphi_1 \qquad \frac{1}{2}\cdot\varphi_1 \qquad \frac{3}{4}\cdot\varphi_1 \qquad \varphi_1.$$

Mit Hilfe dieser Zahlen ist die Druckverteilung längs der Gleitfläche in Abb. 59 zeichnerisch dargestellt. —

Als Überleitung zu einer noch genaueren Berechnung sei unsere Aufgabe jetzt unter der Annahme parabelförmiger Spannungsverteilung längs der Gleitfläche und der Wand durchgerechnet. Es möge also gelten:

längs der Wand: (71 a) $\quad v = c_1\,\gamma\,x - c_2\,\gamma\cdot\frac{x^2}{h}$,

längs der Gleitfläche: (71 b) $\quad \bar{v} = \bar{c}_1\,\gamma\,s - \bar{c}_2\,\gamma\cdot\frac{s^2}{R}$.

Für Q_w, Q_l und M_R hat man:

$$(72)\quad \begin{cases} Q_w = \gamma R^2 \int_0^{\varphi_1}\left(\bar{c}_1\varphi - \bar{c}_2\varphi^2\right)\cos\varphi\,d\varphi - \gamma R^2\mu\int_0^{\varphi_1}\left(\bar{c}_1\varphi - \bar{c}_2\varphi^2\right)\sin\varphi\,d\varphi \\ Q_l = \gamma R^2 \int_0^{\varphi_1}\left(\bar{c}_1\varphi - \bar{c}_2\varphi^2\right)\sin\varphi\,d\varphi + \gamma R^2\mu\int_0^{\varphi_1}\left(\bar{c}_1\varphi - \bar{c}_2\varphi^2\right)\cos\varphi\,d\varphi \\ M_R = R\,\mu\int_0^{\varphi_1} v\,R\,d\varphi = \gamma R^3\mu\int_0^{\varphi_1}\left(\bar{c}_1\varphi - \bar{c}_2\varphi^2\right)d\varphi \end{cases}$$

oder nach leichter Zwischenrechnung:

$$(73\,a)\quad \begin{cases} \frac{Q_w}{\gamma R^2} = W_1\bar{c}_1 - W_2\bar{c}_2 \\ \frac{Q_l}{\gamma R^2} = L_1\bar{c}_1 - L_2\bar{c}_2 \\ \frac{M_R}{\gamma R^3} = \frac{\mu\varphi_1^2}{2}\left(\bar{c}_1 - \frac{2}{3}\cdot\bar{c}_2\varphi_1\right) \end{cases}$$

mit

$$(73\,b)\quad \begin{cases} W_1 = (\varphi_1 - \mu)\sin\varphi_1 + (1+\mu\varphi_1)\cos\varphi_1 - 1 \\ L_1 = -(\varphi_1 - \mu)\cos\varphi_1 + (1+\mu\varphi_1)\sin\varphi_1 - \mu \\ W_2 = [2(\varphi_1 - \mu) + \mu\varphi_1^2]\cos\varphi_1 - [2(1+\mu\varphi_1) - \varphi_1^2]\sin\varphi_1 + 2\mu \\ L_2 = [2(\varphi_1 - \mu) + \mu\varphi_1^2]\sin\varphi_1 + [2(1+\mu\varphi_1) - \varphi_1^2]\cos\varphi_1 - 2. \end{cases}$$

Gl. (73a) in Gl. (65) eingesetzt, ergeben unter Beachtung der Gl. (67), wenn man die ersten beiden Gleichungen durch γR^2 und die letzte durch γh^3 teilt:

$$(74)\quad \begin{cases} W_1\bar{c}_1 - W_2 c_2 = \frac{1}{2}\cdot\sin^2\varphi_1\cdot\lambda \\ L_1\bar{c}_1 - L_2\bar{c}_2 = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \sin\varphi_1\cdot\cos\varphi_1) - \frac{1}{2}\cdot m\cdot\sin^2\varphi_1\cdot\lambda \\ \frac{\mu\varphi_1^2}{2\cdot\sin^3\varphi_1}\left(\bar{c}_1 - \frac{2}{3}\cdot\bar{c}_2\varphi_1\right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\cdot\lambda\cdot\frac{e'}{h} - \frac{1}{2}\cdot m\cdot\operatorname{cotg}\varphi_1\cdot\lambda. \end{cases}$$

Nach kurzer Zwischenrechnung erhält man hieraus die gesuchten Größen:

$$(75)\quad \begin{cases} \lambda\left(m + \frac{L_2}{W_2}\right) = (1+\operatorname{cotg}^2\varphi_1)\left[\varphi_1 + 2\,c_1\left(W_1\cdot\frac{L_2}{W_2} - L_1\right)\right] - \operatorname{cotg}\varphi_1 \\ c_2(L_2 + m\,W_2) = c_1(L_1 + m\,W_1) - \frac{1}{2}(\varphi_1 - \sin\varphi_1\cdot\cos\varphi_1) \\ \frac{e'}{h} = \frac{1}{\lambda}\left[\frac{2}{3} - \frac{\mu\varphi_1^2}{\sin^3\varphi_1}\left(c_1 - \frac{2}{3}\cdot c_2\varphi_1\right)\right] - m\cdot\operatorname{cotg}\varphi_1. \end{cases}$$

In diesen Formeln ist der Wert c_1 als bekannt anzusehen, denn in der Nähe der Oberfläche gilt: $v = c_1\,\gamma\,s$, nach den Darlegungen unter III aber auch: $\bar{v} = \frac{1}{1+\mu^2}\cdot\gamma\,s$, so daß

$$c_1 = \frac{1}{1+\mu^2}.$$

Dagegen ist die Lage der Gleitfläche (φ_1) nicht von vornherein bekannt. Die Gleitfläche wird sich dort ausbilden, wo der Neigungswinkel der Erdspannungen seinen größten Wert erreicht, d. i. (nach Rebhann) dort, wo sich der Größtwert des Erddruckes ergibt (unter der Annahme voller Erdreibung in jeder untersuchten Gleitfläche). Es bleibt also nichts weiter übrig, als die Rechnung mit mehreren Gleitflächen durchzuführen, um dadurch den Größtwert von E_{a_w} bzw. λ zu finden. — Ich habe die Zahlenrechnung für 4 φ_1-Werte durchgeführt; das Ergebnis dieser Berechnung bringt die Tabelle 5 $\left(c_1 = \frac{1}{1+0{,}6^2} = 0{,}735\,29\right)$.

Tabelle 5.

$\varphi_1 =$		0,60	0,70	0,80	0,90
λ für	$m = 0{,}6$	0,2388	0,2572	0,2699	0,2762
	$m = 0{,}3$	0,2780	0,2938	0,3025	0,3038
	$m = 0$	0,3327	0,3425	0,3441	0,3375
$\frac{e'}{h}$ für	$m = 0{,}6$	0,5053	0,5239	0,5318	0,5299
	$m = 0{,}3$	0,5125	0,5187	0,5151	0,5020
	$m = 0$	0,5198	0,5134	0,4984	0,4740
$\bar{c}_2$ für	$m = 0{,}6$	1,1369	0,8962	0,7193	0,5846
	$m = 0{,}3$	1,0001	0,7774	0,6168	0,4972
	$m = 0$	0,8095	0,6192	0,4862	0,3903

Den Größtwert von λ wie auch die sich darauf stützenden anderen Werte $\left(\text{z. B. } \varphi_1 \text{ und } \frac{e'}{h}\right)$ ermitteln wir nach den Interpolationsformeln von Newton oder Gauß[67]). Z. B. erhält man für $m = 0{,}3$ mit den Zahlen der Tabelle 5.

$$\lambda = 0{,}3025 + 0{,}0505\,(\varphi_1 - 0{,}8) - 0{,}37\,(\varphi_1 - 0{,}8)^2 - 0{,}05\,(\varphi_1 - 0{,}8)^3.$$

Der Größtwert von λ tritt auf für

$$\frac{d\lambda}{d\varphi} = 0{,}0505 - 0{,}74\,(\varphi_1 - 0{,}8) - 0{,}15\,(\varphi_1 - 0{,}8)^2 = 0$$

oder für $\varphi_1 = 0{,}8673$ und beträgt:

$$\lambda_m = 0{,}3025 + 0{,}0505\cdot 0{,}0673 - 0{,}37\cdot 0{,}0673^2 - 0{,}05\cdot 0{,}0673^3 = 0{,}3042.$$

Mit Hilfe der Interpolationsformeln erhält man weiter für $\varphi_1 = 0{,}8673$: $\frac{e'}{h} = 0{,}5074$; $\bar{c}_2 = 0{,}5331$. Schließlich liefert Gl. (71 b) noch folgende Spannungswerte längs der Gleitfläche:

$$\frac{\bar{v}}{\gamma h} \approx 0{,}1763 \qquad 0{,}2867 \qquad 0{,}3314 \qquad 0{,}3104$$

$$\text{für } \varphi = \frac{1}{4}\cdot\varphi_1 \qquad \frac{1}{2}\cdot\varphi_1 \qquad \frac{3}{4}\cdot\varphi_1 \qquad \varphi_1.$$

Diese Zahlenwerte einschl. der zugehörigen Gleitfläche sind in Abb. 59 gestrichelt eingetragen, um einen Vergleich mit der Durchrechnung auf Grund des Kötterschen Gesetzes zu haben. In derselben Weise wie für $m = 0{,}3$ kann man auch für $m = 0{,}6$ und $m = 0$ die Werte φ, λ, $\frac{e'}{h}$ und $\bar{c}_2$ ermitteln (s. Tabelle 7 für $n = 2$). Die gestrichelten Linien in Abb. 58 geben den Verlauf dieser Werte an. Man sieht, daß der Unterschied beider Berechnungsarten nur unbedeutend ist.

Nimmt man vorläufig auch für den Erddruck längs der Wand parabelförmige Verteilung [nach Gl. (71 a)] an, so hat man die beiden Gleichgewichtsbedingungen:

$$E_{a_w}\left(= \lambda\cdot\gamma\,\frac{h^2}{2}\right) = \int_0^h v\,dx = \gamma\int_0^h\left(c_1\,x - c_2\cdot\frac{x^2}{h}\right)dx$$

$$= \gamma\left(c_1\cdot\frac{h^2}{2} - c_2\cdot\frac{h^2}{3}\right)$$

[67]) S. z. B. Fr. A. Willers, Methoden der praktischen Analysis, S. 75 bis 78. Berlin und Leipzig 1928.

$$e' \cdot E_{a_w}\left(= e' \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2}\right) = \int_0^h v\, dx\, x = \gamma \int_0^h \left(c_1 x^2 - c_2 \cdot \frac{x^3}{h}\right) dx$$
$$= \gamma\left(c_1 \cdot \frac{h^3}{3} - c_2 \cdot \frac{h^3}{4}\right),$$

woraus folgt:

$$(76) \qquad \begin{cases} c_1 = 3\,\lambda\left(3 - 4 \cdot \frac{e'}{h}\right), \\ c_2 = 6\,\lambda\left(2 - 3 \cdot \frac{e'}{h}\right). \end{cases}$$

Zahlenmäßig erhält man für $m = 0{,}3$: $c_1 = 0{,}8856$ und $c_2 = 0{,}8721$, als Gleichung der parabelförmigen Druckverteilung also

$$\frac{v}{\gamma h} = 0{,}8856 \cdot \frac{x}{h} - 0{,}8721 \cdot \frac{x^2}{h^2}.$$

Ebenso erhält man für $m = 0{,}3$ nach der ersten mit Hilfe des Kötterschen Gesetzes durchgeführten Berechnung:

$$\frac{v}{\gamma h} = 0{,}8290 \cdot \frac{x}{h} - 0{,}7916 \cdot \frac{x^2}{h^2}.$$

Die hiernach leicht zu berechnenden Verteilungslinien des Erddruckes längs der Wand sind in Abb. 59 eingetragen. — Im ganzen dürften Abb. 58 u. 59 zeigen, daß die Durchrechnung mit Hilfe des Kötterschen Gesetzes und die Berechnung mit parabelförmig angenommener Druckverteilung für kreisförmige Gleitflächen ungefähr übereinstimmen.

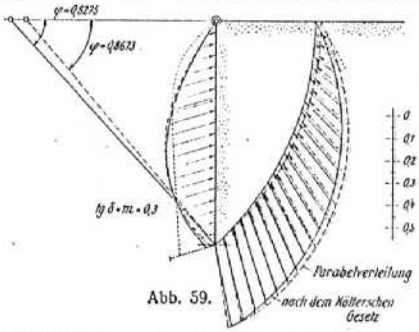


Abb. 59.

Abb. 59 läßt jedoch eine Unstimmigkeit erkennen, die nicht übergangen werden kann: Im untersten Wandpunkt ist die Erddruckspannung gegenüber dem Gleitflächendruck viel zu klein, als daß auch nur annähernd das aus der Spannungsellipse folgende Verhältnis erfüllt sein könnte; denn nach den Gesetzen des Gleichgewichts kleiner Elemente müßte der Erddruck im untersten Punkt etwa die in Abb. 59 strichpunktiert eingetragene Ordinate haben (Nachweis siehe weiter unten mit Hilfe von Tabelle 8). Nun wird man einwenden können, der Erddruck brauche nicht unbedingt, wie angenommen, parabelförmig verteilt zu sein, wodurch sich für den untersten Wanddruck andere Werte ergeben könnten. Jedoch ist es auch mit anderen Druckverteilungskurven nicht möglich, die Unstimmigkeit im untersten Wandpunkt zu beseitigen, wenigstens so lange nicht, als man es mit einsinnig gekrümmten Kurven (ohne Wendepunkt) versucht, was bei einer starren Wand doch wohl gefordert werden muß. Der äußerste Fall, der $\left(\text{für } \lambda = 0{,}3013 \text{ und } \frac{e'}{h} = 0{,}5207\right)$ noch möglich wäre, ist in Abb. 59 punktiert eingetragen (berechnet nach weiter unten gegebenen Formeln). — Man wird aus dieser Unstimmigkeit den Schluß zu ziehen haben, daß die Gleitfläche nicht genau kreisförmig sein kann.

Hält man der einfachen Rechnung halber an der Kreisform der Gleitfläche fest, so kann man nach den obigen Ausführungen nicht eine annähernd parabelförmige Druckverteilung erwarten und muß aus denselben Gründen auch das Kötterscher Gesetz für die Druckverteilung fallen lassen. Daß letzteres zulässig ist, haben wir schon unter IV angedeutet. Das Kötterscher Gesetz gilt streng nur für die genaue Form der Gleitfläche und ist deshalb für kreisförmige Gleitflächen eben auch nur eine Näherung.

Die nachstehend gezeigte genauere Berechnung ist nun einfach eine Erweiterung der Rechnung für parabelförmige Verteilung, indem die Druckverteilung nach der Gleichung

$$(77) \qquad \bar{v} = \bar{c}_1\, \gamma\, s - \bar{c}_n\, \gamma \cdot \frac{s^n}{R^{n-1}}$$

angenommen und die Zahlenrechnung für die Werte $n = 3$ und $n = 4$ in derselben Weise durchgeführt wird wie für $n = 2$. Es ist dann durch Interpolieren möglich, einen oder mehrere n-Werte herauszufinden, für die die Unstimmigkeit im untersten Wandpunkte nicht vorhanden ist. Von diesen n-Werten wird dann wiederum der den größten Erddruck liefernde ausgewählt.

An Stelle der Gl. (73a) müssen wir jetzt anschreiben:

$$(78) \qquad \begin{cases} \frac{Q_w}{\gamma R^2} = W_1\, c_1 - W_n\, c_n \\ \frac{Q_t}{\gamma R^2} = L_1\, c_1 - L_n\, c_n \\ \frac{M_R}{\gamma R^2} = \frac{\mu\, \varphi_1^2}{2}\left(c_1 - \frac{2}{n+1} \cdot c_n\, \varphi_1^{n-1}\right). \end{cases}$$

Da an Hand der Gl. (72) u. (73) ohne weiteres ersichtlich ist, in welcher Weise die Werte W_n und L_n $(n = 2, 3, 4 \ldots)$ zu finden sind, so seien hier gleich die fertigen Formeln gegeben:

$$(79) \qquad \begin{cases} W_3 = -\left[3\left(2(\varphi_1 - \mu) + \mu\, \varphi_1^2\right) - \varphi_1^3\right] \sin \varphi_1 \\ \qquad\qquad - \left[3\left(2(1 + \mu\, \varphi_1) - \varphi_1^2\right) - \mu\, \varphi_1^3\right] \cos \varphi_1 + 6 \\ L_3 = \left[3\left(2(\varphi_1 - \mu) + \mu\, \varphi_1^2\right) - \varphi_1^3\right] \cos \varphi_1 \\ \qquad\qquad - \left[3\left(2(1 + \mu\, \varphi_1) - \varphi_1^2\right) - \mu\, \varphi_1^3\right] \sin \varphi_1 + 6\,\mu \\ W_4 = -\left\{4\left[3\left(2(\varphi_1 - \mu) + \mu\, \varphi_1^2\right) - \varphi_1^3\right] - \mu\, \varphi_1^4\right\} \cos \varphi_1 \\ \qquad + \left\{4\left[3\left(2(1 + \mu\, \varphi_1) - \varphi_1^2\right) - \mu\, \varphi_1^3\right] + \varphi_1^4\right\} \sin \varphi_1 - 24\,\mu \\ L_4 = -\left\{4\left[3\left(2(\varphi_1 - \mu) + \mu\, \varphi_1^2\right) - \varphi_1^3\right] - \mu\, \varphi_1^4\right\} \sin \varphi_1 \\ \qquad - \left\{4\left[3\left(2(1 + \mu\, \varphi_1) - \varphi_1^2\right) - \mu\, \varphi_1^3\right] + \varphi_1^4\right\} \cos \varphi_1 + 24. \end{cases}$$

An Stelle der Gl. (74b) erhält man:

$$(80) \qquad \begin{cases} \lambda\left(m + \frac{L_n}{W_n}\right) = (1 + \operatorname{colg}^2 \varphi_1)\left[\varphi_1 + 2\, c_1\left(W_1 \cdot \frac{L_n}{W_n} - L_1\right)\right] \\ \qquad\qquad - \operatorname{colg} \varphi_1 \\ c_2\,(L_n + m\, W_n) = c_1\,(L_1 + m\, W_1) - \frac{1}{2}\,(\varphi_1 - \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1) \\ \frac{e'}{h} = \frac{1}{\lambda}\left[\frac{2}{3} - \frac{\mu\, \varphi_1^2}{\sin^3 \varphi_1}\left(c_1 - \frac{2}{n+1} \cdot c_n\, \varphi_1^{n-1}\right)\right] - m \cdot \operatorname{colg} \varphi_1. \end{cases}$$

Die zahlenmäßige Auswertung der Gl. (79) u. (80) für $\mu = 0{,}60$ bringt die nachstehende Tabelle 6:

Tabelle 6.

		$\varphi_1 =$	0,70	0,80	0,90	1,00
$n = 3$	λ für	$m = 0{,}6$	0,2742	0,2892	0,2971	0,2983
		$m = 0{,}3$	0,3105	0,3209	0,3232	0,3179
		$m = 0$	0,3579	0,3604	0,3542	0,3402
	$\frac{e'}{h}$ für	$m = 0{,}6$	0,4463	0,4606	0,4651	0,4553
		$m = 0{,}3$	0,4597	0,4606	0,4519	0,4288
		$m = 0$	0,4731	0,4607	0,4387	0,4023
	c_3 für	$m = 0{,}6$	1,7059	1,2016	0,8705	0,6416
		$m = 0{,}3$	1,4669	1,0200	0,7320	0,5389
		$m = 0$	1,1551	0,7938	0,5670	0,4184
$n = 4$	λ für	$m = 0{,}6$	0,2852	0,3009	0,3110	0,3142
		$m = 0{,}3$	0,3212	0,3319	0,3358	0,3319
		$m = 0$	0,3675	0,3699	0,3648	0,3517
	$\frac{e'}{h}$ für	$m = 0{,}6$	0,3983	0,4234	0,4283	0,4207
		$m = 0{,}3$	0,4232	0,4321	0,4234	0,4017
		$m = 0$	0,4482	0,4409	0,4185	0,3826
	c_4 für	$m = 0{,}6$	3,0400	1,8819	1,2145	0,8119
		$m = 0{,}3$	2,5995	1,5879	1,0138	0,6729
		$m = 0$	2,0321	1,2265	0,7783	0,5173

Aus diesen Zahlen lassen sich wieder mit Hilfe von Interpolationsformeln die Erddruck-Größtwerte λ_m ermitteln (wie es oben in dem Beispiel $n = 2$ und $m = 0{,}3$ angedeutet ist). Man erhält die in Tabelle 7 gegebenen Werte:

Tabelle 7.

	$m = 0{,}6$			$m = 0{,}3$			$m = 0$		
$n =$	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$\varphi_1 =$	0,9395	0,9683	0,9916	0,8673	0,8791	0,9021	0,7695	0,7773	0,7830
$\lambda_m =$	0,2769	0,2986	0,3142	0,3042	0,3234	0,3358	0,3445	0,3606	0,3700
$\frac{e'}{h} =$	0,5266	0,4602	0,4216	0,5074	0,4547	0,4231	0,5039	0,4642	0,4433
$c_n =$	0,5383	0,7089	0,8411	0,5331	0,7822	1,0050	0,5219	0,7974	1,3336
$\frac{v_n}{\gamma h} =$	0,2672	0,0830	−0,1005	0,3104	0,1493	−0,0029	0,3690	0,2810	0,1056
$\frac{v_n'}{\gamma h} =$	0,2672	0,0830	−0,1005	0,1983	0,0949	−0,0018	0,2086	0,1582	0,0592

Die Berechnung der Druckverteilung längs der Gleitfläche erfolgt nach Gl. (77). Man kann diese Gleichung leicht umformen in:

$$\frac{\bar{v}}{\gamma h} = \frac{\varphi}{\sin\varphi_1}\left(\bar{c}_1 - \bar{c}_n \varphi^{n-1}\right). \tag{77a}$$

Für $\varphi = \varphi_1$ erhält man hieraus die Formel, nach der die $\frac{v_n}{\gamma h}$-Werte der obigen Tabelle berechnet sind.

In der Tabelle sind noch die Werte v_n' für die Endspannung im untersten Punkt der Wand angegeben, wie sie nach den Gesetzen der Spannungsellipse gefordert werden muß. Da der Wandwinkel φ_1 für die durchgerechneten kreisförmigen Gleitflächen willkürlich angenommen ist, infolgedessen im allgemeinen nicht mit der nach der Spannungsellipse zu fordernden Gleitrichtung übereinstimmt, so lassen sich auch die Verhältniszahlen

$$\zeta = \bar{v}_n : v_n' \quad \text{und} \quad \zeta' = \bar{\sigma}_n : \sigma_n'$$

in diesem Falle nicht eindeutig berechnen. Man kann nur zwei Grenzen ζ_1 und ζ_2 angeben, zwischen denen ζ liegen muß. Um trotzdem mit eindeutigen Werten rechnen zu können, machen wir die naheliegende Annahme:

$$\zeta' \approx \sqrt{\zeta_1 \zeta_2}.$$

Die Grenzwerte findet man nach II wie folgt:

1. Geht man von der Erddruckrichtung δ aus, so ist die Neigung i der Spannungsellipse gegen die Wand nach Gl. (22) gegeben und das Verhältnis $\sigma : \sigma_1$ nach Gl. (6) zu berechnen. Das Verhältnis $\sigma : \sigma_1$ erhält man ebenfalls aus Gl. (6) mit $i' = 90° - (\varrho - i + \varphi_1)$ nach Abb. 60a.

Im ganzen ist

$$\zeta_1' = n\sqrt{\frac{1 + \mathrm{tg}^2 i}{n^2 + \mathrm{tg}^2 i} \cdot \frac{1 + \mathrm{tg}^2(\varrho - i + \varphi_1)}{n^2 + \mathrm{tg}^2(\varrho - i + \varphi_1)}}. \tag{81a}$$

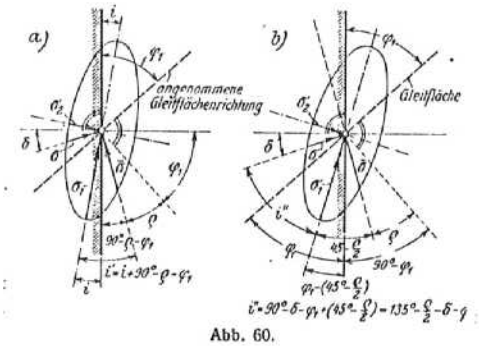


Abb. 60.

2. Geht man hingegen von der angenommenen Gleitflächenrichtung aus, so ist nach Gl. (29a): $\bar{\sigma} = \sigma_1 : \sqrt{n}$. Der Winkel i' zwischen σ und der großen Ellipsenachse ist nach Abb. 60b: $i' = 135° - \frac{\varrho}{2} - \delta - \varphi_1$, mithin unter Beachtung von Gl. (6):

$$\zeta_2' = \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{1 + n^2 \cdot \mathrm{tg}^2\left(135° - \frac{\varrho}{2} - \delta - \varphi_1\right)}{1 + \mathrm{tg}^2\left(135° - \frac{\varrho}{2} - \delta - \varphi_1\right)}}. \tag{81b}$$

Im ganzen hat man schließlich:

$$\zeta = \frac{\bar{\sigma} \cdot \cos\varrho}{\sigma \cdot \cos\delta} = \zeta' \cdot \frac{\cos\varrho}{\cos\delta} = \frac{\cos\varrho}{\cos\delta}\sqrt{\zeta_1 \zeta_2}. \tag{81c}$$

Für $m = \mu\,(\delta = \varrho)$ ist in Übereinstimmung mit der genauen Forderung: $\zeta' = \zeta = 1{,}0$.

Man erhält für $\mu = 0{,}60$ die Zahlen der Tabelle 8, mit denen die v_n'-Werte der Tabelle 7 berechnet sind.

Tabelle 8.

$\varphi_1 =$		0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
für $m = 0{,}6$	$\zeta =$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$m = 0{,}3$	$\zeta_1' =$	1,497	1,684	1,920	2,206	2,518
	$\zeta_2' =$	1,656	1,591	1,513	1,422	1,321
	$\zeta =$	1,410	1,465	1,525	1,585	1,632
$m = 0$	$\zeta_1' =$	1,965	2,252	2,586	2,912	3,108
	$\zeta_2' =$	1,760	1,739	1,702	1,651	1,585
	$\zeta =$	1,595	1,696	1,800	1,880	1,902

Im weiteren Verfolg der Rechnung müssen wir für die Erddruckverteilung eine ähnliche Annahme machen wie für die Druckverteilung längs der Gleitfläche (s. Gl. 77a) und dann die n-Werte suchen, die für den untersten Wandpunkt gerade die Verhältniswerte ζ der Tabelle 8 liefern. Es liegt also nahe, von der Gleichung

$$\frac{v}{\gamma h} = c_1 \cdot \frac{x}{h} - c\left(\frac{x}{h}\right)^{\omega}$$

auszugehen, die man auch in der Form

$$\frac{v}{\gamma h} = \frac{v_1}{\gamma h} + \frac{v_\omega}{\gamma h} = c_1' \cdot \frac{x}{h} + c \cdot \frac{x}{h}\left[1 - \left(\frac{x}{h}\right)^{\omega - 1}\right] \tag{82}$$

schreiben kann, wodurch die in Abb. 61a veranschauliche Zweiteilung der Druckverteilungsfläche zum Ausdruck kommt. Mit den Bezeichnungen dieser Abbildung gilt für den Inhalt und die Schwerpunktslage der durch die Kurve begrenzten Fläche mit den Ordinaten v_ω:

$$\begin{aligned} E_\omega &= \int_0^h v_\omega\, dx = \gamma c\left[\int_0^h x\, dx - \frac{1}{h^{\omega-1}}\int_0^h x^\omega\, dx\right] \\ &= \gamma c\left(\frac{h^2}{2} - \frac{h^2}{\omega + 1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega - 1}{\omega + 1} \cdot c\,\gamma h^2 \\ e_\omega' E_\omega &= \int_0^h v_\omega\, dx\, x = \gamma c\left[\int_0^h x^2\, dx - \frac{1}{h^{\omega-1}}\int_0^h x^{\omega+1}\, dx\right] \\ &= \gamma c\left(\frac{h^3}{3} - \frac{h^3}{\omega + 2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\omega - 1}{\omega + 2} \cdot c\,\gamma h^3. \end{aligned} \tag{83}$$

Für $v_n = 0$ $(c_1' = 0)$ wäre $E_{a_\omega} = E_\omega = \lambda \cdot \gamma \frac{h^2}{2}$ und nach Gl. (83):

$$\lambda = \frac{\omega - 1}{\omega + 1} \cdot c \quad \text{und} \quad e_\omega' \lambda = \frac{2}{3} \cdot \frac{\omega - 1}{\omega + 2} \cdot c\,h \tag{84a}$$

oder:

$$\frac{e_\omega'}{h} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\omega + 1}{\omega + 2}. \tag{84b}$$

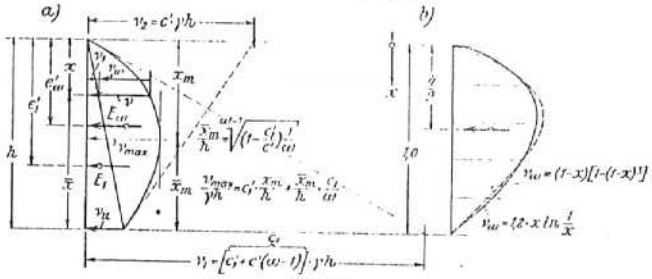


Abb. 61.

Nun ist $\left(\frac{e_\omega'}{h}\right)_{\omega = \infty} = \frac{2}{3}$ und $\left(\frac{e_\omega'}{h}\right)_{\omega = 1} = \frac{4}{9} \approx 0{,}444$.

Das besagt, daß Gl. (82) nur zu verwenden ist, wenn der Angriffspunkt des Erddruckes innerhalb der Grenzen $e' \approx 0{,}667\,h$ und $e' \approx 0{,}444\,h$ liegt. Im ersteren Fall $(\omega = \infty)$ liefert Gl. (82) ein Dreieck, im zweiten Grenzfall $(\omega = 1)$ die Kurve $\frac{v}{\gamma h} = C \cdot \frac{x}{h} \cdot \ln \frac{h}{x}$, die in Abb. 61b dargestellt ist. — In der Tabelle 7 sind e'-Werte bis zu $0{,}42\,h$ aufgeführt. Gl. (82) ist deshalb nicht immer brauchbar. Wohl aber kommen wir zum Ziel, wenn wir x vom unteren Wandpunkt aus nach oben zählen, also setzen $x = h - x$, denn dadurch lassen sich e'-Werte bis zu $0{,}333\,h$ erfassen. Wir nehmen für die Erddruckverteilung daher endgültig an:

$$\begin{aligned} \frac{v}{\gamma h} &= c_1' \cdot \frac{x}{h} + c' \cdot \frac{x}{h}\left[1 - \left(\frac{x}{h}\right)^{\omega - 1}\right] \\ &= c_1' \cdot \frac{x}{h} + c'\left(1 - \frac{x}{h}\right)\left[1 - \left(1 - \frac{x}{h}\right)^{\omega - 1}\right]. \end{aligned} \tag{85}$$

Unter Beachtung von Gl. (84b) ist damit

$$\frac{e_\omega'}{h} = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{\omega + 1}{\omega + 2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\omega + 4}{\omega + 2}. \tag{84c}$$

Für $\frac{e_\omega'}{h} = \frac{4}{9}$ erhält man z. B. $\omega = 4$. In Abb. 61b sind die Kurven

$$v_\omega = (1 - x) - (1 - x)^4$$

$$\text{und} \quad v_\omega = \frac{6}{5} \cdot x \cdot \ln \frac{1}{x}$$

für $x = 0$ bis $x = 1$ verglichen, die beide gleichen Inhalt und gleiche Schwerpunktslage haben.

Für die Druckverteilung nach Gl. (85) gilt im Hinblick auf Abb. 61a und unter Beachtung von Gl. (83) u. (84c):

$$E_{a_w}\left(=\lambda\cdot\gamma\cdot\frac{h^2}{2}\right)=E_1+E_\omega=c_1'\gamma\cdot\frac{h^2}{2}+c'\cdot\frac{\omega-1}{\omega+1}\cdot\gamma\cdot\frac{h^2}{2}$$

$$e'\cdot E_{a_w}\left(=e'\cdot\lambda\cdot\gamma\frac{h^2}{2}\right)=E_1e_1'+E_\omega e_\omega'=c_1'\gamma\cdot\frac{h^2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot h$$
$$+c'\cdot\frac{\omega-1}{\omega+1}\cdot\gamma\cdot\frac{h^2}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{\omega+4}{\omega+2}.$$

Die Auflösung nach c_1' und c' liefert

$$(86)\qquad \begin{cases} c'=\dfrac{\omega+1}{\omega-1}\cdot\dfrac{\omega+2}{\omega}\left(2-3\cdot\dfrac{e'}{h}\right)\lambda \\ c_1'=\left[1-\dfrac{\omega+2}{\omega}\left(2-3\cdot\dfrac{e'}{h}\right)\right]\lambda. \end{cases}$$

Um die Druckverteilungslinie bequem auftragen zu können, sind in Abb. 61a noch Formeln für σ_{max} und die Tangentenrichtungen angegeben.

Bei der Berechnung der Erddruckverteilung nach Gl. (85) u. (86) kann man für ω im allgemeinen verschiedene Werte einsetzen. Jedoch muß ω innerhalb zweier Grenzen ω_I und ω_{II} liegen, die aus folgenden zwei Bedingungen hervorgehen:

I. Die Erdspannung σ_u im untersten Wandpunkt darf nicht negativ werden und

II. im oberen Teil darf der Wanddruck nicht den Erdwiderstand überschreiten.

Der ersten Bedingung genügen wir durch Nullsetzen von c_1' in Gl. (86), also durch:

$$(87a)\qquad \omega=(\omega+2)\left(2-3\cdot\frac{e'}{h}\right);\quad \omega_I=2\cdot\frac{2-3\cdot\dfrac{e'}{h}}{3\cdot\dfrac{e'}{h}-1}.$$

Der zweite Grenzfall ist erreicht für $c_1=\lambda_p$, wenn λ_p die Verhältniszahl des waagerechten Teils des Erdwiderstandes bedeutet. Nach Abb. 61a und Gl. (86) ist:

$$\lambda_p=c_1=c_1'+(\omega-1)c'=\lambda\left[1+\frac{\omega+2}{\omega}\left(2-3\cdot\frac{e'}{h}\right)(\omega+1-1)\right]$$

oder

$$(87b)\qquad \omega_{II}=\frac{\dfrac{\lambda_p}{\lambda}-1}{2-3\cdot\dfrac{e'}{h}}-2.$$

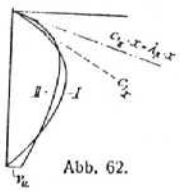


Abb. 62.

Den beiden Grenzwerten ω mögen die n-Werte n_I und n_{II} entsprechen. Da nach Tabelle 7 die Spannungen σ_u mit n abnehmen, so sind größere n-Werte als n_I nicht zulässig, wenn die unterste Gleitflächenspannung σ_u nicht negativ werden soll. Es muß daher stets $n_{II}<n_I$ sein. Aus Abb. 62, die die beiden Grenzkurven der Druckverteilung schematisch zeigt, kann man noch ablesen: $\omega_{II}>\omega_I$ oder auch $c_1<\lambda_p$. Zwischen n_I und n_{II} oder ω_I und ω_{II} besteht die Möglichkeit, jeden n- oder ω-Wert mit der ξ-Bedingung für den untersten Wandpunkt in Einklang zu bringen. Der maßgebende n-Wert ist dann der den Größtwert von λ liefernde, wodurch die Mehrdeutigkeit der Lösung wieder verschwindet.

Zahlenrechnung für $m=0{,}6$.

Es sei zuerst der Grenzfall I untersucht. Nach den Zahlen $\frac{\sigma_u}{\gamma h}$ der Tabelle 7 erhält man mit Hilfe von Interpolationsformeln:

$$\frac{\sigma_u}{\gamma h}=0{,}0830-0{,}18385\,(n-3)+0{,}000\,35\,(n-3)^2=0;\quad n_I=3{,}451.$$

Ebenso für λ_m:

$$\lambda_m=0{,}2986+0{,}01\,865\,(n-3)-0{,}00\,305\,(n-3)^2.$$

λ_{max} tritt auf für $\frac{d\lambda}{dn}=0=0{,}01\,865-0{,}0061\,(n-3)$ oder $n\approx 6{,}06$.

Da n jedoch $<3{,}451$ sein muß, so kommt λ_{max} nicht in Frage. Mit $n_{II}<n_I$ ist im vorliegenden Beispiel auch $\lambda_{II}<\lambda_I$, so daß unter den möglichen λ-Werten λ_I den größten Wert hat. Der Wert $n=3{,}451$ kommt also für die weitere Rechnung allein in Betracht. Durch Interpolieren findet man hierfür: $\sigma_1=0{,}9795$; $\lambda=0{,}3064$; $\frac{e'}{h}=0{,}4398$; $c_n=0{,}7733$ und nach Gl. (87a) u. (86): $\omega_I=4{,}26$ und $c'=0{,}495$, so daß also die Gleichung der Druckverteilung lautet:

$$\frac{\sigma}{\gamma h}=0{,}495\cdot\frac{x}{h}\left[1-\left(\frac{x}{h}\right)^{3{,}26}\right].$$

Diese Kurve ist in Abb. 63a strichpunktiert eingetragen. Nach Abb. 61a ist $c_1=0{,}495\cdot 3{,}26=1{,}615$. Nun ergibt sich jedoch für λ_p nach Gl. (47d):

$$\lambda_p=\frac{1}{1+0{,}6^2}\approx 0{,}735,$$

so daß die oben erwähnte Ungleichung $c_1<\lambda_p$ nicht erfüllt ist. Damit im Zusammenhang stehend, findet man auch $n_{II}>n_I$, was ebenfalls nicht sein darf. Daraus ist zunächst zu schließen, daß der Grenzfall II unter keinen Umständen möglich ist. Aber auch der Grenzfall I ist nicht so ohne weiteres möglich. Tragen wir nämlich die Linie des Erdwiderstandes $\sigma=0{,}735\,\gamma x$ in Abb. 63a ein, so sehen wir, daß sie von der oben berechneten Druckverteilungskurve ein Stück abschneidet, das offenbar nicht vorhanden sein darf, weil der Erdwiderstand nicht überschritten werden kann. Es bleibt daher nichts weiter übrig, als die Druckverteilung so umzuändern, wie es in Abb. 63a durch die voll ausgezogene Verteilungslinie geschehen ist (s. auch weiter unten). Dabei müssen die Inhalte und Momente der einzelnen Flächenteile sich gegenseitig aufheben. — Daß in der Tat im oberen Teil der „rauhen" Wand der Erdwiderstand erreicht wird, zeigt auch der Versuch nach Abb. 34 (Teil III) durch die kurze Aufbiegung der Schichtlinien in der Nähe der Wand. Man muß dabei bedenken, daß die Neigung der Gleitflächen in der Nähe von $m=-\mu$ sehr steil ist [vgl. Gl. (27)].

Die Zahlenrechnung für $m=0{,}3$ ist in derselben Weise durchzuführen wie für $m=0{,}6$. Man erhält: $n_I=3{,}9804$; $\sigma_1=0{,}9015$; $\lambda=0{,}3356$; $\frac{e'}{h}=0{,}4235$; $c_n=1{,}0009$ und als Gleichung der Druckverteilung:

$$\frac{\sigma}{\gamma h}=0{,}489\cdot\frac{x}{h}\left[1-\left(\frac{x}{h}\right)^{4{,}39}\right]\ \text{(s. Abb. 63b).}$$

Obere Tangente: $c_1=0{,}489\cdot 4{,}39=2{,}15$.

Nach Gl. (47c) erhält man für $\mu=0{,}6$ und $m=-0{,}3$: $\lambda_p\approx 1{,}816$. Da jedoch mit Hilfe ebener Gleitflächen ein etwas zu hoher Wert erhalten

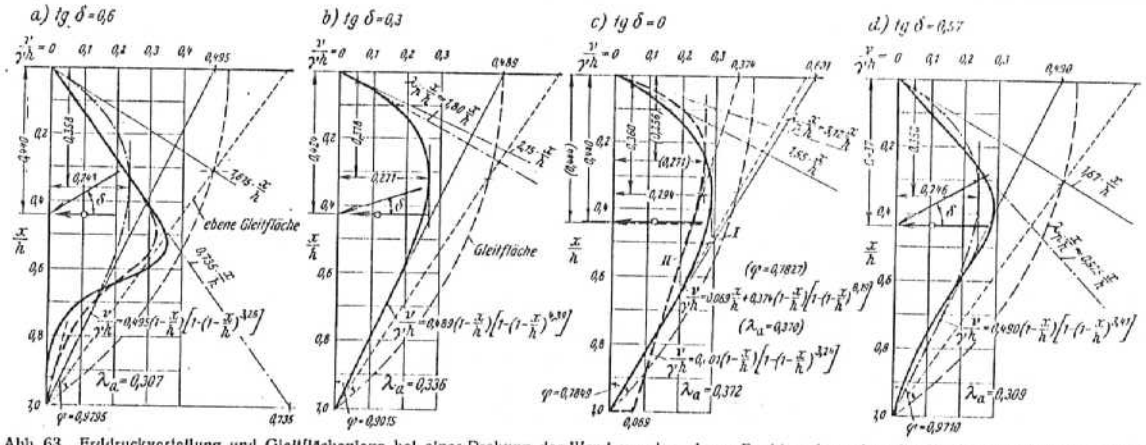


Abb. 63. Erddruckverteilung und Gleitflächenlage bei einer Drehung der Wand um den oberen Punkt und annähernd voller Bodenreibung ($\mu=0{,}60$).

wird, nehmen wir an: $\lambda_p \approx 1{,}80$. Auch hier ist $c_1 > \lambda_p$. Die Eintragung der λ_p-Linie in Abb. 63b (strichpunktiert) zeigt aber, daß sich eine Umänderung der Druckverteilungskurve im Sinne der vorigen Rechnung nicht lohnt, so daß die errechnete Kurve genau genug als richtig angesehen werden kann.

Zahlenrechnung für $m = 0$.

Zunächst erhält man: $n_1 = 4{,}443$ und $n = 4{,}904$ für λ_{max}, so daß auch hier wieder n_1 maßgebend ist. Für n_1 ist weiter: $\varphi_1 = 0{,}7849$; $\lambda = 0{,}3720$; $\frac{e'}{h} = 0{,}4401$; $c_n = 1{,}6033$; $\omega_1 = 4{,}244$; $c' = 0{,}601$ und als Gleichung der Druckverteilung:

$$\frac{v}{\gamma h} = 0{,}601 \cdot \frac{x}{h}\left[1 - \left(\frac{x}{h}\right)^{3{,}24}\right].$$

Siehe die voll ausgezeichnete Kurve in Abb. 63c.

Obere Tangente: $c_1 = 1{,}95$.

Für $\mu = 0{,}6$ und $m = 0$ ist $\lambda_p = (\sqrt{1{,}36} + 0{,}6)^2 \approx 3{,}12$. Die Bedingung $c_1 < \lambda_p$ ist demnach erfüllt, so daß auch der Grenzfall II noch möglich ist, wenn er des kleineren Erddruckes halber auch nicht die gleiche Wahrscheinlichkeit für sich hat wie der Grenzfall I.

Die Durchrechnung des Grenzfalles II sei hier nur angedeutet. Nach den Formeln (87b) und (86) erhält man z. B. für $\bar{n} = 2$: $\omega_{II} = 14{,}50$ und $c_1' = \frac{v_n}{\gamma h} = 0{,}1531$. Nun ist nach Tabelle 7: $\frac{v_n'}{\gamma h} = 0{,}2086$; folglich der Unterschied der $\frac{v_n}{\gamma h}$-Werte: $U = 0{,}2086 - 0{,}1531 = 0{,}0555$. Ebenso verfährt man für $\bar{n} = 3$ und $\bar{n} = 4$ und findet dann aus der Bedingung $U = 0$: $n_{II} = 3{,}927$, wofür weiter: $\varphi_1 = 0{,}7827$; $\lambda = 0{,}3695$; $\left(\frac{0{,}3695}{0{,}3720} = 0{,}993\right)$; $\frac{e'}{h} = 0{,}4442$; $c_n = 0{,}6978$, $c_1' = 0{,}0692$. Aus der Umkehrung der letzten der Gl. (86) ist dann noch:

$$\omega_{II} = 2 \cdot \frac{2 - 3 \cdot \frac{e'}{h}}{3 \cdot \frac{e'}{h} - \frac{c_1'}{\lambda} - 1} = 9{,}19$$

und nach der ersten Gl. (86): $c' = 0{,}374$, so daß die Druckverteilung für den Grenzfall II lautet:

$$\frac{v}{\gamma h} = 0{,}069 \cdot \frac{x}{h} + 0{,}374 \cdot \frac{x}{h}\left[1 - \left(\frac{x}{h}\right)^{8{,}19}\right],$$

die der in Abb. 63c gestrichelt eingetragenen Kurve entspricht.

In Abb. 63d ist noch die durch parabolische Interpolation erhaltene Druckverteilung für $m = 0{,}57$ aufgezeichnet, um zu zeigen, daß die in Abb. 63a dargestellte Abweichung der Druckverteilung von Gl. (85) nur in der Nähe von $m = \mu$ vorhanden ist und mit kleinerem m schnell abklingt. Um die Ergebnisse der genaueren Berechnung mit Abb. 59 vergleichen zu können, ist in Abb. 64 die Druckverteilung für $m = 0{,}3$ dargestellt (voll ausgezogene Linien).

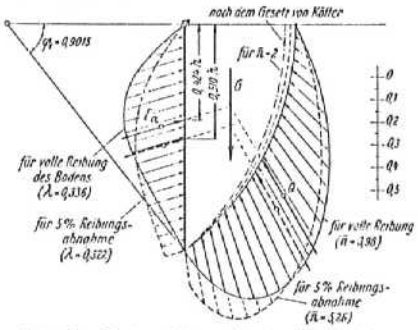


Abb. 64. Druckverteilung für eine Wanddrehung um den oberen Punkt. $\mu = 0{,}60$; $\operatorname{tg} \delta = m\ 0{,}30$.

Am Schluß dieser Zahlenrechnungen sei noch auf eine Ungenauigkeit im gewählten Rechnungsgang hingewiesen, die sich allerdings kaum mehr als ein Schönheitsfehler auswirkt. Genau genommen hätten wir nämlich zuerst für jeden Wert $n = 2{,}3$ und 4 den λ- bzw. φ-Wert ermitteln müssen, für den die ζ-Bedingung im untersten Wandpunkt erfüllt ist, um dann aus den so erhaltenen λ-Werten den Größtwert zu berechnen. Der einfacheren Zahlenrechnung halber sind wir den umgekehrten Weg gegangen. Dadurch nimmt E nicht genau seinen größten Wert an, wie an Hand der räumlichen Darstellung nach Abb. 65 gezeigt sei. Die gestrichelte λ_m-Kurve folge den Größtwerten der Kurven $\lambda = f(\varphi_1)$, während die strichpunktierte Linie der ζ-Bedingung entsprechen möge. Die bisher berechneten endgültigen λ-Werte entsprechen dann dem λ_K im Schnittpunkt K der beiden besonderen Kurven. Man liest aus Abb. 65 ohne weiteres ab, daß λ_{max} der ζ-Kurve nicht mit λ_K identisch ist, solange λ_K nicht dem Größtwert der λ_m-Kurve entspricht oder aber, solange die Projektion der ζ-Kurve im Grundriß nicht gleichlaufend der φ_1-Richtung ist.

Da die vorstehenden Berechnungen mit ziemlicher Sicherheit gezeigt haben, daß für $0{,}6 > m > 0$ überall der Grenzfall I maßgebend ist, so ist die Berichtigung der aufgezeigten Ungenauigkeit unschwer durchzuführen; sie sei hier aber aus Raumgründen übergangen. In Tabelle 9 sind die verbesserten Werte zusammengestellt.

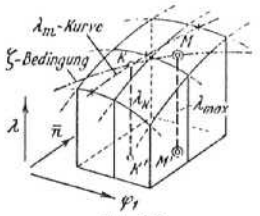


Abb. 65.

Tabelle 9.

für $m =$	0,6	0,3	0,0
$\lambda_{max} =$	0,3078	0,3363	0,3721
$\frac{e'}{h} =$	0,426	0,413	0,438
$n =$	3,621	4,125	4,481
$\varphi_1 \approx$	1,013	0,926	0,800
$c_n \approx$	0,711	0,935	1,60

Aus weiter unten angedeuteten Gründen verzichte ich darauf, die in Abb. 63 gezeigten Verteilungslinien nach den Zahlen der Tabelle 9 zu berichtigen. Nur sei noch darauf hingewiesen, daß für $m = 0{,}6$ eine Konstruktion der Druckverteilungslinie in ähnlicher Art und Weise wie in Abb. 63a kaum noch gelingt. Der Rutschkörper wird sozusagen in seinem oberen Teil so stark durch die Bodenreibung gehalten, daß in dem unteren Teil kein Druck mehr entsteht. Die Folge davon wird ein Herunterfallen oder wenigstens eine Auflockerung und Streckung des Sandes im unteren Teil des Rutschkörpers sein, was in der Tat auch bei dem in Abb. 34 (Teil III) gezeigten Versuch mit rauher Wand durch die verschiedene Größe der Bewegungsspiele zu erkennen ist.

Hinsichtlich der Druckverteilung im unteren Wandteile der Abb. 63a ist allerdings zu bemerken, daß der Wanddruck hier mindestens einen unteren Wert erreichen muß, und zwar ist dieser Mindest-Erddruck „umgekehrt-dreieckförmig" verteilt, wie Abb. 66 zeigt. Das würde eine Umänderung der Druckverteilungslinie in Abb. 63a etwa nach der gestrichelten Kurve erforderlich machen, wodurch die Momentenbedingung $\Sigma M = 0$ nicht mehr erfüllt ist. Wahrscheinlich ist die angenommene Form der Gleitfläche für den Grenzfall $m = \mu$ nicht mehr genügend genau; doch sei mit Rücksicht auf den Vergleich von Abb. 63a u. 63d auf diesen Punkt nicht weiter eingegangen.

Nach den bisherigen Ausführungen und Berechnungen könnte man meinen, die gestellte Aufgabe wäre — wenigstens im Rahmen der Näherung — vollkommen gelöst. Das ist jedoch nicht der Fall, wie

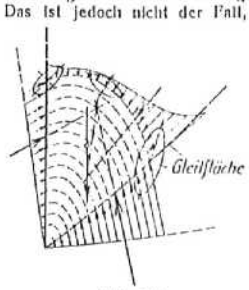


Abb. 66.

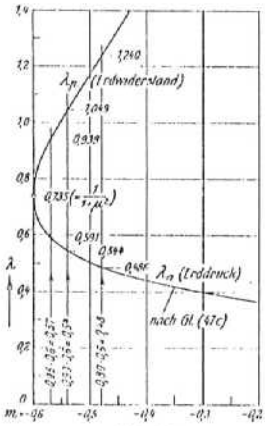


Abb. 67.

man sehr bald erkennt, wenn man die Auswirkung des (von der Größe der Wandbewegung abhängigen) Abnehmens der inneren Reibung auf die Größe des c_1-Wertes in Betracht zieht. Zu diesem Zweck sind die λ-Werte nach Gl. (47c) für $\mu = 0{,}60$ in Abb. 67 als Abhängige von m aufgetragen. Der bisher benutzte Wert $c_1 = \frac{1}{1 + \mu^2}$ hat das Vorliegen des Grenzfalles $m = -\mu$ zur Voraussetzung (vgl. Teil III). Nach dem Verhalten der λ-Kurve in Abb. 67 darf $|m|$ auch nicht um ein Geringes kleiner sein als μ, weil dann sofort λ_a wesentlich kleiner und λ_p wesent-

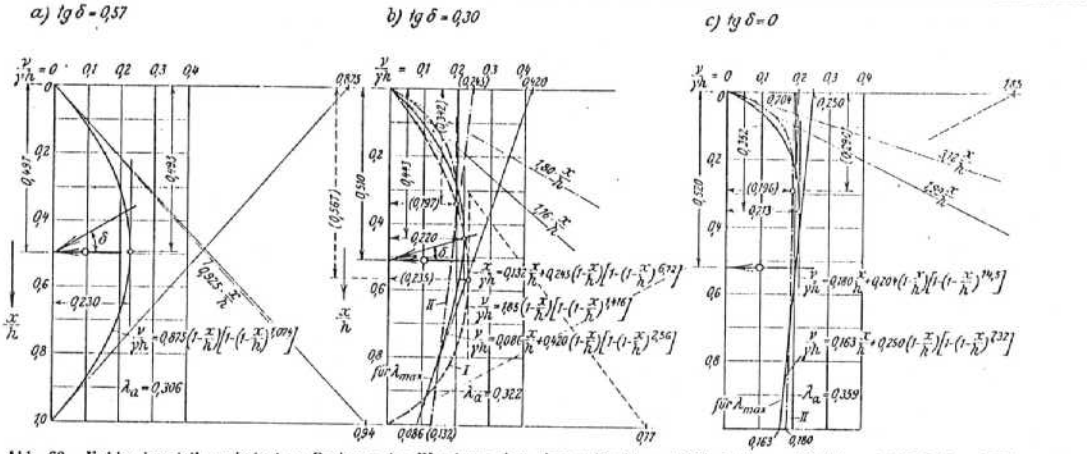


Abb. 68. Erddruckverteilung bei einer Drehung der Wand um den oberen Punkt und 5 % Reibungsabfall ($\mu = 0{,}95 \cdot 0{,}60 = 0{,}57$).

lich größer wäre als $\frac{1}{1+\mu^2}$. Diese Forderung ist jedoch vielfach nicht erfüllt, wofür zwei Ursachen in Betracht kommen:

1. die nicht ganz gleichmäßige Größe der inneren Reibung des Bodens (diese wird je nach dem Orte etwas verschieden sein, d. h. um einen mittleren Wert herum innerhalb bestimmter Grenzen streuen) und
2. der Abfall der inneren Reibung mit der Länge des Gleitweges (entsprechend der Abb. 5 im Teil I).

Beide Ursachen wirken sich in gleicher Weise aus: Der Reibungswert in der Gleitfläche wird etwas kleiner sein als der Reibungsbeiwert des der Gleitfläche benachbarten Bodens, was nach Abb. 67 ein merklich kleineres $\lambda_a = \bar{c}_1$ zur Folge hat. Unter der Voraussetzung einer, wenn auch noch so geringen Ungleichmäßigkeit des Bodens scheint demnach die Erreichung des Zustandes $m = -\mu$ niemals gänzlich möglich zu sein. Aus diesem Grunde sind die oben errechneten und in Abb. 6[c] dargestellten Druckverteilungskurven (annähernd) als eine obere Grenze anzusehen, die wahrscheinlich in den meisten Fällen nicht ganz erreicht wird. Aus diesem Grunde habe ich darauf verzichtet, die in Tabelle 8 gegebenen äußersten Werte als Verteilungskurven aufzutragen, da sie praktisch wohl nicht vorkommen.

An Hand der Abb. 35 (Teil III) wurde gezeigt, daß für den Fall $-m$ etwas $< \mu$ die Gleitfläche im Erdkörper nicht mehr mit der Wand zusammenfällt. Es muß daher erwartet werden, daß sich in der erdseitigen Nachbarschaft des oberen Teiles der kreisförmigen Gleitfläche noch sekundäre Gleitflächen ausbilden, die zwar auch noch ziemlich steil, aber nicht mehr ganz lotrecht verlaufen, was Abb. 33 u. 34 auch erkennen lassen. Damit sich die sekundären Gleitflächen ausbilden können, muß der eigentliche Rutschkörper während der Bewegung ein wenig in waagerechter Richtung nachgeben, was nur möglich ist, wenn die eigentliche Gleitfläche im Geländepunkt nicht genau lotrecht, sondern ein wenig nach vorn überhängend geneigt ist.

Es liegt natürlich nichts im Wege, die oben abgeleiteten Formeln auch für andere $\bar{c}_1$-Werte durchzurechnen[68]). Im folgenden werden die für 5 % Reibungsabnahme ($\tau_\infty = 0{,}95 \cdot 0{,}6\,\nu = 0{,}570$) berechneten Ergebnisse wiedergegeben. Für die Lage der Gleitfläche ist dabei derselbe φ_1-Wert eingesetzt, der früher für die maßgebende Gleitfläche erhalten wurde (s. Abb. 63), weil die einmal ausgebildete Gleitfläche des Reibungsabfalles wegen ihre Lage nicht mehr wesentlich ändert.

Für $m = -0{,}57$ und $\mu = 0{,}60$ gilt nach Gl. (47c) (ebene Gleitflächen): $\lambda_a = 0{,}5914$ und $\lambda_p = 0{,}939$, die genaueren Werte seien daraufhin zu $\lambda_a = \bar{c}_1 \approx 0{,}60$ und $\lambda_p \approx 0{,}925$ geschätzt. Die weiteren Berechnungsergebnisse bringt die nebenstehende Tabelle 10.

In der Tabelle 10 geben die unterstrichenen Größtwerte von λ den maßgebenden Fall an, für $m = 0{,}57$ den Fall I und für $m = 0{,}3$ und Null den Fall λ_{max}. Der Vergleich der Zahlenwerte für λ_{II} und λ_{max} zeigt aber bereits, daß für negatives m sehr bald Grenzfall II maßgebend wird. — In Abb. 68 sind die mitgeteilten Ergebnisse aufgetragen.

Der Vergleich der Abb. 63 u. 68 zeigt, in welcher Weise Größe und Verteilung des Erddruckes durch die Abnahme der Reibung beeinflußt werden. Während die Größe des Erddruckes ziemlich unverändert bleibt — sie nimmt nur um etwa 3 % ab[69]) — liegt der Angriffspunkt des Erd-

[68]) Die Köttersche Gleichung versagt hier.

[69]) Im Gegensatz zu dem Erddrucke für Wandbewegung A, der selbstverständlich für eine Reibungsabnahme um 5 % (z. B. nach Formel 47c) größer ist als für noch voll vorhandene Reibung (etwa um 6 % größer).

Tabelle 10.

$m =$		0,57	0,3	0
$\varphi_1 =$		0,9795	0,9015	0,7849
λ für	$n = 2$	0,2775	0,3022	0,3462
	$n = 3$	0,2871	0,3124	0,3535
	$n = 4$	0,2955	0,3189	0,3578
$\frac{e'}{h}$ für	$n = 2$	0,5742	0,5615	0,5510
	$n = 3$	0,5438	0,5322	0,5323
	$n = 4$	0,5226	0,5149	0,5219
$\bar{c}_n$ für	$n = 2$	0,2761	0,2616	0,2323
	$n = 3$	0,3781	0,3842	0,3862
	$n = 4$	0,4850	0,5310	0,6074
$\frac{\bar{v}_n}{y\,h}$ für	$n = 2$	0,3888	0,4186	0,4638
	$n = 3$	0,2799	0,3308	0,4021
	$n = 4$	0,1701	0,2425	0,3401
$\zeta =$		1,0	1,532	1,734
$\frac{v_n'}{y\,h}$ für	$n = 2$	0,3888	0,2731	0,2676
	$n = 3$	0,2799	0,2158	0,2320
	$n = 4$	0,1701	0,1582	0,1962
für Fall I	$n_I =$	5,546	6,718	
	$\lambda_I =$	0,3056	0,3179	
	$\frac{e'}{h} =$	0,4970	0,5285	
	$\omega_I =$	2,074	1,416	
	$c' =$	0,875	1,845	
für Fall II	$\lambda_p =$		1,80	3,119
	$n_{II} =$		4,467	4,450
	$\lambda_{II} =$		0,3207	0,3588
	$\frac{e'}{h} =$		0,5109	0,5199
	$\omega_{II} =$		7,72	15,33
	$c' =$		0,2450	0,2035
	$c_1' =$		0,1320	0,1802
für λ_{max}	$n =$		5,257	4,933
	$\lambda =$		0,3218	0,3591
	$\frac{e'}{h} =$		0,5102	0,5197
	$\frac{v_n}{y\,h} =$		0,1316	0,2820
	$c_1' =$		0,0859	0,1627
	$\omega =$		3,560	8,317
	$c' =$		0,420	0,2500

druckes merklich tiefer: i. M. auf $e' = 0{,}51\,h$ gegenüber $0{,}43\,h$. Man könnte nun meinen, bei einem Reibungsabfall, der bedeutend größer als 5% ist, würde auch der Angriffspunkt des Erddruckes wiederum noch bedeutend tiefer als $0{,}51\,h$ liegen, so daß auf diese Weise vielleicht auch wieder die dreieckförmige Erddruckverteilung ($e' = 0{,}667\,h$) erreicht werden könnte. Das trifft jedoch nicht so ohne weiteres zu, da die Wanderung des Angriffspunktes von E_a — wie man aus dem Bau der Formeln (80) erkennt — etwa linear mit $\bar{c}_1$ zunimmt, der $\bar{c}_1$-Wert jedoch (nach Abb. 67) bei größerem Unterschied zwischen $|m|$ und μ nur noch langsam mit dem $|m|$-Wert fällt. Außerdem ist zu bedenken, daß die Abnahme der Reibung sehr bald auch in den sekundären Gleitflächen auftritt, wodurch ebenfalls eine schnelle Näherung an ein konstantes $\bar{c}_1$ eintritt. — Sorgfältig durchgeführte Versuchsmessungen werden in der angeschnittenen Frage wohl das letzte Wort haben müssen[70]).

Noch ein Einwand muß hinsichtlich der Ergebnisse in Abb. 63 genannt werden: Da in einigen Fällen (schätzungsweise für $m > 0{,}4$) im oberen Wandteil der Erdwiderstand erreicht ist, sich infolgedessen hier Gleitflächen ausbilden, die zwar ziemlich steil, aber nicht mehr ganz lotrecht verlaufen, so liegt in diesen Fällen auch kein Zwang mehr vor für die lotrechte Richtung der eigentlichen Gleitfläche in Geländenähe, sondern nur noch der Zwang für die Anpassung an die Richtung der Gleitflächen des Erdwiderstandes. Tatsächlich zeigen auch Abb. 33 u. 34 eine nicht ganz lotrechte Richtung der Rutschkörperbewegung in der Nähe der Oberfläche (nach Abb. 33: $\vartheta \approx 82°$). Diese Abweichung von der Voraussetzung der Rechnung wirkt sich jedoch nicht sehr stark aus. Z. B. erhält man für $\vartheta = 82°$ nach der Kötterschen Gleichung

$$\bar{\sigma} = \gamma \cdot \sin(82° - 31°)\,s$$

oder

$$\bar{c}_1 \approx \sin 51° \cdot \frac{\cos(31° - 8°)}{\cos 8°} = 0{,}722$$

gegenüber 0,735 der Zahlenrechnung für volle Reibung und 0,60 der Berechnung für 5% Reibungsabnahme.

Im ganzen lassen die Ausführungen im Verein mit der Durchrechnung für $\mu = 0{,}60$ erkennen, daß der Erddruck für eine Wanddrehung um den oberen Punkt nicht unerheblich größer ausfällt als der Erddruck für eine Wanddrehung um den unteren Punkt (für $m = 0{,}6$ rd. 20% und für $m = 0$ rd. 15%), und daß die halbwegs parabelförmige Druckverteilung u. a. eine Funktion der Wandbewegung oder, genauer gesagt, eine Funktion des Unterschiedes der Reibungszahlen in der Nähe der Gleitfläche ist.

(Fortsetzung folgt.)

[70]) Die Forderung nach genauer Beachtung aller wichtigen Einflüsse (z. B. Wandbewegung, Lagerungsdichte des Versuchsbodens, sein Reibungsabfall usw.) muß bei solchen Versuchen nachdrücklich erhoben werden. Mir schweben Versuche vor mit möglichst feinem (nicht lehmigem) Sand und nicht zu großer Wandhöhe (etwa 50 cm), jedoch mit größerer Länge der Wand (2,5 bis 3 m) und Abböschung des Sandes an den beiden Enden, um den schwer zu bestimmenden Einfluß der Seitenwände des Versuchskastens auszuschalten.

Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ingenieur Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Mitteilung der Erdbauabteilung der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin.)

(Fortsetzung aus Heft 37.)

VI. Berechnung des Erddruckes auf eine sich durchbiegende Wand, die oben und unten drehbar gelagert ist.

(Wandbewegung C.)

Auch für diesen Fall ist das Grundsätzliche der Gleitflächenausbildung und der Erddruckverteilung bereits unter III erörtert. Die genaue Lösung der Aufgabe dürfte hier noch schwieriger sein als für Wandbewegung B, da ein Teil des Rutschkörpers sich im Grenzzustand des Gleichgewichts befindet, ein anderer Teil dagegen nicht. Wie im Teil III schon angedeutet wurde, begnügen wir uns deshalb auch hier damit, näherungsweise zum Ziele zu kommen, indem wir die Ergebnisse unter V mit heranziehen. Dadurch gelingt es, die Verteilung des Erddruckes längs der Wand mit ausreichender Genauigkeit zu ermitteln.

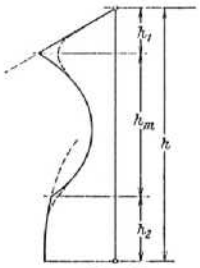


Abb. 69.

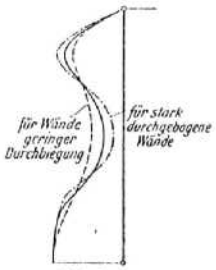


Abb. 70.

Es sind folgende Überlegungen zu berücksichtigen:

1. Die Berechnungen im Teil V haben gezeigt, daß im oberen Teil der Wand in manchen Fällen der Erdwiderstand überwunden wird. Man sieht leicht ein, daß dies bei einer Durchbiegung der Wand noch mehr der Fall sein muß, so daß es berechtigt erscheint, anzunehmen, daß im oberen Teil der Wand immer der Erdwiderstand erreicht ist.

2. Da im unteren Teil des Sandes hinter der Wand der Grenzzustand des Gleichgewichts vorhanden ist (vgl. Teil III), so läßt sich die Druckverteilung für den unteren Teil der Wand aus der Differenz der Erddrücke für verschiedene Gleitflächen ermitteln.

3. Man kann demnach die Druckverteilungsfläche in drei Abschnitte einteilen: Im oberen Teil (Erreichung des Erdwiderstandes) und im unteren Teil (unterer Grenzzustand des Gleichgewichtes) ist der Verlauf der Druckverteilung nach 1 und 2 leicht zu finden; für den mittleren Teil, in dem eine bedeutende Entlastung eintritt, kann man annehmen, daß der Erddruck etwa nach einer hohlen Parabel verteilt ist, wie es Abb. 69 zeigt. Da der Erddruck bei festliegender Gleitfläche ermittelt werden kann, der Gesamtinhalt der Druckverteilungsfläche mithin als gegeben anzusehen ist, kann die Krümmung der Parabel mit Hilfe dieser Bedingung gefunden werden. Natürlich werden die Knickpunkte der Druckverteilung durch Übergangskurven ausgerundet sein, und zwar beim oberen Knickpunkt (wegen der größeren Bodennachgiebigkeit bis zum Erreichen des Erdwiderstandes) stärker als beim unteren Knickpunkt.

4. Die Maße h_1 und h_2 (Abb. 69) des oberen und unteren Teiles bleiben notwendigerweise unbestimmt, solange man nicht auf die Formänderungen der Wand und des Bodens eingeht. Man kann nur sagen, daß h_1 und h_2 mit der Größe der Wanddurchbiegung zunehmen und h_1 im allgemeinen wohl etwas kleiner sein wird als h_2. Für sich nur wenig durchbiegende Wände (z. B. aus Eisenbeton) wird h_2 nur gering sein (vielleicht 0,1 bis 0,2 h), während für die sich meistens stärker durchbiegenden eisernen Spundwände h_2 u. U. 0,30 bis 0,35 h erreichen mag. Wir wollen hier eine mittlere Annahme machen: $h_2 = 0{,}25\,h$, weisen aber ausdrücklich darauf hin, daß Abweichungen der Druckverteilung etwa in der in Abb. 70 gezeigten Größenordnung natürlich möglich sind[71]). Will man bei Wänden, die sich relativ nur gering durchbiegen, bezüglich der Wandbeanspruchung sicher gehen, so wird man etwa mit gleichmäßig verteilter Erddruckbelastung rechnen. Nimmt man für solche Wände dagegen eine stärkere Entlastung im mittleren Wandteil an, so wird man durch Formänderungsberechnungen oder durch Versuche den Nachweis führen müssen, daß die angenommene Entlastung auch zutrifft.

5. Schließlich ist noch die Lage der Gleitflächen festzulegen. In diesem Punkte können die im Teil V bei der genaueren Durchrechnung erhaltenen Zusammenhänge vorteilhaft angewandt werden. Zunächst zeigt diese Berechnung, daß es innerhalb gewisser Grenzen nicht auf die genaue Lage der Gleitfläche ankommt, d. h. man kann die Lage der Gleitfläche genügend genau schätzen. Man könnte allerdings die Berechnung für die oberste Gleitfläche in ähnlicher Weise durchführen, wie es unter Teil V geschehen ist. Das ist jedoch umständlich und auch nicht notwendig. Es genügt, zu bedenken, daß bei einer solchen Durchrechnung

[71]) Hier ist noch ein dankbares Arbeitsfeld für Modellversuche, bei denen die Ähnlichkeitsgesetze der Formänderungen allerdings zu beachten sind. — Nach dem Absetzen dieses Textes machte Herr Prof. v. Terzaghi mich freundlicherweise auf folgende, mir bislang unbekannte Veröffentlichung über Modellversuche aufmerksam: Stroyer, Earth-Pressure on Flexible Walls. Paper Nr. 5024, Journal of the Institution of Civil Engineers, Vol. 1, S. 94 (November 1935). Diskussionsbeitrag dazu von Lee und v. Terzaghi S. 550 (Januar 1936).

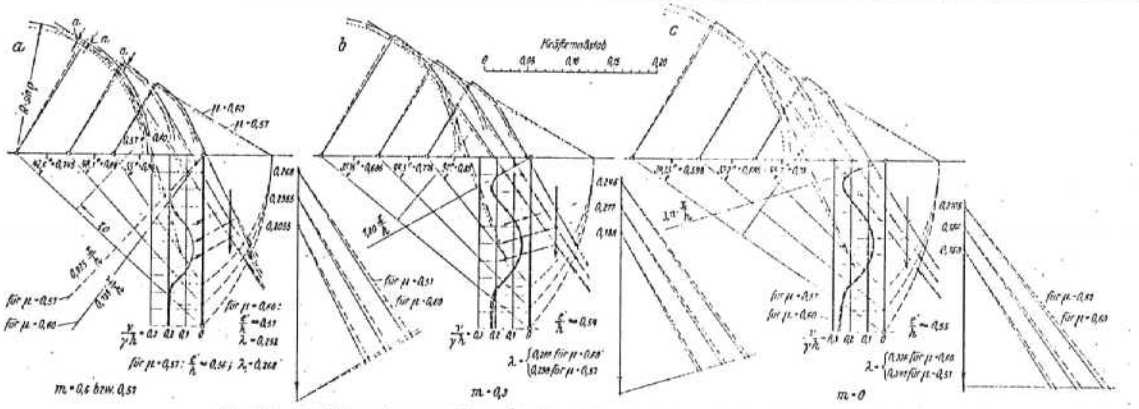


Abb. 71. Ermittlung der ungefähren Druckverteilung für eine sich durchbiegende Wand.

kleinere $\bar{n}$-Werte und dementsprechend etwas kleinere φ_1-Werte erhalten werden als für Wandbewegung B, weil ε_n jetzt bedeutend größer ist. Es seien daher folgende Werte angenommen:

$$\varphi_1 = \left\{ \begin{array}{lll} 0{,}96 & 0{,}89 & 0{,}78 \\ 55^\circ & 51^\circ & 44{,}7^\circ \end{array} \right\} \text{ für } \mu = 0{,}60 \text{ und}$$

$$\text{für } m = \quad 0{,}6 \quad 0{,}3 \quad 0{,}0.$$

Wie unter V. sei mit lotrechtem Auslauf der Gleitfläche im Gelände gerechnet, obgleich die Gleitflächen wegen der Erreichung des Erdwiderstandes im oberen Teile des Gleitkörpers nahe der Wand wahrscheinlich nicht ganz lotrecht ausmünden (vgl. die entsprechende Bemerkung unter V).

Durch diese fünf Bedingungen sind die in Abb. 71 wiedergegebenen Ermittlungen der Erddruckverteilung in allen wesentlichen Punkten vorgezeichnet. Nur eine (hinsichtlich der Druckverteilung allerdings nicht ins Gewicht fallende) Annahme ist noch zu erwähnen: Die Bestimmung des Erddruckes mit Hilfe des Krafteckes ist nur möglich, wenn die Richtung der Gleitflächenkraft Q gegeben ist. Diese ist aber in der Tat leicht zu finden. Einmal muß Q durch den Schnittpunkt von E und G hindurchgehen, dann aber muß die Verlängerung von Q etwas außerhalb des $R \cdot \sin \varrho$-Kreises liegen (vgl. die angenäherte Ermittlung von E_p im Teil IV). Das Maß a der „Außermittigkeit von Q" berechnen wir nach der für die vorliegenden Verhältnisse genügend genauen Näherungsformel[72]):

$$\frac{a}{R \cdot \sin \varrho} \approx \frac{\alpha^2}{30} \; (\alpha \text{ in Bogenmaß}).$$

Dadurch ist die Richtung von Q gegeben. Es muß jedoch auch der Angriffspunkt des Erddruckes, besser gesagt, der Schwerpunkt der Druckverteilungsfläche bekannt sein, was nicht so ohne weiteres der Fall ist. Die (zeichnerisch durchgeführte) Lösung der Aufgabe kann deshalb nur durch schrittweise Näherung gefunden werden. Jedoch ist die Konvergenz bei diesem Vorgehen sehr groß. In der Regel kommt man mit dem 2. Schritt schon zum Ziele.

Bezüglich der in Abb. 71 durchgeführten Untersuchungen könnte man noch einwenden, daß die Lage der Gleitfläche doch so gewählt werden müßte, daß sich für den Gesamterddruck ein Größtwert ergibt. Die angenommenen φ_1-Werte sind für die oberste Gleitfläche eingesetzt und ergeben deshalb im Sinne der Durchrechnung unter Teil V für die **obersten** beiden **Teile** der Wand den größten Erddruck, womit natürlich noch nicht erwiesen ist, daß damit auch der Gesamterddruck seinen größten Wert annimmt. Immerhin kann wohl als sicher angenommen werden, daß die für die ganze Wand geltende Größtwertbedingung des Erddruckes auch für einzelne Teile der Wand (von oben her gerechnet) gelten muß, soweit der Grenzzustand des Gleichgewichts hinter der Wand (vom unteren Wandende aus gerechnet) erreicht ist. Ein Abweichen von den in Abb. 71 angenommenen Gleitflächenlagen muß aus diesem Grunde schon von vornherein verdächtig erscheinen. Es läßt sich jedoch auch durch Vergleichsrechnungen, die ebenso wie Abb. 71 durchgeführt sind, nachweisen, daß die in Abb. 71 angenommenen Gleitflächenlagen auch für den Gesamterddruck einen Größtwert liefern. Die durch Gleitflächen mit größerem φ_1-Wert vermutete Vergrößerung des Gesamterddruckes tritt nämlich nicht ein, weil für diese neuen Gleitflächen eine viel tiefere Lage des Erddruckschwerpunktes erhalten wird. Abb. 72 zeigt z. B. die Untersuchung für $m = 0{,}3$, wobei $\varphi_1 = 51^\circ$ nicht für die oberste, sondern für die unterste Gleitfläche angenommen ist. Man erhält $\lambda = 0{,}259$, also nur das 0,896-fache des Wertes nach Abb. 71 b[73]). —

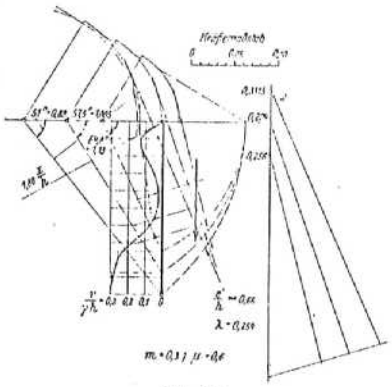


Abb. 72.

Die Abb. 71 zeigt deutlich den großen Einfluß der Wanddurchbiegung auf die Entlastung der Wand in ihrem mittleren Teil. Ein solcher Einfluß ist schon längst vermutet[74]), m. W. aber bislang nicht zahlenmäßig nachgewiesen. Eine Abnahme der Reibung des Sandes um 5% ergibt die in Abb. 71 gestrichelt eingetragenen Kurven und Linien. Im Gegensatze zu den Ergebnissen für Wandbewegung B bleibt die Druckverteilung im wesentlichen dieselbe, nur der Erddruck nimmt etwa um 6% zu. (Fortsetzung folgt).

[72]) Nachweis in einer späteren Arbeit.

[73]) Will man noch etwas genauer vorgehen, als es hier geschehen ist, so kann man die in Abb. 71 gezeigten Konstruktionen für verschiedene φ_1-Werte durchführen und den Größtwert von λ suchen. Auch ein nicht ganz lotrechter Auslauf der Gleitfläche im Gelände wäre noch in Betracht zu ziehen. Ich behalte mir vor, in dieser Hinsicht auf die Aufgabe zurückzukommen.

[74]) Vgl. neben Anm. 33 auch A. Streck: Spundwandberechnung. Bericht über die 4. Mitgliederversammlung am 14. November 1936 der Gesellschaft der Förderer der Hannoverschen Versuchsanstalt für Grundbau und Wasserbau. Hannover 1937, Selbstverlag.

Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung.

Alle Rechte vorbehalten.

Von Ingenieur Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Mitteilung der Erdbauabteilung der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin.)

(Schluß aus Heft 42.)

VII. Anwendungen und Erweiterungen[75]).

Für eine starre Wand sind bislang nur Drehbewegungen um den unteren oder oberen Erdpunkt in Betracht gezogen. Als Übergang zu allgemeineren Wandbewegungen sei zunächst

a) die Auswirkung einer waagerechten Parallelbewegung der Wand

untersucht. Für diesen Fall ist es wichtig, die Zusammenhänge zu Beginn der Gleitflächenbildung, also für geringe Wandbewegung, klarzulegen.

Die unterste Gleitfläche wird sich schon bei geringer Bewegung ausbilden, weil — ähnlich der Bewegung B — ein Absatz im Gelände zu erwarten ist, während im oberen Teil des Rutschkörpers hinter der Wand zunächst noch nicht der Grenzzustand des Gleichgewichts vorhanden sein wird; denn dazu wäre ein Drehen der Wand um den unteren Punkt erforderlich. Im oberen Teile der Wand muß daher der Erddruck (zunächst) größer sein als der untere Grenzwert, was eine nicht ganz dreieckförmige Verteilung des Erddrucks (nach Abb. 73) zur Folge hat, da der Gesamterddruck, falls sich die unterste Gleitfläche gerade schon ausgebildet hat, den unteren Grenzwert nicht übersteigt.

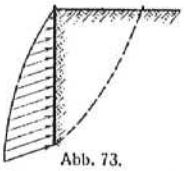


Abb. 73.

Wäre nun die unterste Gleitfläche eben, so würde sich an den geschilderten Verhältnissen auch bei weiterer Wandverschiebung nichts ändern. Das ist jedoch nicht der Fall, auch in den Fällen nicht, bei denen die Erddruckrichtung auf die Wand dem Rankineschen Zustande entspricht. Denn für ebene Gleitflächen müßte nach den früheren Darlegungen die Erddruckverteilung dreieckförmig sein, was aber nach den vorstehenden Aus-

[75]) Dieser Teil VII ist später geschrieben als die übrigen Teile des Aufsatzes (eingereicht am 27. Juli d. J.).

führungen vorerst nicht der Fall ist. Da Gleitflächenform und Druckverteilung in jedem Fall eindeutig miteinander verknüpft sind, so bleibt nur die Annahme übrig, daß die Gleitfläche in der Nähe der Oberfläche steiler ist als nach Rankine, so wie es in Abb. 73 angedeutet ist. Man hat gewissermaßen einen Zustand vor sich, der zwischen der Wandbewegung A und B liegt.

Die notwendige Folge einer ganz kurvenförmigen Gleitfläche ist aber, daß sich der Gleitkörper nicht nur parallel verschiebt, sondern auch dreht (im Sinne der Bewegung B). Da jedoch die Wand voraussetzungsgemäß nur eine waagerechte, aber keine drehende Bewegung ausführen soll, so muß die erwähnte Drehbewegung des Rutschkörpers durch eine entgegengesetzte Drehung der Wandnachbarschaft des Rutschkörpers (nach Bewegung A) wieder aufgehoben werden. Das hat wiederum zur Folge, daß der Grenzzustand des Gleichgewichts bei weiterer Wandverschiebung bald im ganzen Rutschkörper erreicht ist, womit zwangläufig eine dreieckförmige Erddruckverteilung bzw. der Spannungszustand für Wandbewegung A verbunden ist. Wir kommen also zu dem Schluß, daß bei geringer waagerechter Wandbewegung ein zwischen A und B liegender Spannungszustand vorhanden ist, der bei größerer Bewegung in den Zustand A übergeht. Dabei macht es nichts aus, daß die Verschiebung in der untersten Gleitfläche dauernd größer ist als in den übrigen Gleitflächen, solange man mit gleichbleibender Bodenreibung rechnen kann.

Bei abnehmendem Reibungsbeiwert wird allerdings der Gleitwiderstand in der untersten Gleitfläche geringer sein als in den übrigen Gleitflächen. Dieser Fall verdient eine kurze Betrachtung. Der abgleitende Boden kann hier nicht gänzlich von Gleitflächen durchzogen sein, sondern von oben herab nur bis zu einem bestimmten Punkte (Abb. 74), weil in der untersten Gleitfläche nicht mehr genügend Reibungsspannungen vorhanden sind, um den stärkeren Reibungsspannungen in ein wenig höher liegenden Gleitflächen das Gleichgewicht zu halten. Im unteren Teil der Wand ist der Erddruck bedeutend größer, als es der Fortsetzung der dreieckförmigen Druckverteilung des oberen Wandteiles entsprechen würde; hier wird der zusätzliche Erddruck aufgenommen, der durch die verminderte Reibung in der untersten Gleitfläche entsteht, so daß der Angriffspunkt des Erddruckes tiefer liegt als $\frac{1}{3} \cdot h$ von unten. Nun muß allerdings, wie oben ausgeführt, auch der Rutschkörper im unteren Wandteil eine geringe zusätzliche Drehung im Sinne der Bewegung A ausführen, und man fragt sich, wie das vor sich geht. Solange sich der Boden noch leicht zusammendrücken läßt, läßt er sich die erforderliche Bewegung aufzwingen; bei wenig zusammendrückbarem Boden und größerer Bewegung kann jedoch der Erdwiderstand erreicht werden. Für diesen Fall ist der ungefähre Verlauf der Gleitfläche in Abb. 74 angedeutet. — Die geschilderten Verhältnisse sind natürlich nur so lange vorhanden, als die Verminderung der Bodenreibung noch anhält; darüber hinaus stellt sich wieder dreieckförmige Erddruckverteilung ein. — Die aus diesen Ausführungen folgende Wanderung des Erddruck-Schwerpunktes mit der Wandbewegung ist in Abb. 75 schematisch dargestellt.

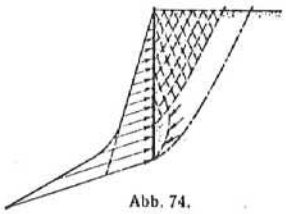


Abb. 74.

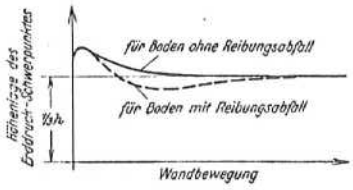


Abb. 75. Wanderung des Erddruckschwerpunktes bei waagerechter Parallelbewegung der Wand (schematisch).

b) Beliebige Bewegung einer starren Wand.

Durch die vorstehenden Ausführungen über die Auswirkung einer waagerechten Parallelverschiebung ist die Lösung der Aufgabe für beliebige Wandverschiebung schon halbwegs vorgezeichnet, immer vorausgesetzt, daß der untere Grenzzustand vorliegt. Der lotrechte Teil der Wandbewegung bestimmt durch sein Verhältnis zum waagerechten Teil der Bewegung des unteren Wandendes im Verein mit der dort in Wandnähe vorhandenen Gleitflächenrichtung die Richtung des Erddruckes (ob z. B. die Wandreibung nach unten oder nach oben wirkt), so daß wir uns auf die waagerechten Teile der Wandbewegung beschränken können. Abb. 76 zeigt hierfür die verschiedenen Möglichkeiten: Die Fälle b und c liegen zwischen den Bewegungen A und B, die Fälle a und d außerhalb derselben.

Die Auswirkungen der Wandbewegungen nach Abb. 76a, b und d sind nach allen bisherigen Erörterungen leicht zu übersehen. Für a wird oberhalb des Drehpunktes der Zustand A, unterhalb des Drehpunktes im Grenzfalle der Erdwiderstand vorhanden sein (ähnlich der Abb. 74, nur daß die unterste, strichpunktierte Gleitfläche fortfällt). Für b gelten die Folgerungen für die Auswirkung einer Parallelverschiebung mit entsprechender Abschwächung: Die Abweichung von der dreieckförmigen Druckverteilung zu Beginn der Gleitbewegung wird noch geringer sein, und der Zustand A wird schon bei geringerer Verschiebung erreicht werden. Im Falle d wird die Berechnung in ähnlicher Weise wie unter V für Bewegung B durchzuführen sein, nur daß die lotrechte Richtung der Gleitfläche nicht in Geländehöhe, sondern in der Höhenlage des Drehpunktes anzunehmen ist (Abb. 76e), sofern durch die Überschreitung des Erdwiderstandes im oberen Teil des Rutschkörpers nahe der Wand — die hier noch mehr eintritt als für Wandbewegung B — nicht andere Richtungen der Gleitfläche wahrscheinlicher sind (vgl. die Ergebnisse unter V). Es bleibt also nur noch die Auswirkung der Wandbewegung nach Abb. 76c zu untersuchen.

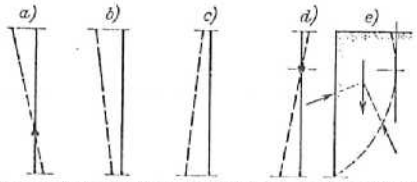


Abb. 76. Die verschiedenen Möglichkeiten der waagerechten Wandbewegung.

Für Bewegungen, die nur wenig von der Parallelbewegung abweichen, gelten noch die für diese Bewegung gefundenen Folgerungen; die dreieckförmige Druckverteilung wird zwar noch langsamer erreicht, aber sie wird bei ausreichender Bewegung immerhin noch erreicht. Kommen dagegen die Bewegungen dem Zustande B nahe, so wird auch bei größerer Wandbewegung nicht mehr die dreieckförmige Verteilung des Erddruckes erreicht, weil eine dieser entsprechende Gleitflächenausbildung nicht mehr möglich ist. Wir können uns das an Hand der kreisförmigen Gleitfläche in Abb. 77 überschläglich klarmachen (der Einfachheit halber für lotrechte Wand und waagerechtes Gelände).

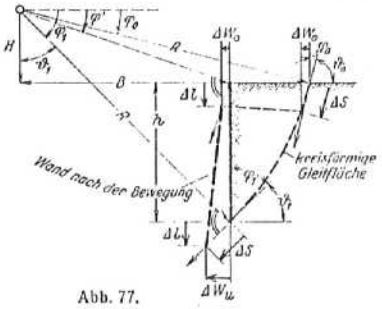


Abb. 77.

Die lotrechte Wandverschiebung sei mit Δl, die waagerechte Verschiebung oben mit Δw_o und unten mit Δw_u bezeichnet. Gefragt sei nach dem Maß H bzw. dem Winkel φ_0 der Gleitflächenlage, die bei den gegebenen Δ-Werten nicht überschritten werden können, wenn der Wandwinkel ($\omega = \varphi_1$) der Gleitfläche als gegeben angesehen wird. Aus Abb. 77 ist abzulesen

$$(88) \qquad \frac{\Delta w_o}{\Delta l} = \operatorname{tg} \varphi'; \quad \frac{\Delta w_u}{\Delta l} = \operatorname{tg} \varphi_1, \text{ mithin } \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{\Delta w_o}{\Delta w_u}.$$

Für den Gleitweg gilt

$$\Delta s = \frac{\Delta w_u}{\sin \varphi_1} \text{ und } \Delta w_o = \Delta s \cdot \sin \varphi_0,$$

woraus folgt

$$(89) \qquad \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1} = \frac{H}{h + H} = \frac{\Delta w_o}{\Delta w_u}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen findet man noch

$$(90) \qquad H = \frac{h}{\frac{\Delta w_u}{\Delta w_o} - 1} \text{ und } B = \frac{h \cdot \operatorname{cotg} \varphi_1}{1 - \frac{\Delta w_o}{\Delta w_u}}.$$

Durch Gl. (88) bis (90) ist die Lage der Gleitfläche bekannt, die für den Endzustand (nach größerer Bewegung) anzunehmen ist, sofern φ_0 (näherungsweise!) kleiner ist als das φ_0 für den Rankineschen Sonderfall $\left(= 45° - \frac{\varrho}{2}\right)$. Im übrigen kann die Berechnung ähnlich wie unter V durchgeführt werden[70]. Durch veränderlichen Ansatz von φ_1 ist es auch

[70] Natürlich nur für den Endzustand nach größerer Bewegung; Zwischenzustände, die dem Spannungszustand B näher liegen, sind denkbar.

hier möglich, den Größtwert des Erddruckes bzw. die ungünstigste Gleitflächenlage herauszufinden.

c) Der Erddruck auf Stützmauern.

Unter I und III ist schon bemerkt worden, daß eine Stützmauer[77]) unter der Wirkung des Erddruckes eine kleine Bewegung ausführt, die man sich zur Hauptsache aus einer Drehbewegung um einen in der Fundamentsohle liegenden Punkt und einer Vorwärtsbewegung zusammengesetzt denken kann und die das Eintreten des unteren Erddruck-Grenzwertes zur Folge hat. Bei stärker zusammendrückbarem Untergrund kann auch noch eine lotrechte Setzungsbewegung von Einfluß sein, doch sei auf diese hier nicht näher eingegangen.

In normalen Fällen haben wir es demnach bei (nachgiebigen) Stützmauern mit einer Bewegung nach Abb. 76b zu tun (vgl. dazu das vorstehend unter b Ausgeführte). Da außerdem die Drehbewegung meistens bedeutend überwiegt, so ist der Erddruck auf Stützmauern fast durchweg dreiecksförmig verteilt anzunehmen[78]) (Spannungszustand nach Wandbewegung A).

Nun handelt es sich bei der erdstatischen Untersuchung von Stützmauern nicht allein um die Berechnung des Erddruckes, sondern man muß auch nachweisen, daß die in der Gründungssohle wirkende Mittelkraft aus Eigengewicht und Erddruck auch vom Untergrund aufgenommen („getragen") werden kann. In dieser Hinsicht ist theoretisch noch manches zu klären (insbesondere anwendungsreif durchzuarbeiten), so daß augenblicklich das vom wissenschaftlichen Standpunkte aus nicht befriedigende Arbeiten mit „zulässigen" Bodenspannungen, die je nach der Bodenart mit mehr oder weniger Willkür zu schätzen sind, noch nicht ganz aufgegeben werden kann.

d) Der Erddruck auf lotrechte Baugrubenaussteifungen.

Bei der Prüfung der Frage, ob der Erddruck auf ausgesteifte Baugrubenwände mit Hilfe der Gleitflächentheorie ermittelt werden darf, ist besonders zu untersuchen, ob die geringe Nachgiebigkeit der Aussteifung auch wirklich die Ausbildung von Gleitflächen nach sich zieht. Die elastische Verkürzung der Steifen ist meistens nur bei breiten Baugruben (etwa > 10 m) zur Herbeiführung des unteren Grenzzustandes ausreichend (sie darf wegen der Anspannung durch das Verkeilen nur teilweise in Rechnung gestellt werden); hinzu kommt aber noch die Eindrückung der Steifenenden in die Verkeilung und teilweise auch die Durchbiegung der tragenden Teile zwischen den Steifen, z. B. die Durchbiegung der waagerechten Holme bei Spundwänden oder der lotrechten Rammträger und deren Bohlenauslachung bei der sogenannten „Berliner Bauweise". Diese Einflüsse müssen im einzelnen durch Messungen auf Baustellen noch genauer untersucht werden; man darf aber wohl annehmen, daß die gesamte Nachgiebigkeit ausgesteifter Wände besonders bei größeren Baugruben und sandigem Boden groß genug ist, um das Rechnen mit dem unteren Grenzwerte des Erddruckes zu rechtfertigen. Es kommt ja nur darauf an, daß der Boden hinter der Wand sich so weit ausdehnt, daß in der späteren Gleitfläche gerade schon die volle Reibung des Bodens erreicht ist. Durch den bloßen Augenschein braucht eine Bewegung des Rutschkörpers selbstverständlich nicht wahrzunehmen zu sein.

Terzaghi hat ausführlich darauf hingewiesen, daß das Nachgeben ausgesteifter Baugrubenwände im unteren Teile bedeutend größer sein muß als im oberen Teil[79]). Man kann diese Tatsache besonders anschaulich begründen, wenn man die Veränderung der Steifendrücke mit fortschreitendem Erdaushub verfolgt. In Abb. 78a möge die gestrichelte Linie die Erddruckverteilung für die Aushubtiefe *a*, die strichpunktierte Linie die Druckverteilung für die um Δh weitergeführte Aushubtiefe *b* angeben. Die Differenz der beiden Verteilungskurven gibt den durch das Tieferausheben neu hinzukommenden Erddruck an (in Abb. 78a eng schraffiert). Hat man es nun mit einer biegsamen Wand zu tun (z. B. mit einer eisernen Spundwand), so werden die Steifendrücke in ähnlicher Weise zunehmen wie der Erddruck, also etwa wie in Abb. 78b. Die Nachgiebigkeit der Wand ist annähernd verhältnisgleich den Steifendrücken, so daß die Bewegung der Wand infolge des Tiefenaushubes von *a* nach *b* etwa nach der punktierten Linie in Abb. 78c anzunehmen ist. — Bei einer sehr biegungssteifen Wand werden infolge der fehlenden Durchbiegung die oberen Steifen und der Erdwiderstand stärker zur Druckübertragung herangezogen, sofern noch genügende Einbindetiefe vorhanden ist. Die zusätzliche Bewegung der Wand wird dann etwa der gestrichelten Linie in Abb. 78c entsprechen. — Bei der Fortführung des Aushubes um eine weitere Tiefenstufe Δh wiederholt sich bezüglich der (geringen) Wandbewegung sinngemäß der gleiche Vorgang.

Diese Darlegungen zeigen, daß die Bewegung einer ausgesteiften Baugrubenwand im großen und ganzen der „Bewegung B" sehr nahe kommt, so daß annähernd mit der unter V erhaltenen Erddruckverteilung

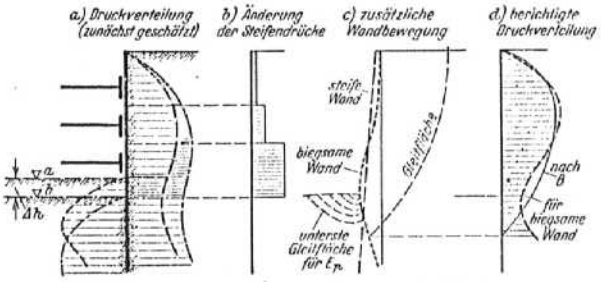


Abb. 78. Steifendruckänderungen und zusätzliche Wandbewegung bei fortschreitendem Aushub einer Baugrube.

zu rechnen ist (s. Abb. 63; Abb. 68 kommt weniger in Betracht, da eine Reibungsverminderung wegen der geringen Wandverschiebung wohl kaum auftritt). Bei den in der Regel vorhandenen genügend biegsamen Wänden treten durch die in Abb. 78c angegebene Form der Wandlinie wohl geringe Abweichungen auf, indem der mittlere Wandteil ein wenig stärker, der untere Wandteil weniger stark belastet wird (etwa nach Abb. 78d), doch dürfte der Angriffspunkt des Erddruckes dadurch kaum wesentlich beeinflußt werden. —

Man könnte einwenden, bei den vorstehenden Erörterungen wäre von vornherein von einer kurvenförmigen Erddruckverteilung ausgegangen, wodurch der Beweis nicht als vollständig anzusehen sei. Man könnte z. B. mit demselben Recht von der Annahme dreieckförmiger Erddruckverteilung ausgehen, wie es kürzlich Niebuhr zur Rechtfertigung der alten Theorie getan hat[80]). Beim Tieferausheben des Bodens würde dann angenähert nur die unterste Steifenlage stärker belastet werden; das entspricht jedoch einer Wandbewegung, die noch „extremer" ist als die in Abb. 78c skizzierte, für die also der Erddruck auf keinen Fall dreieckförmig verteilt sein kann. Die bisherigen Darlegungen dürften wohl gezeigt haben, daß für die Erddruckverteilung im Grenzzustande einzig und allein Art und Weise der Wandbewegung maßgebend ist; denn diese bedingt die Form der Gleitfläche, von der wiederum die Druckverteilung abhängt.

Die bereits unter III erwähnten Steifendruck-Messungen von Spilker[81]) (Siemens-Bauunion) bestätigen recht gut die theoretisch gefundene Verteilung des Erddruckes. In Abb. 79 sind sämtliche von Spilker mit-

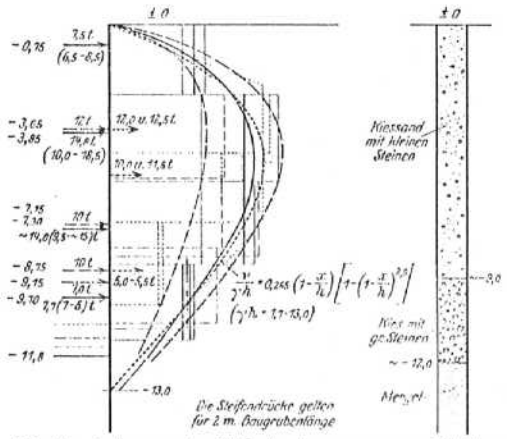


Abb. 79. Auftragung der Steifendruckmessungen von Spilker (Siemens-Bauunion).

geteilten Messungen als Belastungsrechtecke aufgetragen und dann die Verteilungskurven so eingezeichnet, daß sich die Flächen gegenseitig ausgleichen. Die voll ausgezogene Kurve gibt etwa die mittleren Werte an, die durch die punktierte Linie mit der Gleichung

$$\frac{\sigma}{\gamma h} = 0{,}265\left(1-\frac{x}{h}\right)\left[1-\left(1-\frac{x}{h}\right)^{7{,}9}\right]$$

[77]) Stützmauer im üblichen Sinne, nicht nach Abb. 3.

[78]) Selbstverständlich nur für gerade Wand- und Geländelinie und ohne Auflasten usw.

[79]) s. Fußnote 37).

[80]) Niebuhr, Über die Messung der Kräfte in einer Baugrubenaussteifung. Bautechn. 1938, Heft 1, S. 11.

[81]) A. Spilker, Mitteilung über die Messung der Kräfte in einer Baugrubenaussteifung. Bautechn. 1937, Heft 1, S. 16.

für $\gamma h = 1{,}7 \cdot 13{,}0$ ersetzt werden kann. Bemerkenswert ist der niedrige λ-Wert von 0,16, den man nach Gl. (84a) erhält. Danach müßte der Reibungsbeiwert des vorgefundenen steinigen Kiessandes etwa $\mu = 0{,}9$ betragen.

Die Richtung des Erddruckes hängt von dem Aufbau der Baugrubenwände ab. Bestehen diese z. B. aus Spundbohlen oder aus lotrechten Rammträgern mit Bohlenausfachung, so werden beim Abgleiten des Rutschkörpers hinter der Wand Reibungskräfte erzeugt; der Erddruck ist dann unter dem Reibungswinkel ϱ' wirkend anzunehmen (vielleicht etwas kleiner). Bei Rammträgern, die in größeren Abständen gerammt sind, ist allerdings nachzuweisen, daß die Rammtiefe unterhalb der Baugrubensohle auch zur Aufnahme der lotrechten Teilkraft des Erddruckes ausreicht. Bei einer Baugrubentiefe von 10 m und einer Trägerentfernung von 2 m erhält man z. B. für sandigen Boden ($\mu = 0{,}6$) lotrechte Drücke bis zu 25 bis 30 t. — Reicht dagegen die Wand nur bis zur Sohle der Baugrube, so können nach Aushub der letzten Stufe keine lotrechten Kräfte mehr aufgenommen werden. Der Erddruck wirkt also annähernd waagerecht. Genau genommen ist der Neigungswinkel des Erddruckes dann sogar ein wenig negativ, weil das Gewicht der Wand und teilweise auch der Aussteifung noch von dem Rutschkörper mit getragen werden muß.

Bei dem Ansatz des Erddruckes ist zu beachten, daß die Gleitfläche unterhalb der Baugrubensohle ausmündet, und zwar mindestens noch etwas tiefer, als der Erdwiderstand der Sohle zur Aufnahme des Erddruckes voll ausgenutzt wird (vgl. Abb. 78c u. d).

Bei kleineren Baugruben oder auch bei stark bindigem Boden ist es, wie bereits bemerkt, möglich, daß die Nachgiebigkeit der Wand nicht zur Bildung einer Gleitfläche ausreicht. Auch die Anspannung durch die Verkeilung der Steifen spielt natürlich eine Rolle; ihre Auswirkung wird bei kleineren Baugruben relativ zur Größe des Erddruckes stärker in Erscheinung treten als bei größeren Baugruben. In solchen zweifelhaften Fällen empfiehlt sich eine Vergleichsrechnung mit etwa 20 % höherem Erddruck (gegenüber „B") und halber Erddruckneigung, wobei der Erddruck nach einer Halbparabelfläche verteilt (Scheitel unten) angenommen werden kann.

e) Die Berechnung von einfach verankerten biegsamen Spundwänden.

Gegenüber der einfachen, bisher meist üblichen Berechnung von verankerten Spundwänden mittels der Annahme dreieckförmiger Druckverteilung ist die Ermittlung der wirklichen Verteilung des Erddruckes auf Spundwände recht schwierig. Man könnte zwar meinen, die Aufgabe wäre durch die Berechnungen unter VI schon hinreichend gelöst; das ist jedoch im allgemeinen nicht der Fall. Denn die Bewegung der Wand besteht nicht nur in einer Durchbiegung der Wand selbst, sondern auch in einem Nachgeben sowohl der Verankerung als auch des Fußes der Wand.

Der „Wandbewegung C" ist demnach noch eine Bewegung nach Abb. 76 hinzuzufügen bzw. zu überlagern. Für unnachgiebige Verankerung und verhältnismäßig stärker nachgebenden Fuß haben wir annähernd eine Überlagerung der Wandbewegungen B und C, für nachgiebigen Anker (bzw. Ankerplatte) und größere Rammtiefe dagegen eine Überlagerung der Bewegungen A und C. Abb. 80 zeigt die sich für diese Grenzfälle ungefähr ergebenden Verteilungskurven des Erddruckes (nach Gutdünken gezeichnet). Solange das Nachgeben des Ankers oder des Fußes im Verhältnis zur Größe der Durchbiegung der Wand nicht vorweg berechnet oder eingeschätzt werden kann, bleibt demnach die Berechnung einer verankerten Spundwand eine sehr unbestimmte Aufgabe.

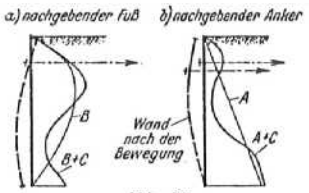


Abb. 80.

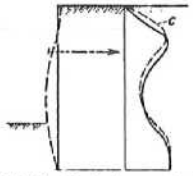


Abb. 81. Veränderung der Erddruckverteilung bei tiefliegendem Anker gegenüber der Verteilung für Bewegung C.

Bei reichlicher Rammtiefe und genügend stark durchgebildeter Verankerung wird allerdings das obere und untere Nachgeben der Wand im Vergleich zur Größe der Durchbiegung nur gering sein, so daß für diesen Fall wohl mit den unter VI erhaltenen Verteilungskurven gerechnet werden darf, soweit biegsame Wände mit nicht allzu tief liegendem Anker in Frage kommen[82]). Es ist dabei zu bedenken, daß ein geringes Nachgeben des Ankers sogar notwendig ist, um die Wandbewegung C entstehen zu lassen, weil der Anker in der Regel tiefer liegt als Oberkante Wand. Ähnliches gilt von dem Nachgeben des Fußes in den oberen Teilen der widerstehenden Erde. Gegenüber der zu wählenden Rammtiefe wird man mit der Druckverteilung nach VI genügend ungünstig rechnen, weil die im Bruchfalle auftretende Druckverteilung nach Abb. 80a eine höhere Schwerpunktlage hat. Anders verhält es sich z. T. mit der Ankerbeanspruchung. Tritt nämlich bei geringer Rammtiefe ein merkliches Nachgeben des Fußes ein, so wird der Anker (nach Abb. 80a) höher belastet als durch die Druckverteilung für Wandbewegung C. Je geringer demnach die Sicherheit gegenüber der unbedingt erforderlichen Rammtiefe ist, mit um so größeren Ankerkräften muß gerechnet werden[83]).

Für die Richtung des Erddruckes besteht die Bedingung, daß sich die drei Kräfte A, E_a und E_p in einem Punkte schneiden müssen (Abb. 82), wenn man das Gewicht der Spundwand selbst vernachlässigt. Daraus folgt, daß der Neigungswinkel des Erdwiderstandes immer bedeutend größer ist als der Neigungswinkel des Erddruckes. Wollte man also annehmen, durch das infolge der Wanddurchbiegung eintretende Nachgleiten der Erde wäre für den Erddruck mit der vollen Wandreibung zu rechnen, so müßte der Neigungswinkel des Erdwiderstandes größer sein als der Wandreibungswinkel ϱ', was natürlich nicht möglich ist. Da jedoch das Bestreben der ein wenig nachrutschenden Erde zur Hervorrufung der Wandreibung sicher vorhanden ist, so ist damit bewiesen, daß der Erdwiderstand unter dem vollen Reibungswinkel zwischen Boden und Wand wirkt. Das ist für die Standsicherheit der Wand sehr günstig, weil der stark geneigte Erdwiderstand bedeutend größer ist als ein etwa waagerecht wirkender Gegendruck (z. B. für $\mu = 0{,}60$ und $\mu' = \operatorname{tg} \varrho' = 0{,}48$ etwa 1,65 mal so groß). — Da der Neigungswinkel δ des Erddruckes demnach bedeutend kleiner ist als der Reibungswinkel $\left(m = \operatorname{tg} \delta \text{ etwa} \approx \frac{\mu}{2}\right)$, so wird zwischen Rutschkörper und Wand keine Verschiebung auftreten, d. h. die Wand wird von der (geringen) Gleitbewegung des Rutschkörpers mitgenommen. Damit braucht der Neigungswinkel des Erddruckes noch nicht längs der ganzen Wand gleich zu sein; doch wird man wohl genau genug mit dieser Annahme rechnen dürfen.

Gegenüber der Gefahr der Überwindung des Erdwiderstandes vor dem Fuß der Spundwand muß eine genügende Sicherheit

$$\eta = \frac{\lambda_p \cdot \frac{\gamma t^2}{2}}{E_p}$$

vorhanden sein, oder mit andern Worten: der im Bruchfalle vorhandene Erdwiderstand darf nur zu einem gewissen Teil ausgenutzt werden (vgl. Abb. 82). Zur Vereinfachung der Rechnung machen wir mit Krey die Annahme, daß der in Anspruch genommene Teil des Erdwiderstanddreiecks durch

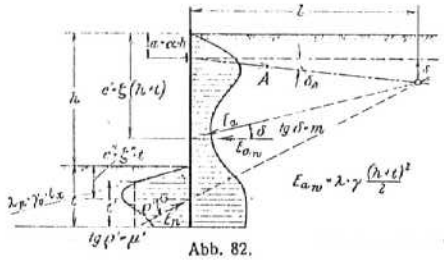


Abb. 82.

eine zur Spundwand gleichlaufende gerade Linie begrenzt ist (gestrichelte Linie in Abb. 82)[84]). Es gilt dann

$$\lambda_p \cdot \frac{\gamma t^2}{2} = \eta \left[\lambda_p \cdot \frac{\gamma t^2}{2} - \lambda_p \cdot \frac{\gamma t'^2}{2}\right]$$

oder

$$t' = t \sqrt{1 - \frac{1}{\eta}} \tag{91 a}$$

und

$$(t - e'')\, \eta \left[\lambda_p \cdot \frac{\gamma t^2}{2} - \lambda_p \cdot \frac{\gamma t'^2}{2}\right] = \lambda_p \cdot \frac{\gamma t^3}{6} - \lambda_p \cdot \frac{\gamma t'^3}{6}$$

oder

$$\frac{e''}{t} = \xi'' = 1 - \frac{1}{3}\left[\eta - (\eta - 1)\sqrt{1 - \frac{1}{\eta}}\right]. \tag{91 b}$$

[82]) Für tief liegenden Anker weicht die Biegelinie stärker von der Bewegung C ab. Dementsprechend verändert sich die Druckverteilung etwa nach Abb. 81.

[83]) Wir kommen hier zu derselben Schlußfolgerung wie A. Streck: „Jede Unsicherheit durch starken Anker ausgleichen!" (vgl. Fußnote 74).

[84]) Diese Annahme liegt auf der ungünstigeren Seite, sie verändert bei nicht zu großer Rammtiefe aber kaum das Berechnungsergebnis. Vgl. Niebuhr, Die Berechnung von Spundwänden nach Krey. Bauing. 1929, Heft 46, S. 805.

Wie man leicht erkennt, dient die Annahme für die Begrenzung der Erdwiderstandsfläche nur zur Berechnung der Schwerpunktlage (ξ'') dieser Fläche und kann natürlich durch eine andere Annahme ersetzt werden, ohne daß sich dadurch die folgenden Gleichungen ändern.

Bei gegebener Erddruckverteilung hat man zur Berechnung der Rammtiefe folgende Momentengleichung, bezogen auf den Ankerpunkt,

$$\lambda_a \gamma \cdot \frac{(h+t)^2}{2} (e' - a) = \frac{1}{\eta} \cdot \lambda_p \gamma_0 \cdot \frac{t^2}{2} (h - a + e''),$$

wobei γ und γ_0 die Raumgewichte zur Berechnung des Erddruckes bzw. Erdwiderstandes bedeuten[88]). Die Auflösung dieser Gleichung nach t liefert eine Gleichung 3. Grades, aus der man t durch probeweises Einsetzen berechnen wird. Aus diesem Grunde ist eine Auflösung der Gleichung nach a vorzuziehen.

Mit der Abkürzung

$$D = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\lambda_p}{\lambda_a} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma}$$

erhält man

$$a = \frac{\xi'(h+t)^3 - (h + \xi'' t) t^2 D}{(h+t)^2 - t^2 D}$$

oder mit $a = \alpha h$ und $t = \tau h$ in dimensionsloser Form

$$\alpha = \frac{\xi'(1+\tau)^3 - (1+\xi''\tau)\tau^2 D}{(1+\tau)^2 - \tau^2 D}. \tag{92}$$

Nach dieser Gleichung berechnet man α für zwei oder drei τ-Werte und findet dann durch Zwischenschalten das τ (und damit die Rammtiefe $t = \tau h$) für den vorliegenden Wert $\alpha = a : h$. Dabei muß allerdings D bzw. λ_a oder letzthin $m = \operatorname{tg} \delta$ zunächst geschätzt werden, was aber ziemlich sicher geschehen kann, weil λ_a mit m nicht sehr stark veränderlich ist. Zur Nachprüfung kann man m wie folgt berechnen. Einerseits ist (nach Abb. 82)

$$l = \frac{s}{\operatorname{tg} \delta_A} = \frac{h + e'' - a - s}{\mu'} \quad \text{oder} \quad s = \frac{h + e'' - a}{\mu' + \operatorname{tg} \delta_A} \cdot \operatorname{tg} \delta_A$$

und anderseits

$$l = \frac{s}{\operatorname{tg} \delta_A} = \frac{e' - a - s}{m} \quad \text{oder} \quad s = \frac{e' - a}{m + \operatorname{tg} \delta_A} \cdot \operatorname{tg} \delta_A.$$

Die Gleichsetzung der Werte von s liefert nach kurzer Rechnung

$$m = \frac{\xi'(1+\tau) - \alpha}{1 + \xi''\tau - \alpha} (\mu' + \operatorname{tg} \delta_A) - \operatorname{tg} \delta_A. \tag{93}$$

Hat man mit Hilfe der Gl. (92) u. (93) für eine bestimmte vorgeschriebene Sicherheit η die Rammtiefe berechnet, so erhält man den Ankerzug aus der Gleichsetzung der waagerechten Kräfte

$$\frac{A \cdot \cos \delta_A}{\gamma h^2} = A_1 = [(1+\tau)^2 - \tau^2 D] \cdot \frac{\lambda_a}{2}, \tag{94}$$

wo der Klammerausdruck den Nenner in Gl. (92) angibt.

Um die Auswirkung der unter VI gefundenen Druckverteilung mit der Annahme dreieckförmiger Druckverteilung zu vergleichen, seien die Ergebnisse einer Zahlenrechnung für folgendes Beispiel mitgeteilt:

$h = 10$ m, $a = 2$ m, $\mu = 0{,}60$, $\gamma = 1{,}7$ t/m³;

Neigung des Ankers 1 : 20 nach unten.

Es wurde angenommen: $\mu' = 0{,}48$, $\lambda_p = 5{,}30$, $\eta = 2{,}0$ (bei guter Kenntnis von μ m. E. ausreichend) $\xi' = 0{,}54$; λ_a-Werte für die Verteilung nach VI um etwa 4 % größer angenommen als nach Coulomb.

Die Rechnung nach der vorgeschlagenen Methode lieferte: $t = 3{,}19$ m; $A = 20{,}9$ t; größtes Moment $M_{max} = 23{,}3$ tm ($\lambda_a = 0{,}296$, $m = 0{,}23$), während für dreieckförmige Druckverteilung erhalten wurde: $t = 3{,}73$ m; $A = 13{,}0$ t; $M_{max} = 38{,}3$ tm ($\lambda_a = 0{,}277$; $m = 0{,}32$). Wie von vornherein zu erwarten war, ergibt die mehr den wirklichen Verhältnissen angepaßte Berechnung gegenüber der Berechnung mit dreieckförmiger Erddruckverteilung eine wesentlich kleinere Beanspruchung der Wand (im vorliegenden Fall 61 %); auch die erforderliche Rammtiefe ist etwas geringer (85 %)[89]), während die Ankerkraft bedeutend größer ist $\left(\frac{20{,}9}{13{,}9} = 1{,}61\right)$. Diese Ergebnisse liegen durchaus in Richtung der praktischen Erfahrungen, worauf an dieser Stelle aber nicht weiter eingegangen sei. — Vielfach ist es noch üblich, den (dreieckförmig verteilten) Erddruck und den Erdwiderstand waagerecht wirkend anzunehmen. Daß dadurch für Rammtiefe und Moment viel zu ungünstige Werte erhalten werden, liegt auf der Hand. Für das vorstehende Beispiel findet man (für $\eta = 2{,}0$; $\lambda_a = 0{,}321$; $\lambda_p = 3{,}12$): $t = 6{,}63$ m, $A = 17{,}2$ t und $M_{max} = 56{,}4$ tm. Die Ankerkraft ist trotz der ungünstigen Annahmen noch zu klein erhalten. — Abb. 83 zeigt Druckverteilung und Rammtiefe für die drei miteinander verglichenen Berechnungsweisen.

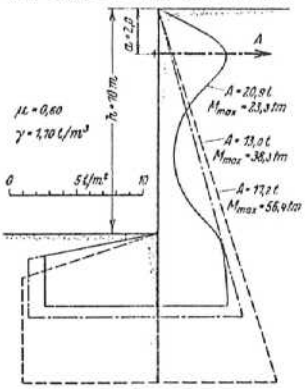


Abb. 83.

[88]) Die Unterscheidung zwischen γ und γ_0 ist getroffen, um auch den Einfluß eines Wasserstandes in Höhe der Baugrubensohle angenähert berücksichtigen zu können.

[89]) Die erhaltene geringe Rammtiefe gilt natürlich nur für den Fall, daß der Erdwiderstand nicht durch Wasserauftrieb verringert wird.

f) Zur Berechnung von unverankerten Spundwänden.

Für unverankerte Spundwände wird meistens mit einer Druckverteilung nach Abb. 84a gerechnet. Diese Druckverteilung muß man sich durch Überlagerung der in Abb. 84b gezeichneten Verteilungslinien entstanden denken[87]).

Die für das Kräftegleichgewicht notwendige Bewegung der Spundwand besteht zur Hauptsache aus einer Drehbewegung um einen Punkt im unteren Teil der Spundwand. Daraus folgt, daß die Annahme dreieckförmiger Druckverteilung im oberen Teil der Spundwand richtig ist. Ebenso muß auch der Erdwiderstand im oberen Teil der dem Kippen entgegenwirkenden Erde dreieckförmig verteilt sein (Bewegung A). Die etwas willkürliche Annahme geradliniger Druckverlaufes im untersten Teil der Spundwand ist hinreichend genau, solange die Rammtiefe der Spundwand nicht übermäßig groß gewählt wird (s. auch weiter unten). Auf die Bemessung der Spundwand ist die Form der unteren Druck-

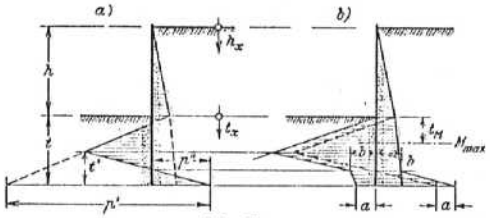


Abb. 84.

verteilungslinie praktisch ohne Einfluß, da das größte Biegemoment meistens im mittleren Teil auftritt; sie ist nur für die Bestimmung der Rammtiefe t von einigem Interesse.

Für den Ort des größten Moments ergibt sich die Querkraft zu Null. Mit den Bezeichnungen der Abb. 84 kann man daher anschreiben

$$\lambda_a \left[\frac{1}{2} \cdot \gamma (h + t_M)^2 - \frac{1}{2} (\gamma - \gamma_0) t_M^2\right] - \lambda_p \cdot \frac{1}{2} \cdot \gamma_0 t_M^2 = 0^{88}),$$

woraus folgt:

$$\frac{t_M}{h} = \tau_M = \frac{1}{\sqrt{D'} - 1} \quad \text{mit} \quad D' = 1 + \frac{\gamma_0}{\gamma} \left(\frac{\lambda_p}{\lambda_a} - 1\right). \tag{95}$$

Das größte Moment ist

$$M_{max} = \lambda_a \cdot \frac{1}{6} \cdot \gamma (h + t_M)^3 - \lambda_a \cdot \frac{1}{6} (\gamma - \gamma_0) t_M^3 - \lambda_p \cdot \frac{1}{6} \cdot \gamma_0 t_M^3$$

oder nach einiger Rechnung

$$\frac{M_{max}}{\gamma h^3} = M_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{\lambda_a}{(\sqrt{D'} - 1)^2} \left(D' - \frac{1}{\sqrt{D'} - 1}\right). \tag{96}$$

Zur Berechnung der beiden Unbekannten t' und p' hat man die beiden Gleichgewichtsbedingungen

$$\lambda_a \cdot \frac{1}{2} \cdot \gamma (h + t)^2 - \lambda_a \cdot \frac{1}{2} (\gamma - \gamma_0) t^2 - \lambda_p \cdot \frac{1}{2} \cdot \gamma_0 t^2 + \frac{1}{2} \cdot t' p' = 0,$$

$$\lambda_a \cdot \frac{1}{6} \cdot \gamma (h + t)^3 - \lambda_a \cdot \frac{1}{6} (\gamma - \gamma_0) t^3 - \lambda_p \cdot \frac{1}{6} \cdot \gamma_0 t^3 + \frac{1}{6} \cdot t'^2 p' = 0,$$

aus denen mit $t = \tau h$ leicht erhalten wird

$$\left\{ \begin{aligned} t' &= \frac{\lambda_p \gamma_0 + \lambda_a (\gamma - \gamma_0) - \lambda_a \gamma \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)^3}{\lambda_p \gamma_0 + \lambda_a (\gamma - \gamma_0) - \lambda_a \gamma \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)^2} \cdot t \\ p' &= \left[\lambda_p \gamma_0 + \lambda_a (\gamma - \gamma_0) - \lambda_a \gamma \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)^2\right] \frac{t^2}{t'}. \end{aligned} \right. \tag{97}$$

Für die Spannung p'' erhält man

$$p'' = \lambda_a (\gamma h + \gamma_0 t) - \lambda_p \gamma_0 t + p' = p' + \lambda_a \gamma h - (\lambda_p - \lambda_a) \gamma_0 t. \tag{97a}$$

Oberhalb des Drehpunktes tritt auf der Erddruckseite bei der Bewegung der Wand ein Nachgleiten des Bodens ein, so daß für den Erddruck E_a annähernd mit dem vollen Reibungswinkel ϱ' (etwas $< \varrho$) zwischen

[87]) Vgl. auch Krey, Erddruck . . ., Abb. 102.

[88]) Durch die Unterscheidung zwischen γ und γ_0 kann wieder der Einfluß eines Wasserstandes in Höhe der Baugrubensohle mit berücksichtigt werden.

Wand und Boden gerechnet werden kann. Die Gleitflächen des Erdwiderstandes verlaufen unter der Voraussetzung, daß die Wand sich um einen in der Wandachse liegenden Punkt dreht, in der Nähe der Wand waagerecht. Zu der waagerechten Gleitrichtung gehört eine bestimmte Neigung m des Erdwiderstandes E_p, die man nach II durch Nullsetzen von ϑ in Gl. (27) erhält zu

$$m = \frac{\mu}{1 + 2\mu^2}$$

(für $\mu = 0{,}60$ z. B. $m \approx 0{,}35$). Bei festliegender Richtung von E_a und E_p sind die Verhältniszahlen λ_a und λ_p gegeben, so daß das Biegemoment der Wand nach Gl. (95) u. (96) berechnet werden kann.

Für die mindestens erforderliche Rammtiefe t_{min}, bei der die Wand gerade noch steht, ohne umzustürzen, bilden sich auch in der Nachbarschaft des unteren Wandendes Gleitflächen aus (Abb. 85)[89]. Die darauf

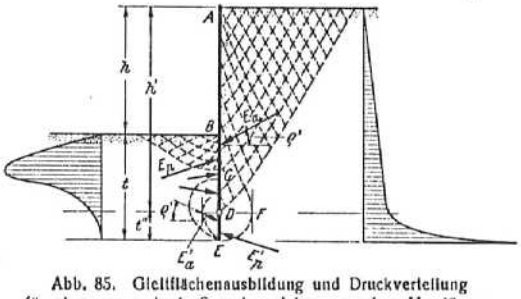


Abb. 85. Gleitflächenausbildung und Druckverteilung für eine unverankerte Spundwand kurz vor dem Umstürzen.

aufbauende Berechnung habe ich für $\mu = 0{,}60$ durchgeführt und (ohne Wassereinfluß) das Ergebnis: $t_{min} = 0{,}823\,h$ erhalten; sie kann hier aber aus Raumgründen nicht wiedergegeben werden und ist für praktische Fälle auch reichlich umständlich. Ich habe deshalb die folgende Näherungsgleichung aufgestellt:

$$t = \frac{1{,}5\,h}{\sqrt[3]{D' - 1}}, \tag{98}$$

die aus der Bedingung $t' = 0$ (Gl. 97) unter Hinzufügung des Faktors 1,5 gewonnen wurde und allem Anschein nach ausreichende Rammtiefen liefert.

g) Der Einfluß gleichmäßig verteilter Geländebelastung.

Für Wandbewegung A (Drehung um den untersten Punkt) ist der Einfluß gleichmäßiger Oberflächenbelastung bereits unter II und IV herausgestellt (rechteckige Erddruckverteilung). Für die Bewegungen B und C ist unter III, V und VI auch schon das Grundsätzliche der Berechnungen gezeigt, so daß wir uns bei der vorliegenden Aufgabe im wesentlichen auf die Angabe der Ergebnisse beschränken können.

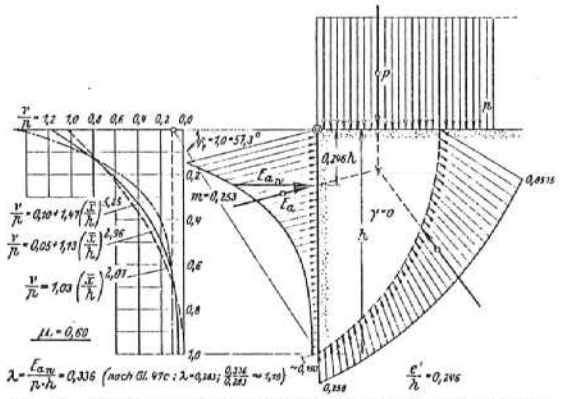


Abb. 86. Einfluß einer Geländeauflast p für eine Drehung der Wand um den Geländepunkt (Wandbewegung C).

Es ist leicht zu übersehen, daß sich für Bewegung B und C die Lage der ungünstigsten Gleitfläche unter der Wirkung gleichmäßiger Geländebelastung in geringem Maße ändert, so daß das lineare Überlagerungsgesetz nicht genau gilt. Die Abweichungen von diesem Gesetz werden jedoch nur gering sein, so daß man genau genug danach rechnet, was um so eher zulässig ist, als sich dadurch ein ungünstigerer Erddruck ergibt. Die weiteren Berechnungen können deshalb unter der Annahme $\gamma = 0$ durchgeführt werden. Im übrigen beschränken wir uns wieder auf den Fall lotrechter Wand und waagerechten Geländes.

Mit $\gamma = 0$ erhält man aus der Kötterschen Gleichung (48) für eine in der Oberfläche lotrecht beginnende kreisförmige Gleitfläche:

$$\sigma = C e^{2\mu\vartheta}.$$

Die Konstante C folgt aus der Bedingung: $\sigma = \sigma_0$ für $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ zu

$$C = \sigma_0 e^{-\mu\pi},$$

so daß schließlich gilt:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-2\mu\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right)} = \sigma_0 e^{-2\mu\eta} \tag{99}$$

mit

$$\sigma_0 = \frac{p}{\sqrt{1 + \mu^2}} \quad \text{[nach Gl. (42)]},$$

wenn p die Größe der Oberflächenbelastung (z. B. in t/m²) angibt.

Der weitere Gang der Berechnung für Wandbewegung B (Drehung der Wand um den oberen Punkt) entspricht vollkommen dem unter V gegebenen. Das den Gl. (68) bis (70) entsprechende Ergebnis ist

$$\begin{cases} m\left[\mu + \cos\varphi_1\, e^{-2\mu\eta_1}\left((1 + 2\mu^2)\lg\varphi_1 - \mu\right)\right] \\ \qquad = (1 + \mu^2)(1 + 4\mu^2)(1 - \cos\varphi_1) \\ \qquad\quad - (1 + 2\mu^2) + \cos\varphi_1\, e^{-2\mu\eta_1}(1 + 2\mu^2 + \mu \cdot \lg\varphi_1), \\ \lambda = \dfrac{1}{(1 + \mu^2)(1 + 4\mu^2)}\left[\dfrac{\mu}{\sin\varphi_1} + e^{-2\mu\eta_1}(1 + 2\mu^2 - \mu \cdot \operatorname{cotg}\varphi_1)\right], \\ 2\lambda\left(\dfrac{e'}{h} + m \cdot \operatorname{cotg}\varphi_1\right) = 1 - \dfrac{1}{1 + \mu^2} \cdot \dfrac{1 - e^{-2\mu\eta_1}}{\sin^2\varphi_1}, \end{cases} \tag{100}$$

wobei nach den Ergebnissen unter II und IV gesetzt wurde

$$E_{a_W} = \lambda\, p\, h.$$

Zahlenmäßig erhält man z. B. für $\mu = 0{,}60$ und $\varphi_1 = 1{,}0$:

$$\sigma = 0{,}8575\, e^{-1{,}2\eta}; \quad m = 0{,}253; \quad \lambda = 0{,}336; \quad e' = 0{,}246\, h.$$

Für ebene Gleitflächen würde man nach Gl. (47c) $\lambda = 0{,}283$ erhalten, so daß sich auch hier wieder für Bewegung B ein merklich größerer Erddruck ergibt als für Bewegung A $\left(\frac{0{,}336}{0{,}283} \approx 1{,}19\right)$. Abb. 86 veranschaulicht das gefundene Ergebnis. Die Verteilung des Erddruckes ist nicht so genau einzugrenzen wie unter V. In Abb. 86 sind drei Möglichkeiten dargestellt. Die Druckverteilungslinie verläuft danach ungefähr parabelförmig. Ebenso wie unter V ist auch hier die „ζ-Bedingung" im untersten Wandpunkt nicht erfüllt.

Für eine Durchbiegung der Wand (Bewegung C) läßt sich die durch eine gleichmäßige Geländeauflast hervorgerufene Erddruckverteilung in

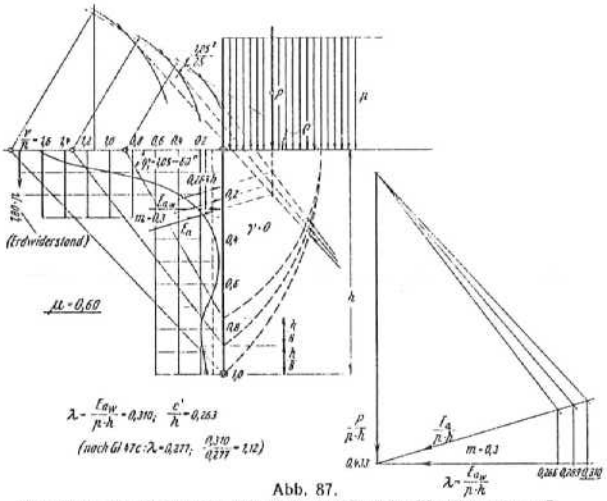


Abb. 87. Ermittlung des Einflusses einer Geländeauflast für Wandbewegung C (Durchbiegung).

ähnlicher Weise wie unter VI ermitteln. Abb. 87 zeigt die Berechnung für $\mu = 0{,}60$ und $m = 0{,}30$ unter der Annahme: $\varphi_1 = 1{,}05 \approx 30°$. Ergebnis: $\lambda = 0{,}310$ und $e' = 0{,}263\, h$.

g) Über den Einfluß der Gleitfestigkeit (Kohäsion).

Die Berücksichtigung einer etwa vorhandenen Gleitfestigkeit macht grundsätzlich keine größeren Schwierigkeiten; hier soll der Vorgang nur angedeutet werden.

[89]) Vgl. auch Krey, Erddruck . . ., Abb. 151.

Jáky hat gezeigt, daß die Kötter'sche Gleichung für den Gleitflächendruck auch für Boden mit Gleitfestigkeit erweitert werden kann[90]), wenn man sie in der Form schreibt:

$$(101) \qquad \bar{\tau} = \gamma \cdot \sin\varrho\, e^{\pm 2\mu\vartheta} \left[\int e^{\mp 2\mu\vartheta} \cdot \sin(\vartheta \mp \varrho)\, ds + C\right].$$

Es ändert sich für die Gleitspannung $\bar{\tau}$ lediglich die Anfangsbedingung, aus der C zu berechnen ist.

Unter II ist nachgewiesen worden, daß die Lage der Gleitfläche in den meisten Fällen durch die Gleitfestigkeit beeinflußt wird. Da jedoch die „ungünstigste" Gleitfläche aus der Bedingung gefunden wird, daß der Erddruck bzw. Erdwiderstand seinen Größt- bzw. Kleinstwert annimmt, so folgt, daß die Grenzdruckwerte durch eine geringe Änderung der Gleitflächenlage kaum beeinflußt werden, d. h. man kann in den meisten Fällen genügend genau mit einer von der Gleitfestigkeit unabhängigen Gleitflächenlage rechnen oder aber die Gleitflächenlage für den Fall ohne Gleitfestigkeit von vornherein etwas in Richtung des Einflusses der Gleitfestigkeit verschieben.

Für ebene Gleitflächen folgt daraus die Zulässigkeit linearer Überlagerung der beiden Einflüsse aus Eigengewicht und Gleitfestigkeit;

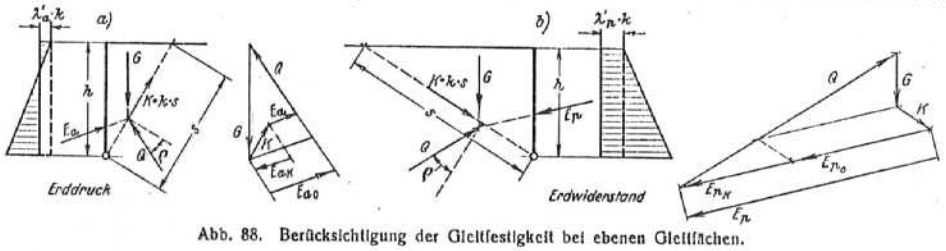


Abb. 88. Berücksichtigung der Gleitfestigkeit bei ebenen Gleitflächen.

z. B. kann man die in Abb. 88 gezeigten Krafteckc aufteilen in ein mit dem Raumgewicht des Bodens verhältnisgleich wachsendes Krafteck und in ein anderes, das nur mit der Gleitfestigkeit k verhältnisgleich anwächst. Für gegebene konstante Bodenwerte γ und k wächst das Eigengewicht des Gleitkörpers mit h^2, die Gleitfestigkeitskraft k dagegen mit h; man kann deshalb anschreiben

$$(102) \qquad E_w = \lambda \cdot \gamma \frac{h^2}{2} \mp \lambda' \cdot k\, h,$$

wobei der den Einfluß der Gleitfestigkeit berücksichtigende Faktor λ' ebenso wie λ außer von den Winkeln α, β und δ nur vom Reibungsbeiwert μ abhängig ist.

Nimmt man für Wandbewegung A entsprechend früheren Ausführungen an, daß der Gleitkörper ganz von Gleitflächen durchzogen ist[91]), so gilt Gl. (102) auch für Teilabschnitte der Wand, vom Gelände aus gerechnet. Man erhält dann die Erddruckverteilung zu

$$(102a) \qquad v = \frac{d E_w}{d h_x} = \lambda \gamma h_x \mp \lambda' k,$$

was der in Abb. 88 angedeuteten geradlinigen Druckverteilung entspricht. Der Einfluß der Gleitfestigkeit entspricht danach einem Spannungsrechteck mit den Ordinaten $\lambda' k$, wobei natürlich λ' für den oberen Grenzzustand einen anderen Wert hat als für den unteren Grenzzustand. Für den unteren Grenzzustand ergeben sich Zugspannungen, für den oberen Grenzzustand Druckspannungen.

Die vorteilhafteste Anwendung des obenerwähnten Überlagerungsgesetzes besteht darin, daß man den Einfluß des Eigengewichts und den Einfluß der Gleitfestigkeit vollständig getrennt voneinander untersucht.

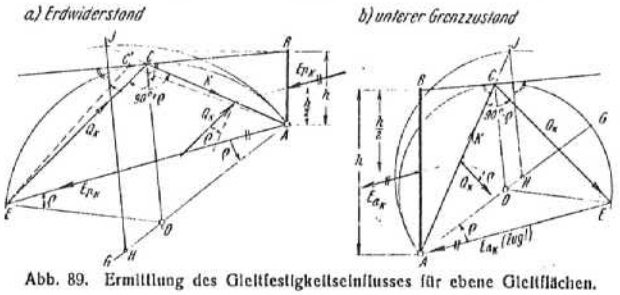


Abb. 89. Ermittlung des Gleitfestigkeitseinflusses für ebene Gleitflächen.

Wir haben damit nur noch zu zeigen, wie der Einfluß der Gleitfestigkeit für sich allein zu ermitteln ist, was an Hand der Abb. 89 geschehen soll.

In Abb. 89a möge AC die ungünstigste Gleitfläche angeben. Das Krafteck für die drei untereinander im Gleichgewicht befindlichen Kräfte E_{p_k}, K und Q_k zeichnet man zweckmäßig in die Querschnittsfigur ein, und zwar in einem solchen Maßstabe, daß die Länge AC der Gleitfläche die Größe von K angibt. Alle Kräfte sind dann gleich dem k-fachen der Längen. — In der Nähe der ungünstigsten Gleitfläche darf eine (gestrichelt angedeutete) geringe Änderung der Gleitflächenlage die Größe von E_{p_k} nicht beeinflussen. Da außerdem der Krafteckwinkel sowohl bei C als auch bei C' $90° + \varrho$ betragen muß, so folgt, daß die drei Punkte A, C und E auf einem Kreise liegen, der die Gerade BC in C berührt. Daraus findet man die angegebene bequeme Konstruktion der Gleitflächenlage und der Größe von E_{p_k}: Nach Auftragen der beiden durch A gehenden Richtungen $EA \parallel E_{p_k}$ und GA unter ϱ zu EA wird um den beliebigen Punkt H auf der Geraden AG ein Kreisbogen durch A bis zu der zu BC senkrechten Linie HJ geschlagen. Die Verbindung der Punkte J und A ergibt die Lage der ungünstigsten Gleitfläche. Eine Gleichlaufende zu HJ durch C liefert im Schnitt mit dem Strahl AG den Mittelpunkt D des Kreises durch die drei Punkte A, C und E und damit durch die Länge $\overline{EA}$ die Größe von E_{p_k} $(= k\overline{EA})$. Abb. 89b zeigt die sich für den unteren Grenzzustand des Erddruckes mit genau derselben Beweisführung ergebende Konstruktion. Ist die Erddruckrichtung dem Gelände gleichlaufend, so erhält man aus Abbild. 89 den Winkel zwischen Gelände- und Gleitlinie, wie es sein muß, zu $45° \pm \frac{\varrho}{2}$.

Gl. (102), die das lineare Überlagerungsgesetz in sich enthält, gilt ihrer Ableitung gemäß zunächst nur für ebene Gleitflächen; sie läßt sich jedoch auch auf kurvenförmige Gleitflächen — soweit Wandbewegung A in Betracht gezogen wird — mit guter Näherung erweitern. Auf die Beweisführung soll hier verzichtet werden; es sei nur darauf hingewiesen, daß man die durch Gl. (102) zum Ausdruck gebrachte Gesetzmäßigkeit bei zahlenmäßigen Berechnungen immer wieder bestätigt findet. Abb. 93 zeigt z. B. die Ermittlung des Erdwiderstandes für eine kreisförmige Gleitfläche. Die Kräfte E_{p_0}, Q und Q_0 gelten für den Fall ohne Gleitfestigkeit; bei vorhandener Gleitfestigkeit kommen die neuen Kräfte K und E_{p_k} hinzu, und an die Stelle von Q_0 tritt Q. Die Gleitfestigkeitskraft K ist der Größe nach gleich $k \cdot \overline{AC}$, da man sich die Gleitlinie in entsprechendem Maßstab als Krafteck der aneinander gereihten kleinen Gleitfestigkeitseinzelkräfte denken kann. Die Lage von K außerhalb der Kreisgleitfläche folgt aus der Momentengleichung $k \cdot \overline{AC} \cdot e_k = k \cdot \overline{CEA} \cdot R$ zu $e_k = \frac{\overline{CEA}}{\overline{CA}}$. Die Zusammensetzung der Kräfte, insbesondere das Auffinden der Richtungen von Q_0 und Q, dürfte nach dem unter IV an

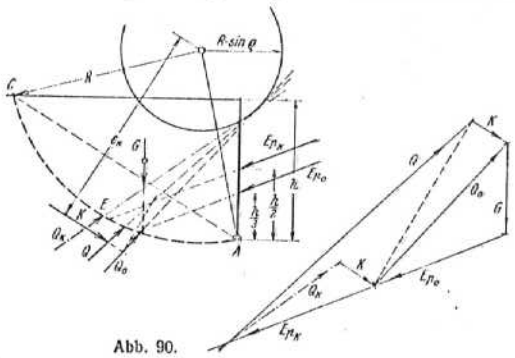


Abb. 90.

Hand der Abb. 45a u. b Gesagten ohne weiteres verständlich sein. Bei getrennter Ermittlung des Gleitfestigkeitseinflusses würde man die (strichpunktiert gezeichnete) Kraft Q_k erhalten, deren Richtung gegenüber der Richtung von Q gerade eine solche Veränderung zeigt, daß sich fast genau derselbe Wert für E_{p_k} ergibt.

[90]) J. Jáky, Stability of Earth Slopes. Proceedings of the Internat. Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Vol. II, S. 200.

[91]) Über die Berechtigung dieser Annahme siehe weiter unten.

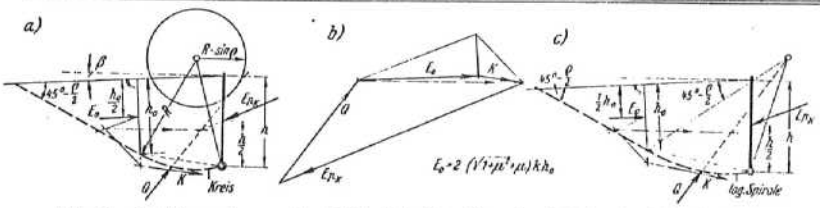


Abb. 91. Ermittlung des von der Gleitfestigkeit herrührenden Anteiles des Erdwiderstandes.

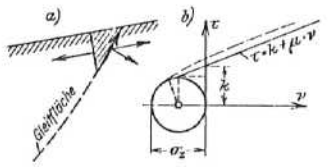


Abb. 93.

Die der früheren Abb. 45 sinngemäß entsprechende Ermittlung des von der Gleitfestigkeit herrührenden Teiles des Erdwiderstandes zeigt Abb. 94. Rechnerisch kann man für den Fall, daß man als Gleitlinie die logarithmische Spirale benutzt, in ähnlicher Weise vorgehen, wie es unter IV an Hand der Abb. 46 gezeigt wurde. Der Gleitlinienverlauf vereinfacht sich noch dadurch, daß die ebenen Gleitflächenteile die Oberfläche unter dem Winkel $45° - \frac{\varrho}{2}$ treffen. An Stelle der früheren Gl. (51) erhält man mit den Bezeichnungen der Abb. 92, wenn man als Veränderliche den Winkel φ' wählt,

$$
(103)\left\{
\begin{aligned}
&\bar{\varphi} = 45° + \frac{\varrho}{2} - \varphi' + \alpha' \\
&r_1 = s \cdot \frac{\sin(\bar{\varphi} + \varphi')}{\sin \bar{\varphi}}; \quad r' = s \cdot \frac{\sin \varphi'}{\sin \bar{\varphi}}; \quad r_2 = r_1 e^{\mu \bar{\varphi}}; \quad s_R = r_2 - r' \\
&M_{E_R} = s_R \cdot \cos \varrho \left(r_2 - \frac{s_R}{2} \right) k \\
&M_{k_{sp}} = \left[k \int_0^{\bar{\varphi}} r \, d\varphi \, r \right] = (r_2^2 - r_1^2) \frac{k}{2\mu} \\
&\left(\frac{M_{E_p}}{E_p} \right) = e = \frac{s}{2} \cdot \cos(\varepsilon - \alpha') + r' \cdot \sin\left(45° - \frac{\varrho}{2} - \varepsilon\right) \\
&E_{p_h} = \left(\frac{E_p}{M_{E_p}} \right) \left(M_{E_R} + M_{k_{sp}} \right).
\end{aligned}
\right.
$$

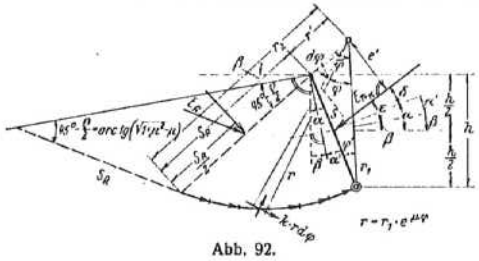


Abb. 92.

Die oben getroffene Annahme, daß der Gleitkörper für Wandbewegung A ganz von Gleitflächen durchzogen ist, bedarf noch einer kurzen Erörterung. Daß diese Annahme in den meisten Fällen der Wirklichkeit entspricht, folgt wohl hinlänglich aus den Ausführungen unter III. Nur eine Ausnahme ist dort noch erwähnt, indem angedeutet wurde, daß der Erdkörper innerhalb der frei stehenden Höhe nicht unbedingt der Wandbewegung zu folgen brauche, sondern daß sich zwischen Wand und Boden hier ein Spalt bilden könne. Letzteres tritt nun tatsächlich in vielen Fällen ein,

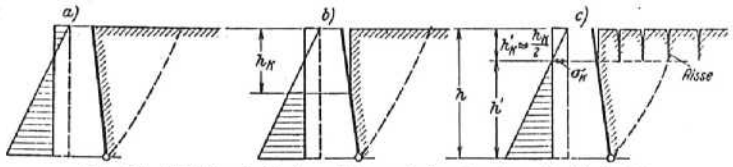


Abb. 94. Mögliche Erddruckverteilungen bei vorhandener Gleitfestigkeit.

so daß die in Abb. 88a gezeichnete Druckverteilung noch einer Berichtigung bedarf, da für den Fall, daß sich ein Spalt bildet, die Zugspannungen im oberen Teil der Wand nicht aufgenommen werden können.

Im Falle völliger Rissefreiheit müssen auch die oberen Schichten des Gleitkörpers ganz von Gleitflächen durchzogen sein, weil sonst ein Mitmachen der Wandbewegung nicht denkbar wäre. Es folgt daraus, daß geländenahe Schichten in den einzelnen Punkten der mit dem (ebenen) Gelände gleichlaufenden Ebenen den gleichen Spannungszustand besitzen (Rankinescher Fall). Bei der Betrachtung des Gleichgewichts eines kleinen dreiseitigen Oberflächenprismas (Abb. 93a) können die Eigengewichtsspannungen gegenüber den von der Gleitfestigkeit herrührenden Spannungen vernachlässigt werden, wenn die Seiten des Prismas nur genügend klein gedacht werden. Damit ist aber das Spannungsbild in nächster Nähe der Oberfläche von der Geländeneigung β unabhängig, so daß die unter II für waagerechtes Gelände erhaltene Formel (Abb. 23)

$$\text{Zugspannung } \sigma = \frac{2}{\sqrt{n_0}} \cdot k$$

benutzt werden darf. Nun errechnet sich die Zugfestigkeit σ_z des Bodens aus der Darstellung als Spannungskreis (Abb. 93b) zu

$$k = \frac{\sigma_z}{2} \cdot \mu + \frac{\sigma_z}{2} \sqrt{1 + \mu^2} = \frac{\sqrt{n_0}}{2} \cdot \sigma_z \quad \text{oder} \quad \sigma_z = \frac{2}{\sqrt{n_0}} \cdot k,$$

also ebenso groß als die auftretende Zugspannung σ. Danach könnte es zweifelhaft sein, ob sich in der obersten Bodenschicht Risse ausbilden, weil die Zugfestigkeit des Bodens gerade ausreicht, um die auftretende Zugspannung aufzunehmen. Die Zugfestigkeit des Bodens wird jedoch nicht an allen Stellen des Bodens gleich groß sein (Schwankungen statistischer Art); auch besteht die Möglichkeit, daß die Gleitspannungslinie nicht genau einer Geraden folgt (gestrichelte Linie in Abb. 93). Es kommt aber noch hinzu, daß gerade die oberen geländenahen Schichten ganz besonders den Einflüssen der Witterung unterliegen, sei es nun, daß durch den Regen einzelne aufgeweichte Stellen vorhanden sind, oder sei es, daß sich bei anhaltender Trockenheit Trockenrisse bilden. Mit dem Auftreten von Rissen muß daher wohl in den meisten Fällen gerechnet werden, so daß m. E. von den in Abb. 94 skizzierten drei Möglichkeiten der Fall c der Berechnung zugrunde zu legen ist, zumal es sich dabei um den ungünstigsten Fall handelt. Gl. (102) vereinfacht sich damit für den unteren Grenzzustand zu

$$(102') \qquad E_{a_w} = \lambda \gamma \cdot \frac{h'^2}{2}.$$

Bei der Berechnung des Gleitfestigkeitseinflusses nach Abb. 89b ist jetzt h' anstatt h zu nehmen. Aus dem Ergebnis: E_{a_k} (Zugkraft) $= \sigma_k h'$ findet man (vgl. Abb. 94c): $\sigma_k = E_{a_k} : h'$ und aus $\lambda \gamma h_k' = \sigma_k$

$$(104) \qquad h_k' = \frac{\sigma_k}{\lambda \gamma}.$$

Für die Wandbewegungen B und C ist der Einfluß der Gleitfestigkeit naturgemäß nicht so einfach herauszustellen, wie es vorstehend für Wandbewegung A geschehen ist. Es sei deshalb nur angedeutet, in welcher Weise die Druckverteilung in der lotrecht beginnenden Gleitfläche angesetzt werden kann. Weitere Folgerungen können wohl nur aus zahlenmäßigen Durchrechnungen gezogen werden.

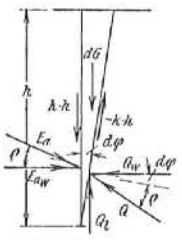


Abb. 95.

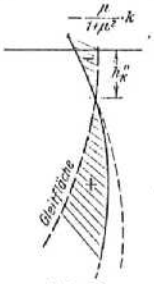


Abb. 96.

In Abb. 35 (unter III) ist angedeutet, daß der Erddruck für den Fall $\delta = -\varrho$ als Grenzfall verschwindenden Gleitkeilgewichts anzusehen ist. In diesem Sinne sei jetzt auch bei vorhandener Gleitfestigkeit der Erddruck berechnet. Mit den Bezeichnungen der Abb. 95 hat man unter Vernachlässigung von Größen höherer Kleinheitsordnung die Gleichgewichtsbedingungen

$$E_{a_w} = Q_w - k h \, d\varphi,$$

$$E_{a_l} = Q_l - d G = Q_l - \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \cdot d\varphi,$$

wenn man mit E_{a_l} nur den auf die Reibung entfallenden Anteil der lotrechten Teilkraft des Erddruckes bezeichnet. Nimmt man noch die beiden Bedingungen

$$\frac{E_{a_l}}{E_{a_w}} = \mu \quad \text{und} \quad \frac{Q_l}{Q_w} = \operatorname{tg}(\varrho + d\varphi)$$

hinzu, so erhält man schließlich

$$E_{a_w} = \frac{1}{1+\mu^2} \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2} - \frac{\mu}{1+\mu^2} \cdot k\,h \tag{105}$$

oder auch

$$\frac{d\,E_{a_w}}{d\,h_x} = v_a = \frac{1}{1+\mu^2} \cdot \gamma\,h_x - \frac{\mu}{1+\mu^2} \cdot k,$$

woraus die in Abb. 96 beigeschriebenen Werte folgen. Nach der letzteren Gleichung kann man den Einfluß der Gleitfestigkeit dadurch berücksichtigen, daß man bei den Berechnungen unter V und VI längs der Gleitfläche außer den Schubspannungen k noch die gleichmäßig verteilten Zugspannungen von der Größe $\frac{\mu}{1+\mu^2} \cdot k$ hinzunimmt. Bemerkenswert ist, daß sich h_k'' (Abb. 96) bedeutend kleiner ergibt als h_k' nach Abb. 23 für waagerechten Erddruck; für $\mu = 0{,}4$ und 0,6 hat man z. B.

$$\frac{h_k''}{h_k'} \approx 0{,}117 \text{ und } 0{,}125.$$

DIE BAUTECHNIK
BETON- U. STAHLBETONBAU : : DER STAHLBAU
25. Jahrgang BERLIN, Juni 1948 Heft 6

Zur Erddruck-Lehre.

Von Joh. Ohde, Neuenhagen b. Berlin,
Geschäftsführer des Institutes für Erd- und Grundbau der Technischen Hochschule Dresden[1]).

Übersicht:

Die Vorausbestimmungen sowohl des angreifenden als auch des widerstehenden Erddruckes ist zu einer wichtigen Aufgabe der Tiefbau-Statik geworden (sichere und wirtschaftliche Bemessung der Stützwände). Die letzten Jahrzehnte haben bemerkenswerte Fortschritte auf diesem Gebiete gebracht, die der Oeffentlichkeit aber erst teilweise bekannt sind. Deshalb wird in der folgenden Aufsatzreihe der Versuch einer gedrängten Darstellung der heutigen Erkenntnisse gemacht. Nach einem kurzen Abriß der geschichtlichen Entwicklung und der den Erddruck beeinflussenden Faktoren wird zunächst die Abhängigkeit der Erddruckverteilung von der Art der Wandbewegung rechnerisch und versuchsmäßig nachgewiesen. Die hierbei entwickelten Berechnungsverfahren werden dann für Sonderfälle und für die Ermittlung von Erddrucktafeln nutzbar gemacht. Sodann werden Formänderungen und Erddruckverteilung bis zum Erreichen der Grenzwerte (Uebergangsbereich) behandelt. Nach einer Erörterung der baupraktischen Anwendungen der Erddrucklehre bei der ausreichenden Bemessung von Stützmauern, Spundwänden und Fundamenten wird schließlich im letzten Abschnitt noch kurz zu abweichenden Auffassungen und Ergebnissen Stellung genommen.

I. Die geschichtliche Entwicklung der Erddrucklehre.

Unter „Erddruck" versteht man bekanntlich meistens den seitlichen Druck des Erdreiches auf eine stützende oder drückende Wand. Im erweiterten Sinne kann diese „Wand" auch im Erdreich selbst gedacht werden, d. h. es geht dann um die Pressungen im Innern des Erdreiches. Im Gegensatz hierzu wird der überwiegend lotrechte Druck des überlagernden Erdreiches als „Erdauflast" oder „Erdbelastung" bezeichnet.

Die ältere „klassische" Theorie des Erddruckes geht hinsichtlich ihrer Grundlagen auf Coulomb zurück[2]) und wurde auf deutscher Seite u. a. von Culmann[3]), Rebhann[4]), Winkler[5]), Engesser[6]) und Müller-Breslau[7]) weiter ausgebaut. Coulomb setzte voraus:

1. Die Stützmauer gibt dem Druck des Erdreiches so weit nach, daß ein keilartiger Erdkörper hinter der Wand ein wenig nachrutscht (Abb. 1), so daß es unter Gleitflächen-Ausbildung zu einem gewissen Bruch des Erdreiches hinter der Wand kommt.
2. In den sich ausbildenden Gleit- oder Rutschflächen wirkt die innere Reibung und Festigkeit des Erdreiches der Verschiebung entgegen. Die Größe des Gleitwiderstandes wird erhalten nach dem Reibungsgesetz:

$$T = k \cdot F + \mu \cdot N$$

(k = Festigkeit oder Kohäsion der Flächeneinheit, F = Größe der Gleitfläche, μ = Reibungsbeiwert, N = Normalkraft auf der Gleitfläche).

3. Die Gleitflächen dürfen näherungsweise als Ebenen angesehen werden.

Unter diesen Annahmen ist man in der Lage, die Größe des Erddruckes E zu finden. Das Eigengewicht G des Erdkörpers muß nach Abb. 1 mit den resultierenden Kräften E_a' und Q der beiden Gleitflächen im Gleichgewicht sein. Da der Gleitwiderstand des Erdreiches bei dieser Rechnung voll eingesetzt wird, erreicht der Erddruck seinen kleinsten Wert, der aktiver oder angreifender Erddruck (E_a) genannt wird. Auf diesen unteren Grenzwert wird der Erddruck also offenbar immer absinken, wenn das Nachgeben der Stützwand groß genug ist, um ein geringes Nachsacken des Erdkeils hinter der Wand zu verursachen.

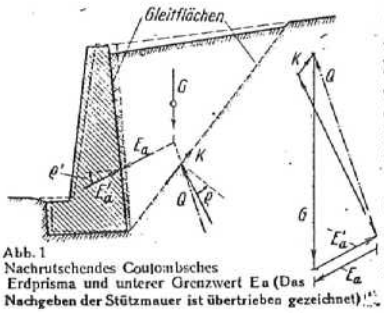


Abb. 1
Nachrutschendes Coulombsches Erdprisma und unterer Grenzwert Ea (Das Nachgeben der Stützmauer ist übertrieben gezeichnet).

Ein anderer Grenzfall tritt ein, wenn die Stützwand nicht nachgibt, sondern durch eine äußere Kraft P (z. B. durch den Bogendruck eines Brückengewölbes) sehr stark gegen die Hinterfüllung gedrückt wird. Dann gibt schließlich das Erdreich dem übermäßigen Drucke nach, wobei sich wieder eine Gleitfläche ausbildet, die jetzt allerdings bedeutend flacher geneigt ist (Abb. 2). Der Gleitwiderstand wirkt auch hier der erzwungenen Verschiebung entgegen und aus dem Kräftegleichgewicht folgt dann der obere Grenzwert des Erddruckes, der sogenannte passive Erddruck (E_p) oder Erdwiderstand. Da der größtmögliche Gleitwiderstand hierbei wieder voll wirksam ist, so erkennt man, daß der Erdkörper nicht in der Lage ist, der Wand einen größeren Gegendruck als E_p entgegenzusetzen.

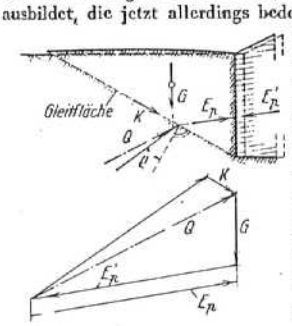


Abb. 2. Nachgebendes Erdprisma (gewaltsam vordrängende Wand) und oberer Erddruck-Grenzwert E_p.

Führt man die in Abb. 1 und 2 dargestellten Kräftezerlegungen für verschiedene Neigungen der Gleitfläche durch, so findet man, daß für eine bestimmte Neigung der Gleitfläche der untere Grenzwert zum rechnerischen Größtwert und der obere Grenzwert zum rechnerischen Kleinstwert wird. Diese besonderen Gleitflächenneigungen sind nach Coulomb für die Erddruckberechnung maßgebend, d. h. der untere Grenzwert ist als rechnerischer Größtwert und der obere Grenzwert als rechnerischer Kleinstwert zu finden (Prisma des größten Druckes bezw. des kleinsten Widerstandes), wenn in jeder untersuchten und möglichen Gleitfläche jeweils der volle Gleitwiderstand angesetzt wird.

1) Die vorliegende Arbeit ist zum großen Teil schon während meiner Berliner Tätigkeit im Jahre 1942 entstanden und verdankt ihre Förderung teils der früheren Erdbauabteilung der Berliner Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau (Leiter: Oberbaurat J. Ehrenberg, † 20. 11. 1945), teils dem Dresdener Institut für Erd- und Grundbau (Direktor: Prof. W. Neuffer).

2) C. A. de Coulomb, Theorie des machines simples, Paris 1821 S. 318. (Erste Veröffentlichung Coulombs ist in Paris 1776 erfolgt). Deutsch in Böhms Magazin für Ingenieure und Artilleristen 1779, S. 161.

3) C. Culmann, Die graphische Statik (8. Abschnitt: Theorie der Stütz- und Futtermauern), Zürich 1866.

4) G. Rebhann, Theorie des Erddruckes und der Futtermauern, Wien 1871.

5) E. Winkler, Neue Theorie des Erddruckes nebst einer Geschichte der Theorie des Erddruckes und der hierüber angestellten Versuche. Wien 1872 (Diss. von Winkler in Leipzig 1860 eingereicht).

6) Fr. Engesser, Geometrische Erddrucktheorie, Zeitschr. f. Bauwesen 30 (1890). — Zeitschr. f. Arch.- u. Ing.-Wesen 1908, S. 78.

7) H. Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern, Stuttgart 1906, Kröner

Rebhann verdanken wir neben Kötter[8]) und Müller-Breslau[7]) eine besonders klare Formulierung dieses wichtigen Zusammenhanges. Er wies z. B. darauf hin, daß der für die wirkliche (ungünstigste) Gleitfläche erhaltene Erddruck E_a natürlich auch für die anderen noch in Betracht gezogenen ebenen Schnittflächen wirksam ist. Für diese übrigen Schnittflächen wird rein rechnerisch bei jeweils vollem Ansatz des Gleitwiderstandes ein etwas kleinerer Erddruck als für die eigentliche Gleitfläche erhalten. Da der Erddruck aber nicht gleichzeitig diese unterschiedlichen Werte aufweisen kann, sondern nur einen einzigen Wert (nämlich das E_a für die Gleitfläche), so folgt daraus, daß der Gleitwiderstand in den übrigen Schnittflächen nicht voll wirksam sein kann. Die Gleitfläche ist also in erster Linie dadurch gekennzeichnet, daß der Gleitwiderstand (d. h. die innere Reibung und Festigkeit) in ihr den Größtwert annimmt. Hieraus folgt dann als untergeordnetes Gesetz der Coulomb'sche „Grundsatz von Prisma des größten Druckes".

Coulomb hat die Grenzwerte des Erddruckes rechnerisch ermittelt, gelangt aber zu umständlichen Formeln. Die später von Poncelet[9]), Culmann[3]), Rebhann[4]), Engesser[6]), Müller-Breslau[7]) gefundenen zeichnerischen Verfahren sind demgegenüber einfacher und deshalb vorzuziehen. In manchen Fällen kann der Erddruck aber auch rechnerisch oder mit Hilfe von Tafelwerten in einfacher Weise gefunden werden. Hierauf und auf die zeichnerischen Verfahren wird später noch näher eingegangen werden.

Sehr bald hat man erkannt, daß die Annahme ebener Gleitflächen zwar eine brauchbare, aber immerhin auch anfechtbare Hypothese ist. Man wies darauf hin, daß die 3 Kräfte G, E_a' und Q (Abb. 3) sich meistens nicht in einem Punkte schneiden, wenn G im Schwerpunkt des Gleitkeiles und E_a und Q in den unteren Drittelpunkten der Gleitflächen angreifen (wie es auf Grund der Ähnlichkeit des Kraftbildes für verschiedene Wandhöhen eigentlich zu fordern ist, falls k = 0 ist). Um diese Unstimmigkeit zu beseitigen, vertraten Rankine[10]), Mohr[11]) und andere den Standpunkt, daß die Erddruckrichtung auf eine Stützwand durch die Geländeneigung als gegeben anzunehmen wäre (z. B. geländeparallele Druckrichtung für eine lotrechte Wand oder Erdebene). Winkler[5]), Müller-Breslau[12]) und andere wiesen dann aber nach, daß die durch Abb. 3 veranschaulichte Unstimmigkeit im allgemeinen belanglos ist. In den Fällen, wo eine solche Nichterfüllung der Momentengleichung nachgewiesen werden kann, ist die Gleitfläche keine Ebene, und der sich für kurvenförmige Gleitflächen ergebende untere Erddruckgrenzwert weicht meist nur wenig von dem Coulomb'schen Wert ab. Die Annahme ebener Gleitflächen ist also bei der Ermittlung des aktiven Erddruckes in den meisten Fällen durchaus zulässig.

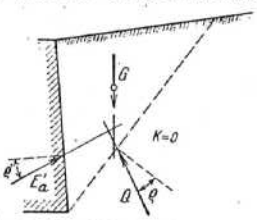


Abb. 3. Der Schönheitsfehler der Coulombschen Theorie: Die drei wirksamen Kräfte treffen sich nicht genau in einem Punkte.

Indessen hat man sich doch verschiedentlich auch mit kurvenförmigen Gleitflächen beschäftigt, so u. a. J. Boussinesq[13]), E. Cramer[14]), Fr. Engesser[6]), Fr. Kötter[15]), H. Müller-Breslau[12]), H. Reißner[16]), M. Ritter[17]), Th. v. Kármán[18]), J. Jáky[19]) und der Verfasser[20]). Hierbei werden die Ergebnisse des Spannungsgleichgewichts kleiner Erdprismen benötigt, die vorher u. a. von Rankine[10]), Culmann[3]) und Mohr[11]) (Spannungskreis) sowie von E. Winkler[5]) und später von A. Freund[21]), H. Krey[22]) und dem Verfasser[23]) (Spannungsellipse) erhalten wurden. Besonders erwähnt sei die geistreiche Kötter'sche Ableitung der (verhältnismäßig einfachen) Differentialgleichung für den Verlauf der Gleitflächenspannungen bei bekannter Form der Gleitkurve. Diese wichtige Beziehung ist bislang noch wenig ausgenutzt worden[24]).

Manche der vorstehend genannten Arbeiten über kurvenförmige Gleitflächen sind für die wissenschaftliche Durchdringung der Erddruckfrage wertvoll; für die baupraktische Anwendung haben sie jedoch nur geringe Bedeutung, weil die Annahme ebener Gleitflächen für die Ermittlung von E_a fast immer ausreicht. Anders liegen die Verhältnisse für den oberen Grenzwert, den Erdwiderstand E_p. In diesem Falle muß man verschiedentlich mit gekrümmten Gleitflächen rechnen, um richtige Werte zu erhalten. Leider beschäftigten sich die Mathematiker mit dieser baupraktisch wichtigen Frage nicht, so daß sich die Tiefbau-Ingenieure durch Näherungsrechnungen selber helfen mußten.

Der erste Versuch, kurvenförmige Gleitflächen zur Ermittlung des Erdwiderstandes heranzuziehen, geht wohl auf Schwedler zurück, der zur rechnerischen Ermittlung der Grenzbelastung eines Fundamentstreifens logarithmische Spiralen als Gleitflächen heranzog[25]), nachdem Boussinesq[13]) und Cramer[14]) diese Spirale bereits bei der Lösung von Erddruckproblemen verwendet hatten. Die Anregung von Schwedler geriet dann leider in Vergessenheit, und überhaupt ist in den älteren Arbeiten über Erddrucklehre nur wenig auf den oberen Grenzwert des Erddruckes eingegangen worden. Man wußte offenbar, daß zur vollen Ausnutzung des Erdwiderstandes E_p nicht unbeträchtliche Verformungen des Erdreiches nötig sind, die nicht bei jeder Konstruktion zugelassen werden können, und man begnügte sich meistens damit, notfalls den Erdwiderstand für waagerechte Druckrichtung

$$E_p = tg^2 (45^\circ + \frac{\varrho}{2}) \cdot \gamma \frac{h^2}{2}$$

(ϱ = Reibungswinkel, γ = Raumgewicht, h = Wandhöhe) anzusetzen oder E_p für ebene Gleitflächen zu ermitteln. Indessen machte sich diese Lücke der Theorie bei den erdstatischen Berechnungen des Tiefbaues immer mehr bemerkbar und es ist daher als ein großes Verdienst anzusehen, wenn in neuerer Zeit O. Franzius und A. Streck in Hannover Versuche über den passiven Erddruck[26]) mit verhältnismäßig großen Einrichtungen durchführten. Bei den ersten Versuchen dieser Art erhielt Franzius den doppelten Wert des rechnerischen Widerstandes für waagerechte Druckrichtung.

---

8) F. Kötter, Die Entwicklung der Lehre vom Erddruck, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, II. Band 1891/92, S. 70—150, Berlin 1893.

9) Poncelet, Mém. sur la stabilité des revêtements et de leurs fondations. Memoires de l'Officier du génie 13 (1840) (deutsch von Lohmeyer, Braunschweig 1844).

10) Rankine, On the stability of loose earth. Phil. Transactions of the London Royal Soc. 1857. — Rankine, A Manual of applied mechanics, 1. Aufl., London 1858, Deutsch von Kreuter nach der 12. Aufl., Wien 1889 (Rankine, Handb. der Bauingenieur-Kunst).

11) O. Mohr, Beitrag z. Theorie des Erddruckes, Ztschr. f. Arch. u. Ing.-Wesen 1871/72. — O. Mohr, Abhandlungen auf dem Gebiete der techn. Mechanik, 1. und 3. Aufl., Berlin 1905 u. 1928, Wilh. Ernst & Sohn. — O. Mohr, Eine neue Theorie des Erddruckes. Zeitschr. f. Arch. u. Ing.-Wesen 1907, Heft 5, S. 441

12) S. neben Anm. 7 auch Müller-Breslau, Bemerkungen über die Berechnung des Erddruckes auf Stützmauern. Zeitschr. f. Arch. u. Ing.-Wesen 1908. Seite 43.

13) Zitiert nach Fr. Hülsenkamp in Auerbach-Hort, Handb. d. phys. und techn. Mechanik IV, 2, S. 579, Leipzig 1931, J. A. Barth.

14) E. Cramer, Die Gleitfläche des Erddruckprismas und der Erddruck gegen geneigte Stützwände. Zeitschr. f. Bauwesen 29 (1879), S. 521.

15) Fr. Kötter, Die Bestimmung des Druckes an gekrümmten Gleitflächen. ein Beitrag zur Lehre vom Erddruck. Zeitschr. f. Arch. u. Ing.-Wesen 1908, S. 55 (Erste Ableitung bereits 1888 veröffentl. in den Verhandlungen d. Phys. Ges. Berlin).

16) H. Reißner, Theorie des Erddruckes. Enzyklopädie d. math. Wissenschaften IV, Leipzig 1909, B. G. Teubner. — H. Reißner, Zum Erddruckproblem. Verhandl. des 1. internat. Kongresses f. techn. Mechanik, Delft 1924.

17) M. Ritter, Zur Theorie des Erddruckes auf Stützmauern, Schweiz. Bauzeitung 55 (1910), Heft 15, S. 107.

18) Th. v. Kármán, Ueber elastische Grenzzustände. Verh. d. 2. internat. Kongresses f. techn. Mechanik, Zürich 1926.

19) J. Jáky, Die klassische Erddruckt heorie mit besonderer Rücksicht auf die Stützwandbewegung. Abhandl. d. int. Vereinigung f. Brückenbau u. Hochbau, Zürich 1938.

20) Joh. Ohde, Zur Theorie des Erddruckes. Bautechn. 16 (1938), Heft 19, S. 243 und Heft 25, S. 335.

21) A. Freund, Der Spannungszustand in loser Erde, Zentralbl. d. Bauverwaltung 41 (1921), Nr. 96, S. 589 und Nr. 98, S. 601.

22) H. Krey, Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes. 5. Aufl., Berlin 1937, Wilh. Ernst & Sohn.

23) Joh. Ohde, Zur Theorie des Erddruckes, Bautechn. 16 (1938), Heft 10/11, S. 152 uf.

24) Ueber Anwendungen dieser Gleichung vgl. Anmerkung 12 und Bautechn. 16 (1938), Heft 37, S. 480 und Heft 53/54, S. 758. — M. Ritter, versuchte, für die Hauptspannungslinien eine ähnliche Beziehung zu finden (vergl. Anmerkung 17). Sein Ergebnis ist jedoch leider fehlerhaft, worauf ich in Bautechn. 16 (1938). Heft 25, S. 335 hingewiesen habe.

25) J. W. Schwedler, Beiträge zur Theorie des Eisenbahnoberbaues Zeitschr. f. Bauwesen 39 (1889). — S. auch A. Hertwig, J. W. Schwedler, sein Leben und sein Werk, S. 133. Berlin 1930, Wilh. Ernst & Sohn.

26) O. Franzius, Versuche mit passivem Erddruck, Bauing. 5 (1924), Heft 10, S. 314. — A. Streck, Beitrag zur Frage des passiven Erddruckes, Bauing 7 (1926), Heft 1, S. 1 und Heft 2, S. 32. — O. Franzius, Erddruckversuche im natürlichen Maßstabe, Bauing. 9 (1928), S. 787 u. 813 (s. auch S. 118 u. 136).

Allerdings wurde seine Druckwand zu überwiegend waagerechter Bewegung gezwungen. Dadurch erhält der Erdwiderstand auch eine lotrechte Teilkraft, worauf H. Dörr und H. Krey hinwiesen[27]). In der Folgezeit haben dann Streck und Krey Berechnungsvorschläge für schrägwirkenden Erdwiderstand entwickelt, ersterer mit gebrochenen ebenen[26]), letzter mit kreisförmigen Gleitflächen[22]). Als einen gewissen Abschluß dieser Bemühungen können wohl die vom Verfasser vor einiger Zeit angegebenen Berechnungsverfahren für kurvenförmige Gleitflächen[28]) angesehen werden, worauf wir im Verlaufe dieser Aufsätze noch zurückkommen. Auf die rechnerische Ermittlung der Wandverschiebung, wie sie zum Erreichen des oberen Widerstandwertes erforderlich ist, und durch die Hannoverschen Versuche sehr anschaulich erhalten wurde, wird ebenfalls noch näher eingegangen werden, ebenso auf die zahlreichen Versuche zur Nachprüfung des unteren Coulomb'schen Grenzwertes. Erwähnt seien an dieser Stelle nur die Versuche von Donath[29]), Müller-Breslau[30]) und Feld[31]). Im großen und ganzen wurde durch diese Versuche die Zulässigkeit des Coulomb'schen Vorgehens mit ebenen Gleitflächen bestätigt.

Durch die in den letzten Jahrzehnten entstandene neuere Baugrundlehre wurde auch das Erddruckproblem vielseitig gefördert, und man kann die neuere Entwicklung der Erddrucklehre vielleicht dadurch am besten andeuten, daß man die Kritik herausstellt, die von den neuen Erkenntnissen her der älteren klassischen Theorie gegenüber vorzubringen ist. M. E. dürfte folgendes zu bemerken sein:

1. Die ältere Erddrucklehre ist theoretisch sehr einseitig ausgerichtet, indem der Einfluß der Erdstoffeigenschaften auf die Grundwerte der Berechnung (z. B. Gleitwiderstand oder Wassereinfluß) viel zu wenig erforscht und beachtet worden ist.
2. Einige Eigenschaften der Erdstoffe sind ganz oder teilweise unberücksichtigt geblieben, z. B. der Einfluß des Porenwasser-Ueberdruckes und der Festigkeit.
3. Unbeachtet geblieben ist vor allem auch der grundlegend wichtige Einfluß der Stützwand-Bewegung oder -Verformung auf die Gleitflächenform und die Verteilung der Erdpressungen.
4. Es wird nach der alten Theorie von vornherein mit den Erddruckgrenzwerten gerechnet, ohne daß im Einzelfalle durch überschlägliche Ermittlung der Formänderungen des Erdreiches hierfür der Nachweis erbracht wird.
5. Die Sicherheitsfrage ist nur dürftig, meist aber ungenügend oder gar nicht behandelt.

Die Richtigkeit der klassischen Theorie an sich wird also nicht ohne weiteres in Frage gestellt. Es ist jedoch erkannt worden, daß diese Theorie nur einen eng begrenzten Bereich aus der Vielfalt baupraktischer Aufgaben behandelt und daß bei ihrer Anwendung nicht genügend auf die Erdstoffeigenschaften Rücksicht genommen wird. Denn im Grunde genommen beschränkt sich die alte Erddrucklehre auf die Ermittlung des unteren Erddruckgrenzwertes für nachgiebige Stützmauern oder ähnliche Stützwände, die sandiges Erdreich abzustützen haben. Ihre einseitige Orientierung tritt sogar auf ihrem eigentlichsten Anwendungsgebiet, der Berechnung von Stützmauern, eindeutig zutage. In diesem Falle wird zwar der Erddruck mit einer gewissen Eleganz berechnet[32]) — die richtige Wahl der „Grundwerte" einmal vorausgesetzt — und man ist damit in der Lage, die sich für die Mauersohle ergebende Mittelkraft zu finden. Aber dadurch ist doch die Aufgabe erst halb gelöst. Denn was nützt ein Vergleich mit „zulässigen" Spannungswerten (nach dem Spannungstrapez oder -dreieck ermittelt), wenn diese Werte nur gefühlsmäßig und ihrer absoluten Größe nach gewertet werden, ohne auf Spannungsneigung und -verteilung, auf Flächengröße und Erdstoffwerte Rücksicht zu nehmen? In Wirklichkeit kommt es entscheidend darauf an, den Nachweis zu erbringen, daß der Gleitwiderstand des Untergrundes durch die gefundene Sohlemittelkraft höchstens bis zu einer zulässigen Grenze in Anspruch genommen wird. Es ist also auch für den Untergrund noch eine Gleitflächen-Untersuchung durchzuführen, um dadurch den Kleinstwert des „Grundwiderstandes" zu erhalten und diesen Wert mit der vorher gefundenen Sohlemittelkraft vergleichen zu können. Nur durch einen solchen Vergleich ist die vorhandene Sicherheit eindeutig zu übersehen. Bei weicherem Untergrund kann dann außerdem noch eine überschlägliche Ermittlung der Verkippung (ähnlich wie bei Setzungsberechnungen) erforderlich werden.

Dieses Beispiel ließe sich noch um viele andere vermehren. Wir wollen jedoch an dieser Stelle den Erörterungen der weiteren Kapitel dieser Arbeit nicht vorgreifen. Es sei deshalb nur noch kurz auf bemerkenswerte Ansichten und Untersuchungen in der neueren Entwicklung der Erddrucklehre hingewiesen.

Es wurde schon angedeutet, wie wichtig die richtige Wahl der Rechnungsgrundwerte in jedem praktischen Einzelfall ist. Besonders gilt dies von dem Ansatz des Gleitwiderstandes (Reibung und Festigkeit) als dem wichtigsten Teil der ganzen Untersuchung. Es ist z. B. zwecklos, eine Erddruckberechnung auf 3 oder gar 4 Stellen genau durchzuführen, wenn die Grundwerte, von denen man ausgeht, kaum in der ersten Stelle gesichert sind. In solchem Falle hat man vielmehr danach zu trachten, durch sorgfältige Untersuchung des Gleitwiderstandes, der Erdschichtung, der Wasserdruckverhältnisse u. a. m. die Grundlagen der Berechnung möglichst auf 2 Stellen genau herauszuarbeiten. Natürlich braucht man dann den Erddruck auch nur auf 2 Stellen genau zu ermitteln. Eine solche Berechnung mag dann rein äußerlich auf unwissende Beobachter den Eindruck der Ungenauigkeit machen; sie kommt aber der Wirklichkeit näher und ist damit „genauer" als eine vermeintlich „genaue" Berechnung mit sehr unsicheren Grundlagen. — Diese und ähnliche Gedanken hat H. Krey mit Nachdruck vertreten; auch baute er ein sehr brauchbares Reibungsgerät, mit dem der Gleitwiderstand von Erdproben auch unter höherer Belastung festgestellt werden kann[33]). Dieses Gerät wurde später verschiedentlich ergänzt und verbessert[34]). Gleichzeitig wurden verschiedene Kreisring-Reibungsgeräte gebaut, bei denen der Gleitwiderstand einer Erdprobe durch Verdrehen gemessen wird[35]). Außerdem haben J. Ehrenberg[36]) und andere den Gleitwiderstand durch Zerdrücken zylindrischer Erdproben mit Erfolg feststellen können.

Terzaghi hat wiederholt auf den ungünstigen Einfluß eines bei schneller Belastung auftretenden Porenwasser-Ueberdruckes hingewiesen[37]), wodurch der Gleitwiderstand bindiger Erdschichten vorübergehend nicht den Reibungsgesetzten gehorcht, sondern bedeutend niedriger liegt. Dieser Einfluß ist näherungsweise statisch erfaßbar, worauf wir noch zurückkommen. — Durch Reibungsversuche ist gefunden worden, daß der Gleitwiderstand nach dem Erreichen des Höchstwertes wieder bis zu einem gewissen Endwert langsam abfällt, wenn die Gleitverschiebung weiter fortgesetzt wird[38]). Und zwar ist diese Widerstandsverminderung um so größer, je dichter die Lagerung (bei Sanden) und je größer die Festigkeit (bei bindiger Erde) ist. Hieran anknüpfend hat Terzgahi darauf hingewiesen, daß eine mehr in die Breite gehende Rutschfläche sich von oben nach unten fortschreitend ausbildet, so daß der Gleitwiderstand nur örtlich seinen Größtwert erreichen kann[39]). Bei langgestreckten, flachen Gleitflächen darf daher nicht damit gerechnet werden, daß der Größtwert des Gleitwiderstandes (Bruch-

[27]) Bauing. 5 (1924), Heft 17, S. 554 und 556.

[28]) Bautechn. 16 (1938), Heft 19, S. 244, Heft 25 S. 332 und Heft 53/54 S. 760

[29]) A. D. Donath, Untersuchungen über den Erddruck auf Stützwände. Zeitschr. f. Bauwesen 41 (1891).

[30]) S. Anm. 7.

[31]) J. Feld, Lateral Earthpressure. Trans. Amer. Soc. Civ. Ing. 86 (1923) S. 1488.

[32]) Leider wird, wie Terzaghi sehr treffend bemerkt („Erdbaumechanik" S. 303, s. Anmerk. 37), „durch das bestechend einfache und einleuchtende Verfahren die Aufmerksamkeit der Forscher dauernd von den recht komplizierten Teilursachen der Erddruckerscheinungen abgelenkt."

[33]) H. Krey, Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes, 3. Aufl., Berlin 1926, Wilh. Ernst & Sohn.

[34]) K. v. Terzaghi in Auerbach-Hort, Handbuch d. phys. u. techn. Mechanik IV, 2, Leipzig 1931, J. A. Barth. — A. Casagrande in Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 57 (1931) S. 1179 u. Proc. Int. Conf. Soil Mech. II. Band, S. 73, Cambridge (Mass.) 1936.

[35]) A. Streck, Die Festigkeitseigenschaften bindiger Böden, Deutsche Tiefbauztg. 1928 Nr. 33. — B. Tiedemann, Ueber die Schubfestigkeit bindiger Böden, Bautechn. 15 (1937), Heft 30, S. 400 u. Heft 33, S. 433. — M. J. Hvorslev, Ueber die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden, Kopenhagen 1937, G. E. C. Gad. — A. Haefeli, Mechanische Eigenschaften von Lockergesteinen. Schweiz. Bauztg. Bd. 111 (1938), Heft 26, S. 323.

[36]) Mitteilungen d. Berliner Versuchsanstalt für Wasserbau u. Schiffbau (1933). Heft 14. — A. S. Biusman in De Ing. 43 (1928), Heft 21, S. B. 140.

[37]) K. Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage, Leipzig u. Wien 1925, Fr. Deuticke. — K. v. Terzaghi, The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. Proc. Int. Conf. Soil Mech. I. Band, S. 54, Cambridge (Mass.) 1936.

[38]) Vgl. W. Buchholz im Jahrb. d. Hafenbautechn. Ges., XII. Band, Berlin 1930/31, Springer-Verlag, u. H. Petermann in Bauing. 14 (1933), Heft 43/44, S. 531 sowie Tiedemann u. Hvorslev in Anmerk. 35.

[39]) Ausführlichere Schilderung vgl. Bautechn. 16 (1938), Heft 10/11, S. 152 (berichtigte Abb. 6, Heft 16, S. 212).

wert) in sämtlichen Teilstücken der Gleitfläche gleichzeitig wirksam werden kann. Diese Herabminderung des Gleitwiderstandes dürfte allerdings beim aktiven Erddruck nur in Ausnahmefällen von Einfluß sein, eher schon beim Erdwiderstand, besonders dann, wenn sich das Erdreich stärker zusammendrücken läßt.

Aus Erddruckversuchen und gewissen Folgerungen, die sich aus der Betrachtung des Verschiebungsschaubildes von Reibungsversuchen ergeben, kann man folgende wichtige Erkenntnisse gewinnen:

a) Der Gleitwiderstand kann in manchen Fällen nicht in voller Höhe wirksam werden, weil die beschränkte Wandbewegung eine für vollen Widerstand erforderliche stärkere Gleitverzerrung des Erdreiches nicht zuläßt.

b) Es gibt zwei Arten von Gleitflächen, die sich vor allem hinsichtlich der Größe der Gleitverzerrung bzw. -verschiebung und dementsprechend auch durch teilweisen oder vollen Ansatz des Gleitwiderstandes unterscheiden:

α) Die Verzerrungsgleitung, bei der das Erdreich in einem größeren Bereich gleichmäßig verformt (rhombisch verzerrt) wird und

β) Die Verschiebungsgleitung oder Rutschung, bei der eine größere Gleitverschiebung eintritt, die aber auf eine Gleitzone geringerer Dicke beschränkt bleibt (Flächengleitung)[40].

Besondere Erwähnung verdient noch der Einfluß der Wandbewegung, der neuerdings in verstärktem Maße untersucht wird. Und zwar in zweierlei Hinsicht:

a) Der Erddruck zwischen den Grenzwerten E_a und E_p wird als Funktion der Wandbewegung berechnet, wobei von dem Grundfall des natürlichen Erddruckes auf eine unnachgiebige Wand ausgegangen wird.

b) Die Erddruckverteilung und Gleitflächenform für die Grenzzustände des Gleichgewichtes wird als Funktion der Wandbewegungsart dargestellt.

Da man sich bei den meisten älteren Erddruck-Berechnungen auf den unteren Grenzwert E_a beschränkte, entstand im Schrifttum verschiedentlich die wie ein Dogma anmutende Meinung, der Erddruck lasse sich immer — auch im unberührten Erdkörper — als unterer Grenzwert berechnen und die Verteilung des Erddruckes sei normalerweise immer dreieckförmig nach unten zunehmend[41]). Die meisten der tiefer schürfenden Forscher blieben sich aber der Tatsache bewußt, daß der Erddruck im allgemeinen zwischen den Grenzwerten liege und diese Grenzwerte nur nach entsprechender Wandverschiebung eintreten können.

So nannte Donath z. B. den Erddruck auf eine unnachgiebige Wand den „Ruhedruck" und versuchte, dessen Wert zu messen[29]). Seine Einrichtung war hierfür allerdings nicht genügend steif; trotzdem erhielt er Werte, die merklich oberhalb des unteren Grenzwertes lagen. Krey hat sich eingehender mit dem Erddruck im unberührten Erdkörper befaßt[42]), den er den „natürlichen Erddruck" nennt. Dieser Erddruck (E_n) ist seiner Meinung nach im Durchschnitt nahezu gleich dem „Flüssigkeitsdruck" $\gamma \frac{h^2}{2}$ (vielleicht etwas kleiner), falls man von der Vorstellung eines „reibungslos entstandenen unberührten Erdkörpers" ausgeht. Terzaghi hat den „Ruhedruck" im Versuchswege gemessen und für Sand etwa 45%, für Ton 70—75% der Auflast erhalten[43]). Diese Zahlen sind durch spätere Versuche gut bestätigt worden, worauf wir in den nächsten Abschnitten noch zurückkommen.

Die Verteilung des Erddruckes.

Die klassische Dreieckverteilung des Erddrucks (für K = o) wurde früher rechnerisch nachgewiesen, indem das Kräftedreieck aus G, Q und E_a für Teilhöhen der Wand dem Kraftteck für die ganze Wandhöhe ähnlich gesetzt wurde. Da das Gewicht G quadratisch mit der Wandhöhe zunimmt, so muß hiernach auch der Erddruck mit der 2. Potenz der Wandhöhe anwachsen, was einer geradlinigen Zunahme der Erdspannungen entspricht. Bei dieser Beweisführung wurde — meist stillschweigend, weil bei Stützmauern zulässig — vorausgesetzt, daß sich von jedem Wandpunkte aus eine Gleitfläche ausbildet, d. h. daß der infolge der Stützmauerbewegung oben stärker als unten nachgleitende Erdkörper ganz von Gleitflächen durchsetzt ist, denn nur dann ist die erwähnte Ähnlichkeit des Kräftedreiecks vorhanden.

Die für die Stützmauern meist zutreffende Dreieckverteilung des Erddrucks wurde später auch auf andere Stützwände (z. B. Spundwände) übertragen, wobei aber die Grundbedingung für lineare Erddruckverteilung — Ausbildung von Gleitflächen in der Nachbarschaft jeden Wandpunktes — nicht mehr beachtet wurde. Der Anerkennung verdienende Hinweis von Kötter, daß Erddruckverteilung und Gleitflächenform erst bei gegebener Wandbewegung eindeutig bestimmbar sind[44]), blieb leider weithin unbeachtet. Allerdings versuchte Kötter eine strenge Formulierung der Aufgabe im Rahmen der Variationsrechnung und entmutigte dadurch von vornherein, indem er die Lösung der Aufgabe als sehr schwierig hinstellte. Nur ganz vereinzelt wurde deshalb in seinem Sinne Stellung genommen. Erwähnenswert ist in dieser Hinsicht z. B. eine Aeußerung von Zimmermann im Zentralblatt der Bauverwaltung 1896, S. 152. Nach Anführung der Ansichten von Rankine, Scheffler und Winkler über die Anwendung der Erddrucktheorie auf Bauwerke schreibt Zimmermann: „Was die beiden letzten ausführen, ist nicht ganz unbegründet; denn eine vollkommene glatte senkrechte Wand kann einen oben waagerecht abgeglichenen Erdkörper in gleicher Weise stützen wie ein ebensolcher zu diesem symmetrisch liegender Körper, und eine rauhe Wand kann den Teil der Erde, der auf der einen Seite einer die unbegrenzte Masse durchdringenden Gleitfläche liegt, ersetzen. Wenn aber die glatte und die rauhe Wand nicht ganz genau in die richtige Lage gebracht wird, oder wenn sie einen Gegendruck ausübt, dessen Größe von derjenigen abweicht, die dem Teil der Erdmasse zukam, der durch die Wand ersetzt werden soll, so müssen offenbar Verschiebungen in dem verbliebenen Massenteil eintreten, die die anfängliche Symmetrie völlig aufheben und somit eine andere Druckverteilung herbeiführen, die auch nicht einmal näherungsweise mit der zuvor herrschenden übereinzustimmen braucht."

Später hat M. Möller darauf hingewiesen, daß Spundwände hinter Pfahlrostmauern nicht den Erddruck nach der Coulomb'schen Theorie, sondern einen weit geringeren Druck erhalten, weil die Hinterlagerungserde bei einer Bewegung der Spundwand (Durchbiegung oder unteres Ausweichen) sich im oberen Bereich gewölbeartig versparnt (Abb. 4a). Eine rechnerische Untersuchung hat Möller zunächst nicht versucht; er

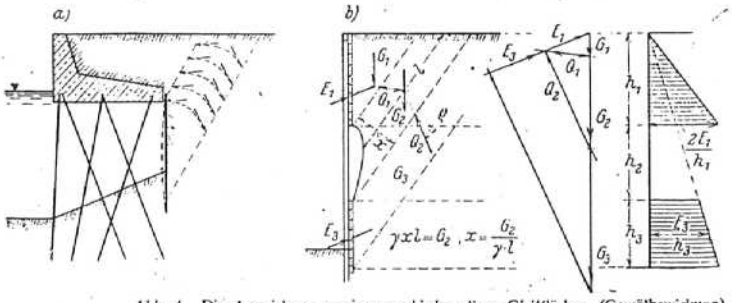


Abb. 4. Die Auswirkung zweier verschiedenartiger Gleitflächen (Gewölbewirkung) nach M. Möller.

a) Verminderung des Erddruckes auf Spundwände hinter Pfahlrosten durch gewölbeartige Abstützung.

b) Ermittlung der freitragenden Wandhöhe h_2 und der Erddruckverteilung.

[40]) Gewisse Anklänge dieser vom Verfasser gegebenen Unterscheidung der Gleitflächen finden sich bereits in: Terzaghi, Erdbaumechanik, S. 194. Im übrigen vgl. Bautechn. 16 (1938), Heft 13, S. 178 u. 179.

[41]) Vgl. z. B. A. Hofmann, Erddrucktheorie, Zeitschr. f. Arch. u. Ing. Wesen 1911, Heft 5, S. 457. Dort wird u. a. ausgeführt (für ebene Wand- und Geländelinie): „Selbstredend sehe ich die Wand ... als völlig unnachgiebig an. Es ist dann in jedem Punkte derselben eine Gleitfläche vorhanden. Sämtliche Gleitflächen sind einander parallele Ebenen. . . . Die Annahme geradliniger Zunahme des Erddruckes wird allgemein gemacht, obgleich hierfür kein Zwang vorliegt. Man käme aber ins Uferlose, wenn man irgendeine andere Annahme machen wollte. . . . Bei Naturvorgängen ist das Einfachste immer das Wahrscheinlichste."

[42]) Zuerst in der 1. Aufl. seines Buches: Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes, Berlin 1912, Wilh. Ernst & Sohn.

[43]) K. Terzaghi, Erdbaumechanik, S. 187. — K. v. Terzaghi: Large retaining-wall tests, Engg. News-Rec. 1934 (Bd 112).

[44]) Vgl. Anmerkung 8.

empfahl eine Heraufsetzung der zulässigen Spundwandbeanspruchung, die rechnerisch nach Coulomb erhalten wird, bis nahe an die Bruchgrenze (z. B. für Kieferaholz unter Wasser bis 200 kg/cm²)[45]). H. Ehlers hat daraufhin verschiedene Beispiele aus dem Hamburger Hafengebiet durchgerechnet[46]) und gefunden, daß im Mittel mit σ_{zul} = 280 kg/cm² gerechnet werden könnte (der Reibungswinkel ρ wurde dabei allerdings nur roh geschätzt!). Später hat M. Möller eine theoretische Untersuchung der „Erddruckverhältnisse bei zwei Gleitebenen" gegeben[47]), die sinngemäß in Abb. 4 b wiedergegeben ist.

Von diesen Ausnahmen abgesehen, wurde aber das Dogma von der Dreieckverteilung des Erddruckes nur selten angezweifelt oder begrenzt. Hierin trat erst in neuerer Zeit ein grundlegender Wandel ein. Angeregt durch Auffassungen der amerikanischen Tiefbau-Ingenieure J. C. Meem[48]) und H. G. Moulton[49]) (wonach die Erddruckverteilung auf abgesteifte Baugruben-Zimmerungen nicht mit der theoretischen Verteilung übereinstimmt), insbesondere durch eine von Moulton mitgeteilte Messung von M. Miller (Abb. 5)

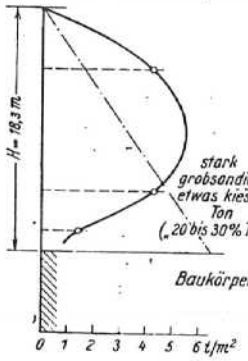


Abb. 5. Messung des Erddruckes durch M. Miller, Baugrubenwand in New York i. J. 1926.

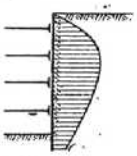


Abb. 6. Nichtlineare Erddruckverteilung auf Baugrubenwände nach Terzaghi.

setzte sich zuerst Terzaghi nachdrücklichst dafür ein, die Erddruckverteilung für abgesteifte Baugrubenwände nicht dreieckförmig, sondern annähernd parabelförmig — etwa nach Abb. 6 — anzunehmen[50]) und leitete dadurch eine Entwicklung ein, die heute noch nicht abgeschlossen ist, aber bereits wertvolle gesicherte Ergebnisse gebracht hat. Terzaghi wies darauf hin, daß bei tiefergeführtem Erdaushub die Wand im unteren Bereich stärker nachgibt als oben und daß der Erddruck daher im oberen Teil der Wand größer und im unteren Teil kleiner sein müsse als nach der Dreieckverteilung, u. a. auch schon deshalb, weil die Wandbewegung im oberen Teil keine Gleitflächenausbildung zuläßt. Seine rechnerische Ableitung der Erddruckverteilung[51]) hat allerdings den Nachteil der Annahme einer ebenen Gleitfläche. Es gelang ihm deshalb nur, auf Grund einer plausiblen Annahme mehrere Möglichkeiten einer nichtlinearen Erddruckverteilung anzugeben (Abb. 7), aber nicht, welche von diesen Möglichkeiten nun in Wirklichkeit vorhanden sein muß. Man ist sogar in der Lage, seine Ableitung als fragwürdig hinzustellen, wie es anfangs auch von verschiedenen Seiten versucht wurde[52]) (worauf wir im Schlußteil noch zurückkommen). Man kann z. B. immerhin darauf hinweisen, daß die sich für die ebene Gleitfläche ergebende kurvenförmige Druckverteilung beträchtlich von der Kötterschen Gleitflächenbedingung abweicht und somit hinsichtlich des Gleichgewichtes kleiner Elemente nicht unbedeutende Widersprüche vorhanden sind. Solchen oder ähnlichen Einwendungen gegenüber muß jedoch betont werden, daß Terzaghi in klarer Erkenntnis des Einflusses der Wandbewegung versucht hat, den Spannungszustand des Rutschkörpers als zusammengehöriges Ganzes zu erfassen. Er geht von vornherein von der wichtigen Tatsache aus, daß sich im Innern des Gleitkörpers keine Gleitflächen ausbilden können, weil die dafür notwendige Drehbewegung der Wand um einen unten liegenden Drehpunkt nicht vorhanden ist.

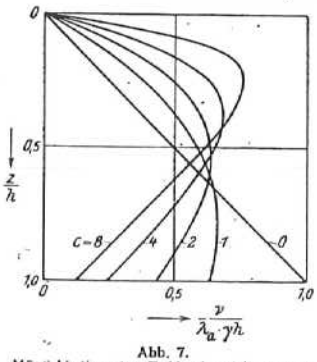


Abb. 7.
Möglichkeiten der Erddruckverteilung auf abgestützte Baugrubenwände (n. Terzaghi).

Angeregt durch die Ausführungen von Terzaghi hat A. Spilker auf einer Baustelle der Siemens-Bauunion in Berlin die Steifendrücke gemessen und dabei die von Terzaghi angegebene Form der Druckverteilungslinie im wesentlichen bestätigt gefunden[53]).

Was die Erddruckverteilung auf verankerte Spundwände anbetrifft, so wird in Dänemark schon seit mehr als 15 Jahren ein auf empirischer Grundlage entstandenes Berechnungsverfahren benutzt, bei dem eine Entlastung der Spundwand im mittleren Bereich angenommen wird (Abb. 8). Die angesetzte Entlastungswirkung[54]) wurde durch Beobachtungen an offenbar standsicheren Spundwänden gewonnen, die nach der Coulomb'schen Theorie eigentlich zu schwach bemessen waren. — Die dänischen Bestimmungen regten J. Stroyer zu Erddruckversuchen an, bei denen eine oben und unten drehbar (aber sonst unverschieblich) gelagerte Wand sich unter der Wirkung des Erddruckes durchbiegen konnte[55]). Stroyer erhielt eine Herabminderung des Wandmomentes um rd. 50%. Die Druckverteilung selbst ist von ihm nicht gemessen worden. — A. Streck nimmt für einfach verankerte Spundwände eine gewölbeartige Verspannung an (ähnlich wie Möller, vgl. Abb. 9). In dem ersten seiner beiden kurzen Berichte[56]) sagt Streck: „Bei einer Bewegung der Spundwand gegen den Boden (oberhalb des Ankers!) muß ein größerer Druck als der aktive Erddruck auftreten. Daher kann in vielen Fällen wahrscheinlich mit einer zusätzlichen Momentenkraft gerechnet werden (Abb. 9 a). Die Größenordnung dieser Momentenkraft wird erhalten, wenn für die Biegelinie die Forderung aufgestellt wird, daß die Bewegung des Spundwandkopfes gering sein

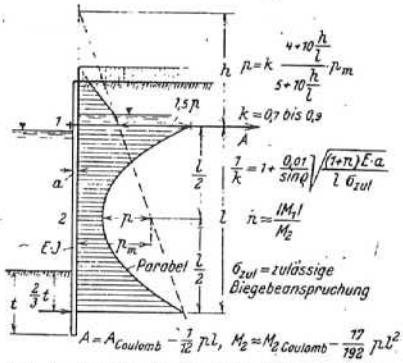


Abb. 8. Annahme der Erddruckverteilung nach den dänischen Normen.

[45]) Max Möller, Grundriß des Wasserbaues, I. Band, S. 108, Leipzig 1906.

[46]) H. Ehlers, Beitrag zur statischen Berechnung von Spundwänden unter Berücksichtigung bes. örtlicher Verhältnisse, Zeitschr. f. Arch. u. Ing.-Wesen 1919, Heft 1, S. 1.

[47]) M. Möller, Erddrucktabellen, Lieferung 2, S. 73, Leipzig 1922.

[48]) J. C. Meem, The bracing of trenches and tunnels, Trans. Amer. Soc. Civ. Eng., 60 (Juni 1908).

[49]) H. G. Moulton, Earth and Rock Pressures, Trans. Amer. Soc. of Min. and Metall. Eng., 1920.

[50]) K. Terzalhi, A fundamental fallacy in earth pressure computations. Journ. Boston Soc. Civ. Eng. S. 71, April 1936. — K. v. Terzaghi, Distribution of the lateral pressure of sand on the timbering of cuts. Proc. Int. Conf. Soil Mech., I. Band, S. 211, Cambridge (Mass.) 1936.

[51]) Wiedergegeben in Bautechn. 16 (1938), Heft 13, S. 178. In der Formel für die Druckverteilung ist dort allerdings ein Druckfehler Terzaghi's übernommen. Die richtige Formel für die Normalspannungen ν lautet:

$$\nu = \left(1 + \frac{1}{e_i} - \xi\right)\left(1 - e^{-e_i \xi}\right)\lambda_a \cdot \gamma h \text{ mit } \lambda_a = K_e \text{ und } \xi = \frac{z}{h},$$

wenn z von oben her gezählt wird.

[52]) Vgl. z. B. A. Hertwig, Bemerkungen über neuere Erddruckuntersuchungen. Heft 7 der Deutsch. Forsch.-Ges. f. Bodenmechanik (Degebo), Berl. 1939, J. Springer.

[53]) A. Spilker, Mitteilg. über die Messung der Kräfte in einer Baugrubenaussteifung, Bautechn. 15 (1937), Heft 1, S. 16 (s. auch Bautechn. 16 (1938), Heft 53/54, S. 755).

[54]) Vgl. z. B. A. Agatz, Der Kampf des Ingenieurs gegen Erde und Wasser im Grundbau, Berlin 1936, Verlag von J. Springer, oder neuerdings J. Rimstad, Zur Bemessung des doppelten Spundwerkbaues. Kopenhagen 1940.

[55]) R. N. Stroyer, Earth-pressure on flexible walls. Engg., 133 (1928), Heft 125, S. 303. — Minutes Proc. Institut. Civ. Eng. 1929, Heft 226, S. 116. — Journ. Institut. Civ. Eng., Vol. 1 S. 94 (November 1935, Paper Nr. 5024) und S. 550 (Januar 1936).

[56]) Berichte über die Mitgliederversammlungen der Gesellschaft der Förderer der Hannoverschen Versuchsanstalt für Grundbau und Wasserbau vom 17. Nov. 1934 und 14. Nov. 1936 (Selbstverlag 1935 u. 1937).

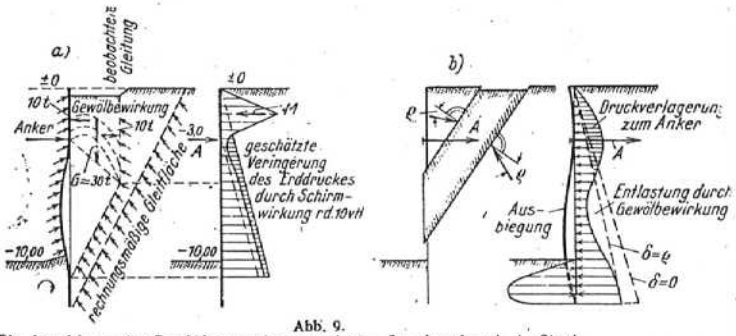


Abb. 9.
Die Auswirkung der Durchbiegung einer verankerten Spundwand nach A. Streck.
a) Obere „Momentenkraft" M.
b) Druckverlagerung durch Gewölbewirkung.

soll." In seinem zweiten Bericht erwähnt Streck, daß bei verankerten Spundwänden „eine weitgehende Druckverlagerung gegenüber der üblichen Annahme zu erwarten" sei, weil „das Gleitbild besonders stark von dem Gleitkeil, wie er ja der Rechnung zugrunde liegt, abweicht" und gibt das Schema der Abb. 9 b an (ohne allerdings einen zahlenmäßigen Nachweis der angesetzten Druckverlagerung zu erbringen).

Der Hinweis von Terzaghi[57]), daß die Erddruckverteilung von der Art der Wandbewegung maßgebend beeinflußt würde, veranlaßte den Verfasser zu dem Versuch, möglichst eindeutige Zusammenhänge zwischen Wandbewegung, Flächenform und Erddruckverteilung herauszufinden. Die vorläufigen Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in dieser Zeitschrift 1938 veröffentlicht[58]). Es wurden folgende 3 Wandbewegungen bevorzugt untersucht (Abb. 10):

A. Drehung der Wand um ihren Fußpunkt,
B. Drehung der Wand um ihren Geländepunkt,
C. Durchbiegung der Wand.

Die erhaltenen eindeutigen Zusammenhänge konnten bei dem verwickelten Charakter der Aufgaben naturgemäß nur Näherungen sein — sie wurden insbesondere unter der Annahme kreisförmiger Gleitflächen gefunden — jedoch ist die erreichte Genauigkeit für die Baupraxis völlig ausreichend. Mit Rücksicht auf inzwischen erfolgte Verbesserungen und Ergänzungen werden diese Berechnungsverfahren im folgenden Abschnitt II nochmals anschaulich und beweiskräftig dargestellt werden.

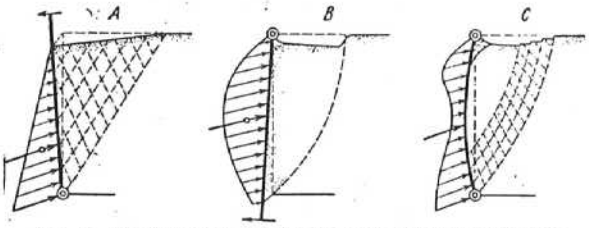


Abb. 10. Wandbewegungsart, Gleitflächenformen und Erddruckverteilung. Schematische Uebersicht über die Ergebnisse des Verfassers.

Eine Ergänzung und Nachprüfung der rechnerischen Ergebnisse des Verfassers für den Fall B einer Wanddrehung um den Geländepunkt kann durch die von L. Rendulic gegebene Erddruckberechnung mit spiralförmigen Gleitflächen erfolgen[59]). Hierauf kommen wir noch zurück, ebenso auf später durchgeführte Versuchsmessungen der Erddruckverteilung im Laboratorium und auf Baustellen.

Rückblickend ist zu sagen, daß die Erddrucklehre in neuerer Zeit sowohl durch den Ausbau der Baugrundlehre als auch durch die Berücksichtigung der Formänderungen und der Bewegungsmöglichkeiten von Stützwand und Erdreich eine außerordentliche Förderung und Vertiefung erfahren hat und dadurch ihre frühere einseitige Ausrichtung verloren hat. Wenn auch die neuere Entwicklung noch nicht abgeschlossen ist, so sind doch viele wichtige Ergebnisse bereits als gesichert anzusehen und können in der Tiefbau-Praxis mit Vorteil Anwendung finden. Es dürfte daher der Versuch einer gedrängten Darstellung der heutigen Erkenntnisse und Berechnungsverfahren, wie er durch die folgenden Aufsätze gemacht wird, manchem Fachgenossen willkommen sein.

57) Gastvorlesung an der Berliner Techn. Hochschule 1935/36.

58) Joh. Ohde, Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung, Bautechn. 16 (1938), Heft 10/11, 13, 19, 25, 37, 42 und 53/54, S. 150, 176, 241, 331, 430, 570, 753.

59) Leo Rendulic, Gleitflächen, Prüfflächen und Erddruck, Bautechn. 18 (1940), Heft 13/14, S. 146.

Zur Erddruck-Lehre.

II. Allgemeines über die Größe des Erddruckes.*)

Von Johann Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

Die üblichen Stützwände (z. B. Stützmauern oder Spundwände) geben im allgemeinen unter der Wirkung des seitlichen Erddruckes immer soweit nach, daß der untere Grenzwert des Erddruckes (E_a) wirksam wird. Diese bislang vielfach noch umstrittene Tatsache[1]) läßt sich zahlenmäßig nachweisen, worauf wir im Abschnitt X zurückkommen. Dort zeigen wir, daß Stützwände normalerweise um ein Mehrfaches von dem Betrage nachgeben, der zum Erreichen des unteren Grenzwertes erforderlich ist. Die oft noch vertretene Ansicht, der wirklich vorhandene Erddruck sei größer als der aktive Druck, ist hiernach in den meisten Fällen nicht mehr aufrechtzuerhalten. Im großen und ganzen müssen wir vielmehr annehmen, daß Stützwände normalerweise nur den aktiven (angreifenden) Erddruck E_a abzustützen haben.

Auszunehmen von dieser Regel sind nur jene Wände, die nach ihrem ganzen Aufbau als unnachgiebig anzusehen sind, z. B. Staumauern, die auf gesunden Fels gegründet sind, oder Doppelmauern auf durchgehender steifer Betonsohle oder Kellerwände oder gut verankerte Flügelmauern von Brückenwiderlagern u. a. m. (Abb. 11).

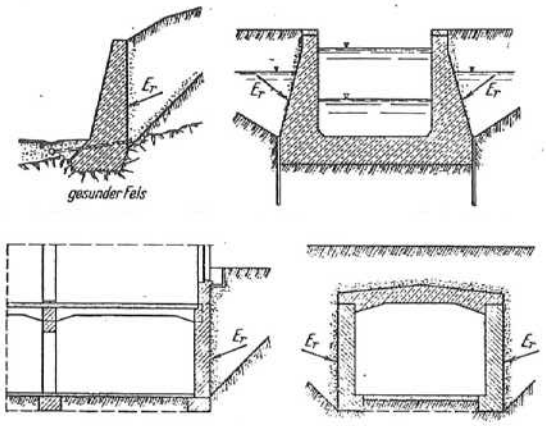


Abb. 11. Beispiele nahezu unnachgiebiger Mauern.
Der Erddruck sinkt vom Ruhedruck E_r nicht auf den unteren Grenzwert E_a ab.

In solchen Ausnahmefällen ist mit dem „Ruhedruck" (E_r) zu rechnen[2]), der nach der Druckverteilungslehre (Elastizitätslehre) zu ermitteln ist (s. Abschnitt IX), also nicht nach der Gleitflächenlehre, weil Gleitflächen in solchen Fällen nicht entstehen können.

Weitere Ausnahmen können eintreten, wenn nachgiebiges Erdreich (z. B. weicher Ton, Schlickton, Torf) abzustützen ist. Dann gibt die Stützwand in manchen Fällen nicht soweit nach, wie es zum Absinken des Erddruckes auf den unteren Grenzwert E_a erforderlich wäre. Es muß daher ein Erddruck wirken, der zwischen E_a und E_r liegt und überwiegend nach der Druckverteilungslehre zu berechnen ist. Auch auf diese Aufgabe kommen wir unter X zurück.

Vor Beginn von Bauarbeiten wirkt im unberührten („gewachsenen") Erdreich nach Krey[1]) der „natürliche Erddruck" (E_n), der nicht mit dem Ruhedruck verwechselt werden sollte, da er meist einen anderen Wert aufweist (Abb. 12). Denn erstens gilt für den natürlichen Erddruck E_n nicht immer die Bedingung einer unnachgiebigen (lotrechten) Ebene (z. B. nicht in geneigtem Gelände) und zweitens ist E_n auch von der geologischen Vergangenheit abhängig (Einfluß früherer Vorbelastungen oder Stauchungen, Faltungen und Verzerrungen der Erdrinde). Hinzu kommen noch örtliche Störungen in den geländenahen Schichten (z. B. durch Baumwurzeln oder künstliche Eingriffe). Die Ermittlung des jeweils vorhandenen natürlichen Erddruckes ist daher oft nur überschläglich möglich (s. Abschnitt IX). Seine Größe ist auch nur bei der unmittelbaren Abstützung gewachsener Erdschichten von einiger Bedeutung; für hinterfülltes, eingestampftes Erddreich hinter starren Wänden ist fast immer der Ruhedruck anzusetzen (vermehrt evtl. um den Einstampfdruck[3])), wobei aber nur die wieder aufgefüllten Böschungskeile als druckerzeugend in Betracht kommen.

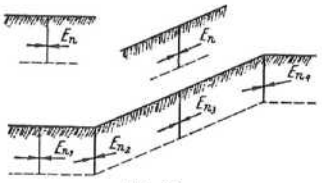


Abb. 12.
Der natürliche Erddruck E_n; $E_n > E_a$.

Allerdings gibt es anscheinend auch von dieser Regel noch Ausnahmen. Denken wir z. B. an eine bei trockenem Wetter eingestampfte Lehmhinterfüllung mit den Verhältnissen nach Abb. 13, so wirkt zwar zunächst der um den Einstampfdruck vermehrte Ruhedruck; im Laufe der Zeit wird sich jedoch wahrscheinlich ein geringerer Druck einstellen, bedingt durch die Feuchtigkeit der unteren Feinsandschicht. Denn die u. U. zunächst hohe Vorspannung (Kapillarspannung) der eingestampften Lehmklumpen muß sich wegen der Berührung mit dem gewachsenen Erdreich allmählich der u. U. weit geringeren Vorspannung der unberührten Lehmschicht anpassen, entsprechend der Lage der Nullinie des Grundwassers (Abb. 13). Durch diese Erniedrigung seiner Vorspannung verliert der eingestampfte Hinterfüllungslehm einen großen Teil seiner Festigkeit, so daß die Lehmklumpen zerquetscht und an-

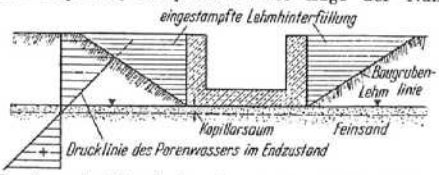


Abb. 13. Zur Frage des Seitendruckes eingestampfter bindiger Erde.

*) Teil I, Die geschichtliche Entwicklung der Erddruck-Lehre s. Bautechn. 25 (1948), Heft 6, S. 121—126.

[1]) Vgl. z. B. H. Krey, Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes. 3. bis 5. Aufl. Berlin 1926 bis 1936, Wilh. Ernst & Sohn.

[2]) Der Ausdruck wurde m. W. zuerst von Donath gebraucht (Zeitschrift f. Bauwesen 1891, S. 491); vgl. K. Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage, S. 187. Leipzig und Wien 1925, Fr. Deuticke.

[3]) Dieser Einstampfdruck wird u. U. zu hoch angesetzt, wenn man gemessene örtliche Druckspitzen zugrundegelegt. Vgl. a. nachstehend sowie Teil X.

einandergepreßt werden. Denn erfahrungsgemäß verbleibt auch bei bester Einstampfarbeit noch ein gewisser Anteil an Grobhohlräumen im Lehm. Indem nun diese Grobporen auf die geschilderte Weise allmählich teilweise ausgefüllt werden, verhält sich aber die Lehmhinterfüllung wie ein räumlich schrumpfender Erdkörper[4]), so daß der Erddruck u. U. sogar bis auf den unteren Grenzwert E_a absinken kann. Offenbar wirkt sich hier die Raumverminderung der Hinterfüllungserde so aus, als ob die Stützwand nachgiebig wäre. Auf diese Weise gelangt man zu der merkwürdigen Feststellung, daß der Erddruck aus eingestampfter bindiger Hinterfüllung mit der Zeit geringer ausfallen kann, als wenn das bindige Erdreich ohne Einstampfen in plastischem Zustande eingerührt und durch sein Eigengewicht allmählich verdichtet wurde.

Kehren wir nun zur Untersuchung des Erddruckes auf normale, nachgebende Stützwände zurück, so müssen wir uns noch mit einigen Einwendungen befassen, die die Grundlagen der Coulombschen Theorie betreffen. Es wurde z. B. zu wiederholten Malen eingewendet, Stützwände dürften eigentlich gar nicht nachgeben oder doch nur soweit, daß im Erdreich hinter der Wand lediglich geringfügige, elastische Formänderungen, aber keine ausgebildeten Gleitflächen entstehen. Ein Nachrutschen des Erdkörpers auf Gleitflächen wäre mit der Aufgabe der Wand unvereinbar, eine sichere Abstützung des Erdsprunges zu gewährleisten. Man müsse demnach die Stützwände stärker machen als nach den Werten der Coulombschen Theorie.

Schon Mohr vertrat diesen Standpunkt bei seinen Auseinandersetzungen mit Winkler und Müller-Breslau. In der Zeitschrift d. Arch.- und Ing.-Vereins Hannover 1871 (S. 344) sieht er anscheinend den unteren Grenzzustand des Gleichgewichtes als einen Ruhezustand an unmittelbar vor dem Eintritt einer Bewegung, die vermieden werden müsse. Denn durch das Ausweichen der Mauer — verbunden mit einer „wenn auch noch so geringen Druckverminderung" — trete „eine Bewegung der Erdteilchen ein und das Gleichgewicht würde sofort gestört". Mohr bemerkt dann noch weiter: „Bei allen bisher angestellten Versuchen wurde der Erddruck gemessen in dem Augenblick, in welchem eine Bewegung des gestützten Erdkörpers bemerkt wurde, also nachdem dieselbe bereits eingetreten war. Der beobachtete Zustand war also nicht der Grenzzustand. ... Der Zustand, in welchem sich eine ruhende Stützmauer befindet — und um eine solche handelt es sich doch bei allen Anwendungen — stimmt demnach keineswegs überein mit dem bei den Versuchen beobachteten Zustande ...". — Auf den hierauf erfolgten Einwand von Winkler (S. 494 der gleichen Zeitschrift), die vor dem Eintreten des unter dem Reibungswinkel wirkenden Druckes erfolgten Bewegungen seien „so geringfügig, daß sie für Futtermauern ohne Nachteil sein würden", erwidert Mohr (1872, S. 67): „Herr Winkler scheint es für zweckmäßig zu halten, einer Stützmauer diejenige Stärke zu geben, bei welcher vor dem Eintreten des Ruhezustandes kleine, aber unschädliche Bewegungen der Mauer erfolgen müßten. Eine solche Konstruktionsregel hat bis jetzt nicht gegolten ...; im Gegenteil wird es immer die Absicht des Konstrukteurs sein, der Stützmauer eine solche Stabilität zu geben, bei welcher jede und auch eine unschädliche Bewegung verhindert wird."

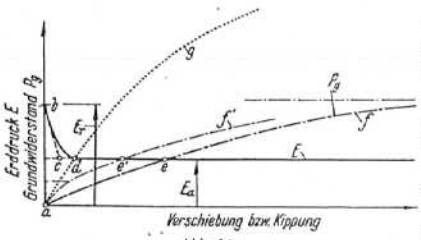


Abb. 14.
Verschiebungs-Schaubild einer Stützmauer (schematisch).

Dieser Standpunkt von Mohr, der in ähnlicher Weise auch in neueren Aufsätzen noch zuweilen vorgebracht wird, scheint zunächst einiges für sich zu haben. Bei genauerer Betrachtung des Verschiebungsvorganges erkennt man jedoch die baupraktische Unbrauchbarkeit dieses Standpunktes. Da die eindeutige Klärung der angeschnittenen Streitfrage auch allgemein wichtig erscheint, sei an Hand der schematischen Darstellung nach Abb. 14 kurz darauf eingegangen. Die dem Eintreten des unteren Erddruckgrenzwertes E_a vorangehende seitliche Ausdehnung der Hinterfüllungserde kann überschläglich durch die Ausdehnung infolge des Druckabfalles von E_r auf E_a erfaßt werden und möge rechnerisch etwa nach der Linie bc verlaufen (vgl. Teil X). In Wirklichkeit wird wegen der mit der Schubbeanspruchung in der Gleitfläche stärker zunehmenden Gleitverzerrung der gekrümmte Verlauf bd erhalten (etwa doppelter Endwert). Dieser Ausdehnung der Hinterfüllungserde muß nun das Nachgeben der Mauer mit zunehmender Erddruckbelastung gegenübergestellt werden. Die Mauerverschiebung für ein Fundament normaler Größe möge etwa der (strichpunktierten) Linie aef folgen, die nach unserer Rechnung (Abschnitt X) wesentlich flacher verläuft als die Linie bd[5]). Ein Teil dieser Neigungsunterschiede läßt sich schon durch die bekannte Tatsache erklären, daß die Zusammendrückbarkeit des Erdreiches bis zum Erreichen des Erdwiderstandes beträchtlich größer ausfällt als die elastische Ausdehnung der Hinterfüllungserde bis zum Einsetzen des unteren Erddruckwertes E_a. — Im Falle des Gleichgewichtes müssen die beiden Verschiebungswerte einander gleich sein; diesem Zustande entspricht der Schnittpunkt e. Da der Erddruck den unteren Wert E_a jedoch bereits bei einer Verschiebung bis zum Punkte d erreicht hat, so erkennt man, daß ein Erddruck zwischen E_r und E_a im vorliegenden Falle unmöglich ist. Wollte man mit Mohr fordern[6]), daß die Stützmauer höchstens bis Punkt d nachgeben dürfe, so müßte dem Mauerfundament eine (punktierte) Verschiebungslinie adg zugeordnet werden. Eine solche Linie setzt jedoch ein Fundament mehrfacher Breite, also eine ganz unwirtschaftliche Lösung voraus. Die Grenzbelastung eines solchen Fundamentes (Bruchbelastung gegen Kippen) würde gegenüber der wirklich vorhandenen Belastung eine völlig unnötige Sicherheit aufweisen.

Hieraus müssen wir folgern, daß normalerweise ein Ausbilden von Gleitflächen seitlich der Stützwand wegen der Nachgiebigkeit der Gründungssohle nicht zu vermeiden ist. Wir dürfen hinzufügen, daß vom wirtschaftlichen Standpunkte aus eine Gleitflächenausbildung auch durchaus erwünscht ist, weil der Widerstand des Erdreiches (innere Reibung und Festigkeit) hierbei in statisch vorteilhafter Weise ausgenützt wird: Schubkräfte, die das Erdreich aufnimmt, kommen einer sparsamen Bemessung der Stützwand zugute. Als stichhaltiger Einwand verbleibt so letzten Endes nur die Befürchtung, das Nachgeben der Stützwand sei unzulässig groß, so daß die geforderte ausreichende Abstützung des Erdsprunges nicht erreicht werde.

In grundsätzlicher Hinsicht muß man die Berechtigung dieses Einwandes anerkennen, denn bei stärker nachgiebigem Baugrund kann eine Stützmauer eine so große Verschiebung und Verkippung erfahren, daß der Bauzweck kaum noch als erreicht anzusehen ist. Praktisch gesehen, wird jedoch wohl niemand auf so nachgiebigem Untergrund eine Stützmauer gründen wollen. Immerhin erhellt aus dieser Ueberlegung, daß im Zwischenbereich Fälle eintreten können, bei denen man im Zweifel sein kann, ob eine Stützmauer normaler Bauart noch angewendet werden kann oder nicht. Auch kann in solchen Fällen erwogen werden, ob man durch eine merkliche Fußverbreiterung (z. B. durch Winkelstützmauern) noch zum Ziele kommt. Man hat es dann mit einer Begrenzung der Formänderungen zu tun[7]).

Durch diese Ueberlegungen ist schon die in Betracht kommende Einstellung des Bauingenieurs vorgezeichnet: Er muß hier offenbar einen ähnlichen Standpunkt einnehmen wie bei der Wahl der zulässigen Belastung des Baugrundes. Ebenso wie diese zulässige Belastung im Einzelfalle durch die Fernhaltung unzulässig großer Setzungen zu begrenzen ist, sollte auch das waagerechte Nachgeben der Stützmauerkrone einen bestimmten Betrag nicht überschreiten, wobei diese Forderung je nach Wichtigkeit und Bauzweck verschieden streng ausfallen kann. Vermutlich wird man in wichtigen Fällen

[4]) Man wird mit Recht einwenden, daß die Lehmklumpen bei der Erniedrigung ihrer Vorspannung Wasser ansaugen und schwellen, also ihren Raum vermehren, wodurch die entgegengesetzte Wirkung, also ein zusätzlicher Schwelldruck, zustande kommen könnte. Indessen überwiegt nach meinen Erfahrungen (vgl. Teil X) doch meistens der Einfluß der Raumverminderung durch die Grobporen; nur bei fetten Lehmen oder Feintonen ist das Schwellungsvermögen so stark, daß sich die Verhältnisse dadurch umkehren können und ein zusätzlicher Schwelldruck entsteht.

[5]) Dieser Nachweis muß selbstverständlich noch nachgeholt werden (Teil X). Der in Abb. 14 gezeichnete annähernd geradlinige Anfangsverlauf a—e ist durch einen gekrümmten Verlauf a—e' zu ersetzen, falls eine gewisse Vorbelastung des Untergrundes vorhanden ist.

[6]) In Wirklichkeit forderte Mohr nach Vorstehendem noch mehr, da er „jede Bewegung verhindern" will. Dies ist nach Abb. 14 — streng genommen — unmöglich. Außerdem setzt eine solche Forderung eine Formänderungsberechnung voraus, was Mohr nicht beachtete.

[7]) Im Bauwesen kommt eine solche Aufgabe verschiedentlich vor; es sei nur an die Vorschrift erinnert, daß Träger sich zuweilen nur begrenzt durchbiegen sollen.

(z. B. bei Brückenwiderlagern oder Schleusenmauern) als waagerechte Verschiebung nicht mehr als 1/100 der Stützhöhe zulassen dürfen, während man in einfacheren Fällen (z. B. bei der Abstützung von Einschnittsböschungen oder Auftragsmassen) vielleicht unbedenklich 1/50 der Stützhöhe und mehr zulassen kann. Außerdem kann natürlich der Stützmauer bei ihrer Herstellung eine geringe rückläufige Neigung gegeben werden[8]), um zu erreichen, daß die Mauer nach ihrer Hinterfüllung die gewünschte Stellung einnimmt. Diese Andeutung zeigt einerseits gewisse Möglichkeiten der erweiterten Anwendung von Stützmauern, andererseits zeigt sie aber auch, daß die Beobachtung und Messung waagerechter Bewegung von Stützwänden wichtig ist, was bisher leider noch wenig beachtet wurde. Die rechnerische Ermittlung der waagerechten Verschiebung von Stützmauern bringen wir im Teil X der vorliegenden Aufsatzreihe, ebenso auch die überschlägliche Vorausberechnung des waagerechten Nachgebens von verankerten oder abgesteiften Stützwänden.

Schließlich sei noch etwas ausführlicher auf den Erddruck aus Verkehrsbelastungen eingegangen, weil dieses wichtige Thema theoretisch bislang vernachlässigt wurde. Es wird mit Recht eingewendet[9]):

a) durch Stoßwirkungen der Verkehrslasten werde der Erddruck bedeutend erhöht und

b) durch Erschütterungen werde die innere Reibung des Erdreiches herabgesetzt;

c) durch die fortlaufende Wiederholung der ungünstigen zusätzlichen Erddruckbelastung aus den Verkehrsauflasten werde die Stützwand jedesmal um einen geringen Betrag vorgeschoben, was schließlich nach genügend häufiger Wiederholung ihren Einsturz zur Folge haben könne[9]).

Wir wollen versuchen, diese erfahrungsgemäß bis zu einem gewissen Grade vorhandenen Einflüsse zahlenmäßig zu überschlagen. Zunächst ist einzusehen, daß der dynamische Einfluß der Verkehrslasten oben am stärksten sein muß und nach der Tiefe zu schnell abnimmt, weil das Eigengewicht des Erdgleitkörpers mit der Tiefe quadratisch zunimmt, während die Stoßwirkung der Auflasten örtlich begrenzt ist, da immer nur ein Teil der Verkehrslasten sich stampfend auswirkt und zwar ein mit der Flächengröße, also wiederum auch mit der Tiefe abnehmender Anteil.

Sodann ist die grundsätzliche Seite des Stoßvorganges zu überlegen. Offenbar ist die Energie eines Stoßes ausdrückbar durch das Arbeitsvermögen eines Teiles ΔP der Auflast mit der kleinen Fallhöhe Δh. Beträgt die Einsenkung der Bettung ζ, so muß die Arbeit $\Delta P\ (\Delta h + \zeta)$ gleich sein der Arbeit $\frac{1}{2} \cdot \Delta Q \cdot \zeta$ des Bettungswiderstandes bis zum Erreichen des Höchstwertes ΔQ des zusätzlichen Bettungsdruckes. Vernachlässigt man die Trägheitskräfte des Erdreiches, so kann die Setzung ζ für die Last ΔQ in gewohnter Weise errechnet werden und man erhält genügend genau:

$$\zeta \approx c \cdot \frac{\Delta Q}{A \cdot \sqrt{F}}$$

mit A als mittlerer Ausdehnungszahl (Elastizitätszahl oder Federungszahl[10])) und F als Grundrißfläche, die für das wirksame ΔP etwa in Betracht kommt. Die Einsetzung von $\zeta = f\ (\Delta Q)$ in die Arbeitsgleichung liefert nach kurzer Rechnung für den Auflast-Teildruck ΔQ die Formel:

$$\Delta Q - \Delta P = \pm \sqrt{(\Delta P)^2 + \frac{2}{c} \cdot A \cdot \Delta h \cdot \Delta P \cdot \sqrt{F}}.$$

Der wirkliche Bettungsdruck ist $Q = \Delta Q + (P - \Delta P)$ mit P als Gesamtlast, woraus für die „Stoßzahl" φ folgt:

$$\varphi = \frac{Q}{P} = \frac{\Delta Q}{P} + \frac{P - \Delta P}{P} = 1 + \frac{\Delta P}{P}\left(\frac{\Delta Q}{\Delta P} - 1\right)$$

oder

$$\varphi = 1 + \frac{\Delta P}{P}\sqrt{1 + \frac{2}{c} \cdot \frac{A\sqrt{F}}{\Delta P} \cdot \Delta h} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Hierin wächst F etwa mit der Fahrzeuggröße an, so daß es für Straßenverkehr und Eisenbahnverkehr verschiedene Werte annehmen kann. Die Setzungskonstante c kann etwa gleich 0,75 gesetzt werden (Setzung einer Quadratplatte). Die „Fallhöhe" Δh hängt ab von den Unebenheiten der Fahrbahn, der Federung des Fahrzeuges und den — unregelmäßig wellenförmig zu denkenden — Ungleichmäßigkeiten der Bettungsverformungen und wird daher je nach der Fahrgeschwindigkeit verschieden groß ausfallen, weil die Aufschaukelung der Fahrzeug-Schwingungen bei gegebener mittlerer „Wellenlänge" der Fahrbahn- und Bettungsungleichmäßigkeiten notwendigerweise eng mit der Fahrgeschwindigkeit zusammenhängen muß[11]). Wir müssen uns hier mit der Andeutung der dynamischen Zusammenhänge begnügen, zumal eine genauere Ermittlung von Δh nur an Hand praktischer Messungen sinnvoll erscheint. Aehnliches gilt auch von dem Anteil ΔP des Gesamtgewichtes P, der für die Schwingungen in Betracht kommt. Zur Abschätzung der Größenordnung der Stoßzahl φ diene folgende Ueberschlagsrechnung:

$$P = 20\ t;\ \Delta P = 10\ t;\ \Delta F = 9\ m^2;\ \Delta h = 1 \text{ und } 4\ cm.$$

Für „weiches" Erdreich mit $A \approx 100\ kg/cm^2 = 1000\ t/m^2$ findet man damit:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{2}{0{,}75} \cdot \frac{1000\sqrt{9{,}0}}{10} \cdot \Delta h} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{1 + 800 \cdot \Delta h}$$

oder für $\Delta h = 1\ cm = 0{,}01\ m$: $\varphi = 2{,}5$
und für $\Delta h = 4\ cm = 0{,}04\ m$: $\varphi \approx 3{,}9$.

Für „hartes" Erdreich mit $A \approx 1000\ kg/cm^2 = 10\,000\ t/m^2$ wird erhalten:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{1 + 8000 \cdot \Delta h}$$

oder für $\Delta h = 1\ cm$: $\varphi = 5{,}5$
und für $\Delta h = 4\ cm$: $\varphi \approx 10{,}0$.

Die vorstehende Betrachtung dürfte folgendes gezeigt haben:

1. Die Stöße aus Verkehrslasten können örtlich u. U. von beträchtlicher Größe sein; und sie können durch Einführung einer Stoßzahl φ statisch berücksichtigt werden, wobei sich φ aber zunächst nur auf einen örtlich begrenzten Teil der Auflast bezieht (z. B. Flächengröße eines Fahrzeuges). Natürlich können benachbarte Fahrzeuge gleichzeitig stoßend wirken, jedoch ist m. E. damit zu rechnen, daß φ mit der Anzahl der Fahrzeuge schnell abnimmt, weil die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Auftreten von Verkehrsstößen bei großer Anzahl der Fahrzeuge sehr klein ist[12]).
2. Je größer die Federung des Erdreiches ist, umso geringer ist der zusätzliche Stoßdruck aus der Verkehrsbelastung, d. h. die anzunehmende Stoßzahl φ ist unmittelbar von der Federungszahl A des Erdreiches abhängig (vgl. Gl. 1).
3. Die Stoßwirkung der Verkehrslasten nimmt mit der Tiefe schnell ab[13]), weil die größten Verkehrsdrücke von einzelnen Fahrzeugen herrühren und sich deshalb nach der Tiefe zu schnell verteilen.

Die vorhin berechneten hohen Stoßzahlen gelten mehr für Einzelfahrzeuge, werden also nur für Mauern sehr kurzer Längenerstreckung (enger Querfugenabstand) oder für Stützwände, die in der Längsrichtung biegsam sind, Näherungswerte liefern. Solche Mauern und Wände können danach durch Verkehrslasten sehr ungünstig beansprucht werden. Normale Stützmauern mit großem Abstand der Dehnungsfugen verteilen dagegen örtliche Größtwerte der Pressungen auf ihrer ganzen Länge, so daß bei der Ermittlung des Erddruckes von der gesamten Verkehrslast auszugehen ist. Hierfür gelten aber entsprechend den vorstehenden Erörterungen bedeutend geringere Stoßzahlen. Um auch in diesen Fällen einen Anhaltspunkt für die Größenordnung der Stoßzahl φ zu erhalten, überlegen wir, daß bei großer Fahrzeuganzahl etwa die Hälfte der Lastanteile ΔP belastend, die andere Hälfte dagegen entlastend schwingen muß, so daß für den Gesamtdruck Q jetzt anzusetzen ist:

[8]) Diese Möglichkeit wurde bereits von anderer Seite angedeutet, soweit ich mich erinnere.

[9]) Vgl. z. B. H. Krey a. a. O. (Anm. 1), S. 78 (5. Aufl.).

[10]) Der Verfasser setzt A statt E, um eine Verwechslung mit dem Erddruck E zu vermeiden.

[11]) Man übersieht, daß Resonanz für bestimmte Fahrgeschwindigkeiten zustande kommt, so daß die Stoßzahl nicht notwendigerweise für die Höchstgeschwindigkeit am größten sein muß. Im übrigen ist die erwähnte „Wellenlänge" der Bettungs-Ungleichmäßigkeiten natürlich nur innerhalb eines gewissen Streuungsbandes vorstellbar. Der Begriff ist hier nur als Anregung für theoretische und meßtechnische Untersuchungen erwähnt.

[12]) Selbstverständlich wird sich der Straßenverkehr auch in dieser Hinsicht vom Eisenbahnverkehr unterscheiden. Während für ein Verkehrsband (z. B. einen Eisenbahnzug) schon eher die Verkehrsstöße benachbarter Fahrzeuge gleichzeitig wirksam werden können, wird für mehrere nebeneinanderliegende Verkehrsbandbreiten die Wahrscheinlichkeit gleichzeitiger Stoßwirkungen bedeutend geringer sein.

[13]) Hier ist auch an die ungünstigste Laststellung gedacht, die bei Stützmauern durch wandnahe Verkehrsbänder erreicht wird.

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \Delta Q + (P - \Delta P)$$

oder

$$\varphi = 1 + \frac{\Delta P}{P}\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta P} - 1\right)$$

$$= 1 + \frac{\Delta P}{2P}\left(\sqrt{1 + \frac{2}{c} \cdot \frac{A\sqrt{F}}{\Delta P} \cdot \Delta h} - 1\right).$$

Für unser Zahlenbeispiel erhält man damit

für A =	100 kg/cm²		1000 kg/cm²	
und Δh =	1 cm	4 cm	1 cm	4 cm
$\varphi \approx$	1,5	2,2	3,0	5,2

Das sind im Vergleich zu vorhin fast die halben Werte.

Man wird die Stoßzahl φ wohl am besten für das der Mauerkrone benachbarte Verkehrsband gelten lassen und darf dann die Stoßzahlen φ_2, φ_3 usw. für die weiteren Verkehrsbänder aus genannten Gründen merklich niedriger ansetzen. Solange nichts Genaueres bekannt ist, sei vorgeschlagen:

$$\varphi_2 = \sqrt{\varphi}; \quad \varphi_3 = \sqrt{\varphi_2} = \sqrt[4]{\varphi} \text{ usw.}$$

Auf jeden Fall folgt aus der vorstehenden Betrachtung, daß man bei Verkehrsbelastungen einen merklichen Stoßzuschlag ansetzen muß — besonders für das der Mauerkrone benachbarte Verkehrsband — wenn der Erddruck in üblicher Weise nach statischen Grundsätzen ermittelt wird[14]). Der Vorschlag des Verfassers wird durch Abb. 15 veranschaulicht. Um sichere Anhaltspunkte für die Annahme der Stoßzahl φ zu gewinnen, wird das dynamische Problem noch eingehender untersucht werden müssen, als es hier geschehen ist; vor allem wird man umfangreiche Versuchsmessungen durchführen müssen. Bei der Verallgemeinerung der Ergebnisse solcher Versuche werden die Formeln (1) und (2) vielleicht nützlich sein, indem für die unsicheren Größen Δ P und Δ h Erfahrungswerte abgeleitet werden können.

Durch die vorstehenden Darlegungen ist die Frage nach der Herabsetzung der inneren Reibung des Erdreiches durch Verkehrserschütterungen noch nicht beantwortet, weil dieser Einfluß für sich besteht. Zunächst ist wieder nur einzusehen, daß der genannte Einfluß oben am stärksten sein muß und nach der Tiefe zu schnell abnimmt. Eine Verminderung der inneren Reibung ist mit einem Nachlassen des Gleitwiderstandes, also der Schubspannungen, identisch. Ein solches Nachlassen des Widerstandes wird aber nur durch schnelle Schwingungen des Erdreiches selbst eintreten, sei es durch Gleitschwingungen (Transversalwellen), indem dann die Schubspannungen während der Schwingungsausschläge wechselnde Werte annehmen und dadurch größere Spannungsspitzen erreichen als während der ruhenden Belastung, oder sei es durch Druckschwingungen, indem die Normalspannungen dann zeitweilig geringere Werte annehmen, wodurch ebenfalls der Reibungswiderstand zeitweilig herabgesetzt werden kann. Mehr läßt sich ohne genauere und umständliche Untersuchung der Baugrundschwingungen[15]) zunächst wohl nicht aussagen. — Versuchsmäßig hat Krey gezeigt[16]), daß die Böschungssteigung von (rundlichen!) Roggenkörnern „nach andauernden starken Erschütterungen" etwa 70% der Böschungssteigung von „lose aufgeschüttetem" Roggen beträgt, während er für „ausgesiebten Sand" (0,9 bis 1,2 mm) nur eine Verminderung des Reibungsbeiwertes von rd. 83% erhielt (Abb. 16). Erfahrungsgemäß wird bei solchen Versuchen in kleinem Maßstabe der Kornverband ausgiebig verändert, was in der Natur unter wesentlich größerem Eigengewichtsdruck lange nicht in gleichem Maße eintreten kann. Der Verfasser glaubt deshalb, daß mit einer Herabsetzung der inneren Reibung durch Verkehrserschütterungen höchstens im oberen Bereich der Hinterfüllung zu rechnen ist, wo auch durch Stoßdrücke schon eine stärkere Belastung entsteht. Der Einfluß von Erschütterungen dürfte daher zweckmäßig durch entsprechend erhöhte Stoßzahlen mitberücksichtigt werden, zumal die Einflüsse aus bewegten Lasten und Erschütterungen nur schwer voneinander zu trennen sind[17]).

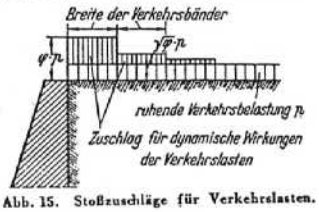


Abb. 15. Stoßzuschläge für Verkehrslasten.

[14]) Selbstverständlich ist bei dieser Erddruckermittlung ebenfalls zu unterscheiden zwischen unnachgiebigen und nachgiebigen Stützwänden. Auf diese Aufgaben kommen wir zurück.

[15]) Vgl. hierzu neben dem seismischen Schrifttum E. Reißner in Ing.-Archiv 7 (1936), S. 381.

[16]) H. Krey, a. a. O., Abb. 7 bis 12.

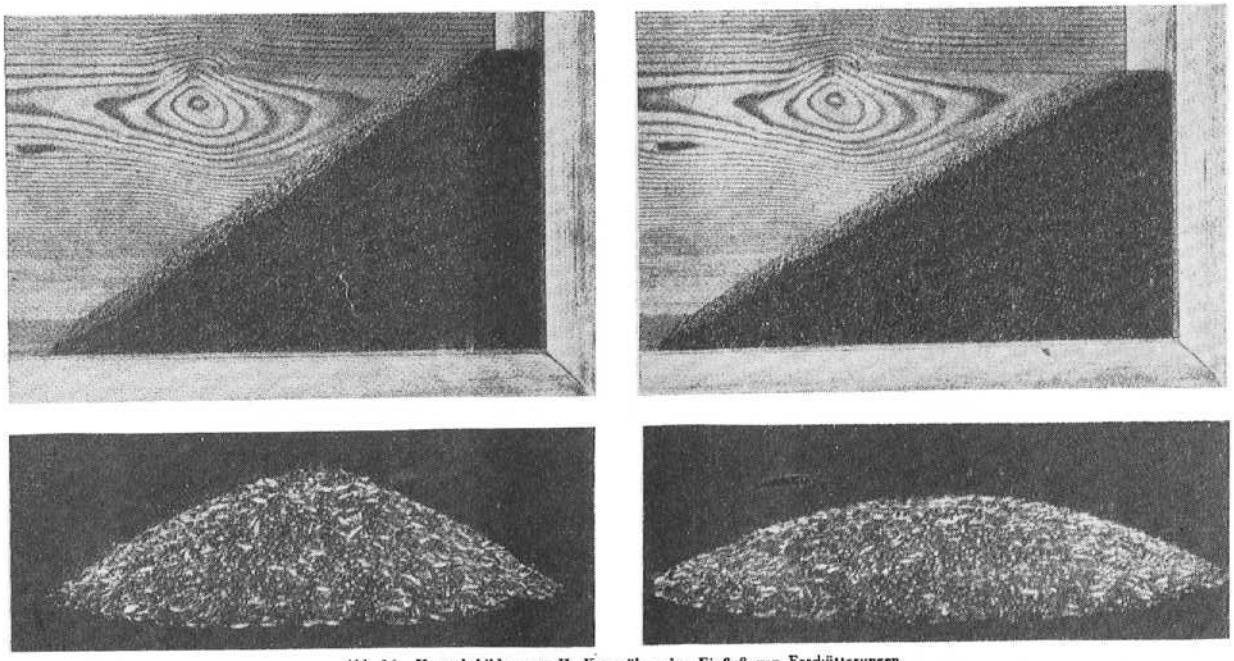


Abb. 16. Versuchsbilder von H. Krey über den Einfluß von Erschütterungen.
Links: natürliche Böschungen, lose aufgeschüttet. Rechts: Böschungen nach starken Erschütterungen.
Oben: ausgesiebter Sand 0,9 bis 1,2 mm. Unten: Roggen.

Es bleibt schließlich noch der angeblich sehr ungünstige Einfluß von andauernd wiederholter Verkehrsbelastung zu untersuchen. In diesem Falle kommt dem Verschiebungsvorgang der Stützwand große Bedeutung zu. Um diesen Vorgang deutlich verfolgen zu können, nehmen wir wieder ein Schaubild ähnlich der Abbildung 14 zu Hilfe: Abb. 17. Vor dem Hinzukommen der Auflast

Abb. 17. Verschiebungs-Schaubild einer Stützmauer bei andauernd wiederholter Verkehrsbelastung (schematisch).

sei der Erddruck Ea_0 wirksam und die Wandverschiebung entspreche dem Punkte e. Während der ersten Verkehrsbelastung sei eine Verschiebung bis e_2 erfolgt, die wegen der dynamischen Belastung größer ausfällt als die Verschiebung bis e_1 für den Fall rein statischer Auflast. Nach der ersten Belastung geht der zusätzliche Auflast-Erddruck erfahrungsgemäß[18]) nur teilweise zurück (Punkt e_2'), weil der auf Gleitflächen vorwärts gepreßte Erdkörper ohne Erddruckerhöhung nicht wieder in ähnlicher Weise zurückgedrängt werden kann und das Zurückgehen der rein elastischen Formänderungen noch durch die Selbstsperrung der Erdkörnchen (Hysteresis) gehemmt wird. Infolgedessen verbleibt die Stützmauer zwischen den Verkehrsbelastungen in einem Zustande künstlicher Verspannung (Erddruck $> Ea_0$). Bei wiederholten Belastungen kommen immer geringere Beträge bleibender Setzungen hinzu; das Erdreich wird allmählich „härter" und die Laststöße werden schließlich nur noch von den federnden (elastischen) Formänderungen aufgefangen. Entsprechend muß auch der Stoßdruck bis auf einen Endwert anwachsen (Punkt e_3), der der reinen Federung des Erdreiches entspricht. Das Anwachsen der Stoßbelastung hat ein weiteres Nachgeben der Stützwand zur Folge, welches durch die häufige Wiederholung der Verkehrsbelastung noch verstärkt wird. Das Nachgeben der Stützwand aber ist die Folge der Formänderungen des Untergrundes, welche in vielen Fällen zunächst überwiegend bleibender Natur sind. Durch die häufigen Wiederholungen der Verkehsbelastungen verschwindet aber allmählich auch im Untergrund — ähnlich wie vorhin in der Hinterfüllung — der Einfluß der bleibenden Formänderungen, so daß schließlich wieder nur eine Federung des Untergrundes übrig bleibt, wodurch die Verschiebung der Stützwand einem Endwert zustrebt[19]) (Punkt e_3 bzw. e_3'), sich also gleichsam totläuft. Man kann die Richtigkeit dieser Behauptung einsehen, wenn man sich klarmacht, daß der Widerstand des Untergrundes überwiegend durch den Schubwiderstand begrenzt wird. Gegen Ueberwindung des Grundwiderstandes soll normalerweise eine ausreichende Sicherheit vorhanden sein; folglich dürfen wir bei einer soliden Gründung voraussetzen, daß die Schubspannungen im Untergrund nur bis zu einem gewissen Betrage (z. B. 50 bis 70%) ihres Höchstwertes (Gleitwiderstand) beansprucht sind. Damit befinden wir uns aber noch genügend weit von der Bruchgrenze entfernt, so daß die durch häufige Verkehrsbelastung verursachten Schwankungen der Schubspannungen, die den in Abb. 17 dargestellten Erddruckschwankungen der Strecke e_2 e_3 entsprechen, mit Formänderungen (Gleitungen) verbunden sind, die bei häufiger Wiederholung sehr bald elastischen Charakter annehmen. — Aufs Ganze gesehen, erkennt man demnach, daß die zusätzlichen Formänderungen infolge der dynamischen Wirkungen des Verkehrs sowohl im Untergrund als auch in der Hinterfüllungserde bei häufig wiederholter Verkehrsbelastung bald nicht mehr weiter anwachsen, weil sie elastischer Natur geworden sind. Diese Sachlage ändert sich nur, wenn der Widerstand des Untergrundes unzulässig hoch beansprucht wird, wie es bei unserer Betrachtung nach Abb. 17 z. B. durch Höherführung der Mauerkrone und der Erdauffüllung eintreten kann. Damit nimmt zunächst der Eigengewichts-Erddruck zu. Kommt dann wieder Verkehrsauflast hinzu, so werden die zusätzlichen bleibenden Verformungen des Untergrundes mit steigender Anzahl der Belastungen zwar etwas abnehmen, aber wegen der Nähe der Bruchspannungen nie ganz aufhören (gestrichelte Verschiebungslinie e_3—e_4—e_5 in Abb. 17). Infolgedessen wird die Mauer mit zunehmender Belastungsanzahl immer weiter vorgedrückt werden und kann nach großer Anzahl der Belastungswechsel schließlich soweit vorgekippt sein, daß ihre Standfähigkeit (Stabilität) gefährdet ist.

Aus dieser Betrachtung ersieht man wohl deutlich genug, daß die befürchtete gefährliche Wirkung dauernd wiederholter Verkehrsbelastung nur eintreten kann, wenn der Untergrund an sich schon zu hoch beansprucht wurde. Als zuverlässiges Kriterium erscheint demnach die Sicherheit gegen Einbruchbelastung, die einen bestimmten Wert nicht unterschreiten darf. Diese Mindestsicherheit ist von der Erdart und ihrem Zustand abhängig, worauf wir noch zurückkommen. Daneben kann in einigen seltenen Fällen — wie bereits bemerkt wurde — auch die Notwendigkeit vorliegen, die Verschiebungen der Stützwand zu begrenzen. Alle diese Forderungen lassen sich aber beim Entwurf von Stützwänden durchaus erfüllen, so daß kein Anlaß besteht zur Befürchtung, Stützwände normaler Bauart wären der ungünstigen Wirkung dauernder dynamischer Belastung nicht gewachsen[20]). Allerdings zeigen die vorstehenden Betrachtungen, wie unerläßlich eine hinreichend genaue Berechnung des Grundwiderstandes und eine wenigstens überschlägliche Ermittlung der Baugrundverformungen bzw. Stützwandverschiebungen ist. Mit „zulässiger Baugrundbelastung" allein (z. B. nach DIN 1054) ist es nicht getan. Auch der bei Stützmauern vorgeschriebene Nachweis 1,5facher Gleitsicherheit für die Sohlfuge schützt nicht vor der Einbruch- oder Kippgefahr, weil die ungünstigste Gleitfläche nicht in der Sohlfuge liegt, sondern tiefer in den Baugrund einschneidet.

(Fortsetzung im Jahrgang 1950.)

[17]) Das vorstehend über die Beeinflussung der inneren Reibung Bemerkte gilt m. E. sinngemäß auch für die Reibung zwischen Wand und Erdreich (falls auf Grund der Verschiebungsverhältnisse mit der Ausbildung einer Gleitfläche zwischen Wand und Erdreich zu rechnen ist). Abzulehnen ist die bei Erddruckberechnungen weitverbreitete Gepflogenheit, im Erdreich selber zwar die volle Reibung anzusetzen, den Wandreibungswinkel aber aus irgend einem Grunde gleich Null zu setzen. Wenn Gründe dafür vorhanden sind, die Reibungswiderstände herabzusetzen, so sollte sowohl die Wandreibung als auch die innere Erdreibung etwa im gleichen Verhältnis herabgesetzt werden.

[18]) Vgl. Versuche von Müller-Breslau in „Erddruck auf Stützmauern", Stuttgart 1906, A. Kröner. 2. Aufl. Stuttgart 1947.

[19]) Vgl., in dieser Hinsicht die Ankerplattenversuche von W. Buchholz u. H. Petermann in Hannover. Bauing. 16 (1935), Heft 19/20.

[20]) Dieser Einwand wurde neuerdings von Schroeter erhoben. In der Zeitschrift „Bauplanung und Bautechnik" 1 (1947), S. 121, wirbt er für seine „Gitterwand"-Bauweise, indem er u. a. den Stützmauern eine „völlig unzureichende Anpassungsfähigkeit an die Gegebenheiten der Hinterfüllung und des Baugrundes" zuschreibt. Wörtlich sagt er vorher hierzu: „Der wirkliche Erdschub erhöht in Verkehrsfällen nicht nur seine Größe, sondern greift auch höher an, nämlich in halber Mauerhöhe anstatt in h/3. Damit nähert sich die Schlußkraft der Sohlenvorderkante und überschreitet sie schließlich mit der oben nachgewiesenen Gleitunsicherheit. Das ist der Nachweis des Umsturzfalles." Sehen wir uns diesen „Nachweis" etwas näher an, so ist dort gesagt, daß der Erddruck „unter den Stößen des Verkehrs ... nach Theorie und Versuch ... den zwei- bis dreifachen Wert des aktiven Erddruckes erreichte und daß eigene „genauere Untersuchungen" die Unmöglichkeit bewiesen hätten, „selbst für Schwergewichtsmauern stärkster Abmessungen auf der Grundlage von DIN 1054 und 1055 die darin vorgeschriebene 1,5fache Gleitsicherheit zu erreichen". Untersucht man jedoch das entsprechende Zahlenbeispiel von Schroeter (seine Abb. 4) genauer, so findet man:

1. Die Annahme eines waagerechten Erddruckes und eines Reibungswinkels von 27° ist für sandigen Baugrund zu ungünstig;
2. die gewählte Querschnittsform der Stützmauer ist sehr unwirtschaftlich (Betonverschwendung in der oberen Mauerhälfte) und
3. eine ausreichende Standsicherheit läßt sich durch geringe Verbreiterung und Schräglage der Sohlfläche leicht erreichen.

Der durch hingeworfene Sätze reichlich illustrierte „Nachweis des Umsturzes" ist Schroeter demnach keinesfalls gelungen. Damit wird aber auch die Behauptung hinfällig, daß die angepriesene eigene Bauweise Vorteile gegenüber den behandelten Stützmauerentwürfen aufweist. Auf die Zweckmäßigkeit der Schroeter'schen Bauweise in erdstatischer Hinsicht kommt der Verfasser an anderer Stelle zurück. Hier sei nur noch erwähnt, daß Schroeter in Bautechn. 18 (1940), Heft 44/45, S. 505, eine eigene Theorie aufstellte, um den „Stampfschub" infolge von Verkehrslasten zu berechnen. Da die statischen Grundlagen dieser Theorie jedoch stark fehlerhaft sind und auf dynamische Wirkungen dabei überhaupt nicht eingegangen wird, kann sie für ernsthafte Berechnungen nicht in Betracht kommen. Vgl. hierzu die Stellungnahme des Deutschen Baugrund-Ausschusses in Bautechn. 22 (1944), Heft 23/28, S. 117, und die Darlegungen von Gaede in Bautechn. 26 (1949), Heft 1, S. 7, sowie auch den letzten Abschnitt dieser Aufsatzreihe.

Zur Erddruck-Lehre.*)

Von Johann Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

III. Gleitflächen und Gleitwiderstand.

In der Natur kann man an steileren Abhängen und Böschungen oft beobachten, daß fest mit dem Untergrund verwurzelte Bäume in ihrem unteren Ende nach Abb. 18 stark gekrümmt sind. Offenbar sind die oberen Schichten der Böschung stärker nach abwärts gewandert als die tieferen Schichten und haben so die Bäume allmählich schräg gestellt. Die Bäume haben dann diese erzwungene Schrägstellung durch eine Krümmung des unteren Stammendes wieder ausgeglichen und sich dadurch nach oben hin wieder lotrecht gestellt. Das Erdreich ist bei diesem sogenannten „Kriechen" etwa in der Pfeilrichtung nach abwärts geschoben, offenbar als Folge der stärkeren Schubspannungen in der Nähe der Böschungs-Oberfläche. Wir haben in solchen Fällen den Anfang einer Verzerrungsgleitung (räumliche Gleitung) vor uns, bei der ein größerer Bereich des Erdreiches rhombisch verzerrt wird.

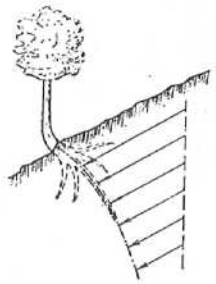


Abb. 18. Das „Kriechen" einer Böschung als Beginn einer Verzerrungs-Gleitung.

Davon zu unterscheiden ist die Verschiebungsgleitung (Flächengleitung), die durch eine Rutschung vortrefflich illustriert wird (Abb. 19). In diesem Falle ist die — bedeutend stärkere — Verzerrung auf eine schmale, mehr flächenhafte Gleitzone beschränkt, deren Dicke wahrscheinlich nur ein Vielfaches der Korngröße ist. Diese beiden Arten von Gleitflächen müssen gut auseinander gehalten werden, einmal wegen der Unterschiede in den Formänderungen (Gleitungen), sodann aber auch mit Rücksicht auf den wirksamen Gleitwiderstand.

Abb. 19. Rutschung als Beispiel einer Verschiebungs-Gleitfläche.

Zur Veranschaulichung zeigen die nächsten Abb. 20 bis 23 weitere Beispiele der beiden genannten Gleitflächenarten, wobei die Korn- oder Schichtenbewegungen von Sand hinter Glasplatten fotografisch festgehalten wurden. Abb. 23 insbesondere zeigt eine sehr weit getriebene Verzerrungsgleitung (vor dem Versuch: lotrechte Stützwand und waagerechte Schichten). Bemerkenswert ist der erkennbare wellenförmige Verlauf der schwarzen Schichtgrenzen nach der Gleitbewegung. Offenbar ist die Gleitverzerrung von gewissen Rollbewegungen von Sandkorngruppen begleitet.

Nach K. v. Terzaghi und A. Casagrande ist eine Gleitflächen-Ausbildung in dicht gelagertem Sand mit einer Auflockerung, also einer Raumvermehrung verbunden[1]). Bei der Flächengleitung kann diese Auflockerung aber kaum von großem Einfluß sein, weil die Gleitzone selbst nur einen geringen Raum besitzt. Die erwähnte Raumvermehrung kann dagegen u. U. bei der Verzerrungsgleitung eine Rolle spielen, weil hierbei der ganze nachsackende Erdkörper durch Gleitungen verformt wird. Da sandiges Erdreich in der Natur aber meist nur mitteldicht gelagert ist, so bleibt trotzdem noch fraglich, ob die Gleitungs-Auflockerung in erdstatischer Hinsicht großen Einfluß hat. Versuche nach dieser Richtung hin wären erwünscht. — In Reibungs-Geräten der Krey'schen Art (Parallelverschiebung einer Quadrat- oder Rechteckfläche) tritt bei der Bruchbelastung auf Schub überwiegend eine Flächengleitung ein, weil von beiden Enden der Schubfläche her ein flächenhaftes Abgleiten erzwungen wird. Die Kreisring-Reibungsgeräte[2]) (Verschiebung einer Kreisringfläche durch Drehbewegung) sind in dieser Hinsicht vorteilhafter, da die erwähnten Endstauchungen vermieden werden und bei hinreichender Schichtdicke der Versuchsprobe die Ausbildung einer ungezwungeneren Verzerrungsgleitung nicht von vornherein ausgeschlossen wird. Die Forderung nach einer ausreichenden Schichtdicke ist bei Reibungsversuchen ganz allgemein zu stellen, besonders bei sandigen Proben. Denn wenn die Ausbildung einer Gleitfläche ungezwungen vor sich gehen soll, muß eine von der Korngröße abhängige Mindestdicke vorhanden sein, damit die Erdkörnchen genügende Bewegungsfreiheit haben, um übereinander wegrollen zu können. Diese Bedingung muß naturgemäß nur bei sandigen Proben beachtet werden; bei feinkörniger bindiger Erde wird die erforderliche Mindest-Schichtdicke immer vorhanden sein.

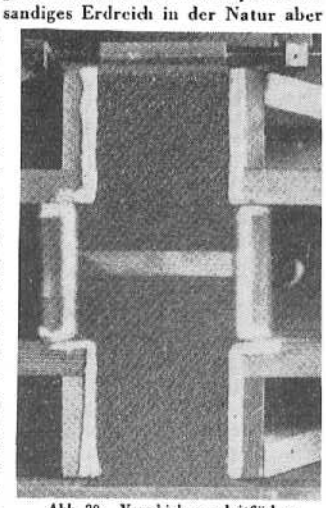


Abb. 20. Verschiebungsgleitflächen (Rutschflächen) im Sand, durch waagerechte Verschiebung des Mittelteiles erzeugt (nach Krey).

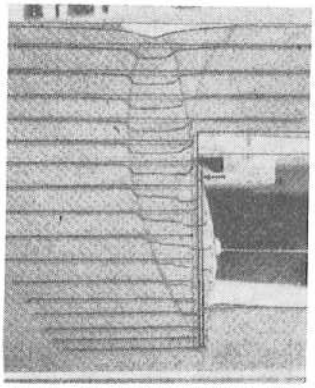


Abb. 21. Verschiebungsgleitflächen beim Nachgeben einer Spundwand hinter einem Pfahlrost. Im oberen Teil sind beiderseits der Hauptgleitflächen Verzerrungsbereiche erkennbar.

Bei Erddruckversuchen ist der gleiche Einfluß zu beobachten, worauf Terzaghi bereits seit langem hingewiesen hat[3]). Bei geringer Stützwandhöhe und grobkörnigem Sand stellen sich der Gleitflächen-Ausbildung größere Widerstände entgegen, weil die Bewegungsmög-

*) Teil I Bautechn. 25 (1948), Heft 6, S. 121—126.
Teil II Bautechn. 26 (1949), Heft 12, S. 360—364.

[1]) Vgl. z. B. H. Kulka, Bauingenieur 13 (1932), S. 431.

[2]) Zuerst von Tiedemann verwendet, nachdem in Nordamerika und Hannover bereits Reibungs-Versuche mit voller Kreisfläche durchgeführt worden waren. Vgl. B. Tiedemann, Bautechn. 15 (1937), Heft 30, S. 400—403 u. Heft 33, S. 433—435.

[3]) K. Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. S. 308 bis 312. Leipzig und Wien 1925, Fr. Deuticke.

lichkeiten für die einzelnen Sandkörner eingeschränkt sind. Man sollte deshalb für Erddruckversuche nur möglichst feinkörnigen Sand verwenden.

Wir kommen damit zum Ansatz des Gleitwiderstandes, einer für die baupraktische Anwendung der Erddruck- und Gleitflächenlehre sehr wichtigen Angelegenheit. Denn die Zuverlässigkeit der erdstatischen Untersuchungen hängt entscheidend davon ab, ob die Schubwiderstände in den Gleitflächen richtig angesetzt werden.

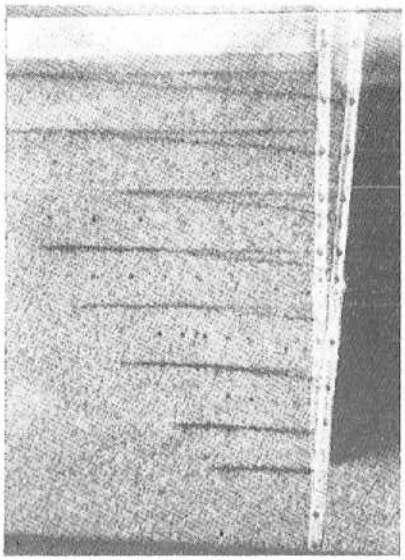


Abb. 22. Verzerrungsgleitung einer oben vorkippenden Stützwand.

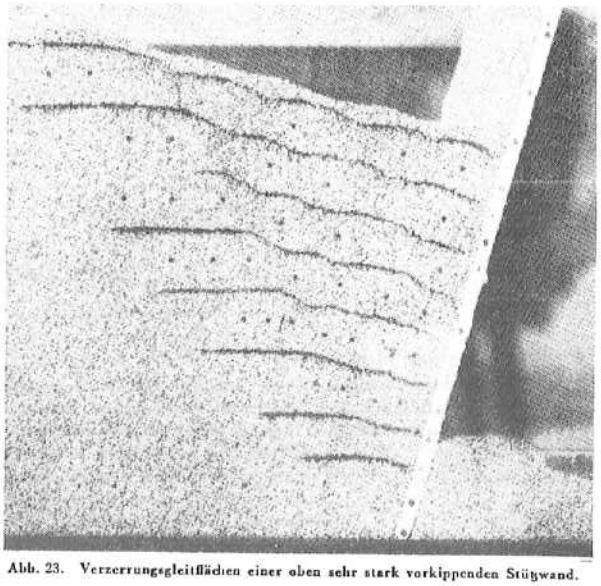


Abb. 23. Verzerrungsgleitflächen einer oben sehr stark vorkippenden Stützwand.

In erster Linie muß — wenigstens bei wichtigeren Bauvorhaben — eine genügende Anzahl gesicherter Versuchswerte vorliegen, und es muß die Frage nach der erforderlichen Gleitsicherheit je nach den näheren Umständen gewissenhaft untersucht werden. Wird in dieser Hinsicht oberflächlich oder gar leichtfertig verfahren, so haben alle noch so genauen Berechnungen nur noch sehr bedingten Wert; sie können sogar Schaden anrichten, wenn durch sie eine Sicherheit vorgetäuscht wird, die in Wirklichkeit nicht vorhanden ist (Ansatz eines zu hohen Gleitwiderstandes) oder wenn sie andererseits dazu verleiten, übersicher und unwirtschaftlich zu bauen (Ansatz eines zu niedrigen Gleitwiderstandes).

Sodann ist aber auch eine richtige Deutung der vorliegenden Versuchswerte erforderlich. Diese erfolgt zunächst zweckmäßig an Hand des Verschiebungs-Schaubildes, welches in Abb. 24 schematisch dargestellt ist. Mit wachsender Schubbelastung folgt die Verschiebung etwa der voll gezeichneten Versuchskurve. Zur Bruchbelastung τ_g gehört ein größerer Gleitungswinkel γ_g, der sich aber aus geometrischen Gründen beim Nachgeben der Stützwand nicht immer ausbilden kann. Man muß daher mitunter — besonders bei Verzerrungsgleitungen — einen geringeren Gleitwinkel γ_{zul} ansetzen, zu dem auch ein geringerer Schubwiderstand τ_g' gehört[4]). In vielen Fällen darf allerdings nahezu mit dem vollen Gleitwiderstand gerechnet werden (sicherheitshalber wird man den vollen Bruchwert immer um einige % vermindern). Bei der Deutung von Erddruckversuchen kommen wir auf diesen Punkt zurück. — Bei bindiger Erde muß man mit dem Ansatz des Gleitwiderstandes vorsichtiger sein, weil bei einer Schubbeanspruchung in der Nähe des Bruchwertes ein plastisches Fließen auftritt, wodurch die Verformungen stärker anwachsen. In solchen Fällen können Ansatzwerte des Gleitwiderstandes bis zu 80% und weniger in Frage kommen.

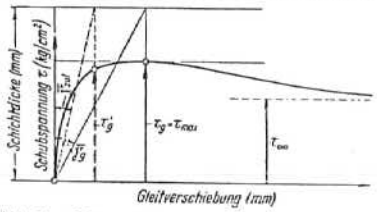


Abb. 24. Gleitverschiebungs-Schaubild für Erdstoffe.
τ_g = Größtwert des Gleitwiderstandes.
τ_∞ = Gleitbewegungswiderstand (nach größerer Verschiebung).

Nach größerer Verschiebung (d. h. also in den Verschiebungsgleitflächen oder Rutschflächen) wird der volle Gleitwiderstand τ_g erreicht. Trotzdem darf dieser Größtwert nicht in jedem Falle der Berechnung zugrunde gelegt werden, weil er nicht immer in allen Punkten der Gleitfläche gleichzeitig erreicht wird. Besonders bei den mehr langgestreckten Gleitflächen des Erdwiderstandes (auch bei Rutschungen) muß man damit rechnen, daß längs der Gleitfläche nahe der vordrückenden Wand eine gewisse Strecke vorhanden ist, in der die größere Verschiebung bereits wieder ein Absinken des Widerstandes verursachte (vgl. Versuchsverlauf nach Abb. 24), während in größerer Entfernung Strecken vorhanden sind, in denen der Gleitwiderstand noch nicht ganz den Höchstwert erreicht hat[5]). Abb. 25 veranschaulicht einen solchen Verlauf der Schubspannungen in der voll gezeichneten Linie. Da diese τ-Linie nur in einem begrenzten Bereich die Werte von 100% τ_g (punktierte Linie) erreicht, fällt der mittlere Rechnungswert τ_m (gestrichelter τ-Linie) kleiner als 100% aus. Leider sind wir bislang noch nicht in der Lage, ein zuverlässiges Kriterium anzugeben für die Stärke der erwähnten Verminderung. Vermutlich wird sie einerseits von der Größe der seitlichen Verdrückung ξ_p abhängen, die zum Erreichen des Erdwiderstandes Ep erforderlich ist, andererseits von der mittleren Gleitung $\bar{\gamma}_g$ des Erdkörpers bis zum Erreichen der Bruchspannung τ_g, so daß die erwähnte Verminderung von τ_g auf τ_m wahrscheinlich vom Verhältnis $\xi_p : \bar{\gamma}_g$ abhängig sein wird. — Für die meisten Erddruck-Aufgaben (Ermittlung von E_a) ist die federnde Ausdehnung ξ_a des Erdreiches beim Absinken des Erddruckes auf den unteren Grenzwert nur gering, so daß die erläuterte Herabminderung des Gleitwiderstandes bei diesen Aufgaben wahrscheinlich nicht eintreten wird oder vernachlässigt werden kann.

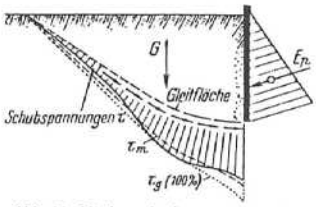


Abb. 25. Mittlerer (rechnungsmäßiger) Gleitwiderstand τ_m bei stärkerem Einfluß der waagerechten Verdrückungen.

Reibungs- oder Gleitwiderstandsversuche wird man wegen der erforderlichen sorgfältigen Versuchsarbeit (z. B. Einbau gewachsener Erdproben, Beobachtung des Zeiteinflusses) immer nur in geringer Anzahl durchführen lassen können. Um so wichtiger ist die richtige Verallgemeinerung der wenigen Versuchswerte. Diese setzt die Kenntnis und Beachtung der Gleitwiderstandsgesetze voraus.

Bei sandigen Erdarten liegen in dieser Hinsicht einfache Verhältnisse vor, indem hinreichend genau das einfache Reibungsgesetz gilt:

$$\tau_g = \mu \cdot \nu$$

mit μ als Reibungswert ($\mu = \operatorname{tg} \varrho$; ϱ = Reibungswinkel) und ν als Normalpressung (z. B. in kg/cm²). Der Reibungswinkel ist nur

[4]) Die Prüfstellen sollten schon aus diesem Grunde nicht nur die Bruchbelastungen angeben, sondern das vollständige Verschiebungs-Schaubild bei jedem Reibungsversuch mit auftragen.

[5]) Auf diese Erscheinung machte Terzaghi zuerst aufmerksam in seiner Gastvorlesung an der Berliner T. H. 1935/36. Vgl. auch die Schrift des Verfassers: Einfache erdstatische Berechnung der Standsicherheit von Böschungen. Archivheft 67 des Deutschen Wasserwirtschaftsverbandes, Berlin 1943.

für lockere Lagerung — trocken oder unter Wasser — annähernd mit dem Böschungswinkel identisch, bei mitteldichter oder dichter Lagerung aber größer als dieser. Der Einfluß der Feuchtigkeit macht sich insofern bemerkbar, als oberhalb des Grundwassers durch geringe Kapillarwirkungen des Porenwinkelwassers an den Berührungsstellen der Erdkörnchen mit der Zeit eine gewisse Haftfestigkeit entsteht, die sich mit dem μ-fachen Betrage in Reibung bzw. Gleitfestigkeit umsetzt. Hierdurch erklärt sich z. B. die Tatsache, daß feuchter Sand in unberührter Lagerung bis zu einer gewissen Höhe mit dem Spaten lotrecht abgestochen werden kann. Man wird diese Festigkeit, die sich durch Zerdrückungsversuche leicht ermitteln läßt, statisch in Rechnung stellen dürfen, wenn eine sichere Gewähr dafür besteht, daß eine Auflösung durch herabsickerndes Regenwasser nicht eintritt.

Bei sandigen Erdarten mit feinen verkittenden Beimengungen (z. B. Sandmergel, Löß, Sandlehm) ist von Natur aus eine gewisse

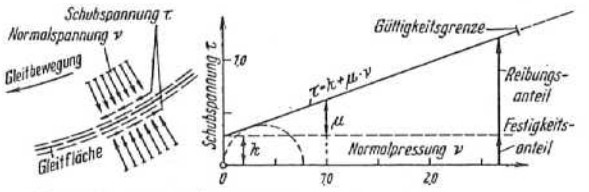


Abb. 26. Das Coulomb'sche Gleitwiderstands-Gesetz (für begrenzte Bereiche näherungsweise gültig).

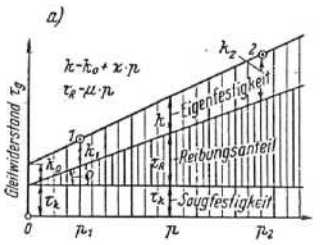
Festigkeit vorhanden, so daß mit dem allgemeineren (Coulomb'schen) Reibungsgesetz gerechnet werden muß (Abb. 26):

$$\tau_g = k + \mu \cdot \nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

mit k als Gleitfestigkeit oder Kohäsion. Diesen Ansatz wird man unbeschränkt gelten lassen können, solange noch ein ansehnlicher Luftgehalt im Erdreich enthalten ist[6]). Je mehr Feinteile aber im Erdreich vorhanden sind, umso mehr muß bedacht werden, daß zwischen langsamer und schneller Schubbelastung bis zum Bruch ein Unterschied vorhanden ist.

Dieser Unterschied läßt sich für vollbindige Erdarten rechnerisch angeben, wie der Verfasser kürzlich gezeigt hat[7]). Hierbei sind folgende grundsätzliche Gedanken wichtig: Durch den Baueingriff entstehen zusätzliche Belastungs- und Formänderungen, verbunden mit zeitweiligen Aenderungen der Porenwasserspannungen. Diese Spannungsänderungen im Porenwasser gleichen sich wegen der sehr geringen Durchlässigkeit bindiger Erde nur langsam wieder aus. In der Anfangszeit der Belastungsänderung ist noch der frühere Wassergehalt vorhanden und die zusätzlichen Wasserspannungen weisen ihren vollen Wert auf. Sowohl zur Auffindung des Spannungsbildes als auch zur Ermittlung des Gleitwiderstandes ist dann die Bedingung gleichbleibender Raumelemente maßgebend[7]). Nach längerer Zeit dagegen ist allmählich ein Ausgleich der Porenwasser-Spannungen erfolgt. Meistens wird dann anzunehmen sein, daß sich die Spannungen des Porenwassers in größerer Entfernung von der Baustelle im Vergleich zu früher nicht geändert haben. Infolge des eingetretenen Ausgleiches der Porenwasser-Spannungen haben diese damit auch im Bereich der Baustelle wieder ihre alten Werte angenommen, d. h. eine etwa vorhandene natürliche Vorspannung hat nach hinreichend langer Zeit wieder ihren früheren Wert erreicht. Damit kann auch in diesem Falle der Gleitwiderstand nach einfachen Gesetzen bestimmt werden. — Im übrigen gilt das lineare Gesetz nach Gl. (3) auch genügend genau für vollbindige Erdstoffe; nur nimmt die Eigenfestigkeit k in diesem Falle mit der Vorbelastung und daher auch mit der Tiefe z zu, soweit sie bleibender Natur ist.

Für sehr langsame Belastung vollbindiger Erde oder nach erfolgtem Spannungsausgleich kann man sich damit den gesamten Gleitwiderstand nach Abb. 27a aufgeteilt denken in die drei Anteile aus Eigenfestigkeit (echte Kohäsion nach Terzaghi), Saugfestigkeit (Kapillarfestigkeit; scheinbare Kohäsion nach Terzaghi) und innerer Reibung (mit p als Erdauflastpressung oder Eigengewichtsdruck in der Gleitfläche). Die Richtigkeit dieser Deutung des verbleibenden Reibungsanteiles bzw. des wahren Reibungswinkels ϱ können wir an Hand von Abb. 27b genauer nachweisen, wobei gleichzeitig eine Versuchsvorschrift für die Ermittlung der an-



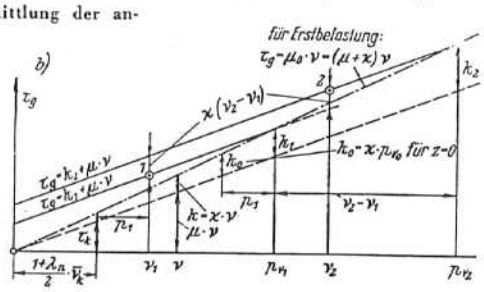


Abb. 27. Die Anteile des Gleitwiderstandes bindiger Erde bei langsamer Belastung.

gedeuteten Aufteilung des Gleitwiderstandes gewonnen werden soll. Es seien ν_1 und ν_2 die den beiden Tiefenlagen z_1 und z_2 entsprechenden wahren Erdkorn-Normalpressungen in der Gleitfläche. Hierbei ist eine etwa vorhandene natürliche Vorspannung (Kapillarspannung) $\bar{\nu}_K$ mit einbegriffen, indem durch $\bar{\nu}_K$ als zusätzlicher lotrechter Belastung ein natürlicher Zusatz-Seitendruck $\lambda_n \cdot \bar{\nu}_K$ erzeugt wird, wodurch eine mittlere Zusatzpressung von $\frac{1+\lambda_n}{2} \cdot \bar{\nu}_K$ entsteht mit einem Gleitwiderstand für langsame Schubbelastung (Saugfestigkeitsanteil) von

$$\tau_K \approx \mu \cdot \frac{1+\lambda_n}{2} \cdot \bar{\nu}_K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Hiernach ist etwa:

$$\nu = p + \frac{\tau_K}{\mu} \approx p + \frac{1+\lambda_n}{2} \cdot \bar{\nu}_K.$$

Die Eigenfestigkeit nimmt annähernd verhältnisgleich mit der Vorbelastung p_V zu:

$$k \approx \varkappa \cdot p_V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Unterstellt man eine mit der Zeit gleichgebliebene Eigengewichtswirkung[8]), so gilt etwa für die beiden Tiefenlagen z_1 und z_2:

$$p_{V_2} - p_{V_1} \approx \nu_2 - \nu_1 = p_2 - p_1$$

oder mit Rücksicht auf (5):

$$k_2 - k_1 = \varkappa\,(p_2 - p_1).$$

Trägt man diesen Unterschied der Eigenfestigkeiten der Tiefenlagen z_1 und z_2 im Punkte 1 nach oben hin und im Punkte 2 nach unten hin ab, so gewinnt man dadurch die Gleitwiderstandsgeraden nach Gl. (3) für die Erdproben aus der Tiefe z_1 und z_2; die Steigung dieser Geraden entspricht dann dem Reibungsbeiwert μ.

Fragen wir nun nach der versuchsmäßigen Ermittlung des Gleitwiderstandes, so kann diese offenbar in den üblichen Reibungsgeräten nicht so ohne weiteres durchgeführt werden, weil die natürliche Vorspannung durch die lotrechte Belastung im Gerät entweder ganz oder teilweise aufgehoben wird und nicht wieder in nachprüfbarer Weise künstlich erzeugt werden kann. Es bleibt daher in diesem Falle nichts anderes übrig, als die Reibungsversuche unter Wasser durchzuführen und den auf diese Weise zunächst ausgeschalteten Saugfestigkeitsanteil τ_K nach Gl. (4) nachher zuzuzählen.

Für schnelle Schubbelastung bindiger Erde muß dagegen eine Aenderung des Wassergehaltes vermieden werden, so daß die Erdproben in den Reibungsgeräten keinesfalls unter Wasser gesetzt oder mit feuchten Filtersteinen eingebaut werden dürfen.

[6]) Für diesen Fall ist die Anwendung der Mohrschen Spannungskreise noch zulässig, so daß die Druckfestigkeit in üblicher Weise — wie in Abb. 26 angedeutet — zur Auswertung mit herangezogen werden darf.

[7]) Johann Ohde, Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes und ihr Einfluß auf Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand. Bautechn. 26 (1949), Heft 5, S. 129—134 u. Heft 6, S. 163—167.

[8]) Z. B. kann bei waagerechter Erdschichtung für das Raumgewicht angesetzt werden: $\gamma' = \gamma_0 + \left(1 - \frac{dq}{dz}\right) = 1 + \gamma_0 - dq/dz$ mit γ_0 als Raumgewicht unter Wasser und dq/dz als Druckgefälle des Porenwassers. Es ist dann: $p = \gamma' \cdot z$ mit z als Tiefe unter Gelände.

Infolgedessen wird der Saugfestigkeitsanteil in diesem Falle versuchsmäßig mit erfaßt. Doch wird durch die schnelle Schubbelastung der Gleitwiderstand merklich herabgesetzt (Abb. 28). Vor allem kommt die Reibungszunahme infolge zusätzlicher Bauwerksbelastung ganz in Fortfall. — Wie der Verfasser gezeigt hat[7]), kann man zur Kontrolle der Reibungsversuche Zerdrückungsversuche heranziehen, indem man aus den erhaltenen Druckfestigkeiten σ_D den Gleitwiderstand τ_g errechnet. Man findet im Mittel:

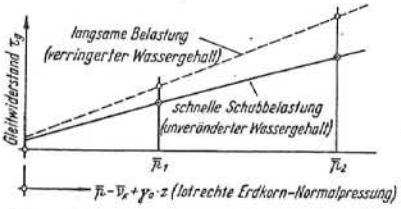


Abb. 28. Gleitwiderstands-Verminderung bindiger Erde infolge schneller Belastung.

$$\tau_g \approx \psi \cdot \cos\rho\,(3 - \sin\rho)\,\sigma_D = \frac{\psi}{6} \cdot \frac{1}{1+\mu^2}\left(3\sqrt{1+\mu^2} - \mu\right)\sigma_D \quad (6)$$

mit $\psi = 1{,}0$ für stärker vorbelastetes Erdreich

und $\psi = \frac{3}{2} \cdot \frac{1 + V/S}{1 + 2V/S} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + 2} \cdot \frac{\lambda + 2V/S}{\lambda + V/S}$ für erstbelastete Erde.

V/S = Verhältnis der federnden zur gesamten Zusammendrückung;

$$\lambda = \mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}\right) = \frac{1 + \sin\rho}{1 - \sin\rho} = \left(\sqrt{1+\mu^2} + \mu\right)^2.$$

Zur Auswertung dieser Gleichungen muß der Reibungsbeiwert μ durch besondere Versuche ermittelt werden. Soweit man hierzu nicht statistisch begründete Erfahrungswerte heranzieht[9]), führt man zweckmäßig vier Reibungsversuche nach Abb. 29 durch (möglichst für gewachsene Erdproben!), wobei diese Proben während der Versuche ausreichend lange unter Wasser gesetzt werden müssen und 2 Versuchsproben langsam unter Pressungen abgeschoben werden, die größer als die Vorbelastung p_V sind, während für die restlichen 2 Versuche zunächst eine größere Vorbelastung p_V' in Frage kommt, die ebenfalls die natürliche Vorbelastung übersteigt, und sodann ein langsames Abschieben unter wesentlich geringerer Auflast (z. B. für $p = p_V'/10$), wobei die letzte Erdprobe zunächst sehr weitgehend langsam entlastet (z. B. bis $p_V'/50$) und dann bis $p_V'/10$ wiederbelastet wird[10]).

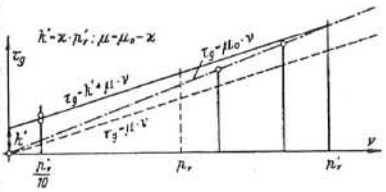


Abb. 29. Zur Versuchs-Ermittlung von μ u. $\varkappa$.

[9]) Z. B. ist der Reibungsbeiwert von leicht feststellbaren Wasserzahl-Kennwerten abhängig, worauf der Verfasser an anderer Stelle bald zurückkommt.

Nach Abb. 29 findet man dann

$$\varkappa = k' : p_v' \quad \text{und} \quad \mu = \mu_0 - \varkappa.$$

Bisher haben wir stillschweigend vorausgesetzt, daß wir es mit gewachsenem (bindigem) Erdreich zu tun haben, wie es z. B. bei der Ermittlung des Erd- und Grundwiderstandes überwiegend der Fall ist. Bei Hinterfüllungen haben wir es dagegen mit gestörter und eingestampfter Erde zu tun; die Festigkeit ist dann merklich herabgesetzt, was durch entsprechende Versuche leicht

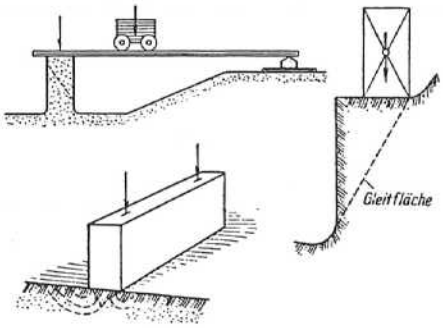


Abb. 30.

nachgewiesen werden kann. Z. B. fand der Verfasser kürzlich für sandig-schluffigen Lehm nach guter Einstampfung von zerkrümeltem Stoff nur rd. 55% der ursprünglichen Druckfestigkeit. Bei weniger guter Stampfarbeit wird man nur 30 oder gar 20% der ursprünglichen Festigkeit zurückgewinnen. Daß die Einstampf-Festigkeit außerdem im Laufe der Zeit noch durch die Porenwasserspannung (Vorspannung) des Untergrundes beeinflußt werden kann, wurde an Hand der Abb. 13 bereits angedeutet. Selbstverständlich können sich auch Austrocknung oder Niederschläge noch auswirken, so daß der Gleitwiderstand eingestampfter bindiger Erde mancherlei Einflüssen unterliegt, die im Einzelfalle nicht immer eindeutig zu übersehen sind und durch genügend ungünstige Annahme gedeckt werden müssen.

Auf Baustellen kann man oft mit einfachen Mitteln Belastungsversuche durchführen (z. B. Zerdrückung von Erdzylindern, Bruchbelastung von Erdsprüngen oder Rechteckplatten, Abb. 30) und dadurch wertvolle Anhaltspunkte über den Gleitwiderstand des Erdreiches gewinnen. Hierauf kommen wir noch wiederholt zurück.

[10]) Dieser letzte Versuchswert τ_g wird meistens etwas niedriger liegen als der vorletzte Wert, und man legt deshalb bei der Auswertung zweckmäßig den Mittelwert zugrunde.

(Die Aufsatzreihe wird fortgesetzt.)

DIE BAUTECHNIK
DER STAHLBAU : : ZEITSCHRIFTENSCHAU
28. Jahrgang BERLIN, Dezember 1951 Heft 12

Zur Erddruck-Lehre.

Von Johann Ohde, Berlin.

(Fortsetzung aus Heft 4/1950.)

IV. Der Einfluß der Wandverschiebung auf Gleitflächenform und Erddruck-Verteilung.

Schon unter II ist auf die bekannte Tatsache hingewiesen, daß bei den meisten Erddruck-Aufgaben vom Zustand des Grenzgleichgewichtes (E_a oder E_p) auszugehen ist. Im folgenden soll diese Voraussetzung — ausgebildete Gleitflächen im benachbarten (druckerzeugenden oder widerstehenden) Erdreich — immer als gültig betrachtet werden, soweit nichts anderes erwähnt ist. Bevor sich die Gleitflächen ausgebildet haben, sind allerdings gewisse Formänderungen des Erdreiches aus zusätzlichen Zug- oder Druckspannungen (Dehnungen oder Verdrückungen) voraufgegangen, worauf wir aber kaum einzugehen brauchen, da diese Raumänderungen meist von untergeordneter Bedeutung und größtenteils schon vor der Gleitflächen-Ausbildung eingetreten sind. Sie können damit die zuletzt eintretenden Verformungen und Verschiebungen des Erdgleitkörpers neben der Wand kaum noch beeinflussen. Es ist nämlich leicht einzusehen, daß das Gleitflächenbild nach dem Abklingen der erwähnten Volumenänderungen nur noch von der zuletzt vorhandenen Verschiebungstendenz der Stützwand abhängig ist, falls diese hinreichend stark in annähernd gleichem Sinne erfolgt, denn da offenbar beim aktiven oder passiven Erddruck bald nach der Ausbildung der Gleitflächen ein Endzustand des Pressungsbildes erreicht wird, so fehlt bei weiterer Wandverschiebung die Ursache dafür, daß neue Raumänderungen des Erdreiches entstehen. Die Erde wird dann nur noch durch das Weitergehen der Gleitungen verformt[1]).

In aller Strenge ist freilich dieses ideale Verhalten der Erde, wie es bei der Gleitflächenlehre vorausgesetzt wird, in der Natur nicht vorhanden. Schon das Absinken des Gleitwiderstandes macht sich bemerkbar, indem dadurch der erwähnte Endzustand der Pressungsverteilung beeinflußt wird, besonders beim Erdwiderstand[2]). Weiter ist beim Erdwiderstand der Einfluß der voraufgegangenen Verdrükkungen insofern zu beachten, als dadurch größere Verschiebungen der drückenden Wand entstehen können, die nicht immer vernachlässigbar klein sind. Doch können diese Einflüsse leicht mitberücksichtigt werden, z. B. durch Annahme eines entsprechenden Gleitwiderstandes bzw. durch Berechnung der Verdrückung. Die hinreichend genaue Gültigkeit der Gleitflächenlehre wird dadurch also kaum beeinträchtigt oder doch nur in Ausnahmefällen (z. B. bei langgestreckten Rutschungen). Allerdings sind beim Ansatz des Gleitwiderstandes alle Umstände zu berücksichtigen, die den Gleitwiderstand beeinflussen, z. B. die natürliche Festigkeit oder der Porenwasserdruck, was in statischer Hinsicht auch leicht möglich ist, sobald eine hinreichende Anzahl gesicherter Versuchswerte vorliegt. In den weiteren Abschnitten kommen wir auf diese Einflüsse zurück. Vorerst sei der Einfluß der Wandverschiebung deutlich herausgestellt, und zwar der Durchsichtigkeit halber für sandige Erde, welche wohl innere Reibung, aber keine Festigkeit besitzt. Um nicht zu weitschweifig zu werden und den Überblick zu erleichtern, begnügen wir uns zunächst mit einer anschaulichen Beweisführung. Die Zahlenrechnungen folgen dann in weiteren Abschnitten.

Der grundlegende Einfluß der Art der Wandverschiebung oder -verformung auf die Verteilung des Erddruckes wurde schon im Teil I angedeutet. Um diese Zusammenhänge nachzuweisen, muß auf Lage und Form der jeweiligen Gleitfläche eingegangen werden. Hierbei zeigt sich zunächst, daß man im allgemeinen mit der Coulombschen Annahme ebener Gleitflächen nicht mehr zum Ziele kommt, sondern mindestens kreisförmige Gleitflächen verwenden muß (soweit man sich auf angenäherte Lösungen beschränken will oder muß). Dies hängt damit zusammen, daß im allgemeinen nicht nur die Größe des Erddruckes zu ermitteln ist (wie bei ebenen Gleitflächen), sondern Größe und Angriffspunkt. Außerdem sind noch gewisse geometrische Bedingungen zu erfüllen (vgl. z. B. Abb. 37), was nur durch Verwendung von kurvenförmigen Gleitflächen möglich ist. Alle Versuche, eine nichtlineare Erddruck-Verteilung mit Hilfe ebener Gleitflächen zu ermitteln, müssen deshalb von vornherein scheitern. — Gegenüber dem Kreis sind andere Kurven mit mehr als einem Parameter natürlich ebenfalls anwendbar. Fast immer handelt es sich dabei aber um Näherungsannahmen, da genaue Lösungen — von einem Sonderfall abgesehen — bislang noch nicht vorliegen.

Um nun den Einfluß der Wandverschiebung aufzuzeigen, gehen wir, wie früher[3]), am besten von einigen, häufig vorkommenden Sonderfällen aus, wobei in jedem Falle zunächst der Zusammenhang zwischen Wandverschiebung und Gleitflächenform und sodann die Abhängigkeit der Erddruck-Verteilung von der Gleitflächenform darzustellen ist.

Als erstes Beispiel sei der normale Fall einer biegesteifen Wand behandelt, deren obere Verschiebung größer als die untere ist (untenliegender Drehpunkt nach Abb. 31). In diesem klassischen Falle des „Erddruckes auf Stützmauern" können sich einerseits die Gleitflächen zwanglos ausbilden, und andererseits müssen auch von jedem Zwischenpunkte der Stützwand Gleitflächen ausgehen, weil die Hinterfüllungserde nicht nur für die ganze Wandhöhe, sondern auch für Teilhöhen der Wandbewegung folgen muß. Die Gleitlinien bestehen in Wandnähe aus Kurven, die nach dem Gelände zu berührend in Gerade übergehen[4]). In Sonderfällen verschwindet die Kurve oder auch die Gerade.

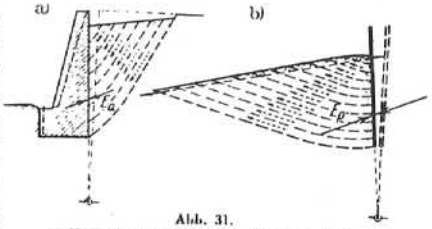


Abb. 31.
a) Nachgebende Stützmauer (Normalfall des aktiven Erddruckes).
b) Nachgebende Erde (normaler Erdwiderstand).

Der Krümmungssinn der unteren Gleitkurven hängt von der Erddruckneigung $m = \operatorname{tg} \delta$ ab. Für Wandpunkte erhält man z. B. für die Neigung ϑ_0 der Gleitlinien[5]) (Abb. 32):

$$\operatorname{tg}(\vartheta_0 - \alpha) = + \sqrt{(1 + \mu^2)\,\frac{\mu - m}{\mu + m}} + \mu \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Diese zunächst nur für den aktiven Erddruck (E_a) gültige Formel gilt auch für den passiven Erddruck (E_p), wenn μ durch $(-\mu)$ er-

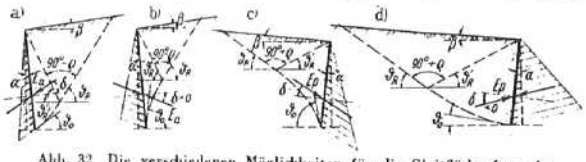


Abb. 32 Die verschiedenen Möglichkeiten für die Gleitflächenform im Normalfall (Abb. 31) des Erddruckes E_a und des Erdwiderstandes E_p.

[1]) Dieses Nacheinander der Formänderungen wird bei der Deutung von Erddruck-Versuchen zuweilen nicht beachtet, wodurch dann unrichtige Schlußfolgerungen entstehen. Am Schluß unserer Aufsatzreihe kommen wir auf Einwände dieser Art zurück.

[2]) s. Bautechn. 16 (1938), Heft 10/11, S. 152 u. 27 (1950), Heft 4, S. 112.

[3]) Ohde, Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruck-Verteilung. Bautechn. 16 (1938). Heft 13, 19, 37, 42 u. 53/54. Zwecks genauerer und vereinfachter Begründung und Erweiterung der Theorie wird die Berechnung der Erddruck-Verteilung in dieser Aufsatzreihe nochmals zusammenfassend dargestellt.

[4]) s. Bautechn. 16 (1938), Heft 19, S. 242 u. 243.

[5]) Nachweis s. Bautechn. 16 (1938), Heft 10/11, S. 157. Wie bereits bemerkt wurde, gelten die im vorliegenden Abschnitt angegebenen Formeln nur für Erde ohne Eigenfestigkeit.

setzt wird. Da auch jede beliebige Schnittebene im Erdreich als „Wand" aufgefaßt werden kann, so gilt Gl. (7) auch für die Neigung ϑ_R des ebenen Teiles der Gleitfläche, also für den Gelände-Gleitkeil. In diesem Falle läuft (nach Rankine und Winkler) die Richtung des Erddruckes auf eine lotrechte Ebene dem Gelände gleich; man hat also nur $\alpha = 0$ anzunehmen und $m = \operatorname{tg} \delta$ durch $b = \operatorname{tg} \beta$ zu ersetzen (mit β als Geländewinkel) und findet:

$$\operatorname{tg} \vartheta_R = + \sqrt{(1 + \mu^2) \frac{\mu - b}{\mu + b}} + \mu \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7a)$$

Erhält man nun im Einzelfalle $\vartheta_0 = \vartheta_R$, so ist die Gleitfläche im ganzen eine Ebene. Für $\vartheta_0 \neq \vartheta_R$ erhält man die in Abb. 32 für E_a und E_p dargestellten Gleitflächen-Formen, aus denen die Krümmungs-Verhältnisse für den unteren Teil der Gleitlinien zu erkennen sind. — Von Interesse ist noch die Richtung ϑ_R' der Ergänzungsgleitflächen („Pseudogleitflächen" nach Krey) für den Gelände-Gleitkeil, die unter dem Reibungswinkel ϱ zu den Gleitflächen-Normalen verlaufen (Abb. 32), weil Gleitflächen bekanntlich immer paarweise auftreten. Man findet für E_a:

$$\vartheta_R = \pi/2 - (\vartheta - \varrho); \qquad \operatorname{tg} \vartheta_R' = \operatorname{cotg} (\vartheta_R - \varrho)$$

und damit nach Einsetzen von (7a):

$$\operatorname{tg} \vartheta_R' = + \sqrt{(1 + \mu^2) \frac{\mu + m}{\mu - m}} + \mu \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Auch in dieser Formel ist μ durch $(-\mu)$ zu ersetzen, falls sie nicht für E_a, sondern für E_p gelten soll.

Die Richtung des Erddruckes hängt von einer Reihe verschiedener Umstände ab, so daß es in jedem Falle besonderer Überlegungen bedarf, um sie annähernd richtig anzunehmen[6]). Beispielsweise kann die Erddruckrichtung ohne weiteres gegeben sein wie in manchen Fällen des Erdwiderstandes (z. B. Gewölbedruck) oder bei der Abstützung von Baugruben mit Hilfe waagerechter Steifen, oder sie ist durch das Gleichgewicht der Kräfte bedingt (Einfluß der Kranlast in Abb. 33). Oft kann aber auch ein Gleiten zwischen Wand und Erdreich nachgewiesen werden, z. B. bei luftwärts kippenden Stützmauern für E_a oder beim Fußwiderstand E_p vor einer nicht unnötig tief gerammten Spundwand (Abb. 33)[7]).

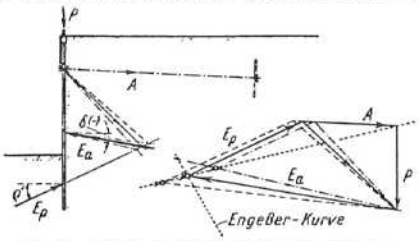


Abb. 33. Einfluß der Kranlast P auf die Richtung des aktiven Erddruckes E_a.

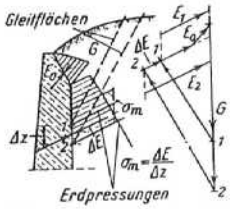


Abb. 34. Ermittlung der Erddruckverteilung im Normalfall nach Abb. 31.

Die Verteilung des Erddruckes auf Stützmauern ist bekanntlich durch die Bedingung bereits festgelegt, daß von jedem Wandpunkte aus eine Gleitfläche ausgeht. Zunächst gilt für einen beliebigen Punkt in der Tiefe z die Beziehung:

$$E_{z+dz} = E_z + dE = E_z + \sigma \cdot dz, \quad \text{woraus folgt: } \sigma = \frac{dE}{dz} \cdot \quad (9)$$

Für endliche Wandabschnitte Δz (Abb. 34) gilt entsprechend:

$$\Delta E = \sigma_m \cdot \Delta z \quad \text{oder} \quad \sigma_m = \frac{\Delta E}{\Delta z} = \frac{E_2 - E_1}{\Delta z} \; . \; . \; . \quad (9a)$$

Da nun der Erddruck E für jeden Wandpunkt unabhängig von (9) nach der Gleitflächenlehre berechnet werden kann, ist durch (9) bzw. (9a) die Verteilung der Erdpressungen σ längs der Wand festgelegt[8]). Im vorliegenden Normalfall ist daher die Erddruck-Verteilung unabhängig von der Lage und Form der Gleitflächen, was sonst allgemein nicht zutrifft. Infolge dieser Unabhängigkeit ist es auch nur möglich, ebene Gleitflächen zur Ermittlung der Erddruck-Verteilung heranzuziehen[9]), wovon im nächsten Abschnitt V die Rede sein wird.

[6]) Vgl. auch Krey, Erddruck, Erdwiderstand, 3. bis 5. Aufl. Berlin 1926, 1932 u. 1936, Wilh. Ernst & Sohn.

[7]) Hierzu ausführlichere Darlegungen in Bautechn. 16 (1938), Heft 53/54, S. 756 und im Abschnitt XIII.

[8]) Vgl. hierin Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern. Stuttgart 1947, Alfred Kröner Verlag und Krey nach Anm. 5.

[9]) Es wird zuweilen mit einer gewissen Berechtigung darauf hingewiesen, daß die Gleitflächen für E_a nicht sehr stark von Ebenen abweichen. Dies rechtfertigt nach Vorstehendem jedoch noch nicht so ohne weiteres die Anwendung der einfachen ebenen Gleitflächen. Erst wenn — wie im vorliegenden Falle — die Bedingung (9) hinzukommen darf, können die klassischen Verfahren mit ebenen Gleitflächen zu ihrem vollen Rechte kommen

Besonders einfache Verhältnisse liegen vor bei ebener Wand und ebenem Gelände sowie gleichbleibendem Neigungswinkel δ der Wandpressungen, denn dann ist offenbar das Kräftebild für einen von oben her gerechneten Teilbereich des Gleitkörpers dem Kräftebild des ganzen Gleitkörpers ähnlich. Da infolgedessen sowohl das Gleitkörpergewicht G als auch der Erddruck E quadratisch mit der Wandhöhe zunehmen, so muß die Erdpressung σ nach (9) linear mit der Wandhöhe anwachsen, d. h. der Erddruck ist dann dreieckförmig verteilt (sowohl für E_a als auch für E_p).

Als nächster Sonderfall sei eine gleichmäßig (parallel) verschobene Stützwand betrachtet. Dann wird wahrscheinlich zunächst eine ebene Gleitfläche vorhanden sein, und infolgedessen können sich Zwischengleitflächen zunächst nicht ausbilden. Das hat nun wieder zur Folge, daß im oberen Bereich der Stützwand

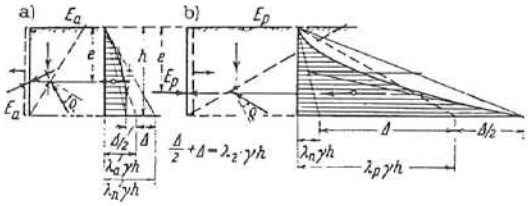


Abb. 35. Parabolische Erddruck-Verteilung für eine parallel verschobene Wand.

das Bestreben zur Erreichung der Erddruck-Grenzwerte nur in geringem Maße vorhanden ist, so daß hier der Erddruck wahrscheinlich bei einer nachgebenden Stützwand (E_a) größer ist als der untere Grenzwert und bei einer gewaltsam vordrängenden Wand (E_p) kleiner als der obere Grenzwert. Da der Erddruck auf die ganze Wand jedoch wegen der ebenen Gleitfläche dem Coulombschen Werte (E_a oder E_p) entsprechen muß, der Inhalt der Erddruck-Verteilungsfläche also gleich E_a bzw. E_p ist, so wird der Erddruck wahrscheinlich kurvenförmig verteilt sein, etwa nach Abb. 35. Gehen wir von der — wahrscheinlich zu einseitigen — Annahme aus, daß der zunächst vorhandene natürliche Erddruck im oberen Bereich der Wand erhalten bleibt, so können wir die Erddruckverteilung folgendermaßen angenähert berechnen. Die Erddruckverteilungslinie kann genügend genau als Parabel angenommen werden. Mit den Bezeichnungen nach Abb. 35 hat man dann für die unbekannten Werte λ_2 und e/h folgende 2 Bedingungen:

a) für den aktiven Erddruck:

$$E_{a_w} = \lambda_a \cdot \gamma \frac{h^2}{2} = \lambda_n \cdot \gamma \frac{h^2}{2} - \lambda_2 \cdot \gamma \frac{h^2}{3}$$

$$\text{oder } 3\,\lambda_a = 3\,\lambda_n - 2\,\lambda_2$$

$$e \cdot E_{a_w} = e \cdot \lambda_a \cdot \gamma \frac{h^2}{2} = \lambda_n \cdot \gamma \frac{h^2}{2} \cdot \frac{2}{3} h - \lambda_2 \cdot \gamma \frac{h^3}{4}$$

$$\text{oder} \quad \frac{e}{h} \cdot \lambda_a = \frac{2}{3} \lambda_n - \frac{1}{2} \lambda_2,$$

$$\text{woraus folgt: } \lambda_2 = \frac{2}{3} (\lambda_n - \lambda_a) \text{ und } e/h = \frac{1}{12} \left[9 - \frac{\lambda_n}{\lambda_a} \right], \quad (10)$$

b) für den passiven Erddruck:

$$E_{p_w} = \lambda_p \cdot \gamma \frac{h^2}{2} = \lambda_n \cdot \gamma \frac{h^2}{2} + \lambda_2 \cdot \gamma \frac{h^2}{3}$$

$$\text{oder } 3\,\lambda_p = 3\,\lambda_n + 2\,\lambda_2$$

$$e \cdot E_{p_w} = e \cdot \lambda_p \cdot \gamma \frac{h^2}{2} = \lambda_n \cdot \gamma \frac{h^2}{2} \cdot \frac{2}{3} h + \lambda_2 \cdot \gamma \frac{h^3}{4}$$

$$\text{oder} \quad \frac{e}{h} \cdot \lambda_p = \frac{2}{3} \lambda_n + \frac{1}{2} \lambda_2,$$

$$\text{woraus folgt: } \lambda_2 = \frac{3}{2} (\lambda_p - \lambda_n) \text{ und } e/h = \frac{1}{12} \left[9 - \frac{\lambda_n}{\lambda_p} \right]. \quad (11)$$

Indessen muß hierzu doch bemerkt werden, daß die Grundlage dieser Berechnungen noch unsicher ist, solange die gefundenen Verteilungslinien noch nicht durch Erddruck-Versuche bestätigt sind. Eine genauere Berechnung der Erddruckverteilung für parallel ver-

schobene Wände scheint auf Grund der Gleitflächenlehre allein nicht möglich zu sein; man muß die im Abschnitt X behandelten Formänderungs-Berechnungen zu Hilfe nehmen, worauf hier aber noch nicht eingegangen werden kann.

Außerdem ist noch folgendes zu bedenken[10]): Wenn der Erddruck nach Abb. 35 irgendwie kurvenförmig verteilt ist, so kann eine ebene Gleitfläche im allgemeinen nicht die genaue Lösung der Aufgabe sein, denn zu einer ebenen Gleitfläche gehört nach der Köttersche Gleichung für den Pressungsverlauf in der Gleitfläche[11]) eine nach einem Dreieck zunehmende Gleitflächenpressung und damit eine bestimmte Schwerpunktslage für den Erddruck, die je nach der Richtung des Erddruckes nur wenig oder gar nicht von der Schwerpunktslage des Dreiecks abweicht. Umgekehrt gehört zu einer Erddruckverteilung, die stärker von der Dreieckverteilung abweicht, auch eine stärker von der — vielfach ebenen — Normalform abweichende Gleitfläche, für den aktiven Druck also fast immer eine stärker gekrümmte Gleitfläche (Abb. 36). Eine solche Gleitfläche bewirkt aber neben der Verschiebung auch eine gewisse Drehung des nachgleitenden oder beiseitegedrückten Erdkörpers, wodurch die Wandverschiebung sich relativ zum Erdgleitkörper nicht als reine Parallelverschiebung auswirkt, sondern zum Teil als Drehung um einen unten liegenden Punkt. Damit wird aber die Annahme unzulässig, daß im oberen Wandbereich noch der natürliche Erddruck vorhanden sein könne. Vielmehr wird wahrscheinlich mit zunehmender Verschiebung allmählich die Dreieckverteilung des Erddruckes erreicht werden. Auch in dieser Hinsicht werden sorgfältig durchgeführte Versuche Klarheit schaffen können.

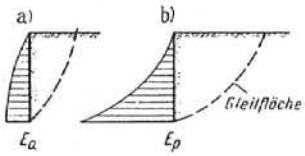


Abb. 36. Nichtlineare Erddruck-Verteilung und gekrümmte Gleitflächen gehören zusammen.

Eine eingehende Betrachtung wird erforderlich für eine steife Wand, die sich um einen oberen Punkt dreht (Abb. 37). In diesem Fall kann sich die unterste Gleitfläche nicht mehr ungezwungen ausbilden, und Zwischengleitflächen können überhaupt nicht mehr vorhanden sein. Es liegt auf der Hand, daß sich dadurch sowohl das Gleitflächen- als auch das Spannungsbild grundlegend ändert. Wie man unschwer erkennt, ist ein Nachgleiten (E_a) oder Fortschieben (E_p) des Erdkörpers nur auf einer annähernd kreisrunden Gleitfläche möglich, deren Drehpunkt auf der Winkelrechten zur Wand durch den Drehpunkt der Wand liegt (Abb. 37). Solange zwischen Wand und Erdreich keine Verschiebung (durch Überwindung der Reibung) eintritt, fällt der Gleitkreis-Mittelpunkt mit dem Wanddrehpunkt zusammen (die Wand muß in diesem Falle die lotrechte Verschiebung des Erdgleitkörpers mitmachen). Nur so kann nämlich der Erdkörper beim Verschieben der Wand derart nachrutschen oder fortgedrückt werden, daß er überall längs der Wand anliegt.

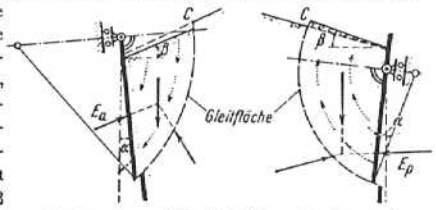


Abb. 37. E_a- und E_p-Gleitflächen für Stützwände mit oberem Drehpunkt.

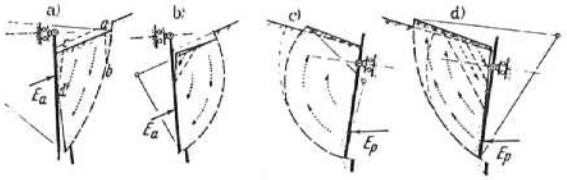


Abb. 38. Veranschaulichung der Gründe für den Gleitflächen-Verlauf nach Abb. 37.

Zur näheren Begründung betrachten wir zunächst die Verhältnisse beim aktiven Erddruck E_a. Würde die Gleitfläche in diesem Fall nach Abb. 38a oben schräg nach erdwärts auslaufen (wie bei ebenen Gleitflächen), so könnte ein Nachrutschen des Erdkörpers nicht eintreten, weil dieser sich oben wie ein Keil festklemmen würde. Ein solches Aufhängen kann natürlich nicht stattfinden, weil der Erdkörper längs der Lotrechten $a - b$ oder der Schrägen $c - d$ herabgleiten kann. Im Hinblick auf Abb. 37 erkennt man, daß solange immer noch ein Festklemmen des Rutschkörpers möglich ist, wie der Gleitflächenmittelpunkt höher liegt, als er in Abb. 37 angegeben ist. Würde andererseits der Gleitkreismittelpunkt tiefer liegen als in Abb. 37, so wäre die Gleitfläche im Geländepunkt stärker nach vorn überhängend geneigt (Abb. 38b), und der Gleitkörper würde sich bei der Abwärtsbewegung im oberen Teil von der Wand entfernen müssen. Der in Abb. 38b gezeichnete obere Spalt würde sich für sandiges Erdreich zwar nicht halten können, weil die Erde — wie in Abb. 38b angedeutet — entsprechend nachgleiten würde. Jedoch müßte dann oben hinter der Wand die untere Grenze des Gleichgewichtes erreicht sein. Nun zeigt aber die Zahlenrechnung, daß dieses nicht möglich ist. Die Gleichgewichtsbedingungen lassen sich nämlich nur erfüllen, wenn der Erddruck auf den oberen Teil der Wand bedeutend größer angesetzt wird als der untere Grenzwert[12]). Eine oben stärker nach vorn geneigte Gleitfläche ist daher ebenfalls nicht möglich; es kann demnach nur noch die in Abb. 37a dargestellte Gleitflächen-Bedingung maßgebend sein.

Ähnlich ist die Beweisführung beim Erdwiderstand E_p. Hier würde nach Abb. 38c ein Festklemmen des fortgedrückten Erdkörpers eintreten, wenn die Gleitfläche stärker gekrümmt wäre als nach Abb. 37b. Wäre dagegen die Gleitfläche nach Abb. 38d weniger stark gekrümmt als nach Abb. 37b, so würde sich der Gleitkörper oben von der drückenden Wand entfernen müssen, so daß hier bis zu einer bestimmten Tiefe der aktive Erddruck wirken müßte. Damit würde jedoch der Drehpunkt tiefer liegen, als er vorausgesetzt wurde, was keinesfalls eintreten darf. Infolgedessen kommt auch für E_p nur die Gleitflächen-Bedingung nach Abb. 37 in Betracht.

Nachdem vorstehend schon gefunden wurde, daß der Mittelpunkt der kreisrunden Gleitfläche auf einer bestimmten Linie liegen muß (Abb. 37), ist jetzt noch die genauere Lage des Gleitkreis-Mittelpunktes zu bestimmen. Ähnlich wie bei ebenen Gleitflächen bildet sich offenbar die Gleitfläche dort aus, wo der größte Widerstand zur Sicherung des Gleichgewichtes verlangt wird. Nun hat der Erddruck in jedem Falle eine bestimmte Größe und einen bestimmten Angriffspunkt. Nimmt man diese beiden Stücke zunächst als gegeben an, so kann man für jede angenommene Gleitfläche (die die Bedingung nach Abb. 37 erfüllt) den Erddruck E mit dem Gleitkörpergewicht G zur Mittelkraft Q' zusammensetzen, die mit der Mittelkraft Q aller Gleitflächenspannungen im Gleichgewicht sein muß (Abb. 39). Auf diese Weise kann man für jede angenommene Gleitfläche eine zugehörige Mittelkraft Q finden, der eine bestimmte Spannungsneigung δ' zugeordnet ist[13]). Offenbar bildet sich die Gleitfläche nun dort wirklich aus, wo δ' seinen größten Wert erreicht, und zwar den Reibungswinkel ϱ. Die Gleitfläche ist demnach jeweils durch die Bedingung $\delta' = \max = \varrho$ gegeben[14]). Auf Anwendungen dieser Regel kommen wir im Abschnitt VI zurück.

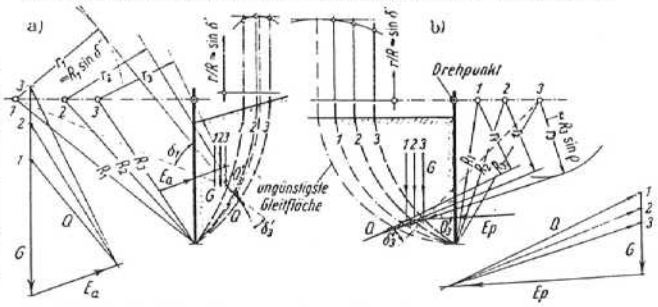


Abb. 39. Ermittlung der ungünstigsten Gleitfläche für oberen Drehpunkt.

Um die vorliegende Aufgabe befriedigend zu lösen, müssen wir auch auf den Spannungsverlauf längs der Gleitfläche und der Wand noch ausführlich eingehen. Dabei zeigt

[10]) Vgl. auch Bautechn. 16 (1938), Heft 53/54, S. 753 u. 754.

[11]) Vgl. Bautechn. 16 (1938), Heft 19, S. 242, Heft 37, S. 480 u. Heft 53/54, S. 758.

[12]) Vgl. Bautechn. 16 (1938). Heft 37, S. 482 u. 484—486 und Abschnitt VI dieser Aufsatzreihe.

[13]) Hier ist mit Krey näherungsweise angenommen, daß Q den $R \cdot \sin \delta'$ — Kreis berührt, den auch die Gleitflächenspannungen σ berühren. Ein genaueres Verfahren wird im Abschnitt VI angegeben.

[14]) In Bautechn. 16 (1938), Heft 37, S. 480—486, habe ich die ungünstigste Gleitfläche mittels der Bedingung $E_a = \max$ ermittelt. Mit Recht bemerkt L. Rendulic in Bautechn. 18 (1940), Heft 13/14, S. 147, dazu, ein solches Vorgehen wäre „nicht einwandfrei". Der dadurch verursachte Fehler ist jedoch gering, worauf wir unter VI u. XIV noch zurückkommen.

sich, daß die unter dem Reibungswinkel ϱ wirksamen Schrägspannungen $\bar{\sigma}$ längs der Gleitfläche nach einer Kurve verteilt sind, etwa wie in Abb. 40 angegeben ist. Entsprechend weicht auch die Erddruckverteilung von einem Dreieck ab, und zwar greift E_a höher und E_p tiefer an als im unteren Drittelpunkt. Zum Nachweis dieser Ergebnisse sind folgende 3 Bedingungen zu beachten:

1. Der Druckverlauf im Geländepunkt C der Gleitfläche,
2. Das Kräftegleichgewicht für den ganzen Gleitkörper und
3. Das Spannungsgleichgewicht für den untersten Punkt A.

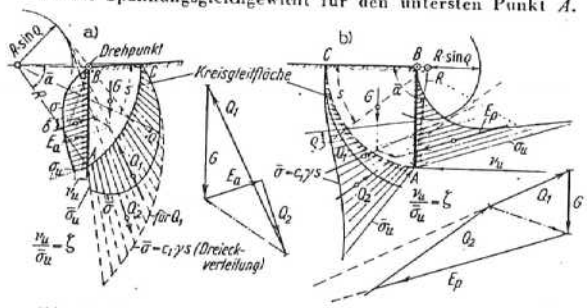


Abb. 40. Pressungsverteilung und Kräftegleichgewicht für Wände mit oberem Drehpunkt.

Sehr merkwürdig und zugleich grundlegend wichtig ist die zuerst genannte Forderung eines bestimmten Spannungszustandes in der Nachbarschaft des Geländepunktes C der Gleitfläche. Betrachten wir vom Punkt C aus abwärts ein kurzes Stück der Gleitfläche, so können wir dieses Gleitflächenstück genügend genau als ebenflächig ansehen. Der Erddruck auf dieses erste Stück der Gleitfläche entspricht dann für E_a von der Wandseite her dem Sonderfall $\delta = +\varrho$ und erdseits dem Sonderfall $\delta = -\varrho$. Natürlich muß der Erddruck beiderseits den gleichen Wert haben, d. h. es wird sich der größere der beiden Erddruckwerte wirklich einstellen, und das ist der Wert für $\delta = -\varrho$, denn dieser größere Erddruck für $\delta = -\varrho$ muß als ein unterer Grenzwert mindestens vorhanden sein. Umgekehrt wird sich für das obere Stück der Erdwiderstands-Gleitfläche der kleinere Wert der Widerstände zu beiden Seiten der Gleitfläche einstellen, nämlich der Wert für $\delta = +\varrho$. Bezeichnen wir mit s die Länge der Gleitlinie vom Punkt C aus, so können wir für die Gleitflächen-Schrägpressungen σ in der Nachbarschaft des Geländepunktes C allgemein anschreiben (für Erdreich ohne innere Festigkeit):

$$\bar{\sigma} = c_1 \gamma s \mp \gamma \, [c_2 s^2 + \text{höhere Glieder}] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

Für unseren Sonderfall $\delta = -\varrho$ liefert die bereits erwähnte Köttersche Gleichung für den Pressungsverlauf in der Gleitfläche[15]):

$$c_1 = \sin(\vartheta \mp \varrho), \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

wenn das obere Vorzeichen für E_a und das untere Vorzeichen für E_p gilt. Denselben Wert für c_1 erhält man auch mit Hilfe der vom Verfasser abgeleiteten Erddruckformel für ebene Gleitflächen:

$$\frac{1 \pm \mu a}{\sqrt{\lambda}} = \sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{(\mu \pm m)(\mu \mp b) \cdot \frac{1+a^2}{(1+ab)(1-ma)}}, \quad (14)$$

wobei Vorzeichen und Bedeutung von m, a und b aus Abb. 41 hervorgehen. Setzt man in dieser Formel $m = \mu$ und $a = -\operatorname{cotg}\vartheta$ ein,

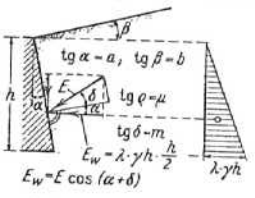


Abb. 41. Bezeichnungen für Erddruckformeln.

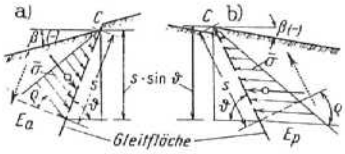


Abb. 42. Obere Ausmündung der Gleitfläche.

(weil „Wand" und Gleitfläche zusammenfallen), so fällt der 2. Wurzelausdruck fort, und es ist zunächst:

$$\lambda = (1 \mp \mu \operatorname{cotg}\vartheta)^2/(1+\mu^2).$$

Da der λ-Wert für die waagerechte Teilkraft E_w des Erddruckes gilt, so ist unter Beachtung von (12) und Abb. 42 anzuschreiben:

$$\lambda \cdot \gamma \, \frac{s^2 \sin^2\vartheta}{2} \cdot \frac{1}{\sin(\vartheta \mp \varrho)} = \frac{c_1 \gamma s^2}{2} \quad \text{oder} \quad c_1 = \lambda \frac{\sin^2\vartheta}{\sin(\vartheta \mp \varrho)},$$

welcher Wert nach dem Einsetzen von λ und kurzer Zwischenrechnung tatsächlich auf Gl. (13) führt.

Daß der Erddruck in der Nachbarschaft des Punktes C zunächst dreieckförmig zunehmen muß (falls, wie vorausgesetzt, keine Geländebelastung vorhanden ist), ist eigentlich selbstverständlich, da jede andere Möglichkeit ausscheidet. Insofern besteht Gl. (12) von vornherein zu Recht. Es fragt sich nur, wie groß die Konstanten c_1 und c_2 usw. anzusetzen sind. Nun haben wir aber vorstehend für c_1 bereits den Wert nach Gl. (13) gefunden und damit die unter 1. genannte Bedingung in der Nachbarschaft des Punktes C erfüllt. Wir können uns also der 2. Bedingung, dem Nachweis des Rutschkörper-Gleichgewichtes, zuwenden. Um hierbei möglicherweise c_2 bzw. den ungefähren Verlauf der Schrägpressungen $\bar{\sigma}$ längs der Gleitfläche zu erhalten, teilen wir diese Pressungen $\bar{\sigma}$ nach (12) auf in den Anteil $c_1 \gamma s$ (dreieckförmig zunehmend) und in den restlichen Anteil, der mindestens mit dem Quadrat der Gleitlinie s, evtl. aber noch mit einer höheren Potenz von s zunehmen wird. Die entsprechenden Mittelkräfte Q_1 und Q_2 dieser beiden Anteile sind in Abb. 40 sowohl für E_a als auch für E_p aufgetragen; sie müssen mit dem Gleitkörpergewicht G und dem Erddruck E_a bzw. E_p im Gleichgewicht sein, wodurch die Größe von Q_2 und der Angriffspunkt des Erddruckes festgelegt werden, da Q_1 als Mittelkraft der Dreieckpressungen $c_1 \gamma s$ von vornherein festliegt. Wie ersichtlich, ergibt sich Q_2 für E_a als Zugkraft und für E_p als Druckkraft, wodurch sich die Wahl der Vorzeichen in Gl. (12) nachträglich als richtig erweist. — Wir kommen damit zur 3. Bedingung, dem Spannungsgleichgewicht im untersten Wandpunkt, für welches angeschrieben werden kann:

$$\nu_u/\bar{\sigma}_u = \zeta, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

d. h. die Normalpressung ν_u im untersten Wandpunkt muß zur Gleitflächenspannung $\bar{\sigma}_u$ im gleichen Punkte in einem gegebenen Verhältnis ζ stehen, welches nach der Lehre vom Spannungsgleichgewicht nur von der Erddruckrichtung und dem Reibungsbeiwert abhängig ist[16]). Um auch diese Bedingung erfüllen zu können, müssen wir uns noch mit der (kurvenförmigen) Erddruck-Verteilung beschäftigen, was vom Standpunkte einer befriedigenden Lösung der Aufgabe ohnehin erwünscht ist. Da Inhalt und Schwerpunkt der Erddruck-Verteilungsfläche mit der Größe und dem Angriffspunkt des Erddruckes übereinstimmen müssen und der Erddruck oben mit Dreieck-Anstieg beginnen muß, wobei oben weder E_p überschritten noch E_a unterschritten werden darf, so liegt die Erddruckverteilungslinie dadurch schon ungefähr fest, etwa wie in Abb. 40 gezeichnet. In ähnlicher Weise können wir aus der Größe von Q_2 den ungefähren Verlauf der Gleitflächen-Pressungen $\bar{\sigma}$ finden und damit die Größe der untersten Pressung $\bar{\sigma}_u$. Der Vergleich von $\nu_u/\bar{\sigma}_u$ mit dem Sollwert ζ zeigt dann, in welcher Weise etwa die Q_2-Verteilung und die E-Verteilung noch abgeändert werden müssen, um auch die 3. Bedingung zu erfüllen. Dabei handelt es sich fast immer nur noch um geringfügige Änderungen des Spannungsbildes im unteren Bereich; die Mittelkräfte Q_2 und E werden dadurch kaum noch beeinflußt. — Überblicken wir schließlich nochmals das gesamte Bild der Pressungsverteilung, so erkennen wir, daß c_1 nach Gl. (13) letzten Endes die Ursache ist für die erhaltene nichtlineare Erddruck-Verteilung. Weil c_1 für den Erddruck nach Abb. 40a erheblich größer ausfällt als der normale λ_a-Wert und für den Erdwiderstand erheblich geringer ist als der normale λ_p-Wert, kommt die erhaltene Druckverlagerung bzw. Abweichung von der Dreieckverteilung zwangsläufig zustande.

Durch diese Betrachtungen ist für den Fall des oben liegenden Drehpunktes im ganzen folgendes nachgewiesen:

a) Der Mittelpunkt der kreisförmigen Gleitfläche liegt auf der Wandnormalen nach Abb. 37.
b) Der Erddruck ist nicht geradlinig, sondern nach einer Kurve verteilt, wobei der Angriffspunkt des Erddruckes E_a merklich höher und der Angriffspunkt des Erdwiderstandes E_p tiefer liegt als der untere Drittelpunkt der Wand.

Die entsprechende Zahlenrechnung im Abschnitt VI wird außerdem noch zeigen, daß der Erddruck E_a größer und der Erdwiderstand E_p geringer ausfällt als für den Normalfall mit Dreieckverteilung. Dort ist auch noch eine gewisse Veränderung des c_1-Wertes betrachtet, worauf hier der Kürze halber nicht weiter eingegangen wurde, da sich an der Beweisführung dadurch nichts Wesentliches ändert.

[15]) Näheres über die Köttersche Gleichung s. unter V u. VI.

[16]) Näheres vgl. Abschnitt VI.

Ein bei verankerten Spundwänden vorkommender Sonderfall ist die biegsame Wand, die oben und unten drehbar festgehalten wird: Abb. 43 (u. U. ist eine gewisse lotrechte Verschiebung der Wand vorhanden). Hier sind die Gleitflächen-Bedingungen weniger durchsichtig, weil die Formänderungen aus der Druckverlagerung infolge der Wanddurchbiegung offensichtlich einen größeren Einfluß haben als bei den bisher behandelten Fällen. Im großen und ganzen entsteht das in Abb. 43a[17]) dargestellte Gleitflächenbild. Der Erdkörper ABC besitzt unten und erdwärts ein ganz von Gleitungen durchsetztes Gleitflächenband, weil die Erde im unteren Bereich in ähnlicher Weise der nachgebenden Wand folgen muß wie bei einer steifen Wand, die oben stärker nachgibt als unten. Nur sind diese Gleitflächen jetzt stärker gekrümmt, in der Nähe der Geländeoberfläche also stärker geneigt als bei einer überwiegend oben nachgebenden Stützmauer, weil der Erdkörper sich sonst — ähnlich wie in Abb. 38a — oben festklemmen würde und weil die Krümmung der Gleitfläche mit der Druckverlagerung zusammenhängt (vgl. Andeutung in Abb. 36), was schon aus dem Vergleich der durch Abb. 32 und Abb. 40 dargestellten Ergebnisse folgt, im Abschnitt VI aber noch allgemeiner nachgewiesen wird.

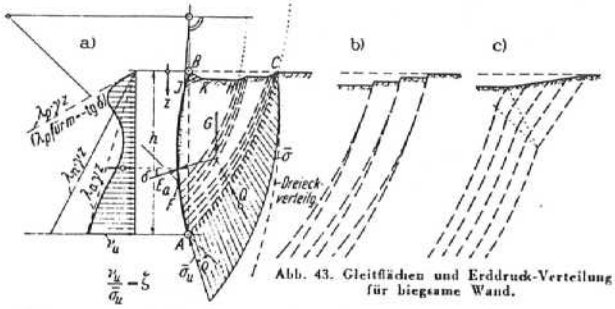


Abb. 43. Gleitflächen und Erddruck-Verteilung für biegsame Wand.

Dieser untere Gleitverzerrungsbereich ist nach oben hin begrenzt durch die mittlere Grenzgleitfläche FH. Die obere Ausmündung dieses Gleitflächenbandes kann theoretisch nicht völlig geklärt werden. Eine ungehinderte Fortsetzung zum Gelände hin ist mit den Bedingungen des Erddruck-Sonderfalles von Rankine-Winkler Gl. (7a) nicht vereinbar; steilere Gleitflächen als nach Gl. (7a) können daher im Gelände nur unstetig (punktweise) ausmünden. Entweder wird es deshalb oben in Geländenähe ein oder mehrere nach unten auskeilende Bereiche geben, die von der Gleitverzerrung verschont bleiben — etwa wie in Abb. 43b —, oder es bildet sich in Geländenähe ein kleiner Gleitflächen-Bereich aus nach der Theorie von Rankine-Winkler — etwa nach Abb. 43c. Im letzteren Falle ergeben sich bei fortschreitender Gleitbewegung allerdings geometrisch bedingte Zwängungswiderstände, so daß die Verhältnisse nach Abb. 43c nur zu Beginn der Gleitflächenausbildung eintreten können. Bei fortschreitendem Nachgleiten wird dagegen wahrscheinlich nur noch ein unstetiges Auslaufen der Gleitlinien nach Abb. 43b möglich sein[18]). Wir brauchen jedoch auf diesen Punkt hier nicht weiter einzugehen, da für die Lösung unserer Aufgabe der Nachweis genügt, daß sich die untere Gleitzone $HFAC$ auch wirklich bis oben hin einigermaßen ausbilden kann. Da die jeweils ungünstigste Gleitfläche wegen der Bedingung $\delta' = \max$ für jede Gleitfläche eine geringe Veränderung ihrer Neigung ohne Beeinträchtigung der Bedingung $\delta'_{max} = \varrho$ verträgt, spielt die erwähnte unstetige obere Gleitflächen-Ausmündung rechnerisch keine Rolle, d. h. wir dürfen in rechnerischer Hinsicht voraussetzen, daß sich die untere Gleitzone bis zum Gelände hin geschlossen fortsetzt.

In der Nachbarschaft des oberen Wandpunktes wird bei größerer Durchbiegung der Wand der Erdwiderstand erreicht. Der Pressungsendwert ist hier also merklich größer als der natürliche Erddruck, der vor der Wandverformung höchstens vorhanden gewesen sein kann. Infolgedessen wird oben bei beginnender Wandverformung zunächst eine Verdrückung des Erdreiches eintreten, bevor der volle Erdwiderstand erreicht ist. Da erfahrungsgemäß die Zusammendrückung der Erde bis zum Erreichen des vollen Erdwiderstandes erheblich größer ausfällt als die Ausdehnung beim Absinken des Erddruckes bis auf den unteren Grenzwert, so ist für das Erreichen des oberen Erdwiderstandes eine größere Wanddurchbiegung erforderlich als für das Ausbilden der unteren Gleitzone. Bei geringerer Wanddurchbiegung ist daher infolge der Ausbildung der Hauptgleitzone bereits der untere Wert des aktiven Erddruckes erreicht, ohne daß damit schon die volle Druckverlagerung nach oben hin eingetreten ist. Diese kommt erst bei weiterer Durchbiegung der Wand dadurch zustande, daß sich die obere Verdrückung allmählich ihrem Endwerte nähert. Diese Zusammenhänge beeinflussen wahrscheinlich auch die Krümmung der Gleitfläche, indem sich im ersten Stadium der fortschreitenden oberen Verdrückung eine waagerechte Verschiebung des oberen Gleitkörperbereiches ergibt, wodurch eine mehr zwanglose, flache Form der Gleitfläche entstehen kann. Erst bei abnehmender oberer Verdrückung entsteht durch die mehrfach erwähnte Keilwirkung der Zwang zu einer stärkeren Aufrichtung des oberen Bereiches der Gleitzone, wodurch die Gleitflächen eine stärkere Krümmung erhalten. Das Gleitflächenbild ist demnach anfangs mit zunehmender Wanddurchbiegung etwas veränderlich; erst mit stärkerer Durchbiegung wird allmählich bis zu einem gewissen Grade ein Endzustand erreicht.

In ähnlicher Weise wird auch die Druckverteilung erst bei größerer Wanddurchbiegung ihre volle Ausprägung erhalten, indem dann in der Nachbarschaft des oberen Geländepunktes der Erdwiderstand erreicht ist. Denn wäre dieses nicht der Fall, so müßte sich die untere Gleitflächenzone nach oben hin zuletzt lotrecht aufrichten, weil sonst — ähnlich wie in Abb. 38 — eine Verklemmung des oberen Gleitkörperbereiches eintreten würde. Für eine oben lotrecht ausmündende Hauptgleitfläche würde aber ebenso wie bei Abb. 40 eine starke Verlagerung des Erddruckes nach oben hin eintreten, wodurch der Zwang zur Erreichung des oberen Erdwiderstandes noch verstärkt würde. Ausschlaggebend ist vor allem, daß bei erreichtem oberen Erdwiderstand eine oben flachere Hauptgleitfläche entsteht, wodurch im ganzen eine weniger starke Druckverlagerung zustande kommt als bei lotrechter Gleitflächen-Ausmündung. Der Erdkörper sucht sich gleichsam auf dem Wege des geringsten Widerstandes jeder vermehrten Zwängung zu entziehen; man kann auch leicht nachweisen (unter Hinzuziehung der Gl. (13)), daß der Zuwachs an Pressungen in Geländenähe bei lotrecht ausmündender Hauptgleitfläche stärker ins Gewicht fällt als eine allenfalls geringe Erhöhung des oberen Erdwiderstandes bis zur Erreichung seiner oberen Grenze, da von vornherein anzunehmen ist, daß der obere Erdwiderstand nur längs einer kurzen Wandstrecke erreicht wird. Denn wäre das obere E_p bis zu einer größeren Tiefe herab vorhanden, so würde sein Einfluß wieder zu stark sein, so daß der Grundsatz des geringsten Widerstandes nicht mehr zu Recht bestehen würde. Es spricht demnach alles dafür (und könnte notfalls auch zahlenmäßig nachgewiesen werden), daß in der Nachbarschaft des oberen Wandpunktes bei stärkerer Durchbiegung der Wand tatsächlich der Erdwiderstand erreicht wird, allerdings nur in einem verhältnismäßig kleinen Bereich.

Im mittleren Wandbereich muß der Erddruck gegenüber dem Wert für Dreieckverteilung merklich absinken, weil die Gleitflächenwiderstände oben und unten entgegengesetzt gerichtet sind, so daß sich eine gewisse gewölbeartige Verspannung des Rutschkörpers ergibt. — Im unteren Bereich der Stützwand läßt sich die Erddruckverteilung rechnerisch ermitteln, wie im Abschnitt VII ausführlich gezeigt werden wird. Die Pressungen fallen hier etwas geringer aus als nach der Dreieck-Verteilung für ebene Gleitflächen, und es besteht eine schwache Tendenz zur Annäherung an die Dreieck-Verteilung nach unten hin.

Die erwähnten Bedingungen lassen für das Aufzeichnen der Erddruck-Verteilungslinie nur noch einen geringen Spielraum zu, wenn man bedenkt, daß gewisse Ausrundungen der Verteilungslinie natürlich auch vorhanden sein müssen[19]) und der Flächeninhalt der Verteilungslinie dem Gesamt-Erddruck entsprechen muß. Wird außerdem noch das Spannungsverhältnis nach (15) beachtet, so ergibt sich durch alle genannten Bedingungen wieder eine genügend eindeutige Lösung der Aufgabe nach Abb. 43. (Fortsetzung folgt.)

[17]) Bautechn. 25 (1948), Heft 6, S. 124.

[18]) In meinem früheren Aufsatze über Erddruck (Bautechn. 16 (1938), Heft 42, S. 571) ist noch angenommen, daß sich das untere Gleitflächenband nach dem Gelände hin zu einer einzigen, lotrecht ausmündenden Gleitfläche verdichtet. Dadurch würde jedoch die Bedingung $\delta' = \max$ für jede krumme Gleitfläche zu sehr verletzt. Auch die obere lotrechte Gleitflächen-Ausmündung gilt nicht allgemein, weil eine keilartige Verklemmung des Gleitkörpers erst für eine flachere Gleitflächenform einsetzt (vgl. nachstehend).

[19]) Solche Ausrundungen der Verteilungslinie des Erddruckes hat Rifaat durch Versuche mit unverankerten Spundwänden anschaulich nachgewiesen. Vgl. seine Schrift: Die Spundwand als Erddruckproblem. Zürich und Leipzig 1935, Leemann & Co.

Zur Erddruck-Lehre.

Von Johann Ohde, Berlin.

(Fortsetzung aus Heft 12/1951.)

(IV. Der Einfluß der Wandverschiebung auf Gleitflächenform und Erddruckverteilung.)

Die bisher zur Hauptsache erläuterten Erddruckfälle nach Abb. 31, 37 und 43 treten aus der Vielzahl aller möglichen Wandverschiebungsarten besonders hervor und sind deshalb hier und in den nächsten Abschnitten bevorzugt behandelt. Manche Wandverschiebungen lassen sich aus den Verschiebungen dieser drei Fälle anteilig zusammensetzen, und es tritt daher die Frage auf, ob in solchen Fällen auch die Erddruckverteilungslinien irgendwie anteilig aus den Verteilungslinien der Grundfälle zusammengesetzt werden können. Solche Überlagerungsansätze würden zweifellos das Rechnen mit kurvenförmiger Erddruckverteilung für baupraktische Aufgaben angenehm vereinfachen.

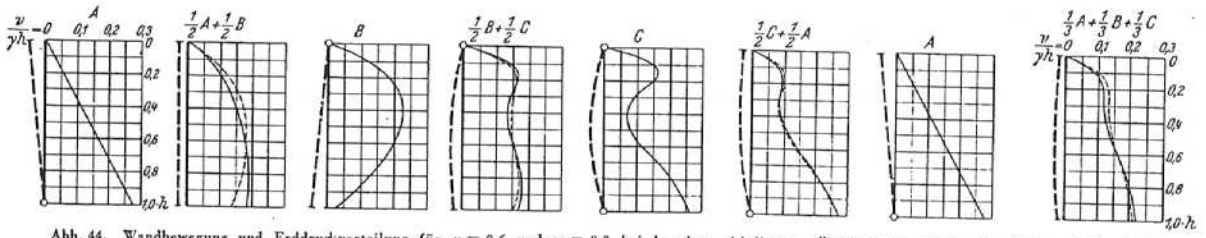


Abb. 44. Wandbewegung und Erddruckverteilung für $\mu = 0{,}6$ und $m = 0{,}3$ bei Annahme nichtlinearer Überlagerung zwischen den Fällen A, B und C mit $a : b : c = 1 : 0{,}5 : 0{,}7$. (Punktierte Kurven für lineare Überlagerung mit $a : b : c = 1 : 1 : 1$).

Zu dieser Frage kann folgendes gesagt werden:

Da die Verteilung des Erddrucks jeweils von der Art der Wandverschiebung abhängt, so ist von vornherein die zeitliche Folge der Einzelverschiebungen zu beachten, indem nur die zuletzt hinreichend stark vorherrschende Verschiebungstendenz für die Verteilung des Erddruckes maßgebend sein kann (kein Einfluß der Vorgeschichte nach hinreichend starker Verschiebung). Z. B. kann man sich eine Parallelverschiebung der Stützwand je zur Hälfte aus einer Drehung der Wand um ihren unteren Fußpunkt (Fall A) und einer Drehung um ihren Geländepunkt (Fall B) zusammengesetzt denken. Je nach der Reihenfolge dieser Bewegungen wird aber die Erddruckverteilung ganz verschieden ausfallen, indem jeweils die zuletzt erfolgte Verschiebung die Form der Erddruckverteilung bestimmt. Die absolute Größe und das geometrische Bild der Verschiebung gestattet also an sich noch keine Schlußfolgerungen über die vorhandene Erddruckverteilung. Erst wenn die durchlaufene Wandverschiebung im einzelnen bekannt ist, so daß man weiß, ob die Verschiebung einsinnig erfolgte oder aus zwei oder mehr Teilverschiebungen verschiedenen Charakters zusammengesetzt war, läßt sich über die zuletzt vorhandene Erddruckverteilung etwas aussagen. Dieser sich zwangsläufig aus der Abhängigkeit zwischen Wandverschiebung und Druckverteilung ergebende Zusammenhang muß besonders bei der Durchführung und Deutung von Erddruckversuchen beachtet werden.

Es folgt hieraus aber auch, daß Überlagerungsansätze für verschiedene Wandverschiebungsarten nur gültig sein können, soweit die Einzelanteile der zusammengesetzten Wandverschiebung zu einer gleichzeitig eintretenden Verschiebung gehören und diese Verschiebung zuletzt mit ausreichender Intensität vorhanden ist. — Man wird allerdings nicht erwarten können, daß die Überlagerung von Erddruckverteilungen verhältnisgleich mit den Verschiebungsanteilen, also linear, erfolgt. Vielmehr ist von vornherein zu erwarten, daß sich die Verschiebungsart „A" (unterer Drehpunkt im Wandfußpunkt A) stärker durchsetzt als die Verschiebungsart „B" (oberer Drehpunkt im Geländepunkt B) oder die Durchbiegung „C" nach Abb. 43; denn der Fall A entspricht am ungezwungensten der Zunahme des Erddruckes mit dem Quadrat der Wandhöhe. Es sei deshalb vorgeschlagen, den jeweils vorhandenen Verschiebungsanteilen φ_A, φ_B und φ_C der Fälle A, B und C unterschiedliche Wirkungszahlen („Gewichte") a, b und c zuzuschreiben hinsichtlich der Überlagerung der zugehörigen Erddruckanteile. Man hätte damit den nichtlinearen Überlagerungsansatz in der Form:

$$E = \frac{a \cdot \varphi_A \cdot E_A + b \cdot \varphi_B \cdot E_B + c \cdot \varphi_C \cdot E_C}{a \cdot \varphi_A + b \cdot \varphi_B + c \cdot \varphi_C} \quad . \; . \; (15)$$

wenn E die gesuchte Erddruckverteilung für die zusammengesetzte Wandverschiebung und E_A, E_B, E_C die Erddruckverteilungen für die Fälle A, B und C bedeuten, z. B. für $a = 1{,}0$, $b = 0{,}5$ und $c = 0{,}7$ die in Abb. 44 für $\mu = 0{,}60$ dargestellten Ergebnisse. Selbstverständlich ist die näherungsweise Gültigkeit dieses Ansatzes (15) noch nachzuprüfen[20]), und auch die Wirkungszahlen a, b und c sind noch genauer zu ermitteln.

Die bisherigen Ergebnisse über Erddruckverteilung sind rein rechnerisch erhalten, was als ein schöner Erfolg der theoretischen Arbeitsweise angesehen werden darf. Völlig gesichert sind diese Ergebnisse freilich erst, sobald sie durch sorgfältig durchgeführte Versuche gehörig nachgeprüft und bestätigt worden sind. Der Verfasser hat deshalb schon in den Jahren 1940/41 in der früheren Preußischen Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau in Berlin Versuche

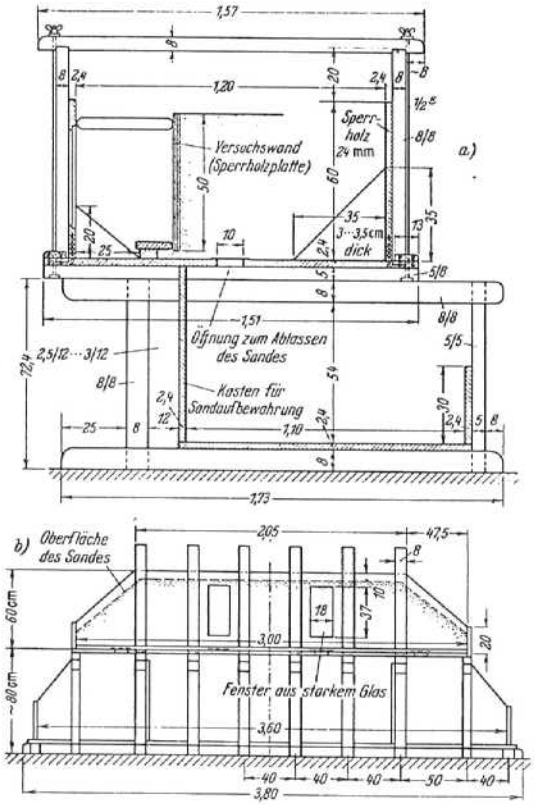


Abb. 45. Versuchskasten für Erddruckmessungen. a) Querschnitt, b) Vorderansicht.

[20]) Es könnte z. B. sein, daß der Druckanteil „B" nicht sofort für kleines φ_B einsetzt, so daß anstatt φ zu setzen wäre $(\varphi - \overline{\varphi})$ mit $\overline{\varphi}$ als Konstante. Ähnliches gilt für den Druckanteil „C".

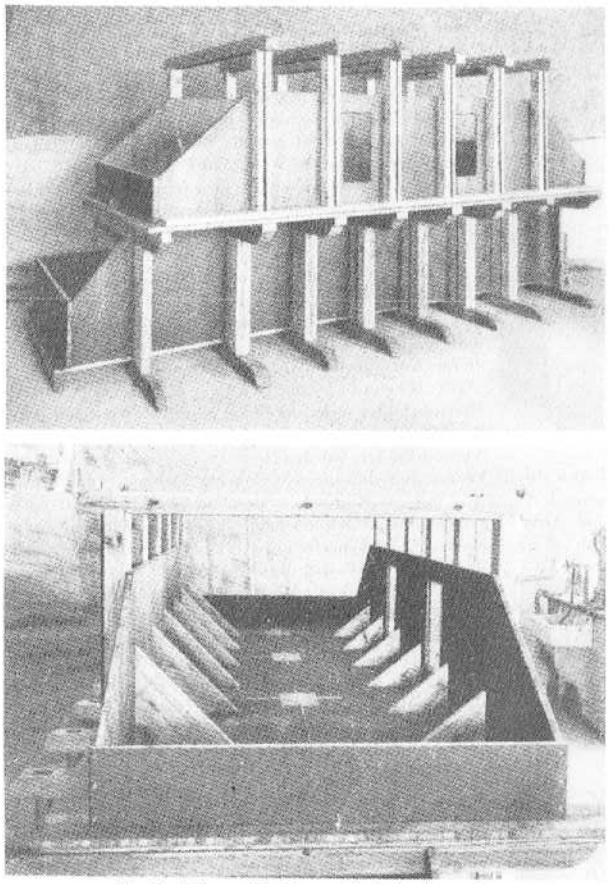
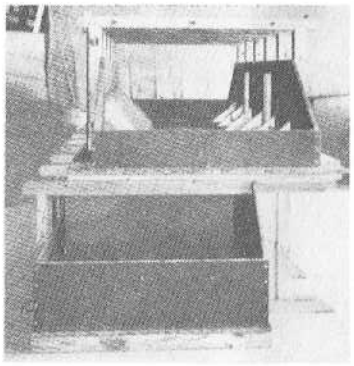


Abb. 46. Hölzerne Einrichtung für Erddruckversuche.

über Erddruckverteilung durchgeführt, worüber nachstehend kurz berichtet sei[21]).

Abb. 45 zeigt Längen- und Querschnitt der Versuchseinrichtung, die Abb. 46 bringt verschiedene Aufnahmen des leeren Versuchskastens. Die Einrichtung bestand aus zwei übereinander angeordneten Holzkästen, von denen der untere zur Aufbewahrung des trockenen Versuchssandes (Körnung: 2,05 mm × 1,63[22])) und der obere zur Durchführung der Versuchsmessungen diente. Als lotrechte Versuchswand wurde eine Sperrholzplatte von 7,5 mm Dicke benutzt, die oben und unten durch Längsleisten und — soweit für die Versuche jeweils erforderlich — auch durch lotrechte Querleisten versteift worden war. Das Eigengewicht der 50 cm hohen Versuchswand wurde durch Gegengewichte aufgehoben. Der trockene Sand wurde in etwa mitteldichter Lagerung eingebracht, welche durch Umrühren mit einer kurzen 2-mm-Nadel erzeugt wurde. Dabei war die Wand durch waagerechte Steifen oder Leisten am Ausweichen verhindert. Zur Ausschaltung der Seitenreibung war eine längere Versuchswand gewählt worden, wie sie der Verfasser schon früher vorgeschlagen hatte (Bautechn. 16 (1938), Heft 37, S. 487). Der Sandkörper konnte daher an beiden Enden abgeböscht werden (Abb. 45). Gemessen wurde die Erddruckverteilung auf der mittleren Strecke von 1,5 m Länge, indem 8 parallele Meßstreifen von je 6,25 cm Höhe die gesamte Wandfläche von 50 cm Höhe bedeckten. Jedes dieser Meßelemente bestand aus drei in waagerechter Richtung übereinanderliegenden Zinkblechstreifen; der mittlere Blechstreifen konnte waagerecht durch Drähte nach beiden Richtungen hin etwas verschoben werden, wobei jeweils die waagerechte Reibungskraft durch Gewichte festgestellt wurde und auf Grund des durch Eichung für jeden Streifen festgestellten Reibungsgesetzes auf die den Streifen belastende Erddruckkraft geschlossen werden konnte (Reibungskraftmesser). Die Reibungsbleche wurden in den Fugen durch Klebebänder sorgfältig gedichtet, um jedes Eindringen von Sand oder Staub zu verhindern.

Die Versuche wurden jeweils so durchgeführt, daß zunächst die Erddruckverteilung im Ruhezustand gemessen wurde. Dann wurde die Wand bei den Versuchsreihen *A* und *B* oben oder unten durch entsprechend belastete Drahtseile verankert und unten oder oben durch waagerechte Steifen nahezu unverschieblich abgestützt. Nach Fortnahme der restlichen Steifen konnte dann durch allmähliche Verringerung des Ankerzuges jede gewünschte Wandverschiebung erreicht werden, wobei nach jeder Verschiebung die Erddruckverteilung festgestellt wurde. Bei den Versuchsreihen *A* und *C* wurde die Wand durch die in Abb. 45 dargestellte untere Leiste waagerecht gestützt; sie konnte sich dabei aber mit dem Erdgleitkörper zusammen lotrecht nach unten bewegen, wobei an der unteren Leiste allerdings die Reibung zwischen Wand und Leiste wirksam wurde. Dadurch ist aber die Richtung des Erddruckes in der beabsichtigten Weise festgelegt, wie in Abb. 47 durch Stützpfeile angedeutet ist.



Diese Abb. 47 zeigt einige Ergebnisse der Versuche. Die gemessenen Werte sind durch gestrichelte Rechtecke dargestellt und durch Kurven nach Gutdünken ausgeglichen. Zunächst wurde ohne Auflast, also nur mit dem Eigengewicht des Sandes gearbeitet (linke Darstellung unter *a*), sodann wurde der Sand mit Brettern und Gewichten bis zu 0,28 t/m² belastet, um den Einfluß der Auflast gesondert zu erhalten

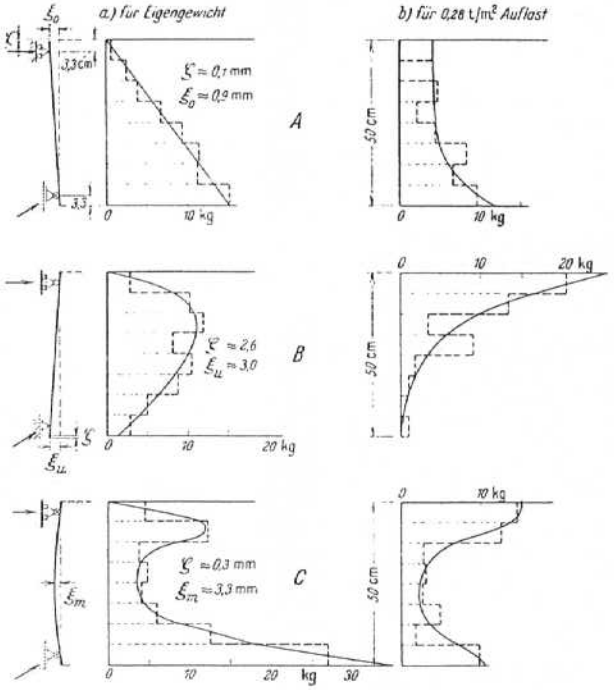
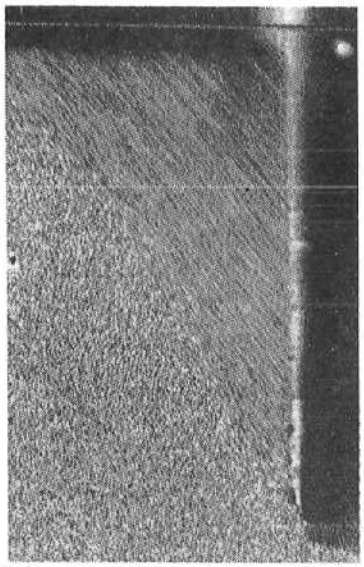


Abb. 47. Einige Ergebnisse der Erddruckversuche des Verfassers für verschiedene Wandbewegungen. Mitteldicht gelagerter Feinsand mit $\mu \approx 0{,}70$ bis 0,74 und 1,53 t/m³. Aufgetragen sind die Kräfte (in kg) für jeweils $\frac{1}{8}$ der Wandhöhe und 1 m Wandlänge. ζ = lotr. u. ξ = waagr. Wandverschiebung.

[21]) Das Zustandekommen der Versuche verdankt der Verfasser der Unterstützung des damaligen Leiters der Erdbau-Abteilung der Versuchsanstalt, Oberregierungs- und -baurat J. Ehrenberg, der leider im November 1945 gestorben ist. Ehrenberg übernahm 1927 die damals von Prof. Krey neu eingerichtete Erdbau-Abteilung und leitete sie bis 1945 (Direktor der Versuchsanstalt nach dem Tode Kreys 1929: Prof. Seifert). Ein großer Teil der Preußischen Versuchsanstalt wurde 1944 leider durch den Luftkrieg vernichtet. Der Verfasser war von 1927 bis 1943 in der Erdbau-Abteilung der Versuchsanstalt tätig und setzt seit 1948 die Arbeit dieser Abteilung fort in der Forschungsanstalt für Schiffahrt, Wasser- und Grundbau, Abteilung Grundbau (z. Z. Berlin-Baumschulenweg).

[22]) Bezeichnung nach Bautechn. 27 (1950), Heft 11, S. 316.



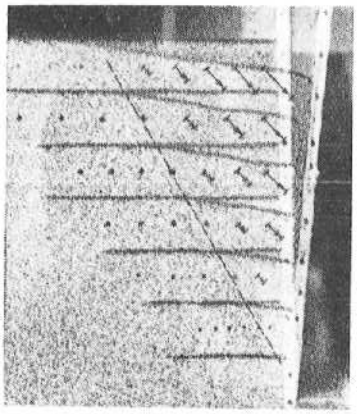
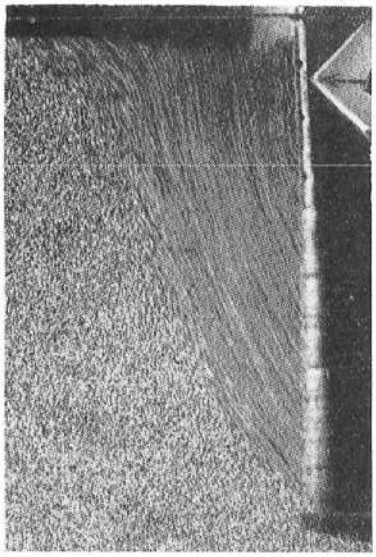


Abb. 48. Oben nachgebende Stützwände.

(rechte Darstellung unter *b*). Da dieser Einfluß nur als Differenz zweier Meßwerte zu erhalten war, ist die Streuung dieser Versuchswerte naturgemäß größer als bei den Werten für Eigengewicht.

Die Versuchswerte nach Abb. 47 bestätigen im großen und ganzen recht gut die rechnerisch gefundenen Erddruckverteilungen, womit auch die theoretisch erhaltenen Zusammenhänge zwischen Wandverschiebungsart und Gleitflächenform gerechtfertigt erscheinen. Ein genauerer zahlenmäßiger Vergleich der Versuchswerte mit der Theorie erfolgt in späteren Abschnitten. — Gleichzeitig mit den Modell-Versuchen des Verfassers sind auch von H. Lehmann Versuche durchgeführt[23]). Da zur Deutung dieser Versuche noch einiges zu sagen ist, kommen wir am Schluß dieser Aufsatzreihe (Abschnitt XIV) darauf zurück.

Die Gleitflächenformen lassen sich durch Versuchsbilder mit trockenem, geschichtetem Sand hinter Glasplatten gut veranschaulichen (einige solcher Versuchsbilder wurden bereits im früheren Aufsatz 1938 veröffentlicht). So zeigt Abb. 48 die Verzerrungsgleitungen für oberes Nachgeben der Wand und Abb. 49 die Verschiebungsgleitzone für unteres Nachgehen, desgleichen Abb. 50 für eine anfangs vorgeneigte Stützwand. Abb. 51 zeigt die Verschiebungen infolge starker Durchbiegung der Wand und läßt die in Abb. 43 angegebenen Gleitkörperbereiche erkennen. Außerdem zeigt Abb. 51 deutlich, daß die Richtung der Verschiebungen der Erdteilchen nicht mit der Richtung der Gleitflächen übereinzustimmen braucht. Die Abweichungen beider Richtungen lassen sich teils durch die den Gleitungen vorangehenden Formänderungen erklären, teils durch die Tatsache, daß die Gleitflächen nicht einander parallel laufen, so daß die Bewegungsbahnen der oberen Erdteilchen von dem Verlauf der darunter befindlichen Gleitflächen abhängig sind. Abb. 52 zeigt Bewegungsbilder für obenliegenden Drehpunkt, und zwar links für ansteigende Böschung und rechts für waagerechte Oberfläche, und eine merklich tiefere Lage des Drehpunktes. Im Falle der ansteigenden Böschung reichen die sekundären Gleitflächen die Böschung hinauf, sind also sehr ausgeprägt.



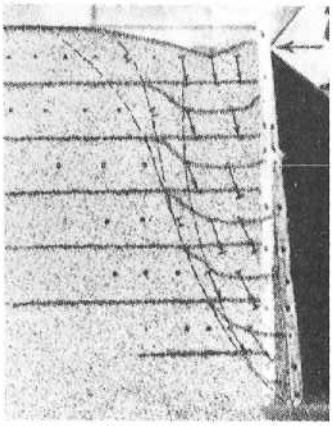


Abb. 49. Unten nachgebende Stützwände.

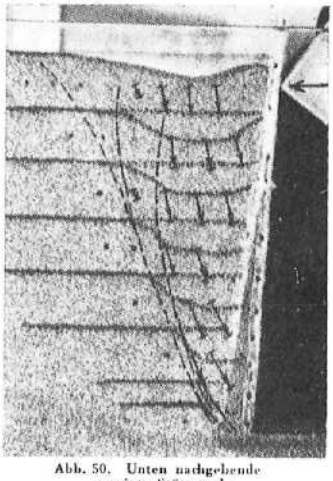
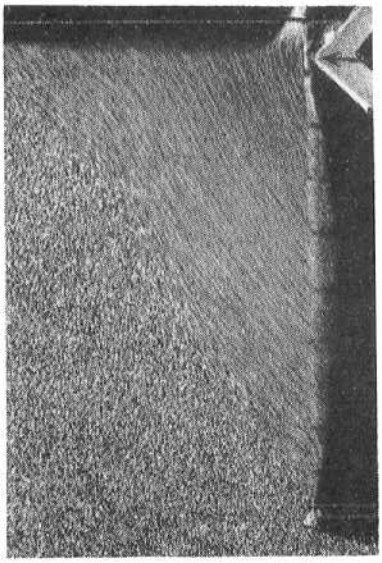


Abb. 50. Unten nachgebende geneigte Stützwand.

Die bislang besonders herausgestellten und häufig vorkommenden Erddruck-Sonderfälle einschließlich ihrer Zusammensetzungen nach gewissen Überlagerungsgesetzen umfassen natürlich noch nicht alle Möglichkeiten. Es seien deshalb noch kurz einige Fälle vorgeführt, die ebenfalls gesondert behandelt werden müssen.



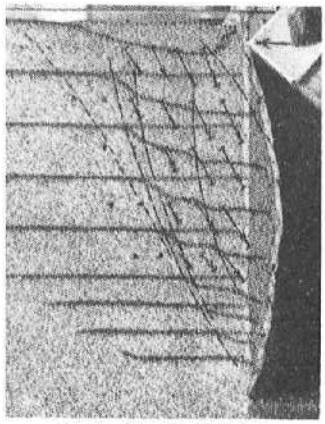


Abb. 51. Biegsame Stützwände.

Denken wir beispielsweise an eine einfach verankerte Spundwand mit tiefliegendem Anker, so ist es klar, daß die Biegelinie der Spundwand nicht mehr mit der in Abb. 43 gezeichneten Biegelinie übereinstimmt, sondern etwa die Form der in Abb. 53 angegebenen Biegelinie hat. Durch diese veränderte Form der Biegelinie werden auch Gleitflächenform und Erddruckverteilung merklich verändert, und zwar etwa wie in Abb. 53 angegeben ist, falls mit unnachgiebigem Anker gerechnet werden darf. Im unteren Bereich sind Gleitflächenform und Erddruckverteilung ähnlich wie in Abb. 43. In Höhe des Ankerangriffes muß die Hauptgleitfläche lotrecht geneigt sein, damit keine Verklemmung des herabgleitenden Erdkörpers entsteht. Weiter nach oben sind erdwärts gewisse sekundäre Gleitflächen zu erwarten, weil dort

[23]) Bautechn. 21 (1943), Heft 3/4, S. 21.

für die Hauptgleitfläche der Erddruck-Sonderfall $\delta \approx -\varrho$ vorhanden ist und δ etwas $< \varrho$ sein kann (vgl. hierüber Teil VI). In unmittelbarer Nachbarschaft des oberen Wandbereiches ist der Normalfall des Erddruckes nach Abb. 31a vorhanden, so daß die Erddruckverteilungslinie oben mit den gewöhnlichen dreieckig zunehmenden Erdpressungen beginnt. In Ankerhöhe müssen die Pressungen aus naheliegenden Gründen jedoch bedeutend größer sein als nach der Dreiecklinie, was im Teil VII auch zahlenmäßig nachgewiesen wird. Abb. 54 zeigt ein vom Verfasser erhaltenes Versuchsbild, wobei allerdings der obere Teil der Wand kaum nachgab.

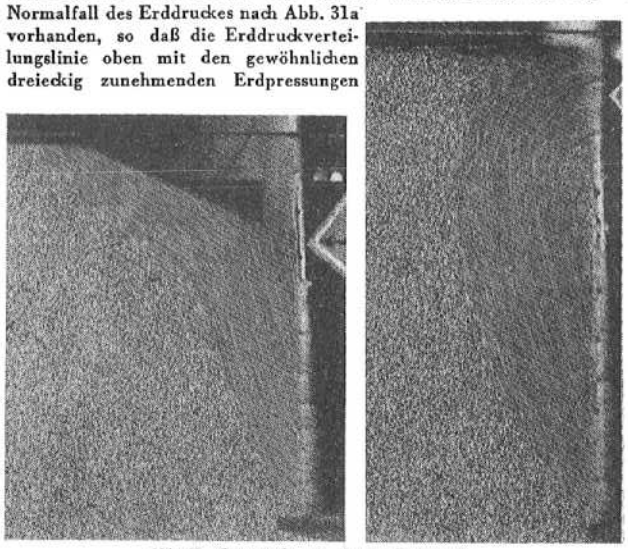


Abb. 52. Stützwände mit oberem Drehpunkt.

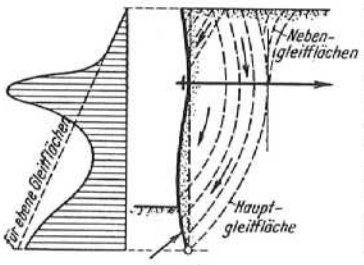


Abb. 53.
Biegsame Stützwand mit tiefliegendem Anker.

Abb. 55 zeigt zwei weitere Erddruckfälle, die bei Spundwänden hinter Pfahlrost-Ufermauern eintreten können. Es handelt sich hier um die Wandverschiebungen nach Abb. 37 und 43, nur daß jetzt eine Erdauflast hinzukommt. Auch diese beiden Fälle sind unter VI und VII eingehender behandelt. Hier sei deshalb nur erwähnt, daß im Oberbereich hinter der Mauer wieder der Erddruckfall $\delta \approx -\varrho$ vorhanden ist, und zwar beiderseits des etwa lotrecht abrutschenden Erdkörpers. Infolgedessen ist dort der Erddruck merklich größer als in dem sonst meist vorkommenden Fall $\varrho/2 \leq \delta \leq \varrho$. — Abb. 56 zeigt einige Versuchsbilder, die deutlich den nach oben hin etwa parallel begrenzten Gleitkörper erkennen lassen.

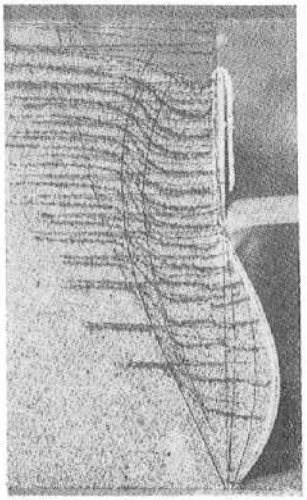


Abb. 54. Stützwand mit Durchbiegung im unteren Teil.

Auch beim Erdwiderstand kann Erdauflast hinzukommen, z. B. bei einer Wanddrehung nach Abb. 57, die beim Umstürzen unverankerter Spundwände vorkommt (vgl. Teil XIII). Die (untere) Gleitfläche des Erdwiderstandes muß dann nach hinreichender Verdrehung der Wand in Höhe der Drehachse eine lotrechte Tangente haben. Das Gleichgewicht der Kräfte und Spannungen bedingt ähnlich wie in Abb. 40b unterhalb des Drehpunktes steil ansteigende Erdpressungen. — Der umgekehrte Fall mit entgegengesetzter Drehung der Wand (Abb. 58) tritt ebenfalls bei unverankerten Spundwänden auf. Auch in diesem Falle muß die Gleitfläche in Höhe der Drehachse eine lotrechte Tangente haben, nur daß jetzt der untere Gleitkörper nicht passiv widersteht wie in Abb. 57, sondern aktiv drückt im Sinne des unteren Grenzwertes. Da dieser aktive Druck verhältnismäßig klein ist gegenüber dem passiven Druck, so muß der aktive Gleitkörper erheblich oberhalb der Drehachse hinaufreichen, und zwar soweit, daß aktive und passive Gleitflächenpressungen einander gleich sind. Durch ein solches Zusammenspiel von passiven und aktiven Gleitflächen können allerdings bei fortschreitender Drehung der Wand gewisse Zwängungen entstehen, die nur behoben werden können, wenn die in Abb. 58 durch eine punktierte Linie angedeutete Ergänzungsgleitfläche wirksam wird. Wie man leicht erkennt, ist dieses aber nur möglich, wenn der untere Erdgleitkörper nicht längs der Wand herabgleitet, so daß also dieser Erdkörper und die Wand sich gemeinsam verschieben. — In ähnlicher Weise kann sich auch die in Abb. 57 punktiert eingetragene Ergänzungsgleitfläche ausbilden.

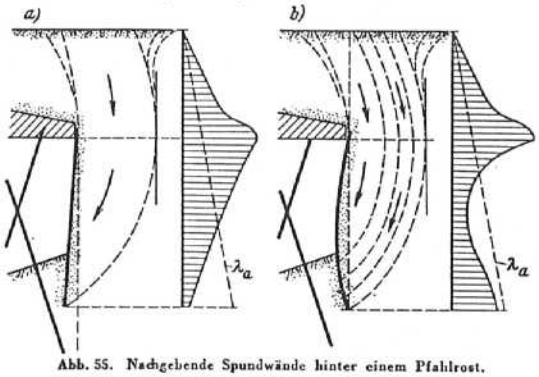


Abb. 55. Nachgebende Spundwände hinter einem Pfahlrost.

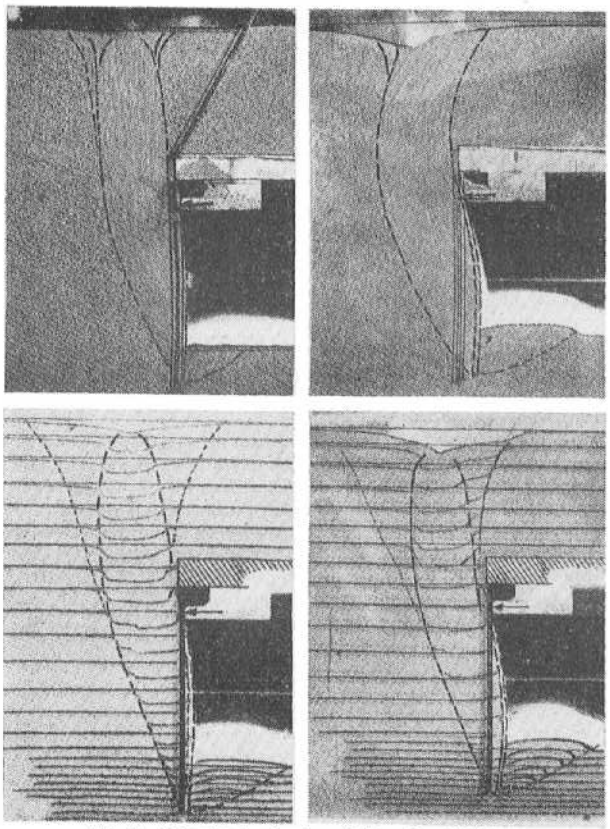


Abb. 56. Nachgeben der Spundwand hinter einem Pfahlrost.

Bei der Grenzbelastung des Baugrundes, also bei gewaltsamem Eindringen der Fundamente in den Untergrund, tritt ein Erdwiderstand auf, den wir als Grundwiderstand (Pg) bezeichnen wollen. Auch bei Aufgaben dieser Art ist die Abhängigkeit der Gleitflächenform und der Sohldruckverteilung von der Art der Fundamentverschiebung zu beachten. Abb. 59 möge dies erläutern, und zwar links für lotrechte Belastung, rechts für Schrägbelastung. Bei der reinen Vorwärtskippung nach Abb. 59c oder d muß die Drehachse lotrecht unter der Fundament-Hinterkante liegen. Dieser Drehpunkt ist gleichzeitig auch der Mittelpunkt einer vom hinteren Bereich der Fundamentsohle ausgehenden kreisförmigen Gleitfläche, auf der das Fundament mitsamt einem Teil des bewegten Erdkörpers gleitend nach vorne kippt. Unter dem Fundament bildet sich in den Fällen *a* bis *d* ein Erdkeil aus, der mit dem Fundament zusammen verschoben wird und der von sich aus durch Überwindung des Erdwiderstandes die Erde seitlich verdrängt.

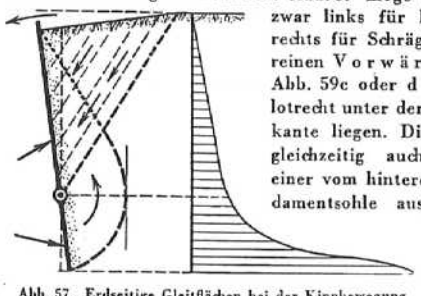


Abb. 57. Erdseitige Gleitflächen bei der Kippbewegung einer unverankerten Spundwand.

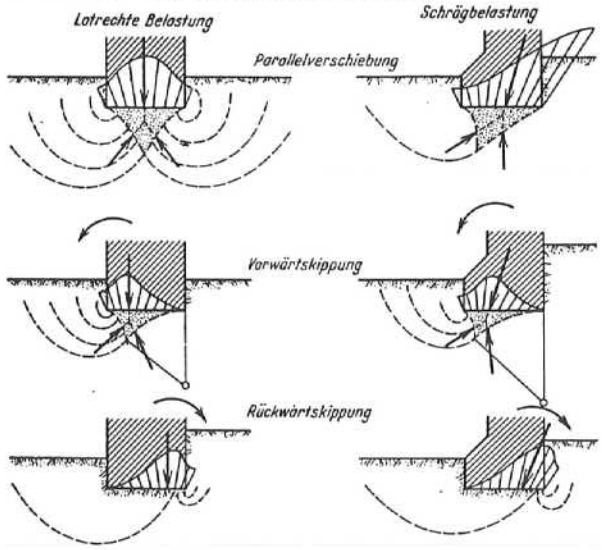


Abb. 59. Gleitflächenform und Sohldruckverteilung des Grundwiderstandes in Abhängigkeit von der Art der Fundamentverschiebung.

Die dargestellte kurvenförmige Begrenzung dieses Erdkeiles dürfte in den Fällen *c* und *d* ohne weiteres einleuchten, weil vorstehend schon darauf hingewiesen wurde, daß die hintere Begrenzungs-Gleitfläche wahrscheinlich kreiszylindrisch ist. Es muß jedoch noch nachgewiesen werden, daß auch bei der Parallelverschiebung nach Abb. 59 a und b mit einem kurvenförmig begrenzten Eindringungs-Erdkeil zu rechnen ist. Dieser Nachweis kann auf zwei verschiedenen Wegen erfolgen. Zunächst kann man an Hand des Kräftegleichgewichtes unter Ansatz eines ebenen Erdkeiles mit veränderlichem Spitzenwinkel nachweisen, daß der Kleinstwert des Grundwiderstandes Pg für den Einfluß des Erd-Eigengewichtes unterhalb der Sohlenebene nicht für den Spitzenwinkel $90° - \varrho$, sondern für einen größeren Spitzenwinkel (etwa 90°), also für einen kleineren Erdkeil, erreicht wird (siehe Teil VIII). Nach dem Spannungsgleichgewicht muß aber der Spitzenwinkel $90° - \varrho$ betragen, weil Gleitflächen sich nur unter diesem Winkel kreuzen können. Infolgedessen kann der Gleitkeil nicht von ebenen Flächen begrenzt sein, sondern muß etwa nach Abb. 60a kurvenförmig begrenzt sein, weil nur dadurch ein Spitzenwinkel von $90° - \varrho$ zustande kommt[24]). Einen weiteren Hinweis erhalten wir durch die Betrachtung des Spannungsgleichgewichtes nach Abb. 60b. Für das kleine Erdelement unter der Fundamentecke müssen die Pressungen in der Fundamentsohle und längs der unter dem Winkel ϑ geneigten Gleitfläche von der Ecke aus linear zunehmen. Infolgedessen müssen die Pressungen längs der Ergänzungsgleitfläche annähernd gleichmäßig verteilt sein, vielleicht ein wenig trapezförmig, jedenfalls wird die Gesamtkraft annähernd in der Mitte der Ergänzungsgleitfläche angreifen. Da die Richtung dieser Kraft entweder zur Gleitfläche gleichläuft oder flacher geneigt ist als diese, so kann, wie Abb. 60 b erkennen läßt, das Momentengleichgewicht nicht erreicht werden, denn hierzu wäre erforderlich, daß die Kraft der Ergänzungsgleitfläche nicht tiefer angreift als im oberen Drittelpunkt, was aber auf Grund der erwähnten Pressungsverteilung nicht möglich ist. Es zeigt sich also ein durch nichts zu beseitigender Widerspruch. Verändern wir ϑ und fragen nach einem Winkel, für den dieser Widerspruch nicht vorhanden ist, so finden wir nur einen Winkel, der dieser Bedingung genügt: $\vartheta = 0$. Für jeden Winkel $\vartheta > 0$ ist das Momentengleichgewicht nicht erreichbar, auch nicht für $\vartheta = 90°$ nach Abb. 60 c (Kurdjümoff, vgl.[24]).

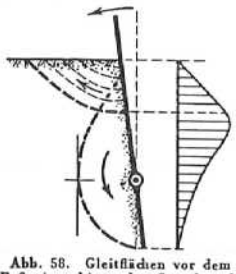


Abb. 58. Gleitflächen vor dem Fuß einer kippenden Spundwand.

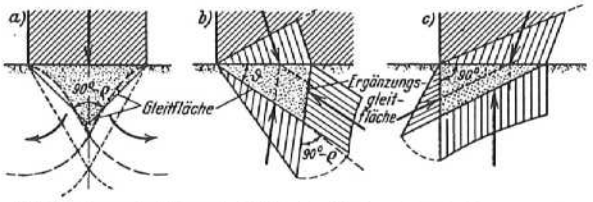


Abb. 60. Veranschaulichung der Gründe für die kurvenförmige Begrenzung des Erdkeiles unter dem Fundament (Eigengewichts-Einfluß).

Wir haben damit nachgewiesen, daß die den Erdkeil begrenzende Gleitfläche nach Abb. 60a im Falle einer Geländebelastung (kein Einfluß der Fundamenttiefe) unter der Fundamentecke eine waagerechte Tangente aufweisen muß (ausreichende Rauhigkeit der Fundamentsohle allerdings vorausgesetzt). Die Form des eindringenden Erdkeiles nach Abb. 60a ist damit also auch vom Spannungsgleichgewicht her nachgewiesen. — Allerdings gilt diese Betrachtung nur für den Einfluß des Eigengewichtes unterhalb der Fundamentsohlenebene, weil nur in diesem Fall die Pressungen nach Abb. 60b linear zunehmen. Für den Einfluß der Erdauflast neben dem Fundament, also dem Einfluß der Fundamenttiefe, sind die entsprechenden Pressungen in der Nachbarschaft der Fundamentecke gleichmäßig verteilt, so daß der in diesem Falle den Kleinstwert des Eindringungswiderstandes liefernde Winkel $\vartheta = 45° + \varrho/2$ durchaus möglich ist. Der eindringende Erdkeil ist demnach hier von ebenen Flächen begrenzt. — In Wirklichkeit ist sowohl die Tiefe als auch die Breite der Fundamente von Einfluß auf den Grundwiderstand. Die in einem solchen praktischen Fall vorhandene Erdkeil-Gleitfläche muß daher zwischen den betrachteten Grenzfällen liegen. Sie wird also auch kurvenförmig verlaufen, und zwar um so mehr, je stärker der Einfluß des Eigengewichtes unterhalb der Sohlenebene in Erscheinung tritt. In der Nachbarschaft der Fundamentecken wird aber ϑ nicht mehr Null sein, sondern zwischen 0 und $45° + \varrho/2$ liegen[25]).

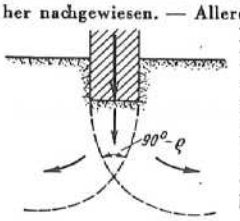


Abb. 61. Grundwiderstands-Gleitflächen nach Kurdjümoff.

Die eingehendere Berechnung des Grundwiderstandes zeigt der spätere Abschnitt VIII. Die nächsten Abschnitte bringen die weitere Begründung und zahlenmäßige Durchrechnung der aufgezeigten Abhängigkeiten zwischen Wandverschiebung, Gleitflächenform und Erddruckverteilung.

[24]) Kurdjümoff hat früher (vgl. Zivilingenieur 1892, S. 292) die Begrenzung des Erdkeiles gerade umgekehrt nach Abb. 61 angegeben. Eine solche Begrenzung kann hiernach nicht zutreffen, sie würde auch der nachstehenden Betrachtung des Spannungsgleichgewichtes widersprechen.

[25]) Eine kürzlich von T. Mizuno gegebene Berechnung (Proc. 2. Internat. Conference on Soil Mechanics and Found. Engg., Rotterdam 1948, Vol. III, S. 44) geht allgemein von der Annahme $\vartheta = 45° + \varrho/2$ aus und kann demnach nicht den Kleinstwert des Grundwiderstandes liefern.

Zur Erddruck-Lehre*).

Von Johann Ohde, Berlin.

V. Stützwände mit unterem Drehpunkt (klassische Erddrucklehre).

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten die Grundlagen der Erddrucklehre behandelt wurden, sollen nachstehend die Berechnungsverfahren im einzelnen dargestellt werden[1]). Im vorliegenden Abschnitt ist der Normalfall des Erddruckes vorausgesetzt, bei dem die Verschiebung der Stützwand nach unten hin abnimmt. Der nachrutschende oder fortgeschobene Erdkörper neben der Wand wird dann räumlich durch Gleitungen verzerrt [vgl. Abb. 10 A in 25 (1948), Heft 6, S. 126, und Abb. 31 in 28 (1951), Heft 12, S. 297], so daß nicht nur eine untere Gleitfläche vorhanden ist, sondern sich auch Zwischengleitflächen ausbilden. Man kann damit den Erddruck auch für obere Teilabschnitte der Wand für sich berechnen, unabhängig vom Erddruck unterhalb des Teilabschnittes, so daß für jede von oben her gerechnete Wandhöhe der Erddruck E_z als Funktion dieser Wandhöhe aufgetragen werden kann (Abb. 62). Es gilt dann $dE = \sigma \cdot dz$ oder $\sigma = \frac{dE}{dz}$, d. h. die Erdpressung σ ist durch die Neigung der Tangente an die Erddruckkurve $E = f(z)$ gegeben [vgl. auch Abb. 34 in 28 (1951), Heft 12, S. 298]. Sobald die Erddruckkurve E infolge unstetiger Geländebelastungen einen Knickpunkt aufweist, muß hiernach die Pressungslinie σ einen Sprung aufweisen (vgl. die späteren Abb. 73, 76 u. 78).

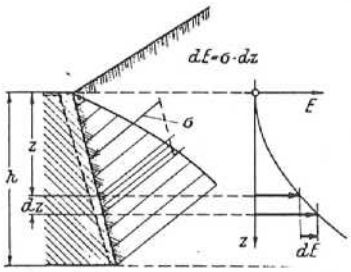


Abb. 62. Erddruckverteilung für Stützwände, deren obere Verschiebung größer ist als die untere.

Mit Rücksicht auf die Eigenschaften der Erdstoffe und den Ansatz des Gleitwiderstandes empfiehlt es sich, folgende Fälle zu unterscheiden:

1. Reibungserde ohne Festigkeit und Porenwasser-Einfluß,
2. Erde mit Reibung und Festigkeit, jedoch ohne Porenwasser-Einfluß,
3. vollbindige Erde mit vollem Porenwasser-Einfluß.

Die klassischen Berechnungsverfahren des Erddruckes kommen nur in der Gruppe 1 zur Geltung; in der Gruppe 2 ist der Einfluß der Festigkeit gesondert zu betrachten, und für die Gruppe 3 sind neue Verfahren zu entwickeln, wobei vom Gleitwiderstand des Tones für unveränderten Wassergehalt auszugehen ist.

Es sei hier nochmals betont, daß für die Zwischengleitflächen wegen der Verzerrungsgleitungen nicht immer der volle Gleitwiderstand angesetzt werden darf (vgl. Teil III). Nur in der unteren Hauptgleitfläche wird meistens der volle Gleitwiderstand vorhanden sein, besonders bei Stützmauern, weil durch die Schubbeanspruchung in der Stützmauersohle eine Parallel-Verschiebung der Stützmauer entsteht. Die Hauptgleitfläche wird damit zu einer Verschiebungsgleitfläche [zusätzliche Flächengleitfläche vgl. Abb. 31 in 28 (1951), Heft 12, S. 297].

Zunächst sollen jetzt die

Berechnungsverfahren für ebene Gleitflächen

behandelt werden, die für den aktiven Erddruck in den meisten Fällen genügend genaue Werte liefern, für den passiven Erddruck jedoch nur, solange die Erddruckrichtung auf eine lotrechte Ebene nicht allzusehr von der Geländeneigung abweicht. Andernfalls ist für den Erdwiderstand mit kurvenförmigen Gleitflächen zu rechnen [vgl. Abb. 32 in 28 (1951), Heft 12, S. 297]. In Sonderfällen können auch für die Berechnung des aktiven Erddruckes krumme Gleitflächen in Frage kommen, worauf im zweiten Teil des vorliegenden Abschnittes V näher eingegangen ist.

1. E_a[1]) und E_p für Reibungserde ohne Festigkeit und Porenwasser-Einfluß.

Dieser Sonderfall kommt allgemein für sandige oder schluffige Erde in Betracht, besonders unterhalb des Grundwassers. Oberhalb des Wasserspiegels können Mittel- bis Feinsand und Schluff eine gewisse Kapillarfestigkeit besitzen, mit der aber nur selten gerechnet werden darf, weil in vielen Fällen zeitweise stärkere Niederschläge (Regen, Schmelzwasser) hinzukommen können, die die Kapillarspannungen zwischen den anteilig von Luft umgebenen Erdkörnchen zeitweilig aufheben können. Seltener sind chemische Verkrustungen sandiger Erde, die durch Wasser nicht aufgelöst werden; in solchen Fällen ist der Festigkeitseinfluß auch rechnerisch zu berücksichtigen.

Die klassischen Verfahren zur Ermittlung des Erddruckes und Erdwiderstandes für Reibungserde sind allgemein bekannt[2]), so daß hier eine kurze Zusammenstellung genügt, wobei nur das Wesentliche betont und gewisse Ergänzungen mitgeteilt werden sollen.

Bei all diesen Verfahren wird vom Coulombschen Grundsatz des größten oder kleinsten Druckes ausgegangen, wodurch die Lage der Gleitfläche festliegt. Solange nämlich mit einem festliegenden Angriffspunkt des Erddruckes gerechnet werden darf, wird die Spannungsneigung δ in beliebig geneigten Gleitkörper-Ebenen dort zum Größtwert $\delta_{max} = \varrho$, wo sich rein rechnerisch unter jeweiligem Ansatz des Reibungswinkels ϱ für den aktiven Erddruck E_a der Größtwert und für den Erdwiderstand E_p der Kleinstwert ergibt. Aber man darf dabei nie vergessen: Der rechnerische Größtwert E_a ist in Wirklichkeit der kleinste Wert des Erddruckes, der überhaupt nur irgendwie auftreten kann, und ebenso ist der rechnerische Kleinstwert von E_p der größtmögliche Wert des Erddruckes. Die Lage der Gleitfläche ist durch $\delta = \max = \varrho$ bestimmt. Jede durch den betrachteten Wandpunkt gelegte Ebene, die von der Gleitebene um den kleinen Winkel $\Delta\varphi$ abweicht, wird unter Ansatz des vollen Reibungswinkels ϱ einen etwas kleineren Erddruck E_a oder einen etwas größeren Erdwiderstand E_p liefern als die Gleitfläche. Da E_a oder E_p hiernach wohl rechnerisch, aber nicht in Wirklichkeit kleiner oder größer geworden sind, so kann in einer um $\Delta\varphi$ zur Gleitfläche geneigten Ebene nicht mehr der volle Reibungswinkel ϱ wirksam sein, sondern ein Neigungswinkel δ etwas kleiner als ϱ [vgl. auch Teil I, S. 2 oben, Bautechn. (1948), S. 122]. Mithin ergibt die Bedingung $E_a = \max$ oder $E_p = \min$ die gleiche Lage der Gleitfläche wie die eigentlich maßgebende Bedingung $\delta = \max = \varrho$. Da die erste Bedingung der Rechnung leichter zugänglich ist als die zweite, so wird sie allgemein benutzt.

Bei der zeichnerischen Untersuchung des Erddruckes müssen hiernach einige verschieden geneigte Ebenen im Erdkörper hinter der Wand, die etwa als Gleitflächen in Frage kommen, angenommen werden, und für jede dieser Ebenen muß dann E_a oder E_p mit Hilfe eines Krafteckes bestimmt werden [vgl. Teil I, Abb. 1 u. 2, in 25 (1948), Heft 6, S. 121].

Culmann löste diese Aufgabe in zeichnerisch bequemer Weise durch Ineinanderzeichnen sämtlicher Kraftecke und Drehung der Kraftrichtungen um $90° - \varrho$ [Abb. 63[3])].

Die lotrechten Erdgewichte werden dabei in der unter dem Winkel ϱ geneigten „Böschungslinie" aufgetragen (die wir einwandfreier mit „Reibungslinie" bezeichnen wollen), und die Erddruckrichtungen verlaufen dann parallel zur „Stellungslinie", die unter $(\delta + \varrho)$ zur Wandlinie geneigt ist. Man kann diese Stellungslinie auch ohne Benutzung eines Winkelmaßes leicht eintragen, indem man zunächst eine Winkelrechte zur Erddruckrichtung zieht und auf dieser Winkelrechten die Strecke 1,0 von oben her in einem passenden Maßstab abträgt. Im erhaltenen Endpunkt kann man dann winkelrecht die Strecke $\mu = \operatorname{tg}\varrho$ nach oben hin auftragen und hat dadurch die Neigung der Stellungslinie nach Abb. 63 festgelegt. Die Culmannsche

*) Teil I, Die geschichtliche Entwicklung der Erddrucklehre s. Bautechn. 25 (1948), Heft 6, S. 121 bis 126.
Teil II, Allgemeines über die Größe des Erddruckes s. Bautechn. 26 (1949), Heft 12, S. 360 bis 364.
Teil III, Gleitflächen und Gleitwiderstand s. Bautechn. 27 (1950), S. 111 bis 114.
Teil IV, Der Einfluß der Wandverschiebung auf Gleitflächenform und Erddruck-Verteilung s. Bautechn. 28 (1951), Heft 12, S. 297 bis 301 und 29 (1952), Heft 2, S. 31 bis 35.

[1]) Soweit nichts anderes bemerkt wurde, gehen diese Verfahren auf den Verfasser zurück. Ein großer Teil der Darlegungen sollte bereits 1943/44 in der „Bautechnik" veröffentlicht werden, was sich dann aber infolge Papiermangels nicht ermöglichen ließ.

[2]) Vgl. z. B. Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern. Stuttgart 1906 u. 1947, Kröner-Verlag, sowie Krey, Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes, 3. bis 5. Aufl. Berlin 1926 bis 1936, Wilh. Ernst & Sohn.

[3]) Culmann, Die graphische Statik (Abschnitt XIII). Zürich 1866. — Vgl. auch Schrifttum nach [2]).

$$E_{a_w} = \frac{G+P}{\operatorname{cotg}(\vartheta-\varrho)+\operatorname{tg}(\delta+\alpha)} = \frac{(1-\operatorname{tg}\delta\cdot\operatorname{tg}\alpha)(\operatorname{tg}\vartheta-\mu)(G+P)}{1-\operatorname{tg}\delta\cdot\operatorname{tg}\alpha-\mu(\operatorname{tg}\delta+\operatorname{tg}\alpha)+(\mu+\operatorname{tg}\delta+\operatorname{tg}\alpha-\mu\operatorname{tg}\delta\cdot\operatorname{tg}\alpha)\operatorname{tg}\vartheta} \quad \ldots \quad (16)$$

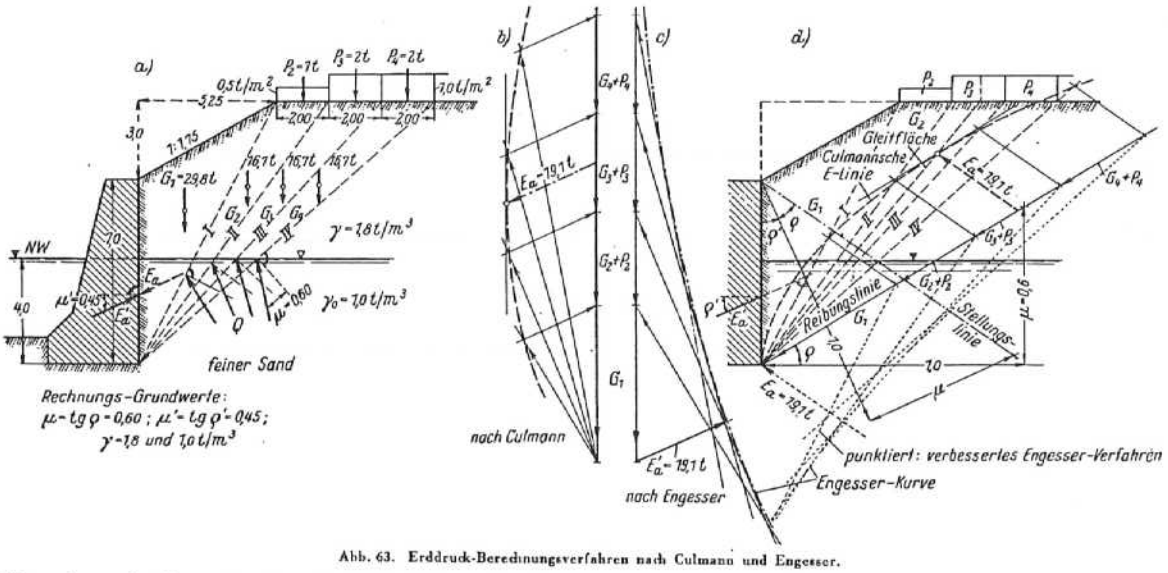


Abb. 63. Erddruck-Berechnungsverfahren nach Culmann und Engesser.

Kräftezerlegung hat den großen Vorteil, daß die Richtung der Gleitflächenkräfte Q mit den Gleitlinien zusammenfällt. Die Schnittpunkte der Gleitlinien mit den E-Richtungen liefern dann die sog. E-Linie, deren Größtwert E_a leicht zeichnerisch gefunden werden kann. Den erwähnten Vorteil kann man bei dem Engesser-Verfahren[4]) nach Abb. 63c nicht so ohne weiteres erreichen; man kann jedoch auch hierbei die ineinandergezeichneten Kraftecke um $90° - \varrho$ drehen und erreicht dadurch, daß die Gleitflächenkräfte Q den Gleitlinien gleichlaufen (punktierte Linien in Abb. 63d). Bei dem Engesser-Verfahren werden die Q-Richtungen als Tangenten einer (strichpunktiert eingezeichneten) Hüllkurve betrachtet, deren Schnittpunkt mit der E_a-Richtungslinie den aktiven Erddruck E_a abschneidet. Das Verfahren hat [nach Rendulic[4])] den Vorteil, daß man die Richtung des Erddruckes erst am Schluß der Berechnung festzulegen braucht und den Einfluß der Richtung des Erddruckes auf seine Größe anschaulich übersehen kann.

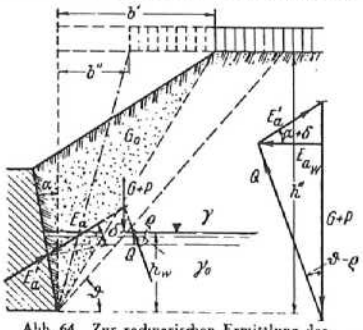


Abb. 64. Zur rechnerischen Ermittlung des aktiven Erddruckes.

Für versuchsweise angenommene Gleitflächen kann man auch rechnerisch leicht den Erddruck finden. Mit ϑ als Neigung der jeweils angenommenen Gleitfläche und $G + P$ als Gleitkörpergewicht einschl. Auflast ist aus Abb. 64 abzulesen:

$$E_a = (G+P)\frac{\sin(\vartheta-\varrho)}{\cos(\vartheta-\varrho-\delta-\alpha)} \quad \text{und} \quad E_{a_w} = E_a\cdot\cos(\delta+\alpha).$$

Nach Einführung der Tangens-Funktionen und kurzer Zwischenrechnung erhält man hieraus Gleichung 16 (siehe oben über Abb. 63). Da die Gleichung 16 nach zahlenmäßiger Ausrechnung die Form annimmt: $E_{a_w} = \frac{c(\operatorname{tg}\vartheta-\mu)(G+P)}{d+e\cdot\operatorname{tg}\vartheta}$, so kann man nach probeweiser Einsetzung einiger $\operatorname{tg}\vartheta$-Werte leicht max E_{a_w} finden. Man kann aber auch noch einen Schritt weiter gehen und max E_{a_w} rein rechnerisch wie folgt ableiten. Die Steigung $\operatorname{tg}\vartheta$ der Gleitfläche folgt aus der Bedingung: $E_{a_w} = \max$ oder $E'_{a_w} = 0$, wenn mit dem Strich-Index die erste Ableitung nach $\operatorname{tg}\vartheta$ bezeichnet wird. Man erhält folgende Rechnung:

$$(G'+P')[\operatorname{cotg}(\vartheta-\varrho)+\operatorname{tg}(\delta+\alpha)] - (G+P)\frac{d\operatorname{cotg}(\vartheta-\varrho)}{d\operatorname{tg}\vartheta} = 0.$$

Im einzelnen ist:

$$\operatorname{cotg}(\vartheta-\varrho) = \frac{1+\mu\cdot\operatorname{tg}\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta-\mu}; \quad \frac{d\operatorname{cotg}(\vartheta-\varrho)}{d\operatorname{tg}\vartheta} = \frac{-(1+\mu^2)}{(\operatorname{tg}\vartheta-\mu)^2}.$$

Nach Abb. 64 möge eine bis zum waagerechten Gelände reichende Ersatzwand so ermittelt werden, daß sich das gleiche Rutschkörpergewicht ergibt:

Gewicht des punktiert ausgedeckten Erdkörpers:

$$G_0 = \gamma\frac{h''(b'-b'')}{2} - (\gamma-\gamma_0)\frac{h''(b'-b'')}{2}\left(\frac{h_w}{h''}\right)^2 + p(b'-b''),$$

woraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} &\gamma\frac{b''h''}{2} = \gamma'\frac{b'h''}{2} - G_0 \quad \text{oder} \quad \frac{b''}{b'} = 1 - \frac{2G_0}{\gamma' b' h''} \\ &\text{mit} \qquad \gamma' = \gamma - (\gamma-\gamma_0)\left(\frac{h_w}{h''}\right)^2 + \frac{2p}{h''} \end{aligned}\right\} \quad . \quad (17)$$

Man erhält damit weiter:

$$\left.\begin{aligned} G+P &= \gamma\frac{h''}{2}(h''\cdot\operatorname{cotg}\vartheta-b'') \\ &\quad -(\gamma-\gamma_0)\frac{h''}{2}(h''\cdot\operatorname{cotg}\vartheta-b'')\left(\frac{h_w}{h''}\right)^2 + p(h''\cdot\operatorname{cotg}\vartheta-b'') \\ &= \gamma'\frac{h''}{2}(h''\cdot\operatorname{cotg}\vartheta-b''); \\ G'+P' &= \gamma'\frac{h''}{2}(-h'')\cdot\operatorname{cotg}^2\vartheta. \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Im ganzen findet man unter Fortlassung von $\gamma'\frac{h''}{2}$ und mit $\beta'' = \frac{b''}{h''}$:

$$-\operatorname{cotg}^2\vartheta\left[\frac{1+\mu\cdot\operatorname{tg}\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta-\mu}+\operatorname{tg}(\delta+\alpha)\right] + (\operatorname{cotg}\vartheta-\beta'')\frac{1+\mu^2}{(\operatorname{tg}\vartheta-\mu)^2} = 0$$

oder

$$\operatorname{tg}\vartheta(1-\beta''\cdot\operatorname{tg}\vartheta)(1+\mu^2) = (\operatorname{tg}\vartheta-\mu)[1+\mu\cdot\operatorname{tg}\vartheta+\operatorname{tg}(\delta+\alpha)(\operatorname{tg}\vartheta-\mu)],$$

woraus nach kurzer Rechnung folgt:

$$\operatorname{tg}^2\vartheta - 2\mu\cdot\operatorname{tg}\vartheta\left[\frac{\mu+\operatorname{tg}(\delta+\alpha)}{\mu+\operatorname{tg}(\delta+\alpha)+(1+\mu^2)\beta''}\right] = \mu\frac{1-\mu\cdot\operatorname{tg}(\delta+\alpha)}{\mu+\operatorname{tg}(\delta+\alpha)+(1+\mu^2)\beta''}$$

oder nach Auflösung und mit

$$\mu' = \mu+\operatorname{tg}(\delta+\alpha) \quad \text{und} \quad \mu'' = \mu'+(1+\mu^2)\beta'': \quad . \quad . \quad (19a)$$

$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{1}{\mu''}\left[\mu\mu' + \sqrt{\mu(1+\mu^2)(\mu''-\mu\mu'\beta'')}\right]. \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Dieser Wert von $\operatorname{tg}\vartheta$ für die Gleitflächenneigung ϑ kann in Gl. (16) eingesetzt werden, um die waagerechte Teilkraft E_{a_w} zu erhalten.

[4]) Engesser, Geometrische Erddruck-Theorie. Zeitschr. f. Bauwesen, Berlin 1880, S. 189. — Rendulic, Der Erddruck im Straßenbau und Brückenbau. Berlin 1938, Volk und Reich Verlag.

Für lotrechte Wand und waagerechtes Gelände (Fortfall der Geländeböschung nach Abb. 64) erhält man aus dieser Formel:

$$\operatorname{tg}\vartheta = \mu + \sqrt{(1+\mu^2)\frac{\mu}{\mu + \operatorname{tg}\delta}} \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

Die Verfahren von Culmann und Engesser werden wegen ihrer Übersichtlichkeit vorteilhaft bei verwickelten Belastungsfällen verwendet; sie sind außerdem in jedem Falle anwendbar, unterliegen also keiner Einschränkung[5]). In einfacheren Fällen kommt man jedoch mit dem Verfahren von Rebhann-Poncelet schneller zum Ziel. Allerdings sind bei diesem Verfahren gewisse Bedingungen zu beachten, wenn man keine Enttäuschungen erleben will. Ein großer Vorteil ist aber, daß man unmittelbar, also ohne probeweises Annehmen mehrerer Gleitflächen, die Lage der ungünstigsten Gleitfläche erhält und auch die Größe des Erddruckes sehr leicht findet. Dies wird bekanntlich durch den Rebhannschen Satz erreicht, der eine rechnerisch scharfe Bedingung für die Lage der Gleitfläche darstellt. Er lautet [in der allgemeinen Fassung nach Müller-Breslau[2])]:

$$G - G' = \frac{1}{2}\gamma' f y \quad \text{mit} \quad \gamma' = \gamma + \frac{2p}{h''} \quad \ldots \quad (21)$$

(Bezeichnung nach Abb. 65 und 66),

in Worten: Die Gleitfläche ist so zu wählen oder zu ermitteln, daß das Gewicht G des Gleitkörpers (einschl. der sich auf ihm befindlichen lotrechten Belastungen, bei unterschiedlicher Erddruckrichtung vermindert bzw. vermehrt um die Kraft G') ebenso groß ist wie der mit γ' vervielfachte Raum eines Erdkörpers, der von der Gleitfläche, der Reibungsfläche und der e-Fläche (gleichlaufend zur Stellungslinie durch den Geländepunkt der Gleitfläche) begrenzt wird (in Abb. 65 ist dieser Erdkörper punktiert gezeichnet), p bedeutet die Auflastspannung im Geländepunkt der Gleitfläche. — Nach Ermittlung der Gleitfläche gilt für die waagerechte Teilkraft des gesamten Erddruckes:

$$\overline{E}_a = \frac{1}{2}\gamma' \cdot f^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Hierbei ist der Einfluß eines waagerechten Wasserspiegels zunächst noch nicht berücksichtigt.

Bei gerader Wand- und Geländelinie (ohne oder mit gleichmäßiger Belastung) wird die vorstehende Rebhannsche Gleitflächenbedingung durch das zeichnerische Vorgehen von Poncelet erfüllt (Abb. 65a). Aus praktischen Erwägungen heraus (Erhöhung der Genauigkeit, Benutzung der durch Versuche unmittelbar gegebenen Reibungsbeiwerte $\mu = \operatorname{tg}\varrho$ und $m = \operatorname{tg}\delta$ anstatt der entsprechenden Winkel) schlage ich vor, diese bekannte „Kreisbogenkonstruktion" abzuändern nach Abb. 65b: Vom Geländepunkt B der Wand ausgehend, zieht man eine Winkelrechte zur Erddruckrichtung, trägt auf dieser Linie von B aus in beliebigem Maßstab die Strecke 1,0 ab und in dem so erhaltenen Endpunkt winkelrecht dazu die Strecke μ (im gleichen Maßstab). Auf diese Weise hat man — wie unschwer zu erkennen ist — die Neigung der Stellungslinie erhalten. Durch Antragen des Reibungsbeiwertes μ findet man in der gleichen Weise die Neigung der „Reibungslinie". Die Strecke $y = \sqrt{c \cdot d}$ wird mit Hilfe eines Rechenschiebers schneller und genauer erhalten als durch die bekannten Kreisbogen. Halbiert man dann noch die Strecke e'', so ist auch dies genauer (besonders für die Strecke f, die doch nach Gl. (22) die Größe des Erddruckes bestimmt), als wenn man die Gleitfläche mit Hilfe der e-Strecke (gleichlaufend zur Stellungslinie) festlegt (weil die e-Linie das Gelände meist unter einem spitzen Winkel schneidet).

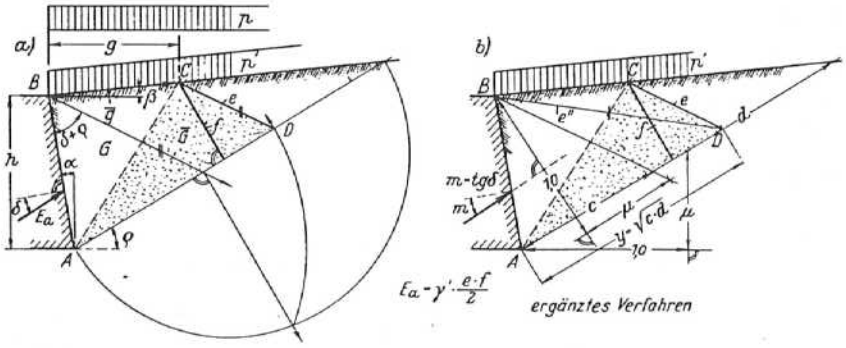


Abb. 65. Erddruck-Berechnung nach Rebhann-Poncelet.

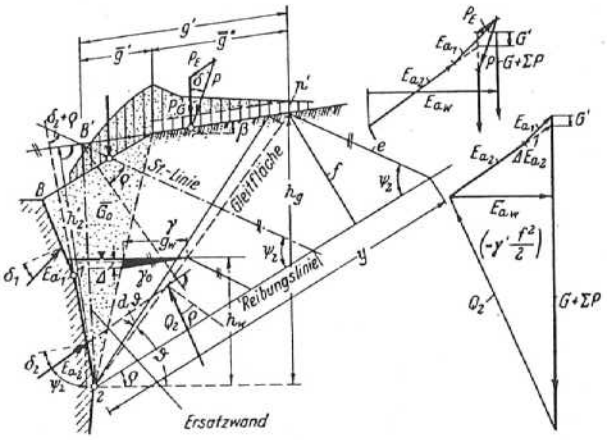


Abb. 66. Zur Verallgemeinerung des Rebhannschen Satzes.

Mit Hilfe der Konstruktion von Rebhann-Poncelet läßt sich eine Formel für den Erddruck E_a ableiten, wie Weyrauch gezeigt hat[6]). Der Verfasser hat diese Formel unter Einführung der Tangens-Werte umgeformt[7]) und dadurch die folgende Formel erhalten (mit $a = \operatorname{tg}\alpha$, $b = \operatorname{tg}\beta$, $m = \operatorname{tg}\delta$, $\mu = \operatorname{tg}\varrho$ nach Abb. 66):

$$\frac{1 + a\mu}{\sqrt{\lambda_a}} = \sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{(\mu - b)(\mu + m)\frac{1 + a^2}{(1 - ma)(1 + ab)}} \quad (23)$$

Für gleichbleibende Wandneigung α stellt diese Formel eine Gerade dar, wenn $1/\sqrt{\lambda_a}$ als Funktion der Veränderlichen $\sqrt{1+m/\mu}/\sqrt{1-\mu a \cdot m/\mu}$ betrachtet wird. Es ist daher leicht eine nomographische Darstellung für bestimmte Winkel α und β möglich, wenn die Skalen für λ_a und m/μ entsprechend eingeteilt werden. Als Beispiel liefert Abb. 67 für den häufigsten Sonderfall einer lotrechten Stützwand ($a = 0$) den Verhältniswert λ_a des Erddruckes in Abhängigkeit vom Reibungsbeiwert μ, von der Erddruckneigung $m = \operatorname{tg}\delta$ und von der Geländeneigung $b = \operatorname{tg}\beta$:

$$1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{(\mu - b)(\mu + m)} \quad \ldots \quad (24)$$

Die Handhabung der Fluchtlinientafel nach Abb. 67 mit Hilfe einer Ablesegeraden ist einfach: auf der linken Skala sucht man den Wert m/μ, wie er durch die Aufgabe gegeben ist (z. B. für das gestrichelt eingetragene Zahlenbeispiel mit $b = 0$, $m = \frac{3}{4}\mu$, $\mu = 0{,}60$, also $m/\mu = 0{,}75$); in der Mitte der Tafel erhält man den Fluchtpunkt im Schnittpunkt der in Frage kommenden Linien für $b\,(= 0)$ und $\mu\,(= 0{,}6)$. Durch die so festgelegten beiden Punkte auf der m/μ-Skala und in der Mitte legt man eine (auf durchsichtigem Papier gezeichnete) Gerade (in Abb. 67 gestrichelt eingetragen), die auf der rechten Skala den gewünschten λ_a-Wert anzeigt (für das Zahlenbeispiel: $\lambda_a = 0{,}26$). Mit Rücksicht auf die Streuung der erdstofflichen Werte m, μ und γ genügt es im allgemeinen, λ_a auf 2 Stellen genau abzulesen.

[5]) Die von Schroeter in Bautechn. 18 (1940), Heft 44/45, S. 506, Abb. 2, u. S. 508 ausgesprochene Verdächtigung der Culmannschen E-Linie ist ganz unbegründet. Auch Mund wendet die Culmann-Linie in seiner Broschüre „Der Rebhannsche Satz" unrichtig an, indem er bei Gelände-Einzellasten die richtige Reihenfolge der Kräfte im Krafteck nicht beachtet. Vgl. den Schlußabschnitt dieser Aufsatzreihe.

[6]) Weyrauch, Zur Theorie des Erddruckes. Zeitschr. f. Baukunde 1878, S. 193.

[7]) Bautechn. 16 (1938), Heft 19, S. 242.

In manchen Fällen ist auch eine rechnerische Ermittlung der Gleitflächenlage erwünscht. Bezeichnet man mit G das Gewicht des Gleitkeils und mit $\overline{G}$ das Gewicht des Erdkörpers ACD, so ergibt sich:

$$G = \gamma \frac{\overline{g}\,l}{2} \cdot \cos(\beta - \alpha) = \gamma \frac{\overline{g}}{2} \cdot \frac{h}{\cos\alpha} (\cos\beta \cdot \cos\alpha + \sin\beta \cdot \sin\alpha) =$$

$$= \gamma \frac{gh}{2} (1 + ab) \quad \text{und} \quad \overline{G} = \gamma \frac{ey}{2} \cdot \cos(\alpha + \delta).$$

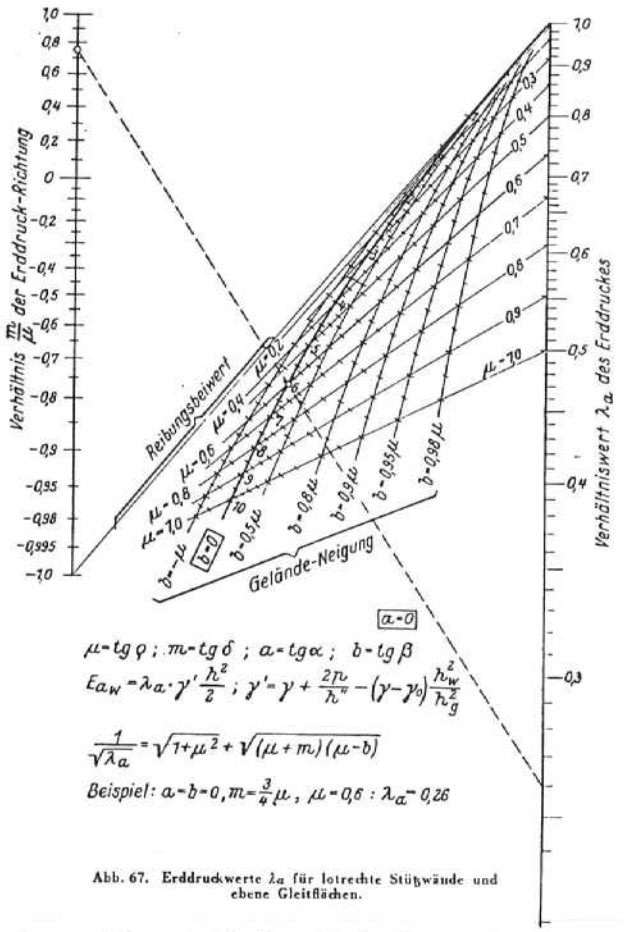


Abb. 67. Erddruckwerte λ_a für lotrechte Stützwände und ebene Gleitflächen.

Setzt man für e und y die sich ergebenden Werte ein [vgl. Bautechnik 16 (1938), S. 241 u. 242], so erhält man nach einiger Zwischenrechnung die Formel für das gesuchte Verhältnis h/g:

$$(1 + a\mu)\frac{h}{g} = \mu - b + \sqrt{(1 + \mu^2)\frac{\mu - b}{\mu + m}(1 - am)\frac{1 + ab}{1 + a^2}} \quad . \quad (25)$$

Für $\operatorname{tg}\vartheta$ liest man aus Abb. 65a ab:

$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{h + g \cdot \operatorname{tg}\beta}{g - h \cdot \operatorname{tg}\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\beta + h/g}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot h/g} \quad . \; . \; . \; . \quad (25a)$$

Für den Sonderfall einer lotrechten Wand ($\operatorname{tg}\alpha = a = 0$) gilt hiernach:

$$\frac{h}{g} - b = \operatorname{tg}\vartheta = \mu + \sqrt{(1 + \mu^2)\frac{\mu - b}{\mu + m}} \quad . \; . \; . \quad (26)$$

Diese Formel stimmt für den Rankineschen Sonderfall ($b = m$) mit der in meinem früheren Aufsatz gegebenen Formel (27) [Bautechnik 16 (1938), S. 157] überein:

$$\operatorname{tg}\vartheta = \mu + \sqrt{(1 + \mu^2)\frac{\mu - m}{\mu + m}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (27)$$

Für $\operatorname{tg}\beta = b = 0$ wird Gl. (20) erhalten, wie es sein muß. Die Gl. (26) für $\operatorname{tg}\vartheta$ läßt sich ebenfalls leicht als Leitertafel darstellen: Abb. 68, so daß man für eine lotrechte Wand $\operatorname{tg}\vartheta$ in ähnlicher Weise wie λ_a in Abb. 67 unmittelbar ablesen kann.

Eine wichtige Voraussetzung des Rehhannschen Satzes und damit auch des Poncelet-Verfahrens ist die Stetigkeit des Gleitkeilgewichtes in unmittelbarer Nähe der Gleitfläche, weil die Lage der Gleitfläche ja mit Hilfe der Bedingung $\frac{dE}{d\vartheta} \doteq 0$ abgeleitet wurde. Das Gelände einschl. der Belastung darf deshalb im

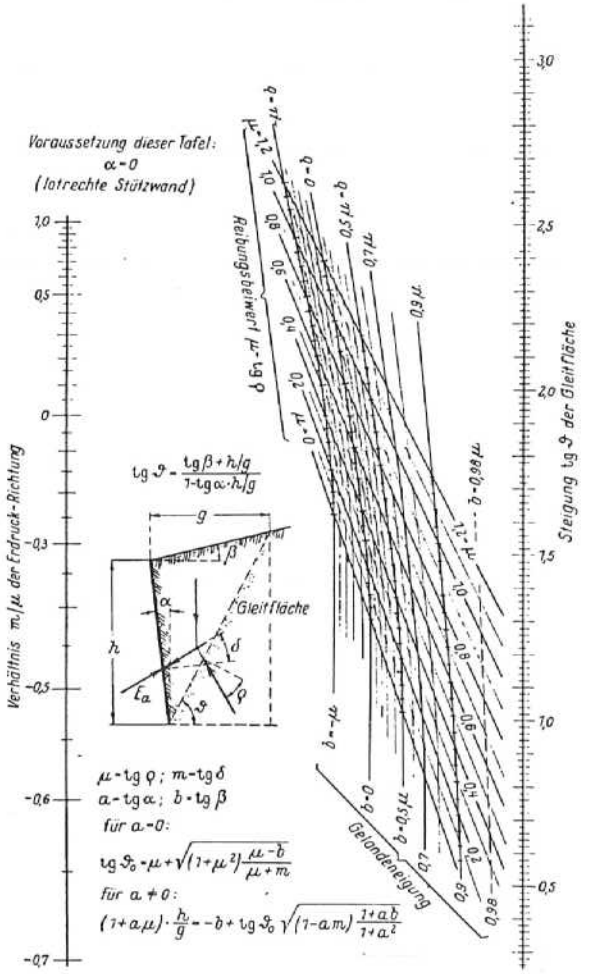


Abb. 68. Gleitflächen-Tafel für senkrechte Stützwände.

Geländepunkt der Gleitlinie wohl einen Knickpunkt, aber keinen Sprung aufweisen. Außerdem ist für den Fall, daß erdwärts der gefundenen Gleitfläche noch stärker anwachsende Belastungen vorhanden sind, nachzuprüfen, ob durch diese Belastungen etwa noch ein größerer unterer Grenzwert des Erddruckes zur Sicherung des Gleichgewichtes notwendig wird als der nach Rehhann-Poncelet gefundene. Schon Müller-Breslau hat darauf hingewiesen, daß letzteres durchaus möglich ist.

Auf dem Gleitkeil darf nach Vorstehendem die Belastung beliebig unstetig sein, solange nur im Gleitflächenpunkt selbst keine Lastsprünge vorhanden sind. Aus diesem Grunde ist das Verfahren nach Rehhann-Poncelet bekanntlich keineswegs auf den einfachen Fall nach Abb. 65 beschränkt, sondern im Rahmen der erwähnten Stetigkeitsbedingung allgemein für beliebigen Geländeverlauf anwendbar. Schon Müller-Breslau hat gezeigt, daß es auch für eine gebrochene Wandfläche und für beliebigen Geländeverlauf gültig bleibt, wenn der Gleitkörperquerschnitt so umgeformt wird, daß der richtige Ausgangspunkt für die Konstruktion von Rehhann-Poncelet gefunden wird. Man braucht nur im voraussichtlichen Geländepunkt der Gleitfläche eine Tangente zu ziehen und eine Ersatzwand dann so zu ermitteln, daß der eingeschlossene neue Erdgleitkörper die Bedingung (21) erfüllt. Wird mit p' die auf das geneigte Gelände

bezogene Auflast im Geländepunkt der Gleitfläche bezeichnet, mit h'_2 die Länge der Winkelrechten vom unteren Wandpunkt auf die Geländetangente und mit G_0 das in Abb. 66 punktierte Erdgewicht einschl. Auflast, so gilt nach Müller-Breslau im Hinblick auf (21) für gleichmäßig verteilte Auflast:

$$\frac{1}{2}(\bar{g}' + \bar{\bar{g}}')\, h_2' \cdot \gamma' = G_0 - G' + \frac{1}{2} \cdot \gamma' \bar{\bar{g}}'\, h_2',$$

woraus für die Lage der Ersatzwand folgt:

$$\bar{g}' = \frac{G_0 - G'}{\gamma'\, h_2'/2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

Die Erweiterung des Rebhannschen Satzes kann jedoch leicht noch weiter ausgedehnt werden, indem nach Abb. 66 noch der Einfluß eines waagerechten Wasserspiegels oder der Einfluß von Schrägbelastungen hinzugenommen wird. Bei vorhandenem waagerechten Wasserspiegel erhält man nach Abb. 66 als Änderung des Eigengewichtes (einschl. Auflast) mit s als Länge der Gleitlinie:

$$dG = -\gamma \cdot \frac{s^2}{2} \cdot d\vartheta - p' \cdot \frac{s\, d\vartheta}{\sin(\vartheta - \beta)} - (\gamma - \gamma_0) \cdot \frac{s^2}{2} \cdot d\vartheta \cdot \left(\frac{h_w}{h_g}\right)^2$$

oder mit $\sin(\vartheta + \beta) = \frac{h_2'}{s'} \cdot \cos\beta = \frac{h_2'}{h_2''}$ und $p = \frac{p'}{\cos\beta} = p' \cdot \frac{h_2'}{h_2''}$:

$$dG = -\left[\gamma + \frac{2p}{h_2''} - (\gamma - \gamma_0)\left(\frac{h_w}{h_g}\right)^2 \cdot \frac{s^2}{2} \cdot d\vartheta\right. = -\gamma' \cdot \frac{s^2}{2} \cdot d\vartheta\,,$$

wenn γ das Raumgewicht über Wasser und γ_0 das Raumgewicht unter Wasser bedeuten. Der Vergleich mit der Ableitung des Rebhannschen Satzes [vgl. z.B. neben [2]) auch Bautechn. 16 (1938), Heft 52, S. 715] zeigt, daß sich nach Einführung von

$$\gamma' = \gamma + \frac{2p}{h_2''} - (\gamma - \gamma_0)\left(\frac{h_w}{h_g}\right)^2 \quad \ldots\ldots \quad (29)$$

am Ergebnis (21) u. (22) nichts ändert, daß also der Einfluß des Grundwassers nur in einer Änderung des γ'-Wertes besteht. Allerdings haben wir bei dieser Betrachtung stillschweigend vorausgesetzt, daß γ' bekannt ist, d. h. daß das Verhältnis h_w/h_g konstant ist, was nur zutrifft, wenn die Gleitfläche oben in waagerechtem Gelände ausmündet. Für geneigtes Gelände muß h_w/h_g zunächst für eine geschätzte Gleitflächenlage angesetzt werden; nach Durchführung der Rechnung kann dann der genauere Wert ermittelt werden.

Etwa vorhandene Schrägbelastung (P' in Abb. 66) kann ebenfalls leicht mit einbezogen werden. Wie die obere Nebenfigur in Abb. 66 erkennen läßt, ändert sich dadurch G' bzw. G um die Teilkraft P_G von P', wenn P' in die zum Erddruck E_{a2} parallele Teilkraft P_E und in die übrigbleibende lotrechte Teilkraft P_G zerlegt gedacht wird. Die Rebhann-Bedingung (21) wird deshalb nur durch P_G beeinflußt, nicht aber durch P_E[8]). Der Erddruck E_{a2} dagegen wird um P_E unmittelbar vergrößert und mittelbar in bekannter Weise durch P_G. Bei mehreren lotrechten Einzellasten P und Schräglasten P' gilt damit an Stelle von (21):

$$G + \Sigma P - G' + \Sigma P_G = \frac{1}{2} \cdot \gamma' f y \quad \ldots\ldots \quad (21a)$$

und an Stelle von (22):

$$E_{a_w} = \frac{1}{2}\gamma' \cdot f^2 + \Sigma P' \cdot \sin\delta'. \quad \ldots \quad (22a)$$

Schließlich können wir für Abb. 66 auch noch die Lage der Ersatzwand bestimmen. Bezeichnen wir mit ΣP alle lotrechten Auflasten einschließlich der streckenweise verteilten lotrechten Auflast, soweit diese über p' bis zum Geländeknickpunkt hinausgeht (in Abb. 66 punktiert ausgedeckt), so muß gelten:

$$\frac{1}{2}(\bar{g}' + \bar{\bar{g}}')\, h'_2 \cdot \gamma' = G_0 - G' + \Sigma P + \Sigma P_G + \gamma' \cdot \frac{\bar{\bar{g}}'\, h_2'}{2} + (\gamma - \gamma_0)\frac{g_w \cdot \Delta}{2},$$

woraus folgt:

$$\bar{g}' \cdot \gamma'\, h_2'/2 = G_0 - G' + \Sigma P + \Sigma P_G + (\gamma' - \gamma_0)\, g_w \cdot \Delta/2. \quad (28a)$$

Hierbei ist G' so zu ermitteln, als ob Schrägkräfte P_E nicht vorhanden wären. Das kleine, in Abb. 66 voll ausgedeckte Dreieck $g_w \cdot \Delta/2$ entsteht durch den Gelände-Neigungswinkel β bzw. durch den Neigungsunterschied zwischen Gelände und Wasserspiegel; es fällt bei waagerechtem oberen Gelände fort[9]).

Das Verfahren (welches auf den Rebhannschen Satz führte), mit Hilfe einer kleinen Änderung der Gleitflächenneigung eine Bedingung für die Lage der Gleitfläche abzuleiten, kann noch weiter ausgebaut werden. Als ein Beispiel nach dieser Richtung hin sei der Fall geschichteten Erdreiches nach Abb. 69 hier behandelt. Es ist besonders die Ermittlung des unteren Erddruckes E_{a2} zu zeigen, da der obere Erddruck E_{a1} nach den bisherigen Verfahren ohne weiteres berechnet werden kann. In Abb. 69a ist die Neigung der Gleitfläche in der unteren Erdschicht mit ϑ_2 bezeichnet, und es ist eine geringe Änderung der Gleitflächenneigung um $d\vartheta$ angenommen. In der oberen Erdschicht hat der Winkel ϑ_1 der Gleitfläche annähernd einen konstanten Wert. Sofern die Dicke h_2 der unteren Erdschicht genügend groß ist, darf der erdseitige Druck E_1 auf die lotrechte Fläche von der Höhe h_1 etwa gleichlaufend zur Geländelinie angenommen werden, und ϑ_1 für den oberen Bereich kann entsprechend ermittelt werden. Ist dagegen h_2 im Vergleich zur gesamten Wandhöhe nur gering, so muß der allmähliche Übergang in die

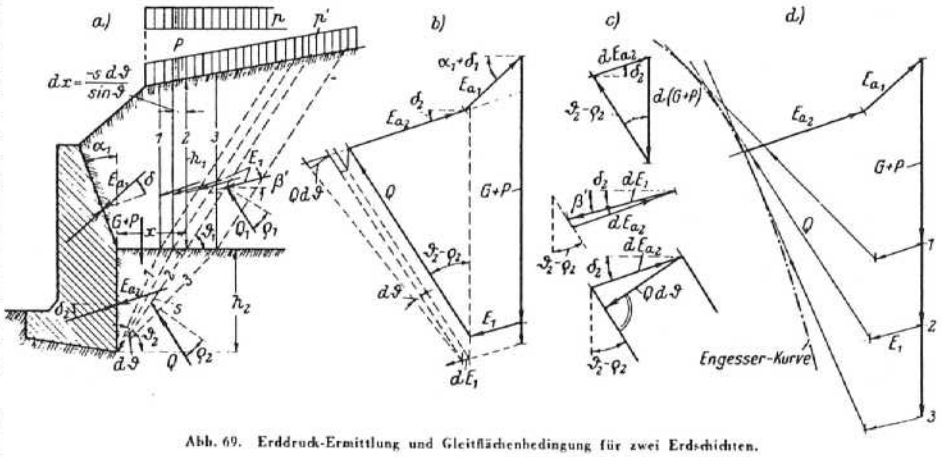


Abb. 69. Erddruck-Ermittlung und Gleitflächenbedingung für zwei Erdschichten.

zu E_{a1} gehörende Richtung des Erddruckes für eine lotrechte Fläche berücksichtigt werden. Jedenfalls dürfen wir annehmen, daß der obere aktive Seitendruck E_1 als Funktion der Strecke x gegeben ist. — Mit einer Änderung der Gleitflächenneigung ϑ ändern sich auch die Kräfte $(G + P)$ und E_1, und es ändert sich die Richtung der Gleitflächenkraft Q (Abb. 69b), wodurch sich wiederum Änderungen des unteren Erddruckes E_{a2} ergeben. Diese Änderungen sind in Abb. 69b angedeutet und in Abb. 69c einzeln vorgeführt, und man kann mit Hilfe des Sinussatzes aus den kleinen Kraftecken ablesen:

$$dE_{a_2} = d(G + P) \cdot \frac{\sin(\vartheta_2 - \varrho_2)}{\cos(\vartheta_2 - \varrho_2 - \delta_2)} + dE_1 \cdot \frac{\cos(\vartheta_2 - \varrho_2 - \beta)}{\cos(\vartheta_2 - \varrho_2 - \delta_2)} + Q\, d\vartheta \frac{1{,}0}{\cos(\vartheta_2 - \varrho_2 - \delta_2)}.$$

Man findet im einzelnen:

$$d(G + P) = -\frac{s^2}{2} \cdot d\vartheta \cdot \gamma_2 - \frac{s\, d\vartheta}{\sin\vartheta} \cdot h_1\, \gamma_1;$$

$$dE_1 = -\lambda_1 \gamma_1 \cdot \frac{s\, d\vartheta}{\sin\vartheta} \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot h_1 - \lambda_1 p \cdot \frac{s\, d\vartheta}{\sin\vartheta} \cdot \operatorname{tg}\beta$$

[8]) Für den Sonderfall lotrechter Wand und waagerechten Erddruckes hat Schroeter, Berlin, bereits darauf hingewiesen, daß der Erddruck durch eine Schräglast P' um $P' \sin\vartheta'$ vermehrt wird [Bautechn. 18 (1940), Heft 22/23, S. 264]. Seine Feststellung, „daß die Schräglage der Kraft P auf den Verlauf der Gleitlinie keinen Einfluß hat", stimmt nach vorstehendem allerdings nur für waagerechten Erddruck. Für geneigten Erddruck ist P_E nach Abb. 66 ohne Einfluß auf die Neigung der Gleitlinie.

[9]) Die Gl. (28a) habe ich bereits in der „Hütte", 27. Aufl., Bd. III, S. 908 angegeben. Leider haben sich dort zwei Fehler eingeschlichen [γ statt γ', $-(\gamma - \gamma_0)$ statt $+(\gamma - \gamma_0)$].

und nach Einsetzung dieser Werte:

$$\frac{dE_{a_2}}{d\vartheta}\cdot\cos(\vartheta_2-\varrho_2-\delta_2) = -s\left(\frac{1}{2}s\gamma_2+\frac{h_1}{\sin\vartheta_2}\gamma_1\right)\sin(\vartheta_2-\varrho_2) - \lambda_1\frac{s\cdot\operatorname{tg}\beta}{\sin\vartheta_2}(\gamma_1 h_1+p)\cdot\cos(\vartheta_2-\varrho_2-\beta)+Q.$$

Beachtet man die Beziehung: $\frac{dE_a}{d\vartheta}=\frac{dE_a}{d\operatorname{tg}\vartheta}\cdot\frac{d\operatorname{tg}\vartheta}{d\vartheta}$ und führt

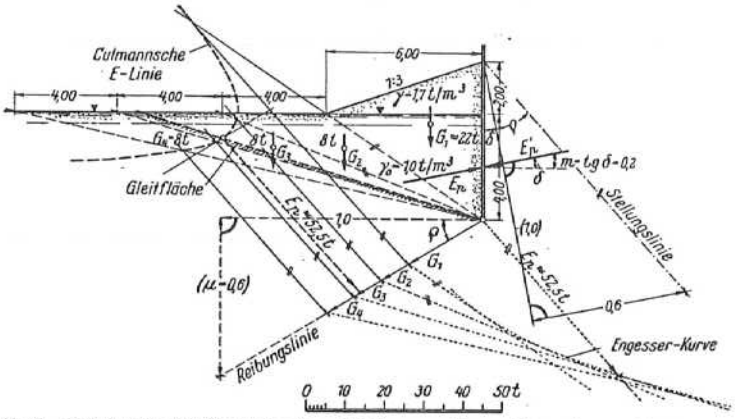


Abb. 70. Ermittlung des Erdwiderstandes E_p nach Culmann und dem ergänzten Engesser-Verfahren.

weitgehend die Tangensfunktionen ein, so findet man nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dE_{a_2}\cdot\cos\delta_2}{d\operatorname{tg}\vartheta}&\left[1+\operatorname{tg}\delta_2\cdot\operatorname{tg}(\vartheta_2-\varrho_2)\right]=\\ &=-h_2\cdot\operatorname{cotg}^2\vartheta_2\left[\left(\frac{1}{2}\gamma_2 h_2+\gamma_1 h_1\right)\operatorname{tg}(\vartheta_2-\varrho_2)+\right.\\ &+\lambda_1\cdot\sin\beta(\gamma_1 h_1+p)\left(1+\operatorname{tg}(\vartheta_2-\varrho_2)\right)\Big]+\\ &+\frac{1+\operatorname{tg}^2(\vartheta_2-\varrho_2)}{1+\operatorname{tg}^2\vartheta_2}Q_l\end{aligned}\right\}\quad(30)$$

mit Q_l als lotrechte Teilkraft von Q. Für die Gleitfläche gilt die Bedingung $d\,E_{a_2}/d\operatorname{tg}\vartheta=0$, und man findet hierfür leicht:

$$\left.\begin{aligned}&\left\{(\gamma_1 h_1+\gamma_2 h_2/2)\cdot\operatorname{tg}(\vartheta_2-\varrho_2)+\right.\\ &\quad+\lambda_1\cdot\sin\beta(\gamma_1 h_1+p)\left[1+\operatorname{tg}(\vartheta_2-\varrho_2)\right]\Big\}\cdot\\ &\quad\cdot(\operatorname{tg}^2\vartheta_2+\operatorname{cotg}^2\vartheta_2)=\left[1+\operatorname{tg}^2(\vartheta_2-\varrho_2)\right]Q_l/h_2.\end{aligned}\right\}\quad(31)$$

Hierin kann noch gesetzt werden:

$$\operatorname{tg}(\vartheta_2-\varrho_2)=(\operatorname{tg}\vartheta_2-\mu_2)/(1+\mu_2\cdot\operatorname{tg}\vartheta_2).$$

Bei der Durchrechnung eines Zahlenbeispieles nach Abb. 69a wird man wenigstens zwei unterschiedliche Gleitflächen annehmen und für jede dieser Gleitflächen das Krafteck auftragen müssen. Dabei kann jeweils die Erfüllung der Bedingung (31) nachgeprüft und die ungünstigste (wirkliche) Gleitfläche durch Zwischenschalten gefunden werden. Für diese wirkliche Gleitfläche ist dann noch ein drittes Krafteck zu zeichnen. — Oft mag es einfacher sein (besonders, wenn die Lage der Gleitfläche nicht unbedingt genau bekannt zu sein braucht), die Kraftecke für 3 oder 4 verschiedene Gleitflächen wie beim Engesser-Verfahren ineinander zu zeichnen und die Q-Strahlen durch eine außenliegende Berührungskurve auszurunden (Abb. 69d). Diese Kurve schneidet dann im Schnitt mit der E_{a2}-Richtung die Größe von E_{a2} ab.

Für die Berechnung des Erdwiderstandes mit Hilfe ebener Gleitflächen können die vorstehend beschriebenen Verfahren nach entsprechender Umformung ebenfalls benutzt werden. Des beschränkten Raumes wegen sei hier nur kurz darauf eingegangen. So zeigt Abb. 70 die Erdwiderstands-Ermittlung analog zu Abb. 63, und Abb. 71 zeigt wieder für einen allgemeinen Fall das Arbeiten mit einer Ersatzwand und die Anwendung des ergänzten Verfahrens von Rebhann-Poncelet. Die Formel (28a) für die Lage der Ersatzwand gilt auch hier, nur daß jetzt $G'=0$ ist. Die Formeln (23) und (24) für λ_a gelten auch für den Faktor λ_p des Erdwiderstandes

$$E_{pw}=\lambda_p\cdot\gamma'\frac{h^2}{2},$$

wenn μ durch $(-\mu)$ ersetzt wird (weil die Reibung in der Gleitfläche jetzt entgegenwirkt[10]) und die zweite Wurzel mit negativem Vorzeichen genommen wird.

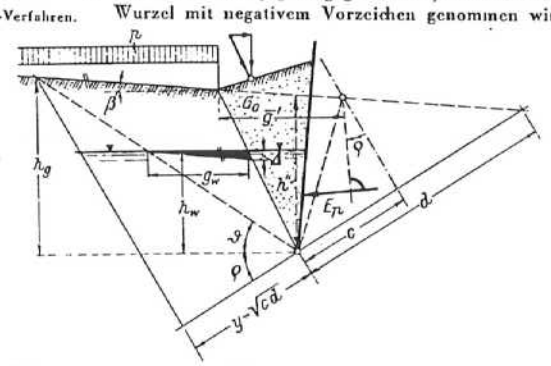


Abb. 71. Ermittlung von E_p nach dem Verfahren von Rebhann-Poncelet.

Ebenso gelten auch die Formeln (25) bis (27) für den Erdwiderstand, wenn an Stelle von μ der Wert $(-\mu)$ eingesetzt wird.

(Fortsetzung folgt.)

[10]) Wir bleiben damit in Übereinstimmung mit den Bezeichnungen von Krey, lassen also die früher in Bautechn. 16 (1938), Heft 19, S. 241, für E_p festgelegten Vorzeichen für δ, α und β wieder fallen. Dies hat den Vorteil, daß die genannten Winkel für E_a und E_p das gleiche Vorzeichen besitzen.

Zur Erddruck-Lehre.

Von Johann Ohde, Berlin.

(Fortsetzung aus Heft 8/1952.)

Bislang haben wir hauptsächlich nur die Größe des Erddruckes für ebene Gleitflächen ermittelt, doch ist auch die Kenntnis der Verteilung der Erdpressungen längs der Wand für die Standsicherheits-Berechnung wichtig. Die Erddruckverteilung längs der Wand ist nur im Sonderfalle gerader Wand- und Geländelinie ohne oder mit gleichmäßig verteilter Auflast (Abb. 65) ohne weiteres bekannt: Dreieck aus Eigengewicht, Rechteck aus gleichmäßiger Auflast. Für jeden allgemeineren Fall sind jedoch besondere Ermittlungen erforderlich, wobei — wie eingangs dieses Abschnittes V bereits bemerkt wurde — von der Beziehung: Erdpressungen $\sigma = \mathrm{d}\,E_a/\mathrm{d}\,z$ auszugehen ist. Da wir den Erddruck zur Vereinfachung der Berechnung in seine lotrechte und waagerechte Teilkraft (E_{al} und E_{aw}) zerlegt denken und beide Teilkräfte auf die lotrecht gemessene Wandhöhe beziehen, so müssen wir entsprechend für die waagerechten Teilpressungen anschreiben:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_w &= \mathrm{d}\,E_{aw}/\mathrm{d}\,z \\ \text{und für die lotrechten Teilpressungen:} \quad \sigma_l &= \sigma_w \cdot \mathrm{tg}\,(\delta + \alpha) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Die Verteilung des Erddruckes aus Eigengewicht läßt sich meistens schon ohne Zuhilfenahme von (32) ermitteln. Als Beispiel zeigt Abb. 72 die Ermittlung der Erddruckverteilung für die Aufgabe nach Abb. 63. Im oberen Bereich muß der Erddruck aus der steilen Böschung dreieckförmig verteilt sein bis zum Punkte a hinab, der durch die (nach Gl. (26) leicht zu berechnende) Gleitflächenneigung durch den Geländeknickpunkt festgelegt ist. Unterhalb a muß der Verhältniswert λ_a des Erddruckes allmählich kleiner werden, was nur möglich ist, wenn die Pressungen unterhalb a kleiner ausfallen als nach der Dreiecklinie, wenn also diese Pressungen kurvenförmig verteilt sind. Allerdings kommt im vorliegenden Falle der Einfluß der Verkehrsbelastung hinzu, der aber nur gering ist. Es kann deshalb die Verkehrsbelastung genügend genau in Erdauflast umgerechnet werden, wodurch der Punkt a etwas tiefer rückt, mindestens bis etwa a'. — Durch den Wasserspiegel erhält die Verteilungslinie des Erddruckes einen Knick, weil die Auflastpressungen oberhalb des Wasserspiegels etwa mit γ, unterhalb des Wasserspiegels dagegen infolge des Wasserauftriebes nur etwa mit γ_0 verhältnisgleich zunehmen. In der Höhe des Wasserspiegels müssen sich also die Tangenten-Steigungen der Pressungslinie etwa wie $\gamma : \gamma_0$ verhalten. Wenn wir außerdem noch beachten, daß sich die Pressungen nach unten hin asymptotisch der (punktiert eingetragenen) Pressungslinie für waagerechtes Gelände (10 m statt 7 m Wandhöhe) nähern müssen, so haben wir genügend Anhaltspunkte, um die Erddruck-Verteilungslinie aufzeichnen zu können. Wir brauchen nur unterhalb a' eine Kurve (zunächst nach Gutdünken) einzuzeichnen, dann den Flächeninhalt der Erddruckfigur oberhalb des Wasserspiegels vom gesamten (waagerechten) Erddruck E_{aw} abzuziehen, die erhaltene Restkraft unterhalb des Wasserspiegels gleichmäßig zu verteilen und schließlich die Verteilungslinie unterhalb des Wasserspiegels so einzuzeichnen, daß der untere Rechteck-Flächeninhalt ausgeglichen wird und die Verteilungslinie sich der punktierten Asymptote allmählich nähert. Dabei ist außerdem zu beachten, daß die Steigungen der Tangenten im Knickpunkt, also in Höhe des Wasserspiegels, sich etwa wie $\gamma : \gamma_0$ verhalten. Auf diese Weise ist die Verteilungslinie des Erddruckes eindeutig zu ermitteln, und der Erddruck greift dann im Schwerpunkt der Verteilungsfläche an.

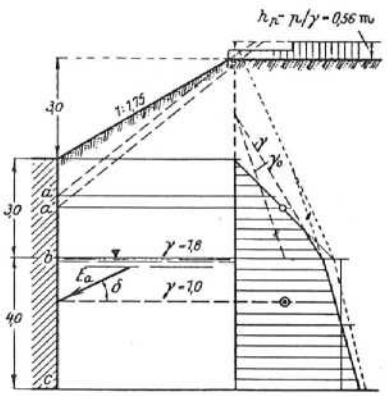


Abb. 72. Zur Ermittlung der Erddruckverteilung für die Aufgabe nach Abb. 63.

Sobald die Gelände-Auflasten stärker hervortreten, ist die vorstehend gezeigte Ermittlung der Erddruck-Verteilungslinie nicht mehr möglich. Es empfiehlt sich dann eine getrennte Berechnung der Erddruckanteile aus Eigengewicht und Auflast. Wir müssen des-

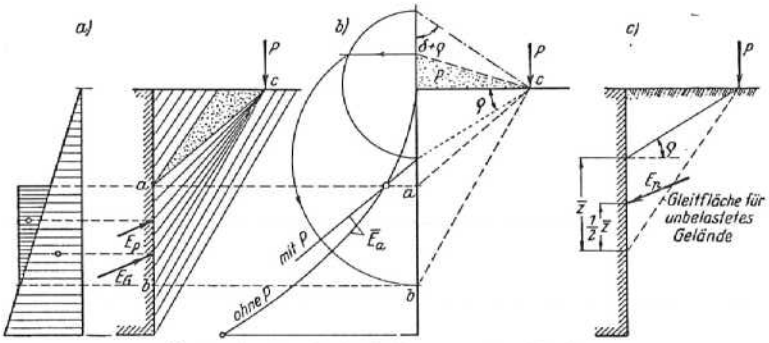


Abb. 73. Angriffspunkt des Erddruckes aus einer Einzellast.

halb noch die Einflüsse begrenzter Auflasten gesondert betrachten.

Als erster hat Müller-Breslau die Verteilung des Erddruckes aus einer hohen Streckenlast ermittelt (S. 90 seines Buches). Krey hat dann diesen Weg (unter Berücksichtigung von (32)) weiter verfolgt, indem er die Verteilung des Erddruckes aus einer Einzellast berechnete (Abb. 66 seines Buches). Das grundsätzliche Ergebnis seiner Berechnung zeigt etwa Abb. 73a. Im Hinblick

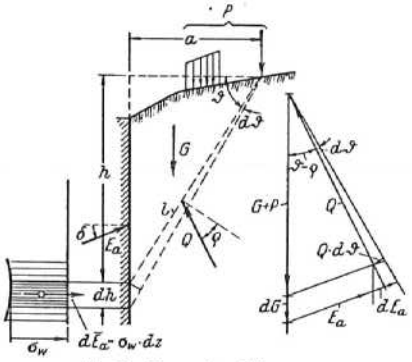


Abb. 74. Waagerechte Teilspannung σ_w des Erddruckes in beliebiger Tiefe.

auf die Stetigkeits-Voraussetzung des Rehhannschen Satzes erkennt man, daß die Poncelet-Konstruktion für die Wandstrecke a—b nicht angewendet werden darf. Längs dieser Strecke ist der Erddruck unmittelbar nach Coulomb zu ermitteln. Mit den Bezeichnungen nach Abb. 74 gilt z. B. für lotrechte Wände folgende Ableitung:

$$E_a = (G+P)\,\frac{\sin(\vartheta-\varrho)}{\cos(\vartheta-\varrho-\delta)}\,;\quad Q = (G+P)\,\frac{\cos\delta}{\cos(\vartheta-\varrho-\delta)}\,;$$

$$\mathrm{d}E_a = \sigma\cdot\mathrm{d}z = \mathrm{d}G\cdot\frac{E}{G+P} + \frac{Q\,\mathrm{d}\vartheta}{\cos(\vartheta-\varrho-\delta)}$$

oder mit $\mathrm{d}\vartheta = \dfrac{\mathrm{d}z\cos\vartheta}{l} = \dfrac{\mathrm{d}z}{a}\cdot\cos^2\vartheta$, $G = \gamma\,\dfrac{a\,\mathrm{d}z}{2}$

und nach Einsetzen von E_a und Q sowie mit $\sigma_w = \sigma\cdot\cos\delta$ als waagerechter Erddruckpressung:

$$\sigma_w = \frac{\cos\delta}{\cos(\vartheta-\varrho-\delta)}\left[\frac{\cos\delta\cdot\cos^2\vartheta}{\cos(\vartheta-\varrho-\delta)}\cdot\frac{G+P}{a} + \sin(\vartheta-\varrho\,\frac{\gamma a}{2}\right].$$

Nach Einsetzen der Tangenswerte erhält man schließlich mit

$$N_\vartheta = 1-\mu m + (\mu+m)\,\mathrm{tg}\,\vartheta:$$

$$\sigma_w = \frac{1}{N_\vartheta}\left[\frac{1+\mu^2}{N_\vartheta}\cdot\frac{G+P}{a} + (\mathrm{tg}\,\vartheta-\mu)\,\frac{\gamma a}{2}\right]\quad . \quad . \quad (33)$$

Diese Formel kommt selbstverständlich nur für genauere, wissenschaftliche Untersuchungen in Betracht; in praktischen Fällen kann — wie Krey gezeigt hat — genügend genau mit einem geradlinigen Druckverlauf längs der Strecke a—b gerechnet werden[11]). Es bleibt dann nur noch übrig, die Lage der Punkte a und b zu bestimmen. Für den oberen Punkt a ist der Erddruck aus $(G+P)$ gerade ebenso groß wie der Erddruck aus unbelastetem Gelände. Seine Lage wird am einfachsten zeichnerisch als Schnittpunkt der Erddruckparabel $E_{aw} = \lambda_a\cdot\gamma\,\dfrac{h^2}{2}$ mit der Erddrucklinie aus $(G+P)$ ermittelt, wie es in Abb. 73b angedeutet ist. Für die waagerechte Teilkraft des Erddruckes aus $(G+P)$ erhält man rechnerisch:

$$E_{aw} = (G+P)\,\frac{\sin(\vartheta-\varrho)\cdot\cos\delta}{\cos(\vartheta-\varrho-\delta)} = \frac{(\mathrm{tg}\,\vartheta-\mu)\,(G+P)}{1-\mu m+(\mu+m)\,\mathrm{tg}\,\vartheta} = \frac{\mathrm{tg}\,\vartheta-\mu}{N_\vartheta}\,(G+P)\quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Einfacher ist der untere Punkt b zu finden. Hier liegt die Aufgabe vor, von einem festliegenden Geländepunkt aus für $(G+P)$ die Rehhann-Gleitfläche zu ermitteln, was mit Hilfe des Verfahrens von Holzhey[12]) leicht geschehen kann. Dieses Verfahren ist in Abb 75 für einen allgemeinen Fall gezeigt. An Stelle der Ersatzwandlinie hat man hier eine Ersatzgeländelinie so zu wählen, daß dadurch das Gleitkeilgewicht $(G+P)$ erhalten wird. Nach Ermittlung dieser neuen Geländelinie kann das Verfahren in der von Holzhey angegebenen Form durchgeführt werden, wie Abb. 75 zeigt. Die der Abb. 65 entsprechende, empfehlenswerte Abwandlung des Verfahrens ist punktiert eingezeichnet. — Wirkt in dem betrachteten Geländepunkt eine Auflastspannung p, so kann das Verfahren von Holzhey ebenfalls benutzt werden, wenn die Ersatzgeländelinie so

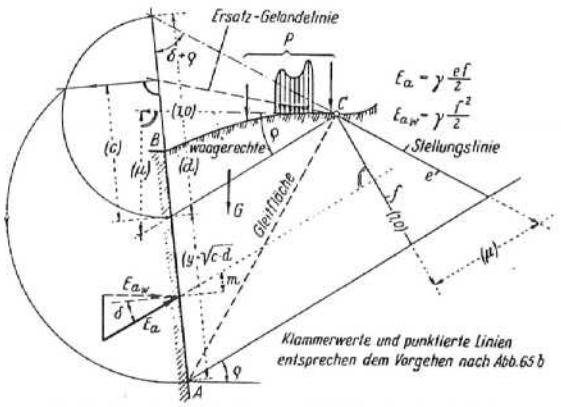


Abb. 75. Erweitertes Verfahren nach Holzhey für das Aufsuchen der Gleitfläche von einem Geländepunkt aus.

gelegt wird, daß sich das gleiche Gleitkeilgewicht ergibt für eine gleichmäßig mit p belastet gedachte Ersatz-Geländelinie.

Wenn man den aktiven Erddruck aus Einzellasten zu berechnen hat, so werden diese im allgemeinen nur geringe Größe besitzen dürfen, weil man bei stärkerer Belastung ja aus naheliegenden Gründen mit einer Streckenlast zu rechnen hat. Es genügt deshalb für die Ermittlung des Erddruckangriffspunktes aus Einzellasten geringerer Größe das in Abb. 73c gegebene Näherungsverfahren, das aus den Ergebnissen Kreys abgeleitet wurde (der Angriffspunkt wird um ein geringes höher erhalten).

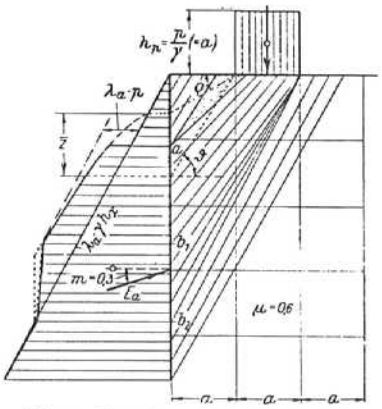


Abb. 76. Gleitflächen und Druckverteilung für eine Streckenlast.

Für eine begrenzte Streckenlast habe ich, wie nachstehend noch näher begründet wird,

[11]) Diese Annahme ist schon deshalb unbedenklich, weil sie ungünstiger ist als die Kurve der genauen Lösung. Vgl. hierzu auch E. Schultze, Der Erddruck aus einer Linienlast. Bautechn. 27 (1950), Heft 1, S. 7.

[12]) Holzhey, Beitrag zur Theorie des Erddruckes . . . . . aus „Mitteilungen über Gegenstände des Artillerie- und Ingenieurwesens" 1871.

das in Abb. 76 gezeigte Ergebnis erhalten. Wie ersichtlich, treten in diesem Fall die gleichen charakteristischen Punkte a und b auf, die auch in gleicher Weise ermittelt werden, nur daß die für Punkt a zum Schnitt zu bringenden Erddruckkurven jetzt mit Hilfe des Poncelet-Verfahrens erhalten werden können, indem z. B. für probeweise angenommene Punkte a der Erddruck E_a ohne und mit Auflast p berechnet, und die Differenz beider E_a-Werte bestimmt wird, die bei richtiger Lage von a gleich Null sein muß.

Nach diesen Ergebnissen ist unschwer zu übersehen, daß im allgemeinen Fall beliebig sprunghafter Belastung von jedem Geländepunkt mit sprunghafter Belastungsverminderung aus ein Strahlenbündel von Gleitlinien ausgeht, das die Wand in entsprechenden Punkten b_1 b_2 betrifft (Abb. 77). Für die Bereiche b_1 b_2 gilt dann das Verfahren Rebhann-Poncelet nicht; die Druckverteilung innerhalb dieser Wandstrecken ist jedoch (bei lotrechter Wand) durch Gl. (33) gegeben (sofern man sich nicht damit begnügt, die Verteilungslinie geradlinig und lotrecht abfallen zu lassen).

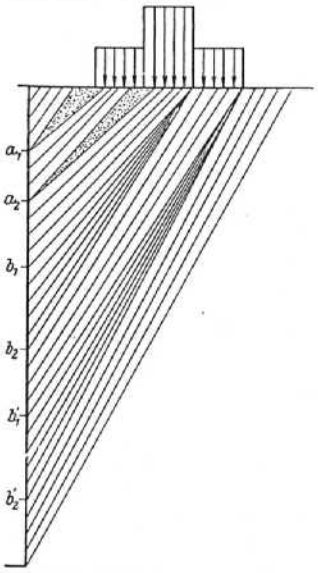
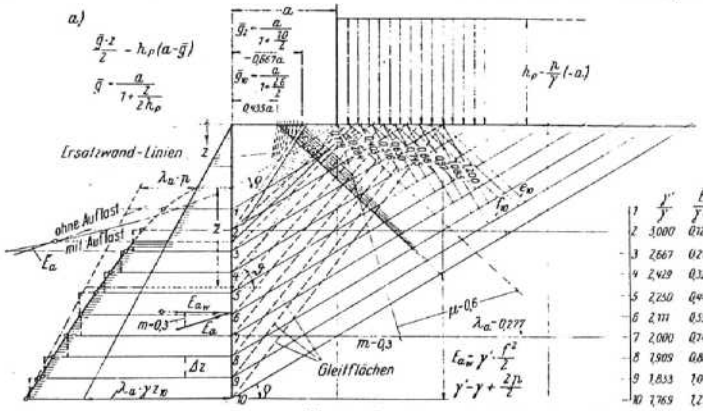


Abb. 77. Gleitflächen für sprunghaft veränderliche Auflast.

Es braucht hiernach nur noch gezeigt zu werden, in welcher Weise die Erddruckverteilung für Wandstrecken gefunden werden kann, für die der Rebhannsche Satz gültig ist. Dies soll an Hand des in Abb. 78 gegebenen Zahlenbeispiels für eine einseitig begrenzte Streckenlast geschehen. In Abb. 78a habe ich zunächst die Erddrücke für eine Anzahl Wandpunkte nach Rebhann-Poncelet zeichnerisch ermittelt und dann die sich für die Einzelstrecken aus

$$\sigma_w = \Delta E_{aw} / \Delta z$$

ergebenden Mittelwerte für die Erddruckspannungen σ_w als Treppenlinie (gestrichelt) aufgetragen. (Wegen der Ersatzwandlinien vgl. Abb. 66.) Wider Erwarten streuen die erhaltenen σ_w-Werte sehr (trotz genauer Zeichnung des Originals auf Millimeterpapier), so daß auf diesem Wege wohl nur durch rein rechnerisches Vorgehen der gewünschte Erfolg erreicht werden kann. Will man die für die Ungenauigkeit verantwortliche Differenzenbildung $\Delta E = E_2 - E_1$ vermeiden, so bleibt nur übrig, die Erddruckverteilungslinie mit Hilfe der f-Strecken zu ermitteln[13]), wozu die Gl. (22): $E_{aw} = \frac{1}{2}\gamma' \cdot f^2$ sich auch eigentlich unmittelbar anbietet. Man gelangt damit zu dem nachstehend gegebenen Verfahren.



1	$\frac{\gamma'}{\gamma}$	$\frac{E_a}{\gamma a^2}$	$\frac{\sigma_w}{\gamma a}$
2	3,000	0,1210	0,477
3	2,667	0,2169	0,534
4	2,429	0,3232	0,616
5	2,250	0,4465	0,737
6	2,111	0,594	0,730
7	2,000	0,740	0,750
8	1,909	0,898	0,905
9	1,833	1,023	0,975
10	1,769	1,274	

Abb. 78. Berechnung der Erddruckverteilung für eine einseitig unbegrenzte Auflast.

Wir setzen den allgemeinen Fall beliebiger Wand- und Geländelinie und beliebiger, jedoch nicht sprunghafter Belastung voraus und tragen die nach Poncelet zeichnerisch ermittelten f-Strecken als Abhängige zur Wandhöhe auf (Abb. 78b), desgleichen die Werte $p' = \frac{p \cdot f}{h''}$, wobei die (veränderliche) Belastung p auf die waagerechte Ebene bezogen ist, und h'' die winkelrecht gemessene Entfernung des betreffenden Wandpunktes von der Berührenden an die Geländelinie im zugehörigen Punkt bedeutet (vgl. Bautechnik 1938, S. 241). Nach Gl. (22) kann nun für 2 Wandpunkte 1 und 2 angeschrieben werden (wenn σ_w die waagerechte Teilspannung des Erddruckes angibt):

$$E_2 - E_1 = \Delta E = \sigma_w \cdot \mathrm{d}z = \gamma_2' \frac{f_2^2}{2} - \gamma_1' \cdot \frac{f_1^2}{2}$$

oder nach Einführung von $\gamma' = \gamma + \frac{2p}{h''}$:

$$\sigma_w \cdot \Delta z = \left(\gamma + \frac{2p_2}{h''}\right)\frac{f_2^2}{2} - \left(\gamma + \frac{2p_1}{h_1''}\right)\frac{f_1^2}{2} =$$
$$= \frac{\gamma}{2}(f_2^2 - f_1^2) + (p_2' \cdot f_2 - p_1' \cdot f_1).$$

Mit $f_2 = f_1 + \Delta f$ und $p_2' = p_1' + \Delta p'$ gilt danach auch:

$$\sigma_w \cdot \Delta z = \frac{\gamma}{2}\left[(f_1 + \Delta f)^2 - f_1^2\right] + \left[(p_1' + \Delta p')(f_1 + \Delta f) - p_1' \cdot f_1\right]$$

oder nach Ausrechnung und Grenzübergang, wobei die Differenzen zweiter Ordnung fortfallen können:

$$\sigma_w \cdot \mathrm{d}z = \frac{\gamma}{2}(2f \cdot \mathrm{d}f) + (p'\,\mathrm{d}f + f \cdot \mathrm{d}p')$$

oder nach Teilung durch $\mathrm{d}z$:

$$\sigma_w = (\gamma \cdot f + p')\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z} + f\frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}z} \quad \ldots\ldots \quad (35)$$

Dies ist der gesuchte Zusammenhang zwischen der waagerechten Erddruckspannung und den Größen f und γ'. Für die Auswertung müssen zunächst die Kurven $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z}$ und $\frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}z}$ mit Hilfe von Tangenten an die f- und p'-Kurve ermittelt werden. Die weitere Ausrechnung erfolgt dann mit dem Rechenschieber (Abb. 78b). Die erhaltene σ_w-Kurve der Erddruckverteilung ist in Abb. 78a eingetragen und gibt offenbar für die vorhin ermittelte Treppenlinie eine gute Ausgleichskurve, womit die Brauchbarkeit der Gl. (35) wohl genügend erwiesen ist. — Für den Sonderfall gerader Wand- und Geländelinie mit gleichmäßiger Auflast erhält man übrigens aus Gl. (35)

$$\sigma_w = \left(\gamma f + \frac{pf}{h''}\right)\frac{f}{h} + f \cdot 0 = \gamma\frac{f^2}{h} + \frac{pf^2}{h''h}$$

oder für den ganzen waagerechten Erddruck:

$$E_{aw} = \gamma\frac{f^2}{h} \cdot \frac{h}{2} + \frac{pf^2}{h'' \cdot h} \cdot h = \gamma\frac{f^2}{2} + \frac{2p}{h''} \cdot \frac{f^2}{2} = \gamma'\frac{f^2}{2},$$

wie es nach Gl. (22) auch sein muß.

[13]) Ein brauchbares Verfahren (mit Hilfe der „Erddruck-Maße" e) hat O. Mund in Bautechn. 11 (1933), S. 709, angegeben; doch gilt es nur für unbelastetes Gelände, da es den einfachen Rebhannschen Satz zur Grundlage hat. Eine Erweiterung für Auflast ist mir nicht gelungen, so daß nach einer neuen Lösung gesucht werden mußte.

Um die rechnerische Beherrschung der Erddruckverteilung aus begrenzten Streckenlasten zu zeigen, kommen wir jetzt auf Abb. 76 zurück. Wie schon bemerkt wurde, können die Punkte b_1 und b_2 ohne große Mühe nach dem Verfahren von Holzhey ermittelt werden, indem für b_1 mit und für b_2 ohne Belastung p gerechnet wird. Angenähert braucht man nur die Lage von b_2 zu ermitteln und kann die Pressungen längs der Wandstrecke b_1 b_2 als konstant ansehen. Die Erddruckverteilungslinie ist damit längs der Wandstrecke b_1 b_2 als bekannt anzusehen, falls die Verteilungslinie für die Strecke $a\,b_1$ vorweg ermittelt werden kann. Da die oberen Gleitflächen von den darunter befindlichen unabhängig sind, kann kein Unterschied bestehen zwischen der Verteilungslinie für die Wandstrecke $a\,b_1$ und einer entsprechenden Verteilungslinie für eine erdseits unbegrenzte Auflast nach Abb. 78a. Wenn also erst einmal die Erddruckverteilung für eine nur einseitig begrenzte Auflast vorliegt, so ist damit auch die Verteilung für eine beiderseits begrenzte Streckenlast ohne Mühe zu finden.

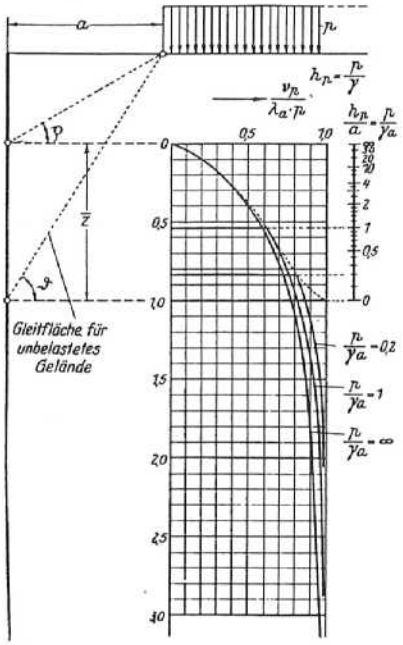


Abb. 79. Tafel der Erddruckverteilung für einseitig unbegrenzte gleichmäßige Auflast.

Es ist hiernach wichtig, das Aufzeichnen der Verteilungslinie des Erddruckes für die durch Abb. 78a gekennzeichnete Aufgabe soweit wie möglich zu erleichtern. Dies gelingt in der Tat, wenn man beachtet, daß der Anfangspunkt für den Einfluß der Auflast zwar je nach dem Verhältnis von $p : a$ verschieden ausfällt, aber nur innerhalb einer gewissen Strecke $\bar{z}$ liegen kann, die in Abb. 78a durch die punktiert eingetragenen Linien begrenzt wird. Der obere Punkt ist durch eine unter dem Reibungswinkel ϱ geneigte Linie durch den vorderen Endpunkt der Belastung gegeben und gilt für $p \to \infty$, der untere Punkt dagegen durch die vom Lastpunkt ausgehende Gleitlinie für unbelastetes Gelände, die für $p \to 0$ in Frage kommt. Für $p \to 0$ wird ein im unteren Punkte beginnendes Spannungs-Rechteck erhalten. Es ist nun ohne weiteres einleuchtend, daß auch für andere Reibungsbeiwerte, Geländeneigungen usw. ganz ähnliche Formen der Druckverteilungslinien erhalten werden, wenn alle Kurven auf die Strecke $\bar{z}$ als Einheit bezogen und die Spannungen v_p selbst in Anteilen von $\lambda_a \cdot p \frac{h}{h''}$ ausgedrückt werden (in Abb. 79 ist der Faktor h/h'' fortgelassen). Es dürfte deshalb die in Abb. 79 aufgezeichnete Verallgemeinerung des Ergebnisses nach Abb. 78a zulässig sein. Damit ist das Auftragen der Erddruckverteilung aus einseitig begrenzter gleichmäßiger Belastung sehr leicht gemacht, weil außer der Gleitlinie für unbelastetes Gelände (deren Neigung für lotrechte Wand aus Abb. 68 entnommen werden kann und sonst nach Gl. (25) zu berechnen ist) keine Gleitlinien mehr zu ermitteln sind. Der jeweilige obere Anfangspunkt des Einflußbereiches der Auflast ist durch die nebengezeichnete Skala der $\frac{p}{\gamma \cdot a}$-Werte gegeben[14]).

[14]) Die Tafel nach Abb. 79 wird vor allem bei der Berechnung von Konsolstützmauern benötigt. Ein Berechnungsbeispiel dieser Art hat der Verfasser in der „Hütte", Bd. III, 27. Aufl., S. 910, gegeben.

Erddruckverteilung bei tiefgegründeten Bauwerken[1])

Zum Aufsatz von *H. Luks*[1]) gestatte ich mir folgende Bemerkungen:

1. Der Verfasser weist zunächst ganz richtig darauf hin, daß Größe und Verteilung des Erddruckes von der Größe und dem Charakter der Wandverschiebung abhängen. Im weiteren Verlaufe seiner Ausführungen wird er jedoch den neueren Ergebnissen nicht gerecht. Bei der Berechnung des Erddruckes ist vorweg immer die Frage zu klären, ob die Nachgiebigkeit der Stützwand ausreicht, um den Gleitwiderstand der Erde hinter der Stützwand in Gleitflächen wachzurufen. Es ist bekannt, daß die meisten einzeln stehenden Stützwände (z. B. normale Stützmauern oder Spundwände) stärker nachgeben, als es für die Hervorrufung des Gleitwiderstandes erforderlich ist. Normalerweise darf deshalb – und das liegt ganz im Sinne einer sparsamen Bemessung – mit dem unteren Wert des Erddruckes, dem aktiven oder angreifenden Erddruck (E_a) gerechnet werden. Für zweifelhafte Fälle habe ich in der neuen (27.) Auflage der „Hütte", Bd. III, S. 906, eine Überschlagsformel für die für E_a mindestens erforderliche Wandbewegung angegeben. Der Verfasser behandelt anscheinend einen solchen zweifelhaften Fall in Bild 1. Er gibt auch eine Überschlagsrechnung für das Nachgeben des Betons an, ohne allerdings mit den Formänderungen des Erdkörpers hinter der Wand zu vergleichen und damit die Folgerungen zu ziehen, um derentwillen die Vorführung solcher Zahlenrechnungen doch allein einen Sinn hätte. – In Bild 1 ist die obere (oder seitliche?) Auflagerung der Stützwand unklar geblieben, trotzdem doch jedem Statiker klar sein muß, daß es bei der Berechnung der Wandnachgiebigkeit auf Art der Wandabstützung entscheidend ankommt. Falls eine obere (oder seitliche) Abstützung der Wand nicht vorhanden ist, hätte dies angegeben werden müssen. Dann hätte der Verfasser aber im Sinne seiner Ausführungen die waagerechte Ausbiegung der Stützwand berechnen sollen.

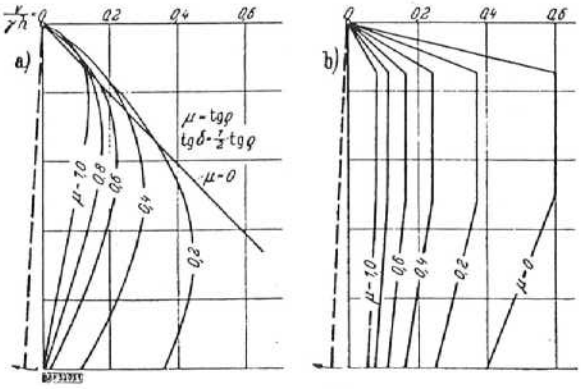


Bild 1

2. Die Darlegungen können nicht unwidersprochen bleiben. Man kann nicht die Erddruckverteilung für eine Parallelverschiebung der Wand nach dem gleichen Rezept berechnen wie die Erddruckverteilung für eine unten nachgebende, sich um die Geländelinie drehende Wand. Gekrümmte Gleitflächen zur Berechnung nichtlinearer Erddruckverteilung sind nicht zuerst von *Terzaghi*, sondern von mir eingeführt. Man vergleiche meine Darlegungen darüber in „Bautechnik" 1938, S. 177 bis 180.

Die Druckverteilung auf Wände mit Parallelverschiebung habe ich in „Bautechnik" 1938, S. 753 und 754 sowie 1951, S. 298, rechnerisch überschläglich behandelt; die Aufgabe ist genauer nur durch Eingehen auf die Verformung des Erdreiches zu lösen, und eine solche Lösung steht bislang noch aus. – Die Ergebnisse meiner Berechnungen für unten nachgebende Wände (mit oberem Drehpunkt) sind wieder in der „Hütte", S. 920, veröffentlicht. Das Berechnungsverfahren ist in „Bautechnik" 1938, S. 480 bis 487, bereits angegeben und in seiner verbesserten Form neuerdings in „Bautechnik" 1951, S. 299 und 300, angedeutet. Der Vergleich meiner, auf einwandfreiem, rechnerischem Wege erhaltenen Ergebnisse mit dem *Lehmann*schen Vorschlag ist nebenstehend in Bild 1 durchgeführt und dürfte ohne weiteres die Willkür des Vorschlages von *Lehmann* erkennen lassen: Der Angriffspunkt des Erddruckes ist nach *Lehmann* unveränderlich, nach meinen Ergebnissen aber stark mit dem Reibungsbeiwert $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ veränderlich, was auch sein muß, da sich ein ungezwungener Übergang bis zum Reibungswinkel $\varrho = 0$ (Flüssigkeitsdruck) ergeben muß.

3. Der Verfasser übernimmt im wesentlichen die Ergebnisse und Folgerungen von *Lehmann*. Hierzu muß bemerkt werden, daß die Versuchsergebnisse von *Lehmann* für Eigengewichtserddruck im allgemeinen gut mit meinen vorher theoretisch erhaltenen Ergebnissen übereinstimmen (falls sie richtig gedeutet werden, was bei *Lehmann* allerdings zu wünschen übrig läßt). Ich habe auch selber Erddruckversuche durchgeführt (zur gleichen Zeit etwa wie *Lehmann*) und die Ergebnisse meiner Theorie in jeder Weise bestätigt gefunden[2]). – Für Auflasterddruck hat *Lehmann* jedoch zum Teil Ergebnisse erhalten, die der Theorie widersprechen und noch der theoretischen Überprüfung bedürfen. – Grundsätzlich möchte ich hierzu bemerken, daß man in der Erdmechanik nicht alles Heil von Versuchsergebnissen erwarten darf. Wirkliche Fortschritte sind in vielen Fällen erst durch neue stichhaltige Berechnungsverfahren erzielt worden, nicht durch bloße Verallgemeinerungen von Versuchsergebnissen. Wohin solche Verallgemeinerungen führen, beweist der Verfasser selber durch seinen Berechnungsvorschlag, den Einfluß gleichmäßig verteilter Auflast p nach der Druckfigur von *Lehmann* durch Erhöhung des rechnerischen Raumgewichtes γ auf $\gamma' = \gamma + 2\,p/h$ zu berücksichtigen. Ein solches Vorgehen ist für den Normalfall des Erddruckes (oberes Nachgeben der Stützwand größer als unteres Nachgeben) und Annahme von Rechteckverteilung

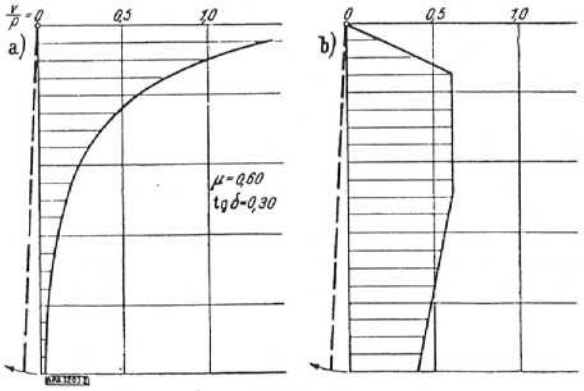


Bild 2

richtig, jedoch nicht für den vom Verfasser des Aufsatzes vorzugsweise behandelten Fall nichtlinearen Erddruckes[3]). Die Gegenüberstellung in Bild 2 dürfte zur Genüge zeigen, wie sehr der Vorschlag des Verfassers den wirklichen Verhältnissen widerspricht. – Man darf übrigens auch nicht eine gleichmäßig verteilte Auflast mit Einzellasten in einen Topf werfen, wie der Verfasser es tut.

4. Der Verfasser rechnet für den Erddruck mit dem Verhältniswert: $\lambda_a = \operatorname{tg}^2 (45° - \varrho/2)$. Dies entspricht zwar einem Vorschlag von *Müller-Breslau*, wenn man λ_a auf die Schrägrichtung des Erddruckes bezieht. Jedoch entsprang dieser Vorschlag dem Bedürfnis nach einer einfachen Formel, weil es damals für schräg gerichteten Erddruck nur umständliche Formeln gab. Inzwischen habe ich für lotrechte Wände die Formel abgeleitet[4])

$$1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1 + \mu^2} + \sqrt{(\mu + \operatorname{tg}\delta)\,(\mu - \operatorname{tg}\beta)}$$

mit $\mu = \operatorname{tg}\varrho$, δ als Neigungswinkel des Erddruckes und β als Neigung des (ansteigenden) Geländes. Dabei ist λ_a auf die waagerechte Teilkraft des Erddruckes ($E_{aw} = \lambda_a \cdot \gamma\, h^2/2$) bezogen, was für die anschließende Momentenrechnung vorteilhaft ist. Setzt man in dieser Formel: $\operatorname{tg}\delta = \frac{3}{4} \approx \operatorname{tg}\varrho$, so lautet sie:

$$1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1 + \mu^2} + \sqrt{1{,}75\,\mu\,(\mu - \operatorname{tg}\beta)}$$

und für waagerechtes Gelände:

$$1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1 + \mu^2} + 1{,}32\,\mu$$

Diese Formeln dürften für den praktischen Gebrauch genügend einfach sein, so daß die ungenaue Formel $\lambda_a = \operatorname{tg}^2 (45° - \varrho/2)$ beiseite gelassen werden kann, was auch vom Standpunkte einer sparsamen Bemessung von Stützwänden zu fordern ist, falls der Erddruck geneigt angenommen werden darf. BBK 3203 *Ohde*

[1]) Vgl. Bauplanung und Bautechnik Bd. 6 (1952) H. 12 S. 401.
[2]) Vgl. Bautechnik (1952) S. 32 (Versuch).
[3]) Vgl. Bautechnik (1938) S. 758 (Theorie).
[4]) Vgl. Bautechnik (1938) S. 242.

ZUR THEORIE DER DRUCKVERTEILUNG IM BAUGRUND[1].

Von Ing. **Joh. Ohde**, Neuenhagen bei Berlin.

DK 624.131.522

Übersicht: Es wird in der Hauptsache das Problem der Druckverteilung unter Einzel- und Linienlasten behandelt: Bekannte genaue Lösungen für den gleichmäßig-elastischen Halbraum und Formeln von Strohschneider und Fröhlich. Zusammendrückungsgesetz des Bodens bei wachsender Belastung und Auswirkung auf die Druckverteilung. Formeln für waagerechte Belastung. Einfluß eines starren Untergrundes in gewisser Tiefe und Deutung der Versuchsergebnisse. Differentialgleichung für genauere Berechnungen und bemerkenswerte Sonderlösung. Formeln für den Einfluß einer Rechteckbelastung.

Bei vielen erdbaustatischen Aufgaben muß die Frage nach den Formänderungen des Baugrundes beantwortet werden. Es braucht nur an die oft unvermutet auftretenden Setzungen der Gründungsbauwerke erinnert zu werden, deren zuverlässige Voraussage mit der Zeit immer dringlicher wird.

Die Berechnung der Formänderungen eines Erdkörpers oder des Untergrundes ist nur möglich, wenn man die wirksamen Spannungen kennt. Nun hängen aber andererseits diese Spannungen wieder von den Formänderungseigenschaften ab, so daß man es mit einer statisch unbestimmten Aufgabe zu tun hat, die im strengen Sinne nur durch eine Verknüpfung von Spannungen und Formänderungen gelöst werden kann.

Die baupraktischen Aufgaben dieser Art sind allerdings im allgemeinen so vielgestaltig, daß man nicht daran denken kann, sie „genau" zu lösen, schon deswegen nicht, weil über die Formänderungsgesetze des Untergrundes noch nicht soviel bekannt ist, wie es wünschenswert wäre.

Die grundlegende Annahme bei der Berechnung der Druckverteilung im Untergrund ist bekanntlich die Annahme linearer Überlagerung der Spannungen, die allerdings bei kleinen Belastungen auch erfüllt ist, wie Versuche gezeigt haben. Nur bei relativ größerer Baugrundbelastung treten in der Nähe der Lastfläche Abweichungen auf, die aber im Rahmen der überhaupt möglichen Genauigkeit vielfach auch noch vernachlässigt werden können.

Bei Gültigkeit des linearen Überlagerungsgesetzes sind die zusätzlichen Spannungen im Untergrund für eine beliebige Belastung durch ein Grundbauwerk leicht zu berechnen, wenn die Spannungsverteilung unter einer Einzellast bekannt ist. Denn man kann sich jede Sohldruckverteilung in viele kleine Einzellasten aufgeteilt denken, deren Wirkung dann einzeln berechnet und schließlich addiert werden kann, um die Gesamtwirkung zu erhalten.

Sehr oft liegt eine ebene Aufgabe vor. Dann ist nicht der Einfluß einer Einzellast, sondern der einer (unendlich langen) Linienlast zu ermitteln[2].

Der vorliegende Aufsatz behandelt zur Hauptsache nur die nach den vorstehenden Ausführungen grundlegende Aufgabe der Druckverteilung unter einer Einzel- und Linienlast. Um die ungefähre Verteilung der durch eine lotrechte Einzel- bzw. Linienlast verursachten zusätzlichen Spannungen in einer bestimmten Tiefe des Untergrundes zu veranschaulichen, ist in Abb. 1 ein Viertel des „Halbraumes" herausgeschnitten gezeichnet.

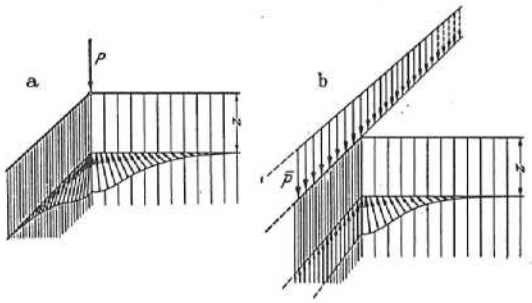


Abb. 1. Druckverteilung unter einer Einzellast und einer Linienlast.

Bekannte genaue Lösungen.

Die ersten Formeln für die Druckverteilung unter einer lotrechten Einzellast hat Boussinesq angegeben (Paris 1885). Sie sind die genaue Lösung für eine gleichbleibende Federungszahl (Elastizitätsmodul) E und für gleichbleibende Querdehnungszahl m sowie für einen nach unten hin unendlich ausgedehnten Körper und lauten mit den Bezeichnungen der Abb. 2:

$$
(1)\quad \begin{cases}
\sigma_z = \dfrac{3\,P}{2\,\pi\,z^2}\cos^5\varphi \\[2ex]
\sigma_r = \dfrac{P}{2\,\pi\,z^2}\cos^2\varphi\left[3\sin^2\varphi\cos\varphi - \dfrac{m-2}{m}\cdot\dfrac{1}{1+\cos\varphi}\right] \\[2ex]
\sigma_t = -\dfrac{m-2}{m}\cdot\dfrac{P}{2\,\pi\,z^2}\cos^2\varphi\left[\cos\varphi - \dfrac{1}{1+\cos\varphi}\right] \\[2ex]
\tau = \dfrac{3\,P}{2\,\pi\,z^2}\sin\varphi\cos^4\varphi\,.
\end{cases}
$$

[1] Mitteilung der Erdbauabteilung der Preuß. Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau, Berlin.

[2] Die Verteilungslinien der Spannungen unter einer Einzel- bzw. Linienlast sind sozusagen die „Einflußlinien" für jede beliebige Belastung.

Der Boussinesqschen Lösung entsprechend hat Cerrutti die Druckverteilung für eine waagerechte (also in der Oberfläche liegende) Einzelkraft W angegeben (Rom 1888). Seine Gleichungen lauten[3] mit den Bezeichnungen nach Abb. 3:

$$
(2)\quad \left\{
\begin{aligned}
\sigma_z &= \frac{3\,W}{2\,\pi\,z^2}\cdot\cos\psi\sin\varphi\cos^4\varphi \\
\sigma_x &= \frac{W}{2\,\pi\,z^2}\cos\psi\sin\varphi\cos^2\varphi\Bigg[3\cos^2\psi\sin^2\varphi \\
&\quad -\frac{m-2}{m}\left(1-\frac{3}{(1+\cos\varphi)^2}+\frac{\cos^2\psi\sin^2\varphi\,(3+\cos\varphi)}{(1+\cos\varphi)^3}\right)\Bigg] \\
\sigma_y &= \frac{W}{2\,\pi\,z^2}\cos\psi\sin\varphi\cos^2\varphi\Bigg[3\sin^2\psi\sin^2\varphi \\
&\quad -\frac{m-2}{m}\left(1-\frac{1}{(1+\cos\varphi)^2}+\frac{\sin^2\psi\sin^2\varphi\,(3+\cos\varphi)}{(1+\cos\varphi)^3}\right)\Bigg] \\
\tau_{zx} &= \frac{3\,W}{2\,\pi\,z^2}\cos^2\psi\sin^2\varphi\cos^3\varphi \\
\tau_{zy} &= \frac{3\,W}{2\,\pi\,z^2}\cos\psi\sin\psi\sin^2\varphi\cos^3\varphi \\
\tau_{xy} &= \frac{W}{2\,\pi\,z^2}\sin\psi\sin\varphi\cos^2\varphi\Bigg[3\cos^2\psi\sin^2\varphi \\
&\quad +\frac{m-2}{m}\cdot\frac{1}{(1+\cos\varphi)^2}\left(1-\cos^2\psi\sin^2\varphi\,\frac{3+\cos\varphi}{1+\cos\varphi}\right)\Bigg],
\end{aligned}
\right.
$$

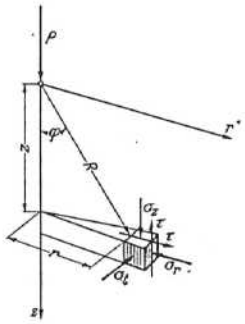


Abb. 2.

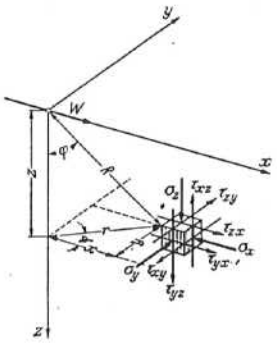


Abb. 3.

wenn ψ den Grundrißwinkel mit der Kraftrichtung (X-Achse) angibt.

Für eine lotrechte, in Richtung Y verlaufende Linienbelastung, also für die ebene Aufgabe, gilt nach Michell (London 1900), wenn $\overline{p}$ die Belastung je Längeneinheit der Y-Achse bedeutet:

$$
(3)\quad \left\{
\begin{aligned}
\sigma_z &= \frac{2\,\overline{p}}{\pi\,z}\cos^4\varphi \\
\sigma_x &= \frac{2\,\overline{p}}{\pi\,z}\sin^2\varphi\cos^2\varphi \\
\tau &= \frac{2\,\overline{p}}{\pi\,z}\sin\varphi\cos^3\varphi,
\end{aligned}
\right.
$$

und für eine entsprechende waagerechte Linienbelastung mit Kraftrichtungen quer zur Y-Achse:

$$
(4)\quad \left\{
\begin{aligned}
\sigma_z &= \frac{2\,\overline{w}}{\pi\,z}\sin\varphi\cos^3\varphi \\
\sigma_x &= \frac{2\,\overline{w}}{\pi\,z}\sin^3\varphi\cos\varphi \\
\tau &= \frac{2\,\overline{w}}{\pi\,z}\sin^2\varphi\cos^2\varphi.
\end{aligned}
\right.
$$

In den Gl. (3) und (4) ist die Querdehnungszahl m nicht mehr enthalten, so daß für jeden m-Wert die gleiche Druckverteilung erhalten wird. Dieses Ergebnis ist m. E. nicht richtig. Wie im Verlaufe dieses Aufsatzes noch nachgewiesen wird, darf man die Gl. (3) und (4) — wenigstens als genaue Lösung — nur für m = 2 gelten lassen.

[3] Vogt, Fredrik: Über die Berechnung der Fundamentdeformation. Oslo: J. Dybwad 1925. S. 21.

Versuchsmessungen und die Formeln von Strohschneider und Fröhlich.

Obwohl die Voraussetzungen der bisherigen Gleichungen — gleichbleibende Federungszahlen und sehr weit ausgedehnter Halbraum — beim Baugrund nur selten hinreichend erfüllt sind, so hat man sich doch gefragt, ob man die Formeln nicht trotzdem näherungsweise auch beim Baugrund anwenden dürfe. Es sind daraufhin in den letzten 30 Jahren viele Versuche mit im Boden eingebauten Meßdosen durchgeführt worden, um die durch eine lotrechte Belastung in einer bestimmten Tiefe erzeugten zusätzlichen Bodenspannungen unmittelbar zu messen. Diese Versuche, die allerdings größtenteils nur mit Sand durchgeführt wurden[4], haben ausnahmslos gezeigt, daß die durch eine lotrechte Last hervorgerufenen Bodenspannungen in der Nähe der Belastungslotrechten bedeutend größer und in größerem seitlichen Abstand von dieser Lotrechten kleiner sind als nach der Boussinesqschen Formel für σ_z. Die seitliche Verteilung einer Belastung ist danach nicht so groß als nach Boussinesq.

Strohschneider hat daraufhin folgende empirische Formel aufgestellt:

$$
(5)\quad \sigma_z = \frac{3\,P}{2\,\pi\,z^2}\cdot\frac{1}{1-\cos\varphi_0}\cdot(\cos\varphi-\operatorname{cotg}\varphi_0\sin\varphi)\cos^4\varphi,
$$

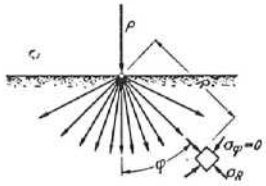


Abb. 4.
Geradlinige Druckausbreitung.

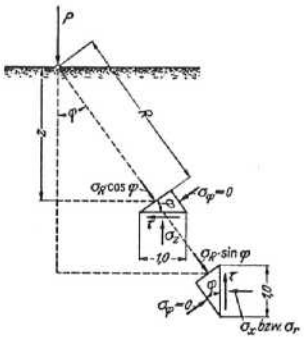


Abb. 5.

die durch die Wahl des „Grenzwinkels" φ_0 den Versuchsergebnissen angepaßt werden kann und nur für $\varphi < \varphi_0$ gilt. Für $\varphi = \varphi_0$ erhält man aus dieser Formel: $\sigma_z = 0$. Der Grenzfall $\varphi_0 = \pi/2$ liefert die Boussinesqsche Formel für σ_z.

Für eine Linienlast geben Kögler und Scheidig die entsprechende Formel an zu[5]

$$
(5a)\quad \sigma_z = \frac{\overline{p}}{z\,\varphi_0}(\cos\varphi-\operatorname{cotg}\varphi_0\cdot\sin\varphi)\cos^3\varphi.
$$

Vom Standpunkt der mathematischen Elastizitätslehre aus ist zu diesen Formeln zu sagen, daß sie für $\varphi = 0$ und $\varphi = \varphi_0$ Unstetigkeitsstellen besitzen und schon deshalb nicht einen widerspruchsfreien Spannungszustand angeben.

Besonders die Unstetigkeitsstelle für $\varphi = 0$, also lotrecht unter der Last — die Verteilungslinie besitzt dort einen Knick — ist in keiner Hinsicht zu erklären.

Eine wesentliche Erweiterung unserer Erkenntnis brachte die von O. K. Fröhlich aufgestellte Druckverteilungstheorie[6], die auf dem Prinzip der geradlinigen Druckausbreitung (Abb. 4) aufgebaut ist und in gewissem Sinne eine Erweiterung der von Boussinesq und Michell aufgestellten Gleichungen darstellt. Fröh-

[4] Es sei hier nur auf die in Deutschland durchgeführten Versuche von Strohschneider (Sitzungsber. d. kaiserl. Akademie d. Wissensch. Wien 1912, math.-naturwiss. Kl. IIa, S. 306); — Kögler und Scheidig: Bautechn. 5 (1927) S. 445 und Press: Bauing. 10 (1929) S. 559 hingewiesen.

[5] Bautechn. (1929) S. 270.

[6] Fröhlich: Drukverdeeling in bouwgrond. De Ingenieur 47 (1933) S. B 51 und Druckverteilung im Baugrunde. Wien 1934.

lich geht davon aus, daß die Boussinesqschen Gleichungen für $m = 2$ (d. h. für raumbeständigen Stoff) eine geradlinige Druckausbreitung liefern. Sämtliche durch den Lastpunkt gehenden Strahlen sind dann Hauptspannungsrichtungen, in denen die Spannungen

$$\sigma_R = \frac{3\,P}{2\,\pi\,R^2}\cos\varphi \tag{6}$$

wirken ($R = \sqrt{z^2 + r^2}$ = Abstand vom Lastpunkte); die beiden anderen Hauptspannungen ergeben sich überall zu Null. Um nun eine größere Konzentration der Spannungen um die Lastsenkrechte herum zu erreichen, erweitert Fröhlich die Gl. (6), indem er

$$3\cos\varphi \quad \text{durch} \quad C\cos^{\nu-2}\varphi$$

ersetzt. Für geradlinige Druckausbreitung liefern die Gleichgewichtsbedingungen kleiner Elemente nach Abb 5 folgende Formeln:

$$\left\{\begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_R \cdot \cos^2\varphi \\ \sigma_r &= \sigma_R \cdot \sin^2\varphi \\ \tau &= \sigma_R \cdot \sin\varphi\cos\varphi\,. \end{aligned}\right. \tag{7}$$

Danach ist für σ_z anzuschreiben, wenn man noch (nach Abb. 2) R^2 durch $z^2 : \cos^2\varphi$ ersetzt:

$$\sigma_z = \frac{C\,P}{2\,\pi\,z^2}\cos^{\nu+2}\varphi\,.$$

Die Bedingung, daß der Inhalt des σ_z-Spannungskörpers $\left(\iint \sigma_z\,dx\,dy\right)$ gleich der aufgebrachten Last sein muß, liefert die Konstante C zu:

$$C = \nu\,.$$

Damit gilt dann schließlich:

$$\sigma_R = \frac{\nu\,P}{2\pi\,R^2}\cdot\cos^{\nu-2}\varphi\,. \tag{8a}$$

$$\left\{\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{\nu\,P}{2\pi\,z^2}\cdot\cos^{\nu+2}\varphi \\ \sigma_r &= \frac{\nu\,P}{2\pi\,z^2}\cdot\sin^2\varphi\cos^{\nu}\varphi \\ \tau &= \frac{\nu\,P}{2\pi\,z^2}\cdot\sin\varphi\cos^{\nu+1}\varphi\,. \end{aligned}\right. \tag{8b}$$

Setzt man in diesen Formeln $\nu = 3$, so erhält man die Gleichungen von Boussinesq für $m = 2$. — Für die ebene Aufgabe, also für Linienlast, erhält Fröhlich auf dieselbe Art und Weise:

$$\sigma_R = C\,\frac{\bar{P}}{r}\cdot\cos^{\nu-2}\varphi\,. \tag{9a}$$

$$\left\{\begin{aligned} \sigma_z &= C\,\frac{\bar{P}}{z}\cdot\cos^{\nu+1}\varphi \\ \sigma_x &= C\,\frac{\bar{P}}{z}\cdot\sin^2\varphi\cos^{\nu-1}\varphi \\ \tau &= C\,\frac{\bar{P}}{z}\cdot\sin\varphi\cos^{\nu}\varphi\,. \end{aligned}\right. \tag{9b}$$

mit

$$\frac{1}{C} = 2\int_0^{\pi/2}\cos^{\nu-1}\varphi\,d\varphi\,; \tag{9c}$$

z. B. für

$\nu =$	2	3	4	5	6
$C =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{8}{3\pi}$	$\frac{15}{16}$.

Die Formeln von Fröhlich beschreiben — von den Formänderungsbedingungen abgesehen — einen möglichen und deshalb statisch einwandfreien Spannungszustand. Inwieweit auch die Formänderungsbedingungen erfüllt sind, werde ich noch untersuchen. — In Abb. 6 ist für $\nu = 4$ und $\nu = 6$ ein Vergleich der Formeln von Strohschneider und Fröhlich durchgeführt. Die Größtwerte der Spannungen (d. h. die σ_z für $\varphi = 0$) sind dabei jedesmal einander gleichgesetzt. Man erhält unter dieser Annahme aus dem Vergleich der Gl. (5) und (8b) bzw. (5a) und (9b)[7]:

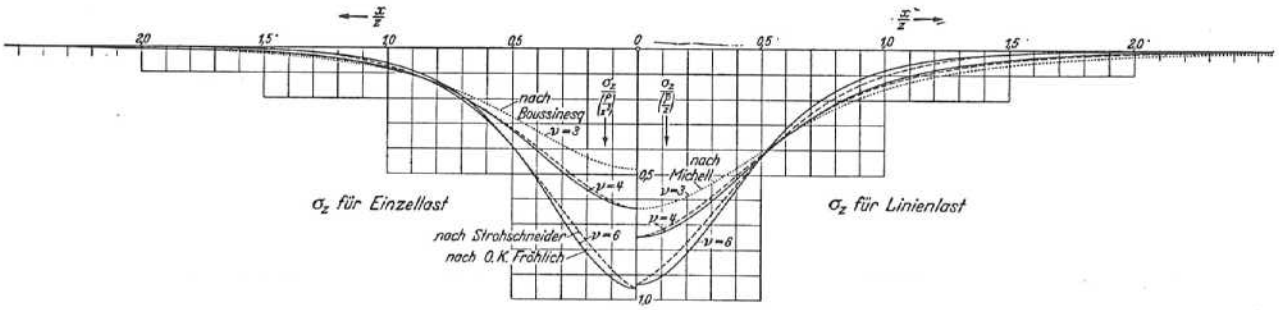


Abb. 6. Vergleich der Formeln von Strohschneider und Fröhlich.

$$\left\{\begin{aligned} &\text{für eine Einzellast:} && \cos\varphi_0 = 1 - \frac{3}{\nu} \\ &\text{für eine Linienlast:} && \varphi_0 = \frac{1}{C}\,. \end{aligned}\right. \tag{10}$$

Bei den Formeln von Fröhlich sind die Unstetigkeiten der Strohschneiderschen Formel vermieden. Man sollte deshalb die Formel von Strohschneider nicht mehr benutzen; sie kann nur solange ein Behelf sein, als man keine bessere Formel kennt. Daß man damit auch die Vorstellung von einem gewissen Grenzwinkel φ_0 fallen lassen muß, widerspricht keineswegs den Versuchsergebnissen. Dieser Grenzwinkel wurde eben dort angenommen, wo der von der Belastung herrührende Bodendruck so klein war, daß man ihn nicht mehr messen konnte. Auch nach der Fröhlichschen Formel nehmen die lotrechten Spannungen mit wachsendem Abstand von der Belastungslotrechten bald so kleine Werte an, daß sie praktisch gleich Null sind (Abb. 6). Und schließlich können die sehr kleinen Drücke in der Nähe des vermeintlichen „Grenzwinkels" nicht die Wahl von φ_0 bestimmen, da es darauf ankommt, die großen Spannungen in der Nähe der Belastungslotrechten möglichst richtig wiederzugeben. Diese Überlegungen führen dazu, φ_0 nur als Konstante der Strohschneiderformel zu betrachten, nicht aber als einen wirklich vorhandenen Grenzwinkel[8].

Der Wert der Fröhlichschen Druckverteilungstheorie liegt nun nicht nur in seinen bequemen und widerspruchsfreien Formeln — damit wäre gegenüber der Strohschneiderformel noch kein allzu großer Fortschritt erreicht — sondern u. a. auch darin, daß bestimmte Zusammenhänge zwischen dem Formänderungsgesetz des Untergrundes und der sog. „Ordnungszahl" ν aufgezeigt werden. Fröhlich weist nämlich nach, daß sich der Kleinstwert der Formänderungsarbeit bei gleichbleibender Federungszahl E für $\nu = 3$ und bei linear mit der Tiefe unter Lastplatte zunehmender Federungszahl (E = Konst. $\cdot\, z$) für $\nu = 4$ ergibt. Die Voraussetzung gleichbleibenden E-Wertes liegt auch den Lösungen von Bous-

[7] Soweit ich mich erinnere, sind die Gl. (10) schon von anderer Seite her angegeben worden.

[8] Vgl. auch die Bemerkungen auf S. 9 des Buches von Fröhlich.

sinesq und Michell zugrunde. In der Tat stimmen die sich für $\nu = 3$ aus den Gl. (8) und (9) ergebenden Werte mit den Gl. (1) und (3) für $m = 2$ überein, wie oben bereits bemerkt wurde.

Der aufgezeigte Zusammenhang kann noch allgemeiner gefaßt werden, wozu einiges über das Formänderungsgesetz des Bodens vorausgeschickt werden möge. Zunächst sei darauf hingewiesen (schon Boussinesq hat ähnliches bemerkt), daß alle Druckverteilungsformeln nicht nur für rein elastische Stoffe gelten, sondern auch für Stoffe, deren Formänderungen bleibender Natur sind, sofern nur die gesamten Formänderungen dem zugrunde gelegten Gesetz folgen und die Belastung einsinnig steigt (d. h. keine Entlastung auftritt). Man kann also ohne weiteres von den gesamten Formänderungen ausgehen. — Um uns die Aufgabe nicht von vornherein unnötig zu erschweren, beschränken wir uns auf den Fall, daß auf den Boden keine Vorbelastung gewirkt hat (oder daß die Vorbelastung von den gesamten Bodenspannungen nicht erreicht wird), so daß die Zusammendrückungskurve des Bodens bei verhinderter Seitenausdehnung einem einheitlichen Gesetz folgt, dem Gesetz der „Erstbelastung" (im Gegensatz zu den verwickelteren Gesetzmäßigkeiten bei einer Entlastung und darauf folgender Wiederbelastung). Für die Erstbelastungskurve eines Bodens (von Terzaghi als „Hauptast des Druck-Porenziffer-diagrammes" bezeichnet) gibt Terzaghi auf Grund seiner (von ihm erstmals durchgeführten) Versuche die allgemeine Gleichung an[9]:

$$\varepsilon = -\alpha \ln (p + p_c) - \beta (p + p_c) - \gamma p + c , \tag{11}$$

wenn ε die Porenzahl (= Porenraum, geteilt durch den Raum der festen Stoffe), p die Belastung und $\alpha, \beta, \gamma, p_c$ und c Bodenfestwerte bedeuten. Da das Produkt $\beta \cdot p_c$ ebenfalls einen Festwert angibt, kann man die Gl. (11) auch in der Form schreiben:

$$\varepsilon = -\alpha \ln (p + p_c) - \delta \cdot p + d \tag{11a}$$

mit

$$\delta = \beta + \gamma \quad \text{und} \quad d = c - \beta p_c .$$

Wir führen folgende Bezeichnungen ein:

$$V_\varepsilon = -\frac{dp}{d\varepsilon} \quad \text{und} \quad V = -\frac{dp}{\left(\frac{dl}{l}\right)} , \tag{12a}$$

wobei $d\varepsilon$ und dl die Änderung von Porenzahl ε und Schichtdicke l infolge der sehr kleinen Belastungsänderung dp angeben. Der Wert V sei als „Verdichtungszahl" bezeichnet. Er bedeutet für die gesamten (federnden und bleibenden) Formänderungen des Bodens dasselbe wie die Federungszahl E für die festen Körper, nur mit dem Unterschied, daß E für die Längenänderung bei unbehinderter Seitenausdehnung, V dagegen für die Zusammendrückung bei verhinderter Seitendehnung gilt. Da sich dl/l wie $\frac{d\varepsilon}{1 + \varepsilon}$ verhält, so kann man auch anschreiben:

$$V = -\frac{dp}{d\varepsilon} (1 + \varepsilon) = V_\varepsilon (1 + \varepsilon) . \tag{12b}$$

Durch Differenzieren der Gl. (11a) erhält man:

$$\frac{d\varepsilon}{dp} = -\frac{\alpha}{p + p_c} - \delta ,$$

und damit nach den Gl. (12):

$$V_\varepsilon = \frac{1}{\frac{\alpha}{p + p_c} + \delta} ; \qquad V = \frac{1 + d - \alpha \ln (p + p_c) - \delta \cdot p}{\frac{\alpha}{p + p_c} + \delta} . \tag{13}$$

Diese Gleichung für V ist für rein mathematische Untersuchungen wohl zu umständlich.

Ich habe seit nunmehr etwa acht Jahren als Mitarbeiter der Berliner Versuchsanstalt sehr viele sowohl im Gerät von Terzaghi als auch in den Geräten der Versuchsanstalt durchgeführte Zusammendrückungsversuche ausgewertet, wobei ich stets bemüht war, einerseits die Gl. (11) von Terzaghi nachzuprüfen, andererseits ein möglichst allgemeines und obendrein einfaches Formänderungsgesetz herauszufinden. Das bisherige Ergebnis dieser Bemühungen kann ich wie folgt zusammenfassen:

1. Die von Terzaghi aufgestellte Gl. (11) gilt zwar für viele, aber nicht für alle Böden[10].

2. Als allgemeines Gesetz der Zusammendrückung bei verhinderter Seitenausdehnung kann man die beiden Formeln

$$V = v \cdot p^w \tag{14}$$

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{v_1 \cdot p} + \frac{1}{v_2 \sqrt{p}} \tag{15}$$

(v, v_1, v_2 und w = Bodenfestwerte)

anschreiben, die auch in den Fällen nicht versagen, wo Gl. (11) den Verlauf der Zusammendrückungskurve nicht befriedigend wiedergibt.

3. Für bindigen, tonreichen Boden sowie für Torf und Faulschlamm ohne Sandgehalt ist $w \approx 1{,}0$ und $v_2 \approx \infty$, d. h. für solche Böden kommt das zweite Glied in Gl. (15) in Fortfall und es gilt das Gesetz:

$$V = v \cdot p . \tag{16}$$

Für reinen Sand hat dagegen das zweite Glied der Gl. (15) den größeren Einfluß; die Potenz w schwankt bei gewöhnlichem Sand etwa zwischen 0,60 und 0,65 (bei Feinsand etwa bis 0,70)[11].

Für Tonboden ($w = 1$) erhält man durch Verbindung der Gl. (16) und (12b) für die Porenzahl die Gleichung:

$$1 + \varepsilon = (1 + \varepsilon_{1.0}) \cdot p^{-\frac{1}{v}} \tag{16a}$$

$$(\varepsilon_{1,0} = \varepsilon \text{ für } p = 1{,}0) ,$$

also eine einfache Potenzgleichung für $1 + \varepsilon$, die bekanntlich auf doppelt-logarithmisch geteiltem Papier (Potenzpapier) eine gerade Linie ergibt.

Von den beiden Gl. (14) und (15) ist Gl. (15) die genauere und verdient darum, als allgemeines Gesetz für die Zusammendrückung des Bodens bei der Erstbelastung bezeichnet zu werden. Die Unterschiede zwischen den beiden Gleichungen sind aber nur sehr gering, so daß auch die Gl. (14) noch in jedem Falle vollauf befriedigt. Da sie in mathematischer Hinsicht die einfachere ist, wollen wir sie bei den folgenden Untersuchungen ausschließlich verwenden. Setzt man näherungsweise das Raumgewicht des Bodens als konstant voraus, so gilt die Gl. (14) auch für die Abhängigkeit der Werte V von der Tiefe z, so daß man anschreiben kann[12]:

$$V = v_z \cdot z^w \tag{17}$$

mit

$$v_z = (v \cdot \gamma^w) .$$

Diese Gleichung schließt den Grenzfall gleichbleibender Verdichtungszahl (Boussinesq) mit ein ($w = 0$), andererseits auch den von Fröhlich besonders untersuchten Fall $w = 1$.

Mit Hilfe der Gl. (17) wird es jetzt möglich, den von Fröhlich nachgewiesenen Zusammenhang zwischen der Ordnungszahl ν und der Veränderlichkeit der Verdichtungszahlen im Untergrund allgemeiner zu fassen. Dazu berechnen wir in derselben Weise, wie Fröhlich es getan hat, die Formänderungsarbeit A für den Bodenteil zwischen den Halbkugelflächen R_1 und R_2. Für ein ringförmiges Element dieses Bodenteiles hat man den Rauminhalt

$$dJ = 2 \pi R^2 \sin \varphi \, dR \, d\varphi ,$$

so daß die Gleichung für die Formänderungsarbeit lautet:

[9] Terzaghi, K. v.: Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien 1925.

[10] Terzaghi hatte offenbar bei der Niederschrift seines Buches (1923) noch nicht eine genügend große Anzahl von Versuchen mit den verschiedensten Bodenarten durchgeführt.

[11] Auf die Begründung dieser Ergebnisse wird noch ausführlicher zurückzukommen sein.

[12] Man könnte ohne größere Schwierigkeiten auch die Veränderlichkeit von γ berücksichtigen. Die Potenz w in Gl. (17) würde dann ein wenig höher sein als das w nach Gl. (14).

$$A = \frac{1}{2}\int \frac{\sigma_R^2}{V}\,dJ = \pi \int_{R_1}^{R_2}\int_0^{\pi/2} \frac{\sigma_R^2}{V} R^2 \sin\varphi\, dR\, d\varphi .$$

Setzt man die Werte von σ_R und V nach Gl. (8a) und (17) ein, so ergibt sich

$$A = \frac{\nu^2 P^2}{4\pi v_z} \cdot \int_{R_1}^{R_2}\int_0^{\pi/2} \frac{dR}{R^{2+w}} \cdot \sin\varphi \cos^{2\nu-4-w}\varphi\, d\varphi$$

oder nach Integration:

$$A = \frac{P^2}{4\pi v_z} \cdot \frac{1}{1+w}\left(\frac{1}{R_1^{1+w}} - \frac{1}{R_2^{1+w}}\right)\frac{\nu^2}{2\nu-3-w} .$$

Für veränderliches ν ergibt sich der Kleinstwert von A, wenn der Ausdruck

$$\frac{\nu^2}{2\nu-3-w}$$

seinen Kleinstwert annimmt. Aus der Bedingung

$$\frac{\partial}{\partial\nu}\left(\frac{\nu^2}{2\nu-3-w}\right) = \frac{2\nu(2\nu-3-w)-2\nu^2}{(2\nu-3-w)^2} = 0$$

erhält man

(18) $$\underline{\nu = 3 + w .}$$

Diese einfache Beziehung läßt ohne weiteres die von Fröhlich erhaltenen Sonderergebnisse: $\nu = 3$ für $w = 0$ (V = konst.) und $\nu = 4$ für $w = 1{,}0$ ($V = v \cdot z$) erkennen.

In seinem Buch „Druckverteilung im Baugrunde" gibt Fröhlich unter der Voraussetzung geradliniger Kraftausstrahlung auch für die Auswirkung einer waagerechten Belastung die entsprechenden Formeln an, und zwar

für eine waagerechte Einzellast W:

(19) $$\sigma_R = \frac{\nu W}{2\pi R^2}\sin^{\nu-2}\varphi$$

und für die waagerechte Linienlast $\overline{w}$ je Längeneinheit der Y-Achse mit quer zur Lastlinie gerichteten Lastspannungen:

(20) $$\sigma_R = C \cdot \frac{\overline{w}}{R}\sin^{\nu-2}\varphi .$$

Diese Formeln sind jedoch infolge unvorsichtiger Ableitung nicht richtig, was man sofort an folgenden Punkten erkennt:

1. Die Gl. (19) kann nicht aus der Umschreibung der Gl. (8a) gewonnen werden, da bei einer waagerechten Einzellast keine achsensymmetrische Aufgabe vorliegt.

2. Die Gl. (19) und (20) liefern für $\nu = 4$ sämtliche σ_R-Werte positiv, woraus wohl eine lotrechte, aber keine waagerechte Mittelkraft folgt.

3. Für $\nu = 4$ konzentrieren sich die Spannungen σ_R noch näher der Oberfläche als für $\nu = 3$, während nach dem Ergebnis für die lotrechte Einzellast das Umgekehrte erwartet werden muß. Für $\nu = 4$ ist $V = v_z \cdot z$; danach ist die Oberfläche sehr wenig fest ($V = 0$), so daß sie die sich ergebenden endlichen waagerechten Spannungen auch nicht aufnehmen könnte.

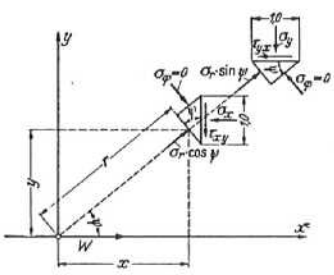


Abb. 7.

Die richtige Gleichung für eine waagerechte Einzellast folgt aus den Gl. (2) von Cerrutti für m = 2, wenn man diese in ähnlicher Weise erweitert, wie es Fröhlich für die Gleichungen von Boussinesq gezeigt hat. Man erhält so den Ansatz:

$$\sigma_R = D \cdot \frac{W}{R^2}\cos\psi \sin\varphi \cos^{\nu-3}\varphi ,$$

wenn ψ ebenso wie in Gl. (2) den Grundrißwinkel des betreffenden Punktes mit der Kraftrichtung und φ wie bisher den Strahlwinkel mit der Lotrechten bedeutet.

Die Konstante D findet man aus der Gleichgewichtsbedingung:

$$\frac{W}{4}\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} \sigma_R \cdot df \cdot \sin\varphi\cos\psi \quad \text{mit} \quad df = R\,d\varphi \cdot R\,d\psi \sin\varphi$$

(20) $$\text{zu } \frac{1}{D} = 4\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} \sin^3\varphi\cos^{\nu-3}\varphi\,d\varphi \cdot \cos^2\psi\,d\psi = \pi\int_0^{\pi/2}\sin^3\varphi\cos^{\nu-3}\varphi\,d\varphi = \frac{2\pi}{\nu(\nu-2)} ,$$

so daß also gilt:

(21a) $$\sigma_R = (\nu-2)\frac{\nu}{2\pi}\cdot\frac{W}{R^2}\cos\psi\sin\varphi\cos^{\nu-3}\varphi .$$

Um auch die übrigen Spannungen zu erhalten, wenden wir die Formeln (7) sinngemäß auf Gl. (21a) an und erhalten:

$\sigma_z = \sigma_R \cos^2\varphi$; $\sigma_r = \sigma_R \sin^2\varphi$; $\tau_{zr} = \sigma_R \sin\varphi\cos\varphi$.

Weiter liest man aus der Abb. 7 ab:

$\sigma_x = \sigma_r \cos^2\psi$; $\sigma_y = \sigma_r \sin^2\psi$;

$\tau_{xy} = \sigma_r \sin\psi\cos\psi$; $\tau_{zx} = \tau_{zr}\cos\psi$; $\tau_{zy} = \tau_{zr}\sin\psi$.

Im ganzen erhält man damit:

(21b)
$$\sigma_z = (\nu-2)\frac{\nu}{2\pi}\cdot\frac{W}{z^2}\cdot\cos\psi\sin\varphi\cos^{\nu+1}\varphi$$
$$\sigma_x = (\nu-2)\frac{\nu}{2\pi}\cdot\frac{W}{z^2}\cdot\cos^3\psi\sin^3\varphi\cos^{\nu-1}\varphi$$
$$\sigma_y = (\nu-2)\frac{\nu}{2\pi}\cdot\frac{W}{z^2}\cdot\sin^2\psi\cos\psi\sin^3\varphi\cos^{\nu-1}\varphi$$
$$\tau_{zx} = (\nu-2)\frac{\nu}{2\pi}\frac{W}{z^2}\cdot\cos^2\psi\sin^2\varphi\cos^{\nu}\varphi$$
$$\tau_{zy} = (\nu-2)\frac{\nu}{2\pi}\cdot\frac{W}{z^2}\cdot\sin\psi\cos\psi\sin^2\varphi\cos^{\nu}\varphi$$
$$\tau_{xy} = (\nu-2)\frac{\nu}{2\pi}\cdot\frac{W}{z^2}\cdot\sin\psi\cos^2\psi\sin^3\varphi\cos^{\nu-1}\varphi .$$

Für $\nu = 3$ stimmen diese Gleichungen — wie es sein muß — mit den Gleichungen von Cerutti für m = 2 überein.

Für eine waagerechte Linienlast liefert die Erweiterung der Gl. (4)

$$\sigma_R = D \cdot \frac{\overline{w}}{R}\cdot\sin\varphi\cos^{\nu-3}\varphi .$$

Die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\overline{w}}{2} = \int_0^{\pi/2}\sigma_R \cdot df \cdot \sin\varphi \quad \text{mit} \quad df = 1{,}0 \cdot R \cdot d\varphi$$

liefert:

$$\frac{1}{2D} = \int_0^{\pi/2}\sin^2\varphi\cos^{\nu-3}\varphi\,d\varphi = \frac{1}{\nu-2}\cdot\frac{1}{2C} ,$$

so daß man auch anschreiben kann:

(22a) $$\sigma_R = (\nu-2)\,C\frac{\overline{w}}{R}\sin\varphi\cos^{\nu-3}\varphi ,$$

wenn C die durch Gl. (9c) gegebene Konstante bedeutet. Wie ersichtlich, unterscheiden sich die Konstanten für waagerechte Belastung von denen für lotrechte Belastung nur durch den Faktor $(\nu-2)$.

Mit Hilfe der Gl. (7) erhält man aus Gl. (22a) weiter:

(22b)
$$\sigma_z = (\nu-2)\,C\frac{\overline{w}}{z}\cdot\sin\varphi\cos^{\nu}\varphi$$
$$\sigma_x = (\nu-2)\,C\frac{\overline{w}}{z}\cdot\sin^3\varphi\cos^{\nu-2}\varphi .$$
$$\tau = (\nu-2)\,C\frac{\overline{w}}{z}\cdot\sin^2\varphi\cos^{\nu-1}\varphi .$$

Hierin $\nu = 3$ gesetzt, ergibt wieder Übereinstimmung mit Gl. (4).

Es sei noch nachgewiesen, daß der Zusammenhang: $\nu = 3 + w$ nach Gl. (18) auch für waagerechte Belastung gilt. Für eine Einzellast hat man mit Hilfe der Gl. (21a) und (17) und mit dem Raumelement

$$dJ = R^2\, dR\, d\psi \sin\varphi\, d\varphi$$

für die Formänderungsarbeit des Teiles zwischen den Halbkugelflächen R_1 und R_2:

$$\frac{1}{4} A = \frac{1}{2} \int \frac{\sigma_R^2}{V} dJ = (\nu - 2)^2 \cdot \frac{\nu^2}{8\pi^2} \cdot \frac{W^2}{V_z} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{dR}{R^{2+w}} \cdot \cos^2\psi \cdot d\psi \cdot \sin^3\varphi \cos^{2\nu-6-w}\varphi\, d\varphi$$

$$= (\nu - 2)^2 \cdot \frac{\nu^2}{8\pi^2} \frac{W^2}{V_z} \cdot \frac{1}{1+w} \left[\frac{1}{R_1^{1+w}} - \frac{1}{R_2^{1+w}} \right] \cdot \frac{\pi}{4} \int_0^{\pi/2} \sin^3\varphi \cos^{2\nu-6-w}\varphi\, d\varphi .$$

Für das noch übrigbleibende Integral können wir nach Gl. (20) schreiben:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^3\varphi \cos^{2\nu-6-w}\varphi\, d\varphi = \frac{2}{(2\nu - 3 - w)(2\nu - 5 - w)} .$$

Für A = min muß danach der Ausdruck

$$\frac{(\nu - 2)^2 \cdot \nu^2}{(2\nu - 3 - w)(2\nu - 5 - w)}$$

seinen Kleinstwert erreichen. Durch Nullsetzen von $\frac{\partial \ldots}{\partial \nu}$ erhält man:

$$(4\nu^3 - 12\nu^2 + 8\nu)\,[4\nu^2 - 4\nu(4 + w) + (3 + w)(5 + w)] - (\nu^4 - 4\nu^3 + 4\nu^2)\,[8\nu - 4(4 + w)] = 0 .$$

Diese Bedingung ist erfüllt, wenn man $w = \nu - 3$ einsetzt, so daß also die Gl. (18) auch für waagerechte Belastung gilt.

Die C-Werte nach Gl. (9c) lassen sich ohne große Mühe nur für ganzzahliges ν angeben. Um die Formeln (9b) und (22b) — der Beziehung (18) entsprechend — auch für eine beliebige Ordnungszahl ν verwenden zu können, sei für C folgende Interpolationsformel gegeben:

$$(23)\quad \begin{cases} C = 0{,}75 + 0{,}10610\left(1 - \frac{\nu - 4}{14{,}58}\right)(\nu - 4) \\ \quad + 0{,}00109\left(1 - \frac{\nu - 4}{6{,}11}\right)(\nu - 3)(\nu - 4)(\nu - 5) \\ \quad + 0{,}000057\left(1 - \frac{\nu - 4}{5{,}2}\right)(\nu - 2)(\nu - 3)(\nu - 4)(\nu - 5)(\nu - 6) . \end{cases}$$

Man erhält z. B. für

$\nu =$	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
C =	0,5721	0,6366	0,6955	0,7500	0,8009	0,8488	0,8942	0,9375 (für Linienlast)
$\frac{\nu}{2\pi} =$	0,3979	0,4775	0,5570	0,6366	0,7162	0,7958	0,8754	0,9549 (für Einzellast).

Einfluß eines starren Untergrundes.

Bisher haben wir vorausgesetzt, daß gleichmäßiger Baugrund bis in sehr große Tiefen ansteht, und es sei ausdrücklich bemerkt, daß die Beziehung (18): $\nu = 3 + w$ nur für diesen Fall gilt. Liegen in größerer Tiefe Bodenschichten, die sich im Vergleich zum überlagernden Boden nur sehr wenig zusammendrücken lassen, so ist $\nu > 3 + w$. Für den Fall, daß in einer gewissen Tiefe ein gänzlich starrer Untergrund vorhanden ist, hat Melan, unter der Voraussetzung gleichbleibenden V-Wertes sowohl für Einzellast als auch für Linienbelastung die Rechnung durchgeführt[13]. Für Punktlast erhielt er als Größtwert des Bodendruckes auf der starren Unterlage:

$$\sigma_z \approx \frac{0{,}822}{1{,}08} \cdot \frac{P}{z^2},$$

was nach Gl. (8b) einem ν-Wert von rd. 4,8 entspricht. Der für Linienlast errechnete Spannungsgrößtwert

$$\sigma_z \approx \frac{0{,}9195}{1{,}04} \cdot \frac{P}{z}$$

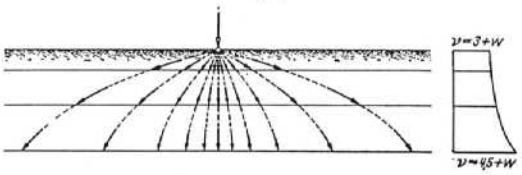


Abb. 8. Ungefähres Spannungsbild oberhalb einer unnachgiebigen Schicht.

ergibt ein ν von rd. 5,4. Durchschnittlich wird also für die Druckverteilung längs der starren Schicht die Ordnungszahl ν von 3 auf rd. 5, also um etwa 2,0 erhöht. Diese Erhöhung von ν gilt aber nur in der Nähe der starren Schicht; in der Umgebung der Last gelten die Gesetze für den unbegrenzten Baugrund. Den ungefähren Verlauf der Schrägspannungen (aus σ_z und τ) und der Ordnungszahl ν mag Abb. 8 andeuten.

Melan geht bei seinen Berechnungen von der Annahme aus, daß längs der starren Schicht keine Schubspannungen vorhanden sind, was sicher nicht genau zutrifft. M. E. müßte man demgegenüber davon ausgehen, daß die Bodenschicht in unmittelbarer Nähe der unnachgiebigen Schicht keine waagerechten Verschiebungen erleiden kann, weil sie durch die Reibungskräfte daran gehindert wird. Längs der starren Schicht ist im überlagernden Boden derselbe Spannungszustand vorhanden wie bei einem Zusammendrückungsversuch mit verhinderter Seitendehnung, d. h. man muß längs der starren Schicht die Bedingung:

$$\sigma_x = \sigma_y\ (= \sigma_r) = \lambda \cdot \sigma_z$$

anschreiben, wenn λ die Verhältniszahl des natürlichen Erddruckes (auch Ruhedruckzahl genannt) bedeutet. — Unter dieser Bedingung wird sich die Belastung wahrscheinlich etwas mehr nach der Seite hin verteilen als nach Melan. Schätzungsweise kann für die unnachgiebige Schicht (und $w = 0$) etwa mit einem ν von 4,5 (anstatt rd. 5,0) gerechnet werden, also mit einer Erhöhung von ν um rd. 1,5.

Deutung der Versuchsergebnisse.

Fröhlich hat nachgewiesen, daß die Versuchsergebnisse der verschiedensten Forscher mit den σ_z-Werten für eine Ordnungszahl $\nu = 6$ gut übereinstimmen. Seiner Meinung, daß dieser hohe ν-Wert durch die Sohlreibung und die plastischen Erscheinungen in der Nähe der Lastplatte bedingt ist, kann ich allerdings nicht beistimmen. M. E. sind die hohen Bodenspannungen in der Nähe der Belastungslotrechten hauptsächlich darauf zurückzuführen, daß die Meßdosen bei den meisten Versuchen auf einer relativ unnachgiebigen Unterlage aufruhten[14].

Berücksichtigt man bei den Versuchen die mehr oder weniger starre Unterlage — den obigen Darlegungen entsprechend — durch eine Erhöhung von ν um 1,5, und nimmt man für die Zusammendrückung des Sandes mit Rücksicht auf Gl. (18) $w = 0{,}7$ an, so kommt man auf einen ν-Wert von $3{,}0 + 1{,}5 + 0{,}7 = 5{,}2$. Der Rest von 5,2 auf 6,0 dürfte den Einfluß der Sohlreibung ausmachen[15]. — Falls diese Überlegungen in vollem Umfange zutreffen,

[13] Melan, E.: Die Verteilung des Druckes durch eine elastische Schicht. Öst. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst 24 (1918) S. 394 und Beton u. Eisen 18 (1919) S. 83.

[14] Dieselbe Ursache erwähnt auch A. Scheidig in seiner Arbeit: Die Verteilung senkrechter Drücke in Schüttungen. Diss. Freiberg 1926.

[15] Fröhlich versucht nachzuweisen, daß die Reibungsspannungen allgemein, also auch noch für größere Tiefe, den Faktor ν erhöhen. Dieser Nachweis ist jedoch nicht als gelungen anzusehen, denn die unter Ziffer 23 und 24 des Fröhlichschen Buches aufgeführten Lastsysteme entsprechen nicht den wirklichen Verhältnissen bei der Belastung des Baugrundes. Unter Ziffer 25 und 26 hat Fröhlich den Einfluß der Sohlreibung zutreffender berechnet.

geben die durchgeführten Versuche keinen untrüglichen Anhalt für die bei der Gründung von Bauwerken wirklich auftretenden Spannungen im Untergrund. Für einheitlichen und genügend tiefen Baugrund wird es sich empfehlen, ν nach Gl. (18), also zwischen 3 und 4 liegend anzunehmen. Der Einfluß der Sohlreibung kann mit demselben ν-Wert dann noch für sich allein ermittelt werden, jedoch selbstverständlich nur dann, wenn man nachweisen kann, daß diese Sohlreibung auch wirklich auftritt.

Genauere Berechnungen.

Die Einfachheit des angenommenen Gesetzes für die Veränderlichkeit der Zusammendrückbarkeit des Baugrundes mit der Tiefe [Gl. (17)] gestattet es, genauere Berechnungen durchzuführen und auf diese Weise die auf dem Prinzip der geradlinigen Kraftausbreitung aufgebauten Gleichungen zu überprüfen. Nachstehend geben wir eine kurze Ableitung der die Aufgabe beherrschenden Differentialgleichung und daran anschließend eine bemerkenswerte Sonderlösung im Hinblick auf die Gleichungen für geradlinige Kraftausbreitung[16].

Wir machen zunächst die Annahme, daß auch dem Baugrunde eine Querdrehungszahl m zugeschrieben werden kann. Für einen elastischen Körper gilt bekanntlich bei völlig behinderter Seitendehnung:

$$\sigma_x = \frac{1}{m-1}\,\sigma_z\,.$$

Diese Gleichung wird man auch wohl mit hinreichender Näherung auf den Baugrund anwenden dürfen. Da für verhinderte Seitendehnung — wie oben bereits bemerkt — das Gesetz

$$\sigma_x = \lambda \cdot \sigma_z$$

gilt, so folgt aus der Gleichsetzung dieser beiden Formeln:

$$m = 1 + \frac{1}{\lambda}\,, \tag{24}$$

wonach man (näherungsweise) die Querdehnungszahl m berechnen kann, wenn die Verhältniszahl λ des natürlichen Erddruckes bekannt ist.

Die Gründungssohle eines Bauwerkes befindet sich nicht in der Oberfläche des Baugrundes, sondern in einer gewissen Tiefe. Wir nehmen deshalb für die Verdichtungszahl als Funktion der Tiefe z unter Gründungssohle das Gesetz an:

$$V = v_z\,(z + z_0)^w. \tag{17a}$$

In dieser Gleichung braucht z_0 nicht gleich der Gründungstiefe zu sein, sondern z_0 ist als eine Konstante zu betrachten, die den Zweck hat, die unterhalb der Gründungssohle vorhandene Gesetzmäßigkeit von V mit möglichst großer Näherung wiederzugeben. In der Abb. 9 sind die in Gl. (17a) enthaltenen verschiedenen Möglichkeiten für $V = f(z)$ veranschaulicht.

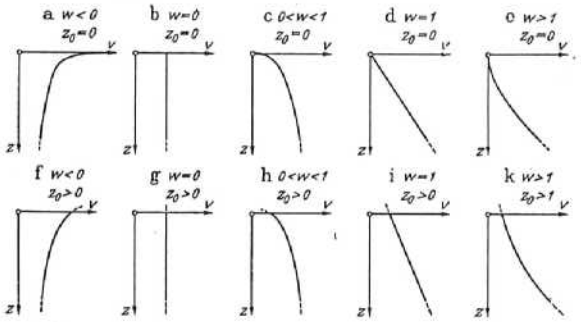


Abb. 9. Verschiedene Möglichkeiten für die Veränderlichkeit der Verdichtungszahl nach Gl. (17 a).

Die (dem E der festen Körper entsprechende) Zusammendrückungszahl des Bodens bei unbehinderter Seitendehnung sei mit Z und die Gleitungszahl — wie üblich — mit G bezeichnet. Bei Gültigkeit der Gl. (24) dürfen auch die bekannten Zusammenhänge:

$$G = \frac{m \cdot Z}{2\,(m+1)} \quad \text{und} \quad Z = \left[1 - \frac{2}{m\,(m-1)}\right] \cdot V \tag{25}$$

als richtig angenommen werden.

Bekanntlich bestehen zwischen Spannungen und Formänderungen die folgenden Zusammenhänge[17], die auch für veränderliche Formänderungszahlen gültig bleiben:

$$\left\{\begin{aligned} \sigma_x &= 2\,G\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{e}{m-2}\right); & \tau_{xy} &= \tau_{yx} = G\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\right) \\ \sigma_y &= 2\,G\left(\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{e}{m-2}\right); & \tau_{xz} &= \tau_{zx} = G\left(\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x}\right) \\ \sigma_z &= 2\,G\left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2}\right); & \tau_{yz} &= \tau_{zy} = G\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right). \end{aligned}\right. \tag{26}$$

Hierin bedeuten ξ, η und ζ die Verschiebungen in Richtung x, y und z und

$$e = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \tag{27}$$

die Änderung der Raumeinheit eines Elementes. Um die Gl. (26) in die Gleichgewichtsbedingungen:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} &= 0 \end{aligned}\right. \tag{28}$$

einsetzen zu können, müssen sie differenziert werden, wobei zu beachten ist, daß aus

$$G = g\,(z + z_0)^w$$

folgt:

$$\frac{\partial G}{\partial z} = g \cdot w\,(z + z_0)^{w-1} = \frac{w}{z + z_0} \cdot G\,.$$

So hat man z. B.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 2\,\frac{\partial G}{\partial z}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2}\right) + 2\,G\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{1}{m-2} \cdot \frac{\partial e}{\partial z}\right) \\ &= 2\,G\left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{1}{m-2} \cdot \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{w}{z + z_0}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2}\right)\right]. \end{aligned}$$

Die Einsetzung der differenzierten Gl. (26) in die Gl. (28) liefert nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\left\{\begin{aligned} \nabla^2 \xi + \frac{m}{m-2} \cdot \frac{\partial e}{\partial x} + \frac{w}{z + z_0}\left(\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x}\right) &= 0 \\ \nabla^2 \eta + \frac{m}{m-2} \cdot \frac{\partial e}{\partial y} + \frac{w}{z + z_0}\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) &= 0 \\ \nabla^2 \zeta + \frac{m}{m-2} \cdot \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{2\,w}{z + z_0}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2}\right) &= 0\,, \end{aligned}\right. \tag{29}$$

wenn

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

den Laplaceschen Operator bedeutet. Differenziert man die erste der Gl. (29) nach x, die zweite nach y und die dritte nach z und addiert dann, so erhält man unter Beachtung von Gl. (27):

$$\begin{aligned} 2\,\frac{m-1}{m-2} \cdot \nabla^2 e + \frac{w}{z + z_0} \cdot \nabla^2 \zeta + \frac{m}{m-2} \cdot \frac{w}{z + z_0} \cdot \frac{\partial e}{\partial z} \\ = \frac{2\,w}{(z + z_0)^2}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2}\right) \end{aligned}$$

oder wenn man $\nabla^2 \zeta$ nach Gl. (29) und danach $\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2}$ nach Gl. (26) einsetzt:

$$2\,\frac{m-1}{m-2} \cdot \nabla^2 e = \frac{w\,(1 + w)}{(z + z_0)^2} \cdot \frac{\sigma_z}{G}\,. \tag{30}$$

Diese Differentialgleichung muß erfüllt sein, wenn die Spannungen nach den Gl. (26) mit den Formänderungen „verträglich" sein

[16] Auf die genaueren Berechnungen hoffe ich eingehender zurückzukommen.

[17] Für die folgende Ableitung vgl. Föppl, A.: Vorlesungen über techn. Mechanik, Bd. V, Leipzig 1907.

sollen. Für gleichbleibende Verdichtungszahl ($w = 0$) erhält man die bekannte Gleichung

$$\nabla^2 e = 0,$$

die durch die Gl. (1) bis (4) erfüllt ist.

Gl. (30) läßt sich noch umformen, indem für e der bekannte Wert

$$e = \frac{m-2}{m\,Z}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{m-2}{m+1} \cdot \frac{1}{2\,G}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

eingesetzt wird. Mit der Abkürzung

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

und der unschwer nachweisbaren Beziehung

$$G \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\sigma}{G}\right) = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} - \frac{2\,w}{z + z_0} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{w\,(1+w)}{(z+z_0)^2} \cdot \sigma$$

erhält man für Gl. (30):

$$\nabla^2 \sigma = \frac{2\,w}{z + z_0} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{w\,(1+w)}{(z+z_0)^2} \cdot \left(\frac{m+1}{m-1}\,\sigma_z - \sigma\right). \tag{31}$$

In dieser Differentialgleichung kommen nur noch die Spannungen vor.

Die Fröhlichschen Gl. (8) und (9) und die Gl. (21) und (22) erfüllen im allgemeinen nicht die Bedingung (31), was man ohne weiteres daran erkennt, daß die Querdehnungszahl m in ihnen nicht vorkommt.

Ich habe den genauen Zusammenhang (Gl. 31) sowohl für Einzel- als auch für Linienlast weiter verfolgt (worauf an anderer Stelle zurückzukommen sein wird). Bei diesen Untersuchungen stellte sich folgendes überraschendes Ergebnis heraus:

Die Gleichungen von Fröhlich für geradlinige Druckausbreitung sind für lotrechte Belastung unter der Voraussetzung $z_0 = 0$ (Gl. 17) für den Sonderfall

$$\underline{m = \nu - 1 = 2 + w} \tag{32}$$

genaue Lösungen der Differentialgleichung (31). Während also die Näherungsgleichungen (8) und (9) für $w = 0$ (gleichbleibendes V), $\nu = 3$, $m = 2$ genau erfüllt sind — was durch die Gl. (1) und (3) ja auch schon nachgewiesen wurde — sind sie ebenso z. B. auch für den Fall $w = 1$, $\nu = 4$, $m = 3$ genau erfüllt. Wenn nun auch die Voraussetzung $z_0 = 0$ nicht immer erfüllt ist, so erfahren die Gleichungen von Fröhlich durch den angeführten Zusammenhang doch eine gute Rechtfertigung.

Ich habe eingangs bemerkt, daß die Gl. (3) und (4) von Michell m. E. nur für $m = 2$ richtig sind, was jetzt durch Gl. (32) bestätigt wird. Man kann das auch leicht dadurch beweisen — wie übrigens für alle m-Werte, die der Beziehung Gl. (32) entsprechen — daß man die Bedingung: seitliche Verschiebung $\xi = 0$ für $\varphi = 0$ nachprüft, die bei lotrechter Belastung für jede genaue Lösung erfüllt sein muß. Bekanntlich gilt:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{Z}\left(\sigma_x - \frac{\sigma_y + \sigma_z}{m}\right),$$

so daß die angegebene Bedingung lautet:

$$\xi \cdot Z = \int_0^\infty \sigma_x\,dx - \frac{1}{m}\int_0^\infty \sigma_y + \sigma_z\,dx = 0. \tag{33}$$

Für lotrechte Einzellast erhält man nach den Gl. (8b) unter Beachtung von

$$\sigma_y = 0,\ \sigma_x = \sigma_r \text{ und } x = z\,\mathrm{tg}\,\varphi,\ dx = z\frac{d\varphi}{\cos^2\varphi}$$

sowie von Gl. (9c):

$$\xi \cdot Z = \frac{\nu P}{2\pi z}\left[\int_0^{\pi/2} \sin^2\varphi \cos^{\nu-2}\varphi\,d\varphi - \frac{1}{m}\int_0^{\pi/2} \cos^\nu \varphi\,d\varphi\right]$$

$$= \frac{\nu P}{2\pi z}\left[\frac{1}{(\nu-1)\,2\,C_{\nu+1}} - \frac{1}{m \cdot 2\,C_{\nu+1}}\right]$$

oder

$$\xi \cdot Z = \frac{\nu}{4\pi \cdot C_{\nu+1}} \cdot \frac{P}{z}\left(\frac{1}{\nu-1} - \frac{1}{m}\right), \tag{34}$$

wobei C_ν die Konstante nach Gl. (9 c) bedeutet.

In ähnlicher Weise findet man für lotrechte Linienlast:

$$\xi \cdot Z = \frac{\overline{p}}{2} \cdot \frac{m+1}{m^2}\left(\frac{m-1}{\nu-2} - 1\right). \tag{35}$$

Nach den Gl. (34) und (35) ist $\xi = 0$ für $m = (\nu - 1)$, wodurch die Beziehung Gl. (32) bestätigt wird. Die Gl. (35) zeigt noch insbesondere, daß die Gl. (3) von Michell ($\nu = 3$) nur für $m = 2$ richtig sein kann, da nur für $m = 2$ die Forderung $\xi = 0$ erfüllt ist.

Die Beziehung Gl. (32) gilt leider nur für lotrechte Belastung. Wie eine Durchrechnung ergeben hat, enthalten die Gl. (21) und (22) keine Sonderlösungen der Differentialgleichung (30) bzw. (31), sie sind also in dieser Hinsicht den Formeln (8) und (9) von Fröhlich gegenüber im Nachteil.

Zum Schluß seien noch einige Formeln mitgeteilt, nach denen

der Einfluß einer gleichmäßig verteilten Rechteckbelastung

für die Sonderfälle $\nu = 3$ und $\nu = 4$ berechnet werden kann. Die Gültigkeit des Prinzips der geradlinigen Kraftausbreitung (Gl. 8, 9, 21 und 22) ist dabei vorausgesetzt. Für $\nu = 3$ (Boussinesq) hat Steinbrenner den Einfluß einer lotrechten Rechteckbelastung auf σ_z bereits berechnet. Er findet für die Spannung σ_z lotrecht unter einer Ecke der belasteten Rechteckfläche [18] (vgl. Abb. 10):

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi}\left[\mathrm{arctg}\,\frac{ab}{z\,C} + \frac{abz}{C} \cdot \frac{A^2 + B^2}{A^2 \cdot B^2}\right].$$

Man kann diese Gleichung auch in der Form schreiben:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi}\left[\arcsin\frac{ab}{AB} + \frac{ab}{AB} \cdot \frac{2 - \left(\frac{a}{A}\right)^2 - \left(\frac{b}{B}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{ab}{AB}\right)^2}}\right],$$

die Tschebotareff und Relton (unabhängig von Steinbrenner) abgeleitet haben [19].

In derselben Art und Weise, wie Steinbrenner die Ableitung der obigen Gleichung für σ_z gezeigt hat, kann man auch für σ_x und σ_y die entsprechenden Formeln ableiten, und zwar sowohl für lotrechte als auch für waagerechte Belastung. Wir beschränken uns auf die Wiedergabe der fertigen Formeln. Die Bezeichnungen sind nach Abb. 10 gewählt. Für $a = \infty$ oder $b = \infty$ hat man den Einfluß einer einseitig unendlich langen Streifenlast.

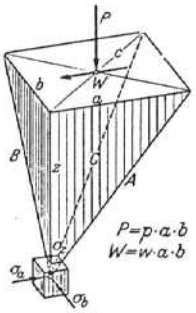


Abb. 10.

1. Lotrechte Rechteckbelastung mit p.

a) $\nu = 3$:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi}\left[\mathrm{arc\,tg}\,\frac{ab}{z\,C} + ab\left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2}\right)\frac{z}{C}\right] \text{ (Gl. von Steinbrenner),}$$

für $a = \infty$:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi}\left(\mathrm{arc\,tg}\,\frac{b}{z} + \frac{bz}{B^2}\right).$$

Die letzte Gleichung stimmt mit der von Terzaghi gegebenen Gleichung [20]:

$$2\,\sigma_z = \frac{p}{\pi}(\varphi + \sin\varphi\cos\varphi)$$

überein, wenn man den Zusammenhang $\mathrm{tg}\,\varphi = b/z$ beachtet.

[18] Steinbrenner, W.: Tafeln zur Setzungsberechnung Straße 1 (1934) S. 121.

[19] Nach persönlicher Mitteilung des Herrn Tschebotareff; s. auch Proceedings of the Internat. Conference on Soil Mechanics, Vol. I, S. 57. Cambridge, Mass. 1936.

[20] Terzaghi, K. v.: Erdbaumechanik, S. 226.

$$\sigma_a = \frac{p}{2\pi}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{ab}{zC} - \frac{ab}{A^2}\cdot\frac{z}{C}\right);$$

$$\sigma_b = \frac{p}{2\pi}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{ab}{zC} - \frac{ab}{B^2}\cdot\frac{z}{C}\right);$$

für $a = \infty$: $\sigma_a = \frac{p}{2\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{z}$; $\quad \sigma_b = \frac{p}{2\pi}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{z} - \frac{bz}{B^2}\right)$.

Die letzte Formel stimmt wieder mit der von Terzaghi gegebenen Gleichung [20]:

$$2\,\sigma_x = \frac{p}{\pi}\,(\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)$$

überein.

b) $\nu = 4$:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi}\left[\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{z^2}{A^2}\right)\frac{a}{A}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{A} + \left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{z^2}{B^2}\right)\frac{b}{B}\operatorname{arc\,tg}\frac{a}{B} + \frac{ab}{2}\left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2}\right)\frac{z^2}{C^2}\right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_z = \frac{p}{4}\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{z^2}{B^2}\right)\cdot\frac{b}{B}$

in Übereinstimmung mit der von Fröhlich (S. 38) abgeleiteten Gleichung:

$$2\,\sigma_z = \frac{3}{4}\,p\left(\sin\vartheta - \frac{1}{3}\sin^3\vartheta\right) \quad \text{mit } \sin\vartheta = \frac{b}{B}.$$

$$\sigma_a = \frac{p}{4\pi}\left[\frac{a^3}{A^3}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{A} + \frac{b}{B}\operatorname{arc\,tg}\frac{a}{B} - \frac{ab}{A^2}\cdot\frac{z^2}{C^2}\right];$$

$$\sigma_b = \frac{p}{4\pi}\left[\frac{b^3}{B^3}\operatorname{arc\,tg}\frac{a}{B} + \frac{a}{A}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{A} - \frac{ab}{B^2}\cdot\frac{z^2}{C^2}\right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_a = \frac{p}{8}\cdot\frac{b}{B}$; $\quad \sigma_b = \frac{p}{8}\cdot\frac{b^3}{B^3}$.

Die letzte Gleichung ist in Übereinstimmung mit der von Fröhlich (S. 38) gegebenen Formel:

$$2\,\sigma_x = \frac{p}{4}\sin^3\vartheta \text{ mit } \sin\vartheta = \frac{b}{B}.$$

2. Waagerechte Rechteckbelastung mit w, in Richtung der Seite a wirkend.

a) $\nu = 3$:

$$\sigma_z = \frac{w}{2\pi}\left(\frac{b}{B} - \frac{z^2}{A^2}\cdot\frac{b}{C}\right);$$

für $a = \infty$: $\sigma_z = \frac{w}{2\pi}\cdot\frac{b}{B}$; $\quad$ für $b = \infty$: $\sigma_z = \frac{w}{2\pi}\cdot\frac{a^2}{A^2}$.

$$\sigma_a = \frac{w}{\pi}\left[\ln\left(\frac{A}{z}\cdot\frac{b+B}{b+C}\right) - \frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{A^2}\cdot\frac{b}{C}\right];$$

$$\sigma_b = \frac{w}{2\pi}\left[\ln\left(\frac{A}{z}\cdot\frac{b+B}{b+C}\right) - b\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{C}\right)\right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_a = \frac{w}{\pi}\ln\frac{b+B}{z}$; $\quad \sigma_b = \frac{w}{2\pi}\left(\ln\frac{b+B}{z} - \frac{b}{B}\right)$;

für $b = \infty$: $\sigma_a = \frac{w}{\pi}\left(\ln\frac{A}{z} - \frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{A^2}\right)$; $\quad \sigma_b = \frac{w}{2\pi}\ln\frac{A}{z}$.

b) $\nu = 4$:

$$\sigma_z = \frac{w}{2\pi}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{z} - \frac{z^3}{A^3}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{A} + bz\left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{A^2}\cdot\frac{z^2}{C^2}\right)\right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_z = \frac{w}{2\pi}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{z} + \frac{bz}{B^2}\right)$;

für $b = \infty$: $\sigma_z = \frac{w}{4}\left(1 - \frac{z^3}{A^3}\right)$.

$$\sigma_a = \frac{w}{\pi}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{z} - \left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{A^2}\right)\frac{z}{A}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{A} - \frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{A^2}\cdot\frac{bz}{C^2}\right];$$

$$\sigma_b = \frac{w}{2\pi}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{z} - \frac{z}{A}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{A} - bz\left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{C^2}\right)\right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_a = \frac{w}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{z}$; $\quad \sigma_b = \frac{w}{2\pi}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{z} - \frac{bz}{B^2}\right)$;

für $b = \infty$: $\sigma_a = \frac{w}{2}\left[1 - \left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{A^2}\right)\frac{z}{A}\right]$; $\quad \sigma_b = \frac{w}{4}\left(1 - \frac{z}{A}\right)$.

Nach diesen Formeln kann man in ähnlicher Weise, wie Steinbrenner es getan hat [18], Tafeln aufzeichnen, die ein unmittelbares Ablesen der Einflußwerte gestatten. Ich behalte mir vor, darauf zurückzukommen.

DER BAUINGENIEUR

23. Jahrgang 5. April 1942 Heft 14/16

DIE BERECHNUNG DER SOHLDRUCKVERTEILUNG UNTER GRÜNDUNGSKÖRPERN.

Von **Joh. Ohde**, Neuenhagen bei Berlin[1].

DK 624.131.522.3

Übersicht: Kritische Betrachtung über die Verteilung des Sohldruckes. Versuchsergebnisse und die Zulässigkeit der Annahme linearer Spannungssummierung. Neues Verfahren für die Berechnung der Sohldruckverteilung unter biegsamen Gründungskörpern, Vergleich mit dem „Bettungsziffer"-Verfahren. Rechnerische Berücksichtigung der besonderen Eigenschaften des Baugrundes und Andeutung der Lösung für die räumliche Aufgabe (Platte). Näherungslösung für die Berechnung der Einspannungswirkung von Spundwänden.

Der Sohldruck unter Gründungskörpern ist bekanntlich nur selten gleichmäßig verteilt. Auch bei symmetrischer Belastung ist seine Verteilung mehr oder weniger ungleichmäßig, meistens sogar in starkem Maße. Eine wirtschaftliche, aber trotzdem ausreichend sichere Bemessung von Gründungsbauten ist erst dann möglich, wenn die Verteilung des Sohldruckes in jedem Falle einigermaßen richtig angegeben oder berechnet werden kann. Die Klärung der Frage nach der Sohldruck-Verteilung unter Grundplatten ist von großer wirtschaftlicher Bedeutung — es sei hier nur an Flachgründungen sowie an Schleusen- und Dockböden erinnert —, worauf im Schrifttum schon verschiedentlich hingewiesen wurde[2].

Im Schrifttum stehen sich hauptsächlich zwei Auffassungen gegenüber: Auf der einen Seite läßt man die Ergebnisse der Theorie des gleichmäßig-federnden Halbraumes mit nur geringen Einschränkungen auch für Baugrund gelten (theoretische Richtung, vertreten z. B. durch F. Schleicher[3]), während man auf der anderen Seite auf die Widersprüche hinweist, die zwischen den Ergebnissen der Theorie und den Versuchsergebnissen für Sandschüttungen bestehen, und die durch Rechnung erhaltene Druckverteilung allenfalls noch für stark verfestigten Ton und ähnliche Erdarten gelten läßt, nicht aber für wenig verfestigten oder sandigen Untergrund (versuchstechnische Richtung, vertreten z. B. durch Kögler und Scheidig[4]).

Anläßlich baupraktischer Aufgaben, die eine Klärung dieser Fragen dringend notwendig erscheinen ließen, habe ich den Standpunkt beider Richtungen in allen Einzelheiten sowohl theoretisch als auch durch Versuche überprüft und bin dadurch zu dem Ergebnis gekommen, daß die Theorie des gleichmäßig-federnden Halbraumes (Schleicher) dem wirklichen Verhalten des Baugrundes am nächsten kommt. Aus Mangel an Zeit kann ich diese Untersuchungen leider augenblicklich nicht ausführlich zusammenstellen und muß mich mit den nachstehenden Angaben begnügen.

Bei der Theorie des gleichmäßigen Halbraumes wird angenommen, daß der Untergrund bis in große Tiefen völlig gleichartig ist und dem linearen Verformungsgesetz nach Hooke gehorcht. Die für Einzelwirkungen berechneten Spannungen können dann einfach addiert werden, um die Gesamtwirkung zu erhalten (lineare Spannungsüberlagerung). — Der „Baugrund" ist nun freilich nur selten bis in größere Tiefen hinab hinreichend gleichmäßig, weil die Zusammendrückbarkeit meistens mit der Tiefe abnimmt und weil bei wechselnder Erdschichtung auch die einzelnen Schichten ganz verschiedene Eigenschaften haben können. Außerdem gehorchen die Erdstoffe meistens nicht dem Gesetz der Verhältnisgleichheit zwischen Spannungen und Formänderungen. Abweichungen von diesem Gesetz treten z. B. auch bei sonst einheitlichem Untergrund aus folgenden Gründen auf:

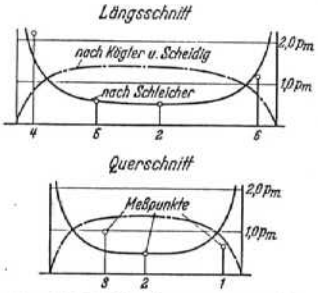


Abb. 1. Die Sohldruckmessungen unter der Rheinbrücke zwischen Ludwigshafen und Mannheim. (Bauing. 14 (1933) S. 242.)

1. infolge der Abnahme der Zusammendrückbarkeit der Erdstoffe mit wachsendem Druck;

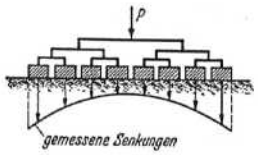


Abb. 2. Einsenkungsversuch für Sandbelastung nach Kögler und Scheidig. (Bautechnik 7 (1929) S. 829.)

2. infolge von Vorbelastung der Erdschichten und
3. durch Überschreitung der Grenztragfähigkeit unter dem Rande der belastenden Platte.

Aber alle diese Abweichungen lassen sich rechnerisch einigermaßen erfassen (vgl. den Schluß dieses Aufsatzes), solange die Annahme linearer Spannungsüberlagerung beibehalten werden kann. Diese letztere Annahme ist nun tatsächlich in den meisten Fällen genügend genau erfüllt, was man sowohl durch theoretische Untersuchungen als auch durch Versuche nachweisen kann. In theoretischer Hinsicht sei hier nur erwähnt, daß sich schließlich jede einzelne Kraftwirkung irgendwie im Untergrund verteilen muß, wobei die Möglichkeiten für die Verteilungslinie — wie sich heute schon übersehen läßt — nicht sehr weit auseinander liegen. Versuchsmäßig wird durch Abb. 3 u. 4 der Beweis geliefert (s. nachstehend).

Wie schon Schleicher bemerkt[5], kommt man mit der Annahme einfacher Spannungsüberlagerung zwangsläufig zu Ergebnissen im Sinne der Halbraumtheorie. Dem stehen folgende Versuchsergebnisse von Kögler und Scheidig u. a. entgegen:

1. Die unmittelbare Messung der Sohlpressungen auf lockeren Sandschüttungen von 30—50 cm Dicke durch Meßdosen ergab eine annähernd parabelförmige Verteilung mit dem Größtwert in der Mitte (bei größeren Flächen mehr abgeflacht, vgl. Abb. 1).
2. Ein Einsenkungsversuch mit gleichmäßiger Belastung lieferte nach Abb. 2 am Rande der Lastfläche bedeutend größere Einsenkungen als in der Mitte.

[1] Aus der Erdbauabteilung der Berliner Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau.

[2] Siehe z. B. Scheidig, A.: Bautechn. 9 (1931) S. 275.

[3] Schleicher, F.: Bauing. 14 (1933) S. 242.

[4] Kögler, F.: Bauing. 14 (1933) S. 473. — Zuschrift Scheidig und Erwiderung Schleicher in: Bauing. 14 (1933) S. 482 u. 483. — Scheidig äußert sich vorsichtiger als Kögler. Wenn er z. B. sagt: Neuerdings untersuchte „versenkte Lastplatten ... verhalten sich hinsichtlich Einsenkung, Formänderungen und Spannungsverteilung durchaus anders als Körper an der Oberfläche" oder: „Ein Schüttungselement kann, wenn es unter allseitigem Druck steht, im Superpositionsfalle auch gewisse Zugspannungen aufnehmen, solange ein kritisches Hauptspannungsverhältnis nicht überschritten wird". Danach „würde auch im Kiessandboden bei versenkten Lastkörpern und niedrigen Sohldrücken eine Sohldruckverteilung mit größeren Randdrücken grundsätzlich möglich sein ...", so kommt er der nachstehend vertretenen Auffassung schon sehr nahe, und es erscheint mir in dieser Hinsicht nicht ganz folgerichtig, daß Scheidig die Beweiskraft der von Schleicher angeführten Sohldruckmessungen unter einem Pfeiler der Ludwigshafen-Mannheimer Rheinbrücke (Abb. 1) so sehr bestreitet.

[5] Bauing. 14 (1933) S. 483.

Die gemessenen Sohlspannungen lassen sich jedoch durch die besonderen Versuchsbedingungen hinreichend erklären und dürfen deshalb m. E. nicht auf wirkliche Grundkörper übertragen werden:

a) Es ist mit mittleren Sohldrücken bis zu 1,0 kg/cm² gearbeitet worden, was für die benutzten ziemlich lockeren Sandschüttungen einer Beanspruchung von etwa 50—20% der Grenzbelastung (je nach Plattengröße) entspricht. Größere Gründungskörper werden demgegenüber meist nur mit 5—10% der Bruchlast des Untergrundes beansprucht.

b) Es handelt sich um Oberflächenbelastung, während in Wirklichkeit jedes Fundament den Baugrund in einer gewissen Tiefe belastet (vgl. auch die Äußerung Scheidigs hierzu[4]).

c) Die geringe Schichtdicke ist ebenfalls von Einfluß; es läßt sich rechnerisch zeigen, daß der Sohldruck bei beschränkter Schichtdicke in der Mitte der Lastfläche stärker ausfällt als für einen Untergrund großer Ausdehnung.

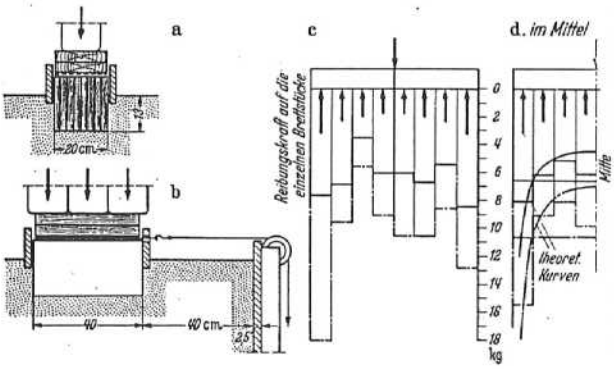


Abb. 3. Messung der Druckverteilung unter einer starren Lastplatte.

Um vollständig sicher zu gehen, habe ich in der Berliner Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau den in Abb. 3 a u. b angedeuteten Versuch durchgeführt: 8 Bretter von 2,5 cm Dicke und 20 cm Länge wurden auf eine sorgfältig abgeglichene lockere Sandschicht von 40 cm Dicke und 72 cm Breite nebeneinander gestellt und die Sandschüttung dann noch um etwa 13 cm aufgefüllt. Auf die einzelnen Brettstücke wurden oben Blechstreifen gelegt und auf diese Blechstreifen zwei starke Bohlenstücke, die dann mit Hilfe von 20 kg-Gewichten vorsichtig belastet wurden. Auf einfachste Weise konnte dann die Reibung der einzelnen Blechstreifen festgestellt werden, die ein unmittelbares Maß für die Stärke des Sohldruckes auf jedes Brett lieferte. Wie die in Abb. 3c u. d aufgetragenen Versuchsergebnisse zeigen, erhielten die Randbretter erheblich stärkeren Druck als die übrigen Bretter; die oben erwähnten Freiberger Sohldruckmessungen wurden also nicht bestätigt.

Zu dem Einsenkungsversuch nach Abb. 2 möchte ich bemerken, daß keine näheren Versuchsdaten angegeben sind; es ist weder über die Größenverhältnisse der Einrichtung noch über die absolute Größe der Belastung und der Einsenkungen wie auch über die Lagerungsdichte des Versuchssandes irgend etwas mitgeteilt. Wenn schon Scheidig diesen Versuch als „überzeugenden Beweis" [Bautechn. 9 (1931) S. 277] seiner Anschauung anführt, so muß man aber m. E. eine eingehende Beschreibung erwarten, damit der Versuch jederzeit an anderer Stelle wiederholt oder auch zahlenmäßig überprüft werden kann. Ich vermag daher dem Einsenkungsversuch nach Abb. 2 vorläufig keine Beweiskraft beizumessen, da ja ohne weiteres möglich ist, daß das wiedergegebene Einsenkungsbild schon einem weit fortgeschrittenen Gleitzustand entspricht (Nähe der Bruchlast). — Ich habe jedoch auch in dieser Frage den eigenen Versuch noch zu Rate gezogen. Die vorhin beschriebene Versuchseinrichtung ließ sich verhältnismäßig leicht für annähernd gleichmäßige Belastung umbauen (Abb. 4a). Die in Abb. 4b bis 4e aufgetragenen Ergebnisse liegen mit Ausnahme der Oberflächenbelastung durchaus im Sinne linearer Spannungs- und Setzungsüberlagerung, wenn man bedenkt, daß der lotrechten Beweglichkeit der einzelnen Brettstücke gewisse Hemmungen widerstanden (Reibung zwischen den Brettern durch seitlichen Druck, Verformungswiderstand durch die Stufenbildung der Setzungslinie, beschränkte Länge der Brettstücke). Aber auch der in Abb. 4e aufgetragene Versuch für Oberflächenbelastung bestätigt nicht den Versuch nach Abb. 2[6].

Wenn auch die Versuchsergebnisse nach Abb. 3 und 4 mit primitiven und relativ kleinen Vorrichtungen erhalten wurden, so sind sie m. E. trotzdem noch zuverlässig genug, um bisher bekannte und für einwandfrei gehaltene Versuchsergebnisse als fehlerhaft oder zumindest als einseitig bedingt erkennen zu lassen. Eine Nachprüfung meiner Ergebnisse in größerem Maßstabe unter möglichst natürlichen und außerdem wechselnden Verhältnissen würde wohl sehr zu einer endgültigen Klärung beitragen. — Nach den mitgeteilten Versuchsergebnissen darf die Annahme linearer Spannungssummierung als eine recht brauchbare Arbeitshypothese für die Berechnung der Sohldruckverteilung betrachtet werden.

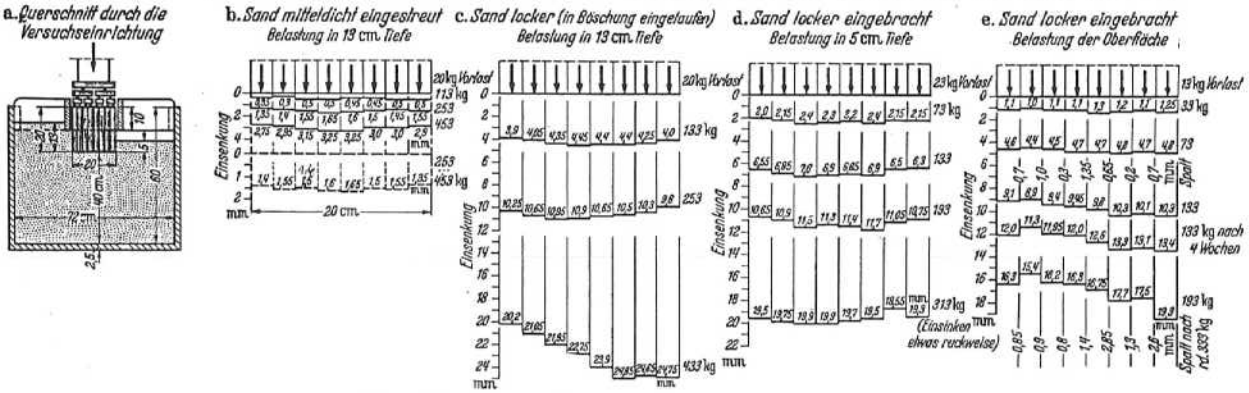


Abb. 4. Einsenkungsmessungen für gleichmäßige Belastung.

Bisherige Berechnungsverfahren.

Abgesehen von der Annahme geradliniger Spannungsverteilung nach dem sog. Spannungstrapez, die ja nur als rohe — meistens ungünstige — Näherung anzusehen ist, sind die sog. „Bettungsziffer-Verfahren" wohl am bekanntesten. Hierbei wird angenommen, daß der Druck q auf eine beliebige Stelle der Gründungssohle verhältnisgleich ist der Einsenkung ζ dieser Stelle im Baugrund. Man schreibt an: (1) $q = C \cdot \zeta$

[6] Die teilweise unsymmetrischen Einsenkungslinien wurden erhalten, weil es nicht immer möglich war — besonders nicht bei stärkerer Belastung — die Gewichte zum Belasten genau zentrisch aufzubringen. — Um Gelegenheit zur Wiederholung der Versuche zu geben, wird die Einrichtung in der Berliner Versuchsanstalt aufbewahrt und kann Interessenten auf Antrag zur Verfügung gestellt werden.

und nennt die Konstante C die „Bettungsziffer" des Baugrundes[7]. C wird je nach dem Untergrund und der Größe der Belastungsfläche verschieden angenommen; man erhält es hauptsächlich aus Versuchsmessungen, neuerdings auch aus Setzungsberechnungen.

Bei dem Bettungsziffer-Verfahren wird der Einfluß der Biegsamkeit des Trägers oder Grundkörpers in einwandfreier Weise berücksichtigt, nicht aber der Verformungseinfluß des Untergrundes. Der einfache Ansatz (1) wird leider dem wirklichen Verhalten des Untergrundes nicht gerecht, weil die Einsenkung ζ an einer beliebigen Stelle der Baugrundsohle nicht nur von dem Sohldruck q an dieser Stelle, sondern auch von den benachbarten Spannungen und somit letzten Endes von der ganzen Verteilung des Sohldruckes abhängig ist. Hinzu kommt, daß die Bettungszahl nicht nur von der Erdart und -schichtung sowie der Lagerungsdichte der Erdstoffe abhängig ist, sondern auch von der Größe und Form der Lastfläche und der Verbiegung der Fundamentsohle. Ein allgemeines Rezept, nach dem die Bettungszahl C für jeden beliebigen Fall einwandfrei gefunden werden könnte, gibt es nicht und dürfte es auch in Zukunft schwerlich geben.

Am sichersten erhält man die Bettungszahl C durch Versuche (z. B. durch Probebelastungen, deren Ergebnisse auf Bauwerkgröße umgerechnet werden) oder durch die Berechnung der mittleren Bauwerksetzung auf Grund sorgfältiger Erdproben-Untersuchungen. Jedoch erhält man auf diese Weise immer nur eine untere Grenze von C. Denn für die Abweichungen der Sohlspannungen q von ihrem Mittelwert q_m ist eine größere Bettungszahl maßgebend als für q_n selber, weil die Unterschiede $(q - q_m)$ wegen ihrer geringeren Breitenausdehnung geringer in die Tiefe wirken als die Gesamtlast. Hierüber hat Terzaghi in der „Österr. Bauztg." 8 (1932) S. 302 ausführlich berichtet. Terzaghi versucht, die anzunehmende Bettungszahl der jeweiligen Wellenlänge der Verformungslinie anzupassen, für ein und dieselbe Aufgabe also mit mehreren Bettungszahlen zu arbeiten und im übrigen „bei Böden mit sehr hoher Kohäsion die Konzentration der Drücke in den Randgebieten der Platte schätzungsweise zu berücksichtigen". Ein solches Vorgehen läßt in der Hand eines erdbaumechanisch gut durchgebildeten Ingenieurs richtige Ergebnisse erwarten; ob es aber zur allgemeinen Benutzung empfohlen werden kann, bleibe dahingestellt. Zumindest für „kurze" Tragwerke mit nur einer halben Biegewelle (z. B. bei Schleusenböden) dürfte der richtige Ansatz der Bettungszahl nach wie vor unsicher bleiben.

Im Schrifttum ist schon des öfteren auf die Unzulänglichkeit des Bettungszahl-Verfahrens hingewiesen worden[8]. Was mich besonders bewogen hat, dieses Verfahren abzulehnen, ist die immer wieder anzutreffende falsche Sicherheit, die mit dem bequemen Begriff „Bettungszahl" einhergeht. Bei der meist fehlenden Vertrautheit mit den strittigen Fragen und im Hinblick auf die zahlreichen theoretischen Arbeiten über das Bettungszahl-Verfahren hat man oft die Meinung, man rechne nach dem besten und anerkanntesten Verfahren, während man sich bei der Begründung der oft nur geschätzten Bettungszahl, von der doch das Rechnungsergebnis in erster Linie abhängt, vielfach noch mit wenigen oberflächlichen Sätzen über die vorhandene Unsicherheit hinweghilft. — In dieser Hinsicht ist die oft anzutreffende Beliebtheit des Bettungszahl-Verfahrens freilich durchaus zu verstehen. Dem Ingenieur, der die erdstatische Berechnung durchzuführen hat, bleibt oft nur wenig Zeit, tiefer in die wahren Zusammenhänge einzudringen; auch fehlt ihm vielfach noch die Gelegenheit, die grundlegenden Eigenschaften des Baugrundes näher kennenzulernen. Unter diesen Umständen ist er meist froh, daß ihm die Vorarbeiten, die für eine genauere Feststellung der Eigenschaften des Untergrundes erforderlich wären, durch ein Berechnungsverfahren abgenommen werden, bei dem man durch eine einzige, oft nur schätzungsweise angenommene Zahl den Einfluß des Untergrundes leidlich gut berücksichtigen kann — wie man meint. Kein Wunder, daß es dann oft auch mit der Abhängigkeit der Bettungszahl von der Größe der Lastfläche, der Erdschichtung usw. nicht so genau genommen wird. Ich habe es z. B. erlebt, daß eine Bettungszahl, die für die Berechnung einer Schleusensohle einigermaßen zutreffend gewählt war, auch für die Berechnung der Einspannungswirkung einer Spundwand herangezogen wurde u. a. m. Das vortreffliche Bettungsziffer-Verfahren ist eben ein „Mädchen für alles" und muß über die vorhandene Unkenntnis der wirklichen Zusammenhänge in äußerlich eleganter Weise hinweghelfen! — Bedenkt man außerdem, daß es möglich ist — wie nachstehend gezeigt wird —, mit fast demselben Aufwand an Rechenarbeit eine bedeutend einwandfreiere Berechnung durchzuführen, so dürften kaum noch ernsthafte Gründe für die Beibehaltung des Bettungsziffer-Verfahrens anzugeben sein.

Man hat versucht, die Verteilung des Sohldruckes mehr oder weniger gefühlsmäßig anzunehmen, wobei die Erfahrung an ausgeführten Bauten und andere Beobachtungen mit herangezogen werden können. Es sei hier ein angeblich auf Ellerbeck zurückgehendes Verfahren zur Ermittlung der Bodenpressungen unter Schleusenkörpern genannt, das Pietrkowski durch handliche Formeln ergänzt hat[9]. Hierbei wird angenommen, daß sich der Sohldruck für jede Hälfte der Sohle trapezförmig verteilt (Kleinstwert in der Mitte), wodurch die zunächst für gleichmäßige Verteilung berechnete Durchbiegung f um ein bestimmtes Maß $\mu \cdot f$ zurückgeht. Der sog. „Reduktionsfaktor" μ wird nach dem örtlichen Befund des Baugrundes und der Wertigkeit der erbohrten Erdproben geschätzt. — Bei diesem Vorgehen hängt letzten Endes alles von der richtigen Annahme des Faktors μ ab, für den eine noch größere Unsicherheit vorhanden ist als für eine Bettungszahl C. Man sagt sich zwar, daß die wirklich auftretende Sohldruck-Verteilung zwischen zwei Grenzfällen liegen muß: dem einen Grenzfall eines schlammigen, also stark festigkeitslosen Untergrundes mit halbwegs schwimmendem Fundament (gleichmäßige Sohldruck-Verteilung) und dem anderen Grenzfall eines praktisch unnachgiebigen Felsuntergrundes (keinerlei Verteilung des Sohldruckes und daher auch keine Biegebeanspruchung der Sohle), daß also der Faktor μ zwischen 1,0 und 0,0 liegen muß; jedoch liegen diese Grenzfälle viel zu weit auseinander, als daß man dazwischenliegende Fälle genügend genau einschalten könnte. Nach den bisher bekannt gewordenen Zahlen für μ[10] hängt dieser Faktor außerdem gar nicht von der Steifigkeit der Schleusensohle ab (es ist gleichgültig, wie dick diese ist!), was aber doch unbedingt gefordert werden müßte. Ich kann daher in diesem Verfahren nur eine ganz rohe Einschätzung der Spannungen sehen; eine Verbesserung oder auch nur ein Ersatz des Bettungsziffer-Verfahrens ist es keinesfalls.

Bei einer genaueren Berechnung der Sohldruck-Verteilung unter Gründungskörpern ist von folgendem Gedankengang auszugehen: Unter der Wirkung der äußeren Kräfte (Eigengewicht, Erd- und Wasserdruck, Nutzlasten usw.) entstehen Sohlspannungen, die je nach ihrer Verteilung einerseits eine bestimmte Form der Biegelinie des Gründungstragwerkes zur Folge haben (oder mit einer solchen verknüpft sind), andererseits aber auch den Untergrund belasten und in bestimmter Weise verformen. Da normalerweise vorausgesetzt werden kann, daß die Sohle überall auf dem Baugrund aufliegt, muß die Verformung des Untergrundes längs der Sohle in jedem Punkte der Biegelinie der Sohle entsprechen. Durch diese Bedingung ist die Verteilung der Sohlspannungen festgelegt; diese ist so anzunehmen oder zu berechnen, daß die Biegelinie der Sohle mit der Senkungslinie des Untergrundes zur Deckung gebracht werden kann.

Die unmittelbare Lösung dieser Aufgabe ist im Schrifttum bisher nur für wenige Sonderfälle angegeben worden, wobei vorausgesetzt wurde, daß der Untergrund bis in sehr große Tiefe vollständig gleichmäßig ist (gleichmäßig federnder Halbraum). Eine allgemeinere Lösung der Aufgabe gelingt durch Reihenentwicklungen, doch ist der Aufwand an Rechenarbeit dabei verhältnismäßig groß [vgl. z. B. H. Borowicka: Ing.-Arch. 10 (1939) S. 113].

[7] Besser wäre die Bezeichnung „Bettungszahl" oder „Verformungszahl" des Baugrundes.

[8] Siehe z. B. Wieghardt, K.: Z. angew. Math. Mech. 2 (1922) S. 168 — Scheidig, A.: Bautechn. 9 (1931) S. 275 u. 277. — Fröhlich, O. K.: Beton u. Eisen 34 (1935) S. 192.

[9] Pietrkowski: Bauing. 10 (1929) S. 139.

[10] Bautechn. 18 (1940) S. 467.

so daß ein solches Vorgehen für die besonderen Fälle der Baupraxis nicht in Frage kommt. — Man könnte versuchen, durch Probieren (schrittweise Änderung der Spannungslinie) zum Ziel zu kommen, jedoch ist auch ein solches Vorgehen wohl noch zu umständlich.

In einem interessanten Aufsatz in „Beton u. Eisen" 34 (1935) S. 189 versucht O. K. Fröhlich eine Näherungslösung, indem er die zunächst für gleichmäßige Sohldruck-Verteilung ermittelte Biegelinie durch zusätzliche Kräfte (die sowohl auf den Grundkörper als auch auf den Baugrund wirken) so verändert, daß die neue Biegelinie wenigstens in den wichtigsten Punkten mit der entsprechenden Setzung des Untergrundes übereinstimmt. Die Einsenkungen ermittelt Fröhlich näherungsweise, indem er längere Strecken der Sohlfläche durch eine inhaltgleiche Kreislastfläche ersetzt und für diese Ersatzfläche die Setzung berechnet, wobei er die Zusammendrückungszahl des Untergrundes verhältnisgleich mit der Tiefe zunehmen läßt.

Dieses Vorgehen von Fröhlich mag auf den ersten Blick recht anpassungsfähig und vielleicht sogar ausreichend erscheinen; es ist aber doch mancherlei daran auszusetzen. Die Annahme einer geradlinig mit der Tiefe z zunehmenden Zusammendrückungszahl entspricht nach meinen Erfahrungen nur selten den wirklichen Verhältnissen. Eine Zunahme mit $\sqrt{z}$ dürfte in den meisten Fällen der Wirklichkeit näher kommen; doch könnte die Fröhlichsche Berechnungsart natürlich auch für diesen Fall ohne weiteres durchgeführt werden. Schwerwiegender ist es m. E., daß die benutzten kreisförmigen Ersatzlastflächen nicht unmittelbar nebeneinander liegen und deshalb die gegenseitige Beeinflussung der Sohlpressungen fast gar nicht mehr zum Ausdruck bringen. Es werden daher auch kaum genauere Ergebnisse erhalten als nach der Bettungsziffer-Theorie[11]. Fröhlich ist sich dieses Einwandes wohl auch bewußt, da er sein Verfahren selbst als „grobe Schätzung" bezeichnet, weil „der Zusammenhang zwischen Grundbaukörper und Baugrund nur in den wichtigsten Sohlpunkten und nicht durchlaufend zur Bedingung gemacht" wäre.

Als vielleicht letzte Möglichkeit einer hinreichend genauen Lösung bleibt die Anwendung der Differenzenrechnung. Hierbei wird die Sohle des Gründungskörpers in eine Anzahl rechteckiger Einzelflächen aufgeteilt, die nur so groß sein dürfen, daß der Sohldruck q innerhalb jeder Einzelfläche als gleichbleibend angenommen werden kann. In dieser Weise hat z. B. F. Schleicher die Berechnung der Sohldruck-Verteilung unter starren Fundamenten erstmals gezeigt [Bauing. 14 (1933) S. 244], und A. Habel hat für biegsame Gründungsplatten die Rechnung durchgeführt [Bauing. 18 (1937) S. 188 und 19 (1938) S. 76]. Beide haben zwar als Unterlage den gleichmäßigen Halbraum vorausgesetzt, doch ist ein wesentlicher Unterschied zwischen diesem Halbraum und dem wirklichen Baugrund in rechnerischer Hinsicht nicht vorhanden, solange man mit linearer Spannungsüberlagerung rechnen kann.

Schleicher berechnet zunächst die Einsenkungen für die Belastung nur einer Teilfläche mit q = 1,0. Die sich hierfür ergebende Senkungsmulde ist die Einflußfläche für die Gesamtsetzungen; letztere werden durch Summieren der Einflüsse aller Einzelflächen-Lasten erhalten[12]. Auf diese Weise können für jede beliebige Verteilung der Pressungen die zugehörigen Einsenkungen gefunden werden. Die zu einem starren Gründungskörper gehörende Sohldruck-Verteilung wird dann durch die Bedingung erhalten, daß die Senkungen ζ der einzelnen Sohlpunkte alle in einer Ebene liegen müssen. — Der Rechnungsgang nach Schleicher erfordert die Auflösung von n-Gleichungen für die unbekannten q-Werte der n-Einzelflächen und ist damit einfach genug, um für bauptraktische Berechnungen in Frage zu kommen. Es sind lediglich noch die schon erwähnten Abweichungen der Eigenschaften des „Baugrundes" von denen des „gleichmäßigen Halbraumes" rechnerisch zu berücksichtigen.

[11] Man gewinnt den Eindruck, daß das von Fröhlich durchgerechnete Zahlenbeispiel eher eine Rechtfertigung als eine Verurteilung des Bettungsziffer-Verfahrens ergibt.

[12] Vgl. auch Engeßer, Fr.: Zbl. Bauverw. 13 (1893) S. 307. Dieser seiner Zeit vorauseilende und sich durch klare Gedankengänge auszeichnende Aufsatz verdient auch heute noch volle Beachtung.

Gegenüber der Näherungslösung von O. K. Fröhlich versucht Habel, die Bedingung streng zu erfüllen, daß die Einsenkung in jedem Punkte des Gründungskörpers der Durchbiegung der Gründungssohle entsprechen muß. Die Senkungen des Untergrundes berechnet Habel in derselben Weise wie Schleicher. Zur Berücksichtigung des Biegeeinflusses schreibt er die Differentialgleichung der elastischen Linie als Differenzengleichung an. — Das Habelsche Verfahren ist hinsichtlich des Aufwandes an Rechenarbeit genügend einfach, so daß es zur Anwendung im Grundbau empfohlen werden könnte, wenn es nicht einen recht fühlbaren Mangel besäße: es gibt die Druckverteilung in der Nähe des Randes der Sohlfläche nicht richtig wieder. Man erkennt das deutlich an dem von Habel gezeigten Berechnungsergebnis für einen gleichmäßig belasteten Träger [Bauing. 19 (1938) S. 79, Abb. 8]. Während eine von K. Wieghardt für diesen Sonderfall durchgeführte genauere Berechnung[13] die in Abb. 5 voll ausgezogene Sohlspannungslinie ergab, erhielt Habel die gestrichelte Spannungslinie. Dabei ist nicht nur ein unrichtiges Bild von der Verteilung der Sohlspannungen erhalten, sondern es ist auch das Gleichgewicht in lotrechter Richtung nicht erfüllt, worauf Habel auch selbst hinweist[14]. Für andere Zahlenbeispiele, bei denen der „Randeinfluß" nur geringe Bedeutung hat, werden von Habel richtige Ergebnisse erhalten. — Das Habelsche Verfahren erscheint deshalb m. E. nur für verhältnismäßig biegsame Tragkörper als zulässig, bei denen der „Randeinfluß" nur gering ist; für steifere Gründungskörper, wie sie im Grundbau meistens vorkommen (z. B. durchgehende Schleusensohlen), ist es nicht geeignet.

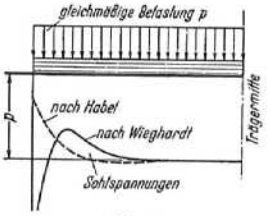


Abb. 5.

Auf der Suche nach einer besseren Lösung habe ich gefunden, daß man zu einem sehr brauchbaren Verfahren gelangt, wenn man zur rechnerischen Erfassung der Verbiegung des Grundkörpers nicht die Differenzengleichung der elastischen Linie benutzt, sondern die Dreimomentengleichung des durchlaufenden Trägers für ungleiche Stützensenkungen. Dieses nachstehend vorgeführte Berechnungsverfahren liegt damit etwa in der Mitte zwischen dem Verfahren von Habel und dem von Fröhlich. Von Habel (oder Schleicher) wird die Berechnung der Einsenkungen des Untergrundes übernommen und von Fröhlich die Erfassung des Biegeeinflusses mit Hilfe der Dreimomentengleichung. Dadurch werden die Nachteile beider Verfahren vermieden.

Ein einfaches, für die Baupraxis geeignetes Berechnungs-Verfahren.

Als Unterlage des Grundkörpers sei vorläufig der gleichmäßige federnde Halbraum vorausgesetzt. Dieser Sonderfall ist beispielsweise vorhanden, wenn der Untergrund aus einer stark verfestigten Tonschicht großer Mächtigkeit besteht. — Außerdem sei die Berechnung zunächst auf die ebene Aufgabe beschränkt.

Die Sohlfläche des Gründungskörpers von der Länge $l = n \cdot a$ und der Breite b wird nach Abb. 6a in n gleiche Einzelflächen $a \cdot b$ aufgeteilt gedacht. Die Mittelpunkte dieser einzelnen Flächen seien mit 1, 2, 3, ... n und deren Setzungen (Einsenkungen) mit $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \ldots, \zeta_n$ bezeichnet (Abb. 6b). Denkt man sich nun eine Einzelfläche $a \cdot b$ mit den Sohlspannungen q = 1,0 gleichmäßig belastet und berechnet für diesen Sonderfall die Senkungslinie des Untergrundes (Abb. 6c), so ist diese Linie, wie oben bereits bemerkt wurde, die Einflußlinie für die Ermittlung der Gesamtsetzungen. Die Einsenkungen für die Belastung einer Einzelfläche können nach Schleicher [Bauing. 7 (1926) S. 934] durch folgende Ansätze wiedergegeben werden:

$$(2) \qquad \zeta_{x=0} = c_0 \cdot \frac{q \cdot a}{E'}; \quad \zeta_{x=a} = c_1 \cdot \frac{q \cdot a}{E'}; \quad \zeta_{x=2a} = c_2 \cdot \frac{q \cdot a}{E'} \text{ usw.}$$

[13] Wieghardt, K.: Z. angew. Math. Mech. 2 (1922) S. 165.

[14] Es ist anzuerkennen, daß Habel seine Abb. 8 trotz des fehlerhaften Ergebnisses veröffentlicht hat; dadurch wird der Überblick über die Anwendungsgrenzen seines Verfahrens sehr erleichtert.

mit
$$E' = \frac{m^2}{m^2-1} \cdot \bar{E},$$
wenn $\bar{E}$ die Elastizitätszahl und m die Querdehnungszahl des Untergrundes bedeuten. Die unbenannten Beiwerte c_0, c_1, c_2 usw. entsprechen der Senkungslinie für $q = a = E' = 1{,}0$. — Die innerhalb jeder Einzelfläche als gleichmäßig verteilt angenommenen Sohldrücke seien $q_1, q_2, \ldots, q_n$ und die äußeren Belastungen $p_1, p_2, \ldots, p_n$ (Abb. 6 d). Die Belastungen $p \cdot ab$ und die Sohlkräfte $q \cdot ab$ können durch Einzelkräfte P und Q ersetzt werden, die in der Mitte jeder Teilfläche angreifen (Abb. 6e). — Bei gleich-

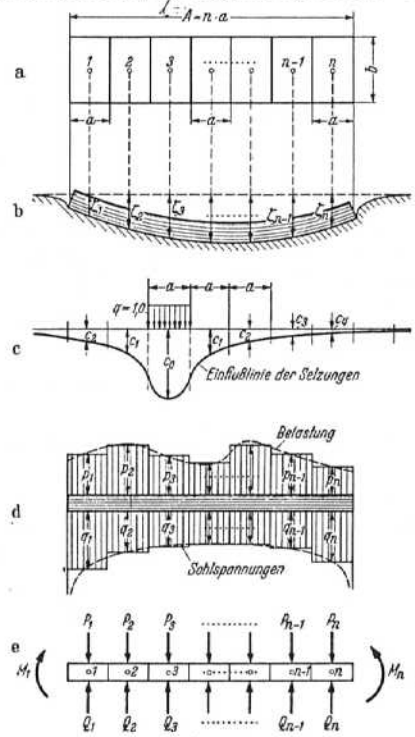


Abb. 6.

zeitiger Wirkung sämtlicher Sohlspannungen erhält man durch Überlagerung der Einzelwirkungen für die einzelnen Setzungen ζ_1 bis ζ_n folgende sog. „Summengleichungen":

$$(3)\quad \begin{cases} \zeta_1 = (c_0 \cdot q_1 + c_1 \cdot q_2 + c_2 \cdot q_3 + c_3 \cdot q_4 + \cdots + c_{n-1} \cdot q_n) \cdot \frac{a}{E'} \\ \zeta_2 = (c_1 \cdot q_1 + c_0 \cdot q_2 + c_1 \cdot q_3 + c_2 \cdot q_4 + \cdots + c_{n-2} \cdot q_n) \cdot \frac{a}{E'} \\ \zeta_3 = (c_2 \cdot q_1 + c_1 \cdot q_2 + c_0 \cdot q_3 + c_1 \cdot q_4 + \cdots + c_{n-3} \cdot q_n) \cdot \frac{a}{E'} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \zeta_n = (c_{n-1} \cdot q_1 + c_{n-2} \cdot q_2 + \cdots + c_1 \cdot q_{n-1} + c_0 \cdot q_n) \cdot \frac{a}{(E')} \end{cases}$$

Dieselben Einsenkungen ζ gelten auch für die Verformung des Gründungskörpers, so daß man — wenn zunächst gleichbleibendes $E \cdot J$ des Fundamentes vorausgesetzt wird — für die Punkte 2, 3, 4 usw. folgende Dreimomentengleichungen aufstellen kann:

$$(4)\quad \begin{cases} M_1 + 4\,M_2 + M_3 = (-\zeta_1 + 2\,\zeta_2 - \zeta_3) \cdot \frac{6\,E\,J}{a^2} \\ M_2 + 4\,M_3 + M_4 = (-\zeta_2 + 2\,\zeta_3 - \zeta_4) \cdot \frac{6\,E\,J}{a^2} \cdots \text{usw.} \end{cases}$$

Für die einzelnen Momente hat man nach Abb. 6e:

$$(5)\quad \begin{cases} M_2 = M_1 + (Q_1 - P_1)\,a \\ M_3 = M_1 + (Q_1 - P_1)\,2\,a + (Q_2 - P_2)\,a \\ M_4 = M_1 + (Q_1 - P_1)\,3\,a + (Q_2 - P_2)\,2\,a + (Q_3 - P_3)\,a \\ M_5 = M_1 + (Q_1 - P_1)\,4\,a + (Q_2 - P_2)\,3\,a + (Q_3 - P_3)\,2\,a + \\ \qquad + (Q_4 - P_4)\,a \\ M_6 = \cdots \text{usw.} \end{cases}$$

Nimmt man noch die beiden Gleichgewichtsbedingungen hinzu:

$$(6a)\quad \Sigma Q = \Sigma P \text{ oder } q_1 + q_2 + q_3 + \cdots + q_n = p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_n$$

und
$$2 \cdot \Sigma M = 0 \quad \text{oder}$$

$$(6b)\quad \begin{cases} (n-1)(q_1 - p_1 - q_n + p_n) + (n-3)(q_2 - p_2 - q_{n-1} + p_{n-1}) + \\ \quad + (n-5)(q_3 - p_3 - q_{n-2} + p_{n-2}) + \cdots + R = 0 \end{cases}$$

mit
$$R = 1 \cdot \left(q_{\frac{n}{2}} - p_{\frac{n}{2}} - q_{\frac{n}{2}+1} + p_{\frac{n}{2}+1}\right)$$
für gerades n und
$$R = 2 \cdot \left(q_{\frac{n-1}{2}} - p_{\frac{n-1}{2}} - q_{\frac{n+1}{2}} + p_{\frac{n+1}{2}}\right)$$
für ungerades n, so hat man damit alle Gleichungen zur Hand, die zur Berechnung der unbekannten Sohldrücke q benötigt werden.

Die Einsetzung der Gl. (5) in die Gl. (4) ergibt:

$$(7)\quad \begin{cases} M_1 + 4\,M_2 + M_3 = 6\,M_1 + 6\,a\,(Q_1 - P_1) + a\,(Q_2 - P_2) \\ M_2 + 4\,M_3 + M_4 = 6\,M_1 + 12\,a\,(Q_1 - P_1) + 6\,a\,(Q_2 - P_2) + \\ \qquad + a\,(Q_3 - P_3) \\ M_3 + 4\,M_4 + M_5 = 6\,M_1 + 18\,a\,(Q_1 - P_1) + 12\,a\,(Q_2 - P_2) + \\ \qquad + 6\,a\,(Q_3 - P_3) + a\,(Q_4 - P_4) \\ M_4 + 4\,M_5 + M_6 = 6\,M_1 + 24\,a\,(Q_1 - P_1) + 18\,a\,(Q_2 - P_2) + \\ \qquad + 12\,a\,(Q_3 - P_3) + 6\,a\,(Q_4 - P_4) + a\,(Q_5 - P_5) \\ \qquad \cdots \text{usw.} \end{cases}$$

Andererseits findet man mit Hilfe der Gl. (3):

$$-\zeta_1 + 2\zeta_2 - \zeta_3 = [(-c_0 + 2c_1 - c_2)\,q_1 + (-c_1 + 2c_0 - c_1)\,q_2 + (-c_2 + 2c_1 - c_0)\,q_3 + \cdots]\,\frac{a}{E'}$$

$$-\zeta_2 + 2\zeta_3 - \zeta_4 = [(-c_1 + 2c_2 - c_3)\,q_1 + (-c_0 + 2c_1 - c_2)\,q_2 + (-c_1 + 2c_0 - c_1)\,q_3 + \cdots]\,\frac{a}{E'} \text{ usw.}$$

oder

$$(8)\quad \begin{cases} -\zeta_1 + 2\zeta_2 - \zeta_3 = [-C_1 q_1 + C_0 q_2 - C_1 q_3 - C_2 q_4 - C_3 q_5 - \cdots]\,\frac{a}{E'} \\ -\zeta_2 + 2\zeta_3 - \zeta_4 = [-C_2 q_1 - C_1 q_2 + C_0 q_3 - C_1 q_4 - C_2 q_5 - \cdots]\,\frac{a}{E'} \\ -\zeta_3 + 2\zeta_4 - \zeta_5 = [-C_3 q_1 - C_2 q_2 - C_1 q_3 + C_0 q_4 - C_1 q_5 - \cdots]\,\frac{a}{E'} \\ \qquad \text{usw.} \end{cases}$$

mit

$$(8a)\quad \begin{cases} C_0 = 2\,(c_0 - c_1);\ C_1 = c_0 - 2c_1 + c_2; \\ C_2 = c_1 - 2c_2 + c_3;\ C_n = c_{n-1} - 2c_n + c_{n+1}. \end{cases}$$

Die Einsetzung der Gl. (7) und (8) in die Gl. (4) liefert schließlich:

$$[-C_1 q_1 + C_0 q_2 - C_1 q_3 - C_2 q_4 - C_3 q_5 - \cdots]\,\frac{a}{E'} = \frac{a^4 b}{E\,J}\left[\frac{M_1}{a^2 b} + (q_1 - p_1) + \frac{1}{6}(q_2 - p_2)\right] \quad [-C_2 q_1 - C_1 q_2 + C_0 q_3 - C_1 q_4 - C_2 q_5 - \cdots]\,\frac{a}{E'} = \frac{a^4 b}{E\,J}\left[\frac{M_1}{a^2 b} + 2\,(q_1 - p_1) + (q_2 - p_2) + \frac{1}{6}(q_3 - p_3)\right] \text{ usw.}$$

der mit

$$(9a)\quad \alpha = \frac{a^3 b}{J} \cdot \frac{E'}{E} \text{ und } m_1 = \frac{M_1}{a^2 b}:$$

$$(9)\quad \begin{cases} -(C_1 + \alpha)\,q_1 + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6}\right) q_2 - C_1 q_3 - C_2 q_4 - C_3 q_5 - \cdots = \\ \quad = -\alpha\left(p_1 + \frac{p_2}{6} - m_1\right) \quad -(C_2 + 2\alpha)\,q_1 - (C_1 + \alpha)\,q_2 + \\ \quad + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6}\right) q_3 - C_1 q_4 - C_2 q_5 - \cdots = -\alpha\left(2\,p_1 + p_2 + \right. \\ \quad \left. + \frac{p_3}{6} - m_1\right) \quad -(C_3 + 3\alpha)\,q_1 - (C_2 + 2\alpha)\,q_2 - (C_1 + \alpha)\,q_3 + \\ \quad + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6}\right) q_4 - C_1 q_5 - \cdots = -\alpha\left(3\,p_1 + 2\,p_2 + p_3 + \right. \\ \quad \left. + \frac{p_4}{6} - m_1\right) \quad -(C_4 + 4\alpha)\,q_1 - (C_3 + 3\alpha)\,q_2 - (C_2 + \\ \quad + 2\alpha)\,q_3 - (C_1 + \alpha)\,q_4 + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6}\right) q_5 - C_1 q_6 - C_2 q_7 - \cdots = \\ \quad = -\alpha\left(4\,p_1 + 3\,p_2 + 2\,p_3 + p_4 + \frac{p_5}{6} - m_1\right) \quad \text{usw.} \end{cases}$$

Diese Gleichungen werden zweckmäßig von beiden Enden bis zur Mitte fortschreitend angeschrieben. Man hat also z. B. auch:

$$-(C_1+\alpha)\,q_n+\left(C_0-\frac{\alpha}{6}\right)q_{n-1}-C_1 q_{n-2}-C_2 q_{n-3}-\cdots-C_{n-2}\cdot q_1=$$
$$=-\alpha\left(p_n+\frac{p_{n-1}}{6}-m_n\right) \text{ usw.}$$

Die Gl. (9) ergeben zusammen mit den Gl. (6) n-Gleichungen für die unbekannten Sohldrücke q_1 bis q_n.

Die bisherigen Formeln gelten für gleichbleibendes Trägheitsmoment. Für feldweise verschiedenes Trägheitsmoment nach Abb. 7a sind die Gl. (4) zu ersetzen durch:

$$(4a)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{J_2}{J_1}\cdot M_{r-1}+2\left(1+\frac{J_2}{J_1}\right)M_r+\\ &+M_{r+1}=(-\zeta_{r-1}+2\zeta_r-\\ &-\zeta_{r+1})\frac{6\,E\,J_2}{a^2}.\end{aligned}\right.$$

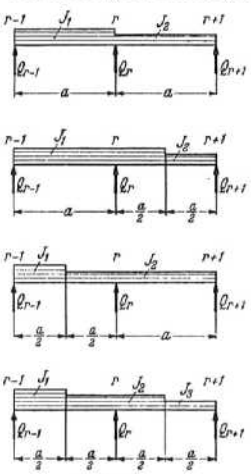


Abb. 7.

Dementsprechend verändern sich natürlich auch die Gl. (7) und (9), während die Gl. (3), (5), (6) und (8) auch für veränderliches Trägheitsmoment bestehen bleiben. — Oft empfiehlt es sich, das Trägheitsmoment auf der Strecke a jeder Einzelfläche gleichbleibend anzunehmen. Es sind dann die in Abb. 7b bis 7d angegebenen Fälle möglich, für die die entsprechenden Formeln lauten:

für Abb. 7b:

$$(4b)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{J_2}{J_1}\cdot M_{r-1}+\frac{1}{4}\left(15\frac{J_2}{J_1}+1\right)M_r+\frac{1}{2}\left(1+\frac{J_2}{J_1}\right)M_{r+1}=(-\zeta_{r-1}+\\ &+2\zeta_r-\zeta_{r+1})\frac{6\,E\,J_2}{a^2}\end{aligned}\right.$$

für Abb. 7c:

$$(4c)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{1}{2}\left(1+\frac{J_2}{J_1}\right)M_{r-1}+\frac{1}{4}\left(15+\frac{J_2}{J_1}\right)M_r+M_{r+1}=(-\zeta_{r-1}+\\ &+2\zeta_r-\zeta_{r+1})\frac{6\,E\,J_2}{a^2}\end{aligned}\right.$$

für Abb. 7d:

$$(4d)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{1}{2}\left(1+\frac{J_2}{J_1}\right)M_{r-1}+\frac{1}{4}\left(\frac{J_2}{J_1}+14+\frac{J_2}{J_3}\right)M_r+\\ &+\frac{1}{2}\left(1+\frac{J_2}{J_3}\right)M_{r+1}=(-\zeta_{r-1}+2\zeta_r-\zeta_{r+1})\frac{6\,E\,J_2}{a^2}\end{aligned}\right.$$

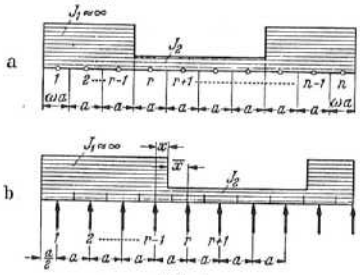


Abb. 8.

Für eine durchgehende Schleusensohle besitzt beispielsweise nur der mittlere Teil gleichmäßige Biegungssteifigkeit; die Seitenmauern sind als vollständig starr anzusehen ($J=\infty$). Teilt man die Einzelflächen nach Abb. 8a ein, so erhält man für die Punkte r — 1 und r mit Hilfe der Formeln (4b) und (4c) folgende Momentengleichungen:

$$(4e)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{1}{4}M_{r-1}+\frac{1}{2}M_r &&=(-\zeta_{r-2}+2\zeta_{r-1}-\zeta_r)\frac{6\,E\,J}{a^2}\\ &\frac{1}{2}M_{r-1}+\frac{15}{4}M_r+M_{r+1} &&=(-\zeta_{r-1}+2\zeta_r-\zeta_{r+1})\frac{6\,E\,J}{a^2}.\end{aligned}\right.$$

Für Punkte links von r — 1 gelten an Stelle der Gl. (4) die einfachen Bedingungen:

$$(4f)\quad \zeta_{r-1}-\zeta_{r-2}=\zeta_{r-2}-\zeta_{r-3}=\zeta_{r-3}-\zeta_{r-4}=\cdots=\frac{2\,(\zeta_2-\zeta_1)}{1+\omega}.$$

Für $\omega \neq 1$ gelten für den Punkt 1 andere Beiwerte c als für die übrigen Punkte; damit verändern sich dann auch die Gl. (3), (5), (6) und (8), wodurch die Ausrechnung verwickelter wird. In solchem Falle kann es vorteilhafter sein, eine Einteilung der Sohlfläche nach Abb. 8b vorzunehmen. An Stelle der Gl. (4e) hat man dann:

$$(4g)\quad \left\{\begin{aligned} &2\frac{\bar{x}^3}{a^3}\cdot M_{r-1}+\frac{\bar{x}^2}{a^2}\left(3-2\frac{\bar{x}}{a}\right)\cdot M_r\\ &\qquad=(-\zeta_{r-2}+2\zeta_{r-1}-\zeta_r)\frac{6\,E\,J}{a^2}\\ &\frac{\bar{x}^2}{a^2}\left(3-2\frac{\bar{x}}{a}\right)\cdot M_{r-1}+2\left(2-\frac{x^3}{a^3}\right)\cdot M_r+M_{r+1}\\ &\qquad=(-\zeta_{r-1}+2\zeta_r-\zeta_{r+1})\frac{6\,E\,J}{a^2}.\end{aligned}\right.$$

Zahlenbeispiele.

Der einfacheren Rechnung halber sei eine Sohlfläche von 10 Quadraten ($a=b$, $l=10a$) untersucht. Das Trägheitsmoment sei unveränderlich. Die Senkungslinie nach Abb. 6c für eine quadratische Lastfläche kann nach den Formeln von Schleicher [Bauing. 7 (1926) S. 934] wie folgt berechnet werden: für den Mittelpunkt der Lastfläche gilt

$$\zeta_{x=0}=\frac{4}{\pi}\ln(\sqrt{2}+1)\cdot\frac{q\,b}{E'}=1{,}122\cdot\frac{q\,b}{E'},\ \text{d. h. } c_0=1{,}122.$$

Die Mitte der Seite b eines gleichmäßig belasteten Rechtecks a·b hat nach Schleicher die Senkung (mit unseren Bezeichnungen):

$$\zeta_{x=\frac{a}{2}}=\frac{1}{\pi}\left[b\ln\frac{b}{\sqrt{4a^2+b^2}-2a}+a\ln\frac{\sqrt{4a^2+b^2}+b}{\sqrt{4a^2+b^2}-b}\right]\cdot\frac{q}{E'}.$$

Die Senkung im Abstande x vom Mittelpunkt einer belasteten Rechteckfläche a · b findet man als den Unterschied der Einsenkungen zweier Rechteckflächen der Breite b und der Längen x_2 und x_1 (Abb. 9). Man erhält:

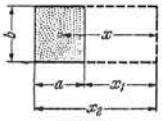


Abb. 9.

$$\zeta_x=\frac{1}{\pi}\left[\frac{b}{a}\cdot\ln\frac{\sqrt{4x_1^2+b^2}-2x_1}{\sqrt{4x_2^2+b^2}-2x_2}+\right.$$
$$\left.+\frac{x_2}{a}\ln\frac{\sqrt{4x_2^2+b^2}+b}{\sqrt{4x_2^2+b^2}-b}-\frac{x_1}{a}\ln\frac{\sqrt{4x_1^2+b^2}+b}{\sqrt{4x_1^2+b^2}-b}\right]\cdot\frac{q\,a}{E'}$$

z. B. für $x=a$ für $a=b$:

$$\zeta_{x=a}=\frac{1}{\pi}\left[\ln\frac{\sqrt{4\cdot 0{,}5^2+1}-2\cdot 0{,}5}{\sqrt{4\cdot 1{,}5^2+1}-2\cdot 1{,}5}+\right.$$
$$\left.+1{,}5\ln\frac{\sqrt{4\cdot 1{,}5^2+1}+1}{\sqrt{4\cdot 1{,}5^2+1}-1}-0{,}5\ln\frac{\sqrt{4\cdot 0{,}5^2+1}+1}{\sqrt{4\cdot 0{,}5^2+1}-1}\right]\cdot\frac{q\,a}{E'}$$

$$\zeta_{x=a}=0{,}330\cdot\frac{q\cdot a}{E'},\ \text{also } c_1=0{,}330.$$

Ebenso findet man die übrigen c-Werte. Für größere Entfernung x von der Mitte der Lastfläche kann man $Q=q\cdot a\,b$ als Einzellast ansehen und hat dann einfacher nach Boussinesq:

$$\zeta=\frac{P}{\pi x E'}=\frac{p\,a\,b}{\pi x E'}=\frac{b}{\pi x}\cdot\frac{p\,a}{E'},\ \text{also } c=\frac{b}{\pi x}.$$

Man findet folgende Zahlen:

x =	0	a	2a	3a	4a	5a	6a	7a	8a	9a
c =	1,122	0,330	0,161	0,107	0,080	0,064	0,053	0,046	0,040	0,035
C =	1,584	0,623	0,115	0,027	0,011	0,005	0,004	0,001	0,001.	

Beispiel 1. Gleichmäßig verteilte Belastung.

Die Steifigkeit des Grundträgers sei nach Gl. (9a) gegeben durch:

a) $\alpha=1{,}0$. Hierfür liefern die Gl. (9) mit den obigen Werten für C und mit $m_1=0$:

$$-1{,}623\,q_1+1{,}417\,q_2-0{,}623\,q_3-0{,}115\,q_4-0{,}027\,q_5-0{,}011\,q_6$$
$$-0{,}005\,q_7-0{,}004\,q_8-0{,}001\,q_9-0{,}001\,q_{10}=$$
$$=-1{,}0\cdot\frac{7}{6}p=-1{,}167\,p$$

$$-2{,}115\,q_1 - 1{,}623\,q_2 + 1{,}417\,q_3 - 0{,}623\,q_4 - 0{,}115\,q_5 - 0{,}027\,q_6 - 0{,}011\,q_7 - 0{,}005\,q_8 - 0{,}004\,q_9 - 0{,}001\,q_{10} = = -1{,}0 \cdot \frac{19}{6}\,p = -3{,}167\,p$$

$$-3{,}027\,q_1 - 2{,}115\,q_2 - 1{,}623\,q_3 + 1{,}417\,q_4 - 0{,}623\,q_5 - 0{,}115\,q_6 - 0{,}027\,q_7 - 0{,}011\,q_8 - 0{,}005\,q_9 - 0{,}004\,q_{10} = = -1{,}0 \cdot \frac{37}{6}\,p = -6{,}167\,p$$

$$-4{,}011\,q_1 - 3{,}027\,q_2 - 2{,}115\,q_3 - 1{,}623\,q_4 + 1{,}417\,q_5 - 0{,}623\,q_6 - 0{,}115\,q_7 - 0{,}027\,q_8 - 0{,}011\,q_9 - 0{,}005\,q_{10} = = -1{,}0 \cdot \frac{61}{6}\,p = -10{,}167\,p$$

oder mit $q_1 = q_{10}$, $q_2 = q_9$, $q_3 = q_8$ usw. wegen der Symmetrie und nach Einsetzen des Wertes für q_1:

$$-q_1 = q_2 + q_3 + q_4 + q_5 - 5\,p:$$

$$3{,}040\,q_2 + 0{,}997\,q_3 + 1{,}504\,q_4 + 1{,}586\,q_5 = 6{,}953\,p$$
$$0{,}489\,q_2 + 3{,}528\,q_3 + 1{,}482\,q_4 + 1{,}974\,q_5 = 7{,}413\,p$$
$$0{,}911\,q_2 + 1{,}397\,q_3 + 4{,}421\,q_4 + 2{,}293\,q_5 = 8{,}988\,p$$
$$0{,}978\,q_2 + 1{,}874\,q_3 + 2{,}278\,q_4 + 4{,}810\,q_5 = 9{,}913\,p.$$

Die Auflösung dieser Gleichungen geschieht am einfachsten durch Probieren oder schrittweise Näherung. Man findet:

$$q_2 = 0{,}940\,p;\quad q_3 = 0{,}983\,p;\quad q_4 = 1{,}004\,p;\quad q_5 = 1{,}011\,p \quad \text{und } q_1 = 1{,}062\,p.$$

Diese Werte sind in Abb. 10 gestrichelt aufgetragen und durch eine stetig verlaufende (gestrichelte) Kurve nach Gutdünken so aus-

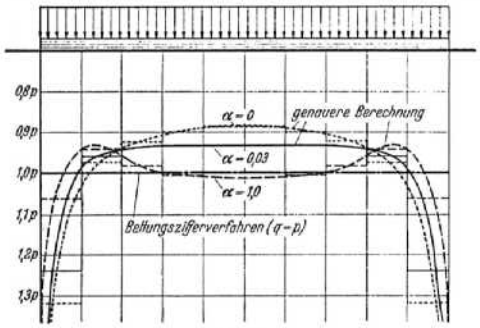


Abb. 10.

geglichen, daß die einzelnen Spannungsflächen jeweils den gleichen Inhalt behalten. Die erhaltene Form der Sohldrucklinie entspricht völlig der von Wieghardt und Borowicka gefundenen. Dieses Ergebnis ist um so bemerkenswerter, als es für eine verhältnismäßig grobe Unterteilung der Sohlfläche ($n = 10$, gegenüber $n = 16$ bei Habel) erhalten wurde. Die Brauchbarkeit des angegebenen Verfahrens dürfte damit wohl erwiesen sein.

b) $\alpha = 0{,}03$. In derselben Weise wie vorstehend gelangt man zu den Gleichungen:

$$+2{,}232\,q_2 + 0{,}027\,q_3 + 0{,}534\,q_4 + 0{,}616\,q_5 = \left(3{,}27 - 0{,}03 \cdot \frac{7}{6}\right)p = 3{,}235\,p$$

$$-0{,}481\,q_2 + 1{,}750\,q_3 - 0{,}458\,q_4 + 0{,}034\,q_5 = \left(0{,}88 - 0{,}03 \cdot \frac{19}{6}\right)p = 0{,}785\,p$$

$$-0{,}059\,q_2 - 0{,}543\,q_3 + 1{,}673\,q_4 - 0{,}617\,q_5 = \left(0{,}605 - 0{,}03 \cdot \frac{37}{6}\right)p = 0{,}420\,p$$

$$+0{,}008\,q_2 - 0{,}066\,q_3 - 0{,}632\,q_4 + 1{,}092\,q_5 = \left(0{,}680 - 0{,}03 \cdot \frac{61}{6}\right)p = 0{,}375\,p$$

deren Auflösung liefert:

$$q_2 = 0{,}958\,p;\quad q_3 = 0{,}937\,p;\quad q_4 = 0{,}933\,p;\quad q_5 = 0{,}933\,p;\quad q_1 = 1{,}239\,p.$$

Das Ergebnis ist in Abb. 10 voll ausgezogen.

c) $\alpha = 0$ (vollständig starrer Grundkörper). Für diesen Sonderfall muß die Einsenkung ζ überall gleich groß sein. Mit der Abkürzung

$$\zeta \cdot \frac{E'}{a} = \overline{C}$$

erhält man unmittelbar aus den Gl. (3):

$$1{,}157\,q_1 + 0{,}370\,q_2 + 0{,}207\,q_3 + 0{,}160\,q_4 + 0{,}144\,q_5 = \overline{C}$$
$$0{,}370\,q_1 + 1{,}168\,q_2 + 0{,}383\,q_3 + 0{,}225\,q_4 + 0{,}187\,q_5 = \overline{C}$$
$$0{,}207\,q_1 + 0{,}383\,q_2 + 1{,}186\,q_3 + 0{,}410\,q_4 + 0{,}268\,q_5 = \overline{C}$$
$$0{,}160\,q_1 + 0{,}225\,q_2 + 0{,}410\,q_3 + 1{,}229\,q_4 + 0{,}491\,q_5 = \overline{C}$$
$$0{,}144\,q_1 + 0{,}187\,q_2 + 0{,}268\,q_3 + 0{,}491\,q_4 + 1{,}452\,q_5 = \overline{C}$$

und als Auflösung dieser Gleichungen:

$$q_1 = 0{,}561\,\overline{C};\quad q_2 = 0{,}415\,\overline{C};\quad q_3 = 0{,}393\,\overline{C};\quad q_4 = 0{,}382\,\overline{C};\quad q_5 = 0{,}377\,\overline{C}.$$

Damit ist $\frac{1}{2}\Sigma q = 2{,}128\,\overline{C} = 5\,p$ oder $p = 0{,}4256\,\overline{C}$

und nach Einsetzung dieses Wertes:

$$q_1 = 1{,}318\,p;\quad q_2 = 0{,}975\,p;\quad q_3 = 0{,}923\,p;\quad q_4 = 0{,}898\,p;\quad q_5 = 0{,}886\,p.$$

Abb. 10 zeigt das Ergebnis als punktierte Linie.

Nach dem Bettungsziffer-Verfahren würde man unabhängig von der Biegesteifigkeit des Grundträgers immer nur eine gleichmäßige Sohldruck-Verteilung erhalten (strichpunktierte Linie in Abb. 10). Da sich hierfür das Biegemoment zu Null ergibt, gelingt es also mit Hilfe des Bettungsziffer-Verfahrens nicht, einen Anhalt für die Beanspruchung oder Bemessung des Grundträgers zu bekommen.

Beispiel 2. Einzellast P in Trägermitte, $\alpha = 0{,}03$.

Wie man am Aufbau der Gl. (9) sofort erkennt, bleiben die Festwerte der rechten Seite unverändert. Mit p_m als mittlerer Sohlspannung gilt:

$$P = 10\,p_m \cdot ab \quad \text{oder} \quad p_m = \frac{P}{10\,ab}.$$

Da wieder gilt: $-q_1 = q_2 + q_3 + q_4 + q_5 - 5\,p_m$, so können auch die Festwerte der rechten Seite der unter Beispiel 1b erhaltenen Gleichungen teilweise übernommen werden. Man hat damit:

$$2{,}232\,q_2 + 0{,}027\,q_3 + 0{,}534\,q_4 + 0{,}616\,q_5 = 3{,}27\,p_m$$
$$-0{,}481\,q_2 + 1{,}750\,q_3 - 0{,}458\,q_4 + 0{,}034\,q_5 = 0{,}88\,p_m$$
$$-0{,}059\,q_2 - 0{,}543\,q_3 + 1{,}673\,q_4 - 0{,}617\,q_5 = 0{,}605\,p_m$$
$$0{,}008\,q_2 - 0{,}066\,q_3 - 0{,}623\,q_4 + 1{,}092\,q_5 = 0{,}68\,p_m$$

und als Auflösung:

$$q_2 = 0{,}78\,p_m;\quad q_3 = 1{,}00\,p_m;\quad q_4 = 1{,}22\,p_m;\quad q_5 = 1{,}38\,p_m;\quad q_1 = 0{,}62\,p_m.$$

Dieses Ergebnis — in Abb. 11 als gestrichelte Treppenlinie und voll ausgezogene Kurve dargestellt — soll jetzt mit dem Ergebnis nach dem Bettungsziffer-Verfahren verglichen werden. Die Bettungszahl C kann aus der mittleren Senkung ζ_m eines gleichmäßig belasteten Streifens von der Länge $l = 10\,b$ wie folgt erhalten werden: nach Schleicher gilt:

$$\zeta_m = \frac{1}{\pi}\left[\frac{l}{b}\ln\frac{\sqrt{l^2+b^2}+b}{\sqrt{l^2+b^2}-b} + \ln\frac{\sqrt{l^2+b^2}+1}{\sqrt{l^2+b^2}-1} - \frac{2}{3}\,\frac{(l^2+b^2)^{\frac{3}{2}} - (l^3+b^3)}{l\,b^2}\right] \cdot \frac{p\,b}{E'}$$

in Zahlen:

$$\zeta_m = \frac{1}{\pi}\left[10\ln\frac{\sqrt{101}+1}{\sqrt{101}-1} + \ln\frac{\sqrt{101}+10}{\sqrt{101}-10} - \frac{2}{3}\,\frac{\sqrt{1001^3}-1001}{10}\right]\frac{p\,b}{E'} = 2{,}2465\,\frac{p\,b}{E'}.$$

Mit $\zeta_m = C \cdot p$ (nach Gl. (1) ist also $C = \frac{p}{\zeta_m} = \frac{E'}{2{,}2465\,b}$.

Beachtet man noch den aus Gl. (9a) folgenden Zusammenhang:

$$\frac{EJ}{b \cdot E'} = \frac{a^3}{\alpha},$$

so erhält man für die charakteristische Länge L der Bettungsziffer-Theorie:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4\,EJ}{b \cdot C}} = \sqrt[4]{\frac{4\,EJ}{b} \cdot \frac{2{,}2465\,b}{E'}} = \sqrt[4]{\frac{4\,a^3}{\alpha}\,2{,}2465\,b} =$$
$$= a \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 2{,}2465}{\alpha}\left(\frac{b}{a}\right)}$$

und für $a = b$ und $\alpha = 0{,}03$:

$$L = 4{,}16\,a \quad \text{oder}$$
$$\lambda = l : L = 10\,a : 4{,}16\,a = 2{,}404.$$

Wie man sieht, entspricht jeder α-Wert nach Gl. (9a) unter festliegenden Verhältnissen einem bestimmten λ-Wert der Bettungsziffer-Theorie, was ja auch von vornherein erwartet werden muß.

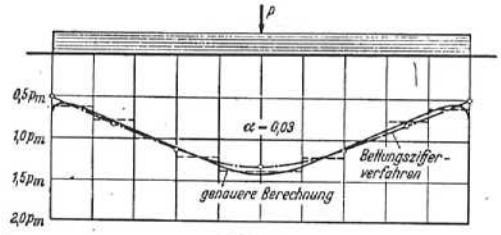


Abb. 11.

Nach K. Hayashi: Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage, S. 43—45, Berlin 1921, gilt für eine Einzellast in Trägermitte: für die Mitte: $q_M = \frac{1}{2}(1 + \mathfrak{a})\frac{P}{bL}$, für das Ende: $q_0 = 2\,\mathfrak{c}\,\frac{P}{bL}$ und für beliebiges $\xi = \frac{x}{L}$ (von der Mitte aus gezählt):

$$q = \frac{1}{2}\left[\cos\xi\,[(1 + \mathfrak{a})\,\mathfrak{Cof}\,\xi - \mathfrak{Sin}\,\xi] + \sin\xi\,[\mathfrak{Cof}\,\xi - (1 - \mathfrak{b})\,\mathfrak{Sin}\,\xi]\right]\frac{P}{bL}$$

$$\text{mit } \mathfrak{a} = \frac{2 + \cos\lambda - \sin\lambda + e^{-\lambda}}{\mathfrak{Sin}\,\lambda + \sin\lambda}; \quad \mathfrak{b} = \frac{\cos\lambda + \sin\lambda - e^{-\lambda}}{\mathfrak{Sin}\,\lambda + \sin\lambda};$$

$$\mathfrak{c} = \frac{\mathfrak{Cof}\,\frac{\lambda}{2} \cdot \cos\frac{\lambda}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\lambda + \sin\lambda}.$$

Für $P = 10\,p_m \cdot ab$ und $L = \frac{l}{\lambda} = \frac{10\,a}{\lambda}$ ist

$$\frac{P}{bL} = \frac{10\,p_m \cdot ab \cdot \lambda}{b \cdot 10\,a} = \lambda \cdot p_m.$$

Für $\lambda = 2{,}404$ erhält man damit:

$$\mathfrak{a} = \frac{2 - 0{,}7401 - 0{,}6725 + 0{,}0904}{5{,}489 + 0{,}672} = 0{,}110;$$
$$\mathfrak{b} = \frac{-0{,}7401 + 0{,}6725 - 0{,}0904}{6{,}161} = -0{,}0245;$$
$$\mathfrak{c} = \frac{1{,}8137 \cdot 0{,}3605}{6{,}161} = 0{,}1061;$$
$$q_M = \frac{1}{2} \cdot 1{,}110 \cdot 2{,}404\,p_m = 1{,}335\,p_m;$$
$$q_0 = 2 \cdot 0{,}1061 \cdot 2{,}404\,p_m = 0{,}510\,p;$$

für $\xi = \frac{2\,a}{4{,}16\,a} = 0{,}481$:

$$q = \frac{1}{2}\,[0{,}8865\,(1{,}110 \cdot 1{,}1179 - 0{,}4998) +$$
$$+ 0{,}4627\,(1{,}1179 - 1{,}0245 \cdot 0{,}4998)] \cdot 2{,}404\,p_m = 1{,}125\,p_m;$$

für $\xi = \frac{3{,}5\,a}{4{,}16\,a} = 0{,}841$:

$$q_2 = \frac{1}{2}\,[0{,}6667\,(1{,}110 \cdot 1{,}3750 - 0{,}9437) +$$
$$+ 0{,}7453\,(1{,}3750 - 1{,}0245 \cdot 0{,}9437)] \cdot 2{,}404\,p_m = 0{,}833\,p_m.$$

Größtes Moment nach Hayashi:

$$M_{max} = \frac{1}{4}(1 - \mathfrak{b}) \cdot PL = \frac{1}{4}(1 - \mathfrak{b}) \cdot p_m\,l\,b \cdot \frac{1}{\lambda} =$$
$$= \frac{1 - \mathfrak{b}}{4\lambda} \cdot p_m\,l^2\,b = \frac{1{,}0245}{9{,}616}\,p_m\,l^2\,b = 0{,}1065\,p_m\,l^2\,b.$$

Nach der genaueren Berechnung erhält man (mit $l = 10\,a$):

$$M_{max} = (0{,}62 \cdot 4{,}5 + 0{,}78 \cdot 3{,}5 + 1{,}0 \cdot 2{,}5 + 1{,}22 \cdot 1{,}5 +$$
$$+ 1{,}38 \cdot 0{,}5)\,p_m \cdot ab \cdot a = 0{,}1054\,p_m\,l^2\,b.$$

Es ist $0{,}1065 \approx 1{,}01 \cdot 0{,}1054$; das Moment ist nach dem B.-Verfahren also um 1% zu groß erhalten. $M_{max} = 0{,}1054\,p_m$ findet man für $\lambda \approx 2{,}45$. Die Bettungszahl C müßte danach um das $\left(\frac{2{,}45}{2{,}404}\right)^4$-fache, d. i. das 1,079-fache größer angenommen werden (Einsetzen von 92,7% der berechneten mittleren Setzung).

Die nach dem B.-Verfahren erhaltene Sohldruck-Verteilung ist in Abb. 11 strichpunktiert eingetragen. Es ergibt sich in diesem Fall eine gute Übereinstimmung mit der genaueren Berechnung. Der Vergleich der Ergebnisse kann jedoch in anderen Fällen wesentlich ungünstiger ausfallen, wie das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 3. Einzellasten P an den Trägerenden, $\alpha = 0{,}03$.

In den Momentengleichungen (5) ist eine beliebig angreifende Einzelkraft nicht berücksichtigt worden; man erkennt jedoch unschwer an Abb. 6e, daß die Momente aus der am Rande angreifenden Kraft P durch ein veränderliches M_1 berücksichtigt werden können, indem man setzt:

für Punkt 1: $M_1 = -P \cdot \frac{a}{2}$; für Punkt 2: $M_1 = -P \cdot \frac{3}{2}\,a$ usw.

Mit $P = 5\,p_m \cdot ab$ erhält man damit für den Einfluß der Momente aus P in den Gl. (7):

$$M_1 + 4\,M_2 + M_3 = -5\,p_m \cdot ab\left(\frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right)a$$
$$= -6 \cdot 7{,}5\,p_m \cdot a^2b$$
$$M_2 + 4\,M_3 + M_4 = -5\,p_m \cdot ab\left(\frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right)a$$
$$= -6 \cdot 12{,}5\,p_m \cdot a^2b \text{ usw.}$$

Diese Werte sind in Gl. (7) an Stelle von $6\,M_1$ einzusetzen; man muß sie also noch durch $6\,a^2b$ teilen, um die m_1-Werte der Gl. (9) zu erhalten. Die linke Seite der Gleichungen des vorigen Beispiels bleibt wieder unverändert. Man erhält damit:

$$2{,}232\,q_2 + 0{,}027\,q_3 + 0{,}534\,q_4 + 0{,}616\,q_5 = (3{,}27 - 0{,}03 \cdot 7{,}5)\,p_m =$$
$$= 3{,}045\,p_m$$
$$-0{,}481\,q_2 + 1{,}750\,q_3 - 0{,}458\,q_4 + 0{,}034\,q_5 = (0{,}88 - 0{,}03 \cdot 12{,}5)\,p_m =$$
$$= 0{,}505\,p_m$$
$$-0{,}059\,q_2 - 0{,}543\,q_3 + 1{,}673\,q_4 - 0{,}617\,q_5 = (0{,}605 - 0{,}03 \cdot 17{,}5)\,p_m =$$
$$= 0{,}08\,p_m$$
$$0{,}008\,q_2 - 0{,}066\,q_3 - 0{,}632\,q_4 + 1{,}092\,q_5 = (0{,}68 - 0{,}03 \cdot 22{,}5)\,p_m =$$
$$= 0{,}005\,p_m$$

und als Lösungen:

$$q_2 = 1{,}17\,p_m; \quad q_3 = 0{,}72\,p_m; \quad q_4 = 0{,}43\,p_m; \quad q_5 = 0{,}29\,p_m$$
$$q_1 = 2{,}39\,p_m.$$

Größtes Moment:

$$M_{max} = (-5{,}0 \cdot 5{,}0 + 2{,}39 \cdot 4{,}5 + 1{,}17 \cdot 3{,}5 + 0{,}72 \cdot 2{,}5 +$$
$$+ 0{,}43 \cdot 1{,}5 + 0{,}29 \cdot 0{,}5)\,p_m \cdot ab \cdot a = -0{,}0757\,p_m l^2 b.$$

Vergleich mit dem Bettungsziffer-Verfahren:

Nach Hayashi, S. 129, ist, wenn $\xi = x : L$ vom Ende aus gezählt wird:

$$q = 2\,\frac{\mathfrak{Cof}\,(\lambda - \xi)\cos\xi + \cos(\lambda - \xi)\,\mathfrak{Cof}\,\xi}{\mathfrak{Sin}\,\lambda + \sin\lambda}\,\frac{P}{bL};$$

$$q_m = 4\,\frac{\mathfrak{Cof}\,\frac{\lambda}{2} \cdot \cos\frac{\lambda}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\lambda + \sin\lambda}\,\frac{P}{bL}; \quad q_0 = 2\,\frac{\mathfrak{Cof}\,\lambda + \cos\lambda}{\mathfrak{Sin}\,\lambda + \sin\lambda}\,\frac{P}{bL}.$$

Mit $\frac{P}{bL} = \frac{1}{2}\,\lambda\,p_m$ ist zahlenmäßig (vgl. Beispiel 2):

$$q_M = 4\,\frac{1{,}8137 \cdot 0{,}3605}{6{,}161} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2{,}404\,p_m = 0{,}510\,p_m;$$

$$q_0 = 2\,\frac{5{,}579 - 0{,}7401}{6{,}161} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2{,}404\,p_m = 1{,}888\,p_m;$$

$$q_{\xi = 0{,}721} = 2\,\frac{2{,}784 \cdot 0{,}7512 - 0{,}1120 \cdot 1{,}2714}{6{,}161} \cdot \frac{1}{2}\,2{,}404\,p_m = 0{,}761\,p_m;$$

$$q_2 = 2 \cdot \frac{3{,}923 \cdot 0{,}9357 - 0{,}4552 \cdot 1{,}0657}{6{,}161} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2{,}404\,p_m = 1{,}243\,p_m.$$

Für das Moment findet man allgemein:

$$M = -\frac{\mathfrak{Sin}\,(\lambda - \xi)\sin\xi + \sin(\lambda - \xi)\,\mathfrak{Sin}\,\xi}{\mathfrak{Sin}\,\lambda + \sin\lambda} \cdot P \cdot L;$$

$$P \cdot L = \frac{p_m \cdot lb}{2} \frac{1}{\lambda} = \frac{p_m \cdot l^2 b}{2\lambda}.$$

Das größte Moment erhält man für $\xi = \frac{\lambda}{2}$:

$$M_{max} = -2 \cdot \frac{\mathfrak{Sin}\frac{\lambda}{2} \cdot \sin\frac{\lambda}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\lambda + \sin\lambda} \cdot PL =$$

$$= -2 \cdot \frac{1{,}5131 \cdot 0{,}9328}{6{,}161} \cdot \frac{p_m l^2 b}{2 \cdot 2{,}404} = -0{,}0953 p_m \cdot l^2 b\,.$$

Das Moment wird also nach dem B.-Verfahren um das $\frac{0{,}0953}{0{,}0757} \approx 1{,}26$-fache, also um 26% zu groß erhalten. Für übereinstimmende Größtmomente müßte die Bettungszahl um das $\left(\frac{2{,}865}{2{,}404}\right)^4$ -fache, d. i. um das 2,017-fache größer angenommen werden (Einsetzen von 49,6% der berechneten mittleren Setzung). — Die Verteilungslinien der Sohlspannungen sind in Abb. 12 aufgetragen.

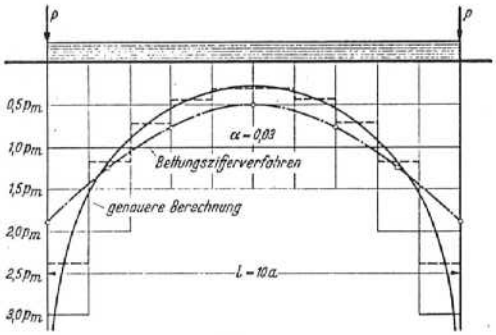


Abb. 12.

Die Abb. 10 und 12 zeigen, daß das Ergebnis nach der Bettungsziffer-Theorie in manchen Fällen erheblich von dem Ergebnis der genaueren Berechnung abweicht und zwar hinsichtlich von M_{max} sowohl nach der günstigen als auch nach der ungünstigen Seite hin. Wie außerdem zu ersehen ist, erfordert die genauere Berechnung kaum einen größeren Aufwand an Zahlenrechnung als das B.-Verfahren.

Man könnte freilich auch das B.-Verfahren nach der Differenzenrechnung behandeln, wodurch es etwas einfacher zu handhaben wäre als die genauere Berechnung. Die abgeleiteten Gleichungen gelten auch für diesen Fall, wenn man setzt:

$$c_0 = \frac{1}{C};\ c_1 = c_2 = \cdots c_n = 0;\ C_0 = 2\,c_0 = \frac{2}{C};\ C_1 = c_0 = \frac{1}{C};$$
$$C_2 = C_3 = \cdots C_n = 0\,.$$

Aus angedeuteten Gründen sei aber nicht weiter darauf eingegangen.

Der Unterschied zwischen „Baugrund" und „gleichmäßigem Halbraum".

Bei den bisherigen Berechnungen ist vorerst als Untergrund der gleichmäßige Halbraum vorausgesetzt worden. Der Gültigkeitsbereich der abgeleiteten Gleichungen ist jedoch keineswegs auf diesen Halbraum beschränkt, weil über die Gestalt der Senkungs-Einflußlinie des Untergrundes (Abb. 6c) keine Einschränkungen gemacht worden sind.

Wirklicher „Baugrund" hat freilich meistens eine andere Druckverteilung als der „Halbraum", und die Zusammendrückbarkeit des Untergrundes weicht von der des Halbraumes ab, weil die Formänderungen der Erdschichten je nach ihrer Tiefenlage verschieden sind und auch nicht immer verhältnisgleich mit der Belastung anwachsen; jedoch kommen diese Abweichungen schon zum großen Teil in der veränderten Form der Senkungs-Einflußlinie rechnerisch zum Ausdruck, ohne daß es in jedem Falle notwendig wird, die bisherigen Gleichungen zu ergänzen. Durch die — besonders in ihrem Verhältnis untereinander — veränderten c-Werte der Gl. (3) wird eben das wahre Verhalten des Baugrundes rechnerisch schon vielfach ausreichend erfaßt. Man erkennt jedenfalls unschwer, daß die abgeleiteten Formeln solange richtig sind, als die Einsenkungen verhältnisgleich mit der Belastung zunehmen. Dies trifft in vielen praktischen Fällen auch genügend genau zu, wie man des öfteren an Probebelastungen des Baugrundes beobachten kann. Die abgeleiteten Formeln werden daher — zumindest näherungsweise — sehr oft in der Baupraxis ausreichen.

Die Gl. (3) können allerdings nicht mehr mit dem auf S. 103 angegebenen Ansatz angeschrieben werden; es muß jetzt heißen:

$$(3a)\quad \begin{cases} \zeta_1 = c_0 \cdot q_1 + c_1 \cdot q_2 + c_2 \cdot q_3 + \cdots \\ \zeta_2 = c_1 \cdot q_1 + c_0 \cdot q_2 + c_1 \cdot q_3 + \cdots \text{ usw.,} \end{cases}$$

d. h. die Beiwerte c sind jetzt keine unbenannten Zahlen mehr, sondern sind gebunden an die gerade vorliegenden Verhältnisse des Untergrundes und der Lastflächengröße. Dadurch ändern sich jedoch nur die Konstanten der Gl. (8) und (9), indem in Gl. (8) die Faktoren $\frac{a}{E'}$ fortfallen und in Gl. (9) der Wert α durch $\bar{\alpha} = \frac{a^4 b}{EJ}$ zu ersetzen ist[15].

(Fortsetzung folgt)

[15] Nur wenn für die Tiefenabhängigkeit der Zusammendrückungszahl $Z = c^z \cdot z^w$ (z = Tiefe) gilt, kann angesetzt werden: $\zeta = (\Sigma cq) \cdot a^{z-w}$ mit c als unbenannten Zahlen.

DIE BERECHNUNG DER SOHLDRUCKVERTEILUNG UNTER GRÜNDUNGSKÖRPERN.

Von **Joh. Ohde**, Neuenhagen bei Berlin.

(Fortsetzung von S. 99 und Schluß.)

DK 624.131.522.3

In einigen Fällen sind allerdings die Abweichungen der Formänderungen des Untergrundes vom Gesetz der Verhältnisgleichheit zwischen Spannungen und Formänderungen so groß, daß genauere Berechnungen notwendig werden können. Wie bereits eingangs bemerkt, kommen für die Abweichungen von geradlinigem Verlauf der Senkungslinie folgende drei Ursachen in Betracht:

a) die Abnahme der Zusammendrückbarkeit der Erdstoffe mit wachsendem Druck;
b) die Vorbelastung der Erdschichten und
c) die Überschreitung der Grenztragfähigkeit des Untergrundes am Rande der belastenden Fläche.

Während die erste Ursache bei wachsender Belastung eine abnehmende Neigung der Setzungslinie zur Folge hat (Abb. 13a), ist es bei den anderen beiden Ursachen umgekehrt (Abb. 13b u. c).

Zusammendrückungsversuche mit behinderter und unbehinderter seitlicher Ausdehnung zeigen, daß eine Verringerung der Zusammendrückbarkeit (Vergrößerung der Verdichtungszahl V und der Zusammendrückungszahl Z) mit wachsendem Druck (Abb. 13a) nur eintritt, wenn die seitliche Ausdehnung der einzelnen Erdteilchen ganz oder teilweise behindert wird. Unmittelbar unter der Sohlfläche ist die seitliche Ausdehnung der Erdteilchen durch

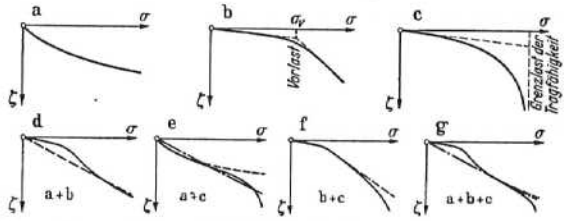


Abb. 13. Die verschiedenen Möglichkeiten für den Verlauf der Setzungslinie.

die bei einer waagrechten Bewegung sofort einsetzende Sohlreibung gänzlich behindert; mit zunehmender Tiefe wird die Behinderung der seitlichen Ausdehnung immer geringer, bis sie in

einer Tiefe gleich der Lastflächenbreite praktisch ganz aufhört. Die Behinderung der seitlichen Ausdehnung, die mit zunehmendem Druck eine Verringerung der Zusammendrückbarkeit zur Folge hat (Abb. 13a), ist also nur in der Nähe der Lastfläche vorhanden.

Man hört mitunter den Einwand, die seitliche Ausdehnung eines Erdteilchens in größerer Tiefe sei doch durch die angrenzenden Erdteilchen ebenfalls behindert. Dieser Einwand ist jedoch nicht richtig, weil sich die Nachbarteilchen nicht nur lotrecht setzen, sondern — infolge der strahlenförmigen Druckausstrahlung von der Lastfläche her — sich auch waagrecht etwas verschieben (vgl. Abb. 14), wodurch dann die ungehinderte seitliche Ausdehnung ermöglicht wird. — Eine Behinderung der Seitendehnung ist bekanntlich immer mit einer Erhöhung der waagrechten Spannungen σ_x verbunden, denn diese zusätzlichen waagrechten Spannungen bewirken ja gerade erst das Ausbleiben der seitlichen Ausdehnung. Wie nun die Druckverteilungsformeln zeigen[16], nehmen die durch eine Belastung verursachten zusätzlichen Spannungen σ_x mit wachsender Tiefe unter der Lastfläche schnell ab, woraus ebenfalls folgt, daß eine Behinderung der seitlichen Ausdehnung nur in der Nähe der Lastfläche vorhanden ist.

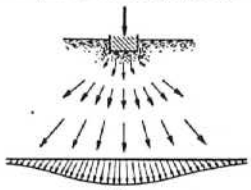


Abb. 14.

Ähnlich ist es mit dem Überschreiten der Vorbelastung. Als Vorbelastung bezeichnet man den Höchstwert der Belastung, die eine Erdschicht seit ihrer Entstehung irgendwann einmal hinreichend lange zu tragen hatte (Belastung durch Gletschereis oder durch Erdschichten, die später wieder fortbewegt wurden, oder durch Kapillarkräfte infolge Austrocknung). Solange die Erdspannungen unterhalb der Vorlast bleiben, treten nur geringe federnde (elastische) Setzungen auf; erst nach dem Überschreiten der Vorbelastung kommt es zu größeren Setzungen (Abb. 13b). Hat also die Setzungslinie einen (leicht ausgerundeten) Knick, so

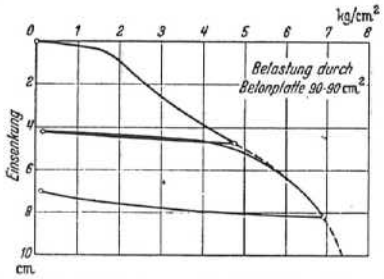


Abb. 15. Probebelastung auf schlickigem Feinsand.

ist das Überschreiten der Vorbelastung als die Ursache dieser Erscheinung anzusehen. — Wenn nun auch die zusätzlichen lotrechten Spannungen σ_z nach unten hin nicht ganz so schnell abklingen wie die waagrechten Spannungen σ_x, so werden sie mit zunehmender Tiefe doch bald so klein, daß auch eine geringe Vorbelastung nicht mehr überschritten wird. Die Abweichungen vom linearen Formänderungsgesetz sind also auch hier wieder auf die Nähe der Lastfläche beschränkt.

Bei stark belastetem Baugrund weichen die Erdschichten in der Nähe des Randes der Lastfläche bei weiterhin zunehmendem Druck immer stärker seitlich aus, weil der Erdwiderstand — vom Rande der Lastfläche her beginnend — für eine immer größere Breite überwunden wird. Es entsteht dadurch die in Abb. 13c gezeichnete Setzungskurve.

Vielfach wird man es nicht mit einem einzigen der aufgeführten Punkte zu tun haben, sondern mit einem Zusammenwirken von zwei oder drei Ursachen. So muß z. B. beim Vorliegen sowohl der ersten als auch der zweiten Ursache bei andauernd zunehmender Belastung schließlich die Grenzlast der Tragfähigkeit erreicht werden, wodurch der Setzungsverlauf nach Abb. 13c hinzukommt (Abb. 13e u. f). Schließlich können auch alle drei Ursachen gleichzeitig vorhanden sein (Abb. 13g).

Alle aufgeführten Typen von Setzungskurven kann man gelegentlich bei Probebelastungen des Baugrundes beobachten. So zeigt z. B. Abb. 15 eine Setzungskurve nach Abb. 13g. Es handelt sich um einen jungen humosen Feinsand der Nordseeküste, der in rd. 13 m Tiefe im Senkkasten mit Hilfe einer Betonplatte 90 × 90 cm belastet wurde.

Die Umrechnung der bei einer Probebelastung erhaltenen Daten auf Bauwerkgröße setzt eine einwandfreie Deutung der Probebelastung nach den in Abb. 13 veranschaulichten Einflüssen voraus. Zu diesem Zweck muß versucht werden, die einzelnen Einflüsse rechnerisch zu erfassen, was nach dem heutigen Stande der Erdbau-Forschung auch schon befriedigend möglich ist. Aus dem eingangs genannten Grunde kann in diesem Aufsatz auf solche Berechnungen aber nicht ausführlich eingegangen werden; es können nur die nachstehenden Andeutungen gemacht werden.

Am einfachsten kann der Einfluß der Überschreitung der Tragfähigkeit am Rande der Lastfläche (Abb. 13c) rechne-

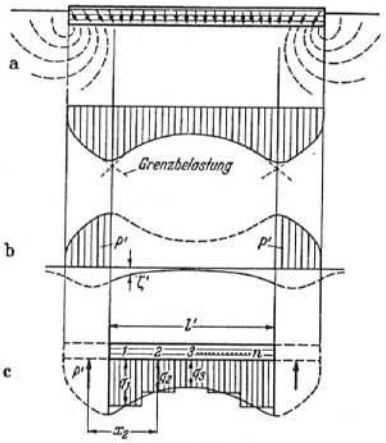


Abb. 16.

risch berücksichtigt werden. Wenn im Randbereich der Lastfläche der größtmögliche Widerstand des Baugrundes erreicht wird (Ausweichen der Erde auf kurvenförmigen Gleitflächen), so kann der Sohldruck in diesem Randbereich bei weiterhin zunehmender Belastung nicht mehr anwachsen. Er wirkt damit gleichsam wie eine konstante äußere Last. Schätzt man also auf Grund einer überschläglichen Berechnung die Breite der beiden Sohlstreifen, die für das Ausweichen des Untergrundes etwa in Frage kommt (Abb. 16a), und setzt die Randstreifen-Grenzlasten vorweg als äußere Kräfte ein[17], so kann dann die Berechnung der Sohldrücke für den restlichen Teil der Sohlfläche nach den bisherigen Formeln durchgeführt werden. Nur müssen die durch die „Randlasten" verursachten Einsenkungen ζ' des mittleren Teiles der Sohlfläche (Abb. 16b) berücksichtigt werden. Man rechnet also gleichsam mit einem um die Randstreifen verkürzten Grundkörper (Abb. 16c). Die früheren Gl. (3) sind damit zu ersetzen durch:

$$(3b)\quad \begin{cases} \zeta_1 = \zeta_1' + c_0 q_1 + c_1 q_2 + c_2 q_3 + \cdots \\ \zeta_2 = \zeta_2' + c_1 q_1 + c_0 q_2 + c_1 q_3 + \cdots \text{ usw.} \end{cases}$$

Hierdurch verändern sich natürlich auch die Gl. (8) und (9). Die linke Seite der Gl. (9) bleibt unverändert, nur daß an Stelle von α wieder der Wert

$$\bar{\alpha} = \frac{a^4 b}{EJ}$$

einzusetzen ist (auch rechts); die rechte Seite der Gl. (9) dagegen

[16] Fröhlich, O. K.: Druckverteilung im Baugrunde. Wien 1934 — Ohde, J.: Bauing. 20 (1939) S. 451.

[17] Die Grenzbelastung (Grenze der Tragfähigkeit) kann durch Probebelastung des Baugrundes oder — bei bekanntem Gleitwiderstand — rechnerisch mit Hilfe kurvenförmiger Gleitflächen ermittelt werden.

ist zu ergänzen durch die Werte

$-\zeta_2''$ für die 1. Gl., $-\zeta_3''$ für die 2. Gl., $-\zeta_4''$ für die 3. Gl., usw.

mit $\zeta_n'' = 2\,\zeta_n' - \zeta_{n-1}' - \zeta_{n+1}'$.

Für M_1 ist einzusetzen: $M_1 = P' \cdot x$, wenn P' die „Randlast" und x die Entfernung der Randlast von dem betreffenden Punkt angibt, für den die Gleichung gilt (z. B. Punkt 2 für die 1. Gleichung).

Schwerer und vorerst wohl nur näherungsweise zu berücksichtigen ist der Einfluß der Vorlast (Abb. 13 b) und der Einfluß der Zunahme der Zusammendrückungszahl Z mit wachsendem Druck (Abb. 13a). In grober Weise mag man sich durch gefühlsmäßiges Abändern der für mittlere Zusammendrückungswerte errechneten Sohldruckverteilungslinie helfen können, indem man diese in der Nachbarschaft der Größtwerte beim Überschreiten der Vorlast (Abb. 13b) etwas verkleinert, beim Vorliegen einer Zusammendrückungskurve nach Abb. 13a dagegen etwas vergrößert und den übrigen Teil der Verteilungslinie in geringem Maße so vergrößert oder verkleinert, daß die lotrechten Kräfte im Gleichgewicht bleiben.

Einwandfreier ist folgendes Vorgehen: Man ermittelt die Spannungsverteilung im Untergrund mit Hilfe des (nur noch näherungsweise gültigen) Grundsatzes einfacher Summierung der Einzelwirkungen, berechnet aber die Zusammendrückungen (Setzungen) nach dem wirklichen Verlauf der Formänderungen. Die Setzungen nehmen dann allerdings nicht mehr geradlinig mit der Belastung zu, so daß die Gl. (3) wieder ihre Gültigkeit verlieren. Man kann sich aber durch Überlagerung von zwei Belastungszuständen helfen, von denen der erste möglichst nahe an das wirkliche Belastungsbild heranreicht, damit für den zweiten (ergänzenden) Belastungszustand nur kleine Änderungen der Sohlspannungen q übrigbleiben, für die die Setzungen genügend genau verhältnisgleich mit der weiteren Belastung zunehmen. — Für den ersten Belastungszustand wird die Verteilung der Sohlspannungen geschätzt (evtl. auf Grund einer vorläufigen Berechnung); am besten erfüllt man von vornherein die Bedingung des lotrechten Gleichgewichts. Die angenommenen Sohlspannungen seien $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \ldots, \bar{q}_n$ und die zugehörigen Einsenkungen $\bar{\zeta}_1, \bar{\zeta}_2, \ldots, \bar{\zeta}_n$. Letztere werden natürlich auf Grund der genauen (nicht linearen) Zusammendrückungskurven der Erdschichten bestimmt. Ebenso werden bei der Ermittlung der restlichen Einsenkungen $\Delta\zeta$ für den zweiten Lastzustand die durch die erste Belastung veränderten Formänderungszahlen zugrunde gelegt. Die hierzu gehörenden c-Werte für die Mittelpunkte der einzelnen Sohlflächen können damit für alle Punkte verschieden ausfallen. Werden die Bezeichnungen nach Abb. 17 gewählt, so erhält man damit an Stelle der früheren Gl. (3):

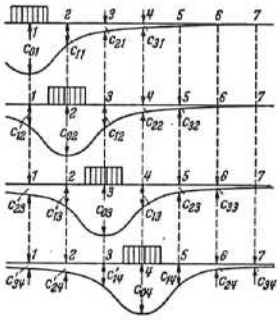


Abb. 17.

$$(3c)\quad \begin{cases} \zeta_1 = \bar{\zeta}_1 + c_{01}\cdot\Delta q_1 + c'_{12}\cdot\Delta q_2 + c'_{23}\cdot\Delta q_3 + c'_{34}\cdot\Delta q_4 + \cdots \\ \zeta_2 = \bar{\zeta}_2 + c_{11}\cdot\Delta q_1 + c_{02}\cdot\Delta q_2 + c_{13}\cdot\Delta q_3 + c'_{24}\cdot\Delta q_4 + \cdots \\ \zeta_3 = \bar{\zeta}_3 + c_{21}\cdot\Delta q_1 + c_{12}\cdot\Delta q_2 + c_{03}\cdot\Delta q_3 + c_{14}\cdot\Delta q_4 + \cdots \\ \zeta_4 = \bar{\zeta}_4 + c_{31}\cdot\Delta q_1 + \cdots \text{ usw.} \end{cases}$$

Auf die daraus folgenden Veränderungen der Gl. (8) und (9) noch näher einzugehen, lohnt sich nicht, weil diese Gleichungen für jede Aufgabe neu durchgerechnet werden müssen.

Die vorstehend angedeutete Berechnungsweise ist insofern nur angenähert, als noch mit der Annahme linearer Spannungsüberlagerung gerechnet wurde. Wie eingangs schon bemerkt wurde, gilt diese Annahme nicht mehr genau, sobald die Zusammendrückungen der einzelnen Erdteilchen nicht mehr geradlinig mit der Belastung zunehmen (Abb. 13a u. b). Für eine genaue Berechnung müßte auch die Druckverteilung im Untergrund noch von den örtlich verschiedenen Formänderungen abhängig gemacht werden, wobei vom Grundsatz des Kleinstwertes der Formänderungsarbeit auszugehen wäre. Voraussichtlich wird das vorstehend angedeutete Verfahren (Annahme linearer Spannungsüberlagerung) aber genügend genau sein, wenn man sich außerdem noch klar macht, nach welcher Richtung hin die genaue Berechnung von der näherungsweisen Ermittlung der Sohlspannungs-Verteilung abweicht. Es ist leicht einzusehen, daß die zusätzlichen Erdspannungen an den härteren Stellen mit geringerer Nachgiebigkeit etwas größer sein werden, als sie nach den Druckverteilungsformeln berechnet werden. Denn an den weniger nachgiebigen Stellen ist ein stärkerer Widerstand gegen Verformung — also eine Art innerer Abstützung — vorhanden, und die Formänderungsarbeit ist infolgedessen für den gleichen Spannungszuwachs geringer als in weicheren Bereichen. Umgekehrt werden die Erdspannungen an den Stellen, wo die Vorbelastung der Erdteilchen überschritten wird, etwas geringer sein als nach der Berechnung, denn durch das vermehrte Nachgeben nach dem Überschreiten der Vorlast wird der betr. Erdbereich nachgiebiger als die Nachbarbereiche, in denen die Vorlast noch nicht überschritten ist. — Die vorstehend ausgesprochene Feststellung, daß die rechnerisch erhaltenen Sohlpressungen von den genauen Werten in einer ganz bestimmten Richtung etwas abweichen, wird bei der Erörterung der Sicherheitsfrage wohl einen ausreichenden Anhaltspunkt ergeben.

Die räumliche Aufgabe.

Die statische Berechnung einer Platte ist bekanntlich weit schwieriger als die eines Balkens. Dasselbe gilt auch für die rechnerische Ermittlung der Sohldruckverteilung.

Die Berechnung einer biegsamen Platte wäre noch verhältnismäßig einfach, wenn man sie als Trägerrost berechnen dürfte. Dabei wird die Platte nach beiden Richtungen hin in eine Anzahl nebeneinander liegender Streifen zerlegt gedacht, die sich gegenseitig durchdringen, aber sich im übrigen bei den Formänderungen nur soweit beeinflussen, als sie in den Kreuzungspunkten die gleiche Durchbiegung haben. Unter dieser Annahme kann das mitgeteilte Verfahren für die ebene Aufgabe ohne weiteres auch auf die räumliche Aufgabe übertragen werden, indem die Dreimomentengleichungen für beide Grundriß-Richtungen x und y angeschrieben werden. Die äußere Belastung verteilt sich allerdings in einem zunächst unbekannten Verhältnis auf die Ersatzträger beider Richtungen. Wirkt z. B. an einer beliebigen Stelle der Platte auf einer (rechteckigen) Einzelfläche die äußere Belastung p, so belastet ein Teil $\psi \cdot p$ hiervon die Träger der x-Richtung, der Restteil $(1-\psi)p$ dagegen die Träger der y-Richtung. Der Anteil $\psi \cdot p$ ist dabei für jede Einzelfläche verschieden und zunächst unbekannt. Jedoch ist diese Schwierigkeit unschwer zu beheben; man braucht nur die ψ-Werte als neue Unbekannte anzusetzen und die Bedingungen gleicher Durchbiegung der Kreuzungspunkte der Ersatzträger in die Rechnung einzuführen. Dadurch erhält man zusammen mit den Gleichgewichtsbedingungen eine genügende Anzahl neu hinzukommender Gleichungen, mit deren Hilfe dann auch die ψ-Werte ermittelt werden können.

Bei der Annahme eines die Platte vertretenden Trägerrostes wird auf die Drillungsmomente der Platte keine Rücksicht genommen. Der Einfluß der Drillungsmomente darf aber nun leider nicht vernachlässigt werden, wie von der Plattentheorie her bekannt ist. Beispielsweise erhält man für einen quadratischen Trägerrost fast die doppelte Durchbiegung und etwa die 1 ½fachen Werte der Größtmomente einer quadratischen Platte von gleichen Abmessungen. Die Drillungsmomente sind also immer zu berücksichtigen, wenn die Berechnung dadurch auch merklich umständlicher wird.

Die genaue Berechnung einer Platte ist nach dem Differenzenverfahren noch in verhältnismäßig einfacher Weise möglich, wie Marcus gezeigt hat[18]. Wollte man jedoch auch bei der Ermittlung der Sohldruck-Verteilung in dieser Weise vorgehen, so wird sich dabei m. E. die gleiche Unzulänglichkeit herausstellen, wie sie bei der Berechnung von Habel offenbar geworden ist: der

[18] Marcus, H.: In Buchform: Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung elastischer Platten. 2. Aufl. Berlin 1932. — Armierter Beton 12 (1919) S. 107. — Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten. 2. Aufl. Berlin 1928.

„Randeinfluß" läßt sich auf diese Weise nicht berücksichtigen. Es muß deshalb versucht werden, den Einfluß der Biegsamkeit einer Platte auf deren Sohldruck-Verteilung ebenso wie bei der ebenen Aufgabe mit Hilfe von Dreimomentengleichungen zu erfassen, wobei allerdings der Einfluß der Drillungsmomente nicht vernachlässigt werden darf. Eine solche Berechnung wird möglich, wenn man sich die Platte durch einen Trägerrost ersetzt denkt, dessen rechteckige „Träger" in den Seitenflächen Drillungsmomente besitzen, die jeden einzelnen Träger so verdrehen, daß seine Querneigung den Biegelinien-Tangenten der kreuzweise hierzu liegenden Träger entspricht (Abb. 18).

Das Verfahren kann hier nur kurz angedeutet werden. Die Einsenkungen des Untergrundes werden selbstverständlich in der gleichen Weise gefunden wie bei der ebenen Aufgabe nach Gl. (3) (vgl. Schleicher[3]). Auch die Dreimomentengleichungen (4) werden ebenso angeschrieben, und zwar sowohl für die x- als auch für die y-Richtung. Dagegen werden die Gl. (5) für die einzelnen Momente jetzt umständlicher, weil die Drillungsmomente mit einzubeziehen sind.

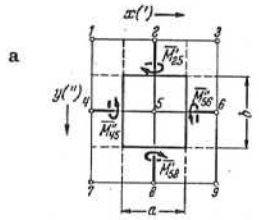


Abb. 18.

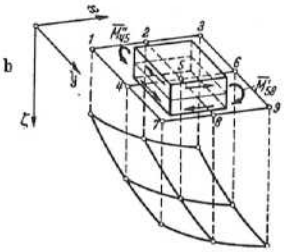


Abb. 19.

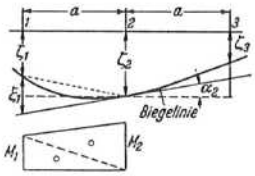


Abb. 20.

Der Zusammenhang zwischen der durch die Einsenkungen ζ gegebenen Plattenverformung und den Drillungsmomenten $\overline{M}$ kann folgendermaßen gefunden werden (Bezeichnungen nach Abb. 19): der Unterschied der Biegelinientangenten der Träger 123 und 456 in den Punkten 2 und 5 muß der Verdrehung φ des Trägers 258 auf der Strecke 25 entsprechen. Hat das Drillungsmoment auf dieser Strecke den mittleren Wert $\overline{M}'_{25}$ und die zugehörende Schubspannung der äußersten Fasern den Wert τ'_{25}, so gilt bekanntlich (mit h = Plattendicke):

$$\overline{M}'_{25} = \frac{1}{2}\tau'_{25} \cdot \frac{h}{2} \cdot a \cdot \frac{2}{3} h = \tau'_{25} \cdot \frac{ah^2}{6}, \tag{10}$$

weil die Schubspannungen der Drillungsmomente die gleiche Verteilung haben wie die Biegespannungen[18]. Die gesamte Winkeländerung (Verdrehung) auf der Strecke 25 ist

$$\varphi = \frac{\Delta l}{\frac{h}{2}} \text{ mit } \Delta l = \frac{\tau'_{25}}{G} \cdot b, \text{ also } \varphi = \frac{2}{h} \cdot \frac{\tau'_{25} \cdot b}{G}$$

oder nach Einsetzung von Gl. (10) und mit $J'' = \frac{ah^3}{12}$ (Trägheitsmoment der y-Träger):

$$\varphi = \frac{b \cdot \overline{M}'_{25}}{G \cdot J''}. \tag{11}$$

Andererseits ist aus Abb. 20 abzulesen:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\xi_1}{a} - \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{a}.$$

Nun ist bekanntlich die Verbiegung ξ_1 gleich dem durch EJ'_0 geteilten statischen Moment der Momentenfläche, bezogen auf Punkt 1 (J'_0 = Trägheitsmoment der x-Träger), also

$$\xi_1 = \frac{1}{EJ'}\left(\frac{M_1 a}{2} \cdot \frac{a}{3} + \frac{M_2 a}{2} \cdot \frac{2}{3} a\right) = \frac{a^2}{6\,EJ'}(M_1 + 2\,M_2);$$

mithin gilt:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{a} + \frac{a}{6\,EJ'}(M_1 + 2\,M_2). \tag{12a}$$

Ebenso findet man für Punkt 5 der Abb. 19:

$$\operatorname{tg} \alpha_5 = \frac{\zeta_4 - \zeta_5}{a} + \frac{a}{6\,EJ'}(M_4 + 2\,M_5). \tag{12b}$$

Wie bereits bemerkt, gilt nun:

$$\varphi = \operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_5$$

oder mit Hilfe der Gl. (12):

$$\varphi = \frac{1}{a}(\zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_4 + \zeta_5) + \frac{a}{6\,EJ'}(M_1 + 2\,M_2 - M_4 - 2\,M_5). \tag{13}$$

Die Gleichsetzung der Werte für φ nach Gl. (11) und (13) liefert schließlich:

$$\frac{ab}{G \cdot J''} \cdot \overline{M}'_{25} = \zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_4 + \zeta_5 + \frac{a^2}{6\,EJ'}(M_1 + 2\,M_2 - M_4 - 2\,M_5). \tag{14}$$

Dies ist die gesuchte Gleichung für die Ermittlung der Drillungsmomente, die für jedes Teilstück der Ersatzträger entsprechend angeschrieben werden kann. Z. B. gilt für den Trägerteil 58:

$$\frac{ab}{GJ''} \cdot \overline{M}'_{58} = \zeta_4 - \zeta_5 - \zeta_7 + \zeta_8 + \frac{a^2}{6\,EJ'}(M_4 + 2\,M_5 - M_7 - 2\,M_8). \tag{14a}$$

Abgesehen von der Querkraft-Beeinflussung, auf die man keine Rücksicht zu nehmen braucht, besteht der günstige statische Einfluß der Drillungsmomente darin, daß der Unterschied der Drillungsmomente zu beiden Seiten eines gedachten Balkenstreifens einem Biegemoment des Balkens gleichkommt, d. h. durch den Unterschied der Drillungsmomente wird ein gewisser Anteil der Biegemomente des Balkens aufgenommen, so daß das Biegemoment M aus den Normalspannungen nicht mehr das gesamte Biegemoment des Ersatzbalkens aufzunehmen hat, sondern nur noch den verbleibenden Restbetrag. Für Punkt 5 des Trägers 456 in Abb. 19 beträgt z. B. die Differenz D der Drillungsmomente auf der Strecke a ([Gl. (14 und (14a)]:

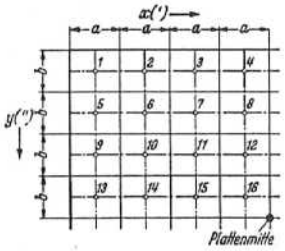


Abb. 21.

$$\begin{aligned} D'_5 = \overline{M}'_{25} - \overline{M}'_{58} &= \frac{GJ''}{ab}[\zeta_1 - \zeta_2 - 2(\zeta_4 - \zeta_5) + \zeta_7 - \zeta_8)] + \\ &+ \frac{a}{6b} \cdot \frac{GJ''}{EJ'}[M_1 + 2\,M_2 - 2(M_4 + 2\,M_5) + M_7 + 2\,M_8] \end{aligned} \tag{15a}$$

und entsprechend für den Träger 258 auf der Strecke b:

$$\begin{aligned} D''_5 = \overline{M}''_{15} - \overline{M}''_{56} &= \frac{GJ'}{ab}[\zeta_7 - \zeta_4 - 2(\zeta_8 - \zeta_5) + \zeta_9 - \zeta_6] + \\ &+ \frac{b}{6a} \cdot \frac{GJ'}{EJ''}[M_7 + 2\,M_4 - 2(M_8 + 2\,M_5) + M_9 + 2\,M_6]. \end{aligned} \tag{15b}$$

Hierbei ist davon ausgegangen, daß in den Seitenflächen der einzelnen Ersatzbalken Schubspannungen wirken, deren Momente M genau genug den Mittelwerten nach Gl. (14) entsprechen. Für gleichbleibende Krümmung der Biegebalken gilt diese Annahme genau.

Die Werte (15) für die Drillungsmomente sind jetzt in den früheren Ansätzen (5) für die einzelnen Normalspannungsmomente als entlastende Momente einzuführen. Z. B. erhält man für M'_7 nach Abb. 21 (Ersatzträger 5678):

$$M'_7 = M_5 + \psi_5(Q_5 - P_5)\,2a + \psi_6(Q_6 - P_6)\,a - D'_5 - D'_6 - \frac{1}{2}D'_7. \tag{5a}$$

Das angedeutete Berechnungsverfahren erscheint ganz allgemein zur Berechnung von Platten geeignet. Es ist zwar umständlicher als das Verfahren von Marcus, hat aber den Vorteil, unmittelbar auf die zunächst gesuchten Durchbiegungen ζ loszusteuern, ohne die Vorstellung eines „elastischen Gewebes" zu benötigen.

Die Einspannung der Spundwände im Baugrund.

Eine mit der Berechnung der Sohldruck-Verteilung unter Gründungskörpern sehr verwandte Aufgabe ist die Ermittlung der Einspannungswirkung für tief gerammte Spundwände. Es ist ohne weiteres einzusehen, daß die Zusammendrückungszahl Z (oder Verdichtungszahl V) des Baugrundes hierbei die ausschlaggebende Rolle spielt; denn je stärker sich das Erdreich zusammendrücken läßt, um so weniger kann bei verankerten Spundwänden eine Einspannungswirkung zustande kommen, und um so größere Bewegungen sind bei unverankerten Spundwänden erforderlich, um die zum Widerstehen notwendigen Kräfte wachzurufen. Die Zusammendrückungszahl wird aber bei den bisher meist üblichen Verfahren[19] nicht berücksichtigt, und es ist deshalb dringend erforderlich, einwandfreiere Berechnungen durchzuführen, bei denen die Formänderungen des Erdreiches mit den Formänderungen der Spundwand übereinstimmen.

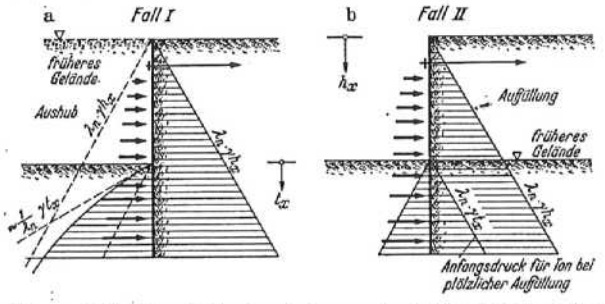


Abb. 22. Natürlicher Erddruck auf eine verankerte Spundwand vor der Bewegung. Zur Verhinderung der waagrechten Bewegung kann man sich die angedeuteten Kräfte denken, die mit zunehmender Bewegung auf Null zurückgehen.

Eine genaue Berechnung im Sinne der vorstehenden Gedankengänge ist freilich bei Spundwänden schwierig, weil die Lage des Drehpunktes der Wand und die Ausdehnung der „plastischen" Bereiche (d. s. die Wandstrecken, für die die Grenzwerte des Erddruckes und Erdwiderstandes in Frage kommen) vorweg nur unsicher einzuschätzen sind. Hinzu kommt noch, daß die Formänderungszahlen der Erde für Zusammendrückung (Belastung) und Ausdehnung (Entlastung) meistens stark voneinander verschieden sind; auch die Vorspannung des Erdreiches durch das Einrammen der Spundwand ist nicht sicher bekannt. Solange es sich nicht um außergewöhnlich tief gerammte Spundwände handelt (bei denen übrigens noch am ehesten nach dem für die Sohldruck-Verteilung der Grundkörper vorgeschlagenen Verfahren gerechnet werden könnte), sei deshalb die nachstehende schrittweise Näherungsermittlung für die Verteilung der Erdspannungen längs der Einspannungsstrecke vorgeschlagen.

Es läßt sich übersehen, daß bei unverankerten Spundwänden mit nicht allzu großer Biegsamkeit die Verteilung der Erdspannungen nur wenig von der absoluten Größe der Zusammendrückungszahl abhängig ist; letztere bestimmt lediglich die Größe der Bewegung der Wand, worauf aber meistens keine Rücksicht genommen wird. Es interessiert deshalb vom praktischen Standpunkte aus hauptsächlich nur die Ermittlung der Einspannungskräfte bei verankerten Spundwänden.

Auf die ursprünglich geradlinige, also zunächst noch unbelastete Spundwand wirkt zu beiden Seiten ein Druck, der um den durch das Eintreiben der Wand hinzugekommenen Druck größer ist als der natürliche Erddruck; es sei aber sicherheitshalber nur mit dem natürlichen Erddruck gerechnet. Bei der allmählichen Belastung der Spundwand — sei es durch Abgraben der Erde vor der Spundwand (Fall I nach Abb. 22a) oder durch Erdauffüllung hinter der Spundwand (Fall II nach Abb. 22b) — verändern sich die Erdspannungen im unteren Teil der Spundwand beträchtlich, wobei die Spundwand eine Bewegung ausführt, indem sie das angrenzende Erdreich in bestimmten Bereichen etwas beiseite drückt.

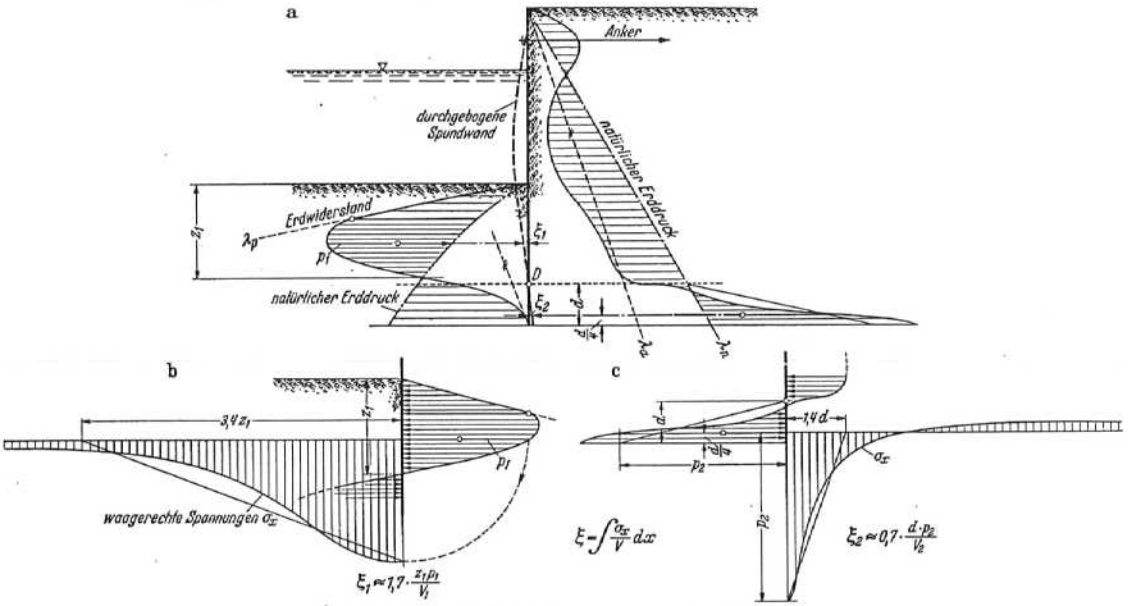


Abb. 23. Die nachgiebige Einspannung von Spundwänden.

Diese zur Wachrufung des Einspannungsmomentes erforderliche seitliche Zusammendrückung des Erdreiches kann in derselben Weise berechnet werden, wie es bei der Ermittlung lotrechter Setzungen geschieht. Bei der Berechnung dieser Formänderungen dürfen selbstverständlich nur die zusätzlichen Erdspannungen angesetzt werden, die infolge der Belastung der Spundwand zum natürlichen Erddruck neu hinzukommen (in Abb. 23a geschrafft).

Oberhalb des Drehpunktes D ist die Verteilung des angreifen-

[19] Siehe z. B. Lohmeyer, E.: Bautechn. 8 (1930) S. 60 oder Blum, H.: Einspannungsverhältnisse bei Bohlwerken. Berlin 1931. Neuerdings auch Jakoby, E.: Bautechn. 19 (1941) S. 88. Auf die Berechnung der Einspannungskräfte mit Hilfe von „Bettungsziffer"-Verfahren (siehe z. B. Freund, A.: Z. Bauwes. 69 (1919) S. 481 oder Rifaat, J.: Die Spundwand als Erddruckproblem. Zürich 1935) sei hier aus mehrfach genannten Gründen nicht weiter eingegangen.

den Erddruckes als gegeben zu betrachten, weil die Durchbiegung der Wand nur in Ausnahmefällen nicht ausreicht, um den unteren Grenzzustand eintreten zu lassen; ebenso ist vor der Spundwand unterhalb des Drehpunktes der Erddruck etwa umgekehrt dreieckförmig anzunehmen[20]. Vor dem Fuß der Spundwand kann natürlich der Erdwiderstand nicht überschritten werden. Im übrigen kann die Verteilung der Erdspannungen im unteren Teil der Wand etwa nach Abb. 23a angenommen werden. Im Gegensatz zur Ermittlung der Sohldruck-Verteilung auf Grundkörper ist es nämlich nicht notwendig, die genaue Form der Verteilungslinie zu berechnen — was auch schwierig wäre —, es genügt schon, wenn man die Größe der widerstehenden Kräfte so ansetzt, wie es die Gleichgewichts- und Formänderungsbedingungen überschläglich erfordern. Dieser näherungsweise Ansatz der Erdspannungen ist etwa gleichbedeutend mit der Vernachlässigung der Krümmung der Biegelinie im unteren Teil der Wand.

Man geht am besten probeweise vor, indem man vorläufig eine nach Gutdünken geschätzte, die Gleichgewichtsbedingungen befriedigende Druckverteilung (einschließlich der zugehörenden Drehpunktslage) annimmt, hierfür sowohl die Biegelinie der Wand als auch das Nachgeben der Erde berechnet und dann nachsieht, ob die Formänderungen von Wand und Erdreich übereinstimmen. Ist das nicht der Fall, so muß die Erdspannungsverteilung solange abgeändert werden, bis die gewünschte Übereinstimmung erzielt ist. Da kleine Ungenauigkeiten keine Rolle spielen, genügt meistens schon eine zwei- oder dreimalige Wiederholung der Rechnung.

Die Biegelinie der Wand kann hierbei ohne weiteres nach bekannten Verfahren gefunden werden. Was die Formänderungen des Erdreiches anbelangt, so genügt es, die waagrechte Zusammendrückung für zwei Höhenlagen zu berechnen, die etwa durch die Schwerpunkte der in Abb. 23a eng geschrafften Spannungsflächen gegeben sind. Die Druckverteilung kann dabei genügend genau nach Abb. 23b u. c eingeschätzt werden[21], womit sich für die seitlichen Zusammendrückungen des Erdreiches ergibt:

$$\xi_1 \approx 1{,}7 \cdot \frac{z_1 p_1}{V_1} \text{ und } \xi_2 \approx 0{,}7 \cdot \frac{d \cdot p_2}{V_2},$$

wenn V_1 und V_2 die mittleren Verdichtungszahlen (z. B. in kg/cm²) für die in Abb. 23 näher gekennzeichneten Schwerpunktshöhen angibt (strichpunktierte Linien, für die ξ_1 und ξ_2 ermittelt sind).

Der vorgeschlagene Ansatz der Einspannungskräfte des Erdreiches ist genauer, als es bei dem Näherungscharakter der Rechnung zunächst erscheinen mag. Da hinsichtlich der Formänderungen grobe Widersprüche vermieden sind, können die wirklichen Kräfte nur noch wenig von den ermittelten abweichen. Besonders sei noch darauf hingewiesen, daß das verschiedene Verhalten des Baugrundes für die beiden Fälle I und II nach Abb. 22 durch die Rechnung erfaßt wird[22]. Aus diesem Grunde ist das empfohlene Vorgehen bedeutend zuverlässiger als die Berechnung nach den bisherigen Verfahren, bei denen man — mit Ausnahme der Bettungsziffer-Verfahren — jeden Nachweis darüber vermißt, ob die untere Drehungsbewegung der Spundwand auch ausreicht, um die angesetzten Einspannungskräfte wirklich wachzurufen[23].

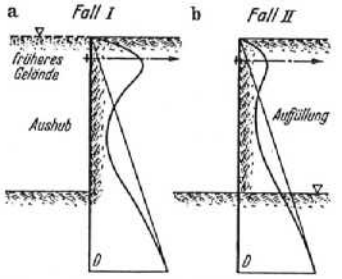


Abb. 24. Grundsätzliche Abhängigkeit der Erddruck-Verteilung von der Höhenlage der früheren Geländelinie (schematisch).

Eine genauere Berechnung wird möglich, wenn die seitliche Druckausbreitung eingehender verfolgt wird. Darauf komme ich an anderer Stelle zurück.

[20] Vgl. Erddrucktheorie des Verfassers. Bautechn. 16 (1938) S. 758.

[21] Die σ_x-Kurven sind nach Druckverteilungsformeln berechnet, auf die ich an anderer Stelle zurückkomme.

[22] Im Falle I ist der natürliche Erddruck vor der Spundwand bedeutend größer als im Falle II, wodurch das Einspannungsmoment größer ausfällt. Auch die Verteilung des Erddruckes ist in beiden Fällen verschieden (vgl. Abb. 24). Im Falle II ist nämlich kaum damit zu rechnen, daß der Erdwiderstand im oberen Teil der Wand erreicht wird, weil sich die Wand schon teilweise durchgebogen hat, bevor die obersten Schichten der Auffüllung eingebracht worden sind. Man erkennt jedenfalls, daß die Verhältnisse im Falle I bedeutend günstiger liegen als im Falle II, was aber bei den bisher bekannten Berechnungs-Verfahren unberücksichtigt bleibt.

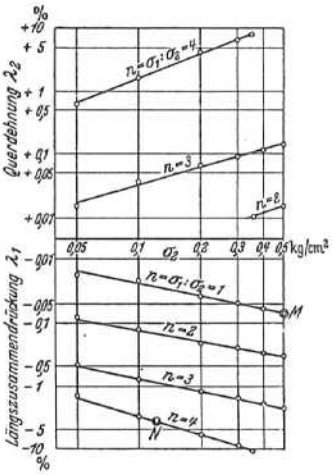
[23] Auszunehmen ist hier ein kürzlich von H. Schütte angegebenes Verfahren: Bauing. 22 (1941) S. 193 oder Jb. Hafenbautechn. Ges. 18/19 (1939/40). Schütte entnimmt den Erdwiderstandsversuchen von Franzius, „daß bei gleichartigem Boden ein gleichbleibendes, von der Wandhöhe unabhängiges Verhältnis zwischen dem Grenzwert E_p des Erdwiderstandes und der Verschiebung ζ_{gr} besteht, die mindestens eintreten muß, um diesen Grenzwert zu erreichen": $E_p = v \cdot \zeta_{gr}$ (v = „Verschiebungskennwert", durch Versuche zu ermitteln). Diese Annahme zum Kernpunkt der Ermittlung der unteren Einspannung von Spundwänden zu wählen, ist im Hinblick auf die sonst übliche Berechnung der Formänderungen von Erdkörpern sehr anfechtbar (der Widerstand des Untergrundes wird — wenn man von Versuchszahlen für den Erdwiderstand ausgeht — zu gering erhalten); es ist aber immerhin sicherer, mit Hilfe einer solchen durch Versuche gestützten Annahme die Berechnung einer Spundwand durchzuführen, als überhaupt nicht auf die Formänderungen des Untergrundes einzugehen.

VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

Zuschrift

zum Aufsatz Ohde: „Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern." Bauing. 23 (1942) S. 99 u. 122.

Den Ausführungen des Herrn Ohde ist eine große Bedeutung beizumessen, da sie zur Abschaffung der irrtümlichen Anschauung beitragen, daß die Sohldruckspannungen unter einem starren auf sandigem Boden gelagerten Gründungskörper annähernd parabolisch verteilt sind. Diese Auffassung hat sich verbreitet, obzwar sie mit durchgeführten Messungen im Widerspruch steht. Ich berichtete darüber im Jahre 1936[1] und teilte die Ergebnisse von Versuchen mit. Unsere Versuchseinrichtung ermöglichte es, getrennte Teile der Lastfläche verschiedenartig zu belasten und die Senkungen einzelner Teile genau zu messen. Es zeigte sich, daß der Köglersche Fall[2] eine Sondererscheinung ist, die bei wirklichen Gründungsverhältnissen nicht vorkommt. Bei den Vorarbeiten versuchte ich damals zuerst auch den Weg zu gehen, den Herr Ohde durch die Abb. 17 u. Gl. (3c), S. 124, seines Aufsatzes andeutet. Die Messungen erwiesen jedoch, daß eine Summierung in diesem Sinne nicht eintritt. Die beobachteten Senkungen wichen von den nach dem Überlagerungsgesetz Gl. (3 c) errechneten um mehrere hundert Prozent ab. Die Ursache dieser Erscheinung ist in dem Formänderungsgesetz des Sandes zu suchen.



Das Formänderungsgesetz eines Sandes. (Ausgangsporenziffer 0,70.)

Das tatsächliche Verhalten pseudosolider Massen, die sich im Baugrund in einem dreiachsigen Spannungszustand befinden, kann m. E. lediglich durch Untersuchungen in dreiachsigen Kompressionsapparaten erforscht werden. Solche Versuchseinrichtungen wurden von Bernatzik, Kjellman, Rendulic u. a. konstruiert. Die obenstehende Abbildung gibt den Zusammenhang der bezogenen Dehnungen λ_1, λ_2 mit dem gesamten, in der Festsubstanz wirkenden Hauptspannungen σ_1, σ_2 wieder, welcher aus den von Bernatzik veröffentlichten Ergebnissen[3] abgeleitet wurde; bei Benützung logarithmischer Maßstäbe konnten die gemessenen Werte mit großer Annäherung durch Gerade dargestellt werden. Demgemäß hat z. B. die größte Hauptspannung $\sigma_1 = 0{,}5$ kg/cm² eine Zusammendrückung um $\lambda_1 = 0{,}07$ % zur Folge, falls dabei die kleinste Hauptspannung $\sigma_2 = 0{,}5$ kg/cm² ist (Punkt M in der Darstellung). Dieselbe Spannung σ_1 ruft jedoch eine fünfzigfache Zusammendrückung, $\lambda_1 = 3{,}5$%, hervor, wenn σ_2 nur $0{,}5 : 4 = 0{,}125$ kg/cm² beträgt (Punkt N). Auf ein ähnliches Formänderungsgesetz des untersuchten Tones weisen auch die Messungen v. Rendulic[4] hin. Falls nun die Belastung der Teilfläche 1 bzw. 3 (Abb. 17, S. 124) im Punkte 2 die Senkung c_{11} bzw. c'_{13} verursacht, wird bei gleichzeitiger Wirkung beider Lasten Δq_1, Δq_3 die Senkung ζ_2 von der Summe $c_{11} \cdot \Delta q_1 + c'_{13} \cdot \Delta q_3$ deswegen grundsätzlich verschieden sein, weil dabei in jedem Punkte der Lotrechten 2 ein ganz anderes Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ zustandekommt und die Zusammendrückungen einzelner Elemente der Lotrechten daher um ein Vielfaches größer oder kleiner sein können als bei der Belastung einzelner Teilflächen.

Die Setzungsbeobachtungen, welche ich seit 1939 in 12 Punkten einer rd. 19 · 82 m großen, auf einer Lehmschicht ruhenden Stahlbetonfundamentplatte vornehme, ergaben ebenfalls Biegelinien von der Form nach Abb. 14, S. 123, des Aufsatzes Ohde, lassen jedoch deutlich den Einfluß des hohen Verhältnisses der Hauptspannungen unter den Randteilen der Platte erkennen. Dieses muß eine Druckverteilung nach Art der Abb. 16, S. 123, zufolge haben, wenn auch die Tragfähigkeit des Bodens noch nicht erreicht ist, falls nur der Baugrund einem ähnlichen Formänderungsgesetz gehorcht wie die wenigen bisher in dreiachsigem Druck untersuchten Bodenarten. Dies erscheint sehr wahrscheinlich, da es auch für den Beton der Fall ist. Durch Folgerungen aus diesem Gesetz können viele bisher unerklärte Erfahrungen begründet werden.

Prof. Ing. Dr. K. Hruban, Brünn.

[1] II. Kongreß der Intern. Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Berlin 1936 (Schlußbericht, S. 836).

[2] Ohde: Abb. 2 S. 99.

[3] Wasserwirtschaft u. Technik 2 (1935) S. 185.

[4] Bauing. 18 (1937) S. 459.

Erwiderung.

Für seine ergänzenden Mitteilungen danke ich Herrn Professor Dr.-Ing. Hruban. Seine Versuche, von denen ich leider keine Kenntnis hatte, zeigen im wesentlichen die gleichen Ergebnisse, wie sie später von mir erhalten wurden. Zusammen mit den Messungen von F. Siemonsen (Bautechnik 19 (1941), S. 159) ist damit schon durch drei voneinander unabhängige Arbeiten versuchsmäßig nachgewiesen, daß die Sohldrucke eines starren Gründungskörpers normalerweise nicht in der Mitte, sondern in der Nähe des Randes am größten sind. Hruban und Hacar erhielten den größten Druck von rd. dem 1,5-fachen der mittleren Pressung etwa in $^1/_{10}$ der Plattenbreite vom Rande entfernt; unter der Plattenmitte wurden $^2/_3$ bis $^4/_5$ der mittleren Spannung gemessen. Die Sandschicht hatte bei diesen Versuchen eine Höhe von 20 cm und wurde seitlich von 5 cm entfernten Glasplatten gehalten. Die 5-fach unterteilte Lastfläche hatte die Abmessungen 5 x 11 cm. Ein gewisser Einfluß der Seitenreibung des Sandes an den Glaswänden ist hiernach vermutlich vorhanden gewesen.

Den Ausführungen von Hruban über das Formänderungsgesetz der Erdstoffe kann ich mich allerdings nicht anschließen. Da diese Frage von allgemeinem Interesse ist, möchte ich nachstehend etwas ausführlicher darauf eingehen.

Die vorstehend von Hruban in seiner Abbildung nachgewiesene Geradlinigkeit der bezogenen Dehnungen bei doppelt-logarithmischer Auftragung ergibt ein Formänderungsgesetz, das mit meinen Beobachtungen, die sich auf umfangreiche Untersuchungen in der Berliner Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau stützen (vgl. Bauingenieur 20 (1939) S. 454), nicht übereinstimmt. Dieser Widerspruch findet seine Erklärung dadurch, daß H. nur einige der Versuchswerte von Bernatzik aufgetragen hat; bei der Auftragung sämtlicher Werte erhält man in der Mehrzahl gekrümmte Kurven. Es mag in diesem Zusammenhang noch erwähnt werden, daß die Versuche Bernatziks nur für einen verhältnismäßig niedrigen Spannungsbereich (0 bis 0,5 kg/cm²) durchgeführt wurden.

Vor allem möchte ich darauf hinweisen, daß unsere Formänderungsberechnungen für den Baugrund sich in der Hauptsache wohl immer auf Spannungszustände beschränken werden, die noch hinreichend weit vom „Grenzgleichgewicht" (Überwindung der inneren Reibung und Festigkeit) entfernt sind. Unter dieser Voraussetzung kann man mit gewissen Einschränkungen (Beschränkung auf nicht zu große Spannungsänderungen, Beachtung des Einflusses der Vorbelastung) die für feste Körper geltenden Formänderungsgesetze auch für den Baugrund als gültig annehmen, auch wenn die Formänderungen der Erdstoffe größtenteils plastischer (bleibender) Natur sind[1]. Diese grundlegende Annahme hat

[1] Vgl. Terzaghi: Erdbaumechanik, Leipzig 1925, S. 104 u. 105, und Bauing. 20 (1939) S. 457.

bisher m. W. bei sorgfältig durchgeführten Versuchen fast in jedem Falle eine ausreichende Bestätigung gefunden.

Aus den Versuchen Bernatziks kann man z. B. folgende Zahlen für die bezogene Zusammendrückung e (λ nach Hruban) entnehmen:

für dichte
Lagerung: $e_1 = 0{,}041\%$ u. $e_2 = 0{,}068\%$ für $\sigma_1 : \sigma_2 = 0{,}5 : 0{,}5$
(Porenzahl $\varepsilon \approx 0{,}6$) $e_1 = 0{,}21\%$ für $\sigma_1 : \sigma_2 = 1{,}0 : 0{,}5$ (kg/cm²)
für mitteldichte
Lagerung: $e_1 = 0{,}071\%$ u. $e_2 = 0{,}120\%$ für $\sigma_1 : \sigma_2 = 0{,}5 : 0{,}5$
($\varepsilon \approx 0{,}7$) $e_1 = 0{,}326\%$ für $\sigma_1 : \sigma_2 = 1{,}0 : 0{,}5$.

Für $\sigma_1 : \sigma_2 = 1$ wurde hiernach in waagrechter Richtung eine größere Zusammendrückung erhalten als in lotrechter Richtung [2], während rechnerisch für diesen Fall $e_1 = e_2$ vorausgesetzt wird. Über solche Verschiedenheiten wird man vorerst, einer einfachen Theorie zuliebe, hinwegsehen. Rechnet man mit den Mittelwerten, so erhält man

für dichte Lagerung: $e_1 \approx 0{,}055\%$ für $\sigma_1 = \sigma_2$;

$$\frac{0{,}21}{0{,}055} \approx 3{,}8;$$

für mitteldichte Lagerung: $e_1 \approx 0{,}095\%$ für $\sigma_1 = \sigma_2$;

$$\frac{0{,}326}{0{,}095} \approx 3{,}6.$$

Theoretisch gilt: $e_1 = \frac{\sigma_1}{Z} - 2\frac{\sigma_2}{m\,Z} = \frac{\sigma_2}{Z}\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \frac{2}{m}\right)$,

wenn Z die dem E der festen Körper entsprechende Zusammendrückungszahl bedeutet. Bei gleichem Seitendruck verhalten sich demnach die bezogenen Setzungen wie die Werte

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \frac{2}{m}\right).$$

Man erhält für Sand mit einem Verhältniswert λ_n des natürlichen Seitendruckes von rd. 0,45:

$$m \approx 1 + \frac{1}{0{,}45} \approx 3{,}2 \text{ (vgl. Bauing. 20 (1939) S. 457)},$$

und weiter mit dieser Querdehnungszahl

$$\text{für } \sigma_1 = \sigma_2: \quad e_1 = \left(1{,}0 - \frac{2}{3{,}2}\right)\frac{\sigma_2}{Z} = 0{,}375\,\frac{\sigma_2}{Z}\Bigg| \frac{1{,}375}{0{,}375} \approx 3{,}7.$$

$$\text{für } \sigma_1 = 2\sigma_2: \quad e_1 = \left(2{,}0 - \frac{2}{3{,}2}\right)\frac{\sigma_2}{Z} = 1{,}375\,\frac{\sigma_2}{Z}\Bigg|$$

Es ergibt sich also auch theoretisch etwa das gleiche Verhältnis der Setzungen, wie es Bernatzik bei seinen Versuchen mit verschiedenem Hauptspannungsverhältnis erhalten hat.

Außerdem ist zu ersehen, daß die Abhängigkeit der Setzungen vom Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ durch die Rechnung ohne weiteres berücksichtigt wird. Hinsichtlich der Einflußlinien in meiner Abb. 17 ist selbstverständlich vorausgesetzt, daß der Einfluß der seitlichen Spannungen σ_2 nicht vernachlässigt wurde. Die Meinung von H., das an Hand der Abb. 17 und Gl. (3c) angedeutete Verfahren führe zu unrichtigen oder zu ungenauen Ergebnissen, ist damit als unbegründet nachgewiesen, solange das Hauptspannungsverhältnis genügend weit vom kritischen Wert entfernt ist. Auch wenn bei gleichzeitiger Wirkung der Lastflächen 1 und 3 „in jedem Punkt der Lotrechten 2 ein ganz anderes Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ zustande kommt" als bei der Einzelbelastung, so wird doch die Setzung im Punkte 2 nicht größer erhalten, als es der Summe der Setzungen aus den Einzelflächen 1 und 3 entspricht.

In der Nähe des Grenzgleichgewichts nehmen allerdings die Setzungen größere Werte an, als sie die Rechnung ergibt. Mit zunehmendem Spannungsverhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ bildet sich allmählich ein stetiger Übergang aus bis hin zum Grenzzustand der Gleitflächenausbildung, für den bekanntlich jede beliebige Setzung ohne merkliche Spannungserhöhung erreicht werden kann [3]. Aus den Auftragungen Bernatziks [4] geht hervor, daß seine Zusammendrückversuche für $n = \sigma_1 : \sigma_2 = 3$ und 4 bereits dem Grenzgleichgewicht sehr nahe kommen. Hierdurch erklärt sich zwanglos die von Bernatzik für $n = 4$ erhaltene, reichlich 100-fache Setzung gegenüber den Werten für $n = 1$. Mit der Gültigkeit meiner Gl. (3c) hat dieses Verhalten aber kaum noch etwas zu tun.

Man kann natürlich im Sinne der Ausführungen von H. versuchen — etwa mit Hilfe einer gekrümmten Formänderungslinie — auch die Formänderungen in der Nähe des Grenzgleichgewichts noch zu ermitteln. Dieses könnte jedoch nur durch mühsames Probieren erreicht werden, weil das Überlagerungsgesetz für diesen Fall nicht mehr gilt. Ein solches Vorgehen dürfte für baupraktische Berechnungen aber kaum noch in Frage kommen. In Anbetracht der Unsicherheiten, die einer weitgehend genauen Ermittlung der Wertigkeit des Baugrundes entgegen stehen (Ungleichmäßigkeit der Erdschichtung, Störungen der Erdproben bei der Entnahme, nicht genau bekannte Vorbelastung usw.), erscheint es mir ratsamer, mit dem einfachen Geradliniengesetz zu rechnen und die Abweichungen von diesem Gesetz in der Nähe der plastischen Bereiche durch gefühlsmäßig ausgerundete Übergangskurven zu berücksichtigen [5]. Zur Beurteilung der Größe des Übergangsbereiches können entsprechende Messungen an Bauwerken oder Modellen wertvoll sein. (Der in meiner Abb. 16 gezeichnete Übergang mag vielleicht noch zu gering angenommen sein). Eine zu gegebener Zeit erfolgende Veröffentlichung der von H. durchgeführten Setzungsbeobachtungen an einer großen Stahlbetonplatte würde die Fachwelt daher sicher sehr begrüßen.

Die von Rendulic mit gestörtem Ton erhaltenen Versuchskurven für konstante Porenzahl-Werte (Bauingenieur 18 (1937) S. 460 bis 465) widersprechen der Annahme eines einfachen Formänderungsgesetzes. Doch läßt sich der Widerspruch weitgehend erklären, wenn beachtet wird, daß Rendulic bei seinen Versuchen eine seitliche Entlastung des Tones erhalten hat, wie er mit Hilfe des gemessenen Porenwasserdruckes nachweist. Sobald aber eine Entlastung hinzukommt, gelten andere Formänderungsgesetze als im Normalfall, bei dem die wirksamen Spannungen immer nur eine Zunahme erfahren haben. Auf diese Frage kann ich hier jedoch nicht weiter eingehen und habe vor, auf die theoretische Deutung der Versuchsergebnisse Rendulics und allgemein auf die Formänderungsgesetze der Erdstoffe an anderer Stelle zurückzukommen.

Für die Erforschung der Formänderungsgesetze gibt es m. E. noch andere Möglichkeiten als nur die Untersuchung in dreiachsigen Zusammendrückungs-Geräten. Man muß bedenken, daß das Arbeiten mit diesen Geräten nicht nur umständlich und zeitraubend ist, sondern auch mancherlei Fehlerquellen in sich schließt (z. B. Undichtigkeiten der Gummihülle, Behinderung der seitlichen Dehnungen in der Nähe der oberen und unteren Druckplatte). Durch Bewegungsmessungen an Bauwerken und bei Probebelastungen und Modellversuchen lassen sich mittelbare Anhaltspunkte für das Verhalten gegen Spannungsänderungen gewinnen. — Im übrigen mag noch erwähnt werden, daß das erste Zusammendrückungsgerät mit seitlichem Flüssigkeitsdruck im Jahre 1928 von J. Ehrenberg in der Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau, Berlin, gebaut worden ist [6], von wo aus es K. v. Terzaghi, A. Casagrande und vielen anderen bekannt geworden ist.

Joh. Ohde, Neuenhagen b. Berlin.

[2] „Es scheint dies seine Ursache in der Form der Körner zu haben, die sich beim Einfüllen waagrecht einordnen und daher in dieser Richtung eine größere Beweglichkeit besitzen" (nach Bernatzik).

[3] Dieses etwa dem vermehrten Nachgeben des Baustahles oberhalb der Proportionalitätsgrenze entsprechende Verhalten der Erdstoffe kann bei jedem Zerdrückungsversuch oder Gleitwiderstandsversuch beobachtet werden.

[4] Vgl. die gestrichelten Kurven der Abb. 5 in „Wasserwirtschaft und Technik" 1935 S. 185.

[5] Man rechnet ja auch im Stahlbau und Stahlbetonbau mit ähnlichen, die Rechnung vereinfachenden Annahmen.

[6] Vgl. 1. Talsperrenkongreß, Stockholm 1933, Vol. III, S. 49, oder auch Internat. Wasserausstellung, Lüttich, 1939. Führer durch die wissenschaftl. Abtlg. des Deutschen Hauses, S. 78.

Druckverteilung in und unter Erddämmen

Von Prof. Ing. JOHANN OHDE, Berlin

DK 627.821.9

Der Bau großer Dämme aus Erde, Steinen oder sonstigen Schüttmassen gehört heute zu den großen Aufgaben der Wasser- und Energiewirtschaft, indem vor allem *Staudämme* zu errichten sind zur Gewinnung von Trinkwasser für Haushalte, Landwirtschaft und Industrie, zur Regelung der Wasserverhältnisse der Flüsse, zur Ausschaltung von Hochwassergefahren und zur Energieerzeugung. Staudämme aus Erde haben den großen Vorteil, daß die Aufgliederung ihres Querschnittes sowohl den in der Nähe der Baustelle vorhandenen Erdstoffen als auch den Untergrundverhältnissen weitgehend angepaßt werden kann. Massive Staumauern sind in dieser Hinsicht im Nachteil und können deshalb im allgemeinen nur in felsigem Gelände errichtet werden. Hingegen können Staudämme aus Erde fast überall gebaut werden, selbst auf stärker durchlässigem Untergrund, sobald die Wasserverluste erträglich sind oder noch durch wirtschaftlich vertretbare Maßnahmen auf ein erträgliches Maß herabgedrückt werden können.

Über den Bau großer Erddämme liegen schon viele Erfahrungen vor. Man weiß heute vor allem, daß die Erdmassen gut verdichtet werden müssen, um größere Setzungen auszuschalten und eine ausreichende Dichtigkeit zu gewährleisten, falls die Abdichtung gegenüber dem Druck des Stauwassers ebenfalls durch Erde, z. B. Lehm oder Ton, erfolgt. Außerdem müssen die Dammböschungen hinreichend rutschsicher sein.

Um die *Setzungen großer Erddämme* im voraus ermitteln zu können, müssen die Pressungen in und unter den Dämmen ungefähr angegeben werden können, d. h., es muß die *Druckverteilung* der Erdmassen im Dammkörper und im Untergrund ermittelt werden können. Hierbei erfolgt die Druckverteilung im *Untergrund* nach bekannten Formeln, die mit ausreichender Näherung für den normalen Baugrund gelten. Dagegen ist die *Druckverteilung im Dammkörper* nicht so ohne weiteres anzugeben, weil in diesem Falle das übliche Vorgehen nicht zum Ziele führt, die Druckverteilung unter Flächenlasten durch Summierung (Integration) bzw. Überlagerung kleiner Einzellastwirkungen zu erhalten. Man muß vielmehr die Pressungsverteilung unter Dammauflasten als Ganzes behandeln, wie im folgenden gezeigt wird. Um in das Verfahren anschaulich einzuführen, sei zunächst die Berechnung für den einfachsten Sonderfall des symmetrischen Dreieckdammes gezeigt, wobei gleichzeitig gewisse Grundlagen für die weiteren Berechnungen gewonnen werden.

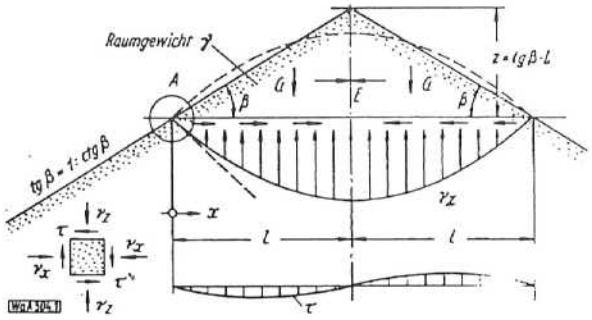


Bild 1. Symmetrischer Dreieckdamm

Der einheitliche symmetrische Dreieck-Damm

Wir denken uns nach Bild 1 in der Tiefe z unter Dammkrone eine waagerechte Schnittebene und stellen uns zunächst die Aufgabe, die Verteilung der senkrechten Normalspannungen ν_z in dieser Ebene mit einer gewissen Annäherung zu bestimmen. Es ist klar, daß diese ν_z-Linie stetig ausgerundet verlaufen muß, wie es in Bild 1 dargestellt ist, so daß die Belastung durch die Dammspitze merklich abgebaut, die Belastung durch die Böschungen dagegen etwas vergrößert wird. Bezeichnen wir das halbe Dammgewicht oberhalb der betrachteten Schnittebene mit G und den entsprechenden Erddruck in Dammitte mit E, so muß – da E im unteren Drittelpunkt der Höhe z angreift – für die linke Dammhälfte die Momentengleichung gelten:

$$G \cdot \frac{2}{3} l = E \cdot \frac{z}{3} + \int_0^l \nu_z \cdot dx \cdot x$$

oder

$$E \cdot z = 2\,G \cdot l - 3 \int_0^l \nu_z \cdot x \cdot dx. \quad \ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

Außerdem liefert das Gleichgewicht der lotrechten Kräfte:

$$G = \int_0^l \nu_z \cdot dx. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

Die Linie der lotrechten Pressungen ν_z muß diese beiden Bedingungen erfüllen.

Bevor wir jedoch auf eine passende Funktion für ν_z eingehen, erscheint es nützlich, das *Spannungsgleichgewicht in der Böschung* zu betrachten (Punkt A in Bild 1), was an Hand des Bildes 2 geschehen soll. Denken wir uns das Böschungsprisma mit den Abmessungen Δl und Δh genügend klein, so muß offenbar der Anstieg der ν_z-Pressungen in der waagerechten Schnittfläche geradlinig nach einem Dreieck verlaufen (zumindest bei kohäsionslosem Material) und ebenso muß auch der Anstieg des Erddruckes in der senkrechten Schnittfläche dreieckförmig beginnen. Daraus folgt – da die Kräfte ΔG, ΔQ und ΔE im Gleichgewicht sein müssen – daß der Erddruck ΔE der senkrechten Schnittfläche gleichlaufend zur Böschungsneigung wirkt, wie es auch in der Erddrucktheorie des unendlich ausgedehnten, geböschten Erdkörpers nach *Rankine* und *Winkler* bewiesen wird. Um unabhängig von den Abmessungen des kleinen Erdprismas in Bild 2 zu werden, setzen wir, wie üblich, für die waagerechte Teilkraft des Erddruckes an:

$$\Delta E \cdot \cos\beta = \Delta E_w = \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \Delta h \cdot \frac{\Delta h}{2} = \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \frac{\Delta h^2}{2}$$

und für den Anstieg der Pressungen ν_z und τ:

$$\left(\frac{d\,\nu_z}{dx}\right)_{x=0} = c_1 \cdot \gamma; \quad \left(\frac{d\tau}{dx}\right)_{x=0} = c_1 \cdot \gamma \,.$$

Nach Bild 2 ergibt dann das Gleichgewicht der lotrechten Kräfte:

$$c_1 \gamma \cdot \Delta l \cdot \frac{\Delta l}{2} = \Delta G + \Delta E_w \cdot \mathrm{tg}\beta = \gamma \cdot \Delta h \cdot \frac{\Delta l}{2} + \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \frac{\Delta h^2}{2} \cdot \mathrm{tg}\,\beta,$$

woraus folgt:

$$c_1 = \frac{\Delta h}{\Delta l} + \lambda, \quad \mathrm{tg}\beta \cdot \frac{\Delta h^2}{\Delta l^2} = \mathrm{tg}\beta\,(1 + \lambda_1 \cdot \mathrm{tg}^2\beta). \quad . \; . \; (3)$$

In ähnlicher Weise erhält man aus dem Gleichgewicht der waagerechten Teilkräfte:

$$\hat{c}_1 \cdot \gamma \cdot \Delta l \cdot \frac{\Delta l}{2} = \Delta E_w = \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \frac{\Delta h^2}{2} \text{ oder } \hat{c}_1 = \lambda_1 \cdot \frac{\Delta h^2}{\Delta l^2} = \lambda_1 \cdot \mathrm{tg}^2\beta. \; (4)$$

Wir sehen aus dieser Betrachtung, daß durch den Anstieg der Normalpressungen ν_z im Böschungspunkt A auch der Verhältniswert λ_1 für den Erddruck in der Böschung festliegt und der Anstieg der Schubspannungen τ im Böschungspunkt A. Damit ist freilich zunächst noch nicht viel gewonnen, weil λ_1 vorerst noch nicht bekannt ist. Weitere Ableitungen werden jedoch die Nützlichkeit unserer Betrachtungen dartun.

Jetzt wenden wir uns wieder den ν_z-Pressungen zu. Die genaue Lösung für den Verlauf dieser Pressungen ist nur durch schwierigste Berechnungen zu erhalten. Man könnte z. B. Reihen ansetzen, deren Einzelglieder die Randbedingungen erfüllen und deren Koeffizienten nach dem Grundsatz des Kleinstwertes der Formänderungsarbeit ermittelt werden. Dabei müßten auch die bekannten Gleichgewichtsbedingungen

$$\frac{\partial \nu_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0 \text{ und } \frac{\partial \nu_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = \gamma \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (A)$$

beachtet werden. Ein solches Vorgehen ist aber dadurch besonders umständlich, daß die Verformungszahlen des Dammkörpers nicht konstant sind, sondern örtlich (also mit x und z) veränderlich sind[1]).

Unter diesen Umständen halten wir die Bemühungen, eine „genaue" Lösung zu errechnen, für ziemlich aussichtslos und begnügen uns mit Näherungsfunktionen für den Spannungsverlauf, zumal sich einigermaßen übersehen läßt, daß der genaue Spannungsverlauf sich nicht sehr stark von den Näherungswerten unterscheiden kann. Zur Kontrolle über den Einfluß von Näherungsansätzen führen wir nachstehend die Berechnung mit zwei verschiedenen Funktionen für ν_z durch.

[1]) Vgl. *Fr. Tölke:* Talsperren (Handbibliothek für Bauing. von *R. Otzen*), Berlin 1938, Springer-Verlag, S. 252 bis 270. — Obgleich *Tölke* von der Spannungsfunktion in Polarkoordinaten ausgeht, umgeht er ebenfalls die genaueren Formänderungsbedingungen, und zwar mit Hilfe der Annahme, daß die Spannungsfunktion ... „die unter den vorliegenden Randbedingungen einfachste mathematische Form annimmt." Diese Annahme mag bis zu einem gewissen Grade berechtigt sein; sie ist jedoch nicht ganz ohne Willkür, was sich u. a. auch darin zeigt, daß die Druckverteilung ohne Rücksicht auf die Verformbarkeit des Untergrundes erhalten wird.

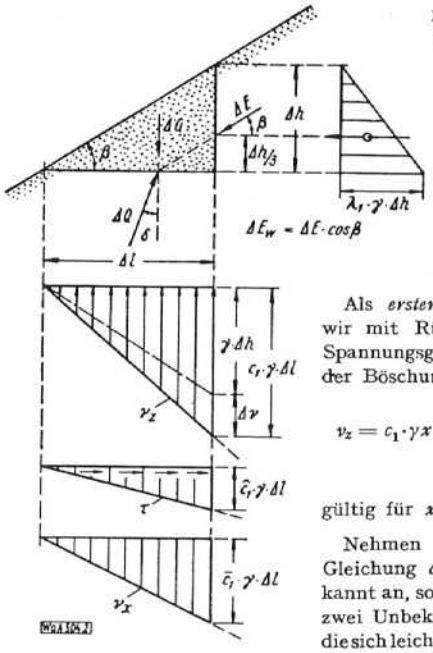


Bild 2. Gleichgewicht für Punkt A in Bild 1

Als *ersten Ansatz* wählen wir mit Rücksicht auf das Spannungsgleichgewicht in der Böschung:

$$\nu_z = c_1 \cdot \gamma x - c_2 \cdot \gamma x \left(\frac{x}{l}\right)^{n-1} \quad . \; . \; . \; (5)$$

gültig für $x \leq l$.

Nehmen wir in dieser Gleichung c_1 vorerst als bekannt an, so verbleiben noch zwei Unbekannte: c_2 und n, die sich leicht ermitteln lassen, wenn wir Gl. (I) hinzuziehen und außerdem beachten, daß die ν_z-Linie in Dammitte eine waagerechte Tangente haben muß:

Gl. (I):

$$G = \gamma \cdot \frac{z\,l}{2} = c_1 \gamma \int_0^l x \cdot dx - c_2 \frac{\gamma}{l^{n-1}} \int_0^l x^n \cdot dx = c_1 \gamma \frac{l^2}{2} - c_2 \gamma \frac{l^2}{n+1}$$

oder

$$c_1 - \frac{2 c_2}{n+1} = \mathrm{tg}\beta \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

$$\left(\frac{d\nu_z}{dx}\right)_{x=l} = \left(c_1 \gamma - c_2 \frac{\gamma}{l^{n-1}} \cdot n x^{n-1}\right)_{x=0} = c_1 \gamma - c_2 \gamma n = 0;$$

$$c_2 = \frac{c_1}{n} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

Die Einsetzung von c_2 in (6) ergibt unter Berücksichtigung von (3) nach kurzer Zwischenrechnung:

$$n = \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{9 + \frac{8}{\lambda_1 \cdot \mathrm{tg}^2\beta}}\right). \; . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Schließlich können wir noch Gl. (II) heranziehen, um den Erddruck E für die Dammitte zu berechnen. Mit

$$E = \lambda \cdot \gamma \frac{z^2}{2}$$

erhalten wir:

$$E \cdot z = \lambda \cdot \gamma \frac{z^2}{2} z = 2\,l \cdot \gamma \frac{l z}{2} - 3\left(c_1 \gamma \int_0^l x^2\,dx - \frac{c_2 \gamma}{l^{n-1}} \int_0^l x^{n+1}\,dx\right)$$

oder

$$\lambda \cdot \gamma \frac{z^3}{2} = \gamma z l^2 - 3\,c_1 \gamma \cdot \frac{l^3}{3} + 3\,c_2 \frac{\gamma}{l^{n-1}} \cdot \frac{l^{n+2}}{n+2}$$

oder nach Teilung durch γl^3 und mit Rücksicht auf (7):

$$\frac{\lambda}{2} \cdot \mathrm{tg}^3\beta = \mathrm{tg}\beta - c_1 + \frac{3\,c_1}{n\,(n+2)},$$

woraus unter Beachtung von (3) nach kurzer Zwischenrechnung folgt[2]):

$$\lambda = \frac{2}{n\,(n+2)}\left[3\,\mathrm{cotg}^2\beta - \lambda_1\,(n-1)\,(n+3)\right]. \; . \; . \; (9)$$

Dieser Verhältniswert λ für den Erddruck in Dammitte ist hiernach mit Rücksicht auf (8) unmittelbar von dem Verhältnis-

[2]) Die gleiche Formel in etwas anderer Schreibweise hat der Verfasser bereits 1935 abgeleitet. Vgl. *J. Ehrenberg:* Standfestigkeitsberechnungen von Staudämmen. Beitrag zum 2. Talsperrenkongreß, Washington 1936.

wert λ_1 für den Erddruck in der Dammböschung abhängig, d. h. man kann – unter Benutzung der Zwischenformel (8) – λ als Funktion von λ_1 darstellen. Man findet z. B. für eine Böschung 1:2,5 = 0,40 folgende Werte (Rechenschiebergenauigkeit):

für $\lambda_1 =$	0,4	0,7	1,0	1,3	1,6
$n =$	5,29	3,99	3,34	2,945	2,675
$\lambda =$	0,236	0,346	0,440	0,512	0,566.

Diese Zahlenwerte sind in Bild 3 gestrichelt eingetragen.

Als *zweiter Ansatz* für v_z sei angenommen:

$$v_z = v_1 \sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{x}{l}\right) + v_3 \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2}\,\frac{x}{l}\right) \quad . \; . \; . \; . \; (10)$$

mit v_1 und v_2 als Konstanten, die noch berechnet werden müssen. Dieser Ansatz erfüllt von vornherein die Bedingung einer waagerechten v_z-Tangente für die Mitte des Dammes. Die Bedingung (I) ergibt:

$$\gamma\frac{hz}{2} = v_1 \int_0^l dx \sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{x}{l}\right) + v_3 \int_0^l dx \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2}\cdot\frac{x}{l}\right)$$

$$= v_1\left(-\frac{2l}{\pi}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{x}{l}\right)_0^l + v_3\left(-\frac{2l}{3\pi}\right)\cos\left(\frac{3\pi x}{2l}\right)_0^l$$

oder

$$\gamma\frac{z}{2} = \frac{2}{\pi}v_1 + \frac{2}{3\pi}v_3;\; 3v_1 + v_3 = \frac{3}{4}\pi\gamma z. \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

Für die Böschungstangente erhält man

$$\left(\frac{dv_z}{dx}\right)_{x=0} = \left[v_1\cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{x}{l}\right)\cdot\frac{\pi}{2l} + v_3\cos\left(\frac{3}{2}\pi\frac{x}{l}\right)\cdot\frac{3\pi}{2l}\right]_{x=0}$$

$$= \frac{\pi}{2}\cdot\frac{v_1}{l} + \frac{3\pi}{2}\cdot\frac{v_3}{l}.$$

Dieser Wert ist nach Früherem gleich $c_1\cdot\gamma$, so daß mit Rücksicht auf (3) erhalten wird:

$$c_1\gamma = \frac{\pi}{2l}(v_1 + 3v_3) = \gamma\,\mathrm{tg}\,\beta\,(1 + \lambda_1\,\mathrm{tg}^2\beta)$$

oder

$$v_1 + 3v_3 = \frac{2}{\pi}\gamma l\cdot c_1 = \frac{2}{\pi}\gamma l\cdot\mathrm{tg}\,\beta\,(1 + \lambda_1\,\mathrm{tg}^2\beta). \quad . \; . \; . \; (12)$$

Die Gleichungen (11) und (12) ergeben zwei Gleichungen für die Unbekannten v_1 und v_3, und man findet leicht:

$$v_1 = \left[\frac{9}{32}\pi - \frac{1}{4\pi}(1 + \lambda_1\,\mathrm{tg}^2\beta)\right]\gamma z;$$

$$v_3 = \left[\frac{3}{4\pi}(1 + \lambda_1\,\mathrm{tg}^2\beta) - \frac{3}{32}\pi\right]\gamma z \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (13)$$

Schließlich liefert die Momentengleichung (II):

$$E\cdot z = \lambda\gamma\frac{z^2}{2}\cdot z = 2\cdot\gamma\frac{zl}{2}\,l - 3$$

$$\left[v_1\int_0^l dx\cdot x\sin\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{x}{l}\right) + v_3\int_0^l dx\cdot x\sin\left(\frac{3\pi}{2}\,\frac{x}{l}\right)\right]$$

oder

$$\lambda\gamma\frac{z^3}{2} = \gamma z l^2 - 3v_1\left[-\frac{2l}{\pi}x\cos\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{x}{l}\right) + \left(\frac{2l}{\pi}\right)^2\sin\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{x}{l}\right)\right]_0^l$$

$$- 3v_3\left[-\frac{2l}{3\pi}x\cos\left(\frac{3\pi}{2}\,\frac{x}{l}\right) + \left(\frac{2l}{3\pi}\right)^2\sin\left(\frac{3\pi}{2}\,\frac{x}{l}\right)\right]_0^l;$$

$$\lambda\gamma\frac{z^3}{2} = \gamma z l - 3v_1\left(\frac{2l}{\pi}\right)^2 + 3v_3\left(\frac{2l}{3\pi}\right)^2$$

oder

$$\lambda = 2\frac{l^2}{z^2} - \frac{6v_1}{\gamma z}\cdot\frac{4}{\pi_2}\cdot\frac{l^2}{z^2} + \frac{6v_3}{\gamma z}\cdot\frac{4}{9\pi^2}\cdot\frac{l^2}{z^2}$$

oder

$$\lambda\cdot\mathrm{tg}^2\beta = 2 - \frac{2^4}{\pi^2}\left(\frac{v_1 - v_3/9}{\gamma z}\right). \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14)$$

In dieser Formel können wir noch die Werte nach (13) einsetzen und erhalten nach kurzer Zwischenrechnung:

$$v_1 - \frac{v_3}{9} = \left[\frac{7}{24}\pi - \frac{1}{3\pi}(1 + \lambda_1\cdot\mathrm{tg}^2\beta)\right]\gamma z;$$

$$\lambda = \left(2 - \frac{7}{\pi} + \frac{8}{\pi^3}\right)\mathrm{cotg}^2\beta + \frac{8}{\pi^3}\cdot\lambda_1$$

$$= 0{,}02984\,\mathrm{cotg}^2\beta + 0{,}25801\cdot\lambda_1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (15)$$

Zahlenwerte für $\mathrm{tg}\,\beta = 1:2{,}5 = 0{,}40$:

für	$\lambda_1 =$	0,4	0,7	1,0	1,3	1,6
	$\lambda =$	0,290	0,367	0,4445	0,522	0,599

Diese Werte sind ebenfalls in Bild 3 eingetragen, und zwar als voll eingezeichnete Linie. Bemerkenswert ist, daß sich nach (15) eine Gerade ergibt, deren Werte oberhalb der Kurve nach (9) liegen. Die Übereinstimmung ist im mittleren Bereich verhältnismäßig gut, während sich oben und unten größere Unterschiede ergeben.

Nachdem wir bislang nachgewiesen haben, daß die Verteilung der lotrechten Normalpressungen v_z von den Erddruckwerten λ oder λ_1 abhängig ist, erhebt sich jetzt die Frage, welcher von diesen λ-Werten in die Formeln für v_z eingesetzt werden muß. Auch ist zu entscheiden, ob λ nach (9) oder nach (15) zutreffender berechnet wird. Diese zuletzt genannte Frage möchte der Verfasser dahingehend beantworten, daß Gl. (15) doch wohl die zuverlässigere ist. Einmal ist v_z nach (15) in Dammitte stetiger als nach (9), weil die höheren Ableitungen nach (9) in Dammmitte unstetig werden; und sodann muß im Böschungspunkte A (Bild 1) offenbar ein Wendepunkt der v_z-Kurve vorhanden sein, welche Bedingung von (15) ohne weiteres erfüllt wird, von (9) jedoch nur für $n = 3$. Es ist deshalb auch nicht verwunderlich, daß die Linien in Bild 3 für $n = 3$ (allgemeiner für $n \approx 3{,}5$ bis 2,9) nahe beieinanderliegen. Glücklicherweise liegt der anzusetzende λ_1-Wert – wie wir noch sehen werden – meistens in diesem Bereich, so daß es praktisch nicht viel ausmacht, ob wir (9) oder (15) wählen. Aus den aufgezählten Gründen sollte aber der Gl. (15) doch der Vorzug gegeben werden.

Grenzwerte für λ sind dadurch gegeben, daß einmal der Erddruck in Dammitte mindestens den aktiven Druck (nach der Gleitflächenlehre) erreichen muß ($\lambda \geqq \lambda_a$) und zum anderen, daß der Erddruck in der Böschung den passiven Druck nicht übersteigen kann ($\lambda_1 \leqq \lambda_p$). Nach den vom Verfasser veröffentlichten Erddruckformeln[3]) gilt für sandige (kohäsionslose) Erde mit den hier verwendeten Bezeichnungen und mit $\mu = \mathrm{tg}\,\varrho$ als Reibungsbeiwert (ϱ = Reibungswinkel):

$$\lambda_a = \frac{1}{[\sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{\mu(\mu + \mathrm{tg}\,\beta)}]^2};$$

$$\lambda_p = \frac{1}{[\sqrt{1+\mu^2} - \sqrt{\mu^2 - \mathrm{tg}^2\beta}]^2}. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16)$$

Rechnen wir für unser Zahlenbeispiel ($\mathrm{tg}\,\beta = 0{,}40$) mit einem Reibungsbeiwert μ von 0,50, so erhalten wir nach diesen Formeln:

$$\lambda_a = \frac{1}{[\sqrt{1+0{,}5^2} + \sqrt{0{,}5\,(0{,}5 + 0{,}4)}]^2} = 0{,}312;$$

$$\lambda_p = \frac{1}{[\sqrt{1+0{,}5^2} - \sqrt{0{,}5^2 - 0{,}4^2}]^2} = 1{,}49.$$

Die Eintragung dieser Werte in Bild 3 zeigt, daß λ_1 zwischen 0,48 und 1,49 liegen muß und daß der mittlere Wert etwa $\lambda_1 \approx 1{,}0$ ist. Diesem Mittelwert kommt schon deshalb eine gewisse Bedeutung zu, weil die Grenzzustände des Gleichgewichtes wegen der mit ihnen verbundenen Gleitverschiebungen von vornherein unwahrscheinlich sind. Nur bei stark nachgiebigem Untergrund könnte vielleicht der Erddruck in Dammitte auf den aktiven Druck absinken, weil dann der Untergrund den Schubbeanspruchungen durch den Erddruck in der Dammsohle nicht standhält. Bei festem Untergrund dagegen kann in Dammitte der aktive Druck nicht zustande kommen. Es ist dann wahrscheinlich mit

[3]) *Ohde:* Zur Theorie der Erddrucks... Bautechnik 16 (1938) H. 19, S. 242. – *Ohde:* Zur Erddrucklehre. Bautechnik 29 (1952) H. 8, S. 221.

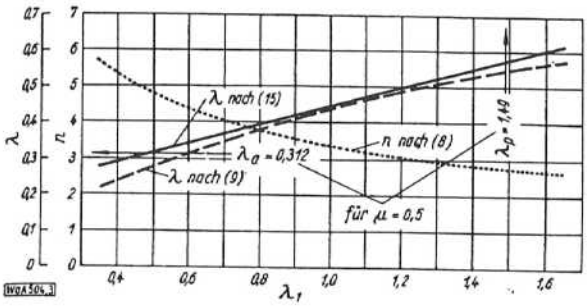


Bild 3. Der Erddruck in Dammitte (λ) als Funktion des Böschungserddruckes (λ_1)

dem Ruhedruckverhältnis λ_0 zwischen dem waagerechten und lotrechten Druck in Dammitte zu rechnen: $\nu_{x_{x=l}}/\nu_{z_{x=l}} \approx \lambda_0$, wobei als Ruhedruck bekanntlich der seitliche Reaktionsdruck bei verhinderter Seitendehnung bezeichnet wird. Wir wollen einmal sehen, was bei einer solchen Betrachtung herauskommt. Legen wir für ν_z die Gl. (10) zugrunde, so erhalten wir für die Mitte:

$$\nu_{z_{x=l}} = \nu_1 - \nu_3$$

oder mit Rücksicht auf (13):

$$\nu_{z_{x=l}} = \left[\frac{3}{8}\pi - \frac{1}{\pi}(1 + \lambda_1 \operatorname{tg}^2\beta)\right]\gamma z. \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Andererseits gilt: $\nu_{x_{x=l}} = \lambda \cdot \gamma z$. Für unser Beispiel finden wir damit folgende Zahlenwerte:

für $\lambda_1 = 1{,}0$	1,15	1,30
$\nu_x = 0{,}4445$	0,483	0,552
$\nu_z = 0{,}810$	0,802	0,795
$\lambda_0 = \nu_x/\nu_z = 0{,}549$	0,602	0,695.

Für $\mu = 0{,}50$ können wir nach bisherigen Versuchswerten etwa $\lambda_0 \approx 0{,}60$ annehmen, was nach vorstehenden Zahlen auf $\lambda_1 \approx 1{,}15$ führt. Diese Zahl könnte, wie gesagt, etwa für unnachgiebigen, festen Untergrund zutreffen. Für normal nachgebenden Untergrund wird λ_1 demnach in unserem Beispiel wahrscheinlich kleiner als 1,15 sein. Andererseits könnte in diesem Falle das Ruhedruckverhältnis $\lambda_0 \approx 0{,}60$ als Kleinstwert für die Böschung in Betracht kommen, was angenähert $\lambda_0 \approx \lambda_1 (\approx 0{,}60)$ bedeuten würde. Zweifellos wird das wirkliche λ_1 vom Untergrund um so mehr beeinflußt, je näher unsere waagerechte Schnittfläche der Dammsohle kommt, und man darf von diesem Gesichtspunkte aus für λ_1 keinen festen Wert suchen. λ_1 ist vielmehr als eine Konstante zu betrachten, die die Nachgiebigkeit des Untergrundes im Vergleich zur Nachgiebigkeit des Dammkörpers zum Ausdruck bringt. Ist der Untergrund stärker nachgiebig als der verdichtete Dammkörper, so wird man in unserem Beispiel $\lambda_1 \approx 0{,}7$ wählen können, während andernfalls etwa $\lambda_1 \approx 1{,}0$ angenommen werden könnte. Als Mittelwert käme dann 0,85 in Frage.

Gegen diese Überlegungen könnte man einwenden, daß der Verhältniswert λ_1 für den Erddruck in der Böschung doch offenbar eine unsichere Größe sei, so daß sich der weitere Ausbau der vorliegenden Theorie nicht lohne. Eine solche Folgerung hält der Verfasser aber doch für töricht, weil der Einfluß von λ_1 auf die Lösung der Aufgabe nicht sehr groß ist und eine rechnerische Durchdringung der Pressungsaufgaben im Dammbau aus verschiedenen Gründen doch recht wünschenswert ist, wie auch aus der Fortsetzung dieser Arbeit noch hervorgehen wird. Der Einfluß von λ_1 auf die Druckverteilung in der Waagerechten geht für unser Zahlenbeispiel aus Bild 4 hervor, wo die ν_z-Linien für $\lambda_1 = 0{,}7$ und 1,0 miteinander verglichen sind. Aus Bild 3 lesen wir für diese beiden λ_1-Werte ab: $\lambda = 0{,}367$ und 0,445. Das sind aber Zahlenwerte für den Erddruck in Dammitte, deren Unterschiede angesichts der verschiedenen Nachgiebigkeit des Untergrundes durchaus vertretbar sind. Im ganzen ergeben demnach unsere Lösungen nicht nur den ungefähren Pressungsverlauf in einer waagerechten Schnittfläche, sondern gestatten auch gewisse Aussagen über den Erddruck in der Mitte des Dammes.

Nachdem vorstehend das Berechnungsverfahren bis zu einem gewissen Grade begründet wurde, sei nachstehend noch einiges ergänzt hinsichtlich des Verlaufs der Schubspannungen τ und der waagerecht wirkenden Normalpressungen ν_x. Letztere müssen ähnlich wie ν_z verteilt sein, während für τ eine gegensymmetrische Verteilung mit dem Wert $\tau = 0$ in der Dammitte in Betracht kommt, wie es in Bild 1 angedeutet ist. Wir können deshalb anschreiben:

$$\tau = \tau_1 \cdot \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right) + \tau_3 \sin\left(2\pi \frac{x}{l}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

$$\nu_x = \bar{\nu}_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{x}{l}\right) + \bar{\nu}_3 \sin\left(3\frac{\pi}{2}\frac{x}{l}\right). \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Eigentlich hätte man τ und ν_x aus ν_z mit Hilfe der eingangs aufgeführten Gleichgewichtsbedingungen (A) berechnen müssen, um das Spannungsgleichgewicht in jedem Punkte des Dammkörpers zu erfüllen. Da aber ν_z durch die Näherungsfunktion (10) bestimmt wurde, würde man auf dem angedeuteten, ziemlich umständlichen Wege kaum genauere Werte als nach den Ansätzen (18) und (19) erhalten.

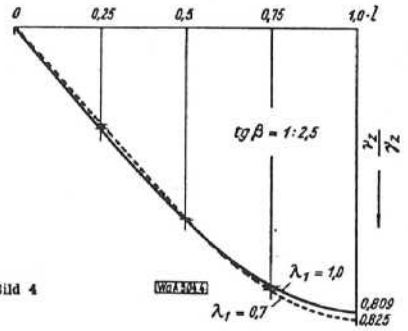


Bild 4

Um die Konstanten τ_1 und τ_3 zu bestimmen, sei zunächst vom Böschungsgleichgewicht nach Bild 2 ausgegangen. Offenbar muß gelten:

$\left(\frac{\partial \tau}{\partial x}\right)_0 = \hat{c}_1 \gamma$ oder mit Rücksicht auf (4) und mit

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \pi \frac{\tau_1}{l} \cos\left(\pi \frac{x}{l}\right) + 2\pi \frac{\tau_3}{l} \cos\left(2\pi \frac{x}{l}\right)$$

und

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial x}\right)_0 = \pi \frac{\tau_1}{l} + 2\pi \frac{\tau_3}{l}:$$

$$\frac{\pi}{l}\tau_1 + \frac{2\pi}{l}\tau_3 = \hat{c}_1 \gamma = \gamma \lambda_1 \operatorname{tg}^2\beta$$

oder

$$\tau_1 + 2\tau_3 = \frac{1}{\pi} \cdot \lambda_1 \operatorname{tg}^2\beta \cdot \gamma l. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Andererseits muß die Summe aller Schubkräfte $\tau \cdot dx$ bis zur Dammitte hin gerade den Erddruck E in Dammitte erreichen:

$\int_0^l \tau \cdot dx = E = \lambda \gamma \frac{z^2}{2}$ oder mit Rücksicht auf (18):

$$\tau_1 \int_0^l dx \cdot \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right) + \tau_3 \int_0^l dx \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{l}\right)$$

$$= \tau_1 \cdot \frac{l}{\pi}\left(-\cos \pi \frac{x}{l}\right)_0^l + \tau_3 \frac{l}{2\pi}\left(-\cos 2\pi \frac{x}{l}\right)_0^l$$

$$= 2\frac{l}{\pi}\tau_1 + 0 = \lambda \gamma \frac{z^2}{2}; \quad \tau_1 = \frac{\pi}{4}\lambda \operatorname{tg}\beta \cdot \gamma z \frac{l}{z} = \frac{\pi}{4}\lambda \operatorname{tg}^2\beta \cdot \gamma l. \quad (21)$$

Die Einsetzung dieses Wertes in (20) ergibt:

$$\tau_3 = \frac{1}{2\pi}\lambda_1 \operatorname{tg}^2\beta \cdot \gamma l - \frac{\pi}{8}\lambda \operatorname{tg}^2\beta \cdot \gamma l$$

oder

$$\tau_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_1}{\pi} - \frac{\pi}{4}\lambda\right) \operatorname{tg}^2\beta \cdot \gamma l. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Die Konstanten $\bar{\nu}_1$ und $\bar{\nu}_3$ in (19) müssen zunächst auch für das Böschungsgleichgewicht gelten (vgl. Bild 2):

$\left(\frac{\partial \nu_z}{\partial x}\right)_0 = \bar{c}_1 \gamma = \lambda_1 \gamma \frac{\Delta h}{\Delta l} = \lambda_1 \gamma \cdot \mathrm{tg}\,\beta$ oder mit Rücksicht auf (19):

$$\frac{\partial \nu_z}{\partial x} = \bar{\nu}_1 \frac{\pi}{2\,l} \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{x}{l}\right) + \bar{\nu}_3 \frac{3\,\pi}{2\,l} \cos\left(3\,\frac{\pi}{2}\frac{x}{l}\right); \quad \left(\frac{\partial \nu_z}{\partial x}\right)_0 = \frac{\pi}{2\,l}(\bar{\nu}_1 + 3\,\bar{\nu}_3);$$

$$\frac{\pi}{2\,l}(\bar{\nu}_1 + 3\,\bar{\nu}_3) = \lambda_1 \gamma \cdot \mathrm{tg}\,\beta \text{ oder } \bar{\nu}_1 + 3\,\bar{\nu}_3 = \frac{2}{\pi}\lambda_1\,\mathrm{tg}\,\beta \cdot \gamma l \quad . \quad . \quad (23)$$

Schließlich muß ν_z in der Mitte gleich $\lambda \gamma z$ sein, woraus folgt:

$$(\nu_z)_{x=l} = \bar{\nu}_1 - \bar{\nu}_3 = \lambda \gamma z \text{ oder } \bar{\nu}_1 - \bar{\nu}_3 = \lambda \cdot \mathrm{tg}\,\beta \cdot \gamma l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Wir haben damit zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten erhalten und finden als Auflösung leicht:

$$\bar{\nu}_1 = \frac{1}{4}\left(\frac{2}{\pi}\lambda_1 + 3\,\lambda\right)\mathrm{tg}\,\beta \cdot \gamma l; \quad \bar{\nu}_3 = \frac{1}{4}\left(\frac{2}{\pi}\lambda_1 - \lambda\right)\mathrm{tg}\,\beta \cdot \gamma l \quad . \quad (25)$$

Nachdem wir vorstehend alle Konstanten ermittelt haben, die für die Beschreibung des Spannungszustandes im Dammkörper von Bedeutung sind, können wir *zusammenfassend* feststellen, daß die Spannungen am besten durch Überlagerung passender Sinuslinien ausgedrückt werden. Nach der durchgeführten Berechnung sind alle Konstanten von dem Verhältniswert λ_1 des Böschungs-Erddruckes abhängig, der je nach der Verformbarkeit des Untergrundes verschieden ausfällt. Für ein und denselben Querschnitt wird also nicht immer die gleiche Spannungsverteilung erhalten, weil λ_1 für starren, festen Untergrund notwendigerweise größer ausfallen muß als für nachgiebigen, weichen Untergrund. Da die genaue Berechnung von λ_1 sehr schwierig ist, wurde versucht, auf theoretischem Wege näherungsweise einige wahrscheinliche Werte zu ermitteln, *die aber noch durch einwandfreie Versuche nachgeprüft werden sollten.* Vorerst kann man annehmen, daß der *obere* Wert von λ_1 für *festen* Untergrund etwa aus dem Ruhedruckverhältnis λ_0 folgt:

$\nu_{z_{x=l}} = \lambda_0 \cdot \nu_{z_{x=l}}$ oder mit Rücksicht auf die Gln. (17) und (15):

$$\lambda_0 \cdot \lambda \gamma z = \lambda_0 \gamma z \left[\left(2 - \frac{7}{\pi} + \frac{8}{\pi^3}\right)\mathrm{cotg}^2\beta + \frac{8}{\pi^3}\lambda_1\right]$$

$$= \left[\frac{3}{8}\pi - \frac{1}{\pi}(1 + \lambda_1 \cdot \mathrm{tg}^2\beta)\right]\gamma z; \quad \lambda_1\left(\frac{8\,\lambda_0}{\pi^3} + \frac{\mathrm{tg}^2\beta}{\pi}\right)$$

$$= \frac{3}{8}\pi - \frac{1}{\pi} - \lambda_0\left(2 - \frac{7}{\pi} + \frac{8}{\pi^3}\right)\mathrm{cotg}^2\beta;$$

$$\max \lambda_1 = \frac{\pi^2(3\,\pi^2/8 - 1{,}0) - [8 - \pi^2(7 - 2\,\pi)]\,\lambda_0\,\mathrm{cotg}^2\beta;}{\pi^2 \cdot \mathrm{tg}^2\beta + 8\,\lambda_0}$$

$$= \frac{26{,}659 - 0{,}92\,532 \cdot \lambda_0\,\mathrm{cotg}^2\beta}{9{,}8696\,\mathrm{tg}^2\beta + 8\,\lambda_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

λ_0 ist ein bekannter Stoffwert und hier für die Erde in Dammmitte zu nehmen (für Sand: $\lambda_0 \approx 0{,}5$ bis 0,45 je nach Verdichtung, für sandigen Lehm: $\lambda_0 \approx 0{,}55$ bis 0,60, für fetten Lehm oder Ton: $\lambda_0 \approx 0{,}65$ bis 0,70). Der *untere* Wert von λ_1 für *nachgiebigen* Untergrund wird eintreten, sobald der Dammkörper durch den Untergrund nur ungenügend gestützt wird, so daß in der Mitte des Dammes der aktive Erddruck wirkt. Dann gilt nach (15):

$$\min \lambda_1 = \lambda_a \cdot \pi^2/8 - [1 - (3{,}5 - \pi)\,\pi^2/4]\,\mathrm{cotg}^2\beta$$

$$= 3{,}8758\,\lambda_a - 0{,}115\,665 \cdot \mathrm{cotg}^2\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

wobei λ_a nach der Gleitflächenlehre, z. B. nach Gl. 16, zu berechnen ist. Zwischen diesen beiden Werten $\min \lambda_1$ und $\max \lambda_1$ wird λ_1 im allgemeinen liegen und muß entsprechend dem Verhältnis der Verformbarkeit des Dammaterials zur Verformbarkeit des Untergrundes eingeschätzt werden. Normalerweise wird der Untergrund weniger verformbar sein als der künstlich verdichtete Dammkörper, so daß λ_1 dem oberen Werte meist näher liegen wird, als dem unteren Werte. Jedenfalls können wir uns durch entsprechende Wahl von λ_1 den natürlichen Bedingungen weitgehend anpassen.

Fortsetzung folgt WA 504

DIE BAUTECHNIK

BETON- U. STAHLBETONBAU : : DER STAHLBAU

26. Jahrgang BERLIN, Mai 1949 Heft 5

Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes und ihr Einfluß auf Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand.

Von Johann Ohde, Neuenhagen b. Berlin*).

Uebersicht: Für den weiteren Ausbau der Baugrund-Statik sind die beiden verschiedenen Begriffe „Vorbelastung" (frühere Höchstbelastung) und „Vorspannung" (Kapillardruck des Porenwassers) von Wichtigkeit, besonders für bindiges Erdreich. Nach ihrer ausführlichen Erklärung wird am Beispiel der Druckverteilung gezeigt, daß zwischen zusätzlichen Erdkornpressungen und Porenwasser-Spannungen eine gegenseitige Abhängigkeit besteht. An Hand weiterer Beispiele wird der Druckausgleich bei undurchlässiger Fundamentsohle behandelt und eine Erklärung gefunden für zwei von Terzaghi mitgeteilte Grundfälle merkwürdigen zeitlichen Setzungsverlaufes. Nachdem dann kurz auf Einzelursachen von Setzungen eingegangen ist, werden neue Ergebnisse über die Ermittlung des Gleitwiderstandes und der Festigkeitsursachen mitgeteilt. Auf die erdstatische Anwendung dieser Ergebnisse und auf gewisse Abweichungen in der Natur wird hingewiesen.

Eine Theorie des Baugrundes muß in erster Linie von der Struktur und den physikalischen Eigenschaften des Erdreiches ausgehen. In dieser Hinsicht genügt es bekanntlich nicht immer, den Untergrund als einen festen Körper im Sinne der Elastizitäts- und der Festigkeitslehre anzusehen. Abgesehen von der Schichtung und der dadurch vorhandenen Veränderlichkeit der Festigkeits-Eigenschaften in überwiegend lotrechter Richtung muß vor allem der Unterschied zwischen (bleibender) Zusammendrückung und (federnder) Ausdehnung (Elastizität) sowie der Einfluß von Porenwasser-Spannungen verschiedentlich berücksichtigt werden. Grundlegend hierfür sind die physikalischen Begriffe der „Vorbelastung" und der „Vorspannung", die nach den Vorarbeiten von Terzaghi[1]) und anderen zwar schon längst bekannt sein könnten, aber anscheinend immer noch nicht allgemein beachtet werden, wie eine Durchsicht selbst neuerer baugrundmechanischer Arbeiten des öfteren erkennen läßt.

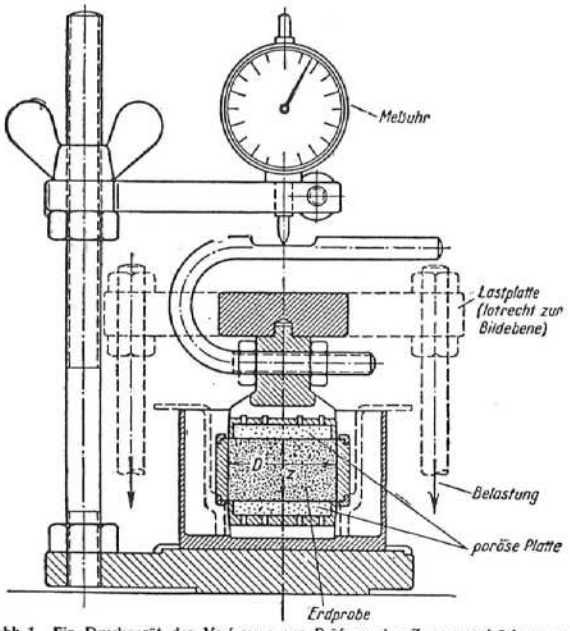


Abb. 1. Ein Druckgerät des Verfassers zur Prüfung der Zusammendrückung und Wiederausdehnung von Erdproben.

*) Leiter der Abteilung III für Grundbau der Forschungsanstalt für Schiffahrt, Gewässer- und Bodenkunde in Berlin und Mitglied des Institutes für Erd- und Grundbau der Techn. Hochschule Dresden.

[1]) K. Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien 1925, Fr. Deuticke.

Belastungsversuche.

Um die genannten wichtigen Begriffe zu erklären, gehen wir am besten von Druckversuchen für behinderte Seitendehnung aus, wie sie von Terzaghi zuerst durchgeführt wurden[1]): Abb. 1.[2]) Die Ergebnisse solcher Druckversuche werden nach den Erfahrungen des Verfassers[3]) am besten durch doppelt-logarithmische Auf-

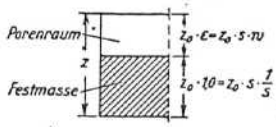


Abb. 2. Darstellung der Verhältnisgleichheit zwischen z, $1+\varepsilon$ und $\frac{1}{s}+w$.

tragungen (Abb. 3 und 4) wiedergegeben, wobei die Veränderung der Schichtdicke z in Abhängigkeit von der wirksamen Erdkompressung ν dargestellt wird. An Stelle von log z kann auch log $(1+\varepsilon)$ oder log $\left(\frac{1}{s}+w\right)$ aufgetragen werden (Abb. 2), wenn bedeuten:

ε = Porenzahl = Porenraum in Anteilen der Festmasse,
w = Wasserzahl = Wassergewicht in Anteilen des Trockengewichtes (100 w = Wassergehalt in % des Trockengewichtes),
s = Stoffgewicht (spezifisches Gewicht) der Erdkörnchen-Festmasse (je nach Bedarf in g/cm³ oder als dimensionslose Verhältniszahl zum Wassergewicht bei 4° C).

Die zuletzt genannte Möglichkeit der Auftragung von $\left(\frac{1}{s}+w\right)$ bevorzugt der Verfasser zum Zwecke des Vergleiches der Ergebnisse verschiedener Druckversuche, während ohne die Forderung eines solchen Vergleiches die Auftragung der Schichtdicke z bequemer ist. Abb. 3

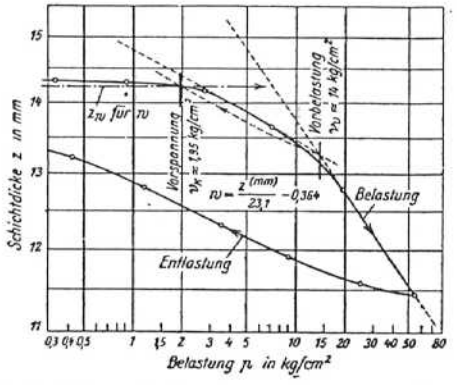


Abb. 3. Ergebnis eines Druckversuches für gewachsenen mittelfeinen Ton.

zeigt das Ergebnis eines Druckversuches mit einer sorgfältig eingebauten gewachsenen Probe mittelfeinen Tones. Der Verlauf der Belastungslinie zeigt deutlich zwei (leicht ausgerundete) Knickpunkte, die — wie angegeben — die Größe der Vorspannung ν_K und die Vorbelastung ν_V erkennen lassen. Zum Nachweis dieser Deutung des Versuchsergebnisses zeigen wir in Abb. 4 das Ergebnis eines Druckversuches mit der gleichen,

[2]) Der Verfasser hat verschiedene neue Druckgeräte entworfen und bauen lassen, worüber gelegentlich berichtet werden soll. Dann wird auf die Versuchsdurchführung und Auswertung ausführlicher eingegangen werden.

[3]) Vgl. nachstehend sowie Bauing. 20 (1939), S. 454.

aber zunächst breiig-fließend aufbereiteten (also gestörten) Tonprobe[4]). Die zwischengeschalteten Entlastungen zeigen deutlich die bekannte Tatsache, daß von der Zusammendrückung bei der „Erstbelastung" nur ein Bruchteil als Ausdehnung (Schwellung, Federung) zurückgewonnen wird und daß bei der Wiederbelastung neben einer gewissen Hysteresis-Erscheinung (Differenz zwischen Entlastungs- und Wiederbelastungslinie) zunächst ein ähnlich geneigter Verlauf wie bei der Entlastung erhalten

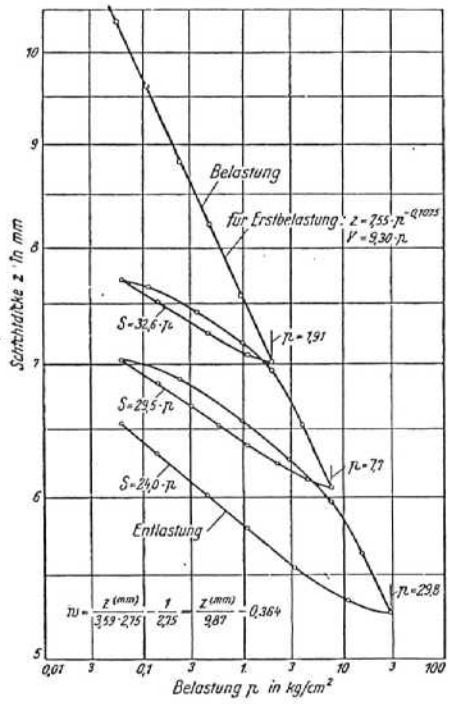


Abb. 4. Druckversuch bei verhinderter Seitendehnung mit aufbereitetem (gestörtem) mittelfeinem Ton.

wird; erst in der Nähe der (in diesem Falle künstlich erzeugten) Vorbelastung nehmen die Setzungen allmählich wieder stärker zu, und nach dem Ueberschreiten der Vorlast mündet die Belastungskurve wieder ein in die Verlängerung der ursprünglichen Erstbelastungslinie.

Vorbelastung.

Einen im großen und ganzen durchaus ähnlichen Verdichtungsvorgang hat auch jede gewachsene Erdprobe in der Natur im Ablaufe ihrer Geschichte durchgemacht. Die Gewichte der überlagernden Erdschichten und andere Belastungen (z. B. durch mächtige Eisschichten oder durch Austrocknung) haben das Erdreich in einer bestimmten Tiefe im Laufe der Zeit in ganz bestimmter Weise zusammengedrückt. Spätere Entlastungen durch Ueberflutungen, Schmelzen des Eises oder Fortspülen von Erdmassen können dann noch hinzugekommen sein. Durch die angedeutete Verdichtung und die etwa noch hinzugekommene geringere Wiederanschwellung durch Entlastung hat das Erdreich einen zunächst verborgenen Abdruck seiner Vorgeschichte aufgeprägt erhalten — vergleichbar (nach einer Aeußerung von A. Casagrande) dem unentwickelten Bild einer fotografischen Platte — und wir haben nun durch sorgfältig durchgeführte Druckversuche[5]) eine Möglichkeit, das zunächst verborgene Bild der Belastungs-Vorgeschichte sichtbar werden zu lassen[6]).

Wir können hiernach die Vorbelastung (v_V) erklären als die Höchstbelastung, die im Korngerüst einer Erdschicht seit ihrer Entstehung hinreichend lange wirksam war. Die jetzige Erdauflast kann natürlich dieser Höchstbelastung entsprechen, sie kann aber auch, wie gesagt, geringer sein als diese, wenn früher wirksame Belastungen jetzt nicht mehr vorhanden sind. Im letzteren Falle ist eine gewisse Entlastung eingetreten; die Vorbelastung ist dann mit der jetzt wirksamen Erdkornpressung ($\overline{v}$) nicht identisch, sondern ist größer als diese.

Ausgleich von Porenwasserspannungen.

Während so die Vorbelastung aus der verschiedenen Größe von Zusammendrückung und Wiederausdehnung hergeleitet werden kann, muß bei der Erklärung der Vorspannung auf die Spannungen im Porenwasser eingegangen werden, deren Vorhandensein Terzaghi zuerst nachgewiesen hat[1]). — Wird eine Erdschicht plötzlich stärker belastet, so kann die damit verbundene Zusammendrückung beim Ton nicht sofort erfolgen (wie z. B. beim Sand), sondern nur allmählich in dem Maße, wie das überschüssige Porenwasser aus dem Innern der Erdschicht herausgepreßt werden kann. Da der innere Bereich sich wegen der Wassersättigung zunächst noch nicht zusammendrücken kann, erhält auch sein Erdkorngerüst anfänglich noch keinen zusätzlichen Druck, so daß die zusätzliche Belastung zunächst in voller Größe vom Porenwasser getragen werden muß (Porenwasser-Ueberdruck). Nur langsam geht dann die zusätzliche Belastung vom Porenwasser auf das Erdkorngerüst über (begleitet von einer entsprechenden Setzung), weil die Wasserdurchlässigkeit des Tones sehr gering ist[7]).

Der umgekehrte Vorgang spielt sich bei plötzlicher Entlastung ab. Dann ist im Innern der Erdschicht zunächst ein der Entlastung entsprechender Porenwasser-Unterdruck vorhanden (Zugspannung des Porenwassers, falls der Unterdruck den ursprünglichen Wasserdruck übersteigt), der nur dann allmählich wieder auf Null zurückgeht, wenn so viel fehlendes Porenwasser angesaugt werden kann, als zur Raumerfüllung durch das Ausdehnungsbestreben der Erdschicht bei der Entlastung erforderlich wird.

Soweit sich also der Porenraum bei der Entlastung — entsprechend dem Ausdehnungsbestreben der Erdschicht — durch Ansaugen von Wasser vergrößern kann, verringern sich auch die Erdkornpressungen um die eingetretene Entlastung. Wenn jedoch im Verlaufe der Entlastung von einer gewissen Zeit an kein Wasser mehr zum Ansaugen verfügbar ist, kann die Erdschicht sich nicht weiter ausdehnen. Durch ihr Ausdehnungsbestreben wird das Porenwasser ein wenig ins Innere der sehr engen Porengänge zurückgesaugt, wodurch dann aber sofort der Kapillardruck wirksam wird und die weitere Ausdehnung verhindert[8]). Das Porenwasser drückt hierbei auf das Erdkorngerüst, steht also selber unter Zugspannungen. Es ersetzt gleichsam die fehlende äußere Eigengewichtsbelastung und verleiht dem Erdreich dementsprechend eine gewisse Festigkeit[9]). — Durch Verdunsten wird das Wasservolumen verringert. Dadurch wird die Erdprobe — unter Anwachsen der Kapillarspannung v_K — weiter zusammengepreßt (Schwindung oder Schrumpfung). An der Schrumpfgrenze wird der Größtwert von v_K erreicht (bei Tonen je nach Feinheit 20 bis 80 kg/cm²), die Erdschicht wird hart.

Vorspannung.

Man muß hiernach die Vorspannung erklären als den Kapillardruck (v_K), der am Rande einer Erdschicht wirksam wird, sobald der Schwellvorgang bei einer Entlastung aufhört, weil kein Wasser mehr zum Ansaugen vorhanden ist. Vorbelastung v_V und Vorspannung v_K sind also in physikalischer Hinsicht zwei grundverschiedene Begriffe und dürfen deshalb nicht verwechselt werden. Während v_K durch Wasserzutritt aufgehoben werden kann, wird v_V dadurch nicht beeinflußt. Die Vorspannung v_K hat es mit

[4]) Der Einbau erfolgt mit Hilfe von seitlich beigeschobenen Stützen (in Abb. 1 punktiert gezeichnet), die nach dem Abklingen der Setzung aus der ersten Belastung wieder entfernt werden, damit lotrechte Bewegungen des Mantels vor sich gehen können. Gewachsene Erdproben können mit Hilfe eines Ausstechringes eingebaut werden.

[5]) Die Forderung nach Sorgfalt muß nachdrücklichst erhoben werden, besonders beim Einbauen der Erdprobe in das Prüfgerät (satles seitliches Anliegen, gutes Abgleichen und ebene Druckflächen, Vermeidung von Austrocknen oder Wasseransaugen). Durch unsauberes nachlässiges Arbeiten kann der Druckverlauf nach Abb. 3 stark fehlerhaft erhalten werden, wodurch dann die Knickpunkte für Vorspannung oder Vorbelastung nicht mehr sicher zu erkennen sind. — Um den durch das Angleichen der Druckflächen entstehenden, nie ganz vermeidbaren Fehler herabzudrücken, arbeitet der Verfasser mit lotrecht beweglicher Seitenwandung der Druckgeräte (vgl. z. B. Abb. 1). Hierdurch wird der Einfluß der Seitenreibung auf die Hälfte herabgesetzt, so daß mit der doppelten (zulässigen) Schichtdicke gearbeitet werden kann. Dieses ist besonders bei sandigeren Erdproben von Vorteil.

[6]) Schon verschiedentlich wurde darauf hingewiesen, daß die angedeuteten Zusammenhänge auch für die Geologie wichtig sein können. Eine Anwendung ist aber anscheinend bislang noch nicht versucht worden.

[7]) Der zeitliche Verlauf der Setzung infolge Porenwasser-Auspressung wird von einer von Terzaghi gegebenen Theorie beherrscht. Vgl. neben 1) auch K. v. Terzaghi und O. K. Fröhlich, Theorie der Setzung von Tonschichten. Leipzig und Wien 1936, Fr. Deuticke.

[8]) Es tritt hier (nach Terzaghi) die gleiche Erscheinung auf wie in engen Kapillaren, in denen das Wasser infolge seiner Oberflächenspannung in die Höhe gezogen wird. Je enger die Röhrchen sind, umso mehr kann sich die kapillare Saugkraft entfalten. Da die Porenkanäle des Tones außerordentlich fein sind, ist es erklärlich, daß die Kapillarspannung bei bindigen Erdstoffen große Werte annehmen kann.

[9]) Hierbei entspricht also der Kapillardruck der fehlenden Belastung, wodurch aber nur ein Bruchteil des möglichen Größtwertes der Kapillarspannung in Anspruch genommen wird.

der jetzt wirksamen Erdpressung ($\bar{v}$) zu tun, indem letztere der Summe aus Vorspannung (Kapillardruck) und Eigengewichtsdruck entspricht:

$$\bar{v} = v_K + \Sigma \gamma \cdot \Delta z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

mit Δz als Dicke jeder Einzelschicht der Ueberlagerung und γ als Raumgewicht (einschl. Porenwasser) der jeweiligen Schicht; v_K ist daher selbstverständlich auf die Festigkeit einer bindigen Erdschicht von großem Einfluß. Die Vorbelastung v_V dagegen ist die in der Vergangenheit erfolgte Höchstpressung, die die Vorverdichtung erzeugt hat, die aber jetzt nicht mehr wirksam zu sein braucht. Mit der jetzt vorhandenen Festigkeit hat v_V nur insofern noch etwas zu tun, als die bleibende (von Wasserzutritt unbeeinflußte) Festigkeit neben chemischen Bindungen durch die Vorverdichtung, also durch v_V mitbestimmt wird; doch ist der Anteil an bleibender Festigkeit meist nur gering (näheres s. nachstehend über den Gleitwiderstand). — Terzaghi hat darauf hingewiesen, daß die durch v_K verursachte Festigkeit durch länger andauernden Wasserzutritt wieder verloren gehen könne und redet deshalb von einer „scheinbaren" Kohäsion. Diese Bezeichnung sollte jedoch m. E. nicht übernommen werden, da v_K nicht scheinbar, sondern wirklich vorhanden ist, wenn es auch durch äußere Umstände allmählich verändert werden kann, sobald dafür günstige Bedingungen vorliegen. Ich rede deshalb nicht von „scheinbarer Kohäsion", sondern von „Kapillarfestigkeit". (Vielleicht könnte man auch „Saugfestigkeit" sagen.)

In Abb. 3 ist noch die dem natürlichen Wassergehalt entsprechende Schichtdicke z_w strichpunktiert eingetragen, deren Schnittpunkt mit der Setzungslinie ebenfalls einen Anhaltspunkt für die Größe der Vorspannung ergibt. Die Druck-Setzungslinien für Erstbelastung bindiger Erdproben mit nicht zu geringem Tongehalt folgen nach den Erfahrungen des Verfassers bei einer doppelt-logarithmischen Auftragung (Abb. 4) fast immer einer geraden Linie, woraus der Ansatz folgt:

$$z = z_c \cdot \left(\frac{p_c}{p}\right)^{1/(v)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

mit p als Belastung und z_c als Schichtdicke für die Belastung p_c sowie $(v) = \frac{V_{1,0}}{p_{1,0}}$ als Verdichtungsbeiwert, $p_{1,0}$ als Belastungseinheit und $V_{1,0}$ als (weiter nachstehend erklärte) Verdichtungszahl für $p = 1{,}0$.

Die Vorspannung ist die Ursache folgender spannungsmechanischer Merkwürdigkeit: durch Abtragen (z. B. Fortbaggern) überlagernder Erdschichten verringert sich die lotrechte Belastung $\bar{v}$ einer bindigen Erdschicht nicht, solange keine Aufschwellung durch Wasserzutritt erfolgt. Die Entlastung durch die fortgenommenen Erdschichten wird durch ein entsprechendes Anwachsen der Vorspannung wieder wettgemacht, so daß also das Erdkorngerüst der bindigen Unterschicht keine Entlastung erfährt. Natürlich nur, solange Wasseraufnahme vermieden wird. In der Baupraxis macht man sich diesen Umstand zunutze, indem die unterste Schicht von Baugruben in bindigem Untergrund möglichst nur bei trockenem Wetter ausgehoben wird.

Auch beim Ausstanzen von gewachsenen Erdproben (zum Zwecke der Untersuchung im Prüfraum) findet ein Anwachsen der natürlichen Vorspannung statt, indem diese die bis dahin wirksame mittlere Erdpressung ersetzt. Das ist jedoch kein Grund zur Beunruhigung. Denn es kommt ja meistens gerade darauf an, die Festigkeit bei den im Untergrund wirksamen Pressungen kennen zu lernen. Es ist deshalb m. E. unverständlich und zeugt von einer Verkennung der physikalischen Zusammenhänge, wenn zuweilen der Rat gegeben wird, eine zum Zerdrücken bestimmte Erdprobe vor der Belastung kurz in Wasser einzutauchen, „um die Kapillarspannung auszuschalten". Ebenso abwegig ist meistens auch die Gepflogenheit, Druckversuche mit gewachsenen Erdproben bei verhinderter Seitendehnung in der Weise durchzuführen, daß man den Proben nach deren Einbau in das Druckgerät zunächst Gelegenheit gibt, ausgiebig Wasser anzusaugen und zu schwellen. Dadurch wird die Vorspannung aufgehoben, so daß über diese baupraktisch sehr wichtige Größe nichts ausgesagt werden kann[10]). Der erste Knickpunkt im Druck-Setzungsbild nach Abb. 3 kommt bei solchen Versuchen nicht mehr zum Vorschein; man stellt dann im Versuchswege nicht die Zusammendrückbarkeit des wirklichen Baugrundes fest, sondern die Nachgiebigkeit eines Untergrundes, der lange Zeit vom Wasser überflutet und aufgeweicht worden ist. Die Wasserzugabe sollte daher erst nach offensichtlicher Ueberschreitung der Vorbelastung oder bei der Höchstbelastung erfolgen, um anschließend die volle Schwellkurve ohne Wassermangel zu erhalten. Aus diesen Darlegungen erhellt wohl zur Genüge, wie wichtig es ist, die zur näheren Prüfung bestimmten ungestörten („gewachsenen") Erdproben vor der Belastung sowohl vor Wasseraufnahme als auch vor Verdunstung zu schützen.

[10]) Nur wenn durch nachlässige Behandlung der Proben bereits Verdunstungsverluste eingetreten sind, oder wenn die Vorbelastung mit möglichst großer Genauigkeit ermittelt werden soll, ist das Aufschwellen von Tonproben vor dem Druckversuch sinnvoll. Auch kann man durch Zerdrücken von wassergelagerten Tonzylindern Anhaltspunkte für die bleibende Festigkeit gewinnen. Dann ist der Erdzylinder jedoch nicht nur flüchtig in Wasser einzutauchen, sondern vor dem Zerdrücken solange unter Wasser zu setzen, bis kein weiteres Anschwellen mehr erfolgt. Dabei muß nach den Erfahrungen des Verfassers für seitliche Abstützung gesorgt werden, so daß die Schwellung nur in einer Richtung erfolgen kann.

Allgemeines über zusätzliche Spannungen in bindigem Baugrund.

Nach Klärung der grundlegenden Begriffe können wir nun versuchen, den Einfluß von Vorbelastung und Vorspannung rechnerisch herauszuarbeiten, um dadurch die Auswirkung von äußeren Belastungen zahlenmäßig verfolgen zu können. Dabei ist — besonders bei bindigen luftfreien Erdschichten — zu beachten, daß zwei sich einander durchdringende und wechselseitig beeinflussende Stoffe vorhanden sind: das Erdkorngerüst und das Porenwasser. Die zwangsläufig verkoppelte statische Wechselwirkung dieser beiden Stoffe ist von grundlegendem Einfluß auf Druckverteilung und Spannungsgleichgewicht bindigen Erdreiches, was anscheinend bisher noch nicht genügend beachtet wurde. Im Nachstehenden bringen wir einige Beispiele von den Aufgaben, die beim Ausbau einer „Spannungslehre für bindigen Baugrund" zu lösen sind.[11]) Dabei tritt der Einfluß der Zeit insofern besonders zutage, als vorzugsweise Spannungszustände im Anfangsstadium der zusätzlichen (schnell erfolgten) Belastung untersucht werden. Der Einfachheit halber sei einheitlicher bindiger Baugrund bis in größere Tiefen vorausgesetzt.[12])

Wie bereits ausgeführt wurde, erhält das Porenwasser bindigen Untergrundes durch Belastungsänderungen zusätzliche Spannungen (Ueber- oder Unterdruck), die sich beim Fehlen sandiger Zwischenschichten nur sehr langsam wieder ausgleichen. Die Bauzeit ist demgegenüber meist als „kurz" anzusehen, so daß man von der ungünstigsten Annahme plötzlich einsetzender Belastungsänderung ausgehen kann. Da der Rauminhalt eines bindigen Untergrundes bei schneller Belastungsänderung wegen der Anwesenheit des Porenwassers sich nicht ändern kann, so können für das Erdkorngerüst in diesem Falle nur solche Pressungsänderungen in Betracht kommen, die keine Raumänderung ergeben. Ist z. B. bei einer ebenen Aufgabe infolge einer zusätzlichen Belastung der eine Hauptdruck der Erdkornpressungen erhöht worden, so muß der andere Hauptdruck unbedingt verringert worden sein, damit die Bedingungen gleichbleibenden Rauminhaltes erfüllt bleiben*). Die durch diese Bedingung miteinander verkoppelten Aenderungen der Erdkorn-Hauptpressungen können in den meisten Fällen nur durch Aenderungen im Spannungszustand des Porenwassers hervorgerufen werden, wie jetzt am Beispiel der Druckverteilung von Einzellasten gezeigt sei.

Druckverteilung in bindigem Baugrund.

Wir setzen der Einfachheit halber ein bindiges Erdreich mit stärkerer Vorbelastung voraus und gehen außerdem von der Annahme strahliger Druckausbreitung (nach Strohschneider und O. K. Fröhlich) aus (Hauptpressungen in Richtung des Lastangriffpunktes und senkrecht zu dieser Richtung). Für stärker vorbelastetes Erdreich können wir dann (unter Vernachlässigung der Hysteresis-Erscheinung) voraussetzen, daß die Formänderungszahlen für Belastung und Entlastung einander gleich sind.

[11]) Ausführlichere Behandlung ist in besonderen Arbeiten vorgesehen. Vgl. z. B. Anmerkung 22).

[12]) Die einfacheren Probleme sandigen Untergrundes oder eines bindigen Baugrundes mit mehreren entwässernden sandigen Zwischenschichten werden als bekannt angenommen.

*) Professor Dr.-Ing. Edgar Schultze (Berlin), dem ich die vorliegende Arbeit vor der Drucklegung zur Kenntnis brachte, ersann für die Veranschaulichung der Tonspannungen bei schneller Belastung das mechanische Modell nach Abb. 5. Dieses Modell ist vorzüglich geeignet, sich die gegenseitige Verkopplung von Erdkorn- und Wasserspannungen bei der ebenen Aufgabe klarzumachen. Die zusätzlichen Erdkornspannungen sind durch lotrechte und waagerechte Federkräfte dargestellt, wobei die Federkonstanten in beiden Richtungen nicht einander gleich zu sein brauchen (worauf wir später noch zurückkommen). Wird nun der obere Kolben um die Strecke x nach unten gedrückt, so müssen wegen der Raumerfüllung durch das Wasser (Porenwasser im Ton!) die seitlichen Kolben um die Strecken $\frac{x}{2}$ verschoben werden. Die waagerechten Federn werden also gedehnt (seitliche Pressungsminderung im Ton), während die lotrechten Federn zusammengedrückt werden (Pressungszunahme in der Kraftrichtung). Auch die nachstehend und später behandelten Beziehungen zwischen dem Porenwasserdruck (q), den zusätzlichen Erdkornspannungen und der gesamten (zusätzlichen) lotrechten Belastung ($\bar{P}$) sind klar zu erkennen.

Wir schreiben dafür $V = S$ oder $Z = A$, unter Einführung folgender Bezeichnungen:

Z = Zusammendrückungszahl für unbehinderte Seitendehnung,
A = Ausdehnungszahl (Elastizitätszahl) für unbehinderte Seitendehnung,
V = Verdichtungszahl (Zusammendrückungszahl) für verhinderte Seitendehnung.
S = Schwellzahl (Ausdehnungszahl) für verhinderte Seitendehnung.

Jede dieser 4 Formänderungszahlen wird erklärt durch $\frac{dp}{\left(\frac{dz}{z}\right)} = z \cdot \frac{dp}{dz}$

mit dz als Aenderung der Schichtdicke z infolge der kleinen Belastungsänderung dp. A entspricht hiernach der gewöhnlichen Festlegung der Elastizitätszahl E der festen Körper. Für V erhält man aus Gl. (2a) für bindige Erde:

$$V = (v) \cdot p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2b)$$

also eine gradlinige Zunahme mit der Belastung p. Bei stärkerem Feinsand- oder Sandgehalt ist Gl. (2b) zu ersetzen durch[13])

$$V = (v) \cdot p_{1,0} \left(\frac{p}{p_{1,0}}\right)^{\omega} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3b)$$

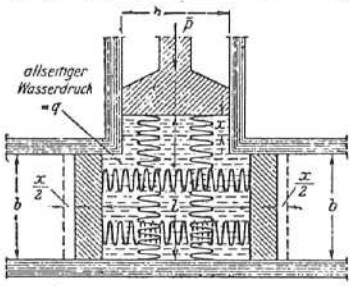
womit an Stelle von (2a) erhalten wird:

$$\ln \cdot \frac{z_c}{z} = \frac{1}{(v)} \cdot \frac{(p)^{1-\omega} - (p_c)^{1-\omega}}{1-\omega} \quad . \quad . \quad (3a)$$

mit

$$(p) = \frac{p}{p_{1,0}}.$$

Zwischen der zusätzlichen Radialpressung σ_R und der zusätzlichen Tangentialpressung σ_φ der Erdkornpressungen (Abb. 6a) muß nun für $V = S$ offenbar die Bedingung $\sigma_R + \sigma_\varphi = 0$ oder $\sigma_\varphi = -\sigma_R$ bestehen, wenn eine Raumänderung vermieden werden soll (vgl. auch Abb. 5). σ_φ muß sich also als Pressungsminderung (Zugspannung) ergeben. Würden nun keine weiteren Spannungsänderungen als σ_R und σ_φ auftreten, so wäre das Momentengleichgewicht für den in Abb. 6b punktiert ausgedeckten Ringteil des Erdkörpers nicht erfüllt. Denn da die σ_R-Pressungen kein Moment liefern, bleibt das Moment der Kraft $\sigma_\varphi \cdot dR$ übrig (unter Beiseitelassung der Eigengewichtswirkung). Dieses Moment muß nun durch ein gleich großes Moment des Porenwasser-Ueberdruckes q wieder aufgehoben werden, d. h. es muß sein



P_l = lotrechte Federkraft (Druck) lotrecht: $P_l = P_l \cdot b$
P_w = waagerechte Federkraft (Zug) waagerecht: $P_w = q \cdot b$
$P_l = c_l \cdot x$; $P_w = c_w \cdot x$

Abb. 5. Modell nach E. Schultze für die Veranschaulichung der gegenseitigen Beeinflussung von Erdkorn- und Wasserspannungen.

$$|\sigma_\varphi| = q = \sigma_R = -\sigma_\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Es muß also ein beträchtlicher Ueberdruck des Porenwassers auftreten (oder eine entsprechende Verminderung der Zugspannung des Porenwassers, falls das Erdreich unter Vorspannung steht). Macht man im übrigen mit Fröhlich[14]) den Ansatz

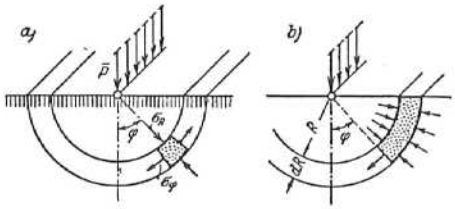


Abb. 6. Zur Druckverteilung im Ton bei plötzlicher Belastung.

$$\sigma_R = C \cdot \frac{\overline{P}}{R} \cdot \cos^m \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

und setzt nach den Darlegungen des Verfassers im Bauingenieur 1939, S. 455: $m = 3 + \omega$ mit ω als Potenz für die Tiefenveränderlichkeit der Verdichtungszahl $\left[V \approx v_z \cdot \left(\frac{z}{z_{1,0}}\right)^{\omega}\right.$, vgl. auch (3b)$\left.\right]$, so liefert die Bedingung des Gleichgewichts in lotrechter Richtung für die Konstante C nur die Hälfte des Wertes, der ohne Rücksichtnahme auf Wasserdruck nach der gewöhnlichen Theorie erhalten wurde.

Man könnte hieraus folgern wollen, daß auch die Einsenkung bei plötzlicher Belastung durch einen langen Laststreifen etwa die Hälfte des Wertes betragen müsse, der nach längerer Zeit (nach dem Ausgleich der Wasserspannungen) erreicht wird. Eine solche Folgerung wäre aber schon deswegen nicht richtig, weil die Setzung eines Bauwerkes auf gleichmäßigem Grund in erster Linie durch die Formänderungen in der Nähe der Lastfläche bestimmt werden, wo die Idealisierung der Belastung durch eine Einzellast nicht mehr zulässig ist. Wir müssen daher die Verhältnisse in der Nähe der Lastfläche gesondert betrachten. Dabei sind hinsichtlich des Herausdrückens von überschüssigem Porenwasser zwei Fälle zu unterscheiden: Die Fundamentsohle kann — im Vergleich mit der Durchlässigkeit des Tongrundes — fast undurchlässig oder verhältnismäßig durchlässig sein. Der letzte Fall ist anhand der Theorie von Terzaghi und Fröhlich (s. Anm. 7) zu behandeln und braucht deshalb hier nicht weiter verfolgt zu werden.

Drei Beispiele für Druckausgleich und Setzungsverlauf bei undurchlässiger Grundkörpersohle.

Aufgabe I: Schnelle Belastung eines Baugrundes ohne Vorspannung.

Mit Rücksicht auf eingebaute Isolierschichten hat man es in manchen Fällen mit einer undurchlässigen Grundkörpersohle zu tun. Die plötzliche Belastung eines solchen Fundamentes wird im Untergrund zunächst nur durch einen entsprechend großen Ueberdruck des Porenwassers aufgenommen (falls keine Vorspannung vorhanden ist). Bildlich dargestellt, wird durch die schnelle Belastung unter dem Fundament ein im Querschnitt halbkreisförmiges Druckwasserkissen nach Abb. 7a erzeugt. Mit zunehmendem Abstande von der Laststelle nimmt natürlich auch der zusätzliche Wasserdruck ab, was in Abb. 7a durch entsprechende Kurven angedeutet ist. Offenbar wird aber das Erdkorngerüst zunächst nicht belastet — zumindest nicht in der Mittelsenkrechten des Fundamentes. Infolgedessen wird zunächst auch keine Setzung eintreten. Das überschüssige Porenwasser kann wegen der undurchlässigen Sohle nur seitlich des Fundamentes nach der Oberfläche hin austreten, und zwar zunächst überwiegend in der Nachbarschaft der Fundamentecken (in Abb. 7a durch Pfeile angedeutet), weil hier das weitaus größte Druckgefälle vorhanden ist. Nach Ablauf einer gewissen Zeit wird in der Nachbarschaft der Ecken ein gewisser Druckausgleich eingetreten sein, sodaß der Druckverlauf des Porenwassers etwa nach Abb. 7b verlaufen mag. Der erfolgte Druckausgleich wird sich aber immer noch auf die Nachbarschaft der Ecken beschränken und die Druckverhältnisse in der Mittelsenkrechten noch annähernd unverändert lassen. Infolgedessen wird auch noch geraume Zeit nach der Belastung immer noch keine Setzung zu beobachten sein. Erst wenn der seitliche Druckausgleich so weit nach der Mitte zu vorgedrungen ist, daß auch aus dem mittleren Bereich überschüssiges Porenwasser zur Seite hin abströmen kann, erst dann besteht die Möglichkeit für ein Zusammendrücken der mittleren Bereiche in der Symmetrieachse unter dem Fundament und damit für eine Setzung des Fundamentes, die dann in dem Maße fortschreitet, wie es das seitliche Abströmen des überschüssigen Porenwassers gestattet[15]). Hiernach ist etwa ein Setzungsverlauf nach Abb. 7d zu erwarten: zunächst setzt sich das Fundament eine Zeitlang überhaupt nicht, um dann plötzlich durch merkliche Setzungen zu überraschen, die erst nach längerer Zeit langsam wieder abklingen. — Ein solches merkwürdiges Setzungsverhalten ist in der Tat von Terzaghi

[13]) Für die ausführliche Begründung dieser Ansätze ist ein besonderer Aufsatz vorgesehen. Vgl. auch Bauing. 1939, S. 454.

[14]) O. K. Fröhlich, Druckverteilung im Baugrunde. Berlin 1934, J. Springer.

[15]) Möglicherweise findet auch ein Zerdrücken des mittleren Bereiches in Abb. 7c statt, was dann ein schnelles Einsinken um einen gewissen Betrag zur Folge haben könnte.

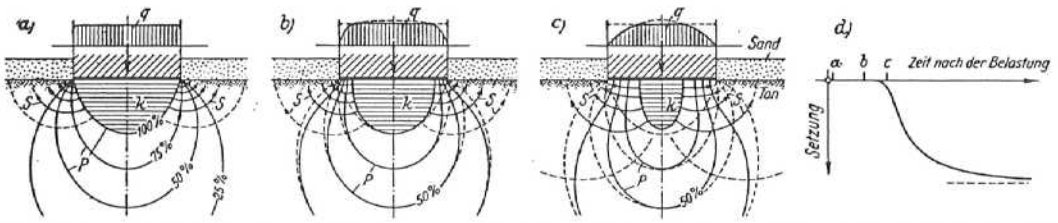


Abb. 7. Druckausgleich für bindigen Baugrund ohne Vorspannung, der durch ein Fundament mit undurchlässiger Sohle schnell belastet wird. q = Porenwasser-Ueberdruck in der Sohle, k = Druckkissen des vollen Porenwasserdruckes, P = Kurven gleichen Porenwasser-Ueberdruckes.

festgestellt worden[16]), ohne daß er sich ein solches Verhalten erklären konnte. Durch vorstehende Betrachtungen dürfte die Ursache einer Setzungskurve nach Abb. 7 d zu übersehen sein; eine mehr ins Einzelne gehende mathematische Lösung der Aufgabe steht allerdings noch aus.

Man erkennt übrigens sofort, daß die zeitliche Verzögerung im Setzungsablaufe durch eine dünne Feinsandschicht unter der Fundamentsohle aufgehoben wird. Eine solche Filterschicht würde einen normalen Setzungsablauf herbeiführen und damit die Setzungen wesentlich früher eintreten lassen.

Aufgabe II: Schnelle Belastung eines Baugrundes mit stärkerer Vorspannung.

Sobald der durch ein Fundament belastete Baugrund eine stärkere Vorspannung besitzt, liegt eine ähnliche Aufgabe vor; mit dem Unterschied allerdings, daß in diesem Falle nicht unbedingt Porenwasser aus dem Untergrund herausgepreßt werden muß. Solange nämlich die zusätzliche Belastung die Vorspannung nicht übersteigt, wird der Fundamentdruck zunächst nur ein Nachlassen der Kapillarspannungen in der Sohlfläche zur Folge haben. Denn Porenwasser kann nur nach völliger Aufhebung der Kapillarspannungen herausgepreßt werden. Solange diese durch die Sohlpressungen nicht überschritten werden, kann demnach auch kein Porenwasser abströmen. Durch die Belastung erfolgt in diesem Falle nur eine teilweise Uebernahme von Pressungen, die vorher vom Saugedruck des Porenwassers ausgeübt wurden; das Erdkorngerüst wird jedoch durch diese Spannungsverlagerung zunächst nicht beeinflußt, da es für die Erdkörnchen gleichgültig ist, ob sie ihren Druck vom Fundament oder von den Kapillardrücken des Porenwassers erhalten. — Aehnlich wie im vorigen Beispiel wird sich der Spannungsausgleich zunächst auf die Nachbarschaft der Ecken beschränken, so daß auch die Setzung des Bauwerkes ebenfalls erst nach längerer Zeit beginnen wird. Ein grundsätzlicher Unterschied besteht für die mathematische Lösung allerdings insofern, als der Wasserdruck seitlich längs der freien Oberfläche jetzt nicht konstant (gleich Null) bleibt wie im vorigen Beispiel. Die Kapillarspannungen, die bei plötzlicher Belastung zunächst einen Sprung in den Fundamentecken aufweisen, werden sich derart ausgleichen, daß in der Sohlfläche wieder eine Vergrößerung, seitlich davon jedoch vorerst eine Verringerung erfolgt (verbunden mit einer entsprechenden Schwellung). Es erfolgt also — wenigstens in der ersten Zeit — ein ähnlicher Transport des unter dem Fundament überschüssigen Porenwassers zur Seite hin, wie im vorigen Beispiel, nur tritt das überschüssige Porenwasser seitlich nicht aus, sondern dient zur Raumvermehrung der seitlichen Bereiche, die infolge der Verminderung von ν_K entsprechend anschwellen. Mit der Zeit wird der Druckanstieg in der Umgebung der Ecken immer mehr abflachen — wie in Abb. 8 angedeutet

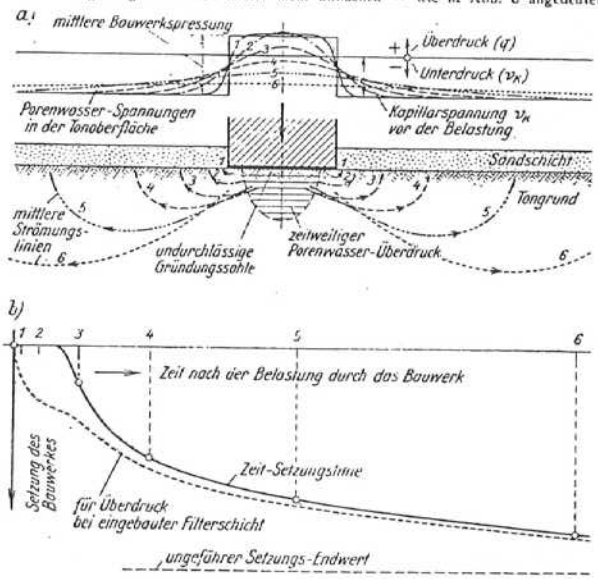


Abb. 8. Spannungs-Ausgleich für bindigen Baugrund mit stärkerer Vorspannung ν_K

ist — wobei die mittleren Strömungswege des Porenwassers immer länger werden. — Da in größerer Entfernung von der Laststelle immer noch die volle frühere Vorspannung wirkt, kann die erwähnte Anschwellung seitlich des Fundamentes indessen nicht von Dauer sein. Von einem bestimmten Zeitpunkt an wird deshalb die Mulde des Druckabfalls von ν_K in der Nachbarschaft der Lastfläche wieder allmählich aufgefüllt werden, was dann mit entsprechenden Setzungen des Fundamentes verbunden ist und wodurch dann die erwähnten seitlichen Aufschwellungen des Erdreiches wieder allmählich rückgängig gemacht werden. Da hierbei das in der Umgebung der Lastfläche überschüssige Porenwasser in immer entfernitere seitliche Bereiche abfließen muß, so leuchtet wohl ohne weiteres ein, daß sich der zeitliche Ablauf des Spannungsausgleiches außerordentlich in die Länge ziehen muß. Vielleicht kann hierdurch das langsame, mit annähernd gleichmäßiger Geschwindigkeit vor sich gehende Setzungsfließen erklärt werden, welches oftmals zu beobachten ist, nachdem ein großer Teil der Setzungen in bekannter Weise vor sich gegangen ist[17]). Sollte diese Erklärung zutreffen, so müßte das Setzungsnachfließen in solchen Fällen am ausgiebigsten zu beobachten sein, bei denen die natürliche Vorspannung des Erdreiches — im Verhältnis zur Erdauflast betrachtet — am größten ist. — Die rechnerische Lösung der Aufgabe dürfte in dieser Hinsicht Klarheit bringen. Eine solche Lösung wird allerdings schwierig und wohl nur annäherungsweise möglich sein, zumal dann, wenn die Zusammendrückbarkeit größer ist als das Schwellungsvermögen (also für V nicht gleich S). — Für den Fall, daß die Fundamentpressungen die Vorspannung ν_K übersteigen, ändert das solange nichts an der angedeuteten Lösung der Aufgabe, wie seitlich neben dem Fundament die Vorspannung noch nicht ganz aufgehoben wird. Je größer also die Fundamentpressungen im Vergleich zur Vorspannung sind, umso weicher wird das Erdreich seitlich des Fundamentes vorübergehend sein. Hiernach ist es denkbar, daß die Grenzbelastung für das Fundament nicht zu Beginn der Belastung sondern später ihren Kleinstwert erreicht. Die Lösung der Aufgabe gewinnt damit an Wichtigkeit.

Wie bereits angedeutet und aus dem Vergleich der Strömungswege in Abb. 7 und 8 hervorgeht, besteht besonders für die zweite Hälfte des Spannungsausgleiches ein größerer Unterschied zwischen unserer zuerst gezeigten „Aufgabe I" und der zuletzt betrachteten „Aufgabe II". Damit besteht denn auch hinsichtlich des Ausgleiches der zusätzlichen Porenwasser-Spannungen ein grundsätzlicher Unterschied zwischen Erdreich ohne und mit Vorspannung. Die Kapillarspannung ersetzt also nicht nur einfach eine gewisse Erdauflast, sondern beeinflußt darüber hinaus auch in merklicher Weise den zeitlichen Verlauf des Spannungsausgleichs und der Setzungen.

Fragen wir schließlich auch bei unserer Aufgabe II noch nach dem Einfluß einer dünnen Feinsandschicht unter der Fundamentsohle, so erkennen wir anhand der Spannungskurven in Abb. 8 a, daß eine solche Filterschicht — im Gegensatz zu Aufgabe I — so lange wirkungslos bleiben muß, wie die Bauwerkspressung noch kleiner bleibt als die Vorspannung ν_K. Solange dieses zutrifft, wird die nachgewiesene zeitliche Verzögerung der Setzung also in jedem Falle auftreten (unabhängig davon, ob eine Filterschicht angeordnet wurde oder nicht). Wenn aber durch die Bauwerkslast ein Ueberdruck des Porenwassers erzeugt wird, muß bei vorhandener Filterschicht zunächst die Setzung beschleunigt werden, allerdings nur solange, wie noch Wasserüberdruck vorhanden ist. Man wird in diesem Falle etwa mit dem in Abb. 8 b punktiert gezeichneten Setzungsverlauf zu rechnen haben.

Aufgabe III: Entlastung durch Aushub einer Baugrube.

Zu Beginn unserer Betrachtungen über die statische Auswirkung der Spannungen im Porenwasser wurde bemerkt, daß beim Abtragen von Erdschichten die Vorspannung die Rolle der bisherigen Erdauflast übernimmt. Diese Feststellung gilt ohne Einschränkung zunächst nur für seitlich unbegrenzte Schichten. Beim Aushub einer begrenzten Baugrube ist wieder der Unterschied der Kapillarspannungen in Betracht zu ziehen. Liegt z. B. der Fall nach Abb. 9 vor,

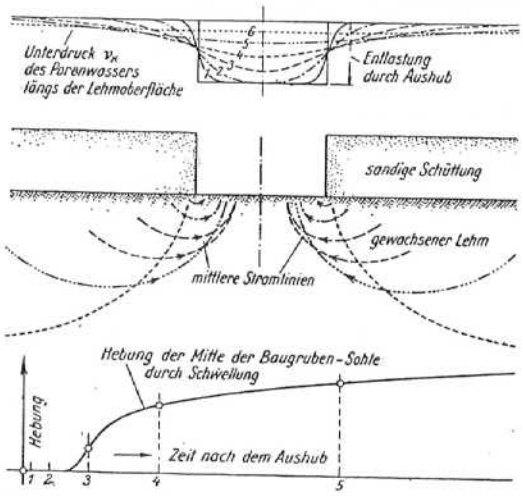


Abb. 9. Spannungs-Ausgleich und Aufschwellung der Sohle beim Aushub einer Baugrube.

so wird nach dem Aushub der Baugrube die bisherige Erdauflast in der Sohle zunächst durch eine gleichgroße Zunahme der Kapillarspannung ersetzt — sofern Wasser ferngehalten wird. Seitlich der Baugrube wirkt in der Oberfläche des Lehmes aber eine weit geringere oder gar keine Vorspannung. Infolgedessen wird ein allmählicher Ausgleich der Porenwasserspannungen eintreten, indem die Kapillarspannungen ν_K seitlich der Baugrube zunächst zunehmen, in der Baugrube selbst aber abnehmen (vgl. Abb. 9). Mit der Abnahme von ν_K schwillt der Lehm in der Baugrube an und wird allmählich immer weicher, wohlgemerkt, ohne daß von außen her Wasser zufließt[18]) Mit der Zeit muß hierbei das zum Aufschwellen und Weichwerden der Baugrubensohle erforderliche Porenwasser aus immer entfernteren seitlichen Bereichen heranströmen, und man erkennt, daß im vorliegenden Fall genau die gleichen Verhältnisse vorliegen wie bei unserer vorstehend erläuterten „Aufgabe II". Nur vollzieht sich jetzt der Strömungsvorgang in umgekehrter Richtung, weil nicht belastet sondern entlastet wurde. — In baupraktischer Hinsicht ist aus der vorstehenden Betrachtung zu folgern, daß eine Baugrubensohle in bindigem Erdreich auch dann mit der Zeit weicher wird, wenn alles äußere Wasser ferngehalten wird. Will man also die durch die Erdauflast vor dem Aushub bedingte Festigkeit weitgehend erhalten, so ist für beschleunigten Baufortgang Sorge zu tragen, damit die Unterschiede der Kapillarspannungen sich nicht erst ausgleichen können, sondern durch die Bauwerkslast möglichst bald wieder beseitigt werden. Entsprechendes gilt natürlich auch für Probebelastungen auf bindigem Baugrund. — Der Einfluß der Austrocknung ist hierbei allerdings unbeachtet geblieben.

[16]) K. v. Terzaghi: Die Setzung der Fundierungen und ihre Wirkung auf den Oberbau. Der Ingenieur 1935, S. B 239 u. f. Auf Seite B 245 sagt Terzaghi: „Der ungewöhnlichste Fall ist der letzte.. (D); hier läßt sich während des Baues überhaupt keine Setzung feststellen, erst einige Zeit nach dem Aufbringen der gesamten Baulast beginnt plötzlich die Setzungserscheinung, als ob die Festigkeit des Baugrundes spontan aufgehört hätte zu bestehen. Als ich zum ersten Male diese Art von Setzungskurven zu Gesicht bekam, wollte ich diesem Ergebnis keinen Glauben schenken; ich war sicher, daß hier ein Fehler vorlag oder daß aus irgend einem Grunde die Tatsachen entstellt sein müßten. Nachdem ich jedoch alle Angaben persönlich überprüft hatte, mußte ich zugeben, daß sie richtig waren. Seither habe ich diese Art von Zeit-Setzungsdiagrammen in einem halben Dutzend von Fällen erhalten. Ich vermute daher, daß Fall D keineswegs eine Ausnahme bildet..."

[17]) Auf diese Erscheinung hat Terzaghi ebenfalls zuerst hingewiesen.

[18]) In physikalischer Hinsicht entspricht dieser Vorgang genau dem allmählich einsetzenden Schwellen eines noch unverkleideten Tunnels in tonigem Gebirge, für welches Terzaghi eine einleuchtende Erklärung gegeben hat. Vgl. Erdbaumechanik S. 215. Man erkennt übrigens, daß Terzaghi bei dieser Deutung des oft außerordentlich starken Tunneldruckes in „blähendem Gebirge" grundsätzlich von ähnlichen Ueberlegungen ausgeht wie der Verfasser im vorliegenden Aufsatz hinsichtlich des Ausgleiches der Kapillarspannungen. Offenbar ist die konsequente Weiterverfolgung dieser „Spannungsausgleich"-Lehre bislang unterblieben.

Die vorstehend behandelten Beispiele zeigen wohl zur Genüge, daß die Berücksichtigung der Vorspannung und die Verfolgung des zeitlichen Ausgleichs der Porenwasserspannungen sowohl für die Baupraxis als auch für die Weiterentwicklung der Baugrundlehre außerordentlich wichtig ist. Nachdem der Einfluß des Porenwassers auf die Druckverteilung schon angedeutet wurde, soll im folgenden Teil über den Einfluß von Vorspannung und Vorbelastung auf Setzungsgröße und Gleitwiderstand berichtet werden.

Fehlerquellen bei Setzungsberechnungen.

Bekanntlich wird die Gesamtsetzung zu einer beliebigen Zeit durch Summierung aller Einzelsetzungen für die gleiche Zeit gefunden:

$$\zeta = \int_0^\infty \bar{e} \cdot dz$$

mit $\bar{e}$ als Setzung der Schichtdickeneinheit in der Tiefe z unter Fundamentsohle. Es kommt also entscheidend auf den zahlenmäßigen Ansatz der Einheitssetzungen $\bar{e}$ an. Diese sind zunächst von den zusätzlichen Pressungen abhängig — sowohl lotrechten als auch waagerechten — sodann auch von der Abhängigkeit der Setzungen von den (allseits unterschiedlichen) Pressungen. Beide Gesetzmäßigkeiten sind noch nicht in allen Einzelheiten erforscht, und man darf sich deshalb nicht wundern, wenn die leider üblich gewordenen vereinfachten Setzungsvorausberechnungen nicht mit den nachträglichen Beobachtungen übereinstimmen. Erfahrungsgemäß werden fast immer zu große Setzungen errechnet[19]), obwohl die Setzungen meistens unter der günstigen und eigentlich unzulässigen Voraussetzung verhinderter Seitendehnung ermittelt werden. Die Ursachen dieser Unstimmigkeit liegen nach den Untersuchungen des Verfassers, auf die an anderer Stelle ausführlicher zurückzukommen sein wird, in folgendem:

a) Der Sohldruck wird meistens gleichmäßig verteilt angenommen, während in Wirklichkeit die seitlichen Bereiche der Sohle stärker belastet werden, wodurch die Mitte entlastet wird[20]).

b) Der für die Druckverteilung günstige Einfluß der Fundament-Einbindetiefe (Gründungstiefe) blieb bisher ganz unbeachtet.

c) Vor allem wurde der Einfluß der Erdschichtung auf die Druckverteilung zu sehr vernachlässigt. Oft werden z. B. die Setzungen durch eine nachgiebigere Erdschicht in gewisser Tiefe unter Fundamentsohle verursacht; dann wirken die überlagernden sandigeren Schichten wie ein Träger auf elastischer Unterlage, wodurch eine bedeutend stärkere Druckverteilung erhalten wird als durch schematische Anwendung bekannter Druckverteilungsformeln.[21])

d) Die versuchsmäßig ermittelte Zusammendrückbarkeit von Erdproben wird vielfach zu groß erhalten, sei es nun durch Gefügestörungen bei der Entnahme der Proben oder durch nachlässige oder fehlerhafte Versuchsdurchführung.

Setzungsgröße und Vorbelastung.

Sehen wir aber nun von vorstehend genannten „Fehlern" ab und setzen die wirksamen zusätzlichen Pressungen als bekannt voraus, so wird die Einheitssetzung $\bar{e}$ nach Abb. 3 und 4 offenbar entscheidend von der Vorbelastung beeinflußt: unterhalb der Vorbelastung ν_V sind die Setzungen bedeutend geringer als oberhalb ν_V, sie werden durch Hysteresis noch weiter verringert. Andererseits dürfte die Vorbelastung nur bei verhinderter Seitendehnung eine unveränderliche Größe sein. Ist z. B. die jetzige Erdbelastung $\bar{\nu}$ infolge Entlastung kleiner als die Vorbelastung ν_V und wirken die zusätzlichen Pressungen überwiegend in lotrechter Richtung, so wird höchstwahrscheinlich die Pressung, nach deren Ueberschreitung stärkere Setzungen erfolgen, etwas niedriger liegen als ν_V. Diese Frage muß noch durch Versuche geklärt werden. — Die Vorspannung ν_K muß bei der Ermittlung der wirksamen Erdkornpressungen als äußere Belastung Berücksichtigung finden; sie hat aber sonst auf den Ansatz für die Einheitssetzung $\bar{e}$ nur insofern Einfluß, als die Verdichtungszahl V durch ν_K erhöht wird, entsprechend der Festigkeitszunahme durch ν_K.

(Schluß folgt.)

[19]) Vgl. z. B. Proceedings of the Int. Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge (Mass) 1936.

[20]) Bauing. 23 (1942), S. 99. Vgl. hierzu auch F. Schleicher, Bauing. 14 (1933), S. 242.

[21]) Auf die Druckverteilungslehre komme ich bald ausführlicher zurück.

Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes und ihr Einfluß auf Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand.

Von Johann Ohde, Neuenhagen b. Berlin.

(Schluß aus Heft 5.)

Der Gleitwiderstand bindiger Erdstoffe.

Die Festigkeit einer Erdprobe kommt am sinnfälligsten beim Zerdrücken eines länglichen Erdzylinders zum Ausdruck. Da hierbei der Bruch unter Ausbildung von Gleitflächen erfolgt, müssen wir zunächst auf den Gleitwiderstand bindiger Erdstoffe eingehen. Hierüber findet man im Schrifttum noch manche unklaren Ansichten oder unrichtigen Hypothesen; allerdings gehört das Gleitwiderstandsproblem anerkanntermaßen zu den schwierigeren Aufgaben der Baugrundlehre. Der Verfasser beschäftigt sich schon jahrelang mit diesem Problem und gibt nachstehend auszugsweise das Ergebnis dieser zu einem gewissen Abschluß gelangten Bemühungen bekannt[22]).

Die ersten (noch in mancher Hinsicht unklaren) Ansätze für den Gleitwiderstand bindiger Erdstoffe verdanken wir H. Krey[23]) und K. v. Terzaghi[24]). Letzterer wies insbesondere darauf hin, daß der Gleitwiderstand der Tone von der Geschwindigkeit der Schubbelastung beeinflußt wird, was A. Casagrande und L. Jürgenson dann

[22]) Eine ausführlichere Veröffentlichung unter dem Titel „Ueber den Gleitwiderstand der Erdstoffe" soll bald herauskommen.

[23]) H. Krey, Rutschgefährliche und fließende Bodenarten. Bautechn. 5 (1927), Heft 35, S. 485.

[24]) K. v. Terzaghi in Public Roads 10 (1929), S. 147 und in Auerbach-Hort, Handb. phys. u. techn. Mech., Bd. IV, 2. Hälfte, Leipzig 1931, J. A. Barth.

auch durch Versuche nachgewiesen[25]). Bei diesen Versuchen wurde eine merkliche zusätzliche Zusammendrückung durch die Schubbelastung gefunden, im Gegensatz zur Elastizitätslehre, wonach durch reine Schubspannungen keine Raumänderung entstehen soll.

Terzaghi wies sodann auf die wichtige Tatsache hin, daß der Gleitwiderstand in erster Linie von den Erdkorn-Pressungen abhängt, weil der Druck des Porenwassers keinen Beitrag zum Reibungswiderstand liefert[26]). Die von Krey in der früheren Preuß. Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau in Berlin begonnenen Reibungsversuche wurden später von Tiedemann fortgesetzt, insbesondere auch für vorbelastete und für gewachsene Erdproben[27]). — Besonders wertvolle Versuchsergebnisse erhielt dann M. J. Hvorslev durch gründliche Untersuchung gestörter Erdproben bei langsamer Schubbelastung[28]). Diese Arbeit hat wesentlich beigetragen zur Klärung des Gleitwiderstands-Problems für den Fall, daß keine Vorspannungen vorhanden sind.

Der Verfasser kann allerdings die von Hvorslev gegebene Deutung der Versuchsergebnisse nicht gutheißen. Dieser Deutung schloß sich Terzaghi an unter Verwendung einer anschaulichen bildlichen Darstellung[29]). Hiernach müßten jedoch für ein und dieselbe Erdprobe verschiedene Vorbelastungen in Frage kommen, was physikalisch nicht möglich ist. Die von Hvorslev erhaltenen geringfügigen Hysteresiskurven des Gleitwiderstandes bei Entlastung und Wiederbelastung können auch durch das bei der Entlastung auftretende relative Höherbleiben der mittleren Hauptspannung erklärt werden[30]).

Durch diese und andere Erwägungen erkannte der Verfasser, daß der von Hvorslev und Terzaghi vorgeschlagene Weg zur Ermittlung des wahren Reibungswinkels nicht richtig sein kann, vielmehr von folgenden Gesetzmäßigkeiten ausgegangen werden muß (vgl. Abb. 10):

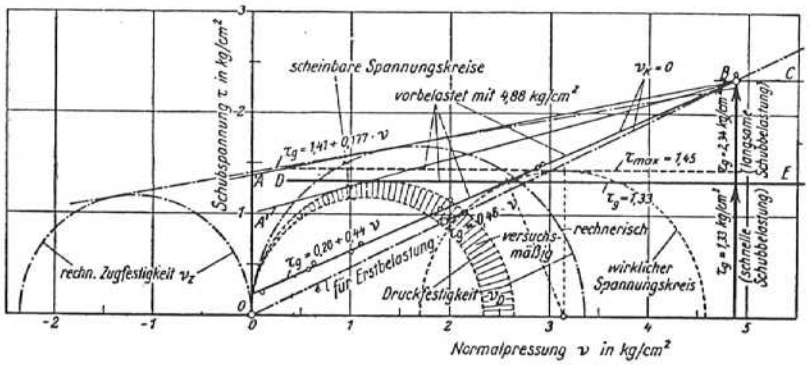


Abb. 10. Gleitwiderstände eines Tones (Wiener Schlufften, Versuchsergebnisse von Hvorslev). Bisher übliche Annahme des τ_g-Verlaufes: Linie A—B—C bzw. A'—B—C; Neues Ergebnis: τ_g nach D—E.

1. Für erstbelastete Erde nimmt der Gleitwiderstand (τ_g) bei langsamer Schubbelastung annähernd verhältnisgleich mit der Normalpressung ν (Erdkornpressung) zu:

$$\tau_g \approx \mu_0 \cdot \nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Der Beiwert μ_0 ist annähernd ein Erdstoff-Festwert und kann als „Gleitwiderstandsbeiwert für Erstbelastung" bezeichnet werden[31]).

2. Für entlastete oder wiederbelastete bindige Erde folgt die Linie des Gleitwiderstandes (langsame Schubbelastung) unterhalb der Vorbelastung genügend genau der Coulombschen Geraden

$$\tau_g \approx k + \mu \cdot \nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

(was Hvorslev bei der Deutung seiner Versuche zunächst ebenfalls feststellte[32]). Da m. E. davon ausgegangen werden muß, den rechnerisch konstant bleibenden Anteil des Gleitwiderstandes als Festigkeit (Kohäsion) und den verhältnisgleich mit der Pressung ν zunehmenden Anteil als Reibung zu deuten, so ist μ als der wahre Reibungsbeiwert und k als die auch unter Wassereinwirkung vorhanden bleibende Festigkeit zu bezeichnen, die durch die Vorbelastung mit ν_V irgendwie erzeugt wurde. Terzaghi nennt k die „echte Kohäsion" zum Unterschied von der „scheinbaren Kohäsion" durch Kapillarspannungen, die durch Wassereinwirkung allmählich wieder zum Verschwinden gebracht wird. Der Verfasser nennt k die „Eigenfestigkeit" und die Festigkeit durch Kapillarspannungen die „Kapillarfestigkeit" oder „Saugfestigkeit". Es leuchtet ein, daß die beiden genannten Festigkeitsarten sauber auseinander gehalten werden müssen. Als Winkel der wahren inneren Reibung findet man aus $\operatorname{tg} \rho = \mu$: $\rho = \operatorname{arc\,tg} \mu$.

3. Für unterschiedliche Vorbelastungen ν_V werden einander parallele Gleitwiderstandsgeraden erhalten (nach Tiedemann), so daß die Eigenfestigkeit k annähernd verhältnisgleich mit der Vorbelastung zunimmt:

$$k \approx \varkappa \cdot \nu_V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

mit ϰ als Beiwert der Eigenfestigkeit. Es gilt dann auch

$$\mu + \varkappa = \mu_0.$$

Die vorstehenden Formeln 6 bis 8 sind nur für sehr langsame Schubbelastung ohne weiteres anwendbar, weil nur dann die Erdkornpressungen ν von vornherein bekannt sind. Im Bauwesen hat man aber meistens mit verhältnismäßig schneller Schubbelastung zu rechnen, wobei das überschüssige Porenwasser keine Zeit findet zum Entweichen oder Druckausgleich. Dann interessiert besonders der Grenzfall plötzlicher Schubbelastung, bei dem bekanntlich ein geringerer Gleitwiderstand erhalten wird. Dieser Grenzfall ist einer rechnerischen Behandlung zugänglich.

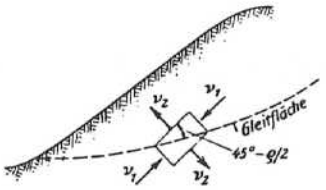


Abb. 11. Zusätzliche Erdkornspannungen beim Gleitungsbruch.

Wir setzen der Einfachheit halber zunächst ausreichend vorbelastetes Erdreich voraus, welches vor der zusätzlichen Belastung die allseits gleichen Erdkornpressungen $\bar{\nu}$ besitzen möge[33]). Durch die neu hinzukommende plötzliche Belastung werde nun das Erdreich bis zum Gleitflächenbruch überbelastet. Die Gesetze des Spannungsgleichgewichts im Grenzzustand zeigen[34]), daß dann die Druckrichtungen (Richtungen der größten Hauptspannungen) zu den Richtungen der Gleitfläche nach Abb. 11 den Winkel $45° - \frac{\rho}{2}$ einschließen, unabhängig von der Größe von k, und daß zwischen der größten Hauptspannung σ_1, der kleinsten Hauptspannung σ_2 und der Schubspannung τ_g in der Gleitfläche die Beziehungen bestehen:

$$\sigma_1 = \lambda \cdot \sigma_2 + 2\sqrt{\lambda} \cdot k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8a)$$

$$\tau_g = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos \rho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

mit $$\lambda = \operatorname{tg}^2\left(45° + \frac{\rho}{2}\right) = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} = \left(\sqrt{1 + \mu^2} + \mu\right)^2 \quad (10)$$

Durch die plötzliche Belastung bis zum Gleitungsbruch wird die Erdkornpressung in der Druckrichtung um ν_1 erhöht:

$$\sigma_1 = \bar{\nu} + \nu_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11a)$$

[25]) L. Jürgenson, The shearing resistance of soils. Journ. Boston Society of Civil Eng., July 1934.

[26]) Proc. of the Int. Conf. of Soil Mechanics, Vol. I, S. 54, Cambridge (Mass.) 1936.

[27]) B. Tiedemann im Handb. d. Bodenlehre, Bd. 10, Berlin 1932, und in den Mitteilungsheften 14 und 20 (Berlin 1933 u. 1935) der Pr. Versuchsanstalt sowie in Bautechn. 15 (1937), Heft 30, S. 400 u. Heft 33, S. 433.

[28]) M. J. Hvorslev, Ueber die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. Kopenhagen 1937.

[29]) K. v. Terzaghi, Die Coulombsche Gleichung für den Scherwiderstand bindiger Böden. Bautechn. 16 (1938), Heft 26, S. 343. Die in diesem Aufsatz gegen Tiedemann vorgebrachte Kritik besteht nicht zu Recht, da Terzaghi offensichtlich nicht beachtete, daß Tiedemann seine Versuche bei schneller Schubbelastung durchführte.

[30]) Ausführliche Erörterung dieser Streitfrage in der unter [22]) angekündigten Arbeit.

[31]) Nur für sehr feinkörnige Tone wird eine schwache Krümmung der τ_g-Linie erhalten, wodurch dann μ_0 für kleine Belastungen etwas größer ausfällt als für größere Pressungen.

[32]) In Abb. 10 sind die Ergebnisse von Hvorslev für Wiener Schlufften als Nullenkreise eingetragen.

[33]) Durch $\bar{\nu}$ kann neben der Erdauflast auch eine etwa vorhandene Vorspannung mit erfaßt werden; vgl. Gl. (1).

[34]) Vgl. Bautechn. 16 (1938), Heft 10/11, S. 155 u. 157.

und lotrecht dazu um v_2 erniedrigt (Zug) (vgl. hierzu auch Abb. 5):

$$\sigma_2 = \bar{v} - v_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11b)$$

Sieht man von Hysteresiserscheinungen ab, so gelten bei größerer Vorbelastung ($\sigma_1 < v_{\bar{v}}$) angenähert die Ansätze der Elastizitätslehre, und die Bedingung gleichbleibenden Rauminhaltes liefert dann für die ebene Aufgabe:

$$v_1 = v_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

(Nach Abb. 5 erhält man dieses Ergebnis für Federn gleicher Elastizität). Durch Verbindung der Gleichungen 8, 11 und 12 erhält man als Zwischenergebnis:

$$v_1 = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \bar{v} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k = \sin\rho \cdot \bar{v} + \cos\rho \cdot k \quad (13)$$

dessen Einsetzung in (9) unter Beachtung von (11) ergibt:

$$\tau_g = \cos^2\rho\,(\mu \cdot \bar{v} + k) = \frac{1}{1 + \mu^2}(\mu \cdot \bar{v} + k) \quad . \quad . \quad (14)$$

Da der Klammerausdruck den vollen Gleitwiderstand für sehr langsame Schubbelastung angibt, tritt hiernach durch die plötzliche Belastung eine Herabminderung des Gleitwiderstandes durch den Faktor $\cos^2\rho$ ein.

Dieses Ergebnis gilt allerdings voraussetzungsgemäß nur für größere Vorbelastung. Ist dagegen die Vorbelastung nicht größer als die jetzige Erdbelastung ($v_V = \bar{v}$), so ist der Unterschied der Formänderungen gegen Druck und Zug ($V \neq S$ für Belastung und Entlastung) in Betracht zu ziehen. Durch die Zugspannung v_2 entstehen dann offenbar geringere Formänderungen als durch eine gleich große Druckspannung v_1, weil erstbelastetes Erdreich sich unter Entlastung in geringerem Maße wieder ausdehnt, als es sich unter Belastung zusammendrücken läßt. Infolgedessen kann jetzt die Bedingung gleichbleibenden Rauminhaltes nicht das Ergebnis $v_2 = v_1$ liefern. Geht man von der Hypothese aus, daß die Querdehnungszahl (Poissonzahl) sowohl für die bleibenden als auch für die federnden (elastischen) Formänderungen den gleichen Wert aufweist, so erhält man vielmehr für die ebene Aufgabe als Ergebnis einer längeren Rechnung[35]):

$$v_2 = \frac{A}{Z} \cdot v_1 = \frac{S}{V} \cdot v_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12a)$$

und damit auf ähnlichem Wege wie vorhin für den Gleitwiderstand bei plötzlicher Schubbelastung:

$$\begin{aligned} \tau_g &= \frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S} \cdot \cos^2\rho\,(\mu \cdot \bar{v} + k) \\ &= (1 + \sin\rho)\,\frac{1 + V/S}{\lambda + V/S}\,(\mu\bar{v} + k) \end{aligned} \quad (14a)$$

Hier tritt also neben $\cos^2\rho$ noch als weiterer Abminderungsfaktor $\left(\frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S}\right)$ hinzu. Z. B. erhält man für den Wiener Schluff-ton nach Abb. 10 mit $\mu = 0{,}44$ ($\lambda = 2{,}35$) und $V/S \approx 0{,}22$ bei einer Belastung v von 4,88 kg/cm²:

$$\begin{aligned} \tau_g &= \frac{1 + 0{,}22}{2} \cdot \frac{2{,}35 + 1}{2{,}35 + 0{,}22} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}44^2} \cdot (0{,}44 \cdot 4{,}88 + 0{,}20) \\ &= 0{,}795 \cdot 0{,}838 \cdot (2{,}35) \approx 1{,}56 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Für Erstbelastung ist allerdings der natürliche Erddruck (Seitendruck) vor der zusätzlichen Belastung kleiner als der Auflastdruck $\bar{v}$; er sei zu $\lambda_n \cdot \bar{v}$ angesetzt. In diesem Falle (d. h. für $\lambda_n \neq 1{,}0$) ist $\bar{v}$ genauer durch $\frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot \bar{v}$ zu ersetzen. Im vorstehend behandelten Beispiel erhält man also mit $\lambda_n \approx 0{,}67$ (Wiener Schluffton) für den Klammerausdruck genauer:

$$\left(0{,}44 \cdot \frac{1 + 0{,}67}{2} \cdot 4{,}88 + 0{,}20\right) = (1{,}993)$$

und damit

$$\tau_g = 0{,}795 \cdot 0{,}838 \cdot (1{,}993) \approx 1{,}33 \text{ kg/cm}^2.$$

Dieser Wert ist in Abb. 10 als waagerechte Widerstandslinie eingetragen. Gegenüber $\tau_g = 2{,}34$ kg/cm² für ausreichend langsame Schubbelastung ist demnach in vorliegendem Falle für schnelle Belastung nur ein Gleitwiderstand von 56,5 % des vollen Wertes vorhanden.

[35]) Hierbei wird merkwürdigerweise die dritte zusätzliche Hauptspannung zu Null erhalten, was nicht von vornherein erwartet werden konnte. Ausführlicher Beweis s. Anm. [36]). Das gleiche Ergebnis wie Gl. (12a) liefert Abb. 5, wenn sich die Federkonstanten $c_1 : c_W$ wie $V : S$ verhalten.

Von der nachgewiesenen merklichen Herabsetzung des Gleitwiderstandes wird demnach vor allem erstbelastetes, d. h. jüngeres Erdreich betroffen. In der Tat wird bei jüngeren Anlandungen in Küstengebieten eine verstärkte Rutschneigung beobachtet. Manche dieser Rutschungen konnte man sich nach den bisherigen Gleitwiderstandsansätzen (etwa nach Linie A-B-C in Abb. 10) nicht recht erklären. Es sei z. B. hier auf die durch statistische Auswertung an Rutschungen gewonnene Folgerung von Terzaghi hingewiesen, wonach anscheinend nur eine mittlere Kohäsion (OA in Abb. 10) dem Abrutschen entgegenwirke*). Auch der Verfasser machte beim Nachrechnen von Rutschungen ähnliche Erfahrungen. Z. B. war eine große Kalkrutschung bei Laldorf (Sodawerke Bernburg), die seinerzeit das Bett der Saale völlig abschnitt, nur zu erklären, wenn der (in diesem Fall beträchtliche) Reibungsanteil des bisherigen τ_g-Ansatzes ganz unberücksichtigt gelassen wurde, wenn also nur mit der Gleitfestigkeit (OA) gerechnet wurde. Abb. 10 läßt nun erkennen, daß der wirkliche Gleitwiderstand tatsächlich in der Nähe des Gleitfestigkeitswertes (Kohäsion) nach üblichem Ansatz liegen kann. Es eröffnen sich damit neue Perspektiven sowohl für die Aufklärung eingetretener Rutschungen als auch für die Vorausberechnung der Rutschsicherheit von Böschungen und Dämmen. Auch die zulässige Grundbruchbelastung des Tongrundes kann jetzt mit größerer Genauigkeit ermittelt werden**). — Es mag noch darauf hingewiesen werden, daß für die Herabsetzung des Gleitwiderstandes von Ton primär die Bedingung gleichbleibenden Wassergehaltes maßgebend ist. Die Schubbelastung braucht also nicht unbedingt „schnell" zu erfolgen. Solange noch keine Aenderung des Wassergehaltes erfolgen kann, spielt das Zeitmaß der Belastung nur eine untergeordnete Rolle. Die Bedingung für einen verminderten Gleitwiderstand ist demnach im Bauwesen sehr oft erfüllt, und man wird im Einzelfalle immer sorgfältig überlegen bzw. nachweisen müssen, ob ein Ansatz des vollen Gleitwiderstandes (sehr „langsame" Belastung) zulässig ist.

Hinsichtlich der Anwendung der neuen Ergebnisse bei erdstatischen Berechnungen ist noch zu beachten, daß die Formeln (14) nur für die wirkliche (statisch ungünstigste) Gleitfläche gelten. Der Gleitflächenverlauf muß demnach durch bestimmte Anhaltspunkte gegeben sein. Soll die ungünstigste Gleitfläche jedoch durch den Vergleich von angenommenen Flächen nach dem Kleinstwert-Grundsatz ermittelt werden, so ist zu bedenken, daß Gl. (14) bzw. (14a) nur die Veränderliche $\bar{v}$, also eine reine Tiefenveränderlichkeit, enthalten. Dies wirkt sich rechnerisch so aus, als ob nur Festigkeit, aber keine Reibung angesetzt wäre, und es sind deshalb die Schubspannungen τ_{max} unter 45° zu den Hauptrichtungen in Betracht zu ziehen. Die wirkliche Gleitfläche ist dann allerdings nicht mit der am ungünstigsten beanspruchten „Schubfläche" identisch, sondern ist den Richtungen nach um etwa $\rho/2$ flacher geneigt, weil der Winkel zwischen Gleitfläche und Hauptspannungen nicht 45°, sondern $45° - \rho/2$ beträgt. Mit diesen Andeutungen müssen wir uns hier begnügen. Wie man mit Hilfe eines Spannungskreises, der die τ_g-Linie nach Gl. (7) berührt, leicht nachweisen kann, besteht allgemein die Beziehung zwischen τ_g nach Gl. (14) bzw. (14a) und τ_{max}:

$$\tau_g = \cos\rho \cdot \tau_{max} \text{ oder } \tau_{max} = \tau_g\sqrt{1 + \mu^2} \quad . \quad . \quad (15)$$

Die Festigkeit bindiger Erde.

Nach Klärung der Gleitwiderstandsfrage können wir nun auch die Zylinderdruckfestigkeit (v_D) unschwer berechnen. Die bisherigen Gleichungen (8), (10) und (11) bleiben hierbei gültig[36]) und an Stelle von (12) gilt jetzt für stärker vorbelastetes Erdreich ($v_V \gg \bar{v}$; $V \approx S$) und $\lambda_n = 1{,}0$:

$$v_2 = \frac{1}{2} \cdot v_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Das gleiche Ergebnis wird erhalten, wenn man sich das Modell in Abb. 5 noch durch einen zweiten waagerechten Kolbengang (lotrecht zur Bildebene) ergänzt denkt (räumliches Modell).

Mit Hilfe der Gl. (16) findet man zunächst auf dem gleichen Wege, der zur Gl. (13) führte, für die zusätzliche lotrechte Erdkompressung:

*) K. v. Terzaghi, Stability of Slopes of Natural Clay. Proc. Int. Conf. of Soil Mech. I, S. 161, Cambridge (Mass.) 1936.

**) Die angedeuteten Aufgaben sollen in besonderen Aufsätzen behandelt werden.

[36]) Vernachlässigt ist dabei neben der Druckplattenreibung allerdings die Tatsache, daß der Reibungswert μ (nach Terzaghi und Bernatzik) mit der mittleren Hauptpressung σ_3 etwas veränderlich ist, wonach für die vorliegende achsensymmetrische Aufgabe etwas geringere μ-Werte gelten als für die ebene Aufgabe.

$$\nu_1 = 2 \cdot \frac{\lambda - 1}{\lambda + 2} \cdot \bar{\nu} + \frac{4\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k = \frac{4}{3 - \sin\rho} (\sin\rho \cdot \bar{\nu} + \cos\rho \cdot k) \quad (17)$$

Bezeichnen wir nun mit ν_{K3} die Porenwasserspannung unter der Bruchbelastung, so muß offenbar einerseits die Druckfestigkeit ν_D zusammen mit der Kapillarspannung ν_{KB} ebenso groß sein wie die Erdkompressung σ_1 in der Druckrichtung und andererseits muß ν_{KB} der Erdkompressung σ_2 lotrecht zur Druckrichtung entsprechen:

$$\sigma_1 = \nu_D + \nu_{KB} \quad \text{und} \quad \sigma_2 = \nu_{KB} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

In Abb. 12 sind diese Spannungsüberlagerungen näher veranschaulicht. Abb. 12a zeigt die allseits gleich große Kapillarspannung ν_K $(= \bar{\nu})$ vor dem Druckversuch und in größerem Abstand die unter der Bruchlast neu hinzukommenden Erdkornspannungen ν_1 und ν_2. In Abb. 12b sind die Gesamtspannungen unter der Bruchlast dargestellt.

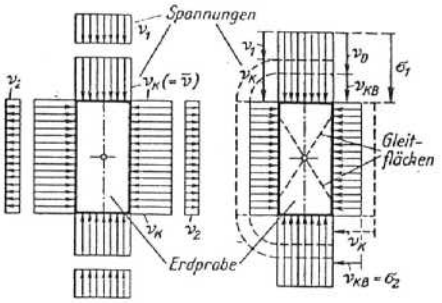


Abb. 12. Zur Ableitung der Formel für die Zylinder-Druckfestigkeit ν_D.

Man findet aus (18) nach Einsetzung von (16) und (17) und unter Beachtung von (11):

$$\nu_D = \frac{3}{2} \cdot \nu_1 = \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} (\mu \cdot \bar{\nu} + k) = \frac{6}{3\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} (\mu \cdot \bar{\nu} + k) \quad (19)$$

$$\nu_{KB} = \bar{\nu} - \frac{1}{2} \cdot \nu_1 = \frac{3(1 - \sin\rho)}{3 - \sin\rho} \cdot \bar{\nu} - \frac{2\cos\rho}{3 - \sin\rho} \cdot k$$

$$= \frac{3(\sqrt{1 + \mu^2} - \mu)\bar{\nu} - 2k}{3\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Die vor der Belastung vorhandene Kapillarspannung $\nu_K = \bar{\nu}$ hat demnach unter der Bruchbelastung einen um $1/2\,\nu_1$ niedrigeren Wert, und die Druckfestigkeit ν_D besteht zu $1/3$ aus dieser zeitweisen Verminderung der Kapillarspannung (vgl. Abb. 12). In ähnlicher Weise kann man auch die Zugfestigkeit ν_Z berechnen und findet

$$\nu_Z = \frac{6\sqrt{\lambda}}{2\lambda + 1} (\mu \bar{\nu} + k) \quad \text{mit} \quad \frac{6\sqrt{\lambda}}{2\lambda + 1} = \frac{6\cos\rho}{3 + \sin\rho} = \frac{6}{3\sqrt{1 + \mu^2} + \mu}.$$

Für erstbelastetes Erdreich ($\nu_V = \nu$; $V < S$; $\lambda_n < 1{,}0$) ist die Druckfestigkeit ν_D von der Druckrichtung abhängig. Es seien hier nur die Ergebnisse angegeben. Für eine gewachsene Erdprobe ist jetzt nicht mehr $\nu_K = \bar{\nu}$ (vor der zusätzlichen Belastung) sondern

$$\nu_K = \frac{2\lambda_n + V/S}{2 + V/S} \cdot \nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Als Druckfestigkeit findet man für lotrechte Druckrichtung

$$\nu_D = \frac{1 + 2 \cdot V/S}{3} \cdot \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \left(\mu \cdot \frac{1 + 2\lambda_n \cdot V/S}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot \bar{\nu} + k\right) \quad (22a)$$

und für waagerechte Druckrichtung

$$\nu_D = \frac{1 + 2 \cdot V/S}{3} \cdot \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \left(\mu \cdot \frac{\lambda_n + 2 \cdot V/S}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot \bar{\nu} + k\right) \quad (22b)$$

als Zugfestigkeit für lotrechte Zugrichtung

$$\nu_Z = \frac{2 + V/S}{3} \cdot \frac{6\sqrt{\lambda}}{2\lambda + V/S} \left(\mu \cdot \frac{2\lambda_n + V/S}{2 + V/S} \cdot \bar{\nu} + k\right) \quad . \quad . \quad (23a)$$

und für waagerechte Zugrichtung

$$\nu_Z = \frac{2 + V/S}{3} \cdot \frac{6\sqrt{\lambda}}{2\lambda + V/S} \left(\mu \cdot \frac{2 + \lambda_n \cdot V/S}{2 + V/S} \cdot \bar{\nu} + k\right) . \quad . \quad (23b)$$

Die sich nach diesen Formeln für lotrechte Kraftrichtung ergebenden Werte des Wiener Schlufftons $\nu_D = 3{,}37$ und $\nu_Z = 2{,}36$ kg/cm² sind in Abb. 10 als strichpunktierte Mohr'sche Spannungskreise eingetragen (was natürlich nicht zulässig ist!). Die Berührende an diese Halbkreise liefert formal den Gleitwiderstand:

$$\tau_g = 1{,}41 + 0{,}177\,\nu,$$

während der wirkliche Gleitwiderstand vorstehend zu $\tau_g = 1{,}33$, also merklich geringer, ermittelt wurde. Hierdurch ist wohl ausreichend das zuweilen empfohlene Vorgehen mit Mohr'schen Spannungskreisen widerlegt, die in der für feste Körper üblichen Weise aufgetragen werden[37]).

Die rechnerisch erhaltenen Werte für τ_g und ν_D werden zur Zeit im Dresdener Institut für Erd- und Grundbau durch Versuche nachgeprüft. Darüber wird gelegentlich berichtet werden. In der angekündigten Arbeit[22]) ist außerdem eine zufriedenstellende Nachprüfung an Hand der Versuche von Tiedemann und Hvorslev erfolgt.

Die abgeleiteten Formeln für τ_g und ν_D ergeben die Möglichkeit einer Verknüpfung dieser beiden Werte. Z. B. findet man für $V \approx S$ (stärkere Vorbelastung):

$$\tau_g = \frac{1}{6} \cdot \cos\rho\,(3 - \sin\rho)\,\nu_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \mu^2} \left(\sqrt{1 + \mu^2} - \mu/3\right) \cdot \nu_D \quad (24)$$

Die leicht feststellbare Druckfestigkeit ν_D liefert hiernach einen Anhaltspunkt für die Größe des Gleitwiderstandes τ_g. Andererseits können die Zerdrückungsversuche herangezogen werden, um $\bar{\nu}$ und damit das evtl. vorhandene natürliche ν_K zu erhalten. Hierbei müssen allerdings die Werte μ und k durch besondere Versuche ermittelt worden sein; meist genügt aber schon eine Einschätzung dieser Werte mit Hilfe von Wasserzahl-Kennwerten[38]). Nach dem Vorliegen der Dresdener Versuchsergebnisse kommen wir auf die genannten Abhängigkeiten ausführlicher zurück.

Ersetzen wir in den vorstehenden Formeln für ν_D die Erdkompressung $\bar{\nu}$ durch ihre Anteile

$$\bar{\nu} = \Sigma\gamma \cdot \Delta z + \bar{\nu}_K = \bar{\nu}_g + \bar{\nu}_K$$

mit ν_g als Erdauflast und ν_K als Vorspannung in der Natur, so erhalten wir eine völlige Trennung nach Einzelursachen der Festigkeit in der Form:

$$\nu_D = \underbrace{m_1 \cdot \bar{\nu}_g}_{\text{Einfluß von Erdauflast}} + \underbrace{m_1 \cdot \bar{\nu}_K}_{\text{Kapillardruck (Vorspannung)}} + \underbrace{m_2 \cdot k}_{\text{Eigenfestigkeit (bzw. Vorbelastung)}} \quad (25)$$

wobei die m-Konstanten nur von μ abhängig sind und k obendrein nach (8) etwa verhältnisgleich mit der Vorbelastung zunimmt. Z. B. kann man Gl. (19) in der Form schreiben:

$$\nu_D = \frac{6\mu}{3\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} (\bar{\nu}_g + \bar{\nu}_K) + \frac{6k}{3\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} \quad (19a)$$

Einige Ergänzungen zum Thema „Gleitwiderstand".

Auch nach den Gleitwiderstandsformeln erhält man eine ähnliche Trennung nach Einzelursachen in der Form

$$\tau_g = \bar{m}_1 (\bar{\nu}_g + \bar{\nu}_K) + \bar{m}_2 \cdot k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Hiernach sind Standsicherheits-Aufgaben leicht durchzurechnen, worauf hier jedoch nicht weiter eingegangen werden kann. — Aus den Formeln für τ_g geht übrigens klar hervor, daß durch die zusätzliche Belastung keine Vergrößerung der Reibungswiderstände in der Gleitfläche erfolgt (wie z. B. bei sandigem Erdreich), sondern sogar eine Verringerung des vorher vorhandenen Gleitwiderstandes. Dadurch wird die oft überraschend geringe Tragfähigkeit eines Tongrundes für ausgedehntere Belastungen erklärlich.

Für den Gleitwiderstand in der Natur sind selbstverständlich noch gewisse Abweichungen von den Laboratoriumswerten in Betracht zu ziehen. So kann z. B. die Neigung von Erdschichten die Ausbildung von Gleitflächen begünstigen. Auch kommen zuweilen dünne Ton- oder Schlick-Zwischenlagen als „natürliche" Gleitflächen in Frage. Schließlich sind in stark verdichteten, festen Tonen des öfteren vorgebildete Gleitflächen vorhanden, entstanden wahrscheinlich durch frühere Ueberbeanspruchungen. Auf Grund dieses Umstandes besitzen feste Tone oft nicht die Tragfähigkeit, die

[37]) Für waagerechte Kraftrichtung findet man $\nu_D = 2{,}93$ und $\nu_Z = 3{,}15$ kg/cm², also $\nu_Z > \nu_D$. Angenähert ist: $\tau_{max} \approx \frac{1}{4}(\nu_D + \nu_Z)$.

[38]) Hierüber soll an anderer Stelle berichtet werden.

ihnen nach ihrer sonstigen Beschaffenheit eigentlich zukommen müßte[39]). Die Herabminderung des Gleitwiderstandes durch vorgebildete Gleitflächen kann nur durch Zerdrücken von möglichst großen Probezylindern oder -prismen einigermaßen zuverlässig erhalten werden, weil das Netz solcher Gleitflächen anscheinend grobmaschig ist. — Inwieweit auch der Formänderungseinfluß noch den Gleitwiderstand der Tone bei schneller Belastung herabsetzt[40]), kann einstweilen nur an Hand von Schadensfällen oder Ueberbeanspruchungen nachgeprüft werden.

Zusammenfassende Schlußbetrachtung.

Eine „Statik bindigen Baugrundes" kann an der durch die „Geschichte" einer Erdschicht bedingten „Vorbelastung" und an der durch Kapillarwirkungen verursachten „Vorspannung" nicht vorbeigehen und muß außerdem bei der meist vorliegenden „schnellen" Belastung durch Bauwerke den beherrschenden Einfluß der Porenwasser-Spannungen berücksichtigen. Bei der rechnerischen Verfolgung des zeitlichen Ausgleiches der zusätzlichen Porenwasser-Spannungen stößt man auf bisher noch ungelöste Aufgaben, deren genaue Lösungen sehr schwierig sein dürften, so daß man versuchen wird, mit Näherungslösungen zum Ziel zu kommen.

Bei allen Problemen des Spannungsgleichgewichtes bindigen Erdreiches ist zu bedenken, daß man es mit den Spannungsfeldern der beiden sich einander durchdringenden Körper: dem Erdkorngerüst und dem Porenwasser, zu tun hat. Diese Spannungsfelder beeinflussen sich gegenseitig, wobei ihre Verknüpfung letzten Endes durch die Raumänderungen der Einzelelemente gegeben ist. In der Anfangszeit nach einer „Schnellbelastung" (solange der Wassergehalt noch unverändert ist) muß der Rauminhalt jedes Elementes unverändert sein. Diese Bedingung ermöglicht für einfachere Sonderfälle eine rechnerische Beantwortung der Frage nach der Beanspruchung oder auch der Festigkeit. In dieser Weise gelingt insbesondere eine Zurückführung der Festigkeit und des Gleitwiderstandes auf die Einflüsse des Eigengewichtes, der Vorspannung und der Eigenfestigkeit. Das für Standsicherheits-Untersuchungen wichtige Problem des Ansatzes der Schubwiderstände in Gleitflächen bei relativ schneller Belastung bindigen Erdreiches dürfte damit einer grundsätzlichen Klärung nähergebracht sein. Die aufgestellten Hypothesen und erhaltenen Ergebnisse gewähren eine neue Ausgangsstellung für die Deutung und rechnerische Ueberprüfung baupraktischer Beobachtungen und sollten durch weitere Versuche oder durch Setzungsbeobachtungen oder Grundbrüche einer vielseitigen Kritik bzw. Ergänzung unterzogen werden.

[39]) Ein Beispiel dieser Art bringt der Verfasser in der unter [22]) angekündigten Arbeit.

[40]) Vgl. S. 62 u. 63 der Schrift des Verfassers: Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen. Nr. 67 des Archives für Wasserwirtschaft. Berlin 1943.

Die Zusammendrückbarkeit des Baugrundes

Zu diesem Aufsatz von Dr. Jelinek in Heft 4/1949, S. 103—105, erhielten wir folgende Zuschrift:

In dem vorstehend genannten Aufsatz versucht Herr Dr.-Ing. Jelinek den Nachweis, daß die von mir angegebene Formel für die Verdichtungszahl $V = v \cdot p^{\omega}$ ($\omega \leq 1{,}0$) annähernd zurückgeführt werden könne auf eine bekannte, von Terzaghi aufgestellte Formel. Abgesehen davon, daß für diesen Nachweis eine Näherung benutzt wird, ohne die Genauigkeit dieser Näherung zahlenmäßig vorzuführen, ist m. E. aber doch zu bezweifeln, daß die angebliche „Ausgangsgleichung" von Terzaghi zu übersichtlicheren Ergebnissen führt als mein vorstehender Ansatz. Die von Dr. Jelinek angedeutete Ermittlung der spezifischen Setzungen mit Hilfe der Gleichung der Versuchskurve ist nämlich zu umständlich und die unmittelbare Verwendung der Verdichtungszahl bedeutend einfacher und auch zahlenmäßig leichter einprägsam und vergleichsfähig. Bei stark unterschiedlichen Druckwerten vor und nach der Zusatzbelastung kann dabei für p der geometrische Mittelwert eingesetzt werden.

Im übrigen bemerke ich — was Dr. Jelinek leider nicht andeutete — daß ich auf Grund zahlreicher Versuche für stärker bindiges Erdreich die Gleichung $V = v \cdot p$, also $\omega = 1{,}0$ erhielt und für weniger bindige (sandige) Erdstoffe sowie für Sand und Kies die genauere Formel

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{v_1 \cdot p} + \frac{1}{v_2 \cdot \sqrt{p}}$$

angab, deren allgemeiner Charakter von der Terzaghi-Formel stark abweicht, wie man an Hand einer halblogarithmischen Auftragung leicht nachweisen kann (Versuchspunkte für mittelfeinen Ton s. „Bautechnik" 1949, S. 130, H. 5). Ich hoffe, bald die Zeit zu finden, nun endlich auch den schon lange angekündigten versuchsmäßigen Nachweis für die Richtigkeit meiner Formeln vorzuführen.

Meine vorstehend angegebene Potenzformel dient hauptsächlich der rechnerischen Vereinfachung. Man ist deshalb nicht berechtigt, mir auf dem Umwege über diese Formel eine Entlehnung Terzaghischer Ansätze nachzuweisen, „ohne auf die Zusammenhänge näher einzugehen". Auch sonst muß ich — bei aller Anerkennung der wertvollen Forschungsergebnisse v. Terzaghis — die hin und wieder zu beobachtende Gepflogenheit der Terzaghischen Schule ablehnen, alle wertvollen Errungenschaften der Baugrundmechanik ihrem Meister zuzuschreiben. Ohde

Erwiderung:

In meinem Beitrag habe ich versucht, die praktische Gleichwertigkeit der von v. Terzaghi, Ohde und Bendel angegebenen Formeln, die den Verdichtungsvorgang einer unter Druckbeanspruchung stehenden Bodenprobe beschreiben, zu zeigen. Diese Gleichwertigkeit ist zwischen der Terzaghi'schen und Bendel'schen Formel streng erfüllt, wogegen zwischen der Terzaghi- und Ohde'schen Formel, infolge der Vernachlässigung der quadratischen und höheren Glieder eine Reihe kleiner Differenzen auftreten. Diese sind, wie ich bereits angeführt habe, meist so klein, daß die Abweichungen innerhalb der Zeichengenauigkeit liegen. Da die genannten Verfasser die Formeln unabhängig voneinander gefunden haben, erscheint mir der Nachweis der Gleichwertigkeit nur eine Bestätigung für die Richtigkeit der Ergebnisse zu sein, also unser Streben nach Naturerkenntnis, auf das es aber einzig und allein ankommt, nur zu befriedigen.

Der allgemeine Nachweis für die Brauchbarkeit der Näherung ist aus der Reihe selbst zu ersehen:

$$1 + \frac{\ln(p+p_c)}{c_1} + \frac{1}{2}\left[\frac{\ln(p+p_c)}{c_1}\right]^2 + \frac{1}{6}\left[\frac{\ln(p+p_c)}{c_1}\right]^3 + \cdots$$

Die Konstante C_1 ist im angeführten Zahlenbeispiel $C_1 = 14{,}59$ und erreicht bei weniger plastischen Böden $C_1 = 100$ und mehr. Für das Zahlenbeispiel, das von mir absichtlich an einem sehr plastischen Material mit niederem C_1-Wert demonstriert wurde, lautet die Reihe für die größte angeführte Last $p = 6{,}74$ kg/cm²:

$$1 + 0{,}1307 + 0{,}0085 + 0{,}0037 + 0{,}00001 + \ldots.$$

Die Summe der ersten beiden Glieder mit 1,131 weicht vom genauen Wert $(6{,}74 + 0{,}012)^{0{,}0625} = 1{,}139$ nur sehr wenig ab. Die Steifeziffer für diese Laststufe ergibt nach der Gleichung von Terzaghi $S = 6{,}752\ (14{,}59 - \ln 6{,}752) = 85{,}7$ kg/cm² und auf Grund der Näherung $S = 14{,}59 \cdot 6{,}752^{0{,}9314} = 86{,}2$ kg/cm², d. h. der Wert ist um 0,6% größer. Für alle kleineren Laststufen bzw. für Böden mit einem größeren C_1 als hier gezeigt, ist die Übereinstimmung noch besser und der Fehler bewegt sich für mittlere Böden um 0,1%. Eine weitere Näherung kann noch durch Vernachlässigung des Quotienten $\frac{1}{c_1}$, wenn dieser gegenüber 1 sehr klein ist, erfolgen, wobei man die bereits 1925 von v. Terzaghi angegebene Form

$$S = v \cdot p \text{ bzw. } S = v\,(p + p_c)$$

erhält. Zwischen diesen beiden Näherungen liegt an Genauigkeit jene dazwischen, die von der Reihe

$$\sqrt{p+p_c} = 1 + \frac{1}{2}\ln(p+p_c) + \frac{1}{8}\left[\ln(p+p_c)\right]^2 + \frac{1}{24}\left[\ln(p+p_c)\right]^3 + \cdots$$

Gebrauch macht. Schreibt man nämlich für

$$S = (p+p_c)\left[c_1 - \ln(p+p_c)\right] = \frac{p+p_c}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_1^2}\ln(p+p_c)} =$$

$$= \frac{p+p_c}{\frac{c_1-2}{c_1^2} + \frac{2}{c_1^2}\left[1 + \frac{1}{2}\ln(p+p_c)\right]}$$

so kann man für den Ausdruck in der eckigen Klammer auf Grund der vorhin angeführten Reihe, wenn die quadratischen und höheren Glieder vernachlässigt werden, $\sqrt{p+p_c}$ schreiben und erhält mit den Abkürzungen $v_1 = \frac{c_1^2}{c_1-2}$ und $v_2 = \frac{c_1^2}{2}$

$$S = \frac{p+p_c}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\sqrt{p+p_c}}$$

oder wenn wir den reziproken Wert $\frac{1}{S}$ nehmen:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{v_1(p+p_c)} + \frac{1}{v_2\sqrt{p+p_c}}$$

Diese Näherung ist aber nur für sandigere, d. h. weniger bindige Böden zulässig. Der Ausdruck stimmt für $p_c = 0$ mit der von Ohde gefundenen Formel

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{v_1 p} + \frac{1}{v_2\sqrt{p}}$$

überein, die ebenfalls nur für sandige und kiesige Böden gilt.

Die Untersuchung eines sandigen Schluffbodens (oberbayerischer Flinz) ergab $S = (p + 0{,}35)\ [114{,}7 - \ln(p + 0{,}35)]$. Bei der größten verwendeten Laststufe $p = 7{,}03$ kg/cm² ergab sich ein S-Wert mit 832 kg/cm². Die für sandige Böden angeführte Näherung ergibt mit $v_1 = 116{,}7$ und $v_2 = 6580$ eine Steifeziffer bei $p = 7{,}03$ kg/cm² von $S = 823$ kg/cm². Dieser Wert ist um 1,2% kleiner als der mit der Terzaghi'schen Formel gefundene. Dr. Jelinek

JAHRGANG 1950

Straßen- und TIEFBAU

VERLAG: STRASSEN- UND TIEFBAU VERLAGSGESELLSCHAFT M. B. H., BERLIN-PANKOW
SCHONENSCHE STRASSE 41

Nochmals: Die Zusammendrückbarkeit des Baugrundes

Die Erwiderung von Herrn Dr. Jelinek auf meine Zuschrift in Heft 11/1949 dieser Zeitschrift wird m. E. in mehrfacher Hinsicht dem wirklichen Sachverhalt nicht gerecht. Ich sehe mich daher genötigt, folgendes zu bemerken:

1. Es ist nicht richtig, daß die Formeln von Terzaghi und mir über die Zusammendrückung bei der Erstbelastung praktisch gleichwertig sind oder daß die Differenzen zwischen beiden Formeln innerhalb der Zeichengenauigkeit liegen. Die von Jelinek gegebenen Zahlenvergleiche sind einseitig und lassen weder die Differenzen noch die grundsätzlichen Unterschiede erkennen. Um beides zu zeigen, habe ich zwei typische Beispiele meiner Versuche ausgewählt und den Setzungsverlauf nach meinem Vorschlage logarithmisch dargestellt[1]). Abb. 1 zeigt die Ergebnisse für einen mittelfeinen Ton als typischen Fall des für Tone gültigen Gesetzes $V = v \cdot p$, während Abb. 2 die Setzungslinie eines Feinsandes zeigt mit der Gleichung (volle Linie): $1/V = 1/v_1 \cdot p + 1/v_2 \sqrt{p}$ oder angenähert (gestrichelte Linie): $V = v \cdot p^{\omega}$. Zum Vergleich sind in beiden Abbildungen die Werte der Terzaghi-Formel in der von Jelinek angegebenen Form

$$z = z_0 - C \cdot \ln (p + p_c)$$

punktiert eingetragen, wobei die Konstanten z_0, C und p_c so gewählt wurden, daß die zugehörige Kurve durch die Versuchspunkte für 0,1, 1,0 und 10,0 kg/cm² Belastung hindurchgeht. In Abb. 2 ist außerdem noch die Kurve nach meiner Näherungsformel $V = v \cdot p$ gestrichelt eingetragen und in Abb. 1 (strichpunktiert) die Kurve nach der Formel von Terzaghi unter Fortlassung der Konstanten p_c, letztere deshalb, weil sich p_c negativ ergibt, was physikalisch nicht sein darf, wie man auch an der lotrechten Ausmündung für kleine Belastungen (in der Nähe von p_c) erkennt.

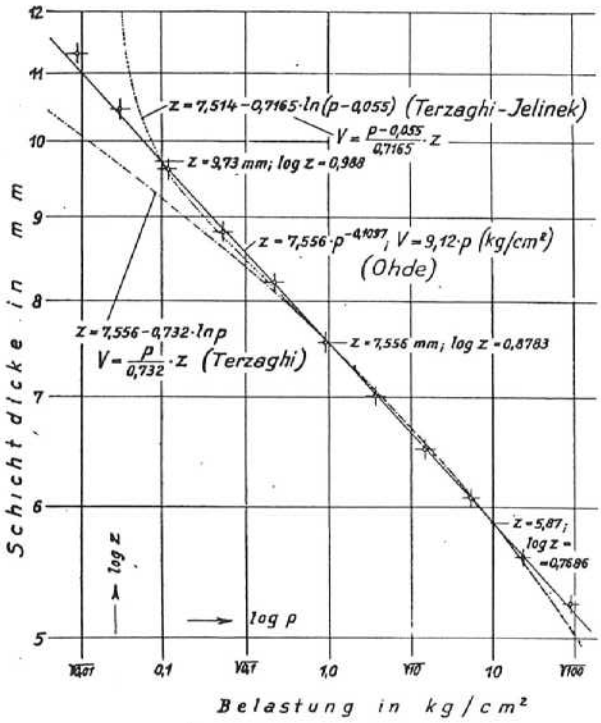


Abb. 1. Druck-Setzungs-Linie für einen mittelfeinen Ton

Die Abbildungen zeigen für zwei durchaus normale Fälle wohl deutlich genug, daß die Abweichungen der Formeln von Terzaghi und mir **nicht** mehr innerhalb der Zeichengenauigkeit liegen[2]). Dies wird noch deutlicher, wenn man die nach den Formeln erhaltenen Verdichtungszahlen $V_{1,0}$ für 1,0 kg/cm² Belastung miteinander ver-

[1]) Der Leser vgl. meinen Aufsatz in „Bautechnik" 1949, Heft 5, über „Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes . . . .".

[2]) Natürlich hängen diese Differenzen von dem Belastungs-Bereich ab, den man zugrunde legt. Die technisch interessierenden Pressungen liegen meist zwischen 0,1 und 10 kg/cm². Für kleinere Intervalle lassen sich alle Kurven miteinander zur Deckung bringen. Von einer zutreffenden Formel muß man aber die Gültigkeit für einen möglichst großen Bereich erwarten.

gleicht[3]). Nach meiner Formel gilt für den Ton: $V_{1,0} = 9{,}12$ kg/cm², während sich nach Terzaghi-Jelinek ergibt:

$$V_{1,0} = \frac{1{,}0-0{,}055}{0{,}7165}\left[7{,}514-0{,}7165 \ln (1{,}0-0{,}055)\right] = 9{,}96 \text{ kg/cm}^2$$

und nach der vereinfachten Formel von Terzaghi:

$$V_{1,0} = \frac{1{,}0}{0{,}732}\left[7{,}556-0{,}732 \ln 1{,}0\right] = 10{,}32 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit $\frac{9{,}96}{9{,}12} = 1{,}092$ und $\frac{10{,}32}{9{,}12} = 1{,}131$ werden also hier nach Terzaghi um etwa 10% größere Werte für $V_{1,0}$ erhalten. Für den Feinsand nach Abb. 2 gilt nach meiner genaueren Formel:

$$\frac{1}{V_{1,0}} = \frac{1}{797 \cdot 1{,}0} + \frac{1}{343 \cdot \sqrt{1{,}0}} = 0{,}00417 \text{ oder } V_{1,0} = 240 \text{ kg/cm}^2$$

und nach meiner Näherungsformel: $V_{1,0} = 229$ kg/cm².

Mit $\frac{229}{240} = 0{,}954$ erhält man also angenähert 4,6% weniger.

Nach Terzaghi erhält man dagegen

$$V_{1,0} = \frac{1+0{,}55}{0{,}01447}\left[1{,}82078-0{,}01447 \ln (1+0{,}55)\right] = 194{,}2$$

oder mit 194,2/240 = 0,809 rd. 19% weniger. Nach Jelinek gewinnt man den Eindruck, als ob die Fehler der Formel von Terzaghi etwa nur 1% betragen; meine vorstehenden Darlegungen zeigen dagegen, daß Fehler von 10 bis 20% für den Druckbereich von 0,1 bis 10 kg/cm² vorkommen.

2. In grundsätzlicher Hinsicht zeigen die Beispiele in Abb. 1 und 2, daß die Versuchswerte sich mit den von mir angegebenen Formeln decken, daß aber die Formeln von Terzaghi offenbar nicht hinreichend genau gelten[4]). Man ist deshalb nicht berechtigt, von einer praktischen Gleichwertigkeit der Formeln von Terzaghi und mir zu reden. — Allerdings will ich hier nicht verschweigen, daß es manche Erdstoffe gibt, deren Druck-Setzungs-Linie auch durch die Formel von Terzaghi recht gut wieder gegeben wird (z. B. bei manchen feinsandig-schluffigen Tonen und Faulschlammen). Man kann dieses schon nach Abb. 1 und 2 vermuten, denn da in Abb. 1 für mittelfeinen Ton nach Terzaghi eine zu große Verdichtungszahl erhalten wird, nach Abb. 2 dagegen für Feinsand eine zu kleine Verdichtungszahl, so gibt es offenbar einen Zwischenbereich, wo die Formeln übereinstimmende Ergebnisse liefern. Solche Fälle mögen Prof. v. Terzaghi zur Aufstellung seiner Formel veranlaßt haben. — Für manche in gestörtem Zustand untersuchten Tone kann man im Bereich kleiner Belastungen einen Setzungsverlauf nach Terzaghi erhalten, wenn man die Erdprobe etwa mit dem Wassergehalt der Fließgrenze in das Druckgerät einbringt. Ein solches Vorgehen entspricht jedoch nicht dem Verdichtungsvorgang in der Natur. Zur Nachahmung dieses Zustandes muß man die Erdprobe viel flüssiger in das Versuchsgerät einbringen und erhält dann fast immer[5]) eine Druck-Setzungslinie nach meinem Gesetz: $V = v \cdot p$. Der stichhaltigste Nachweis für die Gültigkeit dieses Gesetzes wird jedoch durch Versuche mit ungestört entnommenen Erdproben erhalten. Durch eine größere Anzahl solcher Versuche fand ich immer wieder bestätigt, daß meine Formeln richtiger sind als die Formel von Terzaghi[4]).

3. In seiner Erwiderung behauptet Herr Jelinek, meine Formel für Ton: $V = v \cdot p$ gehe schon auf Terzaghi zurück. Diese Äußerung wird aber dem wirklichen Sachverhalt nicht gerecht und unterstreicht wieder einmal die Notwendigkeit der Schlußbemerkung meiner ersten Zuschrift. Eine Durchsicht des bekannten wertvollen Buches von Terzaghi: „Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage" (Leipzig 1925, Fr. Deuticke) ergibt nämlich folgendes:

Terzaghi hat für die Ausdehnungszahl (Schwellzahl) bei verhinderter Seitendehnung angeschrieben (S. 87): $E_s \approx A \cdot p$, für die Elastizitätszahl bei Würfeldruckversuchen setzt er (S. 94/95): $E = c_s \cdot p_s$ mit p_s als Kapillardruck und schließlich nimmt er die Elastizitätszahl bei verhinderter Seitendehnung an (S. 109): $E_v = c_v \cdot p_k$ mit p_k als wirksamen Innendruck. Hieraus geht hervor, daß Terzaghi wohl die Federung (Schwellung) dem wirksamen Druck proportional angesetzt hat, er hütet sich aber, eine solche Beziehung für die Erstbelastung (bleibende Formänderungen) zu übernehmen, was m. E. am besten beweist, daß Terzaghi von der Gültigkeit der Beziehung $V = v \cdot p$ nicht überzeugt war. Auch in späteren Veröffentlichungen gibt Terzaghi für die Erstbelastung nirgends die Beziehung $V = v \cdot p$ an. Ich bin durch die Versuche auf diese einfache Funktion geführt worden, indem ich die Exponenten ω der Gleichung $V = v \cdot p^{\omega}$ ermittelte und dabei fand, daß ω für vollbindige Erde fast immer nahezu 1,0 war.

J. Ohde.

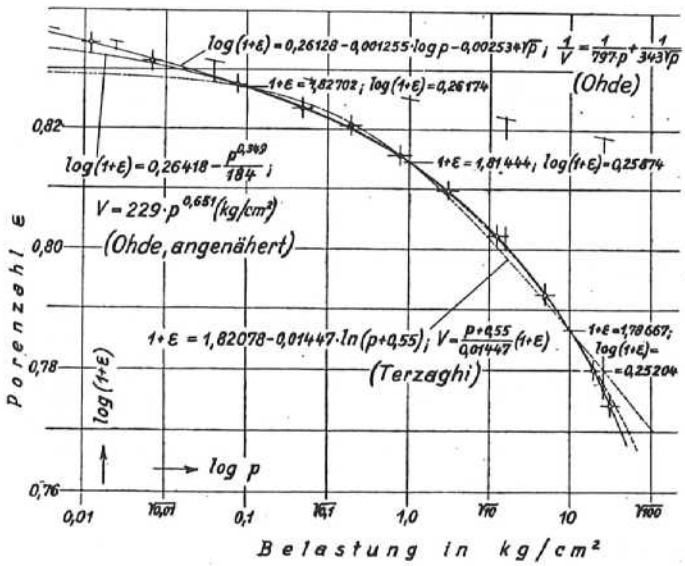


Abb. 2. Druck-Setzungs-Linie für einen Feinsand.

[3]) Jelinek setzt an Stelle von V in Anlehnung an Kögler und Scheidig die „Steifeziffer" S, d. h. es ist V = S.

[4]) In einer geplanten Arbeit werde ich diese Feststellungen an einer großen Anzahl von Beispielen noch weiter nachweisen.

[5]) Vereinzelt fand ich sogar Setzungslinien für bindige Proben mit $\omega > 1{,}0$, was eine noch größere Abweichung von der Terzaghi-Formel bedeuten würde.

Der Eindringungswiderstand von Fundamenten als Grundlage für die Festlegung der zulässigen Baugrundbelastung.[1])

Von Johann Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

1. Allgemeine Gesichtspunkte.

Zur Festlegung der zulässigen Fundamentbelastung sind bekanntlich je nach der Gründungsart und der Zweckbestimmung des Bauwerkes verschiedene Gesichtspunkte zu beachten. Die wichtigsten sind:

1. Gegenüber der Einbruchbelastung oder Grenzbelastung muß eine ausreichende Sicherheit vorhanden sein.
2. Die mittleren Setzungen oder Verschiebungen des Fundamentes sollen nicht zu groß ausfallen und
3. Die Setzungsunterschiede oder Verbiegungen des Fundamentes dürfen ein bestimmtes Maß nicht überschreiten, damit gegen Biegebruch des Fundamentes eine genügende Sicherheit verbleibt.

Die ersten beiden Forderungen — also ausreichende Einbruch-Sicherheit und nicht zu große Setzungen — sind in jedem Falle zu erfüllen; sie sind aber auch klar und durchsichtig und der rechnerischen Behandlung bis zu einem gewissen Grade zugänglich, da in der Hauptsache nur die Eigenschaften des Untergrundes allein in Betracht kommen. Bei der dritten Forderung nach Begrenzung der Setzungsunterschiede ist dagegen auch die Steifigkeit des Fundamentes und seines Oberbaues zu beachten; m. a. W. die Setzungsunterschiede sind konstruktiv beeinflußbar und daher nicht von vornherein zahlenmäßig bestimmbar. — Bei völlig starren Fundamenten treten im allgemeinen keine Setzungsunterschiede auf; doch ist in solchen Fällen die starke Pressungszunahme unter dem Fundamentrande zu beachten[2]). Je ausgedehnter und biegsamer jedoch eine Gründung ist — man denke z. B. an Plattengründungen — desto mehr überwiegt der Einfluß der Verbiegungen und die zuerst genannten beiden Forderungen treten in den Hintergrund, weil sie meistens von vornherein erfüllt sind. Denn Rissebildung oder Bruch sind dann bekanntlich fast nur noch eine Funktion der Verbiegungen oder Setzungsunterschiede; solche Fundamente können nämlich schon überbeansprucht sein, wenn die zulässige Belastung noch längst nicht erreicht ist und auch die mittlere Setzung noch gering ist. Die dritte Forderung nach Begrenzung der Setzungsunterschiede hängt also ihrem Wesen nach kaum noch mit der Frage nach der zulässigen Belastung des Baugrundes zusammen und kann daher bei der weiteren Betrachtung unbeachtet bleiben[3]). Tatsächlich sind denn auch die Berechnungsverfahren für biegsame Fundamente[4]) ganz anderer Art als die Verfahren zur Festlegung der zulässigen Baugrundbelastung.

Was nun die an zweiter Stelle genannte Forderung anbelangt, so hängt die Größe der mittleren Setzung, die im Einzelfalle noch zugelassen werden kann, naturgemäß von dem gewählten statischen System des Oberbaues sowie auch von der Zweckbestimmung des Bauwerkes ab. Da Setzungen sich heute einigermaßen vorausberechnen lassen, so kann man in manchen Fällen das Fundament etwas überhöht einbauen, so daß es nach eingetretener Setzung die gewünschte Höhenlage einnimmt. Dadurch verliert auch die Forderung nach Begrenzung der Gesamtsetzungen für viele Fälle an Wichtigkeit, wenn man von dem Sonderfalle der starken Zunahme der Einsenkungen in der Nähe der Bruchlast absieht, denn dieser Sonderfall wird bereits durch die Bedingung nach ausreichender Bruchsicherheit ausgeschaltet. Es wird daher nur eine geringe Anzahl von Bauwerken übrigbleiben, für die allerdings die Gründung so gestaltet werden muß, daß die Setzungen das gewünschte oder rechnerisch bedingte Maß nicht überschreiten. In den weitaus meisten Fällen bleibt aber nur noch die zuerst genannte Bedingung nach ausreichender Sicherheit gegen Einbruch maßgebend für die Festlegung der zulässigen Belastung des Baugrundes. Dies leuchtet auch ohne weiteres ein, wenn man mit den üblichen Bemessungsverfahren in der Festigkeitslehre vergleicht. Ebenso wie man bei den festen Baustoffen eine hinreichende Sicherheit gegen Bruchbelastung fordert, muß man auch beim Baugrund eine Ueberlastung der inneren Schubfestigkeit ausschließen. Dies wird wohl auch kaum bestritten. Man zögert aber, die Umkehrung dieser Folgerung ebenfalls gutzuheißen, daß nämlich der Baugrund auch bis zur Grenze ausreichender Einbruchsicherheit belastet werden darf. Auf solche Einwendungen komme ich am Schluß meiner Darlegungen noch zurück. Vorerst dürfte mein Standpunkt, als Fundamentbelastung einen gewissen Bruchteil, z. B. je nach den Umständen 30 bis 60% der Grenzbelastung zuzulassen, wohl ausreichend beleuchtet sein, und es kann jetzt die rechnerische Ermittlung der Grenzbelastung behandelt werden.

Um kein Mißverständnis aufkommen zu lassen, muß allerdings vorweg erwähnt werden, daß unter Grenzbelastung oder Einbruchbelastung nicht allein der eng begrenzte Begriff der Gleitflächen-Bruchlast verstanden werden soll, sondern auch der Eindringungswiderstand infolge von Verdrückungen und plastischen Formänderungen unterhalb der Belastungsfläche. Der Einfluß dieser Verdrückungen zeigt sich besonders deutlich bei Tiefgründungen, z. B. bei druckluftgegründeten Pfeilern. In solchem Falle erfolgt das Eindringen des Fundamentes infolge gewaltsamer Ueberlastung nicht durch Herausdrücken des Erdreiches auf Gleitflächen, die bis zur Geländeoberfläche reichen, sondern durch Verdrückung der Erde in der Nähe der Gründungssohle. Denn der Widerstand gegenüber Zusammendrängung der Erde in der Nachbarschaft der Druckfläche

[1]) Ergänzte Fassung eines Vortrages, gehalten am 20. April 1950 auf der Tagung des Deutschen Baugrundausschusses in Berlin.

[2]) F. Schleicher, Die Verteilung der Bodenpressungen unter Gründungskörpern. Bauingenieur 14 (1933), S. 242. — J. Ohde, Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern. Bauingenieur 23 (1942), S. 99 u. 122.

[3]) Abgesehen ist hier von den Setzungsunterschieden aus ungleichmäßiger Erdschichtung, die selbstverständlich auch beachtet werden müssen.

[4]) Bauingenieur 1942, S. 103 u. 125. Daselbst weitere Schrifttumsangaben.

ist in diesem Falle bedeutend geringer als der Widerstand für voll ausgebildete Gleitflächen. Der gleiche Verdrückungs-Einfluß tritt natürlich auch bei Flachgründungen auf und zwar umso mehr, je stärker sich der Untergrund zusammendrücken läßt.

Mit dieser Bemerkung berühren wir schon die eigentliche Problematik der Grenzbelastungsaufgaben: die Berücksichtigung des Setzungs- und Formänderungs-Einflusses. Die Grenzbelastung nach der Gleitflächenlehre ergibt zu große Werte, wenn der Setzungs-Einfluß unbeachtet bleibt. Schon bei der Auslastung des Erdwiderstandes treten bekanntlich merkliche Verdrückungen auf. Noch viel stärker muß sich dieser Einfluß bei der Grenzbelastung geltend machen, weil die Belastung in diesem Falle noch stärker konzentriert angreift als beim Erdwiderstand.

2. Die Grenzbelastung von Tiefgründungen.

Als erster Fall möge eine Aufgabe behandelt werden, bei der der Einfluß der Verdrückungen meistens unvermischt in Erscheinung tritt: die Grenzbelastung einer Tiefgründung. Das gewaltsame Eindringen eines tiefen Pfeilers ist nach einem Versuch von Krey in Abb. 1 veranschaulicht[5]). Abb. 2 zeigt das für eine erste Näherungslösung vom Verfasser benutzte Bewegungsbild: eine Schar von Appolloniuskreisen, die bekanntlich exzentrisch zueinander lie-

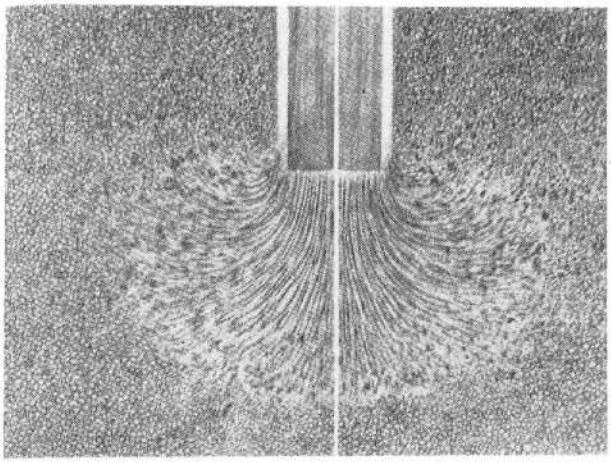


Abb. 1. Eindringungsversuch von Krey (Sandbewegung hinter einer Glasplatte).

gen und der Bedingung gehorchen:

$\frac{R_1}{R_2}$ = Konstante oder mit Δ als geringsten Abstand der Kreise von der Symmetrieachse, also Konstante $= \frac{r+\Delta}{r-\Delta}$; $\frac{R_1^2}{R_2^2} = \left(\frac{r+\Delta}{r-\Delta}\right)^2 = \frac{z^2+(r+x)^2}{z^2+(r-x)^2}$, woraus folgt:

$$\frac{x}{\Delta} = \frac{r^2+z^2+x^2}{r^2+\Delta^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

oder angenähert für nahe der Symmetrieachse verlaufende noch fast lotrechte Bewegungskreise:

$$x \approx \Delta\,(1 + z^2/r^2) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Die Schar der Appolloniuskreise wird senkrecht von einer zweiten Schar von Kreisen geschnitten, die durch die zwei Pole in den Fundamentecken hindurchgehen. Im Rahmen unserer Näherungslösung werde nun angenommen, daß der „plastische", von Gleitflächen durchsetzte Druckbereich unterhalb des eindringenden Fundamentes von zwei Polkreisen begrenzt wird: dem kleineren Fundamenthalbkreis mit dem Halbmesser $r = b/2$ und dem größeren Kreis mit dem Halbmesser r_2, der das plastische Gebiet mit der Tiefe z_2 nach außen hin begrenzt. Diese letzte Annahme trifft in der Nähe des Fundamentrandes sicher nicht mehr zu, sie erscheint jedoch tragbar, da wir unsere Ableitungen vorerst auf den Pressungsverlauf und die Setzungen in der lotrechten Symmetrieachse beschränken, wobei die Hauptspannungslinien in der Nähe der Symmetrieachse entsprechend dem gewählten Kreisnetz verlaufen mögen. Die Formänderungen des im Schnitt halbkreisförmig begrenzten festen Erdkernes unter dem Fundament sollen vernachlässigt werden.

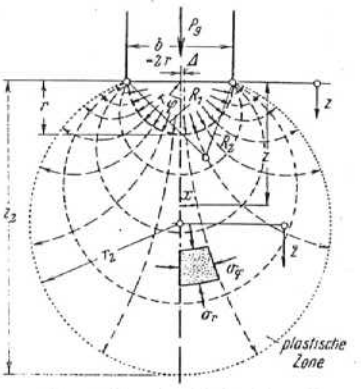


Abb. 2. Schema für die Berechnung des Eindringungs-Widerstandes eines tiefen Pfeilers.

Für die ebene Aufgabe oder den langen Fundamentstreifen können wir damit als Gleichgewichtsbedingung (in lotrechter Richtung) für das in Abb. 2 hervorgehobene Element der Symmetrieachse anschreiben (mit γ als Raumgewicht):

$$\sigma_r \cdot dx + \frac{\partial \sigma_r}{\partial z} \cdot dz \cdot x = \sigma_\varphi \cdot dz \left(\frac{dx}{dz}\right) + \gamma \cdot x \cdot dz$$

$$\text{oder } (\sigma_r - \sigma_\varphi)\frac{dx}{dz} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial z} \cdot x = \gamma\, x\,.$$

oder mit

$$\sigma_\varphi = \sigma_r/\lambda, \;\; \lambda = \mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2}\right) = \left[\sqrt{1+\mu^2} + \mu\right]^2 \quad . \; . \quad (3)$$

($\mu = \mathrm{tg}\,\varrho$ = Reibungsbeiwert, ϱ = Reibungswinkel)

wegen des Grenzgleichgewichtes und unter Beachtung von (2) nach kurzer Rechnung:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial z} + \frac{\lambda - 1}{\lambda} \cdot \frac{2z}{r^2 + z^2} \cdot \sigma_r = \gamma \quad . \; . \; . \quad (4)$$

Für größere Tiefe kann man den Einfluß des Eigengewichts vernachlässigen ($\gamma = 0$) und erhält damit durch Integration von (4) unter Beachtung der oberen Grenze: $\sigma_1 = \sigma_r$ für $z = r$:

$$\sigma_r = \sigma_1 \left(\frac{2r^2}{r^2 + z^2}\right)^{1-1/\lambda} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Für die untere Grenze $z = z_2$ des plastischen Bereiches sei $\sigma_r = \sigma_2$ und es gilt in dieser Tiefe genügend genau:

$$\sigma_2 \approx \lambda \cdot \bar{p} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

mit $\bar{p}$ als Erdauflast-Pressung vor Baubeginn in der Tiefe z_2. Gl. (5) liefert damit

$$\left(\frac{\sigma_1}{\lambda\,\bar{p}}\right)^{\lambda-1} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{z_2^2}{r^2}\right) \text{ oder auch } \frac{z_2}{r} = \sqrt{2\left(\frac{\sigma_1}{\lambda\,\bar{p}}\right)^{\lambda/(\lambda-1)} - 1} \quad (7)$$

Außerhalb des plastischen Bereiches nach unten hin wirken angenähert die zusätzlichen Pressungen:

$$\sigma_{\varphi z} = 0 \text{ und } \sigma_{rz} = (\lambda - 1)\,\bar{p}\left(\frac{r_2}{z}\right)^{\psi} \text{ mit } \psi\,(\approx 1{,}2) > 1{,}0 \quad (8)$$

Beim Eindringen des Fundamentes in den Untergrund wird der Widerstand zunächst stark anwachsen, um schließlich annähernd einem Endwert (Größtwert) zuzustreben. Obgleich es grundsätzlich nicht allzu schwierig ist, den gesamten Verlauf dieser Eindringungskurve rechnerisch zu verfolgen, sei hier nur der erwähnte Endwert berechnet. Für ihn gilt unter der Voraussetzung $\gamma = 0$ offenbar die Bedingung eines von der Eindringungstiefe unabhängigen Spannungsverlaufes in der Symmetrieachse (Abb. 3), so daß für ein weiteres Eindringen um den Betrag Δz jeweils die zusätzliche Pressung

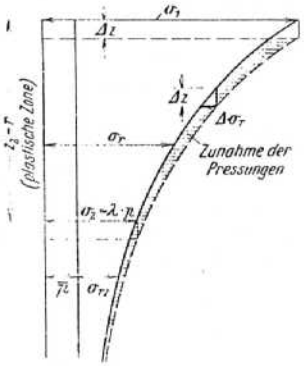


Abb. 3. Pressungsänderungen in der Symmetrieachse beim Eindringen um Δz.

$$\Delta\,\sigma_r = \Delta z \cdot \left(-\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

[5]) Krey, Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes, Abb. 146, 5. Aufl. Berlin 1936. Wilh. Ernst & Sohn. Das fotografisch aufgenommene Bewegungsbild ist der Deutlichkeit halber vom Zeichner nachgezeichnet.

in Frage kommt. $\Delta z = \Delta z_1 + \Delta z_2$ setzt sich zusammen aus der Setzung Δz_1, verursacht durch die Raumverminderung in der plastischen Zone, und Δz_2 als Einfluß des Außenbereiches. Als Setzung der Grenze $z = z_2$ hat man etwa mit Z als Zusammendrückungszahl für unbehinderte Seitendehnung und m als Querdehnungszahl > 2:

$$\overline{\Delta z_2} \approx \int_{r_2}^{\infty} \frac{\Delta \sigma_{rz}}{Z} \cdot d\overline{z} \cdot \frac{m^2 - 1}{m^2}$$

und findet leicht nach dem Einsetzen von (8) und (9):

$$\Delta z_2 \approx \frac{m^2 - 1}{m^2} (\lambda - 1) \frac{\overline{p}}{Z} \cdot \Delta z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Dieses Ergebnis ist bemerkenswert durch das Fortfallen des Exponenten ψ in Gl. (8). Da wir die Setzung volumenmäßig für veränderliche Streifenbreite x betrachten müssen, so muß gelten:

$$\Delta z_2 \cdot x_1 = \overline{\Delta z_2} \cdot x_2$$

oder mit Rücksicht auf (2):

$$\Delta z_2 = \frac{x_2}{x_1} \cdot \overline{\Delta z_2} = \frac{1}{2} (1 + z_2^2/r^2) \cdot \frac{m^2 - 1}{m^2} (\lambda - 1) \frac{\overline{p}}{Z} \cdot \Delta z \quad (11)$$

Für die Verminderung $d\overline{\Delta v}$ des Raumelementes Δv der plastischen Zone gewinnt man nach den Regeln der Elastizitätslehre unschwer folgenden Ansatz (für die ebene Aufgabe):

$$d\overline{\Delta v} = \frac{\Delta v}{Z} \cdot \frac{(m+1)(m-2)}{m^2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda} \cdot \Delta \sigma_r, \quad (12)$$

wobei bereits das Ergebnis $\Delta \sigma_\varphi = \frac{1}{\lambda} \cdot \Delta \sigma_r$ nach (3) berücksichtigt wurde. Mit $\Delta v = x \cdot dz \cdot 1{,}0$ findet man als Raumverminderung (räumliche Setzung) des ganzen x-Streifens zwischen r und z_2:

$$\overline{\Delta v} = x_1 \cdot \Delta z_1 = \frac{(m+1)(m-2)}{m^2 Z} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda} \int_r^{z_2} x \cdot dz \cdot \Delta \sigma_r$$

oder nach Einsetzen von

$$\Delta \sigma_r = \Delta z \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \sigma_1 \cdot \frac{2z}{r^2 + z^2} \left(\frac{2r^2}{r^2 + z^2}\right)^{1 - 1/\lambda}$$

aus (5) und Integration (nach einiger Zwischenrechnung unter Beachtung von (7)):

$$\Delta z_1 = \frac{\sigma_1}{Z} \cdot \frac{(m+1)(m-2)}{m^2} \cdot \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda} \left[\left(\frac{\sigma_1}{\lambda \overline{p}}\right)^{1/(\lambda - 1)} - 1\right] \cdot \Delta z \quad (13)$$

Der Ansatz $\Delta z = \Delta z_1 + \Delta z_2$ liefert schließlich nach Einsetzen von (11) und (13) die gesuchte Beziehung für die Pressung σ_1:

$$\frac{\left[(\lambda - 1)\frac{m^2 - 1}{m^2} + (\lambda^2 - 1)\frac{(m+1)(m-2)}{m^2}\right]\left(\frac{\sigma_1}{\lambda \overline{p}}\right)^{\lambda/(\lambda - 1)}}{= \frac{Z}{\overline{p}} + (\lambda^2 - 1)\frac{(m+1)(m-2)}{m^2}\left(\frac{\sigma_1}{\lambda \overline{p}}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Um einen Näherungswert für den gesamten Eindringungswiderstand P_g zu erhalten, sei ein Verlauf der Normalpressungen ν längs des Fundamenthalbkreises nach der Cosinusfunktion angenommen, wobei in den Fundamentecken ein Seitendruck von $\lambda \overline{p_0}$ (mit $\overline{p_0}$ als seitliche Erdauflast in Höhe der Fundamentsohle) angesetzt werden kann:

$$\nu = (\sigma_1 - \lambda \overline{p_0}) \cos \varphi + \lambda \overline{p_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Man findet dann

$$P_g = 2 \int_0^{\pi/2} \nu \cdot r \, d\varphi \cdot \cos \varphi = 2r \left[\frac{\pi}{4} (\sigma_1 - \lambda \overline{p_0}) + \lambda \overline{p_0}\right]$$

oder als mittlere Fundamentpressung:

$$\nu_g = \frac{P}{2r \cdot 1{,}0} = \frac{\pi}{4} \cdot \sigma_1 + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \lambda \overline{p_0} \quad . \quad . \quad (16)$$

Zahlenmäßig erhält man z. B. für einen Feinsand mit $\mu = 0{,}60$ ($\varrho \approx 31°$, $\lambda = 3{,}12$), $m = 3$ und $Z/p = 100$ aus Gl. (14): $\sigma_1/\lambda \overline{p} = 8{,}41$ und damit nach Gl. (16):

$$\nu_g = \frac{\pi}{4} \cdot 8{,}41 \cdot 3{,}12 \overline{p} + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) 3{,}12 \overline{p_0} \approx 21{,}3 \overline{p} \text{ für } \overline{p_0} \approx \overline{p},$$

d. h. also etwa das 20fache der natürlichen Erdauflast.

Für die räumliche Aufgabe, also eine runde Stempellast, verläuft die Berechnung ganz ähnlich, so daß wir uns mit der Anführung der Ergebnisse begnügen können. Man findet anstatt (4) die Differentialgleichung:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial z} + \frac{\lambda - 1}{\lambda} \cdot \frac{4z}{r^2 + z^2} \cdot \sigma_r = \gamma \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

deren Lösung für $\gamma = 0$ lautet:

$$\sigma_r = \sigma_1 \left(\frac{2r^2}{r^2 + z^2}\right)^{2(1 - 1/\lambda)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Entsprechend hat man für (7):

$$\left(\frac{\sigma_1}{\lambda \overline{p}}\right)^{\lambda/2(\lambda - 1)} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{z_2^2}{r^2}\right) \text{ oder } \frac{z_2}{r} = \sqrt{2\left(\frac{\sigma_1}{\lambda \overline{p}}\right)^{\lambda 2(\lambda - 1)} - 1} \quad (19)$$

Für die räumliche Setzung im plastischen Bereich gilt anstatt (12):

$$d\overline{\Delta v} = \frac{\Delta v}{Z} \cdot \frac{m - 2}{m} \cdot \frac{\lambda + 2}{\lambda} \cdot \Delta \sigma_r \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

mit $\Delta v = x^2 \cdot dz$. Die Setzungsbedingung liefert anstatt (14):

$$\frac{\left[\lambda - 1 + \frac{m - 2}{m}(\lambda + 2)(\lambda - 1)\right]\left(\frac{\sigma_1}{\lambda \overline{p}}\right)^{\lambda/(\lambda - 1)}}{= \frac{Z}{\overline{p}} + \frac{m - 2}{m}(\lambda + 2)(\lambda - 1)\left(\frac{\sigma}{\lambda \overline{q}}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Unter Zugrundelegung von (15) findet man schließlich für den Eindringungswiderstand:

$$P_g = \int_0^{\pi/2} \nu \cdot r \, d\varphi \cdot 2r \cdot \sin \varphi \cdot \pi \cdot \cos \varphi = 2\pi r^2 \left[\frac{\sigma_1 - \lambda \overline{p_0}}{3} + \frac{\lambda}{2} \cdot \overline{p_0}\right]$$

oder für die mittlere Fundamentpressung:

$$\nu_g = \frac{2}{3} \cdot \sigma_1 + \frac{1}{3} \cdot \lambda \overline{p_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Für das vorstehend benutzte Zahlenbeispiel findet man:

$$\frac{\sigma_1}{\lambda \overline{p}} = 8{,}33; \quad \nu_g = \frac{2}{3} \cdot 3{,}12 \overline{p} + \frac{1}{3} \cdot 3{,}12 \overline{p_0} \approx 18{,}4 \overline{p} \text{ für } \overline{p} \approx \overline{p_0}.$$

Beim Vergleich mit der ebenen Aufgabe muß noch berücksichtigt werden, daß nach Angaben von Terzaghi und Bernatzik die innere Reibung bei der achsensymmetrischen Aufgabe etwa um 5% niedriger liegt als bei der ebenen Aufgabe (wegen der niedrigeren mittleren Hauptspannung). Man findet damit für unser Zahlenbeispiel nur noch eine Grenzbelastung von rd. 17,4 p, das sind rd. 82% des Grenzwertes für den Laststreifen. Entgegen mancher Auffassung trägt hiernach der Laststreifen eine größere Einheitsbelastung als der runde Stempel, wenigstens bei der Tiefgründung.

An dem vorstehend gezeigten Berechnungsverfahren kann mit Recht bemängelt werden:

1. daß der Eigengewichtseinfluß nicht einbezogen wurde,
2. daß die Abnahme der Zusammendrückbarkeit mit zunehmender Pressung vernachlässigt wurde und
3. daß der nur durch Normalpressungen beanspruchte halbkreisförmige Druckkörper unter dem Fundament nicht mit dem wirklichen Bewegungsvorgang (z. B. Ausbildung eines Erdkeiles) übereinstimmt.

Gegenüber diesen Einwänden sei folgendes bemerkt: Die Einbeziehung des Eigengewichtseinflusses bietet grundsätzlich keine Schwierigkeiten — abgesehen von der vermehrten Rechenarbeit — doch muß hier des beschränkten Raumes wegen davon abgesehen werden. Für Flachgründungen darf selbstverständlich der γ-Einfluß nicht vernachlässigt werden. — Die Abnahme der Zusammendrückbarkeit mit zunehmender Pressung kann bei der Ableitung der Formeln (14) und (21) leicht berücksichtigt werden. Man erhält folgende Ergebnisse: die Formeln (14) und (21) bleiben unverändert bestehen, nur daß die Werte $(\lambda^2 - 1)$ in (14) bzw. $(\lambda + 2)$ in (21) jedesmal durch den Wert $[1 + (\lambda - 1)\omega]$ zu teilen sind und Z für z_2 zu nehmen ist. Hierbei bedeutet ω den Exponenten des Formänderungsgesetzes:

$$Z = Z_{z_2} \cdot \left(\frac{\sigma_r}{\lambda \overline{p}}\right)^{\omega}$$

(für Sand: $\omega \approx 0{,}5$, für Ton: $\omega = 1{,}0$). Durch Zahlenrechnungen überzeugt man sich leicht, daß der Einfluß der „Verfestigung" durch ω nicht sehr groß ist (10 bis 20 %); er wird — auch sicherheitshalber — besser vernachlässigt.

Der an dritter Stelle genannte Einwand wird am besten dadurch entkräftet, daß man für einen keilförmigen Druckkörper unter dem Fundament Vergleichsberechnungen durchführt: Abb. 4 (Gleitflächen als exzentrisch zueinander liegende logarithmische Spiralen angenommen). Die Aufgabe ist dann identisch mit der Berechnung des Spitzenwiderstandes einer Spundwand oder eines Pfahles. Die Lösung

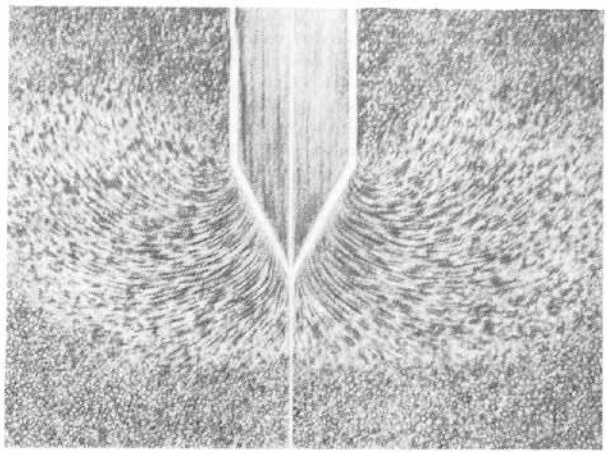


Abb. 4a.

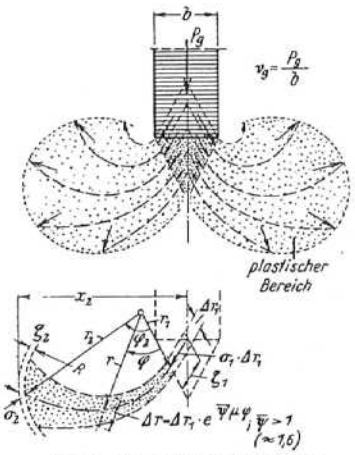


Abb. 4. Eindringungswiderstand eines Erdkeiles unter dem Fundament. (Lichtbild nach Krey, vgl. Anm. 5.)

dieser Aufgabe soll hier nicht angegeben werden, da der Verfasser an anderer Stelle ausführlicher darauf zurückkommt; es sei nur das Ergebnis einer Durchrechnung für unser Zahlenbeispiel mitgeteilt, wonach für die ebene Aufgabe $v_g \approx 18$ p erhalten wurde, gegenüber vorstehend rd. 21 p. Da bei den zwei Verfahren mit grundverschiedenen Gleitflächensystemen gearbeitet wird, so darf man wohl von einer guten Uebereinstimmung im Ergebnis sprechen.

3. Der Verdrückungseinfluß bei Flachgründungen.

Es wurde schon angedeutet, daß der Einfluß der Verdrückungen, wie er vorstehend für Tiefgründungen als maßgebend nachgewiesen wurde, auch bei der Ermittlung der Grenzbelastung von Flachgründungen zu beachten ist. Nach der Gleitflächen-Lehre findet man etwa das in Abb. 5 oben links dargestellte Gleitlinienbild. Hierbei wird von der durch Versuche bestätigten Annahme ausgegangen, daß sich unter dem Fundament ein Erdkeil ausbildet, der dann unter dem Druck des Fundamentes das benachbarte Erdreich zur Seite drängt, und zwar unter Ausbildung von Erdwiderstands-Gleitflächen. In Wirklichkeit bilden sich aber die Gleitflächen in der Nähe der Erdkeil-Spitze nicht aus, weil hier zunächst eine merkliche Zusammendrückung des Erdreiches eintritt, bevor ein gewisser Erdwiderstand wachgerufen wird. Wir haben also mit einem kleineren Gleitflächenbereich zu rechnen, etwa nach der unten links dargestellten Skizze. Die entsprechende rechnerische Lösung bedeutet eine Kombination zweier Verfahren, indem im mittleren Bereich die Verdrükkungen die Hauptrolle spielen, während in den Randgebieten die Gleitflächenlehre zunächst noch zu ihrem Rechte kommen mag. Die allgemeine Lösung dieser Aufgabe ist fraglos außerordentlich wichtig; sie liegt aber bislang noch nicht vor. Man übersieht jedoch, daß der Verdrückungs-Einfluß sich um so mehr bemerkbar macht, je nachgiebiger und zusammendrückbarer der Untergrund ist. Das Ergebnis prägt sich aus in einer Setzungs- bzw. Eindringungslinie, wie sie im Bilde rechts als volle Linie (2) dargestellt ist. Eine eigentliche Grenzbelastung im Sinne der Gleitflächenlehre mit annähernd senkrechter Endtangente ist nicht mehr vorhanden; nichtsdestoweniger erhält man aber doch für jeden vorkommenden Fall einen genau festliegenden und auch berechenbaren Verlauf der Grenzbelastung als Funktion der Eindringungstiefe. Die so ermittelte Grenzbelastung muß selbstverständlich kleiner ausfallen als die Grenzbelastung (1) nach der Gleitflächenlehre, und zwar muß sie — genau wie nach den vorgeführten Formeln für Tiefgründungen — mit wachsender Zusammendrückbarkeit immer geringer werden. Wir erhalten also nicht eine einzige Grenzbelastungskurve, sondern eine Kurvenschar, wobei die Zusammendrückungszahl der Erde als Parameter erscheint. Dieses ist in der Darstellung rechts durch die punktierte Linie 3 für stark zusammendrückbares Erdreich angedeutet. Man darf also die zulässige Belastung des Baugrundes auch bei Flachgründungen nicht allein von der inneren Reibung des Untergrundes abhängig machen, sondern muß unbedingt auch noch die Zusammendrückbarkeit als zweiten Parameter hinzunehmen. — Diese Einsicht ist an sich nicht neu. Schon Terzaghi hat in seinem Buche über Erdbaumechanik auf die Unterschiede der Bewegungsbilder beim Eindringen in lockeren und dichten Sand hingewiesen. Wirklich klar ist eine Erscheinung aber erst, wenn sie rechnerisch beherrscht werden kann, was hoffentlich für unsere Aufgabe nach Abb. 5 bald gelingen wird.

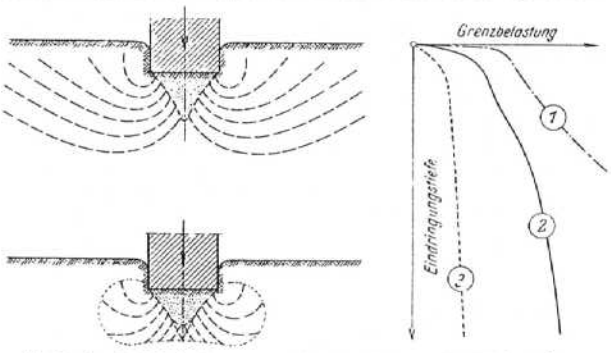


Abb. 5. Der Einfluß der Setzungen auf die Grenzbelastung bei Flachgründungen.

4. Weitere Einflüsse für die Grenzbelastung bei Flachgründungen.

Als weitere Einflüsse, die in manchen Sonderfällen keinesfalls unbeachtet bleiben dürfen, sind zu nennen: die Erhöhung der Tragkraft des Baugrundes durch innere Festigkeit oder Kohäsion, andererseits die merkliche Herabsetzung der Grenzbelastung durch schräg oder außermittig angreifende Belastung und durch Porenwasser-Ueberdruck infolge Schnellbelastung bindigen Untergrundes. Da der Verfasser auf die rechnerische Beherrschung dieser Einflüsse im Rahmen der Aufsatzreihe über Erddrucklehre in dieser Zeitschrift bald zurückzukommen hofft, seien hier nur einige Ergebnisse vorgeführt, um die Größenordnung der genannten Einflüsse herauszustellen. Es ist dabei die Gültigkeit der Gleitflächenlehre angenommen, wobei also Größtwerte erhalten werden, die wegen des Setzungseinflusses um so weniger erreicht werden, je zusammendrückbarer der Untergrund ist.

In früheren Aufsätzen „Zur Theorie des Erddruckes"[6]) wies der Verfasser darauf hin, daß Einflüsse aus Eigengewicht (γ) und Festigkeit (k) meistens genügend genau linear überlagert werden dürfen. Wir können deshalb für die Grenzbelastung eines Streifenfundamentes nach der Gleitflächenlehre anschreiben:

$$\frac{P_g \cdot \cos\delta}{b} = v_g \approx \lambda_\gamma \cdot \gamma\, b + \lambda_p \cdot p_0 + \lambda_k \cdot k \quad . \quad (23)$$

mit γ als Raumgewicht, b als Belastungsbreite, p_0 als seitliche Erdbelastung in Höhe der Fundamentsohle (einschl. evtl. vorhandener Kapillarspannung v_ε), k als Eigenfestigkeit (echte Kohäsion) und λ als Beiwerten, abhängig vom Reibungsbeiwert μ und von der Lotabweichung δ der Belastungsmittelkraft P_g. Das erste Glied von (23) berücksichtigt den Anteil des Eigengewichtes unterhalb der Fundamentsohle, das zweite Glied den Anteil der Gründungstiefe t und der Kapillarfestigkeit ($p_0 = \gamma t + v_\varepsilon$) und das dritte Glied den Anteil der Eigenfestigkeit.

Für lotrechte Belastung und symmetrisches Ausweichen findet man die Beiwerte nach Abb. 6, woraus die Zunahme der Grenzbelastung mit der inneren Reibung des Untergrundes und die Tragkraftminderung durch Porenwasser-Ueberdruck (Schnellbelastung bindigen Untergrundes) deutlich hervorgeht. Für durchlässigen bzw. stärker lufthaltigen Untergrund gilt:

[6]) Bautechn. 16 (1938), Heft 53/54, S. 759.

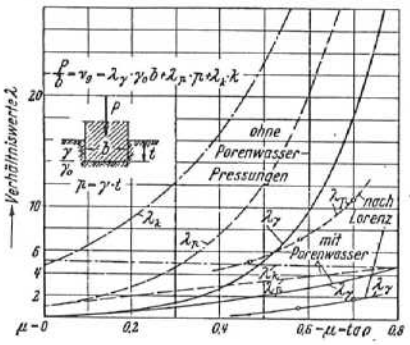


Abb. 6. Beiwerte für die Grenzbelastung nach der Gleitflächenlehre. Lotrechte Belastung und symmetrisches Eindringen.

$$\lambda_\gamma \approx \frac{1}{4}\left[(1+\mu)\left(0{,}205+\sqrt[10]{10}^{\,25\mu-1}\right)-1\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

$$\lambda_p = \lambda \cdot e^{\mu\pi} \quad . \; . \; . \quad (25); \qquad \lambda_k = \frac{1}{\mu}\left(\lambda\, e^{\mu\pi}-1\right) \quad . \; . \quad (26)$$

mit λ nach (3).

Die letzten beiden Werte wurden schon von Prandtl und Reißner ermittelt. Für bindigen Untergrund, dessen Belastung so „schnell" erfolgt, daß sich der Wassergehalt nicht merklich ändert, fand der Verfasser für ausreichend vorbelastetes Erdreich ($\lambda_n = 1{,}0$, $\mu_0 = \mu + \varkappa$,[7])

$$\lambda_\gamma \approx \frac{\mu_0}{1+\mu}\left[1-\frac{\mu}{2}\sqrt{\lambda}+\frac{1}{8}\left(4\mu+9\sqrt{\lambda}\right)e^{\mu\frac{\pi}{2}}\right] \quad (27)$$

$$\lambda_p = 1+2\cdot\sin\rho+\pi\mu \quad (28); \qquad \lambda_K = \pi+\frac{2}{\sqrt{1+\mu^2}} \quad (29)$$

Für annähernd mittige Schrägbelastung unter dem Winkel δ gilt ohne Rücksichtnahme auf das Porenwasser (durchlässiger Untergrund oder sehr langsame Belastung bindigen Grundes) unter der Annahme eines ebenen Erdkeiles unter dem Fundament mit dem unteren Winkel $\frac{\pi}{2}-\rho$:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_\gamma &= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+a^2}\cdot\frac{\mu+a}{m+a}\left[(\mu+a)\lambda_0-a\right] \\ \lambda_p &= \frac{\mu+a}{m+a}\cdot\lambda_1; \quad \lambda_K = \frac{1}{m+a}\left[1+(\mu+a)\lambda_2\right] \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

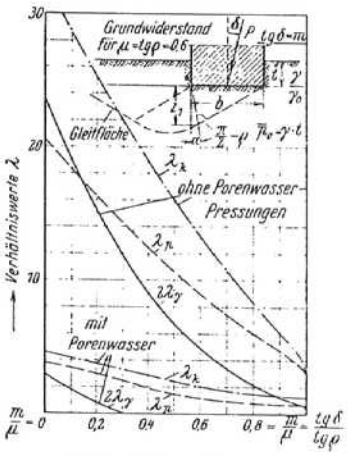


Abb. 7. Die Verminderung der Grenzbelastung durch schrägen Lastangriff.

mit $a = \operatorname{tg}\alpha$ nach Abb. 7, $m = \operatorname{tg}\delta$ und λ_0, λ_1 und λ_2 als zu α gehörige Erdwiderstandsbeiwerte, indem für die Erdwiderstands-Normalpressung v_1 im untersten Punkt der Erdkeilspitze angesetzt ist:

$$v_1 = \lambda_0\cdot\gamma\, z_1 + \lambda_1\cdot\overline{p_0} + \lambda_2\cdot k \quad . \; . \; . \quad (31)$$

und die Erdwiderstandsverteilung für γ dreieckförmig, für p und k rechteckig angenommen ist. a ist so anzunehmen, daß P_g jeweils zum Kleinstwert wird.

$$\lambda_1 = (1+\sin\rho)\, e^{\mu(\pi/2+\rho+2\alpha)};$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1-1}{\mu} \quad (32)$$

λ_0 ist nicht geschlossen anzugeben; angenähert ist:

$$\log\lambda_0 \;(= 0{,}4343\ln\lambda_0) \approx \frac{1}{2}\log(1+a^2) + \mu(1{,}19+0{,}2\mu)+\mu(1+0{,}19\mu)\alpha-0{,}23(1-\mu)\alpha^2 \quad . \; . \quad (33)$$

[7]) Bautechn. 26 (1949), Heft 6, S. 164.

Nach diesen Formeln zeigt Abb. 7 für $\mu = 0{,}60$ den starken Abfall der Tragkraft mit der Spannungsneigung $m = \operatorname{tg}\delta$[8]). Die Beiwerte für „schnell" belastetes bindiges Erdreich zeigen ebenfalls ein Absinken der Tragfähigkeit mit der Spannungsneigung. Hiernach sollten in der zur Zeit neubearbeiteten DIN 1054 über zulässige Belastung des Baugrundes die stark tragkraftmindernden Einflüsse der Schrägbelastung und des Porenwasser-Ueberdruckes Berücksichtigung finden.

Als letztes Beispiel zeigt Abb. 8, daß auch die Bewegungsmöglichkeiten zu beachten sind. Besitzt der Grundpfeiler nach Abb. 8a freie Ausweichmöglichkeit, so kann der Grundbruch nach dem dargestellten Gleitflächenbild für min P_g erfolgen. Normalerweise ist jedoch bei Kellerwänden wegen der Querwände kein waagerechtes Ausweichen möglich, sondern nur lotrecht erzwungenes Einsinken mit einem Gleitflächenverlauf nach der rechten Darstellung. In diesem Fall kommt eine bereits von Krey empfohlene Gleitflächenform[9]) wieder zu ihrem Recht, wenn auch unter Beschränkung auf erzwungenes lotrechtes Einsinken.

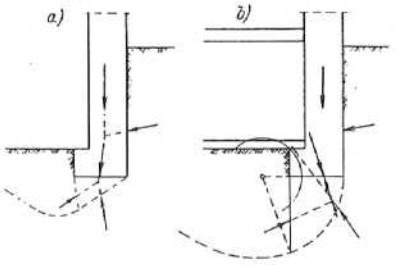


Abb. 8. Der Einfluß der Bewegungs-Möglichkeit auf die Form der Gleitflächen.

Im ganzen dürften unsere Darlegungen gezeigt haben, daß eine rationelle Ausnutzung der Baugrund-Belastbarkeit vor allem durch den Vergleich mit dem Bruchzustand, also mit der Grenzbelastung, erreicht werden kann. Bei wichtigen oder größeren Bauwerken müssen alle Einflüsse berücksichtigt werden, von denen die Grenzbelastung abhängig ist, vor allem auch der Einfluß der Verdrückungen (Setzungen). Wieweit man mit der „zulässigen" Baugrundbelastung an die Grenzbelastung herangehen darf, muß im Einzelfalle wohl der Erfahrung des verantwortlichen Bauleiters überlassen bleiben; die Sorgfalt bei der Erkundung des Untergrundes, die Eigenschaften der angetroffenen Erdschichten, die Zuverlässigkeit des gewählten Berechnungsverfahrens und andere Gesichtspunkte werden dabei zu beachten sein. Für die weitaus größte Anzahl der kleineren Baustellen wird man dagegen in DIN 1054 genügend sichere und einfache Anhaltspunkte festlegen müssen, die erkannte Gefahren ausschließen und den neueren Ergebnissen, so gut es geht, Rechnung tragen.

5. Die zulässige Belastung nach der Druckverteilungslehre.

Von der Annahme ausgehend, eine zuverlässige Ermittlung der Grenzbelastung sei bei dem heutigen Stande der Theorie noch nicht möglich, hat man verschiedentlich versucht, von der Druckverteilungslehre her einen Anhaltspunkt über die zulässige Baugrundbelastung zu gewinnen. So schlug O. K. Fröhlich (Wien) schon vor längerer Zeit vor, den Beginn plastischer Formänderungen in unmittelbarer Nachbarschaft der Fundamentecken als zulässige Belastung anzusehen[10]), und neuerdings machte H. Lorenz (Berlin) einen ähnlichen Vorschlag[11]). Lorenz geht merklich über die sehr vorsichtige Annahme Fröhlichs hinaus, indem er den ersten zusammenhängenden Fließbereich noch als zulässig ansieht.

Hier entsteht zunächst die Frage, woran denn zu erkennen ist, ob ein gewisser Fließbereich noch als zulässig anzusehen ist oder nicht. Rechnerische Anhaltspunkte fehlen offenbar, so daß man höchstens die Querschnittsfläche des Fließbereiches gefühlsmäßig bewerten kann. Lorenz glaubt allerdings, in dem schnellen Wachsen der Fließbereiche in der Nachbarschaft seiner Festlegung (Berührung der oberen und unteren Fließbereiche) einen Anhaltspunkt gefunden zu haben, der zugunsten seiner Annahme spricht. Man könnte dem zustimmen, wenn das genannte schnelle Wachsen des Fließbereiches bis zur Bruchlast hin dauernd anhalten oder gar zunehmen würde.

[8]) Auf diese Tatsache machte schon Schwedler (1889) aufmerksam, und es ist kaum verständlich, daß dieser Hinweis so wenig beachtet wurde. — A. Hertwig, J. W. Schwedler, sein Leben und sein Werk. Berlin 1930, Wilh. Ernst & Sohn.

[9]) S. Anm. 5, Abb. 34.

[10]) O. K. Fröhlich, Druckverteilung im Baugrunde. Wien 1934, J. Springer.

[11]) H. Lorenz, Zur Frage der Tragfähigkeit von Flachgründungen auf sandigem Untergrund. Bautechn. 27 (1950), Heft 4, S. 105.

Dies dürfte aber nicht zutreffen; außerdem versagt die Druckverteilungslehre bei größeren Fließbereichen, weil dann ihre Voraussetzungen nicht mehr zutreffen (vgl. Diskussionsbeitrag von E. Schultze hierzu in Bautechn. 27 (1950), Heft 10).

Einen sicheren Anhaltspunkt hat man m. E. erst, wenn man weiß, wieweit man unter der Annahme dieses oder jenes Fließbereiches noch von der Bruchbelastung entfernt ist. Denn nur dann kann man die Reserve übersehen, die unter ungünstigen Umständen notfalls immer noch zur Verfügung steht; diese Aussage ist aber nach den Ergebnissen von Lorenz nicht möglich. Um zu sehen, welche Grundbruchsicherheit nach Lorenz tatsächlich vorhanden ist, habe ich aus der Abb. 4 von Lorenz die Werte nach Gl. (23) ermittelt und für ein 10 m-Fundament folgende Werte erhalten ($\gamma = 1{,}5$ t/m³):

$\varrho =$	25°	30°	35°
$\lambda_\gamma =$	0,37	1,00	1,80
$\lambda_p =$	5,2	7,1	10,9

Die Eintragung dieser Zahlen in Abb. 6 zeigt zunächst, daß nach Lorenz normalerweise eine ausreichende Sicherheit gegenüber der Gleitflächen-Bruchlast vorhanden ist; jedoch ist das Verhältnis der λ_p- und λ_γ-Werte ein völlig anderes als nach der Gleitflächenlehre für den Bruchzustand. Denn die λ_p-Werte liegen — als zulässige Werte — reichlich hoch, während bei den λ_γ-Werten eine unnötig große (rd. 10fache) Bruchsicherheit vorhanden ist. Der Einfluß der Fundamenttiefe nach Lorenz erscheint demnach überbetont, während der Einfluß der Fundamentbreite wohl zu gering angesetzt ist[12]). — Für den Fall der Schnellbelastung von Tonuntergrund ist die Einbruchsicherheit nach Lorenz nicht mehr ausreichend; die λ_γ-Werte mögen grade noch zulässig sein, von den λ_p-Werten darf jedoch nur 20 bis 30% angesetzt werden. — Schließlich ist noch vorzubringen, daß der Einfluß der Verdrückungen und Setzungen (vgl. Abb. 5) bei der Theorie von Lorenz nicht berücksichtigt ist; allerdings beschränkt Lorenz seine Ableitungen von vornherein auf „sandigen Untergrund", für den normalerweise die Setzungen nur eine untergeordnete Rolle spielen und auch Porenwasser-Ueberdruck kaum noch in Frage kommt.

Zur Begründung seiner Ausgangsgrundlage wendet Lorenz ein, der Bereich zwischen dem beginnenden Fließen und dem Bruch wäre so groß, daß man durch entsprechende Wahl des Sicherheitsbeiwertes jede gewünschte Sohle-Pressung ermitteln könnte. Dem ist entgegenzuhalten, daß die Sicherheitszahl keineswegs willkürlich gewählt werden sollte, sondern festgelegt werden kann. Man hat es dadurch völlig in der Hand, genügend weit von der Bruchgrenze entfernt zu bleiben. Es steht auch nichts im Wege, je nach den Umständen etwas voneinander verschiedene Sicherheitswerte vorzuschreiben.

Schließlich wendet Lorenz noch ein, die Grenzbelastung sei trotz weitgehender Forschungen nicht mit der gewünschten Genauigkeit zu ermitteln; deshalb stelle die Einführung eines Sicherheitsbeiwertes keinen Fortschritt dar. Dieser Einwand dürfte nicht stichhaltig sein. Viele sogenannte Tragfähigkeitsformeln weichen in ihren Ergebnissen allerdings erheblich voneinander ab; untersucht man aber diese Formeln auf ihre Voraussetzungen hin, so findet man, daß sie fast alle nicht in Ordnung sind. Wir sind aber heute schon so weit, zutreffende Werte nach der Gleitflächenlehre berechnen zu können, und es wird sicherlich bald möglich sein, die Theorie der Grenzbelastung des Baugrundes so weit auszubauen und auszuwerten, daß ihrer allgemeinen Anwendung nichts mehr im Wege steht.

Abb. 9 zeigt schließlich einen Vergleich von Grenzbelastungswerten nach der Gleitflächenlehre mit den „zulässigen" Werten von Fröhlich

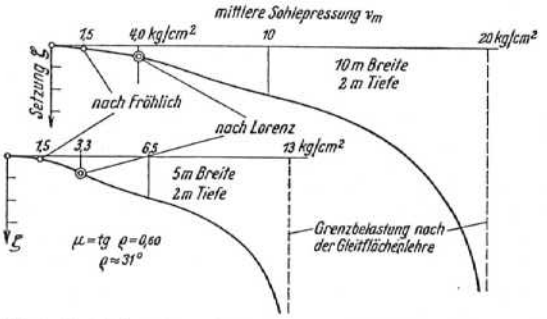


Abb. 9. Vergleich zwischen zulässigen Werten nach Fröhlich und Lorenz und Grenzbelastungen nach der Gleitflächenlehre.

und Lorenz, um auch von den Setzungen her die Situation zu beleuchten. Der Setzungsverlauf ist schematisch nach eigenen Erfahrungen aufgezeichnet. Diese Abbildung dürfte zeigen, daß im Falle eines weniger zusammendrückbaren Baugrundes unbedingt noch höhere Baugrundpressungen zugelassen werden können, selbst wenn man unterstellt, daß die Grenzbelastung wegen des Verdrückungseinflusses geringer ist als angenommen.

Ich kann mich daher dem Vorschlag von Lorenz nicht anschließen und glaube gezeigt zu haben, daß die zulässige Belastung des Baugrundes zweckmäßig in Form ausreichender Sicherheitszahlen auf den Eindringungswiderstand bezogen werden sollte, wobei letzterer sowohl von der inneren Reibung und Festigkeit als auch von der Zusammendrückbarkeit des Untergrundes abhängig ist, und zwar derart, daß beide Einflüsse gleichzeitig und nicht nacheinander (oder unabhängig voneinander) in Betracht kommen. Ein weiterer Fortschritt in der Beantwortung der Frage nach der zulässigen Baugrundbelastung dürfte daher nur durch völlige Klärung und rechnerische Beherrschung des Eindringungsvorganges erreicht werden können, wobei auch die Ergebnisse sorgfältig durchgeführter Versuche nicht entbehrt werden können.

[12]) Allerdings ist zuzugeben, daß der Einfluß des Eigengewichtes vorsichtig angesetzt werden muß, weil die Setzungen bei gleicher Sohlepressung mit der Fundamentbreite zunehmen.

Einfache Berechnung biegefester Schleusensohlen.

Von Joh. Ohde, Berlin.

Über die Berechnung von Schleusen- und Docksohlen ist schon manches geschrieben worden. Der wunde Punkt ist dabei meistens die Verteilung des Sohldruckes. Vielfach wird diese Verteilung irgendwie gefühlsmäßig angenommen[1]). Solche Berechnungsverfahren kommen allerdings für den verantwortlichen Bauingenieur nicht in Betracht. Auch die Bettungszahl-Verfahren scheiden für die Berechnung einer Schleusensohle von vornherein aus[2]), weil die Konzentration der Pressungen in der Randzone dabei nicht berücksichtigt wird[3]). — Kürzlich hat Joppen den Standpunkt vertreten, man müsse die statisch ungünstigste (nämlich die rechteckige) Sohldruckverteilung gelten lassen[4]). Ein solcher Standpunkt geht aber auf einen Trugschluß zurück. Nicht die statisch ungünstigste Sohldruckverteilung ist maßgebend, sondern die wirklich vorhandene (unter Berücksichtigung der Baugrundverformung erhaltene) Sohldruckverteilung für den statisch ungünstigsten Fall der äußeren Belastung (Eigengewicht, Erd- und Wasserdruck)[5]). Man kommt um den statisch unbestimmten Charakter der Aufgabe nicht herum und muß deshalb auf irgendwie vertretbare Weise die Verformung des Baugrundes in die Rechnung einführen.

Der Verfasser hat schon vor längerer Zeit ein einwandfreies Berechnungsverfahren angegeben[6]), welches auch in der Praxis angewandt wird[7]). Nur wird nicht ganz zu Unrecht behauptet, das Verfahren wäre noch zu umständlich. Der Verfasser kann sich dieser Meinung allerdings nicht ganz anschließen. Das Verfahren selbst ist einfach genug, um es überall dort anzuwenden, wo man genügend genau als ebene Aufgabe rechnen kann. Umständlich ist nur die Berechnung der Senkungs-Einflußlinie, und der Verfasser ist deshalb bemüht, hierfür bald Kurventafeln herauszubringen, die die erforderlichen Setzungsberechnungen vorwegnehmen. Auch der treppenförmig verlaufende Sohldruck kann unschwer durch Parabelbogen zwischen drei Teilstrecken ersetzt werden, worüber ebenfalls bald berichtet werden soll.

Indessen kann man in Sonderfällen doch noch einfacher zum Ziele kommen, und zwar durch Annahme einer stetig verlaufenden Sohlpressungslinie, die aus zwei oder mehr, stetig verlaufenden Einzelfunktionen so zusammengesetzt wird, daß die Verformungsbedingungen des Untergrundes hinreichend erfüllt sind. Dieses neue Verfahren soll hier in seiner einfachsten Form bei der Berechnung biegefester Schleusensohlen vorgeführt werden.

Der Grundgedanke des Verfahrens ist einfach: Jede Einzelfunktion besitzt einen zunächst unbekannten Faktor oder Parameter, dem die Einzelpressungen verhältnisgleich sind, und der mit Hilfe der Gleichgewichts- und Verformungsbedingungen bestimmt wird. Im vorliegenden Falle können wir mit zwei Einzelfunktionen schon zum Ziele kommen, die in Bild 1 dargestellt sind. Die erste Funktion gibt die sattelförmige Sohldruckverteilung für völlig starre Sohle an; der zugehörige Faktor p_1 wird so gewählt, daß der Flächeninhalt der mit p_1 vervielfachten Verteilungslinie gleich ist der Summe $2P$ aller angreifenden lotrechten Kräfte, d. h. es gilt:

$$2P = p_1 \cdot 2l \quad \text{oder} \quad p_1 = P/l. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

[1]) Vgl. hierzu die Kritik des Verfassers zum Verfahren von Ellerbeck. Bauing. 23 (1942), Heft 14/16, S. 101.

[2]) Vgl. hierzu auch die Kritik von Agatz, Berechnung und konstruktive Gestaltung von Trockendocken und Seeschleusen. Jahrbuch d. Hafenbautechn. Gesellschaft, Bd. 19 (1941—49), S. 75 u. 76.

[3]) Diesen Übelstand versucht Graßhoff durch den Ansatz einer veränderlichen Bettungszahl zu beseitigen. Vgl. Graßhoff, Ein einfaches Näherungsverfahren zur Berechnung elastisch gebetteter Balken. Bautechn. 28 (1951), Heft 7 u. 8, S. 160 u. 189. Man kommt dadurch der Wirklichkeit zweifellos näher, jedoch auf Kosten einer neuen Annahme über die Veränderlichkeit der Bettungszahl. Der Verfasser kann deshalb das Verfahren von Graßhoff nicht empfehlen, zumal das hier gezeigte Verfahren einfacher zum Ziele führt und auch das früher angegebene Verfahren durchaus nicht so große Schwierigkeiten bietet, wie Graßhoff meint. Vgl. hierzu auch die weiteren Ausführungen.

[4]) Joppen, Sohlendruckverteilung unter Schiffahrtsschleusen mit durchgehender biegungsfester Sohlenplatte. Bautechn. 29 (1952), Heft 2, S. 46.

[5]) Die Sohlepressungen stellen sich entsprechend den Setzungsbedingungen des Untergrundes ein; sie sind keine äußeren aktiven Kräfte, sondern innere widerstehende Spannungen, deren Verteilung also nicht innerhalb gewisser Grenzen frei wählbar ist. — Ein weiterer Irrtum Joppens tritt in seiner Meinung zutage, bei mittiger Belastung wäre „nur eine einzige, und zwar eine rechteckförmige Sohldruckverteilung möglich". Nach dem heute fast allgemein anerkannten Grundsatz der linearen Setzungsüberlagerung ist bei mittig belasteter starrer Sohle unbedingt mit einer Anhäufung der Sohlpressungen am Rande, also mit sattelförmiger Sohldruckverteilung, zu rechnen. Verbiegungen der Sohle ergeben dann gewisse Abweichungen von diesen sattelförmig verteilten Sohlpressungen, nicht von den gleichmäßig verteilten Pressungen. — Natürlich muß Joppen vom Standpunkte der statisch ungünstigsten Sohldruckverteilung aus dann mein Berechnungsverfahren für „nicht erforderlich" halten.

[6]) Ohde, Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern. Bauing. 23 (1942), Heft 14/16 u. 17/18, S. 99 u. 122.

[7]) Vgl. neben Anm. [2]) auch Loos und Breth, Die Berechnung elastisch gebetteter Balken und Platten. Bautechn. Hefte d. Bau- und Ingenieurschule Bremen. Reihe VI, Heft 3. Bremen-Horn 1948, Walter Dorn G.m.b.H.

Die zweite Funktion soll den Einfluß der Verbiegung der Sohle berücksichtigen und ist als Parabel angenommen, deren positive und negative Flächen sich gegenseitig ausgleichen (Bild 1). Ihr Faktor p_2 ist demnach nicht von den äußeren Kräften, sondern nur von den Verformungsbedingungen abhängig. p_2 wird so gewählt, daß die Setzungsdifferenz von zwei festgelegten Punkten des Baugrundes mit dem entsprechenden Unterschied der Biegelinien-Ordinaten übereinstimmt. Bis zu $x \approx 0{,}9\,l$ lautet damit die Gleichung für die Verteilung der Sohlepressungen:

$$p = \frac{0{,}75\,p_1}{\sqrt{1 - x^2/l^2}} + 0{,}5\,p_2\left(3\,\frac{x^2}{l^2} - 1\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Bezeichnet nun $\Delta\,\zeta$ die Setzungsdifferenz der festgelegten Punkte (in der Mitte und nahe dem Rande), so gilt nach der üblichen Setzungslehre offenbar genügend genau:

$$\Delta\,\zeta = k \cdot p_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Andererseits läßt sich für den Unterschied der Biegelinien-Ordinaten ableiten, wie nachstehend gezeigt wird:

$$\zeta_2 - \zeta_1 = \Delta\,\zeta = d_1\,p_1 - d_2\,p_2 - d_0\,q - \overline{m}$$

mit q als gleichmäßig verteilter äußerer Belastung (z. B. Wasserfüllung). Die Gleichsetzung von $\Delta\,\zeta$ liefert uns dann den gewünschten Wert p_2:

$$p_2 = \frac{d_1\,p_1 - d_0\,q - \overline{m}}{k + d_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Als Lösung unserer Aufgabe erhalten wir also eine verhältnismäßig einfache Formel für die einzige Unbekannte p_2, und nur die Berechnung der in dieser Formel auftretenden Konstanten macht uns zunächst noch etwas Mühe. Die Konstante $\overline{m}$ berücksichtigt den Biegeeinfluß der äußeren Kräfte, die d-Werte bringen die Biegsamkeit der Sohle zum Ausdruck und k den Verformungseinfluß des Untergrundes[5]).

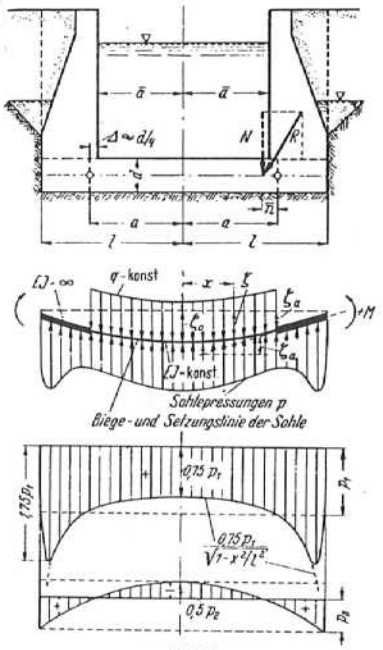


Bild 1.

Den Punkt 2 in der Nähe des Randes, auf den der Setzungs- und Biegeordinaten-Unterschied bezogen wird, wollen wir in $0{,}8\,l$ von der Mitte aus annehmen. Die übrigen Bezeichnungen gehen aus Bild 1 hervor. Der biegsame Teil der Schleusensohle wird um die (geschätzte) kleine Strecke Δ (z. B. $\Delta \approx d/4$) auf beiden Seiten länger angenommen, um die etwas elastische Einspannung der Sohlenplatte im aufgehenden Mauerwerk zu berücksichtigen. Auf der Strecke $(l - a)$ wird die Sohlenplatte wegen ihrer Verbindung mit dem aufgehenden Mauerwerk nicht verbogen, hier ist die Neigung ζ' der Biegelinie konstant.

Bei der Berechnung der Biegelinie müssen wir von der Verteilung der Biegemomente M ausgehen, wobei — mit ζ als Ordinate der Biegelinie, Setzung nach unten positiv gerechnet — die bekannten Differentialgleichungen gelten:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = b\,(p - q) \quad . \; . \; . \; . \quad (5) \quad \text{und} \quad \frac{d^2\,\zeta}{dx^2} = -\frac{M}{E\,J} \quad . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Hierin bezeichnen: $E\,J$ das Biegsamkeitsmaß der Sohle (E = Elastizitätszahl, J = Trägheitsmoment), b die Breite oder Längenerstreckung der Schleusensohle lotrecht zur Bildebene von Bild 1 (am besten wird $b = 1{,}0$ m gesetzt), p die Sohlpressung und q die vorhandene gleichmäßige Belastung der Sohle (z. B. aus Wasser- und evtl. auch Eigengewicht). In der üblichen Weise sind die Momente für eine nach unten durchgebogene Sohle positiv angesetzt, wie Bild 1 erkennen läßt, obgleich sich die Schleusensohle meistens umgekehrt durchbiegt. Es ist für die Ableitung der gesuchten Größen aber einfacher und anschaulicher, mit positiven Werten zu rechnen.

Wir können jetzt die Sohlepressungen nach (2) in (5) einführen. Die so gewonnene Gleichung für $d^2 M/dx^2$ muß zweimal integriert werden, um die Biegemomente zu erhalten. Diese Integrationen lassen sich ohne weiteres durchführen; es werden jedoch für das erste Glied von (2) arc sin— und Wurzel—Ausdrücke erhalten, die rechnerisch unbequem sind, weil Unterschiede auftreten, die bedeutend kleiner sind als die beteiligten Zahlen. Es ist deshalb für die Zahlenrechnung einfacher, den Ausdruck $1/\sqrt{1 - x^2/l^2}$ als Reihe darzustellen. Man hat z. B. die bekannte Taylor-Entwicklung:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2/l^2}} = 1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{l^2} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\frac{x^4}{l^4} + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot\frac{x^6}{l^6} + \ldots; \quad . \; . \quad (7)$$

die aber rechnerisch auch noch nicht vollauf befriedigt, da man für $x/l > 0{,}5$ viele Glieder benötigt. Am einfachsten ist eine Reihe von nur wenigen Gliedern, deren Festwerte so gewählt werden, daß der mittlere Fehler einen gewissen kleinen Wert nicht überschreitet. Der Verfasser fand auf diesem Wege für $x/l < 0{,}9$ folgende Reihe (mittlerer Fehler etwa $\pm\,0{,}0002$, größter Einzelfehler etwa $\pm\,0{,}0004$):

$$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2/l^2}} \approx 1 + 0{,}5\,\frac{x^2}{l^2} + 0{,}415\,\frac{x^4}{l^4} + 0{,}94\,\frac{x^8}{l^8} + 0{,}37\,\frac{x^{10}}{l^{10}} + 1{,}8\,\frac{x^{24}}{l^{24}} \quad . \; . \quad (8a)$$

oder allgemein geschrieben:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2/l^2}} \approx 1 + c_2\,\frac{x^2}{l^2} + c_4\,\frac{x^4}{l^4} + c_8\,\frac{x^8}{l^8} + c_{16}\,\frac{x^{16}}{l^{16}} + c_{24}\,\frac{x^{24}}{l^{24}} \quad . \quad (8b)$$

Im ganzen gilt damit nach (5) und (2):

$$\begin{aligned}\frac{d^2 M}{dx^2} &= -q + \frac{3}{4}\,p_1\left(1 + c_2\,\frac{x^2}{l^2} + c_4\,\frac{x^4}{l^4} + c_8\,\frac{x^8}{l^8} + c_{16}\,\frac{x^{16}}{l^{16}} + c_{24}\,\frac{x^{24}}{l^{24}}\right) + 0{,}5\,p_2\left(3\,\frac{x^2}{l^2} - 1\right) = \\ &= \left(\frac{3}{4}\,p_1 - q - \frac{1}{2}\,p_2\right) + 3\left(\frac{c_2\,p_1}{4} + \frac{p_2}{2}\right)\frac{x^2}{l^2} + \\ &\quad + \frac{3}{4}\,p_1\left(c_4\,\frac{x^4}{l^4} + c_8\,\frac{x^8}{l^8} + c_{16}\,\frac{x^{16}}{l_{16}} + c_{24}\,\frac{x^{24}}{l^{24}}\right). \quad (8c)\end{aligned}$$

Die zweimalige Integration dieser Gleichung liefert unter Beachtung der Integrationskonstanten $\left(\frac{d\,M}{d\,x}\right)_{x=0} = 0$ und $M_{x=0} = M_0$:

$$\begin{aligned}M &= M_0 + \left(\frac{3}{4}\,p_1 - q - \frac{1}{2}\,p_2\right)\frac{x^2}{2} + \left(\frac{c_2\,p_1}{2} + p_2\right)\frac{x^4}{8\,l^2} + \\ &\quad + \frac{3}{4}\,p_1\left(\frac{c_4}{5\cdot 6}\cdot\frac{x^6}{l^4} + \frac{c_8}{9\cdot 10}\cdot\frac{x^{10}}{l^8} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_{16}}{17\cdot 18}\cdot\frac{x^{18}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{25\cdot 26}\cdot\frac{x^{26}}{l^{24}}\right). \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)\end{aligned}$$

Nach Einsetzung dieses Wertes in (6) ergibt die weitere Integration:

$$\begin{aligned}E\,J\cdot\frac{d\,\zeta}{d\,x} &= -\int M\cdot d\,x = -M_0\,x + (4\,q + 2\,p_2 - 3\,p_1)\,\frac{x^3}{24} - \\ &\quad - (c_2\,p_1 + 2\,p_2)\,\frac{x^5}{80\,l^2} - p_1\left(\frac{c_4}{280}\cdot\frac{x^7}{l^4} + \frac{c_8}{1320}\cdot\frac{x^{11}}{l^8} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_{16}}{7752}\cdot\frac{x^{19}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{23400}\cdot\frac{x^{27}}{l^{24}}\right). \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)\end{aligned}$$

Die Integrationskonstante ist wegen der Symmetrie zur Mittelachse wieder Null. Die nochmalige Integration liefert mit ζ_0 als Setzung ζ für $x = 0$:

$$\begin{aligned}E\,J\,\zeta &= E\,J\cdot\zeta_0 - M_0\,\frac{x^2}{2} + (4\,q + 2\,p_2 - 3\,p_1)\,\frac{x^4}{96} - \\ &\quad - (c_2\,p_1 + 2\,p_2)\,\frac{x^6}{480\,l^2} - p_1\left(\frac{c_4}{2240}\cdot\frac{x^8}{l^4} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_8}{15\,840}\cdot\frac{x^{12}}{l^8} + \frac{c_{16}}{155\,040}\cdot\frac{x^{20}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{655\,200}\cdot\frac{x^{28}}{l^{24}}\right). \quad (11)\end{aligned}$$

[5]) Stillschweigend vorausgesetzt ist hierbei, wie üblich, daß die Seitenmauern der Verbiegung der Sohle ungehindert folgen können. Diese statisch ungünstige Annahme trifft für den Bauzustand sicher zu, nicht aber unbedingt für spätere Betriebszustände mit starker Rückwärtsbiegung.

Für die weitere Auswertung benötigen wir die Werte M_0 ($= M$ für $x = 0$) und M_a ($= M$ für $x = a$). Nach (9) gilt für $x = a$:

$$\left.\begin{aligned} M_0 = M_a + (4q + 2p_2 - 3p_1)\frac{a^2}{8} - (c_2 p_1 + 2p_2)\frac{a^4}{16 l^2} - \\ - p_1\left(\frac{c_4}{40}\cdot\frac{a^6}{l^4} + \frac{c_8}{120}\cdot\frac{a^{10}}{l^8} + \frac{c_{16}}{408}\cdot\frac{a^{18}}{l^{16}} + \right. \\ \left. + \frac{3c_{24}}{2600}\cdot\frac{a^{26}}{l^{24}}\right). \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

M_a muß gleich sein dem Moment aller äußeren Kräfte für den Punkt a einschließlich des Momentes des randlichen Bereiches der Sohlepressungen. Wenn R die Mittelkraft aus Eigengewicht, Erd- und Wasserdruck für Punkt a mit der lotrechten Teilkraft N bedeutet und p, wie bisher, die Sohlpressungen bezeichnet, so gilt demnach:

$$M_a = N\cdot\bar{n} + \int_a^l p\cdot dx\,(x - a).$$

Die Einsetzung von p nach (2) und (8b) liefert unter Beachtung der Integrationsgrenzen $x = 0{,}9\,l$ und $x = a$ und mit $\int_{0,9\,l}^{l} p\cdot dx = 1{,}06172\,p_1\cdot 0{,}1\,l = 0{,}10617\,p_1\,l$ und $\int_{0,9\,l}^{l} p\cdot dx\,(x - a) = 0{,}10617\,p_1\,l\,(0{,}9462\,l - a)$ nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\left.\begin{aligned} M_a = N\cdot\bar{n} + (C_1 l - C_2 a)\,p_1 l + p_1 a^2\left(\frac{3}{8} + \frac{c_2}{16}\cdot\frac{a^2}{l^2} + \right. \\ \left. + \frac{c_4}{40}\cdot\frac{a^4}{l^4} + \frac{c_8}{120}\cdot\frac{a^8}{l^8} + \frac{c_{16}}{408}\cdot\frac{a^{16}}{l^{16}} + \frac{3c_{24}}{2600}\cdot\frac{a^{24}}{l^{24}}\right) \\ + \frac{p_2}{8}\left(l - \frac{a^2}{l}\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

mit $C_1 = 0{,}10617\cdot 0{,}9462 + \frac{3}{8}\,0{,}9^2 + \frac{3c_2}{16}\,0{,}9^4 + \frac{c_4}{8}\,0{,}9^6 + \frac{3c_8}{40}\cdot 0{,}9^{10} + \frac{c_{16}}{24}\,0{,}9^{18} + \frac{3c_{24}}{104}\,0{,}9^{24} = 0{,}51399$

und $C_2 = 0{,}10617 + \frac{3}{4}\,0{,}9 + \frac{c_2}{4}\,0{,}9^3 + \frac{3c_4}{20}\,0{,}9^5 + \frac{c_8}{12}\,0{,}9^9 + \frac{3c_{16}}{68}\,0{,}9^{17} + \frac{3c_{24}}{100}\,0{,}9^{25} = 0{,}94600.$

Die Einsetzung dieses Wertes für M_a in (12) ergibt für M_0 den einfachen Ausdruck:

$$M_0 = N\bar{n} - (C_2 a - C_1 l)\,p_1 l + q\,a^2/2 + p_2\,l^2/8 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Jetzt können wir M_0 in (10) und (11) einsetzen und erhalten für $x = a$:

$$\begin{aligned} EJ\left(\frac{d\zeta}{dx}\right)_a = -N\cdot\bar{n}\cdot a + (C_2 a - C_1 l)\,p_1 l a - \\ - \frac{a\,l^2}{8}\,p_2\,(8q - 2\cdot p_2 - 3p_1)\frac{a^3}{24} - \\ - (c_2 p_1 + 2\cdot p_2)\frac{a^5}{80\,l^2} - p_1\left(\frac{c_4}{280}\cdot\frac{a^7}{l^4} + \frac{c_8}{1320}\cdot\frac{a^{11}}{l^8} + \right. \\ \left. + \frac{c_{16}}{7752}\cdot\frac{a^{19}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{23400}\cdot\frac{a^{27}}{l^{24}}\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EJ\cdot\zeta_a = EJ\cdot\zeta_0 - N\bar{n}\,\frac{a^2}{2} + (C_2 a - C_1 l)\,p_1\frac{a^2}{2} - \\ - \frac{a^2 l^2}{16}\,p_2\,(20q + 2p_2 - 3p_1)\,\frac{a^4}{96} - (c_2 p_1 + 2\cdot p_2)\frac{a^6}{480} - \\ - p_1\left(\frac{c^4}{2240}\cdot\frac{a^8}{l^4} + \frac{c_8}{15840}\cdot\frac{a^{12}}{l^8} + \frac{c_{16}}{155040}\cdot\frac{a^{20}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{655200}\cdot\frac{a^{28}}{l^{24}}\right). \end{aligned}$$

Für den Unterschied der Biegeordinaten zwischen $x = 0{,}8\,l$ und $x = 0$ haben wir es fast immer nur mit ζ_0 und mit ζ_x für $x > a$ zu tun. Für $x > a$ verbiegt sich die Gründungssohle wegen der steifen Seitenmauern nicht mehr (Bild 2), so daß anzusetzen ist:

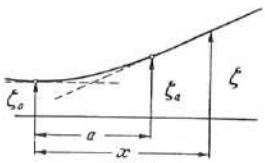


Bild 2.

$$\zeta_x = \zeta_a + \frac{d\zeta_a}{dx}\,(x - a).$$

Die Einsetzung der vorstehenden Werte liefert schließlich für den Unterschied der Biegelinien-Ordinaten $\Delta\zeta = \zeta_x - \zeta_0$ nach einiger Zwischenrechnung:

$$\left.\begin{aligned} \frac{EJ}{a^3}\cdot\Delta\zeta = \left[\frac{l}{a}\left(0{,}8\,l - \frac{a}{2}\right)\left(C_2 - C_1\frac{l}{a}\right) - \right. \\ \left. - a\,A_1 - (0{,}8\,l - a)\,A_2\right]p_1 - \\ - \frac{1}{8}\left[(0{,}8\,l - 0{,}5\,a)\,l^2/a^2 + (4\,l/_{25} - a/_6)\,a^2/l^2 - \right. \\ \left. - (8\,l/_{15} - a/_2)\right]p_2 \\ - \frac{1}{24}\,(6{,}4\,l - 3\,a)\,q - \left(\frac{0{,}8\,l}{a} - \frac{1}{2}\right)\frac{\bar{n}\,N}{a} \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

mit $C_1 = 0{,}5140$; $C_2 = 0{,}9460$;

$$\begin{aligned} A_1 = \frac{1}{32} + \frac{c_2}{480}\cdot\frac{a^2}{l^2} + \frac{c_4}{2240}\cdot\frac{a^4}{l^4} + \frac{c_8}{15840}\cdot\frac{a^8}{l^8} + \frac{c_{16}}{155040}\cdot\frac{a^{16}}{l^{16}} + \\ + \frac{c_{24}}{655200}\cdot\frac{a^{24}}{l^{24}} = 0{,}03125 + 0{,}001\,042\,a^2/l^2 + \\ + 0{,}001\,853\,a^4/l^4 + 0{,}000\,0593\,a^8/l^8 + 0{,}000\,0024\,a^{16}/l^{16} + \\ + 0{,}000\,0027\,a^{24}/l^{24}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 = \frac{1}{8} + \frac{c_2}{80}\cdot\frac{a^2}{l^2} + \frac{c_4}{280}\cdot\frac{a^4}{l^4} + \frac{c_8}{1320}\cdot\frac{a^8}{l^8} + \frac{c_{16}}{7752}\cdot\frac{a^{16}}{l^{16}} + \\ + \frac{c_{24}}{23400}\cdot\frac{a^{24}}{l^{24}} = 0{,}125 + 0{,}00625\,a^2/l^2 + 0{,}001\,482\,a^4/l^4 + \\ + 0{,}000\,712\,a^8/l^8 + 0{,}000\,0477\,a^{16}/l^{16} + 0{,}000\,769\,a^{24}/l^{24}. \end{aligned}$$

Vernachlässigt ist hierbei der Einfluß der Querkräfte, der überschläglich wie folgt berücksichtigt werden kann: Für einen gleichmäßig belasteten Rechteckbalken von der Breite b, der Höhe h und der Spannweite l ist bekanntlich die größte Durchbiegung:

$$f = f_1 + f_2 = \frac{5}{384}\cdot\frac{p\,l^4\cdot 12}{E\cdot b\,h^3} + \frac{3}{10}\cdot\frac{m+1}{m}\cdot\frac{p\,l^2}{E\cdot b\,h} = \frac{p\,l^2}{E\cdot b\,h}\left[\frac{5}{32}\cdot\frac{l^2}{h^2} + \frac{3}{10}\,\frac{m+1}{m}\right],$$

wobei das erste Glied den Einfluß der Biegemomente und das zweite Glied den Einfluß der Querkräfte angibt. Es verhält sich hiernach die Querkraft-Durchbiegung zur Momenten-Durchbiegung wie

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{48}{25}\cdot\frac{m+1}{m}\,\frac{h^2}{l^2} = 2{,}4\,\frac{h^2}{l^2} \text{ für } m = 4.$$

Durch den Einfluß der Querkräfte wird die Sohle etwas biegsamer, und man kann diesen Einfluß durch Einsetzen eines kleineren E-Wertes angenähert berücksichtigen, indem man anstatt E den Wert $E/(1 + 2{,}4\,h^2/a^2)$ einsetzt.

Der Setzungsunterschied des Baugrundes für die Stellen $x = 0{,}8\,l$ und $x = 0$ muß ebenfalls $\Delta\zeta$ betragen. Zur Vereinfachung der Setzungsberechnungen ist der wirkliche Untergrund mit tiefenveränderlicher Zusammendrückungszahl Z ersetzt gedacht durch eine Erdschicht von der gleichwertigen Dicke z_0 mit gleichbleibender Zusammendrückungszahl Z_m. Diese Vereinfachung der Aufgabe ist zulässig, weil die Druckverteilungs- und Setzungsunterschiede sich schon innerhalb der oberen Erdschichten unter Gründungssohle ausgleichen, so daß die Zusammendrückbarkeit der tieferen Erdschichten keinen Einfluß mehr hat auf die Verteilung der Sohlepressungen. Die gleichwertige Dicke z_0 der Ersatz-Erdschicht wird so gewählt, daß sich für die Ersatzschicht die gleiche Setzung ergibt wie für den wirklichen Untergrund mit veränderlicher Zusammendrückungszahl, wobei die Setzung jeweils für die Mitte einer gleichmäßig verteilten Belastung berechnet wird. Die gleichbleibende Zusammendrückungszahl Z_m wird dabei als Mittelwert der Erdschichten unter Gründungssohle bis zur Tiefe von etwa $1{,}0\cdot l$ unter Gründungssohle angenommen. Da im Prüfraum vorwiegend die Zusammendrückung bei verhinderter Seitendehnung festgestellt wird, so wird im Laufe der Berechnung die entsprechende Verdichtungszahl V eingeführt, also die Zusammendrückungszahl für verhinderte Seitendehnung, die dann die Zusammendrückungszahl Z für unbehinderte Seitendehnung ersetzt.

Für die Verteilung der Sohlepressungen im Untergrund seien die Formeln von Boussinesq bzw. Michell[9]) als genügend genau gültig angenommen. Für die ebene Aufgabe erzeugt hiernach ein

[9]) Fröhlich, Druckverteilung im Baugrund. Wien 1934, J. Springer. — Ohde, Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund. Bauing. 20 (1939), S. 451.

langer mit den Sohlepressungen p belegter Laststreifen von der Breite $d\,x$ (Bild 3) im Untergrund die zusätzlichen Pressungen:

$$d\,\nu_x = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{p\cdot d\,x}{R}\cdot\cos^3\varphi = \frac{2}{\pi}\,\frac{p\cdot d\,x}{x}\cdot\sin\varphi\cdot\cos^3\varphi,$$

$$d\,\nu_z = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{p\cdot d\,x}{R}\cdot\sin^2\varphi\cdot\cos\varphi = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{p\cdot d\,x}{x}\cdot\sin^3\varphi\cdot\cos\varphi.$$

Das entsprechende waagerechte Prisma von der Höhe dz wird damit um folgenden Betrag zusammengedrückt:

$$d^2\,\zeta = \left(\frac{\nu_z}{Z} - \frac{\nu_z}{m\,Z} - \frac{\nu_y}{m\,Z}\right)d\,z = \frac{d\,z}{V}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\left[(m-1)\,\nu_z - \nu_x\right] \quad (17)$$

Hierbei bezeichnet ν_y die 3. Spannung winkelrecht zur Bildebene in Bild 3, und es sind die bekannten Beziehungen

$$\nu_y = \frac{\nu_z + \nu_x}{m} \quad \text{und} \quad \frac{Z}{V} = \frac{(m+1)\,(m-2)}{m\,(m-1)}$$

benutzt. Nach Einsetzen der Pressungswerte hat man unter Beachtung von $z = x\cdot\operatorname{cotg}\varphi$ und $d\,z = -\,x\cdot d\,\varphi/\sin^2\varphi$:

$$d^2\,\zeta = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\cdot\frac{p\cdot d\,x}{V}\left[(m-1)\,\frac{\cos^3\varphi}{\sin\varphi} - \sin\varphi\cdot\cos\varphi\right]d\,\varphi$$

und nach Integration für die Lotrechte im Abstande x unter Fort-

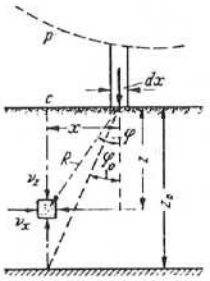


Bild 3.

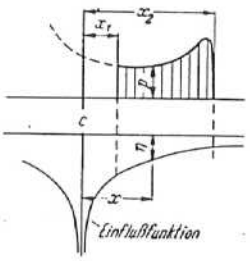


Bild 4.

lassung der Zwischenrechnung und mit V_m als mittlerer Verdichtungszahl:

$$d\,\zeta = \int_{z=0}^{z_0} d^2\,\zeta = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\cdot\frac{p\cdot d\,x}{V_m}\left[(m-1)\,\ln\frac{1}{\sin\varphi_0} - \frac{m}{2}\cos\varphi_0\right].$$

Dieser Wert gibt den Setzungseinfluß des Lastelementes $p\cdot d\,x$ für den Punkt c im Abstand x an (Bild 3 u. 4). Die Gesamtsetzung des Punktes c ist demnach:

$$\zeta = \int_{x_1}^{x_2} d\,\zeta = \int_{x_1}^{x_2}\frac{p\cdot d\,x}{V_m}\cdot\eta = \frac{1}{V_m}\int_{x_1}^{x_2}(p\cdot\eta)\,d\,x,$$

mit η als „Einflußfunktion" der Setzung (Bild 4):

$$\eta = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\left[(m-1)\,ln\,\frac{1}{\sin\varphi_0} - \frac{m}{2}\cos^2\varphi_0\right] =$$

$$= \frac{1}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\left[(m-1)\,\ln\left(1+\frac{z_0^2}{x^2}\right) - \frac{m\,z_0^2}{x^2+z_0^2}\right].$$

Führen wir nach Bild 5 die neue Veränderliche ein:

$$t = x/z_0,$$

so können wir mit $d\,x = z_0\cdot d\,t$ auch schreiben:

$$\zeta = \frac{z_0}{V_m}\int_{t_1}^{t_2}(p\cdot\eta)\,d\,t$$

$$\text{mit}\quad \eta = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\left[(m-1)\,\ln\left(1+\frac{1}{t^2}\right) - \frac{m}{1+t^2}\right]. \quad (18)$$

Damit haben wir für unsere Ersatzschicht von der Dicke z_0 und der mittleren Verdichtungszahl V_m den allgemeinen Ansatz erhalten, nach dem die Setzung ζ für jeden Punkt der Gründungssohle berechnet werden kann.

Als erstes Beispiel berechnen wir die Setzung für gleichmäßige Belastung mit p_m im Abstande x_0 von der Mittellinie. Hierfür ist nach (18) und den Bezeichnungen von Bild 5:

$$\zeta_{x_0} = \frac{p_m\cdot z_0}{V_m}\int_{t_2}^{t_1}\eta\cdot d\,t = \frac{p_m\cdot z_0}{V_m}\left(\int_0^{t_1}\eta\cdot d\,t + \int_0^{t_2}\eta\cdot d\,t\right)$$

$$\text{mit}\quad \eta = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\left[(m-1)\,\ln\,(1+t^2) - 2\,(m-1)\,\ln t - \frac{m}{1+t^2}\right].$$

Für die einzelnen Integrale gilt, wie durch Differenzieren leicht nachzuprüfen ist:

$$\int d\,t\cdot\ln\,(1+t^2) = t\,\ln\,(1+t^2) - 2\,(t - \operatorname{arc\,tg} t) + C;$$

$$\int d\,t\cdot\ln t = t\,(\ln t - 1) + C;\quad \int d\,t/(1+t^2) = \operatorname{arc\,tg} t + C.$$

Im ganzen erhält man damit für die Grenzen o und t:

$$\int_0^t \eta\cdot d\,t = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\left[(m-1)\,t\,\ln\left(1+\frac{1}{t^2}\right) + (m-2)\operatorname{arc\,tg} t\right]$$

und für die Gesamtsetzung:

$$\left.\begin{aligned}\zeta_{0x} &= \frac{z_0}{V_m}\cdot p_m\cdot k_{0x}\ \text{mit}\\ k_{0x} &= \frac{1}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\left\{(m-1)\left[t_1\,\ln\left(1+\frac{1}{t_1^2}\right) + \right.\right.\\ &\quad\left.\left. + t_2\,\ln\left(1+\frac{1}{t_2^2}\right)\right] + (m-2)\,(\operatorname{arc\,tg} t_1 + \operatorname{arc\,tg} t_2)\right\}.\end{aligned}\right\}. \quad (19)$$

Für die Mitte der Lastfläche ist mit $t_1 = t_2 = t_l$:

$$k_{0x} = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}\left[(m-1)\,t_l\,\ln\left(1+\frac{1}{t_l^2}\right) + (m-2)\operatorname{arc\,tg} t_l\right]. \quad (19a)$$

Diese Formel können wir benutzen, um die Dicke z_0 der Ersatzschicht zu ermitteln. Wird die für gleichmäßige Belastung durch eine Setzungsberechnung erhaltene Mittensetzung des vorhandenen Baugrundes (tiefenveränderliches V!) mit $\zeta_{\bar{0}}$ bezeichnet, so ist nach (19):

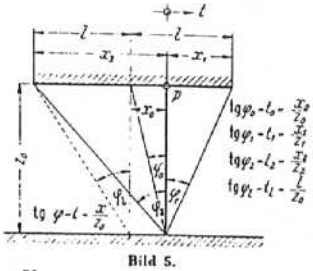


Bild 5.

$$z_0\cdot k_{00} = \frac{V_m}{p_m}\cdot\zeta_{\bar{0}}.$$

Tafel 1. k_{00}-Werte für $m = 3{,}0$.

$z_0/l =$	1,0	1,4	2,0	2,8	4,0	5,6	8,0	11,2	16,0
$k_{00} =$	0,922	0,921	0,880	0,806	0,705	0,600	0,496	0,405	0,321

Die Werte $z_0\cdot k_{00}$ sind so zu bestimmen, daß die angegebene Gleichung erfüllt ist. Da k_{00} nur langsam mit z_0 veränderlich ist, kann z_0 durch probeweises Einsetzen von k_{00} ermittelt werden nach der Formel:

$$\frac{z_0}{l} = \frac{1}{k_{00}}\left(\frac{V_m}{p_m}\cdot\frac{\zeta_{\bar{0}}}{l}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Hierbei wird, wie bereits bemerkt wurde, V_m als mittlerer Wert für die Erdschicht von $z = 0$ bis $z = l$ eingeführt.

Als zweites Beispiel berechnen wir den Setzungsverlauf für eine Parabel-Belastung (Bild 6):

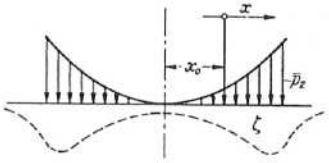


Bild 6.

$$p = \bar{p}_2\,(x/l)^2,$$

oder allgemeiner für einen ausmittig liegenden Punkt:

$$p = \bar{p}_2\left(\frac{x+x_0}{l}\right)^2 = \bar{p}_2\,\frac{x_0^2}{l^2}\,(t+t_0)^2.$$

Die Einsetzung dieses Wertes in die Gln. (18) ergibt:

$$\zeta_{2x} = \frac{z_0}{V_m}\cdot\bar{p}_2\,\frac{z_0^2}{l^2}\cdot\frac{1}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m\,(m-2)}$$

$$\cdot\left[(m-1)\int_{-t_2}^{t_1}(t+t_0)^2\,\ln\left(1+\frac{1}{t^2}\right)d\,t - m\int_{-t_2}^{t_1}(t+t_0)^2\,\frac{d\,t}{1+t^2}\right].$$

Für die einzelnen Integrale hat man:

$$\int(t+t_0)^2\,\ln\,(1+t^2)\,d\,t =$$

$$= \frac{1}{3}\,(t+t_0)^3\,\ln\,(1+t^2) - \frac{2}{9}\,t^3 - t_0\,t^2 + 2\left(\frac{1}{3}+t_0^2\right)t +$$

$$+ t_0\left(1-\frac{1}{3}\,t_0^2\right)\ln\,(1+t^2) - 2\left(\frac{1}{3}-t_0^2\right)\operatorname{arc\,tg} t + C;$$

$$\int dt\,(t+t_0)^2 \ln t = \frac{1}{3}(t+t_0)^3 \ln t - \frac{1}{9}t^3 - \frac{1}{2}t_0 t^2 - t_0^2 t - \frac{1}{3}t_0^3 \ln t + C;$$

$$\int (t+t_0)^2 \frac{dt}{1+t^2} = t + t_0 \ln(1+t^2) - (1-t_0^2)\,\mathrm{arc\,tg}\,t + C.$$

Im ganzen erhält man damit, zunächst für die Grenzen 0 und t, nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\int_0^t (p\cdot\eta)\,dt = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m(m-2)}\,\bar{p}_2\,\frac{z_0^2}{l^2}\left[\frac{m-1}{3}\left((t+t_0)^3 - t_0^3\right)\ln\left(1+\frac{1}{t^2}\right) - t_0 \ln(1+t^2) - \frac{m+2}{3}t + \left(\frac{m+2}{3} + (m-2)t_0^2\right)\mathrm{arc\,tg}\,t\right].$$

Die Anwendung dieser Formel liefert unter Beachtung von $t_1 + t_0 = t_2 - t_0 = t_l$ für den gesamten Setzungsverlauf mit

$$\left.\begin{aligned}
&\int_{-t_2}^{t_1}(p\cdot\eta)\,dt = \int_0^{t_1}(p\cdot\eta)\,dt + \int_0^{t_2}(p\cdot\eta)\,dt: \quad \xi_{2x} = \frac{z_0}{V_m}\,\bar{p}_2\cdot k_{2x};\\
&k_{2x} = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m(m-2)}\cdot\frac{z_0^2}{l^2}\left\{\frac{m-1}{3}\left[(t_l^3+t_0^3)\ln\left(1+\frac{1}{t_2^2}\right) + (t_l^3 - t_0^3)\ln\left(1+\frac{1}{t_1^2}\right)\right] + t_0 \ln\frac{1+t_2^2}{1+t_1^2} + (m-2)\,t_0^2\,(\mathrm{arc\,tg}\,t_2 + \mathrm{arc\,tg}\,t_1) - \frac{m+2}{3}\,(t_2 - \mathrm{arc\,tg}\,t_2 + t_1 - \mathrm{arc\,tg}\,t_1)\right\}.
\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Für die Mitte hat man einfacher:

$$k_{20} = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{m-1}{m(m-2)}\cdot\frac{z_0^2}{l^2}\left[\frac{m-1}{3}\,t_l^3 \ln\left(1+\frac{1}{t_l^2}\right) - \frac{m+2}{3}(t_l - \mathrm{arc\,tg}\,t_l)\right]. \quad (21a)$$

Da die Formeln (19) und (21) für k umständlich auszuwerten sind, aber für verschiedene Verhältnisse z_0/l ein für allemal vorweg berechnet werden können, ist eine Wiedergabe solcher Auswertungen in Tabellenform zweckmäßig. Tafel 2 gibt die k-Werte für $m = 3$.

Tafel 2. k_0- und k_2-Werte für $m = 3$.

$z/l =$	1,0	1,4	2,0	2,8	4,0	5,6	8,0	11,2	16,0
$k_{00} =$	0,9217	0,9212	0,8798	0,8062	0,7052	0,6002	0,4957	0,4046	0,3209
$k_{08} =$	0,7433	0,7185	0,6796	0,6321	0,5678	0,4977	0,4202	0,3498	0,2822
$k_{20} =$	0,0443	0,0889	0,1248	0,1419	0,1436	0,1352	0,1184	0,0993	0,0834
$k_{28} =$	0,4164	0,3738	0,3195	0,2755	0,2326	0,1961	0,1609	0,1312	0,1019

$k_{00} = k_0$ für $x = 0$; $k_{08} = k_0$ für $x = 0{,}8\,l$; $k_{28} = k_2$ für $x = 0{,}8\,l$.

Nach diesen Vorbereitungen läßt sich der gesuchte Setzungs-Unterschied $\Delta\zeta = \zeta_{0,8l} - \zeta_0$ leicht berechnen. Nach (2) und Bild 1 ist unser zusätzlicher Parabel-Sohldruck nicht nach Bild 6 verteilt, sondern als $0{,}5\,p_2\,(3\,x^2/l^2 - 1)$. Diese Verteilung kann zerlegt werden in die Verteilung $1{,}5\,p_2\cdot x^2/l^2$ nach Bild 6 und in die (negative) gleichmäßige Verteilung $-\,0{,}5\,p_2$. Die Setzung aus der Parabel-Druckverteilung nach Bild 1 ist damit:

in der Entfernung x von der Mitte:

$$\zeta_x = 1{,}5\,\frac{z_0}{V_m}\,p_2\cdot k_{2x} - 0{,}5\,\frac{z_0}{V_m}\,p_2\cdot k_{0x};$$

in der Mitte:

$$\zeta_0 = 1{,}5\,\frac{z_0}{V_m}\,p_2\cdot k_{20} - 0{,}5\,\frac{z_0}{V_m}\,p_2\cdot k_{00}.$$

Für den Setzungs-Unterschied gilt also:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta\zeta = \zeta_x - \zeta_0 = \frac{z_0}{V_m}\,p_2\,[1{,}5\,(k_{2x} - k_{20}) - 0{,}5\,(k_{0x} - k_{00})] = k\cdot p_2,\\
&\text{d. h. } k = \frac{z_0}{2V_m}\,[3\,(k_{2x} - k_{20}) + (k_{00} - k_{0x})] = \frac{z_0}{V_m}\cdot k'.
\end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Auch hier ist es vorteilhaft, für die baupraktische Anwendung einige Tabellenwerte zur Hand zu haben. Für $m = 3$ findet man z. B. die Werte nach Tafel 3.

Tafel 3. k'-Werte für $m = 3$.

$z_0/l =$	1,0	1,4	2,0	2,8	4,0	5,6	8,0	11,2	16,0
$k' =$	0,6473	0,5287	0,3890	0,2882	0,2023	0,1427	0,1014	0,0753	0,0471

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Die bisherigen Ableitungen können vielleicht den Eindruck erwecken, als sei das vorgeführte Berechnungsverfahren doch nicht so einfach, wie es der Titel des Aufsatzes in Aussicht stellt. Demgegenüber muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß einigermaßen einwandfreie Berechnungen der Verformung des Baugrundes notwendigerweise bei der Ableitung nicht ganz einfach sein können, weil die Druckverteilungsgesetze berücksichtigt werden müssen und die Überlagerung der Einzelwirkungen hinzukommt. Auch die Berechnung der Verbiegung der Fundamentsohle erfordert wegen der viermaligen Integration der Biege-Differentialgleichung unvermeidlicherweise einige Rechenarbeit. Jedoch kann der weitaus größte Teil der Auswertungen ein für allemal vorweggenommen werden, so daß für die baupraktische Anwendung in der Tat ein sehr einfaches Berechnungsverfahren gewonnen wird, wie die folgende Zusammenstellung des eigentlichen Berechnungsganges zeigt.

Die Sohlpressungen folgen für $x < 0{,}9\,l$ der Gl. (2):

$$p = p_g + \frac{0{,}75\,p_1}{\sqrt{1 - x^2/l^2}} + 0{,}5\,p_2\left(3\,\frac{x^2}{l^2} - 1\right)_x. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Sie setzen sich (vgl. Bild 1) aus 3 Anteilen zusammen. Der erste (hier noch hinzugefügte) Anteil p_g besteht aus dem Eigengewicht der Sohle selbst, soweit die Setzungen aus diesem Eigengewicht sich sofort nach dem Betonieren einstellen können (kein Porenwasser-Überdruck im Untergrund). Dieser Anteil ist statisch unwirksam, weil sich die Setzungen aus dem Eigengewicht schon einstellen, bevor der Sohlenbeton hart geworden ist, d. h. p_g braucht bei der weiteren Berechnung nicht berücksichtigt zu werden. Nur bei vollbindigem Untergrund (Ton) stellt sich die Setzung erst nach längerer Zeit ein; dann ist p_g gleich Null zu setzen und das Eigengewicht der Sohle den übrigen lotrechten Kräften zuzuschlagen. Der zweite Anteil besteht aus dem sattelförmig verteilten Sohledruck; er gilt für starre (unbiegsame) Sohle und nimmt bereits alle lotrechten Belastungen auf, d. h. es gilt nach (1): $p_1 = P/l$ mit P als Summe aller lotrechten Kräfte für die halbe Schleuse einschl. Wasserdruck, Auftrieb, Erddruck usw., jedoch ohne den Sohledruck (Erdpressungen) und ohne das Eigengewicht p_g der Sohle, falls dieses statisch unwirksam ist.

Der dritte Anteil berücksichtigt angenähert den Biege-Einfluß der Sohle. Für diesen Einfluß sind zusätzliche Spannungen angesetzt in Form einer Parabel (Bild 1), deren positive und negative Flächen sich gegenseitig ausgleichen. Die Konstante p_2 dieser zusätzlichen Spannungen folgt aus der Gl. (4):

$$p_2 = \frac{d_1\,p_1 - d_0\,q - \bar{m}}{d_2 + k}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Hierin bedeutet q die gleichmäßige Belastung, z. B. durch Wasserfüllung der Schleuse (positives q) oder Auftrieb (negatives q). Der Vergleich von (15) mit (4) liefert:

$$\left.\begin{aligned}
&d_0 = \frac{1}{24}\,(6{,}4\,l - 3\,a)\cdot e';\\
&d_1 = \left[l\left(0{,}8\,\frac{l}{a} - \frac{1}{2}\right)\left(0{,}9460 - 0{,}5140\,\frac{l}{a}\right) - a\,A_1 - (0{,}8\,l - a)\,A_2\right]\cdot e';\\
&d_2 = \frac{1}{8}\left[(0{,}8\,l - 0{,}5\,a)\,l^2/a^2 + (4\,l/_{25} - a/_a)\,a^2/l^2 - (8\,l/_{15} - a/_2)\right]\cdot e'\\
&\qquad \text{mit } e' = (1 + 2{,}4\,d^2/a^2)\,a^3/EJ
\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

und A_1 und A_2 nach (16) oder durch Zwischenschalten nach folgender Tafel 4:

Tafel 4. Für A_1 und A_2.

a/l	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
$A_1 =$	0,03152	0,03158	0,03165	0,03173	0,03181	0,03190	0,03200
$A_2 =$	0,12666	0,12703	0,12745	0,12793	0,12846	0,12906	0,12973

E und J bedeuten Elastizitätszahl und Trägheitsmoment der Schleusensohle von der Dicke d.

Der Wert $\bar{m}$ berücksichtigt den Momenten-Einfluß der Seitenmauern auf die Sohle. Nach (15) gilt

$$m = \left(0{,}8\,\frac{l}{a} - \frac{1}{2}\right)\frac{\bar{n}\,N}{a}\cdot e', \quad \ldots\ldots \quad (24)$$

wobei das Vorzeichen von $\bar{n}$ nach Bild 1 zu beachten ist. N ist die lotrechte Teilkraft der Mittelkraft R für den Sohlenquerschnitt a, wobei a um $d/4$ größer als die halbe Kammerbreite $\bar{a}$ gewählt wird, um die etwas elastische Einspannung der Sohle in den Seitenmauern mit einzubeziehen. R setzt sich zusammen aus:

dem Eigengewicht der Seitenmauer, und zwar bis zur Höhe der Kammersohle für eine statisch unwirksame Sohlenplatte und bis zur Gründungssohle herab (zwischen l—a) für vollbindigen Untergrund,

dem Wasserdruck in der Schleusenkammer,

dem Außendruck des Grundwassers bis zur Bauwerksohle,

dem Auftrieb des Grundwassers unterhalb der Sohle für die Außenstrecke l—a,

dem Erddruck E_0 auf die Seitenmauer bis zur Bauwerksohle, der lotrechten Zugkraft $q\ (a - \bar{a})$ längs der Strecke $(a - \bar{a})$ in Höhe der Kammersohle, weil die Wasserbelastung q in (15) für die Strecke a eingesetzt ist, in Wirklichkeit aber nur längs der Strecke $\bar{a}$ wirkt, also längs der Differenzstrecke $(a - \bar{a})$ wieder abgezogen werden muß.

Der Erddruck E_0 darf nicht als aktiver Druck nach der Gleitflächenlehre berechnet werden, weil die Seitenmauern gegenüber der Weichheit der Hinterfüllungserde nur ganz geringfügig nachgeben, so daß sich Gleitflächen nicht ausbilden können. Der Erddruck muß demnach als Ruhedruck auf unnachgiebige Seitenmauern angesetzt werden, für Sand also etwa zu 45% der Auflastpressung ($\lambda_0 = 0{,}45$), für Lehm etwa zu 60% der lotrechten Pressung ($\lambda_0 = 0{,}60$). Die Neigung des Erddruckes wird unten nahezu Null sein und sich nach oben hin infolge der Setzung der Hinterfüllungserde dem Reibungswinkel ϱ nähern; man wird deshalb wohl nicht fehlgehen, wenn man sie im vorliegenden Falle etwa mit $\varrho/3$ oder mit $\operatorname{tg}\delta = \mu/3$ ansetzt.

Schließlich muß noch die Nachgiebigkeit des Untergrundes in Gestalt des Faktors k ermittelt werden. Zu diesem Zweck muß natürlich die — mit der Tiefe meist abnehmende — Zusammendrückbarkeit des Untergrundes hinreichend genau bekannt sein, sei es nun durch Zusammendrückungsversuche mit ungestört entnommenen Erdproben oder durch Kennzahlen der Lagerungsdichte (beim Sand) oder des Wassergehaltes (beim Ton), mit deren Hilfe die Zusammendrückbarkeit der Erde unterhalb der Gründungssohle genügend genau angegeben werden kann. Sodann wird eine Setzungsberechnung durchgeführt für gleichmäßig verteilten Sohldruck ($p_m \approx p_1$), indem die Setzung $\zeta_{\bar{0}}$ des Mittelpunktes einer schlaffen Sohle ermittelt wird für die Belastungszunahme von $p_{\bar{0}}$ auf etwa $p_{\bar{0}} + p_1$. Da unsere Berechnung des Setzungsunterschiedes $\Delta\zeta$ unter der vereinfachten Annahme einer gedachten Erdschicht von der Dicke z_0 und der mittleren Verdichtungszahl V_m (Zusammendrückungszahl für verhinderte Seitendehnung) durchgeführt wurde, so müssen wir jetzt V_m und z_0 ermitteln. V_m wird als ungefährer Mittelwert der Erdschicht bis $z \approx l$ unterhalb der Gründungssohle leicht erhalten. Die Ersatz-Schichtdicke z_0 folgt dann durch probeweises Einsetzen der k_{00}-Werte nach (19a) oder Tafel 1 in Gl. (20):

$$\frac{z_0}{l} = \frac{1}{k_{00}} \left(\frac{V_m}{p_m} \cdot \frac{\zeta_{\bar{0}}}{l} \right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

mit $\zeta_{\bar{0}}$ als vorstehend genannter, berechneter Setzung. Sind auf diese Weise z_0 und V_m bekannt, so kann nach (22) oder Tafel 3 der Wert k' gefunden werden, und es ist schließlich:

$$k = k' \cdot \frac{z_0}{V_m}.$$

Damit sind dann alle Konstanten der Gl. (4) bekannt, und der gesuchte Wert p_2 kann berechnet werden.

Ist auf diese Weise die Verteilung der Sohlepressungen gefunden, so bereitet die Berechnung der Biegemomente und Querkräfte keine Schwierigkeiten mehr. Sie können graphisch in bekannter Weise erhalten werden oder auch rechnerisch nach den schon abgeleiteten Formeln. Z. B. folgt das Biegemoment M_0 in der Mitte der Schleusensohle aus (14) und das „Randmoment" M_a aus (13) oder auch aus (12). Zwischenwerte für die Strecke von 0 bis a können nach (9) berechnet werden. Die Querkraft Q ist in der Mitte der Schleusensohle Null. Für die Strecke von 0 bis a folgt sie aus der Integration von (2) bzw. (8b) zu:

$$Q = -\frac{dM}{dx} \int (q - p)\, dx \text{ oder}$$

$$\left.\begin{aligned} Q = \left(q - \frac{3}{4} p_1 + \frac{1}{2} p_2\right) x - \frac{1}{2}\left(p_2 + \frac{c_2 p_1}{2}\right) x \frac{x^2}{l^2} - \\ - \frac{3}{4} p_1 x \left(\frac{c_4}{5} \cdot \frac{x^4}{l^4} + \frac{c_8}{9} \cdot \frac{x^8}{l^8} + \frac{c_{16}}{17} \cdot \frac{x^{16}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{25} \cdot \frac{x^{24}}{l^{24}}\right). \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

Q ist in üblicher Weise als positiv angenommen, wenn sie, als rechte Auflagerkraft für einen mittleren Teil der Schleusensohle betrachtet, nach oben wirkt (wie die rechte Stützkraft eines belasteten Balkens auf 2 Stützen).

Zahlenbeispiel.

Zur weiteren Veranschaulichung des Berechnungsverfahrens sei folgendes Zahlenbeispiel nach Bild 7 durchgerechnet. Es handelt sich um eine kleinere Schleuse, wie sie mit ähnlichen Abmessungen z. Z. in Mecklenburg gebaut werden soll, und zwar sei der Bauzustand nach beendigter Hinterfüllung untersucht. Das Grundwasser ist also abgesenkt, so daß Auftrieb nicht vorhanden ist. Da die elastische Verbiegung des Schleusenkörpers im Vergleich zu den Formänderungen

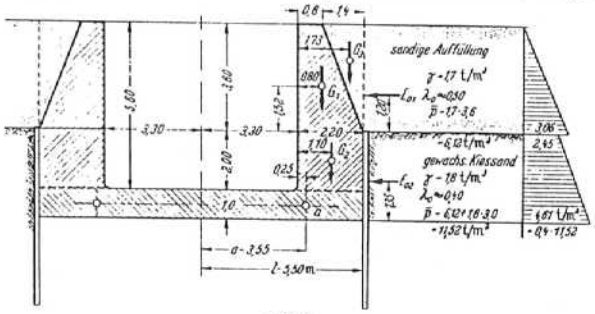


Bild 7.

der seitlichen Erde nur gering ist, darf nicht mit dem aktiven Erddruck gerechnet werden, es ist vielmehr sicherheitshalber mit dem Ruhedruck (Erddruck auf unnachgiebige Wände) zu rechnen. Die entsprechenden Verhältniswerte λ_0 sind in Bild 7 angegeben. Man hat zunächst folgende Kräfte- und Momenten-Berechnung:

$$E_{01} = \frac{3{,}06 \cdot 3{,}6}{2} = 5{,}5\ \text{t}, \quad E_{02} = \frac{2{,}45 + 4{,}61}{2} \cdot 3{,}0 = 10{,}6\ \text{t};$$

$$G_1 = 2{,}2\,\frac{0{,}8 + 2{,}2}{2} \cdot 3{,}6 = 11{,}9\ \text{t}, \quad G_2 = 2{,}2 \cdot 2{,}2 \cdot 2{,}0 = 9{,}7\ \text{t},$$

$$G_3 = \frac{1{,}40 \cdot 3{,}6}{2} \cdot 1{,}7 = 4{,}3\ \text{t};$$

$$N = 11{,}9 + 9{,}7 + 4{,}3 = 25{,}9\ \text{t},$$

$$\begin{aligned} N \cdot \bar{n} = 5{,}5\,(1{,}2 + 2{,}5) + 10{,}6\,(1{,}35 - 0{,}5) - 11{,}9\,(0{,}80 - 0{,}25) - \\ - 9{,}7\,(1{,}10 - 0{,}25) - 4{,}3\,(1{,}73 - 0{,}25) = \\ = 20{,}4 + 9{,}0 - 6{,}5 - 8{,}3 - 6{,}4 = 8{,}2\ \text{tm}. \end{aligned}$$

Die zusätzliche mittlere Pressung p_1 (über das Eigengewicht der Sohle hinaus) ist hiernach (da P hier $= N$ ist):

$$p_1 = \frac{25{,}9}{5{,}50} = 4{,}71\ \text{t/m}^2.$$

Um die Formänderungen des Untergrundes zu erhalten, müssen zunächst die Werte V_m und z_0 ermittelt werden. Das Eigengewicht der Sohle ergibt eine gleichmäßige Pressung von $2{,}2 \cdot 1{,}0 = 2{,}2\ \text{t/m}^2 = 0{,}22\ \text{kg/cm}^2$. Für eine Steigerung der gleichmäßigen Belastung von 0,22 auf $0{,}22 + 0{,}5 = 0{,}72\ \text{kg/cm}^2$ hat die Setzungsberechnung eine Setzung von $\zeta_{\bar{0}} \approx 1{,}6$ cm ergeben, wobei die Schwellzahl des Kiessandes: $S \approx 600 \cdot p^{2/3}\ (\text{kg/cm}^2)$ eingesetzt wurde, weil angenommen werden konnte, daß die geologische Vorbelastung die vorkommenden Pressungen überstieg. Auch für V_m ist demnach die mittlere Schwellzahl einzusetzen, und zwar in einer Tiefe von etwa $l/2 = 5{,}5/2 = 2{,}75$ m unter Gründungssohle. Rechnet man unterhalb der Sohle wegen der Grundwasserabsenkung mit einem mittleren Raumgewicht von 1,5 t/m³, so gilt für die erwähnte Tiefe:

Erdauflast $\bar{p} = 2{,}2 + 1{,}5 \cdot 2{,}75 = 6{,}32\ \text{t/m}^2 = 0{,}632\ \text{kg/cm}^2$;

$V_m \approx S_m = 600 \cdot 0{,}632^{2/3} = 440\ \text{kg/cm}^2$.

Damit wird nach (20) erhalten:
und nach Einsetzen von k_{00} nach Tafel 1 oder 2:

a) für $\frac{z_0}{l} = 4{,}0$: $\quad \frac{z_0}{l} = \frac{2{,}56}{0{,}705} = 3{,}63$,

b) für $\frac{z_0}{l} = 3{,}5$: $\quad \frac{z_0}{l} = \frac{2{,}56}{0{,}743} = 3{,}45$,

c) für $\frac{z_0}{l} = 3{,}4$: $\quad \frac{z_0}{l} = \frac{2{,}56}{0{,}751} = 3{,}41$.

Es sind also für die weitere Berechnung anzunehmen:
$V_m = 440\ \text{kg/cm}^2$ und $z_0/l \approx 3{,}4$. Für den letzteren Wert findet man mit Hilfe von Tafel 3: $k' = 0{,}242$ und damit nach (22):

$$k = \frac{z_0}{V_m} \cdot k' = \frac{3{,}4 \cdot 5{,}5}{4400} \cdot 0{,}242 = 0{,}00103\ \mathrm{m^3/t} = 10{,}3 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3/t}.$$

Die d-Werte für die Verbiegung der Sohle erhält man nach (23), wobei die Berechnung von d_0 fortfällt, weil $q = 0$ ist. Vorweg sind A_1 und A_2 nach Tafel 4 zu ermitteln für $a/l = 3{,}55/5{,}50 = 0{,}645$. Man findet durch Zwischenschalten:

$$A_1 = 0{,}03172 \quad \text{und} \quad A_2 = 0{,}12790,$$

Auch der Wert e' kann vorweg berechnet werden, man findet, wenn man beim Trägheitsmoment 10% für die Bewehrung zuschlägt und für E 210 000 kg/cm² = 2 100 000 t/m² einsetzt:

$$e' = \left(1 + 2{,}4\,\frac{1{,}0^2}{3{,}55^2}\right) \frac{3{,}55^3}{2100000 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}0^3 \cdot 1{,}1/12} = 0{,}000\,276 = 2{,}76 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2/t}.$$

Damit ist weiter:

$$d_1 = \left[5{,}5\left(0{,}8 \cdot \frac{5{,}50}{3{,}55} - 0{,}5\right)\left(0{,}9460 - 0{,}5140 \cdot \frac{5{,}50}{3{,}55}\right) - 3{,}55 \cdot 0{,}03172 - (0{,}8 \cdot 5{,}5 - 3{,}55)\,0{,}12790\right] \cdot 2{,}76 \cdot 10^{-4} = 1{,}08 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3/t};$$

$$d_2 = \frac{1}{8}\left[(0{,}8 \cdot 5{,}5 - 0{,}5 \cdot 3{,}55)\,5{,}5^2/_{3{,}55^2} + (4 \cdot 5{,}5/_{25} - 3{,}55/_6)\,3{,}55^2/_{5{,}5^2} - (8 \cdot 5{,}5/_{15} - 3{,}55/_2)\right] 2{,}76 \cdot 10^{-4} = 1{,}816 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3/t}.$$

Nach (24): $\bar{m} = \left(0{,}8 \cdot \frac{5{,}50}{3{,}55} - 0{,}5\right) \frac{8{,}2}{3{,}55} \cdot 2{,}76 \cdot 10^{-4} = 4{,}72 \cdot 10^{-4}$ m.

Mit den vorstehend berechneten Werten wird schließlich nach (4) erhalten:

$$p_2 = \frac{1{,}08 \cdot 10^{-4} \cdot 4{,}71 - 4{,}72 \cdot 10^{-4}}{1{,}816 \cdot 10^{-4} + 10{,}3 \cdot 10^{-4}} = \frac{0{,}37}{12{,}12} = 0{,}030\ \mathrm{t/m^2}.$$

Dieser recht geringe Wert ist durch die Größe von $N \cdot \bar{n} = 8{,}2$ tm bedingt (wie man leicht verfolgen kann); er darf mithin nicht zu der Schlußfolgerung verleiten, als ob der Einfluß der Verbiegung der Sohle immer gering wäre. Vergleichshalber sei deshalb auch noch die Berechnung für nicht hinterfüllte Schleuse durchgeführt. Für diesen Zustand ist $E_{01} = 0$ zu setzen, und für E_{02} ist annähernd der aktive Erddruck E_{a2} einzusetzen, weil die Spundwand nach dem Erdaushub nachgeben konnte und der Beton beim Einbringen zwischen E_a und E_{r1} drücken wird. Man erkennt an dieser Stelle, daß E_{02} vorstehend nicht ganz richtig angesetzt wurde. Genau genommen erzeugt nämlich nur die obere Erdauflast von 3,6 m Höhe den Ruhedruck, während für die Zunahme des Erddrucks im unteren Bereich mehr der aktive Druck in Betracht kommt (falls nicht durch den Seitendruck des Betons ein höherer Wert zustande kommt). Bei der Unsicherheit, mit der die λ_0-Werte vorerst nur angegeben werden können, ist der genannte Unterschied jedoch kaum von Bedeutung. Mit $\lambda_a \approx 0{,}22$ ($\mu \approx 0{,}70$; $\mathrm{tg}\,\delta \approx 0{,}50$)

ist $$E_{a2} = 0{,}22 \cdot 1{,}8 \cdot \frac{3{,}0^2}{2} = 1{,}8\ \mathrm{t}$$

und weiter:

$$N \cdot \bar{n} = 1{,}8\left(\frac{3{,}0}{2} - 0{,}5\right) - 6{,}5 - 8{,}3 = 0{,}9 - 14{,}8 = -13{,}9\ \mathrm{tm}.$$

$$\bar{m} = 4{,}72 \cdot 10^{-4}\left(\frac{-13{,}9}{8{,}2}\right) = -8{,}0 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}.\quad N = 11{,}9 + 9{,}7 = 21{,}6\ \mathrm{t}.$$

$$p_1 = \frac{21{,}6}{5{,}50} = 3{,}93\ \mathrm{t/m^2}.$$

$$p_2 = \frac{1{,}08 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}93 + 8{,}0 \cdot 10^{-4}}{1{,}816 \cdot 10^{-4} + 10{,}3 \cdot 10^{-4}} = \frac{12{,}25}{12{,}12} = 1{,}011\ \mathrm{t/m^2}.$$

Hier hat also — wie vermutet — p_2 einen Wert, dessen Vergleich mit p_1 zeigt, daß sich der Biege-Einfluß der Sohle doch u. U. stark auswirken kann. Im übrigen erkennt man deutlich die Einfachheit der Berechnung, sobald erst einmal alle Formänderungswerte ermittelt sind.

Für das Biegemoment in Schleusenmitte erhält man nach (14)

a) nach der Hinterfüllung:

$$M_0 = 8{,}2 + (0{,}5140 \cdot 5{,}50 - 0{,}9460 \cdot 3{,}55)\,4{,}71 \cdot 5{,}50 + 0{,}030\,\frac{5{,}5^2}{8} = 8{,}2 - 2{,}94 \cdot 4{,}71 + 0{,}030 \cdot 3{,}78 = 8{,}2 - 13{,}85 + 0{,}11 = -5{,}6\ \mathrm{tm}.$$

b) vor der Hinterfüllung:

$$M_0 = -13{,}9 - 2{,}94 \cdot 3{,}93 + 1{,}011 \cdot 3{,}78 = -13{,}9 - 11{,}56 + 3{,}82 = -21{,}6\ \mathrm{tm}.$$

Demgegenüber würde man unter der Annahme gleichmäßig verteilter Sohlpressungen (nach Joppen) erhalten

a) nach der Hinterfüllung:

$$M_0 = -25{,}9\left(3{,}55 - \frac{8{,}2}{25{,}9}\right) + 4{,}71 \cdot \frac{5{,}50^2}{2} = -83{,}7 + 71{,}2 = -12{,}5\ \mathrm{tm};$$

b) vor der Hinterfüllung:

$$M_0 = -21{,}6\left(3{,}55 + \frac{13{,}9}{21{,}6}\right) + 3{,}93 \cdot \frac{5{,}50^2}{2} = -90{,}5 + 59{,}4 = -31{,}1\ \mathrm{tm}.$$

Der Vergleich der Zahlenwerte spricht für sich selbst. Man muß eben (unter Beachtung der statischen Unbestimmtheit der Aufgabe) die Reaktion des Untergrundes berechnen und darf sich nicht durch eine „ungünstige" Annahme über den wahren Charakter der Aufgabe hinwegsetzen.

Vielleicht wird man einwenden, bei hoch liegendem Grundwasser und leerer Schleuse wäre infolge des starken Auftriebes doch mit überwiegend gleichmäßig verteilten Reaktionspressungen zu rechnen, da der Anteil der Erdpressungen unter der Sohle dann u. U. stark zurücktritt. Dies ist richtig, steht aber mit den hier vertretenen Grundsätzen nicht in Widerspruch, da die gleichmäßig verteilte Auftriebspressung des Grundwassers ja auch wirklich auftritt, was von gleichmäßig verteilten Erdpressungen in der Gründungssohle nicht behauptet werden kann. Indessen könnte man bei starkem Wasserauftrieb versuchen, den Wasserdruck durch eine vorschriftsmäßig aufgebaute Filterschicht unter der Sohle mit Öffnungen zur Schleuse hin zu entspannen, was dann allerdings eine Beanspruchung des Untergrundes durch Grundwasser-Strömungskräfte nach sich ziehen würde. Doch soll ein solcher Vorschlag hier nicht weiter verfolgt werden, um den Rahmen des Aufsatzes nicht zu überschreiten.

Bericht über den Großversuch mit Lehm bei schneller Belastung

I. Allgemeines

In einen Glaskasten von der Länge 112,2 cm, der Breite 58,1 cm und der Höhe 50 cm wurde bis zu einer Höhe von etwa 40 cm Lehm in breiigem Zustand eingebracht, der gut mit der Hand durchgeknetet war, und aus dem alle gröberen Bestandteile > 2 mm entfernt worden waren. Es konnte also überall die gleiche Beschaffenheit des Materials vorausgesetzt werden.
Der Lehm erhielt nun eine Vorbelastung durch allmähliches Auflegen von Ziegelsteinen. Das bei der Belastung zur Herstellung des Druckausgleichs aus dem Material austretende Wasser hatte nur die Möglichkeit nach oben zu entweichen, da der Glaskasten am Boden und den Seitenwänden vollkommen dicht war. Um das Entweichen des Wassers nach oben ungestört zu ermöglichen, wurde der Lehm mit einer etwa 5 cm starken Sandschicht abgedeckt. Zur Erlangung einer hinreichend gleichmäßigen Druckverteilung der Auflast wurde zwischen den Sand und die Ziegelsteine ein Zinkblech eingelegt.
Am 06.09.1950 wurde die Stärke der Lehmschicht zu 41,4 cm ermittelt. Anschließend wurden die Sandschicht und 28 Ziegelsteine aufgebracht, am 07.09. weitere 38 Steine.

Schichtdicke am	11.09.	40,4 cm	weitere Belastung	40 Steine
	14.09.	39,9 cm "	"	32 "
	22.09.	39,1 cm "	"	40 "
	17.10	37,8 cm "	"	65 "
	18.10.	37,5 cm "	"	40 "

Bei Beginn der Versuche am 21.11. betrug die Schichtdicke des Lehmes 35,8 cm bei einer Gesamtbelastung durch 283 Ziegel. Die Gesamtbelastung einschließlich Sand betrug etwa 1060 kg, das entspricht einer Vorbelastung von

$$\nu_v = \frac{1060}{6500} = 0{,}164\ kg/cm^2$$

Die Vorbelastung ist aus Bild 1, die Markierung der Setzungen der Lehmschicht aus Bild 9 am linken Kastenrand zu ersehen.

Vor Beginn der eigentlichen Versuche wurde die Auflast (Ziegel + Sand) schnellstens entfernt und die Oberfläche der Lehmschicht abgezogen, um einmal eine ebene Oberfläche zu haben und zweitens zu verhindern, daß der Lehm das an seiner Oberfläche stehende Wasser aufsaugt und dadurch quillt.

II. Die eigentlichen Versuche

a) 1. Versuch: 10 cm breiter Laststreifen

Beim 1. Versuch wurde das Streifenfundament durch ein [10 dargestellt. Um die Setzungen genau verfolgen zu können, waren an das [-Eisen 2 Eisenstäbe angeschraubt, die an ihren oberen Enden die Meßuhren trugen. Außerdem hatten diese Eisenstäbe in den Flanschen eines I-Trägers eine doppelte Führung, um ein vertikales Eindringen des [-Eisens zu erreichen (Einzelheiten über die Versuchsanordnung siehe Bild 2, 3 und 8).

Das Eigengewicht dieses [-Eisens, einschließlich der Eisenstäbe usw. betrug 8,25 kg bei einer Grundfläche von $10 \cdot 57{,}5 = 575$ cm². Das entspricht einer Spannung von

$$\nu = \frac{8{,}25}{575} = 0{,}0144\,kg/cm^2$$

Somit erhöht sich die Spannung aus der gesamten Vorbelastung auf

$$\nu = 0{,}164 + 0{,}0144 = 0{,}178\,kg/cm^2$$

Der Versuch, ebenso wie alle folgenden, wurde in der Weise durchgeführt, daß nach Aufbringen der Belastung nach ¼, ½, 1, 2 und 4 Minuten der Uhrenstand abgelesen wurde. Nach einer weiteren Minute wurde die nächste Laststufe aufgebracht und wieder in der oben beschriebenen Weise abgelesen. Die Laststufen betrugen 5,0; 10,0; 20,0; 40,0 und 80,0 kg. Bei der letzten Laststufe trat der Bruch ein und es bildete sich der auf Abbildung 4 sichtbare Riß, der nach dem Behälterinneren zu auftrat. Da sich die Laststufe von 40 auf 80 kg als zu groß zeigte, wurde der Versuch mit dem 10 cm Streifen am Schluß der Versuchsreihe nochmals wiederholt (siehe unter e).

b) 2. Versuch: Kreisförmige Fundamentplatte von 100 cm² Grundfläche

Die Versuchsanordnung entspricht der des 1. Versuches und ist aus Bild 8 ersichtlich. Das Eigengewicht der hölzernen kreisförmigen Platte, einschließlich des eisernen Stabes, betrug 0,996 kg. Das entspricht einer zusätzlichen Spannung von

$$\nu = \frac{0{,}996}{100} \sim 0{,}01\,kg/cm^2$$

Gesamte Vorspannung $v = 0{,}164 + 0{,}01 = 0{,}174$ kg/cm².
Um ein Eindringen des Wassers aus dem Lehm in das Holz zu verhindern, war die hölzerne Scheibe gestrichen. Die Ablesungen an der Uhr erfolgten in denselben Zeitintervallen wie unter a). Die erste Laststufe betrug 5 kg, die weiteren 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 17,5, 18, 18,5 und 19 kg.
Die kleineren Intervalle gegen Ende des Versuches wurden gewählt, um die Setzungen in der Nähe des Bruches besser verfolgen zu können.
Bei dem Versuch zeigte sich, daß zunächst um die Platte herum eine Einsenkung auftrat, die sich in weiterer Entfernung zur Aufwölbung ausbildete, deren Maximum etwa bei 1,75 r lag, wenn r den Radius der kreisförmigen Platte bedeutet (siehe Bild 6). Leider konnte der Versuch nicht soweit durchgeführt werden, daß sich Risse in der Oberfläche des Lehmes zeigten. Denn die Stärke der kreisförmigen Platte betrug 32 mm, die Setzung bei 19 kg bereits 22,5 mm, so daß die Gewichtsplatten schon fast das Wölbungsmaximum berührten.

c) 3. Versuch: Quadratische Fundamentplatte von 100 cm² Grundfläche

Versuchsanordnung wie vorher, ersichtlich aus Bild 8. Das Eigengewicht des hölzernen Würfels von 10 cm Seitenlänge, einschließlich des eisernen Stabes betrug 1,26 kg. Das entspricht einer zusätzlichen Spannung von

$$\nu = \frac{1{,}26}{100} = 0{,}013\,kg/cm^2$$

Die gesamte Vorspannung betrug $v = 0{,}164 + 0{,}013 = 0{,}177$ kg/cm².

Der Würfel wurde, genau wie die Kreisplatte, gestrichen, um ein Ansaugen von Wasser zu verhindern. Die Uhrablesungen erfolgten wie vorher. Begonnen wurde mit der Laststufe 5,0 kg, die weiteren betrugen 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 17, 17,5, 18, 19 und 20 kg. Zuerst zeigten sich Risse an den Ecken, bzw. deren unmittelbarer Nähe, die etwa unter

45° nach außen verliefen. Weiter verformten sich die ursprünglich geraden Kanten an der Oberfläche der Eindrückungsfigur in horizontaler Richtung mit dem Maximum in Seitenmitte (Bild 5). Außerdem wölbten sich diese Kanten (Maximum ebenfalls in Seitenmitte) siehe Bild 6 und 8.
Beide Erscheinungen steigerten sich mit zunehmender Belastung. Ebenso traten allmählich immer mehr Risse auf, die senkrecht zu den Fundamentseiten verliefen (Bild 5, 6 und 8).

d) 4. Versuch: 4 cm breiter Laststreifen

Die Versuchsanordnung war die gleiche wie unter a), nur daß an Stelle des [10 ein [4 verwendet wurde. Das Eigengewicht des [-Eisens, einschließlich der eisernen Stäbe, betrug 3,845 kg, was einer zusätzlichen Vorspannung von

$$\nu = \frac{3,845}{4 \cdot 57,5} = 0,0167 kg/cm^2$$

entspricht.
Die gesamte Vorspannung betrug $v = 0,164 + 0,017 = 0,181$ kg/cm².

Uhrablesung wie vorher. Erste Belastung 5,0 kg weitere 10, 15, 20, 25, 30, 34, 38, 42 kg. Bei diesem Versuch wurde die Beobachtung gemacht, daß die Setzungen auf der Fensterseite des Kastens größer waren als auf der Rauminnenseite. Der Unterschied betrug bei Abbruch des Versuches fast genau 100 %, 9,45 mm an der Rauminnenseite gegenüber 19,08 mm an der Fensterseite. Diese Feststellung ist aus Abbildung 8 genau zu ersehen (links Fensterseite, rechts Rauminnenseite des Glaskastens). Weiteres über diese Feststellung siehe weiter unten.
Dieser Versuch ergab, daß parallel zu der einen Fundamentkante ein Riß entstand, der etwa unter 45° nach dem Innern der Lehmschicht verlief, während sich zwischen den anderen Fundamentkanten und der Lehmkante ein Zwischenraum bildete, wobei die Lehmkante scharfkantig und gerade blieb ohne Risse zu zeigen. Siehe dazu Bild 5 unten rechts, Bild 7 oben links und Bild 9 rechte Figur. Auf Bild 9 sieht man außerdem, daß die Verformungen auf der linken Seite des Fundamentes größer waren als auf der rechten Seite.

e) 5. Versuch: 10 cm breiter Laststreifen

Anordnung und Durchführung des Versuches wie unter a). Laststufen 10, 20, 30, 40, 50, 60, 65, 70, 75 und 80 kg. Gesamte Vorspannung

$v = 0,164 + 0,014 = 0,178$ kg/cm² (siehe unter a)).

Bei diesem Versuch wurden einige interessante Beobachtungen gemacht, siehe hierzu Bild 8 und 9. Auf Bild 9 ist links das Einsinken des 10 cm breiten Laststreifens nach Versuch a), rechts das Einsinken des 4 cm breiten Laststreifens nach Versuch d, in der Mitte ist das Ergebnis des Versuches e) zu sehen. Man erkennt deutlich, daß die rechte Kante des Streifenfundamentes zunächst etwa 2 cm tief schräg abgerutscht ist, der weitere Verlauf der Setzung dagegen senkrecht erfolgte. Rissebildung trat auf dieser Seite des Fundamentes nicht auf. Auf der linken Seite des Fundamentes zeigte sich dagegen parallel zur Fundamentkante ein Riß, der sich mit zunehmender Belastung immer mehr verbreiterte und, soweit man das feststellen konnte, ungefähr unter 45° nach innen verlief. An dem Bild erkennt man weiterhin, daß rechts des Fundamentes kaum eine Einsenkung bzw. Wölbung der Lehmschicht neben dem Fundament festzustellen ist, während die Verformungen links des Fundamentes außerordentlich stark sind.

III. Schlußbetrachtungen

Bei allen Versuchen hat sich gezeigt, daß die Setzungen auf der Fensterseite des Glaskastens bei gleichen Laststufen größer waren als auf der Rauminnenseite. Auch bei der Durchführung der Versuche mit der kreisförmigen und quadratischen Platte trat dieselbe Erscheinung auf. Es wurde zunächst angenommen, daß die Form des Fundamentes diese Erscheinung hervorruft; doch ist es das nicht allein. Zur Klärung dieser Frage wurden 2 ungestörte Proben aus der Lehmschicht entnommen, eine von der Fensterseite, die andere von der Rauminnenseite, und Druckversuchen unterworfen. Die Versuche sind noch nicht abgeschlossen, Zwischenauftragungen zeigen allerdings das gleiche Verhalten, nämlich, daß die Probe von der Fensterseite sich schneller setzt als die andere. Erklärt wird diese Beobachtung durch den Wassergehalt. Er betrug an der Fensterseite 35,3 %, an der Rauminnenseite 33,7 %. Wie diese Differenz von fast 5 % im Wassergehalt zustande kommt, konnte bisher noch nicht festgestellt werden.

Interessant ist noch folgende Feststellung. Der Lehmbrei hatte zunächst überall die gleiche gleichmäßige Konsistenz und Farbe, wie sie aus den Abbildungen 1 und 8 hervorgeht. Bei Beginn des Versuches war sie außer an der Fensterseite noch die gleiche, und an der Fensterseite auch da, wo die Glaswand durch ein Brett abgestützt war (siehe Bild 9). Die Teile der Fensterseite, die dem direkten Tageslicht ausgesetzt waren (Sonneneinwirkung kommt allerdings nicht in Frage) weisen eine vollkommen andere Struktur und Farbe auf, wie aus Abbildung 9 ersichtlich ist. Es liegt die Vermutung nahe, daß diese Beobachtung mit den Setzungsunterschieden bzw. dem Unterschied im Wassergehalt in irgendeinem Zusammenhang steht.

In der Anlage sind die Versuchsergebnisse aufgetragen, und zwar waagerecht die Spannungen in kg/cm² und senkrecht die Setzungen in m/m. Auch daran ersieht man, daß die Setzungen an der Fensterseite schneller vor sich gingen als auf der anderen Seite.

Dresden, den 16. Dezember 1950

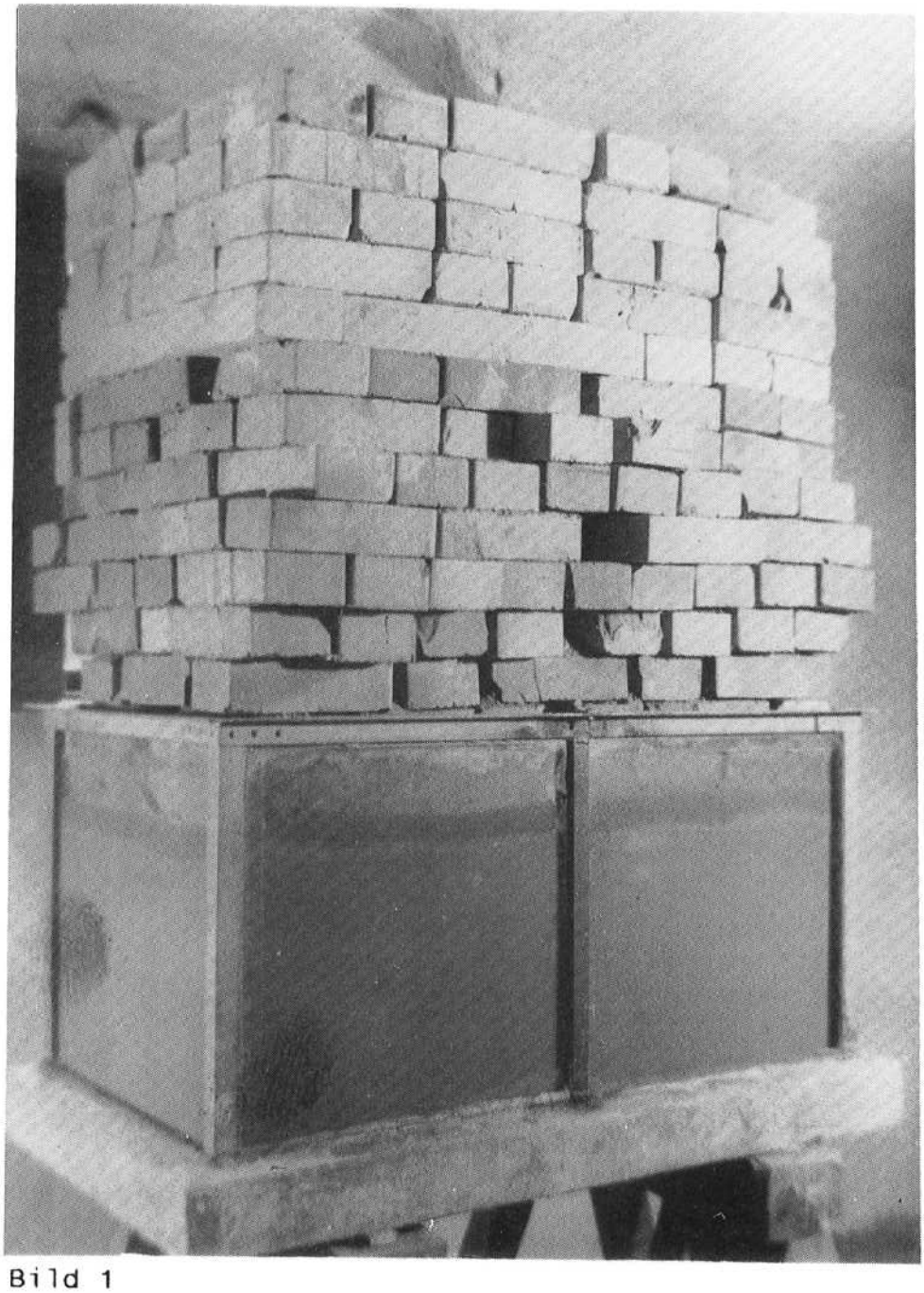


Bild 1

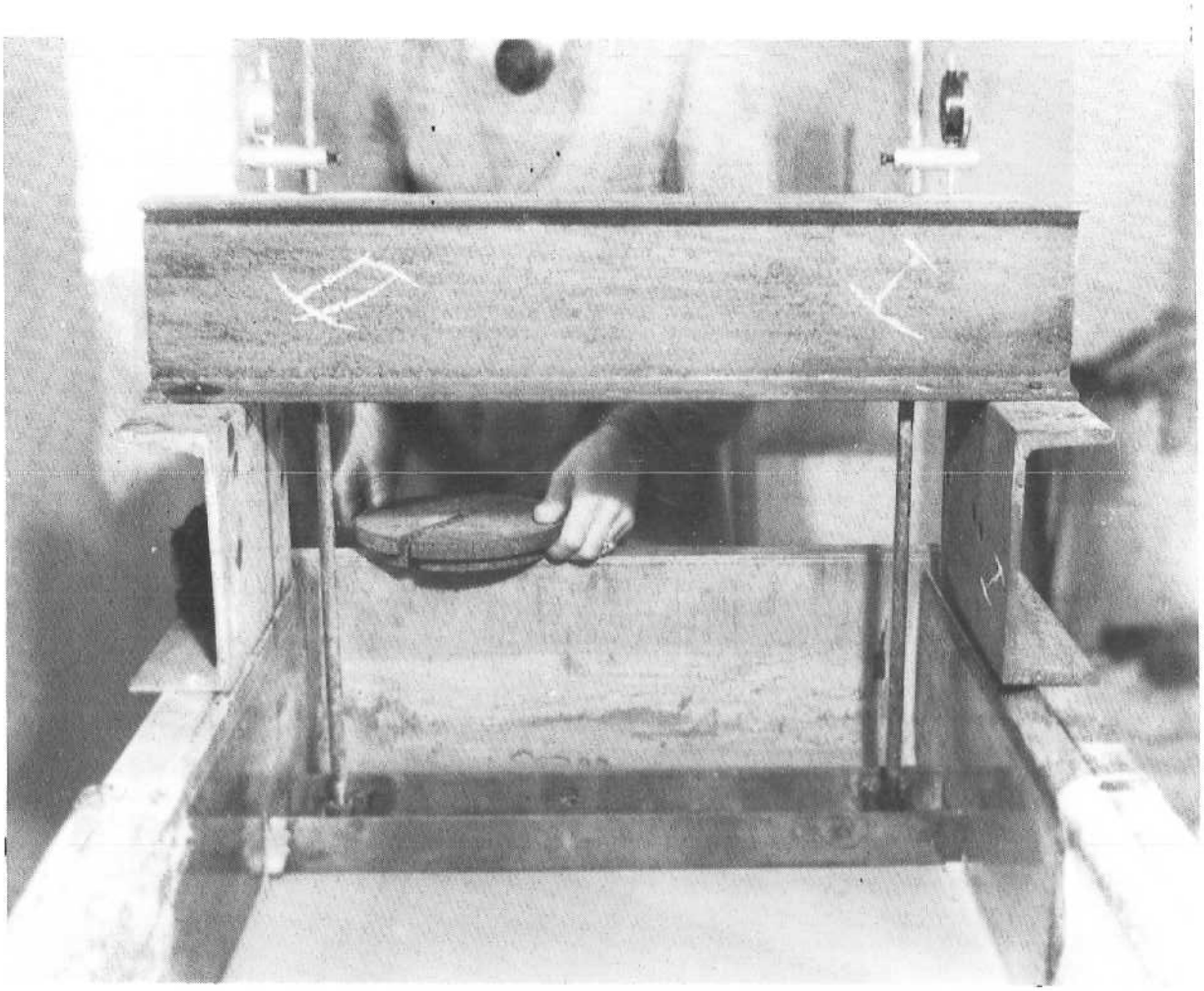


Bild 2

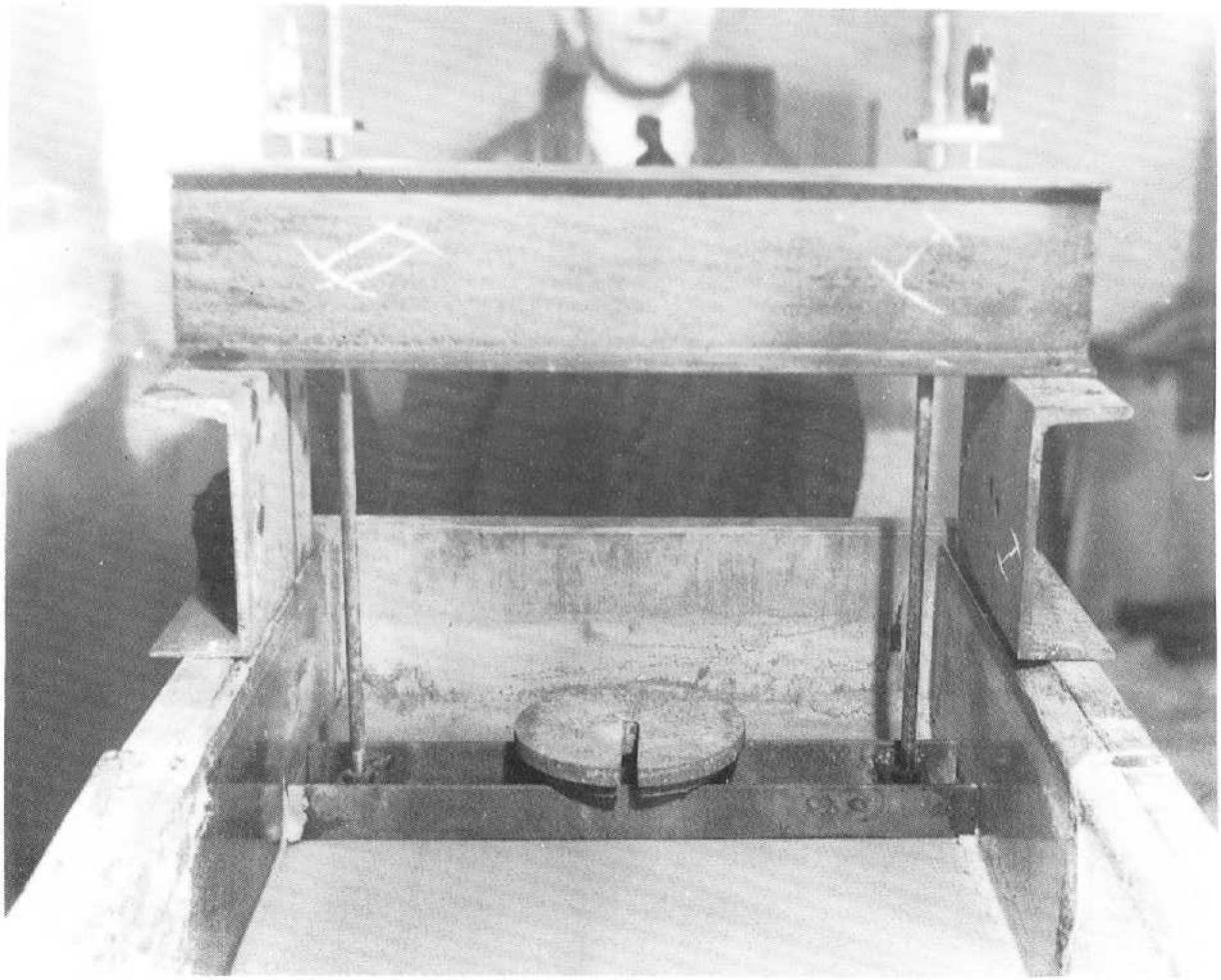


Bild 3

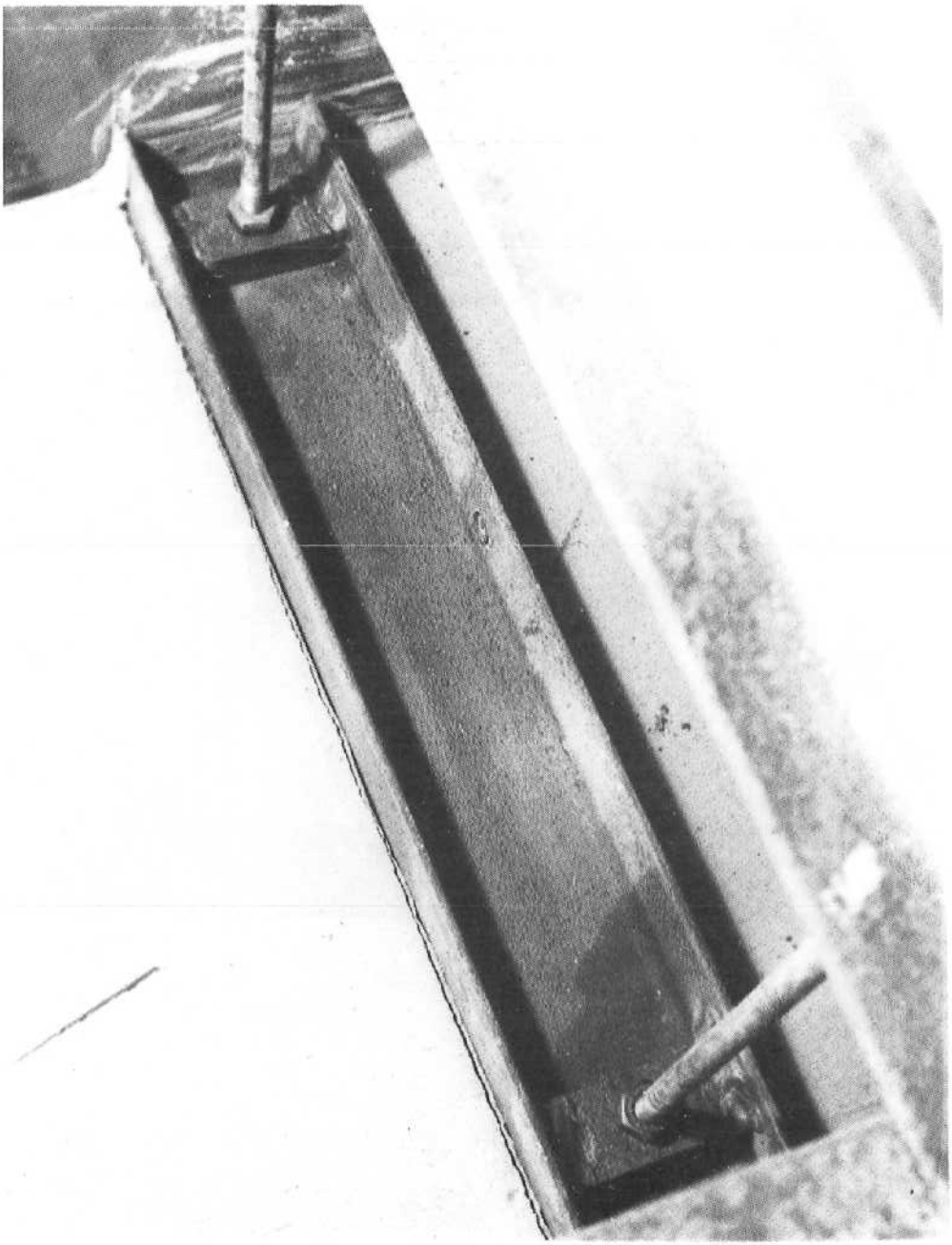


Bild 4

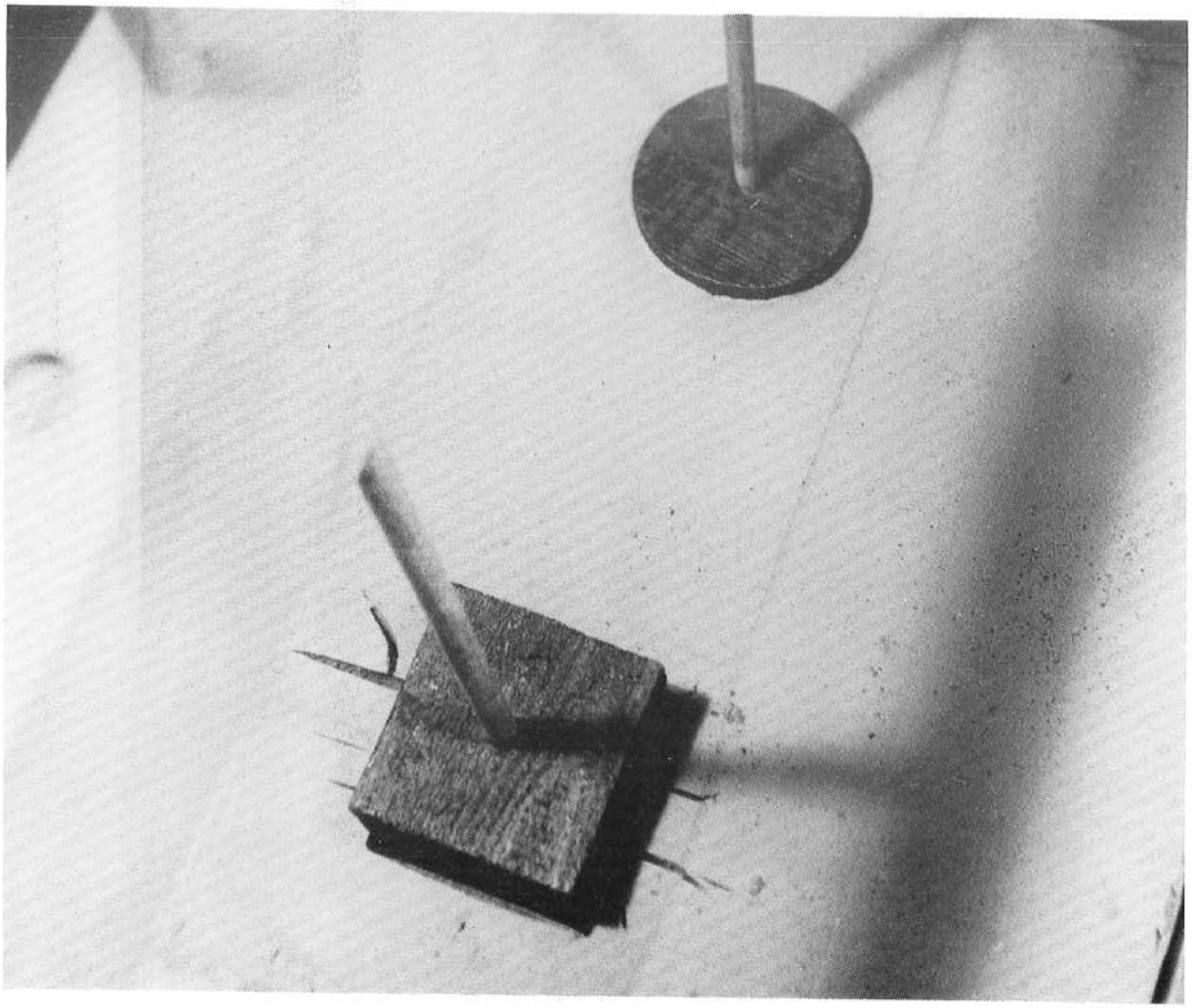


Bild 5

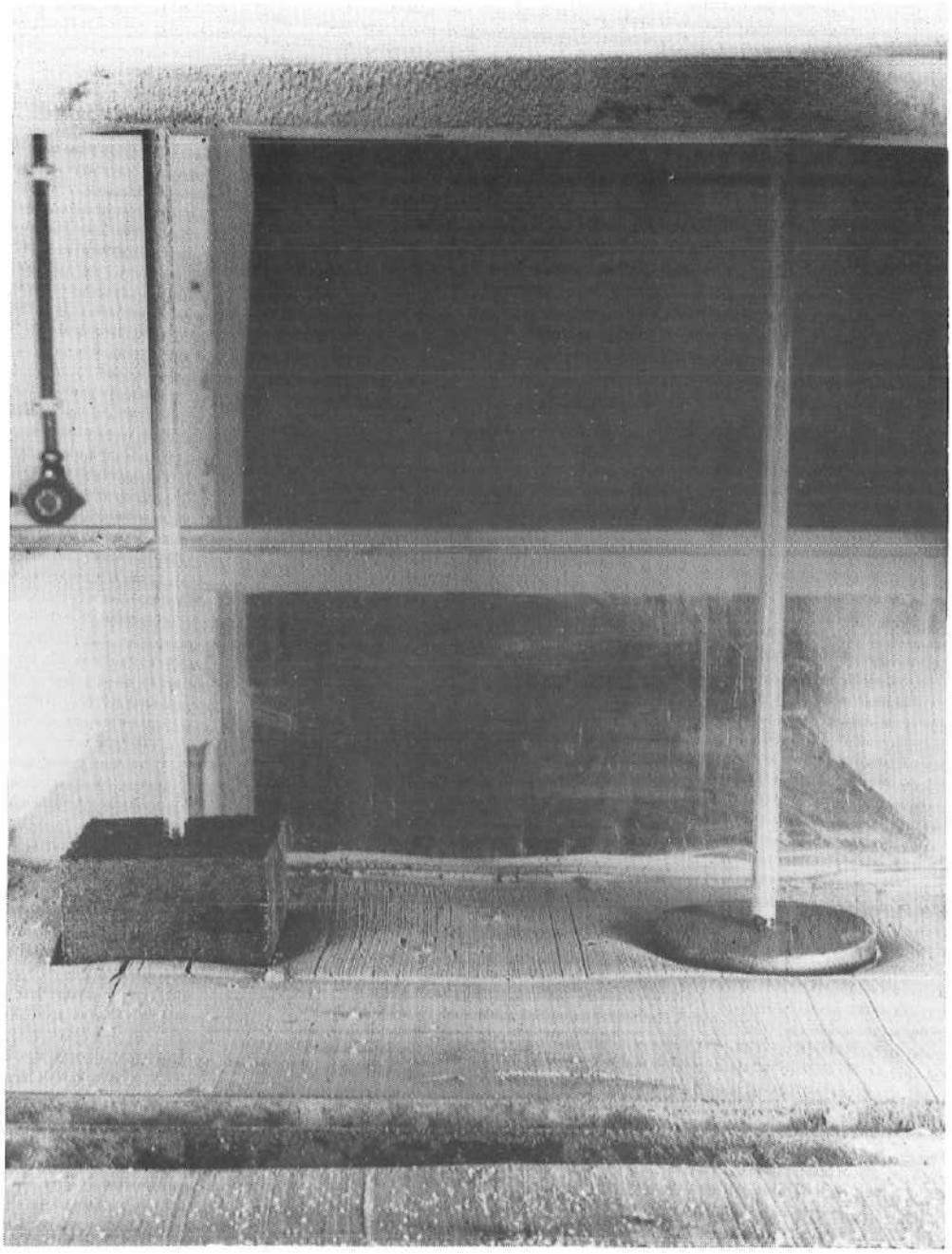


Bild 6

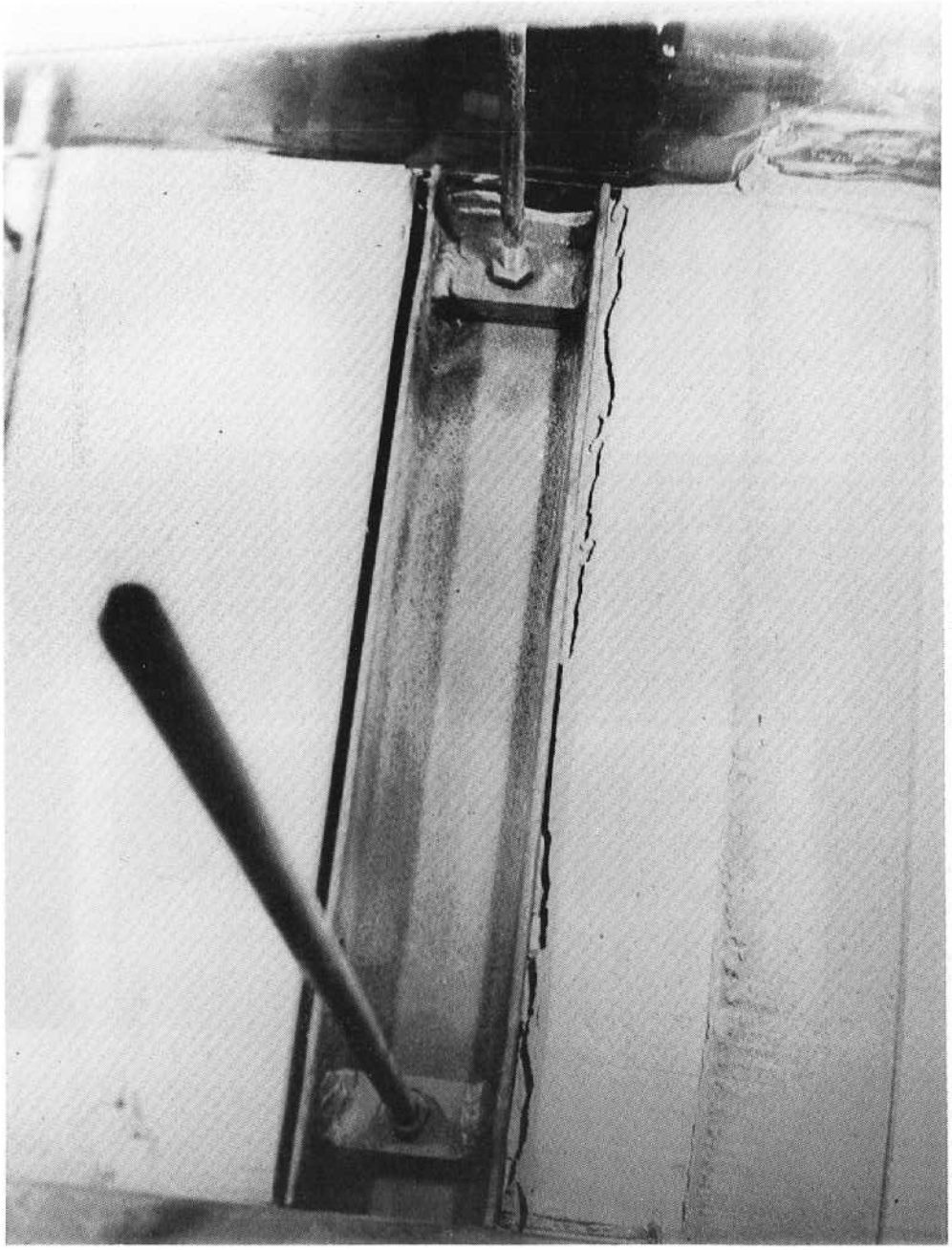


Bild 7

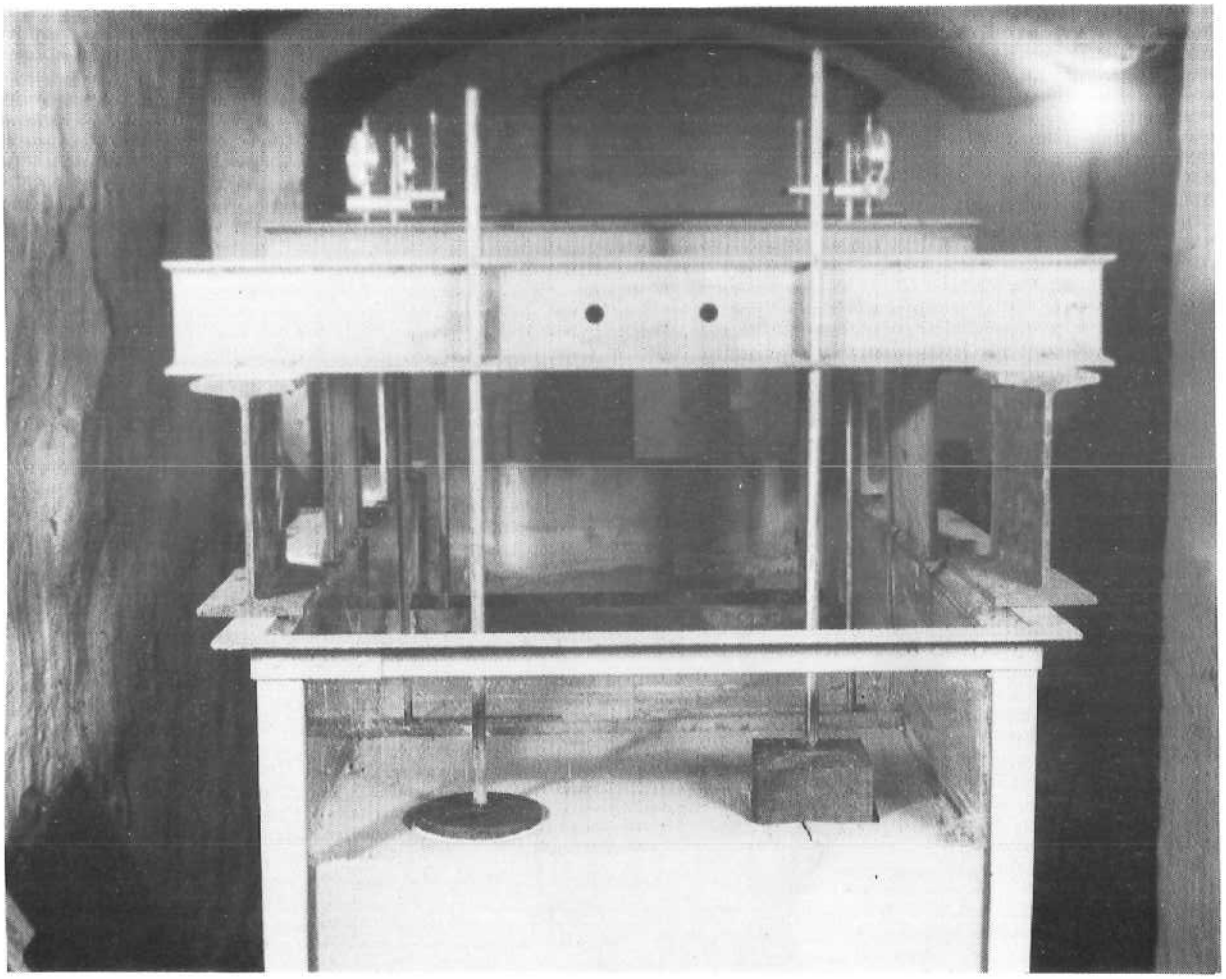


Bild 8

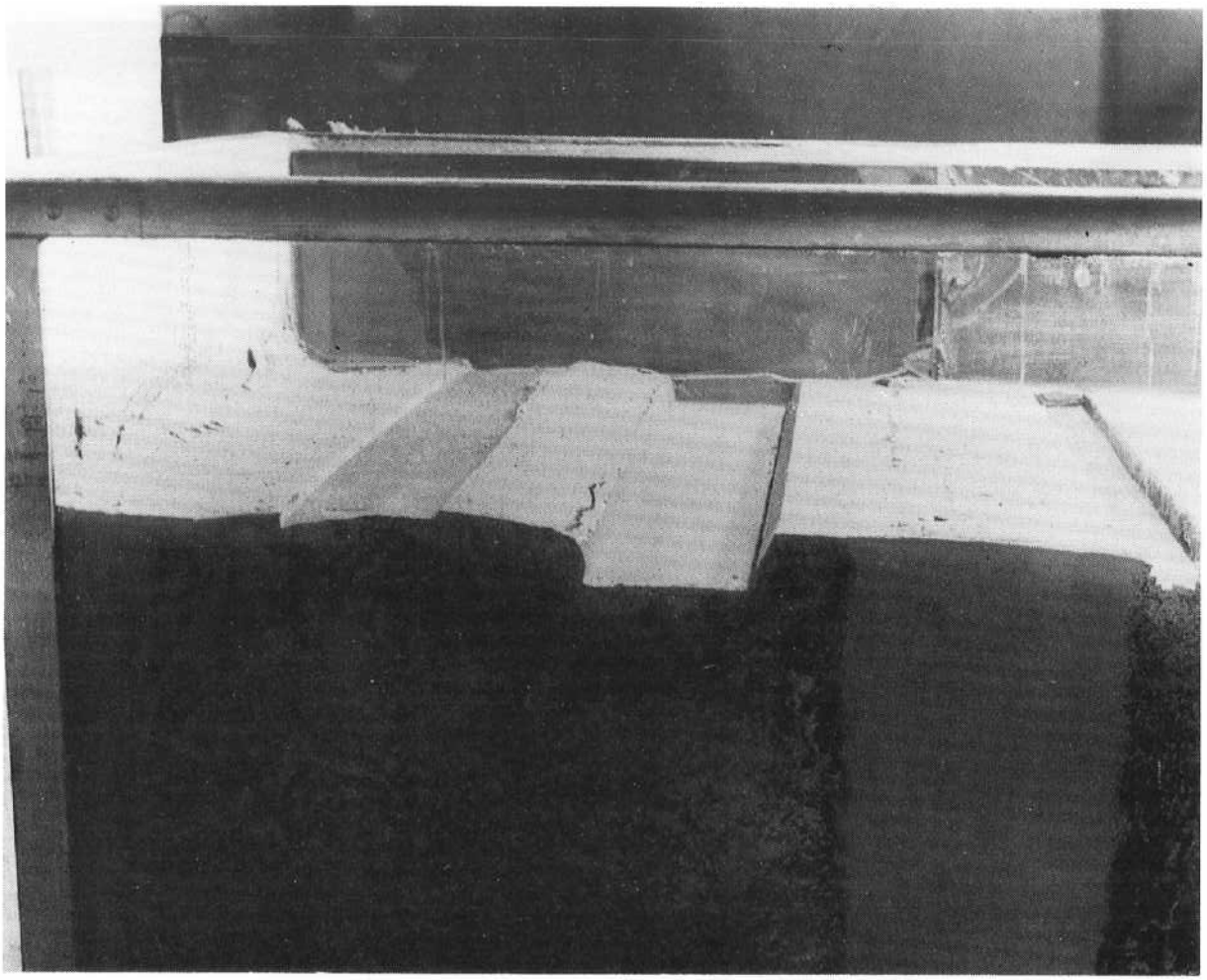


Bild 9

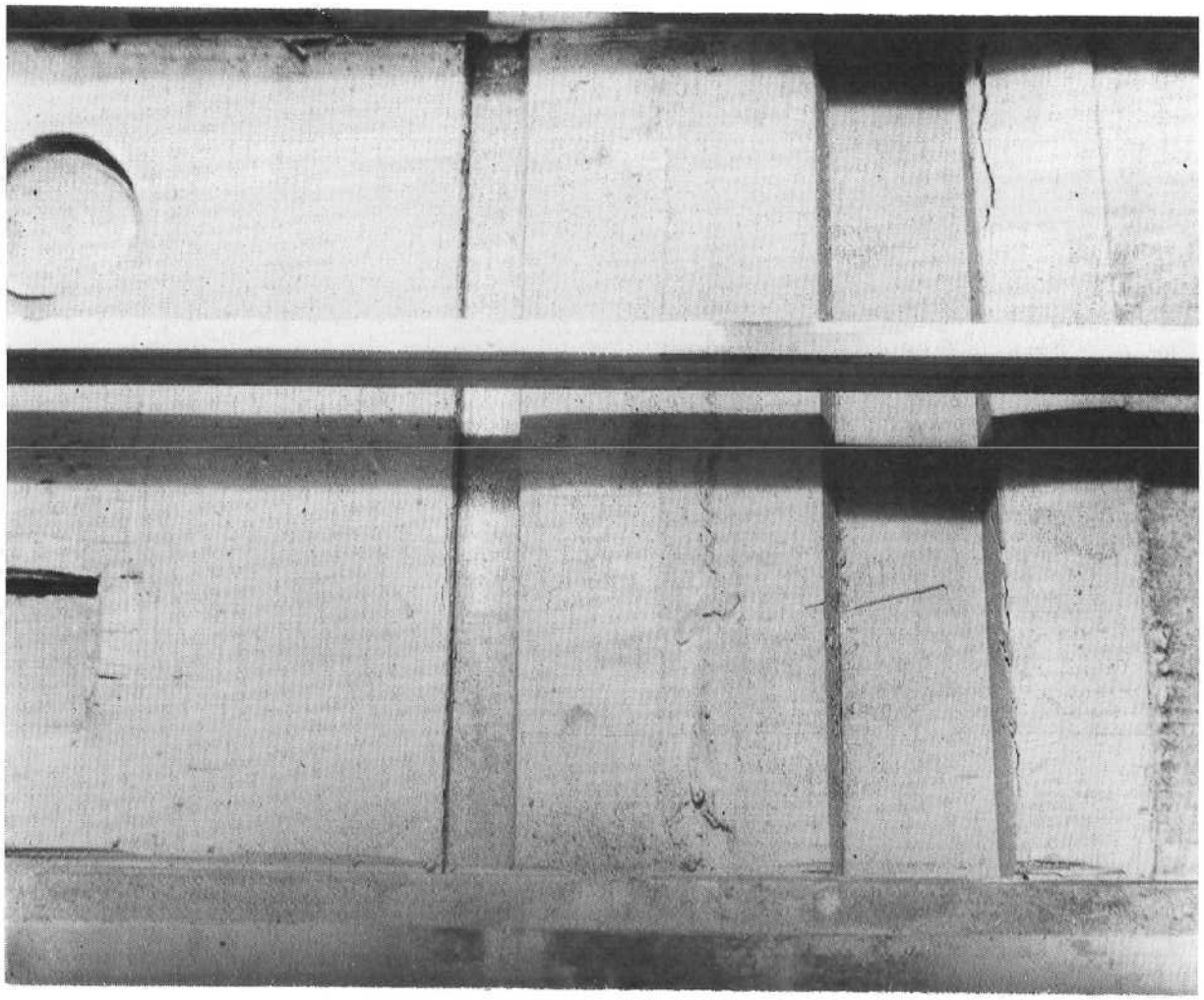


Bild 10

INHALT: Beitrag zur Berechnung der Standsicherheit von Erddämmen. — Die Plangenehmigung bei Fabrikbauten. — Wettbewerb für die Erweiterung des Kantonspitals St. Gallen. — Nochmals Drahtseil-Macharten und Drahtseil-Normen. — Eine Ehrenrettung. — 14. Internat. Architekten-Kongress in Paris. — Mitteilungen: Bodenverfestigung durch Schwingungsrüttler. Bau der Sitterbrücke Haggen-Stein. Wärmezählung im Fernheizwerk der Kehrichtverbrennungsanstalt Zürich. Staffeltarif für Personenverkehr in der Schweiz. Zürcher Tonhalle und Kongressgebäude. Kantonsbaumeister von Zürich. 400-Jahrfeier der Universität Lausanne. Neue Chelseabridge in London. Journées Internat. de Chronométrie et de Métrologie. Eidg. Technische Hochschule. — Nekrologe: Jos. Weishäuptl. Jean Poudret. — Wettbewerbe: Neubau des Wirtschaftsgebäudes auf der Waid in Zürich. — Literatur.

Band 109 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 25

Beitrag zur Berechnung der Standsicherheit von Erddämmen

Von Ing. JOH. OHDE, Neuenhagen bei Berlin

Zu dem gleichnamigen Aufsatz der Herren Prof. Dr. E. Meyer-Peter, Dr. Henry Favre und Dipl. Ing. R. Müller in Band 108, Nr. 4 (S. 35) dieser Zeitschrift habe ich einige Ergänzungen anzugeben, die der Klärung und Weiterentwicklung dieses statischen Sondergebietes förderlich sein dürften.

In dem Aufsatz, im folgenden kurz mit [A] bezeichnet, wird zunächst eine interessante, wenn auch etwas umständliche Methode zur Bestimmung der Massenkräfte eines von Sickerwasser durchströmten Dammkörpers entwickelt. Es wird nachgewiesen, dass der Auftrieb durch das strömende Wasser nicht lotrecht nach oben, sondern etwas schräg — in Strömungsrichtung abgelenkt — wirkt. Bisher war es üblich, den Wasserauftrieb lotrecht wirkend anzunehmen und als Strömungs- oder Reibungskraft den auf das betrachtete Erdelement entfallenden Druckverlust des Wassers in Richtung der Stromlinien anzusetzen[1]). Der sich hier also anscheinend zeigende Widerspruch verlangt eine Klärung.

Wir wollen zunächst die Massenkräfte für einen beliebigen Punkt eines von Sickerwasser durchströmten Erdkörpers ohne Zuhilfenahme der Vektor-Rechnung ermitteln. In dem durch Punktierung besonders hervorgehobenen Dammkörper-Element der Abb. 1 bedeuten:

Δg das Eigengewicht des Elements; Δw die Reibungskraft des fliessenden Wassers, in Richtung der Stromlinien wirkend, und Δa die (schräg wirkende) Auftriebskraft des Wassers.

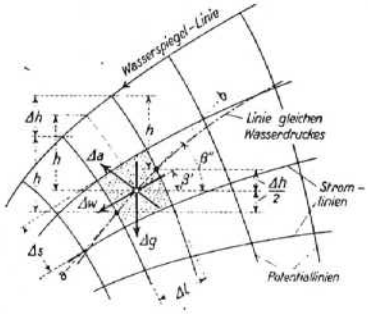


Abb. 1

Das *Eigengewicht* des Bodens, d. i. das Gewicht der einzelnen Bodenkörner, ist bekanntlich:

$$\Delta g = (1 - n)\, s\, \Delta v = \gamma_{tr}\, \Delta v, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn bedeuten: Δv das Volumen des betrachteten Erdelements ($= \Delta s\, \Delta l \cdot 1{,}0$); n den Porenraum-Anteil von Δv; s das Einheitsgewicht der Festmasse der Bodenkörner und γ_{tr} das Raumeinheitsgewicht des Bodens in völlig trockenem Zustand (bei gleichem n wie in nassem Zustand).

Zur Herleitung der Strömungs- und Auftriebskräfte werden vorteilhaft die Linien gleichen Wasserdruckes herangezogen (vergl. [A]). Die Bedingung gleicher Druckhöhe h ist für die durchströmten Endflächen des betrachteten Elements erfüllt, wenn die Schnittpunkte der Linie gleichen Druckes mit den beiden Potentiallinien den Höhenunterschied Δh aufweisen. Man kann also die Richtung der Linie gleichen Druckes in dem betrachteten Element leicht konstruieren, indem man zwei Wagrechte im Abstand $\frac{\Delta h}{2}$ vom Mittelpunkt des Elements zieht und ihre Schnittpunkte mit den Potentiallinien durch eine Gerade (a bis b) verbindet.

Die *Strömungs- oder Reibungskraft* Δw soll anhand der Abb. 2 hergeleitet werden. Wir betrachten das Gleichgewicht des um den Winkel β'' geneigten *Wasser*elements. Die Druckkräfte des Wassers in Richtung β'' sind gleich gross, heben sich also gegenseitig auf. Daher kann das Eigengewicht des Wassers nur noch aufgenommen werden durch eine Kraft senkrecht zur Linie gleichen Druckes und durch die in die Strömungsrichtung fallende Kraft der Reibung zwischen Wasser und Boden, wie es das Krafteck in Abb. 2 zeigt. Die auf das Bodenelement wirkende Massenkraft Δw ist gleich $\Delta w'$, aber entgegengesetzt gerichtet. Man hat rechnerisch:

$$\Delta w = \frac{\sin \beta''}{\cos (\beta'' - \beta')}\, n\, \Delta v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

[1]) Vergl. z. B.: *Terzaghi*, «Erdbaumechanik», S. 370 und 371.

Die *Auftriebskraft* Δa des Wassers muss lotrecht zur Richtung β'' sein, da sich nur in Richtung β'' die seitlichen Druckspannungen des Wassers auf die Bodenkörner aufheben. In einer ruhenden Flüssigkeit ist der Auftrieb eines Körpers vom Volumen v bekanntlich $= v\gamma$. Da der Auftrieb als Unterschied der lotrechten Teilspannungen auf die untere und obere Hälfte gedeutet werden kann, muss er der Druckänderung $\frac{dp}{dz}$ in der betrachteten Tiefe z verhältnisgleich sein. In der Tat ist

$$v \frac{dp}{dz} = v \frac{\gamma\, dz}{dz} = v\gamma,$$

sodass man schreiben kann: $a = v \frac{dp}{dz}$.

Für unser Erdelement ist das Bodenvolumen $v = (1 - n)\, \Delta v$ und der Druckzuwachs in Auftriebsrichtung $\frac{dp}{dz} = \frac{\Delta h'}{\Delta s'}$ (vergleiche Abb. 3), wenn das Raumgewicht des Wassers von vornherein gleich 1,0 gesetzt wird. Nun ist:

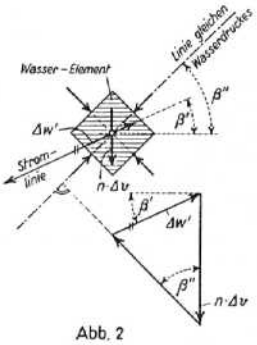


Abb. 2

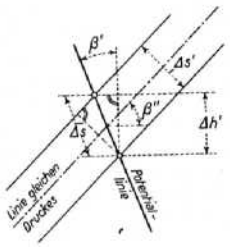


Abb. 3

$$\frac{\Delta h'}{\Delta s'} = \frac{\overline{\Delta s} \cos \beta'}{\Delta s'} = \frac{\frac{\Delta s'}{\cos (\beta'' - \beta')} \cos \beta'}{\Delta s'} = \frac{\cos \beta'}{\cos (\beta'' - \beta')},$$

sodass man schliesslich erhält:

$$\Delta a = \frac{\cos \beta'}{\cos (\beta'' - \beta')} (1 - n)\, \Delta v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

Die in dem Krafteck der Abb. 2 nicht näher bezeichnete Teilkraft errechnet sich zu

$$n \frac{\cos \beta'}{\cos (\beta'' - \beta')} \Delta v$$

Man kann demnach Gleichung 3a auch als Ergebnis einer Kräftezerlegung nach Abb. 2 deuten, wenn man $(n - 1)$ statt n setzt. Durch diesen Hinweis erkennt man im Vergleich mit den Abb. 6 und 7 des Aufsatzes [A], dass die dortigen Kräftezerlegungen genau die selben sind wie die hier verwendeten; unsere Gleichungen 2a und 3a müssen deshalb zu den gleichen Ergebnissen führen wie die vektoriell geschriebenen Gl. 20 bis 22 in [A].

Gleichungen 2a und 3a lassen sich noch vereinfachen. Man kann nämlich aus Abb. 1 die Beziehung ablesen

$$\cos (\beta'' - \beta') = \frac{\Delta l}{\frac{\Delta h}{\sin \beta''}} \quad \text{oder} \quad \frac{\sin \beta''}{\cos (\beta'' - \beta')} = \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

Damit ist an Stelle der Gleichungen 2a und 3a

$$\Delta w = n \frac{\Delta h}{\Delta l} \Delta v, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2b)$$

$$\Delta a = (1 - n) \frac{\cos \beta'}{\sin \beta''} \frac{\Delta h}{\Delta l} \Delta v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3b)$$

Die *Mittelkraft* Δm aller auf das betrachtete Erdelement wirkenden Massenkräfte erhält man durch Zusammensetzen von Δg, Δw und Δa (vergl. Abb. 4a). Die beiden Grössen x und y findet man zu:

$$x = (1 - n) \frac{\sin \beta''}{\cos (\beta'' - \beta')} \Delta v = (1 - n) \frac{\Delta h}{\Delta l} \Delta v,$$

$$y = (1 - n)\, \Delta v \quad \text{(vergl. auch Krafteck in Abb. 2)},$$

sodass man Δa und Δw ersetzen kann durch den lotrecht gerichteten Auftrieb $\overline{\Delta a} = (1 - n)\, \Delta v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$

und die Strömungskraft

$$\overline{\Delta w} = \frac{\Delta h}{\Delta l} \Delta v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

(s. Abb. 4b). Endlich kann man noch Δg und $\overline{\Delta a}$ durch $\overline{\Delta g}$ ersetzen (Abb. 4c) mit

$$\overline{\Delta g} = (1 - n)\,(s - 1)\,\Delta v = \gamma_{u.w.} \Delta v, \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

wenn $\gamma_{u.w.}$ das Raumgewicht des Bodens unter Wasser bedeutet.

Die Gleichungen 4 bis 6 sind mit dem bisherigen (eingangs erwähnten) Verfahren identisch, dessen Richtigkeit damit erneut bewiesen ist. Es ist aber damit auch kein Grund vorhanden, das bisherige einfache Verfahren (nach Abb. 4c) durch das umständlichere neue Verfahren nach [A] (Abb. 4a) zu ersetzen. — Um Missverständnissen vorzubeugen, sei noch erwähnt, dass die Bezeichnung «Auftrieb» für die Massenkraft $\overline{\Delta a}$ zwar nicht ganz korrekt ist — denn der wirkliche Auftrieb berechnet sich aus Gleichung 3b und ist schräg gerichtet —, dass es bei der Kenntnis des wahren Sachverhaltes aber wohl trotzdem unbedenklich ist, auch $\overline{\Delta a}$ als Auftriebskraft zu bezeichnen. Entsprechendes gilt für $\overline{\Delta w}$.

Als Umkehrung der obigen Darlegungen kann man auch sagen, dass der Boden auf das Wasser die Massenkräfte $-\overline{\Delta a}$ und $-\overline{\Delta w}$ ausübt. Ein etwas grösseres *Wasser*element, in dem sich einige Bodenkörner befinden, hat demnach das Eigengewicht $n \Delta v + \Delta a = \Delta v$, d. h. man kann so rechnen, als wenn der ganze Raum des Elements mit Wasser erfüllt wäre. Aehnliches gilt für die Strömungskraft $\overline{\Delta w}$, weil die wirkliche Strömungskraft $\Delta w = n \overline{\Delta w}$ ist. Ein solches Wasserelement ist demnach im Gleichgewicht, wenn man zu den Wasserdrücken am Umfang des Elementes und dem Eigengewicht des vollen Elementes noch die Kraft $\overline{\Delta w}$ hinzunimmt. Umgekehrt muss sich daher auch die Bodenreibungskraft $\overline{\Delta w}$ als Mittelkraft der Umfangsdrücke und des Eigengewichts des Wassers ermitteln lassen. Diese Feststellung ist für das praktische Rechnen nützlich; denn die bisherigen Formeln gelten nur für hinreichend kleine Elemente und erfordern deshalb zur Erfassung der Gesamtwirkung für einen grösseren Bereich eine Summierung der Einzelkräfte, während man nach dem Gesagten ohne weiteres für einen grösseren, beispielsweise streifenförmigen Teil des in Betracht gezogenen Rutschkörperquerschnitts die Mittelwirkung der Strömungskräfte ermitteln kann: man setzt einfach die Wasserdrücke am Umfang des Streifens mit dem vollen Eigengewicht des Wassers zusammen; das Verfahren dürfte durch Abb. 5 genügend veranschaulicht sein. In der Nähe eines ruhenden Wasserspiegels fallen die Strömungskräfte $\overline{w}$ gegenüber den anzusetzenden Wasserdrücken oftmals klein aus. In solchen Fällen ist es zur Erhöhung der zeichnerischen Genauigkeit ratsam, an Stelle der wirklichen Wasserdrücke die Differenz-Wasserdrücke zur Ermittlung von $\overline{w}$ heranzuziehen. Man erhält diese, indem man von den wirklichen Wasserdrücken die Wasserdrücke des im Erdkörper fortgesetzt gedachten ruhenden Wasserspiegels abzieht. Dabei darf man dann das Eigengewicht des Wassers, soweit es sich unterhalb des ruhenden Wasserspiegels befindet, nicht berücksichtigen, da es ja in diesem Fall durch die nicht angesetzten Drücke des ruhenden Wasserspiegels aufgenommen wird.

Geht man noch einen Schritt weiter und fragt nach der Gesamtwirkung aller einzelnen Strömungskräfte für den ganzen Rutschkörper, so entfallen die Wasserdrücke in den (lotrechten) Schnittebenen. Man kann dann auch noch die Wassergewichte zum Bodengewicht hinzuschlagen — also gleichsam das Raumgewicht des Bodens ohne Auftriebswirkung ansetzen — und braucht dann nur noch die Wasserdrücke längs der Gleitfläche in Ansatz zu bringen; vergl. Abb. 6. Die Summe der beiden Kräfte $G + W$ muss dann mit den Bodenkräften längs der Gleitfläche im Gleichgewicht sein. Bei der Benutzung kreisförmiger Gleitflächen wirken die Wasserdrücke in Richtung des Kreismittelpunktes, fallen also bei der Aufstellung der Momentengleichung ganz heraus. — Dieses sehr einfache Verfahren nach Abb. 6 hat Prof. v. Terzaghi bereits angegeben[2]).

In dem Aufsatze [A] ist mit einer plötzlichen Wasserspiegelsenkung gerechnet. Dadurch erhöhen sich die in der Gleitfläche vorhandenen Normalspannungen, und die Schubfestigkeit des Bodens wird in den meisten Fällen stärker in Anspruch genommen. Es ist für diesen Fall jedoch zu bedenken, dass bei schwer durchlässigen, also stark bindigen Bodenarten bei plötzlicher Steigerung der Normalspannungen die vorhandene Schubfestigkeit nicht etwa — dem Reibungsgesetz entsprechend — sofort mitwächst, sondern zunächst gar nicht zunimmt, weil die plötzliche Steigerung der Normalspannungen nicht von den Bodenkörnern, sondern vom Porenwasser aufgenommen wird. Auf diese wichtige Tatsache hat v. Terzaghi zuerst nachdrücklichst aufmerksam gemacht.

Wir geben nachstehend für kreisrunde Gleitflächen ein Verfahren an, das den ungünstigen Einfluss des Porenwasserüberdruckes in einfacher Weise zu berücksichtigen gestattet.

Angenommen, es hätte auf der in Abb. 7 dargestellten kreisförmigen Gleitfläche für einen genügend langen Zeitraum die Mittelkraft R_1 gewirkt, sodass die Schubfestigkeiten die den Normalspannungen entsprechenden Höchstwerte aufweisen. Dann möge relativ plötzlich ein neuer Belastungszustand eintreten, dessen auf die Gleitfläche wirkende Mittelkraft zu R_2 gefunden sei. Gefragt wird nach der Schubfestigkeits-Inanspruchnahme oder dem erforderlichen Reibungsbeiwert.

Etwa vorhandene Haftfestigkeit (Kohäsion) kann (um einen genügenden Sicherheitsgrad verkleinert) als äussere Kraft eingeführt werden; sie ist also schon in R_1 und R_2 enthalten, sodass wir unsere Betrachtungen auf die Reibungskräfte in der Gleitfläche beschränken können. Die Mittelkraft T_1 der unter der Wirkung von R_1 vorhandenen Reibungs-Schubspannungen τ_1 (also ohne Kohäsions-Schubspannungen) lässt sich nach bekannten Verfahren ermitteln, da voraussetzungsgemäss die für R_1 erforderlichen τ_1-Werte längs der Gleitfläche bekannt sind. Dadurch ist auch gleichzeitig die Normalspannungs-Mittelkraft N_1 festgelegt, da N_1 durch den Schnittpunkt von R_1 mit T_1 und durch den Kreismittelpunkt gehen muss. Ausserdem steht N_1 auf T_1 lotrecht, wie man leicht nachweisen kann, und N_1 schliesst mit R_1 den für R_1 erforderlichen Reibungswinkel ein.[3])

Denkt man sich jetzt an Stelle von R_1 plötzlich R_2 wirkend, so bleibt die verfügbare Schubfestigkeit längs der Gleitfläche laut Voraussetzung unverändert. Lage und Richtung von T_2 sind also die gleiche, wie die von T_1; nur die Grösse ist anders, da die vorhandene Schubfestigkeit stärker in Anspruch genommen wird. Durch die bekannte Lage ist aber ebenso wie vorhin für N_1 die Richtung von N_2 gegeben, sodass aus der Zerlegung von R_2 in die Richtungen von N_2 und T_2 die für R_2 notwendige Schubkraft T_2 ermittelt werden kann. Da die Normalspannungen des Bodens (N_1) durch das plötzliche Auftreten von R_2 zunächst keine Aenderung erfahren haben, ist der mindestens erforderliche

[2]) In seiner Berliner Gastvorlesung im Winterhalbjahr 1935-36; s. auch Proceedings of the internat. conference on soil mechanics and foundation engineering. Juni 1936, Teil I, S. 156 und 215.

[3]) Auf diese Zusammenhänge komme ich an anderer Stelle eingehender zurück.

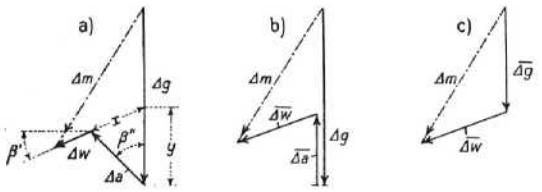


Abb. 4

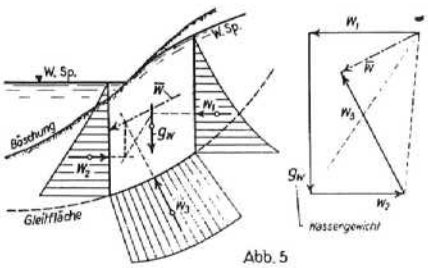


Abb. 5

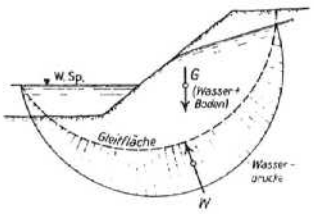


Abb. 6

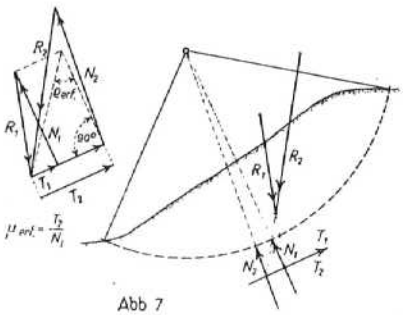


Abb. 7

Reibungsbeiwert $\mu_{erf} = \frac{T_2}{N_1}$. Der wirklich vorhandene Beiwert des Erdmaterials (μ_{vorh}) muss natürlich sicherheitshalber noch um einen gewissen Betrag grösser sein als μ_{erf} ($= \operatorname{tg} \varrho_{erf}$).

Wenn die neue Belastung R_2 mit Hilfe von Stromliniennetzen gefunden wurde, lässt sich darüber streiten, ob beim Eintreten gespannten Porenwassers auch noch mit dem ohne Rücksicht auf Porenwasser-Ueberdruck gezeichneten Stromlinienbild gerechnet werden darf. Solange diese Frage nicht genau beantwortet ist, wird man sie wohl bejahen dürfen.

Zur Frage der Sicherheit möchte ich nur noch erwähnen, dass eine verlässliche Sicherheitszahl meines Erachtens immer das Verhältnis der vorhandenen Schubfestigkeit zu der für Gleichgewicht mindestens erforderlichen Schubfestigkeit angeben muss, was der von Prof. Fellenius[4]) zuerst angedeuteten Sicherheitszahl: $\eta = \frac{\tau_{vorh}}{\tau_{erf}}$ entspricht. Diese Art der Sicherheitsangabe deckt sich mit der bei festen Baustoffen üblichen Angabe der zulässigen Festigkeits-Inanspruchnahme. Für reine Reibungserde (μ; keine Haftung) oder reine Haftungserde (k; keine Reibung) wird man demnach setzen:

$$\eta_\mu = \frac{\mu_{vorh}}{\mu_{erf}} \quad \text{oder} \quad \eta_k = \frac{k_{vorh}}{k_{erf}}.$$

Die Haftfestigkeit eines Erdmaterials ist wechselnden Einflüssen gegenüber oft stärker veränderlich als die innere Reibung; man wird daher η_k grösser annehmen als η_μ. Für zusammenwirkende Reibung und Haftung wäre aus diesem Grunde zu fordern:

$$\tau_{vorh} = \eta_k k_{erf} + \eta_\mu \mu_{erf}.$$

Der Ansatz des Verhältnisses vom (passiven) Erdwiderstand E_p und (aktiven) Erddruck E_a $\left(\eta_E = \frac{E_p}{E_a}\right)$ ist nicht einwandfrei, weil sich nicht immer das nämliche Verhältnis der beiden verschiedenen Sicherheitszahlen ergibt. Man hat in diesem Falle deshalb keine klare Vorstellung davon, wie weit die wirklich vorhandene Schubspannung noch von der Bruchspannung entfernt ist.

*

Erwiderung

Der Aufsatz der Versuchsanstalt für Wasserbau an der E. T. H. Zürich in Bd. 108 der «SBZ», Nr. 4 (25. Juli 1936) hatte, wie im letzten Absatz der Einleitung gesagt, nicht die Prätention, wesentlich Neues zu sagen, sondern die bekannten Grundlagen der Berechnung durchströmter Dämme, die in der Literatur zerstreut sind, in leicht fasslicher Form zusammenzustellen. Dabei wurde dann der Fall rascher Absenkung des gestauten Wasserspiegels, der bisher wenig behandelt war, besonders beleuchtet.

Der erste Teil des Aufsatzes des Herrn Ohde gibt sich in grundsätzlich mit unsern Ausführungen übereinstimmender Art mit der Bestimmung der auf die festen Teile der Schüttung wirkenden «Massenkräfte» ab und er gelangt auch zum gleichen Ergebnis; da er aber nicht die vektorielle Darstellung benützt, sind seine Darlegungen etwas weniger übersichtlich. Der Verfasser zeigt dann, dass die Resultierende der tatsächlich wirkenden Massenkräfte, die sich wie bei uns aus dem Gewicht des Bodens, einem schief gerichteten Auftrieb und einer ebenfalls schief gerichteten Reibungskraft zusammensetzen, auch noch in anderer Form dargestellt werden kann, nämlich aus dem Gewicht des Bodens, einem fiktiven senkrecht gerichteten Auftrieb, entsprechend jenem nach Archimedes, und einer wie bei uns zur Strömungsrichtung parallelen, aber sonst fiktiven Reibungskraft. Diese Methode ist didaktisch weniger empfehlenswert, weil die Einführung fiktiver Kräfte nur dann begründet ist, wenn dadurch wesentliche Ersparnisse an Zeitaufwand erzielt werden. Dies ist aber nicht der Fall, denn es bedarf zu ihrer Bestimmung des gleichen Strömungsnetzes (Stromlinien, Aequipotentiallinien und Linien gleichen Piezometerstandes).

Der Verfasser geht dann über zur Bestimmung der auf die festen Teile einer senkrechten Lamelle wirkenden Kräfte, wobei er in besonderer Ableitung zeigt, wie für diesen Fall die fiktive Reibungskraft als Resultierende aus dem Eigengewicht der durch Wasser ersetzten Lamelle, und den auf den Umfang der Lamelle wirkenden Wasserdrücken ermittelt werden kann. Zur Bestimmung der letztgenannten benötigt er wieder das Strömungsnetz.

Daraus wird dann weiter, an sich richtig, aber in der Darlegung unklar, gezeigt, dass es möglich ist, auf einfache Weise die Gesamtresultierende der auf die festen Teilchen des ganzen Segmentes (eingeschlossen durch Bodenoberfläche und angenommene Gleitfläche) wirkenden Kräfte zu bestimmen. Der Verfasser behauptet, dass diese Methode mit der von Prof. Dr. v. Terzaghi in den «Proceedings of the international Conference of Soil mechanics» 1936, Vol. I, S. 156 und ff., sowie Seite 215 und ff. gegebenen Berechnungsweise identisch sei. Demgegenüber ist hervorzuheben, dass Terzaghi im ersten der genannten Artikel in keiner Weise eine Anwendung auf ganze Segmente vornimmt, sondern sich darauf beschränkt, die Kräfte für Vertikallamellen anzugeben. Dabei gibt er als auf die Lamelle wirkend an: das Eigengewicht des Bodens (plus Wasser) und einen senkrecht gerichteten Wasserdruck, der mit Hilfe des Strömungsnetzes aus der Druckhöhe in der angenommenen Gleitfläche ermittelt wird, während die Reibungskraft, von der zwar in der Einleitung die Rede ist, vernachlässigt wird; im zweiten Aufsatz handelt es sich um eine ebene Gleitfläche. In der Tat hat die Ermittlung der Gesamtresultierenden auf das ganze Segment nur einen geringen Wert, weil man daraus die ungleiche Verteilung der Normalkraft auf der angenommenen gekrümmten Gleitfläche nicht ermitteln kann. Diese Verteilung ist aber zur Berechnung der tatsächlich möglichen Reibungskraft erforderlich. Eine der von Krey angegebenen Näherungsmethoden begnügt sich zwar auch damit, die Gleitsicherheit aus der Gesamtresultierenden abzuleiten, diese Methode erscheint aber doch als etwas zu ungenau. Noch weniger brauchbar ist die blosse Angabe der Resultierenden, wenn die Schüttung aus verschiedenen Materialien besteht, wie dies in vielen praktischen Aufgaben der Fall ist.

Im zweiten Teil gibt dann Ing. Ohde noch eine Näherungsmethode, die gestatten soll, aus einem bekannten Belastungszustand, d. h. gegebener Gesamtresultierender auf das Bodensegment, die Wirkung einer plötzlich eintretenden Aenderung dieser Belastung zu untersuchen. Dabei nimmt er die neue Gesamtresultierende einfach als gegeben an, während doch das Problem darin besteht, bei gegebener Aenderung der Randbedingungen, z. B. bei vorgeschriebener Absenkung des gestauten Wasserspiegels, die neuen Kräfte zu bestimmen, die auf die festen Teile des Segmentes wirken. Hierzu ist aber, wie in unserm Aufsatz gezeigt, die Aufzeichnung eines vollständig neuen Strömungsbildes erforderlich. Man kann sich übrigens auch sonst mit den sehr summarischen Darlegungen Ohdes, da sie, unter Anwendung einiger nicht nachgewiesener vereinfachender Annahmen, nur zur Ermittlug der Resultierenden der Normaldrücke und Tangentialkräfte auf die Gleitfläche führen, nicht einverstanden erklären.

Die Bemerkungen Ohdes über druckgespanntes Porenwasser geben noch zu folgenden Ausführungen Anlass:

Zunächst ist es nicht zutreffend, dass nach Aenderung der hydraulischen Randbedingungen (z. B. Absenkung des Stauspiegels) Richtung und Lage der Resultierenden der Reibungskräfte in der Gleitebene gleich bleiben, wie vor der Aenderung. Die auftretenden Reibungskräfte sind vielmehr abhängig von den zwischen den festen Teilen der Schüttung wirkenden neuen Masskräften; diese bestimmen sich aber aus dem neuen Strömungsfeld. Der Satz vom anfänglichen Gleichbleiben der Kräfte zwischen den Körnern der Schüttung bei Aenderung der äussern Last gilt wohl für den Druckversuch im hermetisch geschlossenen Zylinder und unter Annahme vollständiger Unelastizität des Wassers. Er gilt aber schon nicht mehr bei der Veränderung der Auflast auf freiem Boden. Denn wenn das Grundwasser, das vor der Belastungsänderung im «ungespannten» natürlichen Zustand war, im ersten Moment auch nur einen Teil der Mehrbelastung aufnimmt, entsteht sofort ein Strömungsfeld, das auf die festen Körner schiefgerichtete Auftriebkräfte und Reibungskräfte in Richtung der Strömung zur Folge hat. Der innere Spannungszustand im Boden wird also mit Aufbringen der neuen Last sofort geändert. Eine andere Auffassung ist mit der Mechanik nicht verträglich.

Die Ermittlung der Massenkräfte in unserem Fall setzt also die getrennte Untersuchung zweier Einflüsse voraus, nämlich des Einflusses der Aenderung der hydraulischen Randbedingungen und jenes der Deformation der Körner der Schüttung, die durch die neuen Massenkräfte entsteht. Wenn wir nämlich die Schüttung als nachgibiger voraussetzen als das Wasser, wird die Zusammendrückung der festen Körper in stark undurchlässigem Material druckgespanntes Porenwasser erzeugen. Diese Erscheinung hat dann eine sekundäre Aenderung des Strömungsbildes und damit der auf die festen Körner wirkenden Massenkräfte zur Folge. Bei relativ stark sandhaltigen, also durchlässigen Materialien mit geringer Zusammendrückbarkeit, wie sie in unserem Aufsatz vorausgesetzt waren, sind wir der Ansicht, dass dieser sekundäre Einfluss, nach dem heutigen Stande der Wissenschaft, zu vernachlässigen ist.

Prof. Dr. E. Meyer-Peter,
Dr. Henry Favre, Dipl. Ing. R. Müller

[4]) *W. Fellenius:* «Erdstatische Berechnungen . . . .». Berlin 1927, S. 39.

Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen

Von Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin[1])

Zur Beurteilung der Rutschgefahr einer Böschung muß der in der Natur vorhandene Gleitwiderstand des Erdstoffes mit dem unbedingt erforderlichen Gleitwiderstand verglichen werden, der durch statische Untersuchungen gefunden wird. Der wirklich vorhandene Gleitwiderstand kann durch Versuche mit ungestörten Erdproben ermittelt werden, wobei auch später etwa eintretende Veränderungen der Festigkeit des Erdkörpers in Betracht zu ziehen sind. Auf diese Versuche soll hier jedoch nicht weiter eingegangen werden; dagegen sei nachstehend kurz über einige vereinfachte erdstatische Berechnungsverfahren berichtet, die der Verfasser kürzlich an anderer Stelle ausführlicher behandelt hat[2]).

Rutschungen von Böschungen und ähnlichen Geländesprüngen gehen im allgemeinen auf kurvenförmigen Gleitflächen vor sich; bei der statischen Untersuchung kann man sich fast in jedem Falle mit der Annahme kreisförmiger Gleitflächen begnügen, weil die damit erzielte Genauigkeit völlig ausreicht.

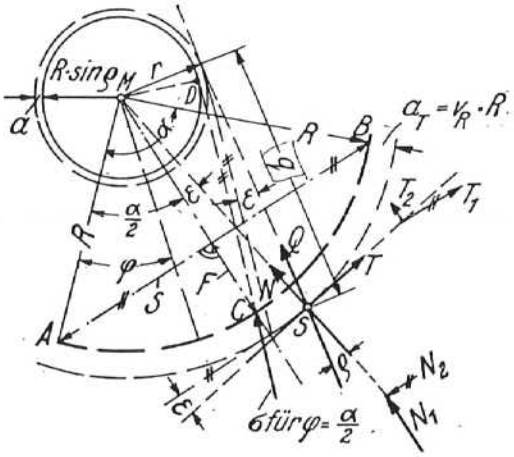


Abb. 1. Zerlegung von Q in N und T

Ein einfaches Berechnungsverfahren für kreisförmige Gleitflächen

Fast alle Verfahren für kreisförmige Gleitflächen sind mehr oder weniger zeitraubend, weil der Querschnitt des Rutschkörpers in eine Anzahl von Flächenstreifen aufgeteilt werden muß. Eine Ausnahme macht ein von Krey angegebenes vereinfachtes Verfahren[3]), dem die Annahme zugrunde liegt, daß die Mittelkraft Q aller Einzelkräfte $\Delta Q = \sigma \cdot \Delta s$ längs der Gleitfläche den $R \cdot \sin \varrho$-Kreis berührt, den auch die einzelnen Spannungsrichtungen berühren (R = Gleitkreishalbmesser, ϱ = Reibungswinkel). Dieses Verfahren von Krey hat nur den Nachteil, daß es weniger genau ist. Man kann allerdings immer danach rechnen, weil man sich in jedem Falle auf der sicheren Seite befindet.

Es ist unschwer nachzuweisen, daß die Gleitflächen-Mittelkraft Q nicht genau den $R \cdot \sin \varrho$-Kreis berührt, sondern um ein gewisses Maß a außerhalb des Kreises liegt (Abb. 1). Dieser Abstand a läßt sich nun durch Näherungsformeln ausreichend genau berechnen, wenn die wirkliche Verteilung der σ-Spannungen längs der Gleitfläche durch eine angenäherte, in mathematischer Hinsicht genügend einfache Verteilungsfunktion ersetzt wird (Ersatzfunktion). Die eingehendere Untersuchung[2]) ergibt mit den Bezeichnungen nach Abb. 1 folgende Zusammenhänge:

1. Mit $a = v_R \cdot R \sin \varrho$ hat man für v_R folgende schnell konvergierende Reihe:

$$v_R = c_2 \cdot \alpha^2 + c_4 \cdot \alpha^4 + \ldots$$

und für die Abweichung ε der Q-Richtung von der mittleren Spannungsrichtung $\left(\sigma\text{-Richtung für } \varphi = \frac{\alpha}{2}\right)$:

$$\varepsilon = c_1 \cdot \alpha + c_3 \cdot \alpha^3 + \ldots,$$

wobei die c-Werte nicht mehr vom Reibungswinkel ϱ, sondern nur noch von der Spannungsverteilung längs der Gleitfläche (dem sog. »Belastungsbild«) abhängig sind.

Z. B. gilt

für gleichmäßige Spannungsverteilung:

$$v_R = \frac{\alpha^2}{24} + \frac{7\alpha^4}{5760} + \ldots; \; \varepsilon = 0,$$

für parabelförmige Verteilung

$$\left(\text{Größtwert von } \sigma \text{ für } \varphi = \frac{\alpha}{2}\right):$$

$$v_R = \frac{\alpha^2}{40} + \frac{9\alpha^4}{22\,400} + \ldots; \; \varepsilon = 0$$

und für dreieckförmige Verteilung:

$$v_R = \frac{\alpha^2}{36} + \frac{\alpha^4}{2160} + \ldots; \; \varepsilon = \frac{\alpha}{6} + \frac{\alpha^3}{810} + \ldots$$

Für baupraktische Berechnungen genügt meistens schon das erste Glied der Reihen; nur für größere Gleitkreiswinkel ist noch das zweite Glied hinzuzunehmen.

2. Zerlegt man die Gleitflächenkraft Q nach Abb. 1 in die Kräfte N (Mittelkraft aller Normalspannungen σ) und T (Mittelkraft aller Schubspannungen τ), wobei N durch den Kreismittelpunkt gehen und T lotrecht zu N sein muß, so weicht die N-Richtung ebenfalls um den Winkel ε von der Mittellinie $\left(\varphi = \frac{\alpha}{2}\right)$ ab, und die Kraft T (oder der Schnittpunkt S von Q, N und T) hat vom Gleitkreis den Abstand $a_T = v_R \cdot R$.

3. Für den mindestens erforderlichen Reibungsbeiwert $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ gilt:

$$\mu_{erf} = \frac{T}{Q},$$

was übrigens aus Abb. 1 ohne weiteres abzulesen ist.

Mit Hilfe dieser Ergebnisse ist man in der Lage, alle Rutschungs-Untersuchungen für kreisförmige Gleitflächen in einfacher Weise durchzuführen. Die benötigten Verhältniswerte v_R trägt man ein für allemal in einer Tafel als Kurven auf (Abb. 2). Die Wahl der Ersatzfunktion für die Spannungsverteilung in der Gleitfläche kann meistens genügend genau nach der Form des Rutschkörpers schätzungsweise vorgenommen werden, wie an Hand der Abb. 3 gezeigt werden soll; ein genaueres Vorgehen unter Benutzung der ε-Werte ist in der ausführlicheren Arbeit angedeutet.

Abb. 3 zeigt die statische Berechnung für eine bindige Erdböschung mit vorgelagerter Deckschicht aus Sand und Kies (oder Steinschüttung), wobei der Einfachheit halber nur eine Gleitfläche untersucht ist. In Wirklichkeit muß man mehrere Gleitflächen in der gleichen Weise durchrechnen, um dadurch die ungünstigste Gleitfläche mit der geringsten Rutschsicherheit herauszufinden. — Alle wirksamen »äußeren« Kräfte, wie das Eigen-

[1]) Aus der Erdbau-Abteilung der Berliner Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau.

[2]) Joh. Ohde: Einfache erdstatische Berechnungen von Böschungen. Heft 67 des »Archiv für Wasserwirtschaft«, Berlin 1942. In Vorbereitung. Preis etwa RM 4.—.

[3]) Krey-Ehrenberg: Erddruck, Erdwiderstand. 5. Aufl., Berlin 1936.

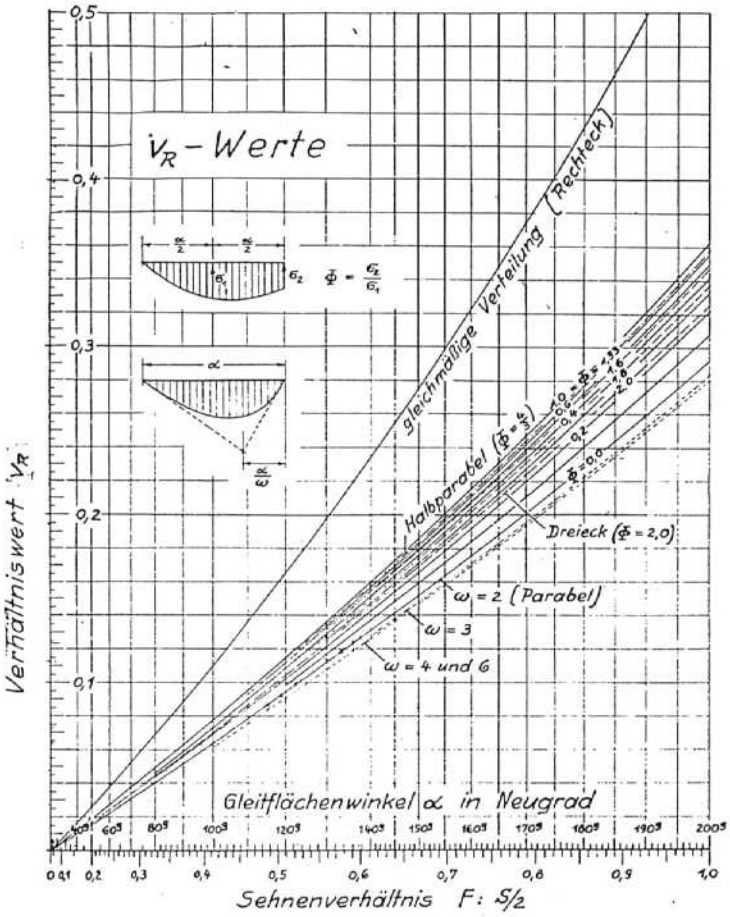


Abb. 2. V_R-Werte für den Abstand a der Kraft Q vom R · sin ϱ-Kreis

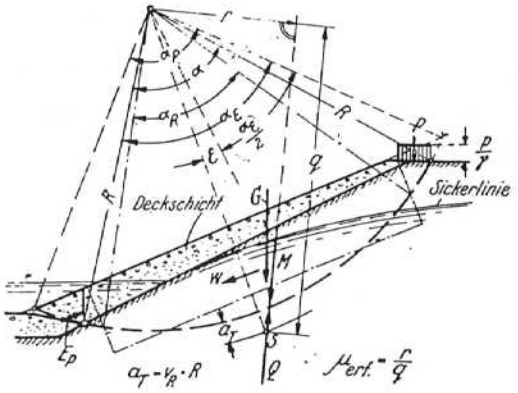


Abb. 3. Ermittlung des erforderlichen Reibungsbeiwertes μ_{erf}.

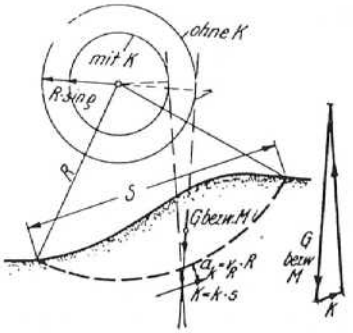


Abb. 4. Näherungsweise Berücksichtigung der Gleitfestigkeit K

gewicht G des Rutschkörpers (einschl. Verkehrslast P), die Strömungskraft W des Sickerwassers und der Erdwiderstand E_p der Deckschicht, kann man zu einer Mittelkraft M zusammensetzen, die dann mit der Mittelkraft Q der »inneren« Kräfte (Spannungen längs der kreisförmigen Gleitfläche) im Gleichgewicht sein muß. Verlängert man nun die Wirkungslinie von M bzw. Q nach oben hin und errichtet vom Kreismittelpunkt das Lot auf diese Wirkungslinie, so ist damit das Maß r bereits gefunden. Ebenso einfach erhält man die Strecke q, die auf der Q-Wirkungslinie vom Lotpunkte bis zum Punkt S in der Entfernung $a_T = v_R \cdot R$ außerhalb der Gleitfläche gemessen wird. Damit ist das gesuchte Ergebnis $\mu_{erf} = r : q$ gefunden.

Der einzusetzende v_R-Wert wird in Abb. 2 abgelesen. Hierbei kann man näherungsweise (praktisch oft genau genug) mit gleichmäßiger Spannungsverteilung längs der Gleitfläche rechnen, wobei allerdings nicht der eigentliche Gleitkreiswinkel α, sondern ein kleinerer Winkel α_R eingesetzt werden muß, der durch Ersetzen des Rutschkörperquerschnitts durch ein gefühlsmäßig gemitteltes Rechteck (in Abb. 3 strichpunktiert) gewonnen wird. Eine andere Möglichkeit ist durch Annahme parabelförmiger Verteilung gegeben, wobei der in Abb. 2 an Stelle von α einzusetzende Winkel α_P durch Verlängerung des Gleitkreises bis zum Schnitt mit der verlängerten Böschungslinie erhalten wird (da nach Abb. 3 die Ecken der Parabelfläche nicht voll mitwirken, wird v_R ein wenig zu groß erhalten). Noch genauer erhält man v_R durch Annahme eines der Form des Rutschkörpers gut entsprechenden (in Abb. 2 erläuterten) Φ-Wertes, wobei dann etwa α_E anstatt α einzusetzen ist.

Bisher ist etwa vorhandene Festigkeit (Kohäsion) k nicht berücksichtigt, was jetzt nachgeholt werden soll. Am einfachsten läßt sich die Festigkeit naturgemäß beim Näherungsverfahren von Krey in Ansatz bringen (Abb. 4). Man braucht zur Mittelkraft M aller äußeren Kräfte nur die Mittelkraft K aller Festigkeits-Einzelkräfte $\Delta K = k \cdot \Delta s$ hinzuzunehmen und kann im übrigen das Verfahren wie sonst durchführen. Die Größe von K erhält man zum k-fachen der Gleitkreissehne S ($K = k \cdot S$), und für den Abstand a_K der Kraft K vom Gleitkreis gilt: $a_K = v_R \cdot R$, wobei v_R für gleichmäßige Verteilung zu nehmen ist, weil K einer Schubkraft T für gleichmäßige Verteilung der Spannungen entspricht.

In ähnlicher Weise kann man auch das weiter vorstehend gegebene genauere Verfahren (mit Hilfe der Verhältniswerte v_R) für vorhandene Festigkeit erweitern. Man braucht hier ebenfalls nur K mit M zusammenzusetzen, um mit der so erhaltenen Mittelkraft in derselben Weise wie in Abb. 3 den dann noch erforderlichen Reibungsbeiwert μ zu finden. Etwas unsicher ist bei solchem Vorgehen nur die Wahl der Ersatzfunktion für die Spannungsverteilung in der Gleitfläche, also die Bestimmung des einzusetzenden v_R-Wertes, weil die Spannungsverteilung durch die Festigkeit k beeinflußt wird, und zwar in dem Sinne, wie es Abb. 5 zeigt: im unteren Endpunkt der Gleitlinie ist die Spannung σ nicht Null, sondern

$$\sigma_u = \frac{\cot g\, \varrho' - \mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} \cdot k;$$

der obere Endpunkt der Gleitfläche mit der Gleitflächenspannung $\sigma = 0$ ist in der Tiefe h_K'' unter der Oberfläche anzunehmen:

$$h_K'' = [\mathrm{tg}\,(\omega + \varrho) + \mathrm{tg}\,\beta] \cdot \frac{k'}{\gamma},$$

wenn $\mathrm{tg}\,\beta$ die Geländeneigung lotrecht über dem oberen Gleitflächenpunkt bedeutet (Beweis a.a.O.).

Mit Hilfe dieser Ergebnisse ist man in der Lage, die Berechnung weitgehend genau durchzuführen. Zunächst werden durch das Einsetzen von h_k'' dem Erdreich keine Zugspannungen zugemutet, deren Aufnahme wegen der Witterungseinflüsse an der Oberfläche in der Tat auch vielfach nicht gewährleistet ist. Durch h_K'' ist auch der für v_R einzusetzende α-Wert gegeben (α'' in Abb. 5). Mit Hilfe von σ_0 kann man

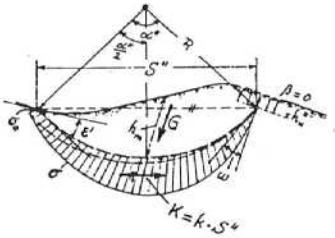


Abb. 5. Spannungsverteilung längs der Gleitfläche bei vorhandener Festigkeit

den anzunehmenden Φ-Wert (Abb. 2) in vielen Fällen genügend genau abschätzen, indem man setzt: $\sigma_2 \approx \sigma_0$ und $\sigma_1 \approx \gamma \cdot h_m$, wenn h_m die Rutschkörperordinate für $\varphi = \frac{\alpha''}{2}$ bedeutet. Genauere Verfahren sind in der ausführlicheren Arbeit angegeben[2]).

Der Einfluß des Porenwassers

Das Wasser in den Poren der Erdkörner kann statisch in der verschiedensten Weise wirksam werden (z. B. als Auftrieb, Strömungskraft oder Überdruck) und ist dann oft von großem Einfluß auf die Standsicherheit von Böschungen.

Infolge der zumeist voll einzusetzenden Auftriebswirkung des Wassers ist das Raumgewicht γ_0 der Erde unterhalb des Wasserspiegels bedeutend geringer als das Raumgewicht γ oberhalb des Wasserspiegels. Man findet

$$\text{über Wasser: } \gamma = s\,\frac{1+w}{1+\varepsilon},$$

$$\text{unter Wasser: } \gamma_0 = \frac{s-1}{1+\varepsilon},$$

wenn s das Stoffgewicht der Erdkörner, ε die (von Terzaghi eingeführte) Porenzahl (= Verhältnis des Porenraums zum Raum der festen Stoffe) und w die Wasserzahl (Gewichtsteile Wasser, bezogen auf völlig trockenen Erdstoff)[4]) bedeuten. Für wassergesättigte (luftfreie) Poren hat man: $\varepsilon = s \cdot w$ und $\gamma = 1 + \gamma_0$.

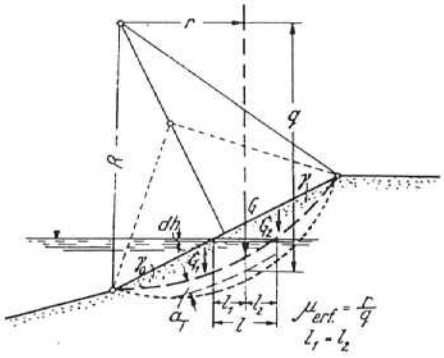


Abb. 6. Ermittlung des erforderlichen Reibungsbeiwertes μ_{erf}

Abb. 6 zeigt ein einfaches Beispiel für die Berücksichtigung des Wasserauftriebes: eine Erdböschung wird von einem waagerechten Wasserspiegel durchzogen. Das Gewicht G_1 unterhalb des Wasserspiegels ist mit γ_0, das Gewicht G_2 oberhalb des Wasserspiegels mit γ zu berechnen. Die Mittelkraft G aus G_1 und G_2 muß mit der Geitflächenkraft Q im Gleichgewicht sein, woraus die Ermittlung von $\mu_{erf} = r : q$ ohne weiteres folgt. Es bleibt nur noch die Frage offen, in welcher Höhe der ungünstigste Wasserstand für eine gewählte Gleitfläche anzunehmen ist. Lassen wir einen zunächst nach Gutdünken angenommenen Wasserstand um den kleinen Betrag dh absinken, so nimmt das Gewicht G um den kleinen Wert $dG = (\gamma - \gamma_0) \cdot l \cdot dh$ zu; dG greift in der Mitte der Strecke l an. Für den ungünstigsten Wasserstand darf durch dG keine Vergrößerung oder Verkleinerung des erforderlichen Reibungsbeiwertes zustande kommen, was nur möglich ist, wenn die Bedingung $l_1 = l_2 = l/2$ erfüllt ist, der also die ungünstigste Wasserspiegellage entsprechen muß. — In ähnlicher Weise kann man auch für verwickeltere Fälle den ungünstigsten Wasserstand finden[2]). — Durch den Wasserauftrieb wird der Erdwiderstand (unterer Teil des Gleitkörpers in Abb. 6) verringert. Eine unter dem Reibungswinkel ϱ anstehende Böschung kann damit beim Hinzukommen eines Wasserspiegels nicht mehr standfest sein; sie muß sich etwas abflachen. Diese Erscheinung dürfte mit zu der Auffassung beigetragen haben, daß der Reibungswinkel unter Wasser kleiner sei als oberhalb des Wasserspiegels. Die Erklärung liegt jedoch nicht in der vermeintlichen Abnahme des Reibungswinkels durch das Wasser, sondern in der Verringerung des Erdwiderstandes durch den Wasserauftrieb.

Die Strömungskraft des Sickerwassers kann bekanntlich mit Hilfe von Strömungsnetzen ermittelt werden; in den meisten Fällen genügt aber ein näherungsweiser Ansatz nach Abb. 7 mit

$$w = \sin\beta \cdot F \cdot 1{,}0,$$

wenn β die durchschnittliche Neigung der Strömungslinien des Grundwassers (in Abb. 7 gleich der Böschungsneigung)

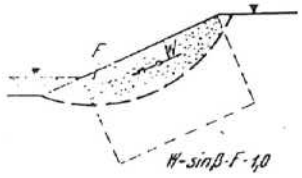


Abb. 7. Näherungsweiser Ansatz der Strömungskraft W des Sickerwassers bei starkem Regen oder plötzlicher Absenkung des Stauspiegels

und F die punktierte Querschnittsfläche bedeutet. — Eine nach Abb. 7 zur Böschung gleichlaufende Strömungskraft des Porenwassers wirkt sich auf die Standfähigkeit der Böschung sehr ungünstig aus: im allgemeinen steht eine solche Böschung erst für $\beta \leqq \frac{1}{2}\varrho$.

Statisch ebenfalls ungünstig wirkender Überdruck des Porenwassers stellt sich bei verhältnismäßig plötzlich zunehmender Belastung ein, weil das überschüssige Porenwasser bei bindiger Erde dann nicht so schnell entweichen kann, wie die Zusammendrückung der Erde erfolgen will. Infolgedessen muß die plötzlich einsetzende Belastung zunächst ausschließlich vom Porenwasser aufgenommen werden, dessen Druck sich entsprechend erhöht. Erst allmählich tritt eine Spannungsumlagerung vom Porenwasser auf das Korngerüst ein, und zwar in dem Maße, wie das überschüssige Porenwasser herausgepreßt wird. Beispielsweise kann beim Bau einer Hafenmauer einschl. hinterer Auffüllung oder auch beim Schütten eines hohen Dammes der Untergrund zu schnell belastet werden, so daß nicht genügend Zeit zum Druckausgleich des Porenwassers vorhanden ist.

Für kreisförmige Gleitflächen kann der Einfluß von Porenwasser-Überdruck nach Abb. 8 ermittelt werden. Dort ist vorausgesetzt, daß die Erdspannungen vor dem Hinzukommen der stärkeren Belastung P für die bis dahin wirksame Mittelkraft M_1 der äußeren Kräfte ausgeglichen sind (kein Über-

[4]) w, in % ausgedrückt, ist der übliche »Wassergehalt«.

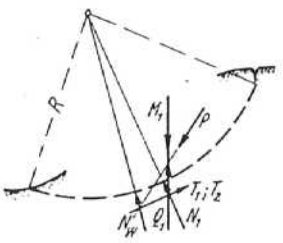


Abb. 8. Der Einfluß von Porenwasser-Überdruck bei plötzlicher Mehrbelastung für kreisförmige Gleitflächen

druck des Porenwassers). Dem M_1 entspreche die Mittelkraft Q_1 der späteren Gleitfläche. Die Teilkräfte N_1 und T_1 können nach dem eingangs angegebenen Verfahren leicht ermittelt werden. Unter der Wirkung der zusätzlichen Kraft P bleiben nun die Normalspannungen ν der Erdkörner längs der Gleitfläche — und folglich auch die Kraft N_1 — zunächst unverändert. Damit behalten die dem Gleiten entgegenwirkenden Schubspannungen τ die gleiche Verteilung, wie sie schon für T_1 ermittelt wurde, d. h. die Schubkraft T_2, die nach der Wirkung von P vorhanden ist, hat die gleiche Lage wie T_1. Die neue Kraft P muß nun von dem Zuwachs $(T_2 - T_1)$ der Schubkraft T und dem (lotrecht zur Gleitfläche wirkenden) Überdruck N_w des Porenwassers aufgenommen werden. Diese drei Kräfte müssen sich also in einem Punkte schneiden und sind damit nach Abb. 8 sehr einfach zu ermitteln. Schließlich hat man: $\mu_{erf} = T_2 : N_1$.

Spiralförmige Gleitflächen

Verschiedentlich ist die logarithmische Spirale als Gleitkurve benutzt oder empfohlen worden. Sie hat einen gleichbleibenden Winkel zwischen Fahrstrahl und Gleitlinie, so daß sich die Wirkungslinien der Erdspannungen längs der Gleitfläche von vornherein alle in einem Punkte — dem Pol der Spirale — schneiden. Diesem Vorteil der Spirale im Vergleich zum Kreis stehen aber folgende Nachteile gegenüber: es muß mit gleichbleibendem Reibungsbeiwert μ gerechnet werden (Aufsuchen von k_{erf}, nicht umgekehrt); auch kann der Einfluß von Porenwasser-Überdruck nicht in ähnlich einfacher Weise ermittelt werden wie in Abb. 8. Vor allem aber ist eine Spirale nicht so leicht aufzuzeichnen wie ein Kreis. Spiralförmige Gleitflächen werden deshalb wohl keine so vielseitige Anwendung finden, wie es bei kreisförmigen Gleitflächen der Fall ist; ihr Vorteil liegt meines Erachtens mehr in der rechnerischen Behandlung einfacherer Sonderfälle.

Man kann mit ihrer Hilfe versuchen, die Lage der ungünstigsten Gleitfläche rein rechnerisch zu finden, wofür die Abb. 9 ein Beispiel gibt. Dort sind zwei Gleitflächen aufgezeichnet, die genau die gleiche Form haben, nur daß sie um den waagerechten Betrag dB voneinander abweichen. Infolge der kleinen Verschiebung um dB bleibt das Moment M_K aus den Spannungen k längs der Gleitfläche für den neuen Pol O′ unverändert, ebenso das Moment der Spiralfläche OGPFO. Es verändert sich nur das Eigengewichtsmoment um

$$dM = -dB \cdot h \left(B - \frac{1}{2}\right),$$

weil für den neuen Punkt ein Erdstreifen längs der Böschung

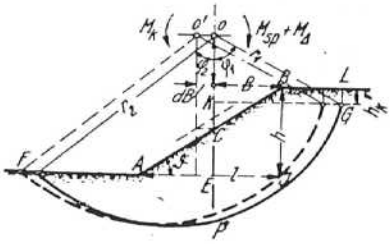


Abb. 9. Tieferliegende spiralförmige Gleitfläche

fortfällt. Für die ungünstigste Gleitfläche muß gelten $\frac{dM}{dB} = 0$, woraus folgt:

$$\frac{dM}{dB} = -h\left(B - \frac{1}{2}\right) = 0 \text{ oder } B = \frac{1}{2}.$$

Der Pol der ungünstigsten Gleitfläche liegt also auf einer lotrechten, die die Böschungslinie in halber Höhe trifft[5]). — Der nächste Schritt der Berechnung würde nun sein, den Einfluß einer lotrechten Wanderung des Poles 0 der Spirale zu untersuchen, worauf hier nur hingewiesen werden kann.

Die Sicherheit gegen Rutschgefahr

Für Erde, deren Gleitwiderstand verhältnisgleich mit der Belastung anwächst, hat man in dem Verhältnis des vorhandenen (durch Versuche ermittelten) Reibungsbeiwertes zum erforderlichen (durch die statische Berechnung gefundenen) Reibungswert einen einwandfreien Maßstab für die Sicherheit η gegen Abrutschen:

$$\eta = \frac{\mu_{vorh}}{\mu_{erf}}.$$

An Stelle dieser Gleichung kann man auch anschreiben:

$$\eta = \frac{\mu_{vorh} \cdot \nu_m}{\mu_{erf} \cdot \nu_m} = \frac{\tau_{m_{vorh}}}{\tau_{m_{erf}}},$$

wenn ν_m und τ_m Mittelwerte der Spannungen ν und τ angeben. In der letzteren Form gilt die Gleichung für den Sicherheitsgrad η auch bei vorhandener Festigkeit k:

$$\eta = \frac{\tau_{m_{vorh}}}{\tau_{m_{erf}}} = \frac{k_{vorh} + \mu_{vorh} \cdot \nu_m}{k_{erf} + \mu_{erf} \cdot \nu_m}.$$

Da sich zeigt, daß sich die τ_{erf}-Linien der statischen Berechnung genügend genau in einem Punkte schneiden (Abb. 10),

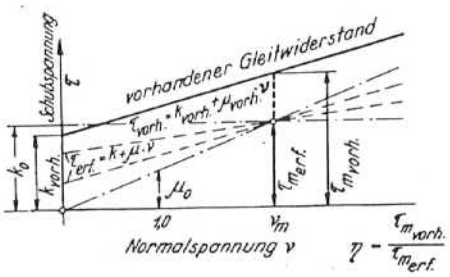


Abb. 10. Sicherheitszahl η bei vorhandener Gleitfestigkeit

der damit dem einzusetzenden ν_m entspricht, so kann man die für η gesuchten Werte $\tau_{m_{vorh}}$ und $\tau_{m_{erf}}$ aus der zeichnerischen Auftragung abgreifen, wie Abb. 10 zeigt. Es genügt aber, μ_0 ($= \mu_{erf}$ für $k = 0$) und k_0 ($= k_{erf}$ für $\mu = 0$) zu ermitteln (was sehr zur Vereinfachung der stat. Berechnung beiträgt); man hat dann rechnerisch mit $k_0 = \mu_0 \cdot \nu_m$ oder $\nu_m = k_0 : \mu_0$ die bequeme Formel:

$$\eta = \frac{k_{vorh} + \mu_{vorh} \cdot \frac{k_0}{\mu_0}}{k_0} = \frac{k_{vorh}}{k_0} + \frac{\mu_{vorh}}{\mu_0}.$$

Erfahrungsgemäß ist die Sicherheitszahl η bei überwiegendem Einfluß der Festigkeit größer zu wählen als in den Fällen, wo der Gleitwiderstand fast nur aus Reibung besteht. Für größere Bauten und überwiegendem Einfluß der Reibung genügt im Durchschnitt $\eta = 1{,}3$ bis $1{,}4$, sofern der Baugrund gewissenhaft untersucht wurde. Im übrigen wird das noch zuzulassende η auch von der Wichtigkeit des Bauwerkes bestimmt und von der Gefahr für Menschenleben und Sachwerte im Falle eines Bruches.

---

5) Dieses Ergebnis wurde für $\mu = 0$, also für kreisförmige Gleitflächen und Erde ohne innere Reibung, bereits von Fellenius (Stockholm) gefunden. (»Erdstat. Berechnungen«, 2. Aufl., Berlin 1940.) Für spiralförmige Gleitflächen gilt es, wie man sieht, für beliebige Reibung.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Archiv für Wasserwirtschaft

des Reichsverbandes der Deutschen Wasserwirtschaft e. V.
Technisch-Wissenschaftlicher Arbeitskreis der Fachgruppe Bauwesen
im NSBDT.

Geschäftsstelle: Berlin W 35, Bissingzeile 19

Berlin 1943 Nummer 67

Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen

Von

Ingenieur Joh. Ohde

Berlin

Einleitung

Bei der Herstellung von Erdbauten oder Gründungskörpern wird man des öfteren von Rutschungen des Erdkörpers oder des Untergrundes überrascht, die oft verhängnisvolle Folgen haben. Im günstigsten Falle tritt eine Verzögerung der Bauausführung ein, oder es werden Verstärkungs- oder Sicherungsmaßnahmen erforderlich; in ungünstigen Fällen kann aber auch das Bauwerk selbst so weitgehend zerstört oder unbrauchbar werden, daß es seiner Zweckbestimmung nicht mehr zugeführt werden kann. Es ist daher verständlich, wenn der bauende Techniker versucht, die Ursachen von Rutschungen zu erkennen, um daraufhin seine Bauten von vornherein so zu entwerfen, daß Erdbrüche vermieden werden. Da es nach dem heutigen Stande der Wissenschaft des Erd- und Grundbaues in den meisten Fällen möglich ist, eine etwa vorhandene Rutsch- oder Einsturzgefahr im voraus anzugeben, so handelt ein verantwortlicher Bauleiter leichtsinnig, der derartige Untersuchungen unterläßt und sich nur auf sein Gefühl verläßt.

Rutschungen lassen immer erkennen, daß die treibenden Kräfte größer waren als die widerstehenden Kräfte. Zur Beurteilung der Rutschgefahr muß daher der in der Natur vorhandene Gleitwiderstand des Erdstoffes verglichen werden mit dem unbedingt erforderlichen Widerstand, wie er durch statische Untersuchungen erhalten wird.

Man unterscheidet flache oder Oberflächenrutschungen, die zumeist infolge Zermürbung der oberen Geländeschicht durch Witterungseinflüsse (Regen, Frost) entstehen, und tiefer gehende eigentliche Rutschungen, deren Ursache in der Überwindung der Festigkeit und der Reibung (also des Gleitwiderstandes) des Erdstoffes besteht. Im folgenden ist fast ausschließlich von den letzteren Rutschungen die Rede.

Der wirklich vorhandene Gleitwiderstand der Erde kann durch Versuche mit ungestörten Erdproben ermittelt werden, wobei auch später etwa eintretende Veränderungen der Festig-

keit des Erdkörpers in Betracht zu ziehen sind. Die Durchführung der Gleitwiderstandsversuche erfordert neben dem Besitz eines einwandfreien Versuchsgerätes ausreichende Kenntnis der Eigenschaften der Erdstoffe und der Fehlerquellen des Gerätes. Nur wenn diese Voraussetzungen erfüllt sind, sollte man sich deshalb mit der verantwortlichen Durchführung solcher Versuche befassen; andernfalls überläßt man sie besser einer der vorhandenen Versuchsanstalten.

Eine andere Möglichkeit, den in der Natur vorhandenen Gleitwiderstand zu finden, ist gegeben, wenn eine Rutschung eingetreten ist. Gelingt es dann, die wirksamen Kräfte richtig zu erfassen, so läßt sich der bei der Entstehung der Rutschung wirksam gewesene Gleitwiderstand statisch berechnen.

Auf die Versuche mit ungestörten Erdproben ist hier nicht weiter eingegangen, weil in dieser Arbeit die Durchführung erdstatischer Untersuchungen gezeigt werden soll. Die richtige Ermittlung des vorhandenen Gleitwiderstandes ist also im nachstehenden — insbesondere im Abschnitt 4 über die Sicherheit gegen Rutschgefahr — immer vorausgesetzt.

Rutschungen von Böschungen und ähnlichen Geländesprüngen gehen im allgemeinen auf kurvenförmigen Gleitflächen vor sich[1]). Sowohl zahlreiche Rutschungen als auch theoretische Untersuchungen haben dafür den Beweis erbracht. Die genaue Form der Gleitfläche ist allerdings entweder gar nicht oder doch nur sehr schwer zu ermitteln, so daß man sich mit angenommenen Gleitflächenformen (wie z. B. dem Kreis oder der logarithmischen Spirale) begnügen muß. Das ist praktisch jedoch kein Nachteil, da die Genauigkeit der Rechnung mit angenommenen Gleitflächenformen in der Regel völlig ausreicht.

Die weitaus meisten Böschungsberechnungen werden mit kreisförmigen Gleitflächen durchgeführt. Manche Böschungsrutschungen deuten darauf hin, daß die Gleitlinie auch in Wirklichkeit nicht sehr von der Kreisform abweicht. Die rechnerischen Vorteile des Kreises anderen Kurven gegenüber brauchen wohl kaum noch besonders hervorgehoben zu werden.

[1]) Ausgenommen sind Rutschungen, die in ungünstiger Erdschichtung ihre Ursache haben (vorgebildete Gleitflächen).

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

1. Ein einfaches Berechnungsverfahren für kreisförmige Gleitflächen

Es werde üblicherweise angenommen, daß der Gleitwiderstand in der Gleitfläche der Gleichung folgt:

$$\tau = k + \tau_r = k + \mu \cdot \nu$$

(ν = Normalspannung, k und μ = Festwerte)

und k als Gleit- oder Haftfestigkeit (Kohäsion) und μ als Reibungsbeiwert bezeichnet, und zwar unabhängig von dem physikalischen Inhalt dieser Begriffe. Es kann nämlich sehr wohl sein, daß in dem Ausdruck $\mu \cdot \nu$ noch ein (mit ν verhältnisgleich zunehmender) Gleitfestigkeitsanteil enthalten ist[+]; doch kommt es hier nur auf die rein rechnerische Kennzeichnung und Bedeutung der Gleichung für τ an, wobei eben als Festigkeit der von der Belastungszunahme unabhängige (gleichbleibende) Teil des Gleitwiderstandes anzusehen ist.

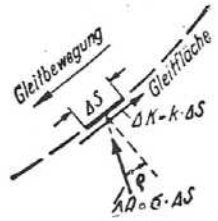


Abb. 1. Gleitwiderstandskräfte

Die Spannungen ν normal zur Gleitfläche kann man mit den „Reibungs-Schubspannungen" $\tau_r = \mu \cdot \nu$ zusammensetzen und erhält so die Schrägspannungen σ, die unter dem Reibungswinkel ϱ zu den Gleitflächennormalen wirken ($\operatorname{tg} \varrho = \mu$). Nimmt man dann noch die Gleitfestigkeitsspannungen k hinzu, so wirken auf jedes Element $\triangle s$ der Gleitfläche die in Abb. 1 veranschaulichten Kräfte $\triangle K$ und $\triangle Q$. Die Einzelkräfte $\triangle K$

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

der Gleitfestigkeit können leicht zu einer Mittelkraft K zusammengesetzt werden (siehe weiter unten). Von den Schrägspannungen σ kennt man zunächst nur die Richtungen; ihre Größe und Verteilung ist von den wirksamen Kräften abhängig und muß dementsprechend ermittelt werden. In Abb. 2 sieht man, daß die einzelnen Spannungsrichtungen für σ alle einen Kreis mit dem Halbmesser $R \cdot \sin \varrho$ berühren.

Für Berechnungen mit kreisförmigen Gleitflächen sind verschiedene Verfahren bekannt[2]). Fast alle diese Verfahren haben jedoch den Nachteil, daß der Querschnitt des Rutschkörpers

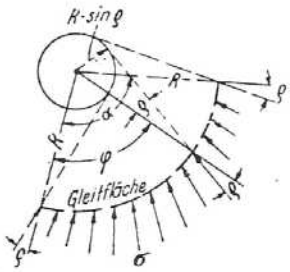


Abb. 2.

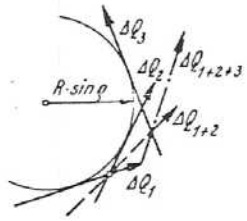


Abb. 3.

in eine Anzahl Flächenstreifen aufgeteilt werden muß, wodurch die Berechnungen einen gewissen Zeitbedarf erfordern. Nur ein von Krey angegebenes vereinfachtes Verfahren macht hiervon eine Ausnahme. Allerdings hat dieses Krey'sche Verfahren den Nachteil, daß es weniger genau ist; da man sich jedoch auf der sicheren Seite befindet, kann man in jedem Falle danach rechnen, zumindest immer dann, wenn es nicht auf große Genauigkeit ankommt.

Die Grundlage des erwähnten Verfahrens von Krey ist die Annahme, daß die Mittelkraft Q aller Gleitflächen-Einzelkräfte $\triangle Q$ den $R \cdot \sin \varrho$-Kreis berührt. Man kann leicht nachweisen, daß diese Annahme nicht genau zutrifft. Denkt man sich nämlich die Einzelkräfte $\triangle Q$ am Umfang des $R \cdot \sin \varrho$-Kreises angreifend (vgl. Abb. 3) und setzt z. B. $\triangle Q_1$ und $\triangle Q_2$ zur Mittelkraft $\triangle Q_{1+2}$, diese wieder mit $\triangle Q_3$ zur Mittelkraft $\triangle Q_{1+2+3}$ zusammen usw., so sieht man, daß die Mittelkraft Q immer etwas außerhalb des $R \cdot \sin \varrho$-Kreises liegt, und zwar um so

[2]) Krey: Erddruck, Erdwiderstand ..., 4. Aufl., S. 117—131.

mehr, je größer der Mittelpunktswinkel α der kreisförmigen Gleitfläche ist.

Der Grundgedanke des nachstehend gezeigten Verfahrens ist nun der, die Ungenauigkeit der Krey-schen Berechnungsweise dadurch zu beseitigen, daß der Abstand a der Mittelkraft Q vom $R \cdot \sin \varrho$-Kreis (vgl. Abb. 4) hinreichend genau ermittelt wird. Für diesen Abstand a kann man einfache Formeln bzw. Tafeln aufstellen, indem man die wirkliche Verteilung der σ-Spannungen durch eine angenäherte, in mathematischer Hinsicht genügend einfache Verteilung ersetzt. Man erreicht dadurch praktisch dieselbe Genauigkeit wie bei den Verfahren mit Streifenaufteilung des Rutschkörpers und hat außerdem — abgesehen von der geringeren Rechenarbeit — ebenso wie beim Krey'schen Verfahren den Vorteil, daß man den für Gleichgewicht erforderlichen Reibungsbeiwert fast immer ohne Probieren findet.

Letzteres ist bei den mit Streifenaufteilung arbeitenden Verfahren bekanntlich nicht der Fall.

Es sei nun zunächst gezeigt, in welcher Weise für einige angenommene Spannungsverteilungen der Abstand a berechnet werden kann.

Für Böschungsberechnungen ist es in vielen Fällen ausreichend, in der Gleitfläche eine parabelförmige Spannungsverteilung anzunehmen, also mit den Bezeichnungen der Abb. 2 (und Abb. 8) zu setzen:

$$\sigma = \sigma_1 \left(\frac{\varphi}{\alpha} - \frac{\varphi^2}{\alpha^2}\right) \tag{1}$$

Da diese angenommene Spannungsverteilung symmetrisch zu Winkelhalbierenden des Gleitkreises ist, können wir anschreiben:

$$Q = \int_0^\alpha d\,Q \cdot \cos\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) = \int_0^\alpha \sigma\, R\, d\,\varphi \cdot \cos\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right)$$

oder mit Rücksicht auf Gleichung (1):

$$Q = \sigma_1\, R \cdot \int_0^\alpha \left(\frac{\varphi}{\alpha} - \frac{\varphi^2}{\alpha^2}\right) \cos\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) d\,\varphi$$

und erhalten nach Ausführung der einfachen Integration:

$$Q = \sigma_1 \cdot R \cdot \frac{2}{\alpha}\left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} - \cos\frac{\alpha}{2}\right) \tag{2}$$

Aus der Momentengleichung um den Kreismittelpunkt:

$$Q\,(R \sin\varrho + a) = \int_0^\alpha d\,Q \cdot R \sin\varrho = \sigma_1 R^2 \sin\varrho \cdot \int_0^\alpha \left(\frac{\varphi}{\alpha} - \frac{\varphi^2}{\alpha^2}\right) d\,\varphi$$

folgt nun:

$$1 + \frac{a}{R \sin\varrho} = \frac{\sigma_1 R \alpha}{6\,Q}$$

oder mit Hilfe der Gleichung (2) für Q:

$$1 + v_R = \frac{1}{12} \cdot \frac{\alpha^3}{2 \sin\frac{\alpha}{2} - \alpha \cos\frac{\alpha}{2}}, \tag{3}$$

wobei der Verhältniswert

$$v_R = \frac{a}{R \cdot \sin\varrho} \tag{4}$$

eingeführt wurde, auf dessen Berechnung es letzten Endes ankommt[3]). — Man findet folgende Zahlen[4]):

$$\text{für } \alpha = \begin{cases} 100^g & 150^g & 200^g \text{ (in Neugrad)} \\ 90^0 & 135^0 & 180^0 \text{ (in Altgrad)} \\ \frac{1}{2}\pi & \frac{3}{4}\pi & \pi \text{ (in Bogenmaß)} \end{cases}$$

$$v_R = 0{,}0642 \quad 0{,}1522 \quad 0{,}2919.$$

Die Abweichung der Mittelkraft Q vom $R \cdot \sin\varrho$-Kreis — ausgedrückt in Hundertteilen von $R \cdot \sin\varrho$ — ist also für den Viertelkreis 6,4%, während sie für den Halbkreis schon 29,2% beträgt. Daraus ist deutlich zu ersehen, daß der Abstand a bei größerem Mittelpunktswinkel α schnell zunimmt.

[3]) Die Formel für v_R bei parabelförmiger Spannungsverteilung habe ich zuerst 1931 in der umständlicheren Form:

$$1 + v_R = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot \frac{\alpha^3}{\sqrt{\alpha^2\,(1 + \cos\alpha) + 4\,(1 - \cos\alpha - \alpha \sin\alpha)}}$$

abgeleitet (veröffentlicht in der 4. Aufl. des Buches von Krey-Ehrenberg: Erddruck, Erdwiderstand, S. 126). Es läßt sich aber unschwer zeigen, daß diese Gleichung mit Gleichung (3) übereinstimmt.

[4]) Die neue 100^g-Teilung des rechten Winkels ist bevorzugt, weil anzunehmen ist, daß diese der 90^0-Teilung gegenüber bequemere Winkelteilung mit der Zeit doch allgemein benutzt werden wird.

In ähnlicher Weise kann man für eine größere Anzahl von Spannungsverteilungen die v_R-Werte bestimmen[5]). Es seien hier noch die Formeln für gleichmäßige (rechteckige) und für dreieckförmige Spannungsverteilung abgeleitet und für einige andere Verteilungsgesetze die Ergebnisse angegeben.

Für gleichmäßig verteilte Spannungen $\sigma = \sigma_1$ hat man für v_R wegen der Symmetrie der σ genau denselben Rechnungsgang wie vorhin für parabelförmige Verteilung. Man erhält:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \sigma_1 \cdot R \cdot 2 \sin\frac{\alpha}{2}, \\ 1 + v_R &= \frac{\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

oder für $\alpha = 100^g \quad 150^g \quad 200^g$:
$v_R = 0{,}1107 \quad 0{,}2752 \quad 0{,}5708.$

Bei der dreieckförmigen Verteilung:

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \frac{\varphi}{\alpha}$$

fällt die Symmetrie der Spannungen zur Winkelhalbierenden fort. Die Mittelkraft Q hat deshalb nicht mehr die Richtung der Spannung σ für $\varphi = \frac{\alpha}{2}$, sondern weicht von dieser Richtung um den Winkel ε ab (vgl. Abb. 4). Zur Bestimmung der Kraft Q denkt man sich diese zerlegt in die zueinander lotrechten Kräfte Q_1 und Q_2, wobei Q_1 mit der σ-Richtung für $\varphi = \frac{\alpha}{2}$ (Richtung CD in Abb. 4) zusammenfällt. Zunächst gilt ganz allgemein für beliebige Spannungsverteilung:

$$Q_1 = \int_0^\alpha d\,Q \cdot \cos\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right);$$

$$Q_2 = \int_0^\alpha d\,Q \cdot \sin\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right).$$

Für dreieckförmige Verteilung wird nach Ausführung der Integrationen erhalten:

[5]) Darauf komme ich an anderer Stelle eingehender zurück.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

$$Q_1 = \sigma_1 \cdot R \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \text{ und } Q_2 = \sigma_1 \cdot R\left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} - \cos\frac{\alpha}{2}\right) \quad (6a)$$

Die Mittelkraft Q ergibt sich aus

$$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}$$

nach kurzer Rechnung zu:

$$Q = \sigma_1 \cdot R \cdot \frac{1}{\alpha}\sqrt{2\,(1 - \cos\alpha) - \alpha\,(2\sin\alpha - \alpha)}. \quad (6)$$

v_R findet man wieder aus der Momentengleichung:

$$Q\,(R\sin\varrho + a) = \int_0^\alpha \sigma \cdot R\,d\varphi \cdot R\sin\varrho = \sigma_1 \cdot R^2 \sin\varrho \int_0^\alpha \frac{\varphi}{\alpha}\,d\varphi$$

zu:

$$1 + v_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha^2}{\sqrt{2\,(1 - \cos\alpha) - \alpha\,(2\sin\alpha - \alpha)}}. \quad (7)$$

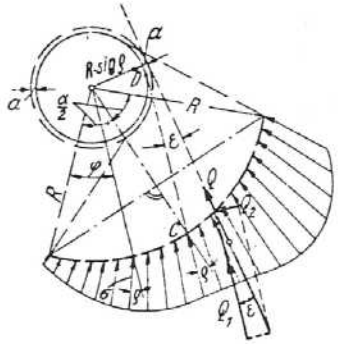


Abb. 4. Mittelkraft Q aller σ-Spannungen.

Der Winkel ε folgt aus der aus Abb. 4 ablesbaren Beziehung

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{Q_2}{Q_1}$$

mit Hilfe der Gleichungen (6a) zu:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{2}{\alpha} - \operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2}. \quad (8)$$

Zahlenwerte für $\alpha =$	50^g	100^g	150^g	200^g
$v_R =$	0,0173	0,0714	0,1695	0,3251
$\operatorname{tg}\varepsilon =$	0,1323	0,2732	0,4346	0,6366.

Für kleine Winkel α, d. h. für flache Gleitflächen, sind die bisher abgeleiteten Formeln bei der Zahlenrechnung unbequem; hierfür ist die Reihenentwicklung vorteilhafter. Z. B. hat man für v_R nach Gleichung (3) (parabelförmige Spannungsverteilung) mit Hilfe der bekannten Reihen für Sinus und Cosinus zunächst:

$$2\sin\frac{\alpha}{2} - \alpha\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha^3}{12}\left(1 - \frac{\alpha^2}{40} + \frac{\alpha^4}{40 \cdot 112} - \frac{\alpha^6}{40 \cdot 112 \cdot 216} + - \cdots\right)$$

und mit Hilfe der leicht zu beweisenden Formel

$$\frac{1}{1 - c_2\alpha^2 + c_4\alpha^4 - c_6\alpha^6 + - \cdots} = 1 + c_2\,\alpha^2 + (c_2^2 - c_4)\,\alpha^4 + (c_2^3 - 2\,c_2\,c_4 + c_6)\,\alpha^6 + \cdots$$

nach kurzer Zwischenrechnung:

$$v_R = \frac{\alpha^3}{40} + \frac{9\,\alpha^4}{22\,400} + \frac{19\,\alpha^6}{3\,456\,000} + \cdots \quad (3a)$$

In ähnlicher Weise erhält man für gleichmäßige Spannungsverteilung:

$$v_R = \frac{\alpha^2}{24} + \frac{7\,\alpha^4}{5760} + \frac{31\,\alpha^6}{967\,680} + \cdots \quad (5a)$$

und für dreieckförmige Verteilung der σ-Spannungen:

$$v_R = \frac{\alpha^2}{36} + \frac{\alpha^4}{2160} + \frac{23\,\alpha^6}{4\,082\,400} + \cdots; \quad (7a)$$

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\alpha}{6} + \frac{\alpha^3}{360} + \frac{\alpha^5}{15\,120} + \cdots; \quad \varepsilon = \frac{\alpha}{6} + \frac{\alpha^3}{810} + \frac{\alpha^5}{68\,040} + \cdots^{6)}. \quad (8a)$$

Die angegebenen Reihen konvergieren sehr schnell. Für parabelförmige Spannungsverteilung nach Gleichung (3a) genügt z. B. schon das erste Glied für Winkel α bis zu rund 70^g, die ersten beiden Glieder schon bis zu $\alpha \approx 140^g$ und die angegebenen drei Glieder bis zu α-Werten von etwa 200^g, falls

---

6) Bei der Ableitung der Reihen (7a) und (8a) ist von folgenden Formeln Gebrauch gemacht:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - c_2\alpha^2 + c_4\alpha^4 - c_6\alpha^6 + - \cdots}} = 1 + \frac{c_2}{2}\alpha^2 + \left(\frac{3}{8}c_2^2 - \frac{1}{2}c_4\right)\alpha^4 + \left(\frac{5}{16}c_2^3 - \frac{3}{4}c_2c_4 + \frac{1}{2}c_6\right)\alpha^6 + \cdots;$$

$$\varepsilon = c_1\alpha + \left(c_3 - \frac{c_1^3}{3}\right)\alpha^3 + \left(c_5 - c_3c_1^2 + \frac{c_1^5}{5}\right)\alpha^5 + \cdots$$

für $\operatorname{tg}\varepsilon = c_1\,\alpha + c_3\alpha^3 + c_5\alpha^5 + \cdots$.

man sich mit der völlig ausreichenden Genauigkeit von drei Dezimalen für v_R zufrieden gibt. Die Reihen sind deshalb nicht nur für kleine Mittelpunktswinkel (d. h. für flache Gleitflächen), sondern für alle praktisch vorkommenden Fälle hinreichend genau.

Anstatt der Reihenentwicklung kann man für v_R auch die noch handlichere Näherungsformel:

$$v_R \approx \frac{a^2}{C_2} + \frac{a^5}{C_5}$$

benutzen, die etwa bis $a \approx 185^g$ hinreichend genaue Werte liefert.

Man kann z. B. anschreiben für parabelförmige Verteilung:

$$v_R \approx \frac{a^2}{39{,}0} + \frac{a^5}{7390};$$

für gleichmäßige Verteilung: $v_R \approx \frac{a^2}{23{,}2} + \frac{a^5}{2050};$

für dreieckförmige Verteilung: $v_R \approx \frac{a^2}{34{,}9} + \frac{a^5}{6980}.$

Wie aus den zur Berechnung von v_R angesetzten Momentengleichungen hervorgeht, kann man für Q die Gleichung aufstellen:

$$Q = \frac{\sigma_1 \cdot R}{1 + v_R} \cdot \int_0^a \frac{\sigma}{\sigma_1} d\varphi, \tag{9}$$

wobei σ_1 eine beliebig festgelegte Bezugsspannung bedeutet. Für dreieckförmige Spannungsverteilung in der Gleitfläche hat man z. B.

$$\int_0^a \frac{\sigma}{\sigma_1} d\varphi = \int_0^a \frac{\varphi}{a} d\varphi = \frac{a}{2},$$

mithin

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_1 \cdot B}{1 + v_R}, \tag{9a}$$

wenn $B = R \cdot a$ die Bogenlänge der Gleitlinie angibt[7]).

Für manche Aufgaben ist es erwünscht oder auch notwendig, zu einer gegebenen Spannungsverteilung nicht nur die Lage

[7]) In ähnlicher Weise kann man mit Hilfe der Gleichung (9) auch für andere Spannungsverteilungen den Zusammenhang zwischen der Größe von Q und der Größe der für die Spannungsverteilung in der Gleitfläche maßgebenden Spannung σ_1 ermitteln; doch sei hier nicht weiter darauf eingegangen.

von Q, sondern auch die Lage der Teilkräfte N und T, d. s. die Mittelkräfte aller Normalspannungen σ bzw. Schubspannungen τ_r, zu ermitteln. Mit $\sigma = \sigma \cdot \cos\varrho$ und $\tau_r = \sigma \cdot \sin\varrho$ findet man zunächst, wenn man sich N in die zueinander lotrechten Teilkräfte N_1 und N_2, T in die ebenfalls zueinander lotrechten Teilkräfte T_1 und T_2 zerlegt denkt, wobei N_2 und T_1 die Richtung der Gleitflächensehne haben (vgl. Abb. 5):

$$N_1 = \int_0^a dQ \cdot \cos\varrho \cdot \cos\left(\varphi - \frac{a}{2}\right); \quad T_1 = \int_0^a dQ \cdot \sin\varrho \cdot \cos\left(\varphi - \frac{a}{2}\right);$$

$$N_2 = \int_0^a dQ \cdot \cos\varrho \cdot \sin\left(\varphi - \frac{a}{2}\right); \quad T_2 = \int_0^a dQ \cdot \sin\varrho \cdot \sin\left(\varphi - \frac{a}{2}\right);$$

woraus man im Vergleich mit den früheren Gleichungen für Q_1 und Q_2 erhält:

$$N_1 = Q_1 \cdot \cos\varrho; \quad T_1 = Q_1 \cdot \sin\varrho$$
$$N_2 = Q_2 \cdot \cos\varrho; \quad T_2 = Q_2 \cdot \sin\varrho$$

und damit auch:

$$N = Q \cdot \cos\varrho; \qquad T = Q \cdot \sin\varrho, \tag{10}$$

ein Ergebnis, das man von vornherein erwarten konnte.

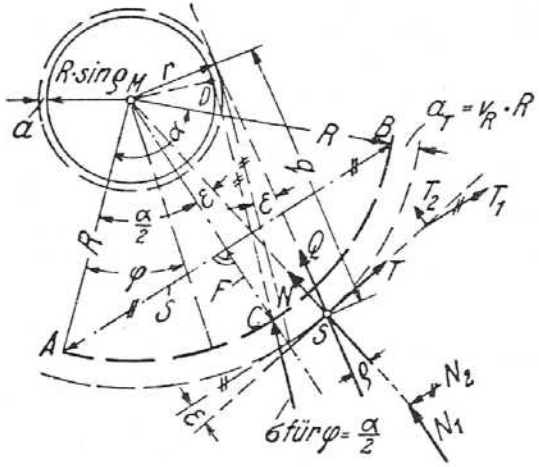


Abb. 5. Zerlegung von Q in N und T.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

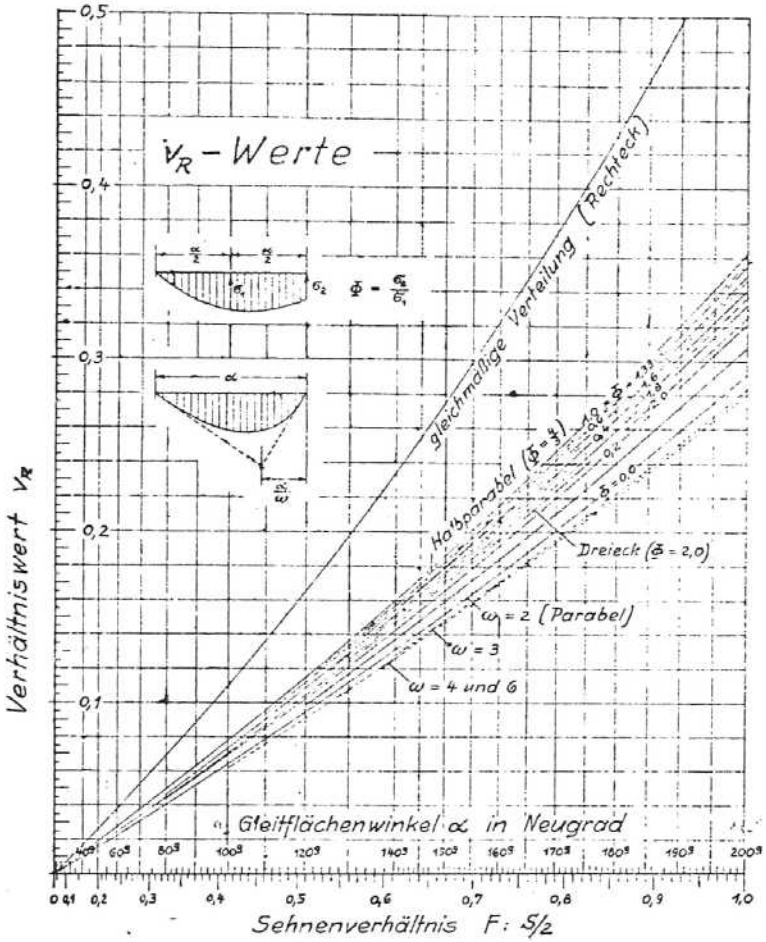


Abb. 6.

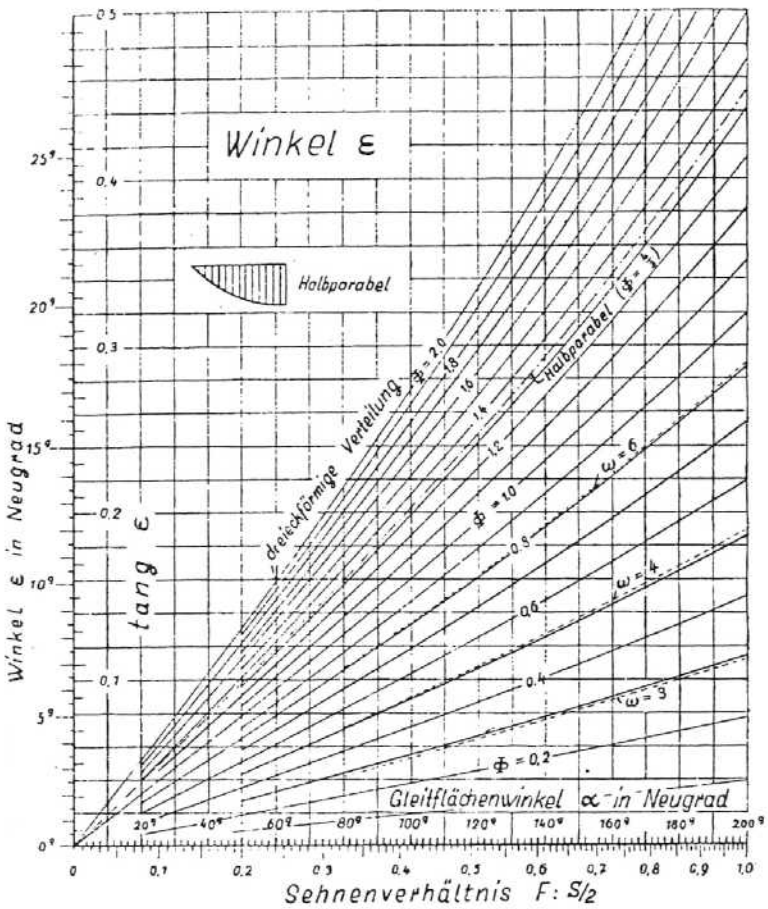


Abb. 7. Abweichung ε der Kraft Q von der Symmetrierichtung (σ-Richtg. für $\varphi = \frac{\alpha}{2}$)

Abb. 7.

Die Richtungen der Teilkräfte N und T von Q weichen also von der Richtung $\varphi = \frac{a}{2}$ bzw. der Sehnenrichtung um denselben Winkel ε ab wie die Richtung von Q von der σ-Richtung für $\varphi = \frac{a}{2}$ (vgl. Abb. 5).

Die Momentengleichung für die Schubspannungen τ_r liefert:

$$T(R + a_T) = \int_0^a dT \cdot R = R \int_0^a dQ \cdot \sin\varrho = R^2 \sin\varrho \cdot \sigma_1 \int_0^a \frac{\sigma}{\sigma_1} d\varphi$$

und mit Hilfe der Gleichungen (10) und (9):

$$Q \sin\varrho \; (R + a_T) = Q \cdot R \sin\varrho \, (1 + v_R)$$

oder:

$$\frac{a_T}{R} = v_R = \frac{a}{R \sin\varrho}. \tag{4a}$$

Diesen Zusammenhang kann man mit Hilfe von Gleichung (10) auch unmittelbar aus Abb. 5 ablesen:

$$(R \cdot \sin\varrho) : R = a : a_T.$$

Der v_R-Wert gilt demnach nicht nur für den Abstand a der Kraft Q vom $R \cdot \sin\varrho$-Kreis, sondern ebenso auch für den Abstand a_T der Teilkraft T vom Gleitkreis. Mit Hilfe der Werte v_R und ε ist daher nicht nur die Lage von Q, sondern auch die Lage der Kräfte N und T leicht zu ermitteln. — Aus Abb. 5 liest man noch den für die praktische Anwendung wichtigen Zusammenhang ab:

$$\operatorname{tg}\varrho = \mu = \frac{r}{q} \text{ (Reibungsbeiwert).} \tag{11}$$

Die v_R-Werte wird man in einer Tafel als Kurven auftragen, um jeden benötigten Wert bequem ablesen zu können. Die Reihenentwicklungen zeigen, daß v_R in erster Näherung geradlinig mit a^2 zunimmt. In der Tafel der v_R-Werte trägt man deshalb vorteilhaft a^2 anstatt a auf und erhält dadurch, wie die Abb. 6 zeigt, sehr gestreckte Linien, zu deren Aufzeichnung schon wenige Punkte genügen. — Übrigens kann man diese schwach gekrümmten Kurven noch in gerade Linien verstrecken und dann durch eine Leitertafel darstellen[5]).

In Abb. 6 sind neben den vorstehend errechneten Werten auch noch die v_R-Kurven für die Gleichung

$$\sigma = \sigma_1 \left(\frac{\varphi}{a} - \frac{\varphi^\omega}{a^\omega} \right)$$

mit $\omega = 3, 4$ und 6

(vgl. Abb. 8) aufgetragen, um zu zeigen, daß es bei der Berechnung der v_R-Werte auf eine gewisse Ungenauigkeit der Ersatzfunktion für die Spannungsverteilung in der Gleitfläche nicht immer ankommt. Man kann demnach auch in den Fällen genügend genau mit den Werten für parabelförmige Verteilung ($\omega = 2$) rechnen, bei denen die Mittelkraft Q von der σ-Richtung für $\varphi = \frac{a}{2}$ abweicht, falls nur die Anfangs- und Endwerte von σ Null sind.

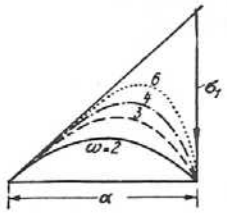


Abb. 8.

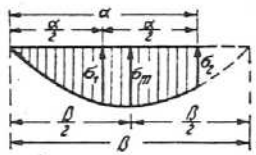


Abb. 9.

Zuweilen hat man es allerdings nur mit einem Teil der Gleitfläche zu tun, z. B. bei Böschungen (Staudämmen) aus bindiger Erde, die eine Deckschicht aus Kiessand oder Steinen erhalten haben (vgl. Abb. 10 und 15). In einem solchen Falle benötigt man die v_R-Werte für eine Druckverteilung etwa nach Abb. 9. Mit den Bezeichnungen dieser Abbildung erhält man unter der Annahme parabelförmiger Spannungsverteilung:

$$\sigma = 4\,\sigma_m \cdot \frac{\varphi}{\beta}\left(1 - \frac{\varphi}{\beta}\right)$$

auf dem gleichen Wege wie oben bei der dreieckförmigen Verteilung die Formeln:

$$1 + v_R = \frac{a^2\beta\left(3 - 2\frac{a}{\beta}\right)}{6 \cdot \left[2(4+\beta^2) + a^2(\beta - a)^2 - 2a\left[4 + \beta(\beta - a)\right]\sin a - 2\left[4 + \beta^2 - 2a^2\right]\cos a\right]} \tag{12}$$

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

$$\operatorname{tg} \varepsilon = (\beta - \alpha) \cdot \frac{2\,(1 - \cos \alpha) - \alpha \sin \alpha}{[4 + \alpha\,(\beta - \alpha)]\,(1 - \cos \alpha) - 2\,\alpha \sin \alpha}. \tag{13}$$

Die sich hieraus ergebenden Werte werden zweckmäßig nach den Verhältniszahlen $\Phi = \sigma_2 : \sigma_1$ geordnet. Es ist

$$\Phi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 4\,\frac{1 - \dfrac{\alpha}{\beta}}{2 - \dfrac{\alpha}{\beta}} \text{ oder auch } \frac{\alpha}{\beta} = 2\,\frac{2 - \Phi}{4 - \Phi}. \tag{14}$$

Die v_R-Kurven für einige Φ-Werte sind in Abb. 6 ebenfalls aufgetragen.

Die Werte $\operatorname{tg} \varepsilon$ der bisher untersuchten Ersatzfunktionen für die Spannungsverteilung in der Gleitfläche sind in Abb. 7 als Kurven aufgetragen.

Um die zur Bestimmung von α erforderliche Winkelmessung zu umgehen, kann man an Stelle von α auch das Verhältnis

$$w = \frac{F}{\left(\dfrac{S}{2}\right)} = \frac{2\,F}{S}$$

der Pfeilhöhe F zur halben Sehne S des Gleitkreises auftragen (vgl. Abb. 6). Es besteht der leicht beweisbare Zusammenhang:

$$w = \frac{1 - \cos \dfrac{\alpha}{2}}{\sin \dfrac{\alpha}{2}}$$

woraus umgekehrt folgt:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2\,w}{1 + w^2} \text{ und } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2\,w}{1 - w^2}. \tag{15}$$

In den Abb. 6 und 7 sind neben den α-Werten auch die Verhältniszahlen w aufgetragen, wodurch die v_R-Werte als Funktion von w erscheinen und die Benutzung eines Winkelmaßes sich erübrigt.

Mit Hilfe der vorstehenden Ergebnisse ist man in der Lage, alle Rutschungsuntersuchungen für kreisförmige Gleitflächen in einfacher Weise durchzuführen. Wir kommen damit zur

Anwendung auf baupraktische Aufgaben.

Da die Lage der ungünstigsten Gleitfläche nicht von vornherein bekannt ist, so ist die Untersuchung mehrerer möglicher Gleitflächen erforderlich, um durch den Vergleich der dabei erhaltenen Ergebnisse die ungünstigste Gleitfläche herauszufinden. Wir

brauchen damit nur noch zu zeigen, in welcher Weise für eine angenommene Gleitfläche der erforderliche Reibungsbeiwert $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ ermittelt wird. Es sei zunächst vorausgesetzt, daß keine Gleitfestigkeit (Kohäsion) vorhanden ist ($k = o$); der Einfluß der Festigkeit wird im 3. Abschnitt besonders behandelt.

Die Mittelkraft Q aller Gleitflächen-Einzelkräfte $dQ = \sigma \cdot ds$ muß mit der die Gleitfläche belastenden Kraft M im Gleichgewicht sein ($Q = -M$); vgl. Abb. 10. Diese Kraft M ist die Mittelkraft aller „äußeren" Kräfte, wie z. B. des Eigengewichtes G (abzüglich des Wasserauftriebes) des Rutschkörpers, des Erdwiderstandes E_p, falls eine Deckschicht vorhanden ist, einer etwa vorkommenden Verkehrsbelastung P, einer Schrägkraft W aus Sickerwasserströmung usw. (vgl. Abb. 10). M ist demnach durch Zusammensetzung der äußeren Kräfte unschwer zu ermitteln. Zur Bestimmung des Reibungsbeiwertes μ ist dann im Hinblick auf Abb. 5 nur noch nötig, die Richtung von M nach oben hin zu verlängern, vom Mittelpunkt des Gleitkreises aus eine Lotrechte zu dieser Richtung zu ziehen und mit Hilfe der Formel (4a):

$$a_T = v_R \cdot R \quad (v_R \text{ nach Abb. 6})$$

die Lage der Kraft T einzuzeichnen (es genügt, die Lage des Schnittpunktes S von T und M zu bestimmen). Die Strecken r und q können dann abgegriffen werden, und der erforderliche Reibungsbeiwert μ ist nach Gleichung (11) als Verhältnis dieser beiden Strecken gegeben:

$$\mu_{\text{erf}} = r : q.$$

Die dem aus Abb. 6 abgelesenen v_R-Wert zugrunde liegende Ersatzfunktion der Spannungsverteilung kann meistens genügend genau nach Gutdünken durch Vergleich mit der Gestalt des Rutschkörpers gewählt werden. Genauer kann man mit Hilfe des vorhandenen Winkels ε (s. Abb. 4 und 10) den anzuwendenden Wert Φ bzw. ω aus Abb. 7 ablesen und für diesen Wert die Verhältniszahl v_R aus Abb. 6 entnehmen.

Beispielsweise sei die Wahl der Ersatzfunktion an Hand der Abb. 10 gezeigt. Näherungsweise (praktisch oft genau genug) kann man für den kreisförmigen Teil der Gleitfläche eine gleichmäßige Spannungsverteilung annehmen, wobei dann allerdings nicht mit dem Gleitkreiswinkel α, sondern mit einem kleineren Winkel α_R gerechnet werden muß, der durch Ersetzen des Rutschkörpers durch ein gefühlsmäßig gemitteltes Rechteck (in Abb. 10 strichpunktiert gezeichnet) gewonnen

wird. Eine andere Möglichkeit ist durch Annahme parabelförmiger Verteilung gegeben, wobei der an Stelle von α einzusetzende Winkel α_p durch Verlängerung des Gleitkreises bis zum Schnitt mit der verlängerten Böschungslinie erhalten wird (da nach Abb. 10 die Ecken der Parabelfläche nicht voll mitwirken, wird v_R ein wenig zu groß erhalten). — Am genauesten

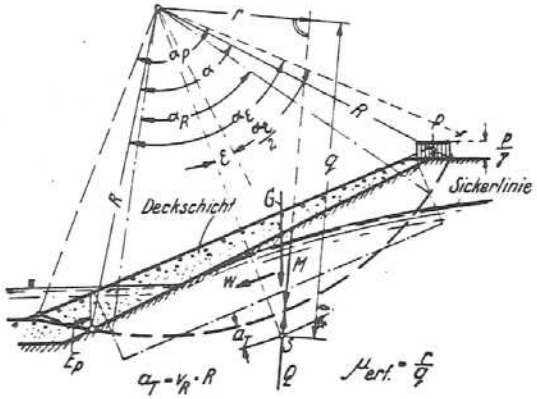


Abb. 10. Ermittlung des erforderlichen Reibungsbeiwertes μ_{erf}.

erhält man v_R durch Annahme der Verteilung nach Abb. 9 unter Zuhilfenahme des Winkels ε, der aus Abb. 10 abgegriffen wird. Mit Hilfe von ε und von α_ε (statt α) findet man aus Abb. 7 den Φ-Wert der Ersatzfunktion. Für dieses Φ wird dann für $\alpha = \alpha_\varepsilon$ in Abb. 6 der v_R-Wert abgelesen. Man kann sich aber auch hier damit begnügen, den anzunehmenden Φ-Wert nach der Form des Rutschkörpers zu schätzen. — Diese Ausführungen lassen erkennen, daß man sich um so besser der Form des Rutschkörpers oder der wirklichen Spannungsverteilung in der Gleitfläche anpassen kann, je mehr Ersatzfunktionen für die v_R- und $\operatorname{tg}\varepsilon$-Werte zur Verfügung stehen. Die Berechnung der v_R-Werte ist aber eine einmalige Arbeit, deren Ergebnisse in Tafelform ein für allemal zur Verfügung gestellt werden kann und daher die eigentliche statische Berechnung nicht mehr belastet. Hieraus erklärt sich der Vorteil der angegebenen Berechnungsweise.

Fassen wir die bisherigen Ergebnisse kurz zusammen, so brauchen wir für die baupraktische Anwendung — nachdem die Bestimmung der Mittelkraft M vorangegangen ist — nur

die durch Abb. 5 veranschaulichten Werte, wobei v_R aus Abb. 6 zu entnehmen ist (unter Annahme einer einigermaßen zutreffenden Ersatzfunktion für die σ-Verteilung, gegebenenfalls unter Zuhilfenahme der Abb. 7). — Einige Beispiele der nächsten Abschnitte werden die Ermittlung des erforderlichen Reibungsbeiwertes μ_{erf} noch weiter veranschaulichen.

2. Der statische Einfluß der Lage des Wasserspiegels

Das Wasser in den Poren der Erdkörner kann statisch in der verschiedensten Weise wirksam werden, z. B. als Auftrieb oder als Strömungskraft oder auch als Überdruck. Es ist dann meistens von großem (und zwar ungünstigem) Einfluß auf die Standsicherheit geböschter Erdkörper.

Bekanntlich ist das Raumgewicht der Erde unterhalb des Wasserspiegels infolge der Auftriebswirkung des Wassers bedeutend geringer als das Raumgewicht oberhalb des Wasserspiegels. Wir machen die übliche und auch meistens zutreffende Annahme, daß der Auftrieb für die unterhalb des Wasserspiegels befindlichen Erdkörner voll wirksam ist. Bezeichnet s das Stoffgewicht der Erdkörner, ε die Porenzahl (= Porenraum, geteilt durch den Raum der festen Stoffe) und w den (mittleren) Wassergehalt für die Erde oberhalb des Wasserspiegels (in Gewichtteilen des völlig trockenen Erdstoffes), so hat man für das Raumgewicht γ der Erde folgende Formeln:

$$\text{über Wasser: } \gamma = s\,\frac{1+w}{1+\varepsilon};$$

$$\text{unter Wasser: } \gamma_0 = \frac{s-1}{1+\varepsilon}.$$

Die Poren von hinreichend bindiger Erde sind fast immer ganz mit Wasser gefüllt; für diesen Fall hat man einfacher:

$$\varepsilon = s \cdot w \quad \text{und} \quad \gamma = 1 + \gamma_0.$$

Als erstes Beispiel sei der Einfluß eines waagerecht verlaufenden (ruhenden) Wasserspiegels untersucht. Es möge (unter der Voraussetzung $k = o$) die Böschungsneigung gesucht werden, die gerade noch standfest ist. Ohne vorhandenen Wasserspiegel ist eine unter dem Reibungswinkel

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

anstehende Böschung standfest, weil der Erdwiderstand dem (aktiven) Erddruck gerade noch das Gleichgewicht hält. Ist jedoch ein waagerechter Wasserspiegel vorhanden, so muß die gesuchte größtmögliche Böschungsneigung geringer sein als der Reibungswinkel, weil der Erdwiderstand durch den Wasserauftrieb verringert wird. Eine unter dem Reibungswinkel ϱ hergestellte Böschung wird also bei ansteigendem Wasserspiegel ein wenig abrutschen, so daß eine etwas flachere Böschung entsteht. Diese Erscheinung dürfte mit zu der Auffassung beigetragen haben, daß der Reibungswinkel unter Wasser kleiner sei als oberhalb des Wasserspiegels. In Wirklichkeit ist jedoch — wie auch durch Versuche nachgewiesen wurde — der Reibungswinkel nicht davon abhängig, ob sich die Erde über oder unter dem Wasserspiegel befindet, denn auch oberhalb des Wasserspiegels ist die Erde normalerweise feucht; insbesondere sind die Berührungspunkte der einzelnen Erdkörner von Haftwasser umgeben. Die Erklärung für die beim Hinzutreten eines waagerechten Wasserspiegels vor sich gehende Verringerung des Böschungswinkels nichtbindiger Erde ist vielmehr durch die Auftriebswirkung des Wassers zwanglos gegeben.

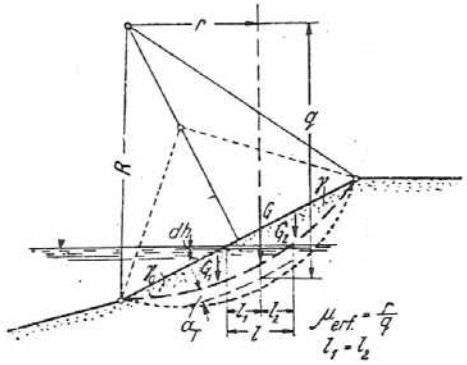


Abb. 11.

Unter Zugrundelegung von kreisförmigen Gleitflächen ist der statische Einfluß des Wasserspiegels leicht zu ermitteln. Es ist unschwer einzusehen, daß alle Gleitflächen durch den obersten Böschungspunkt und durch den untersten Endpunkt der untersuchten Böschungsneigung gehen müssen (vgl. Abb. 11).

Für jede der untersuchten Gleitflächen ermittelt man die Eigengewichte G_1 und G_2 des Gleitkörpers unterhalb und oberhalb des Wasserspiegels und die Lage deren Mittelkraft G. Die letztere muß mit der Gleitflächenkraft Q im Gleichgewicht sein, woraus die Berechnung des erforderlichen Reibungsbeiwertes mit Hilfe der beiden Strecken r und q ohne weiteres folgt (s. Abb. 11 und den Schluß des 1. Abschnittes). — Es bleibt nur noch die Frage offen, in welcher Höhe der ungünstigste Wasserstand anzunehmen ist. Zur Beantwortung dieser Frage ermitteln wir die Lage von G zunächst für eine nach Gutdünken angenommene Wasserspiegellage und fragen dann nach dem Einfluß einer geringen Höhenänderung dh des Wasserspiegels. Die Länge der Wasserspiegellinie innerhalb des Gleitkörpers sei l; sie werde durch G in die Längen l_1 und l_2 aufgeteilt. Eine Wasserspiegelsenkung um dh vermehrt das Gewicht G um $dG = (\gamma - \gamma_0) \cdot dh \cdot l$. Dieses kleine Mehrgewicht dG greift in der Mitte der Strecke l an. Ergibt sich nun für den zunächst geschätzten Wasserstand: $l_1 < l_2$, so hat dG vom Kreismittelpunkt aus einen größeren Hebelarm r als die Kraft G. Damit erfordert aber die Mittelkraft $G + dG$ einen etwas größeren Reibungsbeiwert μ als die Kraft G, d. h. durch eine geringe Senkung des Wasserspiegels entsteht für $l_1 < l_2$ ein etwas ungünstigerer Zustand. Ebenso erhält man für $l_1 > l_2$ durch eine Hebung des Wasserspiegels ungünstigere Verhältnisse. Für den ungünstigsten Wasserstand darf weder eine Hebung noch eine Senkung des Wasserspiegels größere μ-Werte erfordern, woraus als Bedingung folgt: $l_1 = l_2$. Der zunächst nach Gutdünken angenommene Wasserstand ist dieser Bedingung entsprechend zu berichtigen.

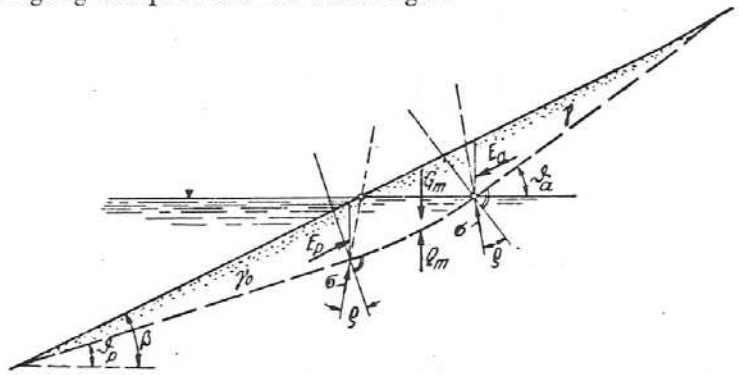


Abb. 12.

Der Einfluß eines waagerechten Wasserspiegels läßt sich auch rechnerisch verfolgen. Hierbei kann man von der genauen Form der Gleitfläche ausgehen, die in Abb. 12 angedeutet ist. Die Mittelkraft Q_m für den mittleren kurvenförmigen Teil der Gleitfläche ist fast genau lotrecht gerichtet. Da sich außerdem die Winkel $\vartheta_a - \beta$ und $\beta - \vartheta_p$ und damit auch die „Wandhöhen" für E_a und E_p annähernd gleich ergeben (E_a und E_p sind der Böschungslinie gleichgerichtet), so ist man berechtigt, den Druck E_a der Erde über dem Wasserspiegel und den Erdwiderstand E_p unter Wasser für die gleiche Höhe zu berechnen und beide Werte einander gegenüberzustellen. Nach dem Aufsatze des Verfassers über Erddruckverteilung kann man mit der Abkürzung $b = \operatorname{tg} \beta$ anschreiben[8]):

$$\cos \beta \cdot E_a = \lambda_a \cdot \frac{1}{2} \gamma h^2; \qquad \cos \beta \cdot E_p = \lambda_p \cdot \frac{1}{2} \gamma_0 h^2$$

mit $$\lambda_a = \frac{1}{\left[\sqrt{1 + \mu^2} + \sqrt{\mu^2 - b^2}\right]^2}; \quad \lambda_p = \frac{1}{\left[\sqrt{1 + \mu^2} - \sqrt{\mu^2 - b^2}\right]^2}.$$

Die Gleichsetzung von E_a und E_p liefert nach kurzer Zwischenrechnung folgende Gleichung für die gerade noch standfeste Böschungsneigung:

$$b \approx \sqrt{\mu^2 - (1 + \mu^2) \left(\frac{\sqrt{\gamma : \gamma_0} - 1}{\sqrt{\gamma : \gamma_0} + 1}\right)^2} \qquad (16)$$

Abb. 13 liefert die zahlenmäßige Auswertung dieser Näherungsgleichung. Für einen Sand mit den Werten: $\mu = 0{,}65$, $\gamma = 1{,}80$ und $\gamma_0 = 1{,}00$ erhält man z. B. nach Abb. 13: $b : \mu \approx 0{,}964$ (oder $b = 0{,}964 \cdot 0{,}65 = 0{,}626 \approx 1 : 1{,}6$), also eine Herabminderung der Böschungsneigung um 3,6%, während man für Ton, der gegebenenfalls die Werte $\mu = 0{,}40$; $\gamma = 1{,}9$; $\gamma_0 = 0{,}9$ besitzen mag, schon ein Verhältnis $b : \mu$ von 0,868 oder eine Herabminderung der Böschungsneigung um 13,2% erhält.

Bei Staudämmen wird aus statischen und anderen Gründen häufig eine durchlässige Deckschicht (aus Kiessand oder Steinen) erforderlich. Der ungünstigste Wasserstand kann dabei in ähnlicher Weise ermittelt werden, wie es vorstehend an Hand der Abb. 11 gezeigt wurde. Der einfachste Fall dieser Art ist in Abb. 14a dargestellt (Abrutschen der Deckschicht auf dem bindigen Erdkörper, ebene Gleitflächen). Nimmt man den Wasserspiegel zunächst wieder nach Gutdünken an, so

[8]) „Bautechnik" 1938, S. 242.

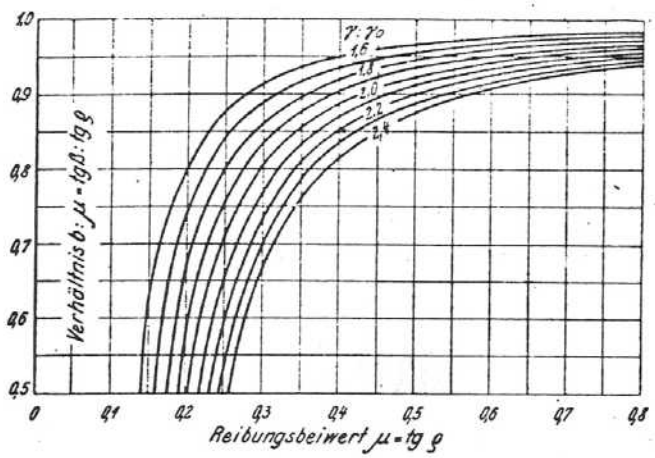


Abb. 13. Einfluß eines Wasserspiegels nach Abb. 12 und Gleichung (16).

kann man die Gewichte G_1 und G_2 vorläufig berechnen und das in Abb. 14b dargestellte Krafteck zeichnen. Man nimmt am besten den Reibungsbeiwert der Deckschicht (μ_1) als gegeben an (unter Einrechnung einer gewissen Sicherheit, z. B. $\mu_1 \approx 0{,}85 \cdot \mu_{1\text{vorh}}$) und sucht unter Ausnutzung der Gleichgewichtsbedingung $E_1 = E_2$ den für die Oberfläche des bindigen Erdkörpers zur Verhinderung des Abgleitens gerade erforderlichen Reibungsbeiwert μ_2. Die Richtung des Erddruckes E ist dabei gleichlaufend zur Böschungslinie anzunehmen. Man befindet sich mit dieser Annahme auf der sicheren Seite, denn

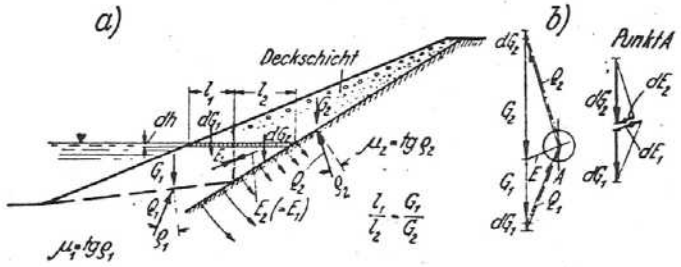


Abb. 14. Ungünstigster Wasserstand für die Deckschicht eines Staudammes.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

in Wirklichkeit ist E noch etwas steiler geneigt als die Böschung, weil die schwereren Erdteile oberhalb des Wasserspiegels auf die unterhalb des Wasserspiegels befindlichen Erdteile wie eine steilere Böschung wirken. — Denkt man sich den Wasserspiegel wieder um das kleine Maß dh gesenkt, so vergrößern sich dadurch die Gewichte G_1 und G_2 um die Beträge $dG_1 = (\gamma - \gamma_0)\, dh \cdot l_1 = C \cdot l_1$ und $dG_2 = (\gamma - \gamma_0)\, dh \cdot l_2 = C \cdot l_2$, also verhältnisgleich den Wasserspiegellängen l_1 und l_2. Diesen Gewichtszunahmen entsprechen die in Abb. 14b angegebenen Erddruckänderungen dE_1 und dE_2. Solange $dE_1 > dE_2$ ist, bringt eine tiefere Lage des Wasserspiegels als die vorläufig angenommene günstigere Ergebnisse; für $dE_1 < dE_2$ ist es umgekehrt. Die gefährlichste Höhenlage des Wasserspiegels folgt demnach aus der Bedingung: $dE_1 = dE_2$ oder unter Beachtung der Ähnlichkeit des kleinen Krafteck für Punkt A mit dem ganzen Krafteck für G_1 und G_2 aus:

$$l_1 : l_2 = G_1 : G_2.$$

Trägt man die erforderlichen Reibungsbeiwerte μ_2 für verschiedene Wasserspiegellagen auf, so erhält man eine Kurve, deren Größtwert sich an der Stelle des ungünstigsten Wasserspiegels befindet. Da nun aber in der Nähe des Größtwertes einer Funktion fast genau derselbe Wert wie der Größtwert erhalten wird, so folgt, daß man die soeben abgeleitete Bedingung für die Lage des ungünstigsten Wasserstandes nur mit roher Näherung zu erfüllen braucht.

Bei Staudämmen mit Dichtungskern in Dammitte (Beton oder Eisen oder auch Tonkern) muß man sicherheitshalber annehmen, daß der Kern der dichteste Teil des Dammes ist und den ganzen Wasserdruck aufnimmt. In einem solchen Falle darf man daher nicht mit der in Abb. 14a angedeuteten Durchströmung des Dichtungslehmes vor dem Kern rechnen, sondern muß einen bis zum Kern durchlaufenden waagerechten Wasserspiegel voraussetzen. Bei der statischen Untersuchung wird sich dann meist herausstellen, daß gekrümmte (kreisförmige) Gleitflächen im Lehmkörper ungünstiger sind als die vorstehend untersuchte Gleitfläche zwischen Deckschicht und Dichtungslehm. In Abb. 15 ist die Berechnung mit Hilfe einer solchen kreisförmigen Gleitfläche vorgeführt (gleichzeitig für den häufig vorkommenden Fall, daß der Dichtungslehm wasserseitig als sog. „Dichtungsteppich" weitergeführt wird), um u.a. daran zu zeigen, daß die Bedingung für die Lage des statisch

ungünstigsten Wasserstandes auch für verwickeltere Fälle unschwer anzugeben ist.

Was zunächst die Kräfte-Ermittlung für einen angenommenen Wasserstand anbetrifft, so ist diese mit Hilfe des im ersten Abschnitte angegebenen Verfahrens für kreisförmige Gleitflächen leicht durchzuführen. Die Erddruckrichtung auf die lotrechte Fläche wird wieder gleichlaufend zur Böschungslinie angenommen, die Erddruckrichtung am Böschungsfuß etwa zur Hälfte der Böschungsneigung. Damit kann die Größe von

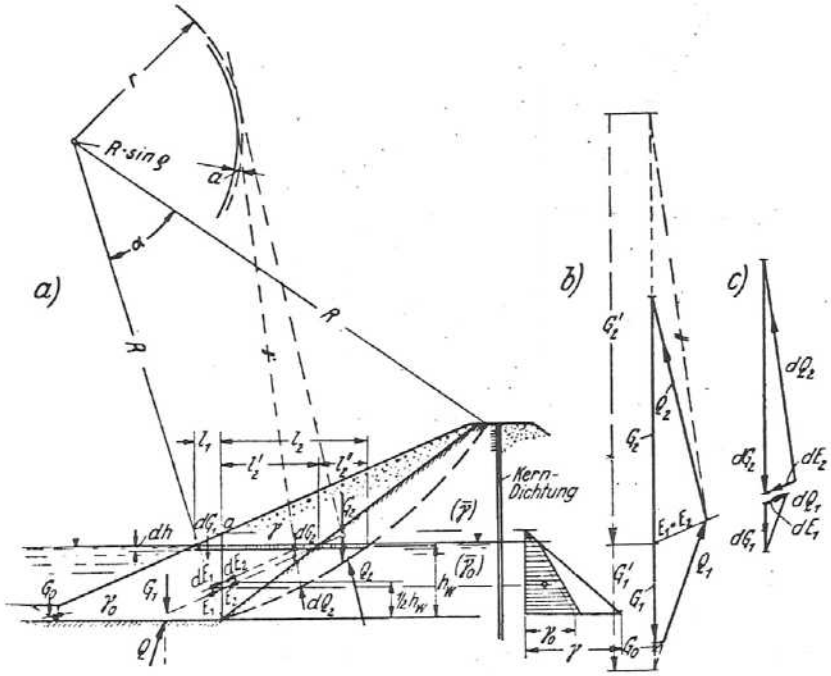


Abb. 15. Ungünstigster Wasserstand für die wasserseitige Böschung eines Staudammes mit Kerndichtung.

E_1 — wie im Krafteck gezeigt — ermittelt werden. Zur Erfüllung des Gleichgewichts für den Rutschkörperteil mit kreisförmiger Gleitfläche muß außer der Richtung des Erddruckes auch dessen Angriffspunkt (bzw. Schwerpunktslage) bekannt sein. Letzteren erhält man genügend genau als Schwerpunkt der in Abb. 15a hervorgehobenen geschrafften Fläche. Im

übrigen muß die Widerstandskraft Q_2 der kreisförmigen Gleitfläche durch den Schnittpunkt von E_2 und G_2 gehen und den Mittelpunktskreis mit dem Halbmesser $r = R \sin \varrho \, (1 + \nu_R)$ berühren (wie es bereits im 1. Abschnitt näher beschrieben ist). Bei festliegender Richtung von Q_2 ist die Größe von E_2 mit Hilfe des entsprechenden Krafteckes gegeben. Durch probeweises Einsetzen von zwei μ_2-Werten kann man leicht den μ_2-Wert finden, der die Bedingung $E_1 = E_2$ erfüllt. Dieser Wert $\mu_{2\mathrm{erf}}$ ist zum Verhindern des Rutschens gerade notwendig.

Zur Ermittlung der Bedingung für die Lage des ungünstigsten Wasserspiegels geht man wieder von einer geringen Senkung dh des Wasserstandes aus. Die dadurch verursachten Mehrgewichte dG_1 und dG_2 können den Längen l_1 und l_2 verhältnisgleich gesetzt werden (falls $(\gamma - \gamma_0)$ für beide Erdarten gleich ist, sonst sind an Stelle von l_1 und l_2 die Werte $l_1 (\gamma_1 - \gamma_{01})$ und $l_2' (\gamma_1 - \gamma_{01}) + l_2'' (\gamma_2 - \gamma_{02})$ zu nehmen), und die gewünschte Bedingung folgt wie oben aus: $dE_1 = dE_2$. Die Ermittlung von dE_1 und dE_2 geht aus Abb. 15a und c hervor. dE greift in halber Höhe unterhalb des Wasserspiegels an. Die Richtung von dQ_2 findet man wieder durch den Schnittpunkt von dE_2 und dG_2 und (genau genug) als Berührende an den $R \sin \varrho$-Kreis. Überträgt man die Richtungen von dQ_1 und dQ_2 in das Krafteck der Abb. 15b, so folgt für den Fall: $dE_1 = dE_2$ aus der Ähnlichkeit von Dreiecken in Abb. 15b und c in ähnlicher Weise wie oben die Bedingung:

$$l_1 : l_2 = G_1' : G_2',$$

der der angenommene Wasserstand wenigstens einigermaßen genügen muß.

Als nächstes Beispiel sei die Standsicherheit einer Böschung ermittelt, die von einem zur Böschungsrichtung gleichlaufenden Sickerwasserstrom durchflossen wird. Die Spiegellinie des Grundwassers falle dabei mit der Böschungslinie zusammen, so daß also die ganze Böschung sozusagen in den Grundwasserstrom eintaucht (Abb. 16).

Sämtliche Erdkörner werden dann durch den Wasserauftrieb erleichtert. Diese Gewichtsminderung der einzelnen Körner wirkt sich andererseits aber dahingehend aus, daß das Gewicht eines größeren Wasserelementes nicht nur aus dem Gewicht des Porenwassers selbst besteht, sondern auch noch den auf die Erdkörner ausgeübten Auftrieb mit umfaßt, d. h. man kann so rechnen, als ob das ganze Raumelement mit Wasser angefüllt wäre. Dieses „volle" Gewicht eines Wasserelementes wird nun

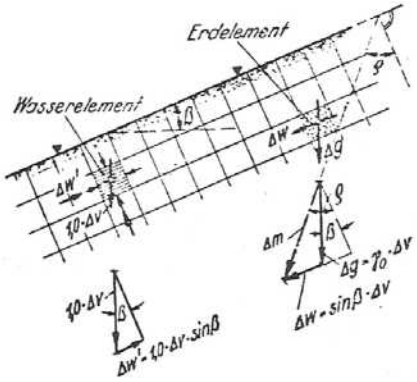


Abb. 16. Statische Wirkung des gleichlaufend zur Böschung fließenden Grundwassers.

durch zwei Kräfte gestützt: Durch den statischen Druck des Wassers lotrecht zur Strömungsrichtung und durch die gleichlaufend zur Strömung gerichtete Kraft der Reibung zwischen dem Sickerwasser und den Erdkörnern. Die erste dieser Kräfte hat keinerlei Wirkung auf das Erdgerüst, während die zweite in voller Größe die Erdkörner beansprucht[9]). Die einfache Kräftezerlegung des Gewichtes eines Wasserelementes vom Rauminhalt $\triangle v$ in die angedeuteten beiden Kraftrichtungen (vgl. Abb. 16) liefert für die von den Erdkörnern auf das Sickerwasser ausgeübte Reibungskraft:

$$\triangle w' = 1{,}0 \cdot \triangle v \cdot \sin \beta.$$

Das Sickerwasser übt seinerseits auf das Erdgerüst die gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Kraftwirkung aus. Auf die Erdkörner wirken damit zwei Raumkräfte (Massenkräfte): das um den Auftrieb verminderte Eigengewicht der Körner:

$$\triangle g = \gamma_0 \cdot \triangle v$$

und die Strömungskraft des Sickerwassers:

$$\triangle w = \sin \beta \cdot \triangle v.$$

Die Zusammensetzung dieser beiden Wirkungen liefert eine schräg nach unten gerichtete Mittelkraft $\triangle m$ (Abb. 16).

[9]) Eine eingehendere Beweisführung habe ich in der „Schweiz. Bauztg." 109 (1937), S. 297, gegeben.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Die Schräglage dieser Mittelkraft ist die Ursache dafür, wenn eine unter dem Reibungswinkel anstehende Böschung durch die in Betracht gezogene Durchströmung ohne weiteres zum Einsturz gebracht wird. Man erkennt, daß eine bei der betrachteten Durchströmung gerade noch standfeste Böschung bedeutend flacher geneigt sein muß als der Reibungswinkel ϱ. Die Standsicherheit der Böschung ist nur so lange gewährleistet, wie der Reibungswinkel der Erde nicht überschritten wird. Im Grenzfalle muß — genau wie bei einer unter dem Reibungswinkel stehenden Böschung ohne Wassereinfluß — der Winkel zwischen der mittleren Massenkraft $\triangle m$ und der Böschungsneigung $\frac{\pi}{2} - \varrho$ betragen (Abb. 16)[10]). Man kann für diesen Fall aus dem Krafteck der Abb. 16 ablesen:

$$\operatorname{tg} \varrho - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta \cdot \triangle v}{\gamma_0 \cdot \triangle v \cdot \cos \beta} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\gamma_0},$$

woraus folgt:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\gamma_0}{1 + \gamma_0} \cdot \operatorname{tg} \varrho. \qquad (17)$$

Für den sehr oft vorkommenden Fall: $\gamma_0 = 1{,}0$ erhält man z. B. nach dieser Formel: $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{tg} \varrho$, also nur die halbe Böschungsneigung gegenüber dem normalen Fall ohne Wasserströmung. Hieraus sieht man, daß das gleichlaufend zur Böschung fließende Sickerwasser einen sehr bedeutenden Einfluß auf die Standsicherheit einer Böschung hat, sofern es bis zur Oberfläche der Böschung ansteigt.

Der untersuchte Fall einer gleichlaufend durchströmten Böschung tritt zwar in der Natur nur selten genau auf, jedoch kommt es häufig vor, daß kleinere Bereiche von Böschungen in ähnlicher Weise durchströmt werden. In Abb. 17a ist z. B. das (zuerst von Terzaghi angegebene) Strömungsnetz einer feinsandigen oder schluffigen Böschung für den Fall eines Dauerregens hinreichender Ergiebigkeit aufgezeichnet. Wie ersichtlich, ist etwa in der Mitte der Böschung ein Bereich vorhanden, der eine zur Böschungslinie mehr oder weniger gleichlaufende Strömung hat. Auf diesen mittleren Teil der Böschung kann daher die Gleichung (17) näherungsweise Anwendung finden. Da der Einfluß einer „Böschungsströmung", wie wir gesehen haben, sehr ungünstig ist, so ist dadurch leicht zu erklären, warum an einer feinsandigen oder schluffigen (allgemeiner: an einer festigkeitslosen) Böschung bei stärkerem Regen leicht flache Rutschungen auftreten[11]). Auch die Frage der Bodenerosion an Abhängen erscheint durch diese Betrachtung in einem anderen Lichte.

[10]) Während der Niederschrift dieses Aufsatzes erschien eine Arbeit von R. Müller, Zürich („Erdbaukurs der E. T. H. 1938"), in der derselbe Gedanke ausgesprochen ist. Müller ist jedoch nicht zu der einfachen Gleichung (17) gelangt, sondern gibt eine graphische Tafel. Die Gleichung (17) habe ich unabhängig von Müller schon 1933 abgeleitet (kürzlich veröffentlicht in der Arbeit von Cheng: Der Löß als Deichbaustoff. Heft 38 der Mitteilg. d. Preuß. Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau, Berlin 1940, S. 35).

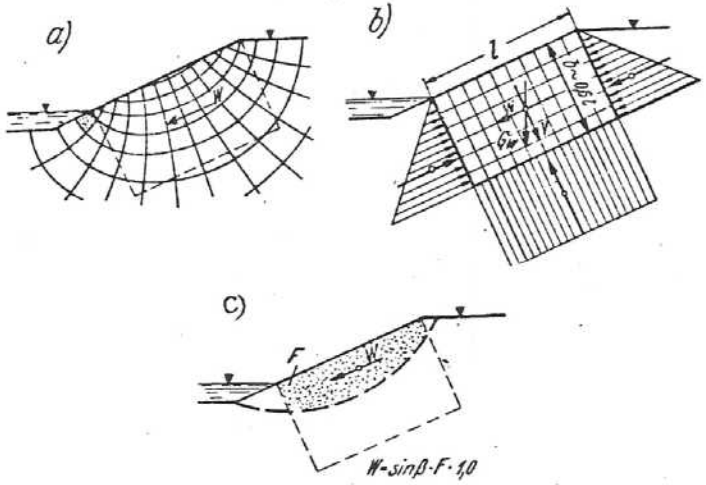


Abb. 17. Näherungsweiser Ansatz der Strömungskraft W des Sickerwassers bei starkem Regen oder plötzlicher Absenkung des Stauspiegels.

Das Strömungsbild der Abb. 17a gilt auch für eine hinreichend schluffige oder bindige Böschung, wenn der Wasserspiegel relativ plötzlich abgesenkt wird, wie es bei Hochwasserdeichen und Staudämmen vorkommen kann.

Wie Abb. 17a zeigt, sind die Stromlinien im oberen Teil der Böschung steiler, im unteren Teil dagegen flacher geneigt

[11]) Wir kommen hier durch Anwendung der Gleichung (17) zu ungünstigeren Ergebnissen, als sie von Steinbrenner (Bauingenieur 1938, S. 166) errechnet wurden. Der Unterschied erklärt sich durch die von Steinbrenner zur Vereinfachung der Rechnung gemachte Annahme ebener Gleitflächen, wodurch der günstige Einfluß der Sickerwasserkräfte in der Nähe der Dammkrone zu stark berücksichtigt wird.

als die Böschungslinie. Die Mittelkraft W aller einzelnen Strömungskräfte ist daher annähernd gleichlaufend zur Böschungsneigung gerichtet. Durch diese Tatsache wird man auf die in Abb. 17b dargestellte näherungsweise Berechnung der Sickerwasserkräfte geführt: Es ist angenommen, daß auf den besonders hervorgehobenen rechteckigen Flächenteil die Strömungskraft $W = \sin\beta \cdot b \cdot l \cdot 1{,}0$ wirkt; außerhalb dieses Rechteckes ist keine Strömungskraft angesetzt. Die Breite b muß so gewählt werden, daß sich für das gesamte W etwa derselbe Wert wie nach Abb. 17a ergibt ($b \sim 0{,}6\,l$). — Die in Abb. 17b am Umfang des „Strömungsrechteckes" angedeuteten Wasserdrücke heben sich gegenseitig auf — wenn man die Teilkraft V des Wassergewichtes G_w lotrecht zur Böschung mit einbezieht — so daß als Wirkung von G_w auf das Erdgerüst nur die Kraft W übrigbleibt.

Durch den näherungsweisen Ansatz der Strömungskraft W wird die statische Berechnung sehr vereinfacht, da man sich das zeitraubende Aufzeichnen des Strömungsnetzes erspart. Für eine zu untersuchende Gleitfläche, die innerhalb des Strömungsrechteckes verläuft (Abb. 17c), hat man auf diese Weise als Strömungskraft des Sickerwassers:

$$W \approx \sin\beta \cdot F,$$

wenn F die in Abb. 17c punktierte Fläche bedeutet. W greift im Schwerpunkt von F an.

Als Beispiel sei in Abb. 18 eine Böschung mit durchlässiger Deckschicht und waagerechtem Wasserstand untersucht (ähnlich der Abb. 15, nur daß die Deckschicht an Bedeutung zurücktritt). Gefragt sei nach dem statischen Einfluß eines hinreichend ergiebigen[12]) Regens (bzw. einer plötzlichen Spiegelsenkung) und nach der Lage des ungünstigsten Wasserstandes.

Die Strömungskraft des Sickerwassers wird näherungsweise nach Abb. 17c berechnet und mit den in bekannter Weise ermittelten übrigen Kräften G_2, P und E_1 im Krafteck zu einer Mittelkraft M zusammengesetzt. G_2 bedeutet dabei das Gewicht des Rutschkörperteiles, der durch die kreisförmige Gleitlinie und die beiden Lotrechten durch ihre Endpunkte eingeschlossen wird (für den bindigen Teil muß überall der Wasserauftrieb berücksichtigt werden, für die durchlässige Deckschicht jedoch nur unterhalb des Wasserspiegels). Wie im 1. Abschnitt gezeigt wurde, findet man den zur Vermeidung des Rutschens mindestens erforderlichen Reibungsbeiwert μ_2 aus dem Verhältnis der beiden Strecken r und q, die mit Hilfe des v_R-Wertes leicht zu ermitteln sind. Der ungünstigste Wasserstand muß (wie in den vorhergehenden Beispielen) zunächst geschätzt werden.

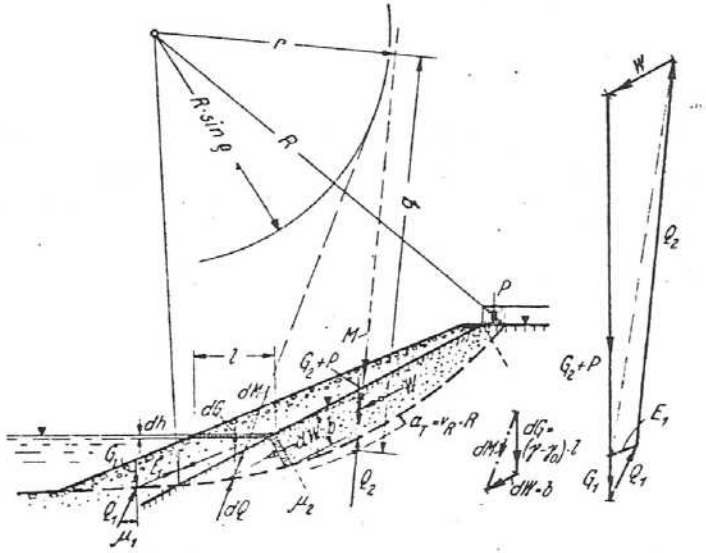


Abb. 18. Ungünstigster Wasserstand bei näherungsweisem Ansatz der Strömungskraft W des Sickerwassers.

Durch eine geringfügige Senkung des Wasserspiegels erhält man die zusätzlichen kleinen Kräfte $dG = (\gamma - \gamma_0)\,dh \cdot l$ und $dW = b \cdot \frac{dh}{\sin\beta_2} \cdot \sin\beta_2 = b \cdot dh$ oder bei Fortlassung von dh (da es nur auf das Verhältnis von dG und dW ankommt):

$$dG = (\gamma - \gamma_0) \cdot l;\; dW = b.$$

Die Zusammensetzung dieser beiden kleinen Kräfte (in beliebigem Maßstab) liefert die Mittelkraft dM, die den $R \cdot \sin\varrho$-Kreis berühren muß, wenn die vorläufig angenommene Wasserspiegellinie die ungünstigste ist. Denn würde dM außerhalb des $R \cdot \sin\varrho$-Kreises liegen, so würde durch die (geringe) Senkung des Wasserspiegels der erforderliche Reibungsbeiwert μ_2

[12]) W. Steinbrenner hat nachgewiesen, daß hierfür die Niederschlagsmenge in der Zeiteinheit mindestens gleich dem Durchlässigkeitsbeiwert k der Böschungserde (in unserem Fall der bindigen Erde unterhalb der Deckschicht) sein muß; s. Baning. 1938, S. 166.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

erhöht, weil dM dann einen größeren Hebelarm hätte (bezogen auf den Kreismittelpunkt) als die übrigen Gleitflächenspannungen; der ungünstigste Wasserstand müßte dann also noch tiefer liegen. Andererseits würden für den Fall, daß dM den $R \cdot \sin \varrho$-Kreis schneidet, die Verhältnisse durch eine kleine Spiegelsenkung im günstigen Sinne beeinflußt werden, d. h. der ungünstigste Wasserstand müßte dann höher liegen, als angenommen wurde. Hieraus folgt, daß die Wirkungslinie von dM (annähernd, d. h. ohne Rücksicht auf ein v_R für dM) den $R \cdot \sin \varrho$-Kreis berühren muß, wenn der angenommene Wasserstand der ungünstigste sein soll.

Es sei noch der statische Einfluß eines aus einer Böschung austretenden Sickerwasserstromes beliebiger Neigung δ (Abb. 19a, Punkt A) untersucht. In Abb. 19b und c sind die Kräfteverhältnisse beim Austritt des Sickerwassers (z. B. für Punkt A) für sich herausgezeichnet.

Das Gewicht des rechtwinklig-dreieckigen vollen Wasserelementes in Abb. 19b beträgt:

$$\Delta g_w = 1{,}0 \cdot \frac{(\Delta s)^2}{2} \operatorname{cotg}(\beta - \delta).$$

Die Strömungskraft (Wasserreibungskraft) Δw für die Erdkörner desselben Elementes muß sowohl den Wasserdruck Δw_1 aufzehren als auch der Teilkraft Δw_2 aus g_w das Gleichgewicht halten, so daß man erhält:

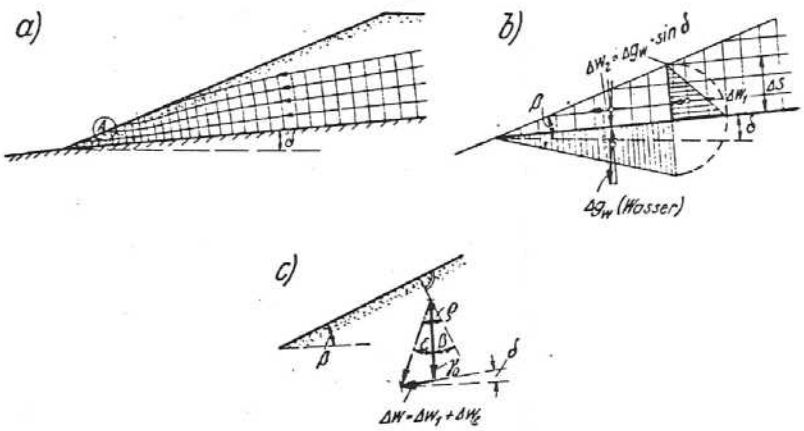


Abb. 19. Unter beliebigem Winkel δ austretendes Sickerwasser.

$$\Delta w = \Delta w_1 + \Delta w_2 = \frac{(\Delta s)^2}{2} \cos\delta + \frac{(\Delta s)^2}{2} \operatorname{cotg}(\beta - \delta) \cdot \sin\delta.$$

Ersetzt man noch $\frac{(\Delta s)^2}{2} \operatorname{cotg}(\beta - \delta)$ durch den Rauminhalt Δv des Elementes, so hat man schließlich als Raumkräfte für die Erdkörner:

das um den Auftrieb verminderte lotrechte Eigengewicht

$$\Delta g = \gamma_0 \cdot \Delta v$$

und die in Richtung δ wirkende Strömungskraft

$$\Delta w = [\sin\delta + \cos\delta \cdot \operatorname{tg}(\beta - \delta)] \cdot \Delta v \qquad (18a)$$

In ähnlicher Weise wie bei Abb. 16 gilt unmittelbar vor dem Abrutschen die Bedingung: $\varepsilon = \varrho - \beta$, weil die Gleitflächen wieder der Böschungsneigung gleichlaufen. Man kann also anschreiben:

$$\operatorname{cotg}\varepsilon = \operatorname{cotg}(\varrho - \beta) = \frac{1 + \operatorname{tg}\varrho \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\varrho - \operatorname{tg}\beta}.$$

Andererseits kann man aus Abb. 19c ablesen:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\Delta w \cdot \cos\delta}{\gamma_0 + \Delta w \cdot \sin\delta} \quad \text{oder} \quad \operatorname{cotg}\varepsilon = \frac{\gamma_0}{\Delta w \cdot \cos\delta} + \operatorname{tg}\delta.$$

Die Gleichsetzung der beiden Ausdrücke für $\operatorname{cotg}\varepsilon$ liefert unter Beachtung von Gleichung (18a) folgende Formel für den bei einer gegebenen Böschungsneigung $\operatorname{tg}\beta$ mindestens erforderlichen Reibungsbeiwert $\mu = \operatorname{tg}\varrho$:

$$\mu_{\text{erf}} = \frac{(1 + \gamma_0)(1 + \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\delta)}{(1 + \gamma_0)\operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\delta + \gamma_0 - \operatorname{tg}^2\beta} \cdot \operatorname{tg}\beta. \qquad (18b)$$

Zur Nachprüfung dieser Formel können die Sonderfälle $\delta = \frac{\pi}{2}$, $\delta = \beta$ und $\delta = o$ dienen, für die die Lösungen bekannt oder leicht zu ermitteln sind. Für $\delta = \frac{\pi}{2}$ (lotrechtes Einströmen) liefert Gleichung (18b):

$$\mu_{\text{erf}_{\delta \to \frac{\pi}{2}}} = \frac{(1 + \gamma_0)\operatorname{tg}\beta}{(1 + \gamma_0)\operatorname{tg}\beta} \cdot \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\beta,$$

wie es auch sein muß, da durch das lotrechte Einströmen die Richtung der Raumkräfte nicht verändert wird. — Für $\delta = \beta$ erhält man:

$$\mu_{\text{erf}_{\delta = \beta}} = \frac{(1 + \gamma_0)(1 + \operatorname{tg}^2\beta)}{(1 + \gamma_0)\operatorname{tg}^2\beta + \gamma_0 - \operatorname{tg}^2\beta} \cdot \operatorname{tg}\beta = \frac{1 + \gamma_0}{\gamma_0} \cdot \operatorname{tg}\beta$$

in Übereinstimmung mit Gleichung (17). — Für den Sonderfall $\delta = o$ (waagerechtes Ausströmen) ergibt Gleichung (18b):

$$\mu_{erf\,\delta=o} = \frac{1+\gamma_0}{\gamma_0 - \mathrm{tg}^2\beta} \cdot \mathrm{tg}\,\beta. \qquad (18c)$$

Nach Abb. 19b und c kann man für diesen Fall anschreiben:

$$\triangle w_1 = \frac{(\triangle s)^2}{2}\,;\ \triangle w_2 = o;\ \triangle v = \frac{(\triangle s)^2}{2} \cdot \mathrm{cotg}\,\beta;\ \triangle w = \mathrm{tg}\,\beta \cdot \triangle v$$

und damit:

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon = \frac{\mathrm{tg}\,\beta}{\gamma_0} = \mathrm{tg}\,(\varrho - \beta) = \frac{\mu - \mathrm{tg}\,\beta}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\,\beta},$$

woraus ebenfalls die Gleichung (18c) folgt.

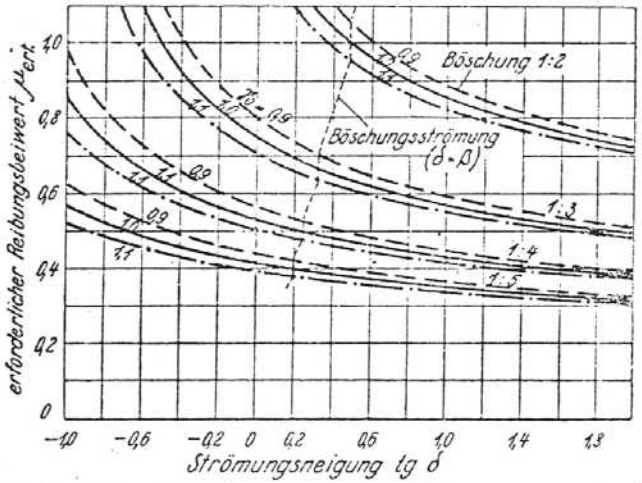


Abb. 20. Statischer Einfluß des aus einer Böschung austretenden Sickerwassers (Abb. 19 und Gleichung 18b).

Die zahlenmäßigen Ergebnisse der Gleichung (18b) sind in Abb. 20 für einige Böschungsneigungen b und Raumgewichte γ_0 aufgezeichnet. Danach erhält man z. B. für $\gamma_0 = 1{,}0\ t/m^3$, $\mathrm{tg}\,\beta = 1:4$ und waagerechtes Ausströmen: $\mu_{erf} = 0{,}53$. — Sande mit einem Reibungsbeiwert von etwa 0,65 darf man nach Abb. 20 für den Fall der Böschungsströmung nicht steiler als 1:3, für waagerechte Ausströmung nicht steiler als 1:3,5 böschen.

Durch den durch Abb. 17 veranschaulichten Näherungsansatz für $\mathfrak{W}$ wird der statische Einfluß des Sickerwassers in seiner Gesamtwirkung (d. h. hinsichtlich der Rutschgefahr der ganzen Böschung) voraussichtlich hinreichend genau erfaßt; jedoch

kann der statische Einfluß des Sickerwassers in einem gewissen Teilbereich der Böschung größer als nach Abb. 17 sein. So wurde soeben gezeigt, daß die annähernd waagerechte Ausströmung des Sickerwassers etwas oberhalb des unteren Wasserspiegels (vgl. Abb. 17a) statisch noch etwas ungünstiger wirkt als die Strömung gleichlaufend zur Böschung (s. Abb. 20). Der am meisten gefährdete Punkt der Böschung ist der Schnittpunkt des unteren Wasserspiegels mit der Böschungslinie, worauf R. Dachler hingewiesen hat[13]). In diesem Punkt wird nämlich die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers lotrecht zur Böschung theoretisch unendlich groß, so daß dort Gleichgewichtsstörungen (z. B. Fortspülung der Erdkörner) unvermeidlich sind (sofern nicht eine durchlässigere Deckschicht die Erdkörner festhält). Jedoch ist diese am meisten gefährdete Stelle der Böschung örtlich sehr beschränkt, so daß von einer Gefährdung der ganzen Böschung wohl nicht gesprochen werden kann. Inwieweit der örtlichen Gefährdung begegnet werden muß, werden am besten Versuche zeigen.

Bei der Betrachtung der Abb. 17a tritt noch die Frage auf, ob die Böschung auch unterhalb des Wasserspiegels standsicher ist. Hier münden die Stromlinien lotrecht zur Böschung aus, und es gilt nach Abb. 21 die Gleichgewichtsbedingung:

$$\mathrm{tg}\,\varrho_{erf} = \mu_{erf} = \frac{\gamma_0 \sin\beta}{\gamma_0 \cos\beta - \frac{\triangle h}{\triangle s}}, \qquad (19a)$$

aus der bei gegebener Böschungsneigung β für den Druckhöhenverlust folgt:

$$\frac{\triangle h}{\triangle s} \lesseqgtr \gamma_0 \cos\beta \left(1 - \frac{\mathrm{tg}\,\beta}{\mu}\right). \qquad (19b)$$

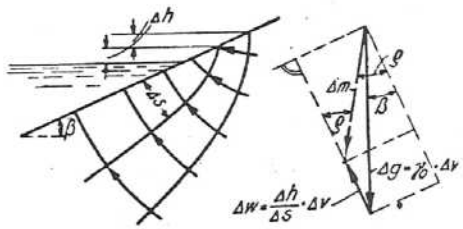


Abb. 21. Wasseraustritt unterhalb des Wasserspiegels.

[13]) R. Dachler: Grundwasserströmung. Wien 1936, S. 108.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Dieser Wert darf nicht überschritten werden, wenn die Böschung unterhalb des Wasserspiegels standsicher sein soll[14]).

Um zu sehen, wie die Verhältnisse in einem praktischen Fall liegen, lesen wir aus Abb. 17a für das punktierte Strömungsquadrat ab: $\triangle h : \triangle s \approx 0{,}33$. Zulässig wäre nach Gleichung (19b) für $\gamma_0 = 1{,}0$, wenn μ für „Böschungsströmung" eingesetzt wird (d. h. $\operatorname{tg} \beta : \mu$ nach Gleichung (17) $= \frac{1}{2}$):

$$\frac{\triangle h}{\triangle s} \leqq 1{,}0 \cdot 0{,}92 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 0{,}46.$$

Diese Gegenüberstellung deutet darauf hin, daß die Böschung unterhalb des Wasserspiegels örtlich wahrscheinlich nicht gefährdet sein wird. Denn wir haben die Rechnung für ein Quadrat durchgeführt, das von dem (gefährlichen) Wasserspiegelpunkt nur wenig entfernt ist; für tiefer liegende Quadrate des Strömungsnetzes sind die Verhältnisse günstiger.

Der statische Einfluß von Überdruck des Porenwassers, der eingangs dieses Abschnitts erwähnt wurde, ist im 6. Abschnitt besonders behandelt.

3. Berücksichtigung der Gleitfestigkeit (Kohäsion)

Bei dem im 1. Abschnitt angedeuteten Näherungsverfahren von Krey ist eine etwa vorhandene Festigkeit leicht zu berücksichtigen. Man braucht nur zu den äußeren Kräften die Mittelkraft K aller Gleitfestigkeits-Einzelkräfte $\triangle K = k \cdot \triangle s$ hinzuzunehmen; im übrigen wird das Verfahren wie sonst durchgeführt (Abb. 22). Die Größe von K ergibt sich gleich dem k-fachen der Gleitkreissehne, da man sich die Gleitlinie als Krafteck der aneinander gereihten kleinen Kräfte $\triangle K$ (mit der Sehne als Mittelkraft) denken kann:

$$K = k \cdot S. \tag{20}$$

Für den Abstand der Kraft K vom Gleitkreis gilt nach dem 1. Abschnitt:

$$a_K = v_R \cdot R,$$

wobei v_R für gleichmäßige Verteilung zu nehmen ist. Denn die Lage von K entspricht der Lage einer Schubkraft T für gleichmäßige Spannungsverteilung.

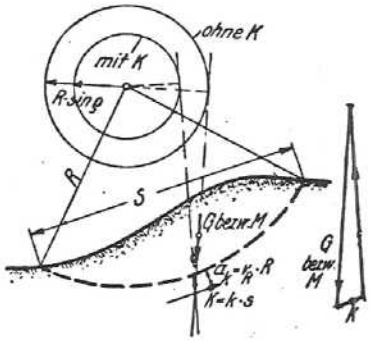


Abb. 22. Näherungsweise Berücksichtigung der Festigkeit k.

Will man dagegen das im 1. Abschnitt gegebene genauere Verfahren anwenden, so stößt man zunächst auf Schwierigkeiten. Durch die Gleitfestigkeit k wird nämlich die Spannungsverteilung in der Gleitfläche verändert, so daß man nicht ohne weiteres weiß, für welche Verteilung von Q man v_R abgreifen soll. Diese Schwierigkeit läßt sich jedoch beseitigen, wenn man die Spannungsverteilung in den Auslaufpunkten (Anfangs- und Endpunkt) der kreisförmigen Gleitlinie näher untersucht.

Schon Mohr hat gezeigt, daß die Spannungsverteilung im Auslaufpunkt einer Gleitfläche durch die Neigung der Gleitfläche im betreffenden Punkt eindeutig festliegt[15]). Das gilt auch bei vorhandener Gleitfestigkeit k, wie ich vor einiger Zeit an dem Sonderfall lotrecht beginnender Gleitfläche ge-

[14]) Nach der Niederschrift dieser Arbeit erschien ein Aufsatz von W. Bernatzik („Grenzneigung von Sandböschungen bei gleichzeitiger Grundwasserströmung". Bautechnik 18 [1940], S. 634), in dem die Gleichung (19) in der Form

$$p = \frac{\triangle h}{\triangle s} = \frac{\gamma}{\sin \varrho} \cdot \sin (\varrho - \beta)$$

gegeben wird, wodurch eine anschauliche Darstellung des Grenzgleichgewichts durchströmter Böschungen in Form eines „Böschungskreises" möglich wird. Bernatzik hat die Gültigkeit der vorstehenden Gleichung für beliebige Böschungsneigungen durch Versuche überzeugend nachgewiesen.

zeigt habe[16]). Es sei jetzt in ähnlicher Weise der allgemeinste Fall behandelt.

Wir betrachten in Abb. 23b ein kurzes, genügend genau als eben anzusehendes Stück der oberen Gleitflächenausmündung. Es handelt sich dabei um den unteren Grenzzustand des Gleichgewichts (aktiver Erddruck). A_1B sei die unter dem Winkel ω zur Lotrechten geneigte Gleitfläche und A_2B eine Fläche, die nur um den sehr kleinen Winkel $d\omega$ von der Gleitfläche abweicht. Die Normalkräfte auf die betrachteten Flächen seien mit N und die nur von der Reibung herrührenden Schub-

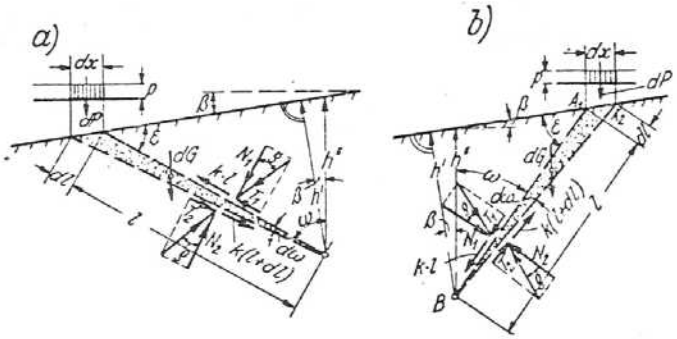


Abb. 23. Unterer und oberer Auslauf der Gleitfläche.

kräfte mit T bezeichnet. Das unter β geneigte Gelände trage die Auflast p (auf die waagerechte Ebene bezogen). Für die Richtung der Gleitflächen-Normalkraft N_1 hat man die Gleichgewichtsbedingung:

$$N_1 - N_2 \cos d\omega + T_2 \sin d\omega + k(l+dl) \sin d\omega + (dG + dP) \sin \omega = 0$$

oder nach Streichung von Gliedern zweiter und höherer Kleinheitsordnung:

$$N_1 - N_2 + T_2 \cdot d\omega + kl \cdot d\omega + (dG + dP) \sin \omega = 0.$$

Ebenso erhält man als Gleichgewichtsbedingung in Richtung T_1:

$$T_1 - T_2 - N_2 \cdot d\omega - k \cdot dl + (dG + dP) \cos \omega = 0.$$

[15]) Mohr: Zur Theorie des Erddruckes. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Vereins zu Hannover 18 (1872), S. 68 und 69.

[16]) Bautechnik 16 (1938), S. 760 und 761.

Aus Abb. 23b ist abzulesen:

$$dl = l \cdot d\omega \cdot \operatorname{cotg} \varepsilon \text{ und } dx = \frac{l \cdot d\omega \cdot \cos \beta}{\sin \varepsilon} = \frac{l^2 \cdot d\omega \cdot \cos \beta}{h'} = \frac{l^2 \cdot d\omega}{h''},$$

womit folgt:

$$dP = p \cdot dx = p \cdot \frac{l^2 \cdot d\omega}{h''} = \frac{2p}{h''} \cdot \frac{l^2 \cdot d\omega}{2}; \quad dG = \gamma \cdot \frac{l^2 \cdot d\omega}{2};$$

$$dG + dP = \left(\gamma + \frac{2p}{h''}\right) \cdot \frac{l^2 \cdot d\omega}{2} = \gamma' \cdot \frac{l^2 \cdot d\omega}{2}.$$

Dies in die obigen Gleichungen eingesetzt, ergibt:

$$N_1 - N_2 + T_2 \cdot d\omega + k \cdot l \cdot d\omega + \gamma' \cdot \frac{l^2 \cdot d\omega}{2} \sin \omega = 0$$

$$T_1 - T_2 - N_2 \cdot d\omega - k \operatorname{cotg} \varepsilon \cdot l \cdot d\omega + \gamma' \cdot \frac{l^2 d\omega}{2} \cos \omega = 0$$

Nimmt man noch die beiden Bedingungen

$$\mu = \frac{T_1}{N_1} = \frac{T_2}{N_2}$$

hinzu, so hat man vier Gleichungen, aus denen die unbekannten N- und T-Kräfte berechnet werden können[17]). Man findet nach kurzer Zwischenrechnung, wenn man für γ' wieder den ursprünglichen Ausdruck $\gamma + \frac{2p}{h''}$ einsetzt:

$$(1 + \mu^2) \cdot N_1 = (\cos \omega - \mu \sin \omega) \left[\gamma \frac{l^2}{2} + pl \frac{l}{h''}\right] - kl (\operatorname{cotg} \varepsilon + \mu).$$

Denkt man sich jetzt l veränderlich, so kann man die Normalspannung ν in der Gleitfläche aus der Beziehung $\nu = \frac{dN_1}{dl}$ berechnen. Man findet, wenn man noch

$$l \cdot \cos \omega = h \text{ und } \frac{h}{h''} = \frac{l \cos \omega \cdot \cos \beta}{l \cos (\omega + \beta)} = \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \omega \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

einsetzt:

$$\nu = \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \omega}{1 + \mu^2} \left(\gamma h + \frac{p}{1 - \operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} \beta}\right) - \frac{\operatorname{cotg} \varepsilon + \mu}{1 + \mu^2} \cdot k.$$

In derselben Weise kann man auch für den unteren Auslauf der Gleitfläche (Erdwiderstand) vorgehen (Abb. 23a). Man erhält dann die beiden Gleichungen:

[17]) $T_2 : N_2$ ist — streng genommen — ein wenig kleiner als μ, weil die Fläche A_2B in Abb. 22 nicht mehr als Gleitfläche betrachtet werden darf. Der Unterschied ist jedoch von der zweiten Kleinheitsordnung und daher zu vernachlässigen.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

$$N_1 - N_2 - T_2 \cdot d\omega - kl \cdot d\omega + \gamma' \cdot \frac{l^2 d\omega}{2} \sin\omega = 0,$$

$$T_1 - T_2 + N_2 \cdot d\omega - k \cdot l \operatorname{cotg}\varepsilon \cdot d\omega - \gamma' \cdot \frac{l^2 d\omega}{2} \cos\omega = 0,$$

aus denen folgt:

$$(1+\mu^2)\, N_1 = (\cos\omega + \mu \sin\omega)\left[\gamma \frac{l^2}{2} + pl\frac{l}{h''}\right] + kl\,(\operatorname{cotg}\varepsilon - \mu)$$

und durch Differenzieren nach l:

$$\nu = \frac{1+\mu \operatorname{tg}\omega}{1+\mu^2}\left(\gamma h + \frac{p}{1+\operatorname{tg}\omega \operatorname{tg}\beta}\right) + \frac{\operatorname{cotg}\varepsilon - \mu}{1+\mu^2} \cdot k.$$

Allgemein kann man demnach für den Druckverlauf in den Endpunkten der Gleitfläche anschreiben:

$$\nu = \frac{1 \mp \mu \operatorname{tg}\omega}{1+\mu^2}\left(\gamma h + \frac{p}{1 \mp \operatorname{tg}\omega \operatorname{tg}\beta}\right) \mp \frac{\operatorname{cotg}\varepsilon \pm \mu}{1+\mu^2} \cdot k, \qquad (21)$$

wobei das obere Vorzeichen für die obere Ausmündung (E_a) und das untere Vorzeichen für den unteren Auslauf (E_p) gilt[18]).

Für den unteren Endpunkt der Gleitfläche wird fast immer ohne Auflast zu rechnen sein ($p = o$). Bezeichnet man die Schrägspannung im Endpunkt mit σ_0, so gilt mit $\sigma_0 = \nu_0 \sqrt{1+\mu^2}$ nach Gleichung (21):

$$\sigma_0 = \frac{\operatorname{cotg}\varepsilon - \mu}{\sqrt{1+\mu^2}} \cdot k. \qquad (21a)$$

σ_0 ist also der Gleitfestigkeit k verhältnisgleich. —

Man kann σ_0 auf Grund der Gleichung (21a) nach Abb. 24 zeichnerisch ermitteln, indem man in der Berührenden an den $R \cdot \sin\varrho$-Kreis k als Länge vom Gleitflächenpunkt aus anträgt und von dem so erhaltenen Punkt aus eine Gleichlaufende zur Geländerichtung bis zum Schnittpunkt mit der Gleitkreis-Berührenden zieht. Auf der letzteren wird dann σ_0 abgelesen.

Für die Spannung im oberen (unbelasteten) Geländepunkt der Gleitfläche liefert Gleichung (21):

$$\nu_0 = -\frac{\operatorname{cotg}\varepsilon + \mu}{1+\mu^2} \cdot k,$$

[18]) Im besonderen findet man für waagerechtes Gelände ($\beta = 0$) und eine Gleitflächenneigung gegen die Lotrechte von $\omega = \frac{\pi}{4} \mp \frac{\varrho}{2}$ mit

$$\operatorname{tg}\omega = \sqrt{1+\mu^2} \mp \mu: \qquad \nu = \left(1 \mp \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)(\gamma h + p) \mp \frac{k}{\sqrt{1+\mu^2}},$$

was mit der für Gleitfestigkeit erweiterten Rankineschen Erddrucktheorie auch erhalten wird, wie leicht nachzuweisen ist (vgl. Aufsatz des Verfassers in Bautechnik 16 (1938), S. 157 und 759).

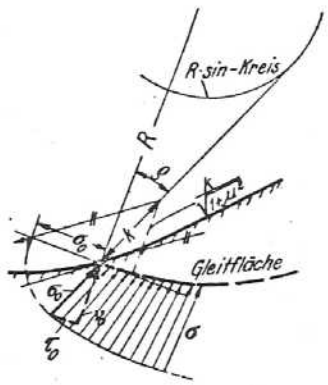


Abb. 24. Ermittlung von σ_0 (unterer Auslaufpunkt).

also eine der Gleitfestigkeit verhältnisgleiche Zugspannung (Abb. 25). Es kann sein, daß die Zugspannungen in einigen Fällen auch von der bindigen Erde aufgenommen werden, oft werden sie wegen Bildung von Trockenrissen oder auch infolge Aufweichung der obersten Geländeschicht bei regnerischem Wetter nur teilweise oder auch gar nicht aufgenommen. — Wahrscheinlich wird eine Rißbildung auch durch die Bewegung des Rutschkörpers bei beginnendem Abgleiten infolge nicht gänzlich kreisrunder Form der Gleitfläche begünstigt. Wäre die wirkliche Gleitfläche — wie bei der Berechnung vorausgesetzt — genau kreisförmig, so könnte eine fortschreitende Bewegung ohne zusätzliche Hemmungen vor sich gehen, ins-

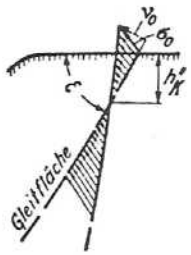


Abb. 25.

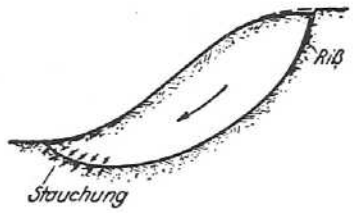


Abb. 26.

besondere wäre während der Gleitbewegung eine Berührung der Erdschichten längs der Gleitfläche dauernd sichergestellt. Sowohl theoretische Überlegungen als auch Beobachtungen in der Natur deuten aber darauf hin, daß die Gleitfläche in ihrem mittleren Teil wahrscheinlich weniger stark gekrümmt ist als in ihrem oberen Teil, wodurch bei fortschreitender Bewegung im oberen Teil der Gleitfläche ein Riß entstehen kann (s. Abb. 26). Außerdem ist zu bedenken, daß einem Abgleiten des Erdkörpers gewisse Formänderungen vorangehen. Im unteren Teil, wo der Erdwiderstand geweckt werden muß, treten zusätzliche Druckspannungen und als Folge davon Zusammendrückungen der Erde auf, im oberen Teil — wie oben nachgewiesen wurde — Zugspannungen und damit Ausdehnungen der Erde. Die entsprechenden Formänderungen sind jedoch für Druckspannungen fast immer viel größer als für Zugspannungen. Es kann daher sein, daß die Zugspannungen schon überschritten sind, bevor noch der Erdwiderstand im unteren Teil der Böschung in voller Größe vorhanden ist.

Es läßt sich demnach für die (wenigstens teilweise) Nichtaufnahme bzw. Überwindung von Zugspannungen mancherlei ins Feld führen, und es erscheint deshalb aus Sicherheitsgründen angebracht, mit dem Vorhandensein von Rissen zu rechnen, obgleich — wie gesagt — nicht unbedingt feststeht, daß Risse auftreten müssen. Um uns die verschiedenen Möglichkeiten einmal anschaulich vor Augen zu führen, sind in Abb. 27 vier verschiedene Fälle skizziert, wobei es sich in Abb. 27a und d um Grenzfälle handelt, zwischen denen das wirkliche Verhalten einer rutschenden Böschung liegen wird.

Im günstigsten Falle nach Abb. 27a (s. a. Abb. 25) werden sämtliche Zugspannungen von der bindigen Erde voll aufgenommen. Es ist lehrreich, diesen Zustand für den Sonderfall waagerechter Geländeoberfläche und Erddruckrichtung (Rankine) einmal etwas näher zu betrachten (Abb. 28). Wie schon in Fußnote 17 bemerkt wurde, erhält man für den Spannungsverlauf in der Gleitfläche aus Gleichung (21):

$$\nu = -\frac{k}{\sqrt{1+\mu^2}} + \left(1 - \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)\gamma h.$$

Hiernach ist $\nu = o$ vorhanden für

$$h_K'' = \frac{k}{\gamma} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}-\mu} = \sqrt{n_0} \cdot \frac{k}{\gamma}, \qquad (22a)$$

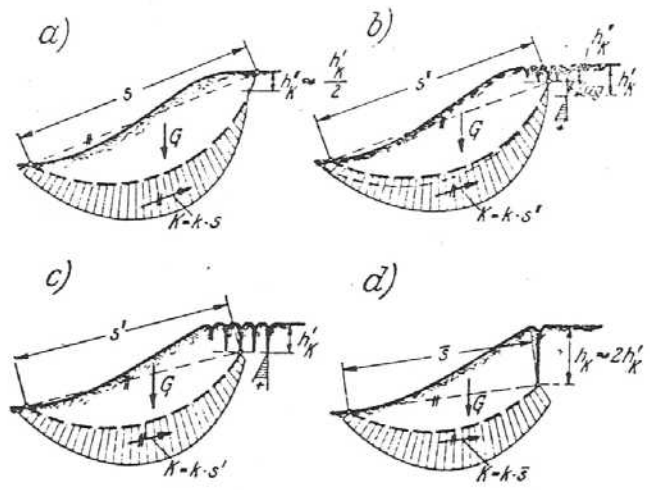


Abb. 27. Der Einfluß verschieden tiefer Oberflächenrisse auf Gleitflächenausbildung und Druckverteilung.

wenn nach dem Aufsatz des Verfassers über Erddrucktheorie gesetzt wird[19]):

$$\sqrt{n_0} = \sqrt{1+\mu^2} + \mu = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}-\mu} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2}\right).$$

In der erwähnten Arbeit ist für den betrachteten Fall als Druckverteilung für die lotrechte Fläche berechnet[20]):

$$\nu_a = -\frac{2}{\sqrt{n_0}} \cdot k + \frac{\gamma h}{n_0},$$

woraus man $\nu_a = o$ erhält für

$$h_K' = 2\sqrt{n_0} \cdot \frac{k}{\gamma}. \qquad (22b)$$

Der Nullpunkt für die Spannungslinie der lotrechten Fläche liegt demnach doppelt so tief als der Nullpunkt für die Spannungslinie der Gleitfläche. Man überzeugt sich übrigens leicht, daß für die in Abb. 28 angegebenen Kräfte und Momente, die

[19]) Bautechnik 16 (1938), S. 155.
[20]) Bautechnik 16 (1938), S. 159.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

aus den bisherigen Formeln folgen, tatsächlich Gleichgewicht besteht[21]). — Für die Höhe h_K, bis zu der die Erde frei steht, wenn man sie lotrecht absticht, gilt für unseren Sonderfall nach Abb. 29:

$$\frac{G}{2}\left(=\frac{1}{2}\cdot\frac{\gamma h_K^2}{2\sqrt{n_0}}\right)=k\cdot h_K,$$

oder:

$$h_K=4\sqrt{n_0}\cdot\frac{k}{\gamma}. \tag{22c}$$

Dieses Ergebnis haben auch Krey (für $\mu = o$) und Fellenius erhalten[22]). h_K ist hiernach (bei waagerechtem Gelände) doppelt

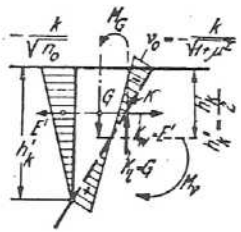


Abb. 28.

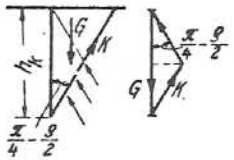


Abb. 29.

[21]) Für den Erdzug hat man:

$$E'=-\frac{2k}{\sqrt{n_0}}\cdot\frac{h_K'}{2}=-\frac{k\cdot h_K'}{\sqrt{n_0}}$$

und für das Erdgewicht:

$$G=\gamma\frac{h'^2_K}{2}\cdot\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varrho}{2}\right)=\frac{\gamma h_K'^2}{2\sqrt{n_0}}.$$

In der Gleitfläche wirkt nur die Gleitfestigkeitskraft K, da die Reibungskräfte aus den Zug- und Druckspannungen sich gegenseitig aufheben. Für die lotrechte und waagerechte Teilkraft von K kann man aus Abb. 28 ablesen:

$$K_l=k\cdot h_K' \quad\text{und}\quad K_w=k\cdot h_K'\cdot\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varrho}{2}\right)=\frac{kh_K'}{\sqrt{n_0}}.$$

Die waagerechten Kräfte K_w und E' heben sich also gegenseitig auf. Dasselbe gilt von den lotrechten Kräften G und K_l, denn man kann unter Einsetzung von h_K' nach Gleichung (20b) anschreiben:

$$G=\frac{\gamma h_K'}{2\sqrt{n_0}}\cdot h_K'=\frac{\gamma h_K'}{2\sqrt{n_0}}\cdot 2\sqrt{n_0}\,\frac{k}{\gamma}=k\cdot h_K'.$$

In ähnlicher Weise kann man auch nachweisen: $M_\nu = M_G$.

[22]) Krey, Erddruck, Erdwiderstand, 3. Aufl., Berlin 1926, S. 146, 5. Aufl., Berlin 1936, S. 178. Fellenius, Erdstatische Berechnungen, Berlin 1927, S. 20.

so groß als h_K' und viermal so groß als h_K''. Höher als h_K kann eine lotrechte Erdwand nicht frei stehen. Es wird sogar oft schon für $h < h_K$ ein Abgleiten erfolgen; denn die Gleichung (22c) setzt nach Abb. 29 voraus, daß sich die Gleitfläche bis zur Oberfläche hin fortsetzt, damit K voll zur Wirkung kommt, was jedoch nur möglich ist, wenn die bei der Aufnahme von K entstehenden Zugspannungen von der Erde voll aufgenommen werden. Sind also Risse oder schwache Stellen in der Oberfläche vorhanden, so ist die freistehende Höhe kleiner als h_K. Im Grenzfall, bei dem der Erdkörper oberhalb h_K' hinreichend eng von (lotrechten) Rissen durchzogen ist, werden keine Zugspannungen aufgenommen. Die einzelnen lotrechten Erdstreifen für $h \leq h_K'$ (zwischen den Rissen) wirken dann als Belastung der Erde unterhalb h_K' ($p = \gamma \cdot h_K'$) und h_K' ist in diesem Fall die größte frei stehende Höhe. Je nach der Aufnahmefähigkeit der Erde für Zugspannungen liegt demnach die größte frei stehende Höhe eines lotrechten Erdsprunges zwischen h_K' und h_K. Garantieren läßt sich von vornherein nur $h_K' \approx \frac{h_K}{2}$[23]).

Wir wollen jetzt sehen, welche von den in Abb. 27 gezeigten Möglichkeiten des Abgleitens einer Böschung am ungünstigsten ist. In Abb. 30b sind die sich für die Höhe h_K ergebenden

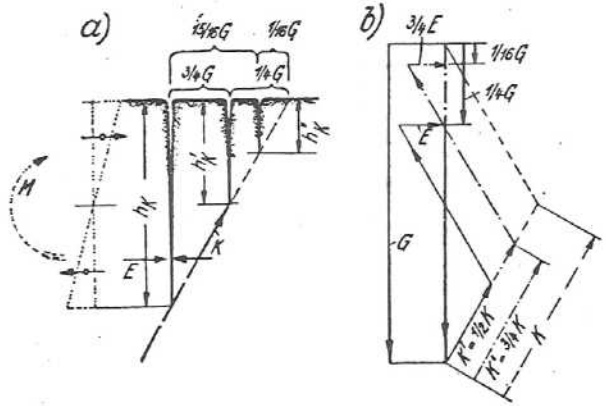


Abb. 30.

[23]) Damit dürfte der Gegensatz zwischen h_K und h_K', den Krey in Fußnote 28 (bzw. 27) seines Erddruckbuches (3. Aufl., S. 147) berührt, einigermaßen geklärt sein.

Kraftecke für die betrachteten Fälle a) bis d) ineinander gezeichnet [volle Linienfür den Fall c), strichpunktiert für Fall b), gestrichelt für Fall a) und d)]. Durch den Vergleich der erhaltenen Erddrücke sieht man, daß der Fall c) am ungünstigsten ist. Nur wenig günstiger ist Fall b) mit $E_b \approx 0{,}75\, E_c$. Für die Fälle a) und d) ergibt sich der Erddruck für h_K zu Null, sie sind also wesentlich günstiger als b) und c). Der Fall a) unterscheidet sich von Fall d) durch ein ungünstig wirkendes Moment (in Abb. 30a punktiert angedeutet):

$$M = \frac{k h_K'}{\sqrt{n_0}} \cdot \frac{4}{3} h_K' = \frac{1}{3} \frac{k}{\sqrt{n_0}} \cdot h_K^2$$

(vgl. Abb. 28), das jedoch meist nur geringen Einfluß hat. Denn denken wir uns die Gleitfestigkeit auf dem Abschnitt h_K um k' vergrößert, um dadurch M auszugleichen, so gilt:

$$k' \cdot h_K \sqrt{1+n_0} \cdot R = M = \frac{1}{3} \frac{k}{\sqrt{n_0}} \cdot h_K^2 \quad \text{oder} \quad \frac{k'}{k} = \frac{1}{3\sqrt{n_0(1+n_0)}} \cdot \frac{h_K}{R},$$

z. B. für

$$\mu = 0{,}10 \div 0{,}20 \quad (n_0 \approx 1{,}22 \div 1{,}49): \frac{k'}{k} \approx (0{,}20 \div 0{,}17) \frac{h_K}{R}.$$

Solange demnach h_K erheblich kleiner als R ist, ist der Einfluß von M unbedeutend. Erst für $k' \approx \frac{1}{4} k$ ist nach Abb. 30 der Fall a) etwa dem Fall b) gleichwertig; das wäre mit den obigen Zahlen für $h_K \approx (1{,}2 \div 1{,}5)\, R$, was praktisch nicht vorkommt.

Wir kommen damit zu dem Schluß, daß die Grenzfälle nach Abb. 27a) und d) für die Berechnung der Sicherheit gegen Rutschgefahr nicht in Frage kommen, weil die Fälle b) und c) ungünstiger sind und mit dem Übertragen von Zugspannungen nicht mit Sicherheit gerechnet werden kann. Im Falle d) werden auf den Rutschkörper zwar auch keine Zugspannungen übertragen, jedoch scheidet dieser Fall m. E. schon wegen widersprechender Annahmen von vornherein aus, denn einerseits wird die Bildung eines tiefen Risses angenommen, andererseits aber vorausgesetzt, daß in dem stehenbleibenden lotrechten Erdbereich die Zugspannungen voll aufgenommen werden. Da sich die Fälle b) und c) in ihrer statischen Auswirkung nur wenig unterscheiden, können wir für die Berechnung den einfachsten auswählen: den Fall nach Abb. 27b[24]).

[24]) Hierbei wirken in der Gleitfläche selbst keine Zugspannungen; in den lotrechten Flächen wird die Aufnahme geringer Zugspannungen in der Tiefe $h_K'' < h < h_K'$ vorausgesetzt, was zulässig erscheint, weil diese Zugspannungen nicht unmittelbar in der obersten Erdschicht wirken.

Wir nehmen also an, daß die Verteilung der Schrägspannungen σ längs der Gleitfläche die in Abb. 27b gezeichnete Form hat, die man sich aus einem Dreieck und einer (allgemeinen) Parabel zusammengesetzt denken kann, wobei der Nullpunkt der Gleitflächenspannungen ($\tau = o$) in der Tiefe h_K'' unter der Oberfläche liegt. Für waagerechtes Gelände und eine Gleitflächenneigung von $\frac{\pi}{4} - \frac{\varrho}{2}$ gegen die Lotrechte ist h_K'' bereits durch Gleichung (22a) gegeben. Allgemein gilt nach Gleichung (21), wenn an Stelle von p der Wert $p + \gamma h_K''$ gesetzt wird:

$$h_K'' = (\operatorname{cotg} \varepsilon + \mu) \frac{1 - \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\omega}{1 - \mu \operatorname{tg}\omega} \cdot \frac{k}{\gamma} - \frac{p}{\gamma}, \tag{23a}$$

wobei ω und ε für die Tiefe h_K'' einzusetzen sind (Abb. 31a). Gleichung (23a) läßt sich noch vereinfachen, wenn man einsetzt:

$$\operatorname{cotg} \varepsilon = \operatorname{tg}(\beta + \omega) = \frac{\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\omega}{1 - \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\omega}.$$

Man erhält dann mit $h_0 = \frac{p}{\gamma}$ (Ersatz der Auflast durch eine gewichtsgleiche Erdschicht):

$$h_0 + h_K'' = [\operatorname{tg}(\omega + \varrho) + \operatorname{tg}\beta] \cdot \frac{k}{\gamma}. \tag{23b}$$

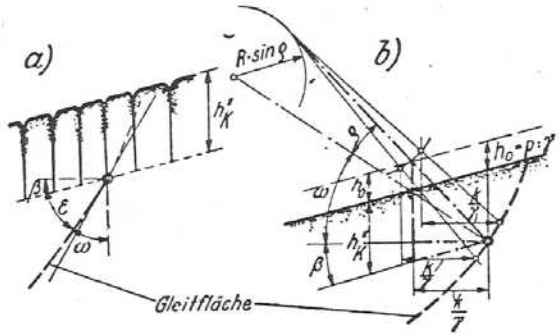


Abb. 31. Zeichnerische Ermittlung von h_K''.

Nach dieser Gleichung läßt sich h_K'' in einfacher Weise zeichnerisch ermitteln, wie es in Abb. 31b gezeigt ist: Man zieht (in der Nähe des Gleitflächenpunktes P, der der Tiefe h_K'' entspricht) von einigen Punkten P_1, $P_2 \ldots$ des Gleitkreises aus

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Berührende an den $R \cdot \sin \varrho$-Kreis. Durch die Kreispunkte zieht man waagerechte Linien und trägt auf jeder (in Richtung des Gleitkörpers) den Wert $k : \gamma$ im Längenmaßstab ab. Durch die so erhaltenen Endpunkte der waagerechten Strecken zieht man Lotrechte bis zum Schnitt mit den entsprechenden Berührenden an den $R \cdot \sin \varrho$-Kreis. Die Verbindungslinie dieser Schnittpunkte legt im Schnitt mit der Böschungslinie (bzw. bei Auflast mit der um $h_0 = \frac{p}{\gamma}$ erhöhten Böschungslinie) die Berührende fest, deren Schnitt mit dem Gleitkreis den gesuchten Punkt P liefert. — Zum Beweis braucht man nur durch P eine Gleichlaufende zur Böschungslinie zu ziehen. Man kann dann unmittelbar die Gleichung (23b) ablesen.

Zu Beginn der Berechnung sind die für Gleichgewicht erforderlichen Werte von μ und k noch nicht bekannt. Infolgedessen läßt sich h_K'' nicht von vornherein berechnen. Man kann nur schrittweise vorgehen, indem man die Berechnung zunächst mit einem geschätzten h_K''-Wert durchführt und mit Hilfe der dadurch erhaltenen Näherungswerte für μ und k ein genaueres h_K'' ermittelt usw. Am besten führt man zunächst eine Näherungsberechnung nach Krey durch (siehe anfangs dieses Abschnittes) und nimmt dann h_K'' ein wenig größer an, als es den erhaltenen Werten μ und k entspricht. Das so gefundene h_K'' wird sich meistens schon genügend genau als endgültig richtig herausstellen.

Mit Hilfe der vorstehenden Ergebnisse (Gleichungen 21 und 23), deren Veranschaulichung durch Abb. 27b erfolgt ist (σ_0 und h_K''), ist man in der Lage, den Einfluß der Festigkeit weitgehend genau zu berücksichtigen. Zunächst werden durch das Einsetzen von h_K'' dem Erdreich keine (oder nur geringe) Zugspannungen zugemutet, deren Aufnahme wegen der Witterungseinflüsse an der Oberfläche in der Tat auch vielfach nicht gewährleistet ist. Durch h_K'' ist auch der für v_R einzusetzende a-Wert gegeben (a'' in Abb. 32a). Mit Hilfe von σ_0 kann man den anzunehmenden Φ-Wert für die Ersatzfunktion in vielen Fällen genügend genau abschätzen, indem man setzt (vgl. mit Abb. 9): $\sigma_2 \approx \sigma_0$ und $\sigma_1 \approx \gamma \cdot h_m$, wenn h_m die Rutschkörperordinate für $\varphi = \frac{a''}{2}$ bedeutet. Genauer kann man wie folgt vorgehen, wobei man entweder k_{erf} für ein angenommenes μ oder μ_{erf} für ein angenommenes k ermittelt. Im ersteren Falle (Annahme von μ) ist folgendes zu beachten:

Der Einfluß der Gleitfestigkeit besteht — wie aus den vorhergehenden Darlegungen zu entnehmen ist — aus drei Kräften: der eigentlichen Gleitfestigkeitskraft K, der Kraft Q_K aus dreieckförmig verteilten Schrägspannungen σ und dem (negativ einzusetzenden) Eigengewicht G_K des Rutschkörperteiles, der sich hinter der h_K''-Lotrechten befindet und deshalb von der G-Wirkung wieder abzuziehen ist (vgl. Abb. 32a). — Bei gegebenem (bzw. angenommenem) h_K'' kann G_K ohne weiteres mit der Mittelkraft M der äußeren Kräfte zusammengesetzt werden (neue Mittelkraft $\bar{M}$). Von den Kräften K und Q_K können dagegen vorläufig nur Angriffspunkt und Richtung berechnet werden: Die Ermittlung der Lage von K ist eingangs dieses Abschnittes beschrieben (nur ist jetzt zu beachten, daß K nur bis zum h_K''-Punkt genommen werden darf); Angriffspunkt und Richtung von Q_K findet man mit Hilfe der Abb. 6 und 7 des 1. Abschnittes, indem man aus ihnen ε und v_R für dreieckförmige Verteilung ($a = a''$) entnimmt und an Hand der Abb. 5 den Winkel ε und die Strecke $a_T = v_R \cdot R$ anträgt sowie den r-Kreis [$r = (1 + v_R)\, R \sin \varrho$] aufzeichnet. Q_K geht dann durch den Punkt S_K und berührt den r-Kreis. Die Kräfte Q_K und K sind bei gleichbleibendem h_K'' der Gleitfestigkeit k verhältnisgleich (vgl. Gleichungen 9a, 21a, 20), so daß es zur Ermittlung der für das Krafteck benötigten Richtung der Mittelkraft $\bar{K}$ aus K und Q_K genügt, die Größe von K und Q_K für $k = 1{,}0$ (bzw. 10,0 oder 100,0) zu berechnen. Formel (9a) liefert für Q_K:

$$Q_{K_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_0 \cdot B}{1 + v_R},$$

wobei σ_0 nach Abb. 24 oder Gleichung (21a) für $k = 1{,}0$ zu ermitteln ist. Für K hat man nach Gleichung (20):

$$K_1 = 1{,}0 \cdot S'',$$

wenn S'' die Sehne für den wirksamen Teil des Gleitkreises (bis zum h_K''-Punkt) bedeutet. Die Kräfte Q_{K_1} und K_1 kann man im Krafteck und im Querschnittsbild der Böschung eintragen und erhält dadurch die Wirkungslinie der Kraft $\bar{K}$. Man braucht dann nur noch $\bar{K}$ mit der Mittelkraft $\bar{M}$ aus M und G_K zum Schnitt zu bringen, um einen Punkt S zu erhalten, durch den die letzte, noch unbekannte Kraft Q_0 gehen muß. Da Q_0 außerdem den r-Kreis berühren muß (wobei r jetzt mit dem v_R für parabelförmige Verteilung berechnet wird), so ist damit auch deren Richtung gefunden, so daß im Krafteck die Größe von $\bar{K}$ und Q_0 ermittelt werden kann. Für die bei

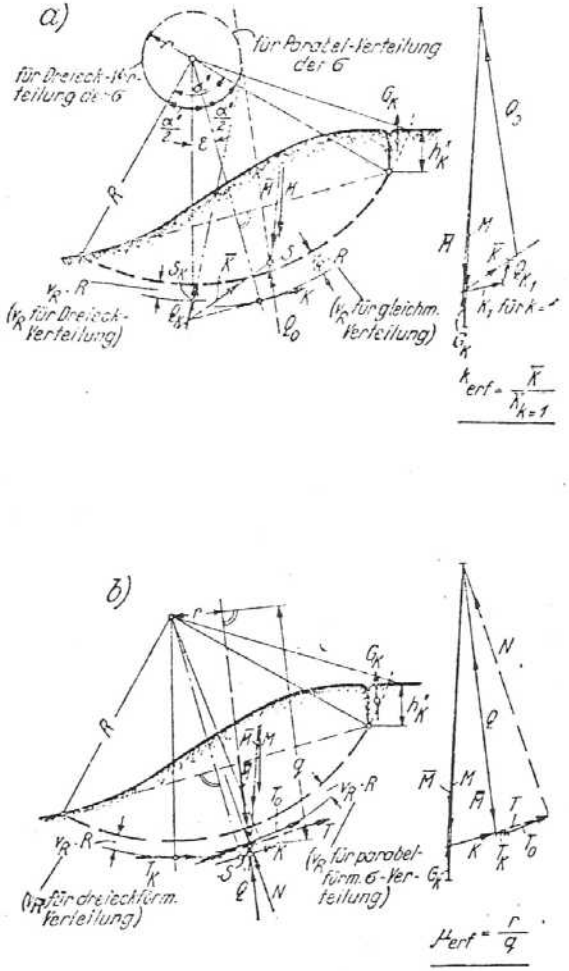


Abb. 32. Kräftevermittlung bei vorhandener Gleitfestigkeit.

a) μ ist gegeben und k_{erf} gesucht; b) k ist gegeben und μ_{erf} gesucht.

dem angenommenen Reibungswert μ gerade noch erforderliche Gleitfestigkeit hat man damit:

$$k_{erf} = \bar{K} : \bar{K}_1$$

$$(\bar{K}_1 = \text{Mittelkraft aus } K_1 \text{ und } Q_{K1}).$$

Vorteilhafter wird meistens der umgekehrte Rechnungsgang sein, indem μ_{erf} für ein angenommenes k ermittelt wird. h_K'' läßt sich nämlich bei bekanntem k sicherer im voraus finden, weil h_K'' nach Gleichung (23b) mit $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ viel weniger veränderlich ist als mit k. Der weitere Rechnungsgang kann in verschiedener Weise durchgeführt werden: am einfachsten wird man wohl wie folgt vorgehen (vgl. Abb. 32b): Nachdem h_K'' — wie oben dargelegt — vorläufig ermittelt ist, setzt man zunächst K und G_K mit M zur Mittelkraft $\bar{\bar{M}}$ zusammen. $\bar{\bar{M}}$ muß dann mit der Gleitflächenkraft Q bzw. deren Teilkräften N und T im Gleichgewicht sein. Die Schubkraft T aus der Reibung längs der Gleitfläche besteht nach früheren Darlegungen aus der dreieckförmig verteilten Kraft T_K und der etwa parabelförmig verteilten Kraft T_0. Die Lage von T_K läßt sich nach dem 1. Abschnitt ohne weiteres ermitteln, indem ε oder $\operatorname{tg} \varepsilon$ aus Abb. 7 und v_R aus Abb. 6 für dreieckförmige Verteilung und $a = a''$ entnommen werden (vgl. im übrigen Abb. 5). Für die Lage von T_0 ist zunächst nur der Entfernungskreis im Abstand $a_T = v_R \cdot R$ (v_R für Parabelverteilung) vom Gleitkreis bekannt; der Winkel ε bzw. der Grad n der Parabel kann erst später mit Hilfe des Kraftecks gefunden werden. Für die erste Kräfteermittlung muß deshalb der Angriffspunkt S der Mittelkraft T aus T_K und T_0 mit einem v_R-Wert bestimmt werden, der einer Verteilung der σ-Spannungen nach Abb. 9 entspricht, wobei Φ je nach der Größe der Gleitfestigkeit k von 0 bis etwa 0,5 anzunehmen sein wird ($\Phi \approx \sigma_0 : \gamma h_m$; vgl. vorstehend). Durch den Angriffspunkt von T ist die Richtung von N und T bekannt, so daß deren Größe im Krafteck gefunden werden kann; außerdem findet man einen schon recht genauen Wert für μ_{erf}. Mit Hilfe der so erhaltenen Größen kann man dann die letzte Verbesserung bzw. Nachprüfung der Berechnung vornehmen. Man berechnet T_K analog der Gleichung (9a) zu:

$$T_K = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_0 \cdot B}{1 + v_R}$$

$$(\tau_0 = \sigma_0 \cdot \sin \varrho \text{ nach Abb. 24})$$

und findet durch Antragen von T_K im Anfangspunkt von T (s. Krafteck) die Richtung von T_0. Dadurch ist auch die Lage

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

von T_0 — als Berührende an den $R\,(1 + v_R)$-Kreis — gegeben. T muß nun durch den Schnittpunkt von T_K und T_0 gehen, wodurch nachgeprüft werden kann, ob das v_R für den ersten Schritt der Berechnung richtig angenommen war. Bei einiger Übung wird dies fast immer der Fall sein; wenn nicht, erfordert die genauere Ermittlung von T und N bzw. μ_{erf} nur wenig Zeit. Schließlich muß auch noch die Annahme von h_K'' nachgeprüft werden, was am besten schon nach dem ersten Schritt der Berechnung geschieht.

Die gezeigten Berechnungsverfahren für die Berücksichtigung der Gleitfestigkeit mögen etwas umständlich erscheinen (obgleich sie einfacher sind, als die umständliche Beschreibung vermuten läßt). Es ist jedoch zu bedenken, daß die Ungenauigkeit der bisher bekannten Verfahren, die die Nichtaufnahme der Zugspannungen meistens nicht berücksichtigen und deshalb zu günstig sind, vermieden ist. — Für praktische Fälle genügt es meistens, k_{erf} für $\mu = o$ zu ermitteln, worauf im nächsten Abschnitt näher eingegangen ist. Dadurch ergibt sich eine erhebliche Vereinfachung der Berechnung.

4. Die Sicherheit gegen Rutschgefahr

Für Erde, deren Gleitwiderstand verhältnisgleich mit der Belastung anwächst, hat man in dem Verhältnis des vorhandenen (durch Versuche ermittelten) und des erforderlichen (durch die statische Berechnung gefundenen) Reibungsbeiwertes (Abb.33a) einen einwandfreien Maßstab für die Sicherheit η gegen die Gefahr des Abgleitens längs der ungünstigsten Gleitfläche:

$$\eta = \frac{\mu_{vorh}}{\mu_{erf}}. \tag{24}$$

Es ist noch vielfach üblich, die Sicherheit durch

$$\eta_E = \frac{E_{p_{vorh}}}{E_{a_{vorh}}}$$

anzugeben, wobei $E_{p_{vorh}}$ und $E_{a_{vorh}}$ den wirklich vorhandenen Erdwiderstand und Erddruck bedeuten. Für kurvenförmige Gleitflächen legt man z. B. unter der Neigung μ_{vorh} eine Berührende an die Gleitkurve und berechnet E_p und E_a für die Lotrechte durch den Berührungspunkt B (Abb. 33b), und zwar deshalb, weil die Schrägspannungen σ (längs der Gleitfläche) oberhalb von B zur Vergrößerung von E_a und unterhalb von B zur Vergrößerung von E_p beitragen, die Lotrechte durch B also die aktiven (schiebenden) und passiven (widerstehenden) Teile des Rutschkörpers voneinander trennt[25]).

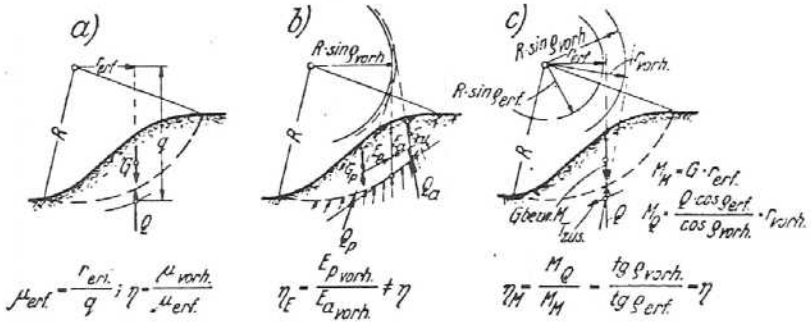


Abb. 33. Verschiedene Ansätze für die Sicherheitszahl η.

Es besteht leider zwischen η und η_E keine eindeutige Abhängigkeit in der Weise, daß einem bestimmten η-Wert immer derselbe η_E-Wert zugeordnet ist; man kann daher mit η_E keine eindeutige Vorstellung der vorhandenen Sicherheit verbinden. Denn daß die Verwendung von η einwandfrei ist, erkennt man sofort, wenn man die angegebenen μ-Werte noch mit dem mittleren Wert v_m des Normaldruckes v längs der Gleitfläche vervielfacht. Man hat dann:

$$\eta = \frac{\mu_{vorh} \cdot v_m}{\mu_{erf} \cdot v_m} = \frac{\tau_{m_{vorh}}}{\tau_{m_{erf}}}. \tag{24a}$$

Durch η wird also die im Bruchfalle vorhandene mittlere Schubspannung $\tau_{m_{vorh}}$ der für Gleichgewicht gerade erforderlichen mittleren Schubspannung $\tau_{m_{erf}}$ gegenübergestellt, was der auch sonst im Bauwesen üblichen Sicherheitsangabe entspricht (z. B. $\eta = \sigma_{Bruch} : \sigma_{zul.}$). Man sollte deshalb die Rutsch-

[25]) Vgl. W. Fellenius in Tekn. Tidskrift (Stockholm) 1919, V. o. V. Heft 1. M. Möller, Erddrucktabellen, Lieferung 2, Leipzig 1922, S. 59. In einer früheren Arbeit (Schweiz. Bauzeitg. 1937, S. 299) habe ich irrtümlicherweise angegeben, daß schon Fellenius den Sicherheitsgrad η eingeführt hätte.

sicherheit möglichst selten durch η_E angeben. Ganz wird man η_E allerdings nicht entbehren können, weil bei manchen Berechnungen die Einführung von η_E bequemer ist als die von η.

Terzaghi u. a. berechnen die Sicherheitszahl gegen Gleiten aus dem Verhältnis der dem Gleiten widerstehenden Momente M_Q (volle Widerstandskräfte längs der Gleitfläche) und der das Gleiten fördernden Momente M_M der äußeren Kräfte G, P, W usw.:

$$\eta_M = \frac{M_Q}{M_M}.$$

Bei der Ermittlung von M_Q wird hierbei angenommen, daß die Normalspannungen ν unverändert bestehen bleiben (gleichbleibendes N); nur die Schubspannungen τ (und damit auch die Kraft T) sind gegenüber dem Gleichgewichtszustand entsprechend den im Bruchfalle vorhandenen Werten größer angesetzt. Damit ist (vgl. auch Abb. 33c):

$$Q_{\text{vorh}} = \frac{N}{\cos \varrho_{\text{vorh}}} = \frac{Q_{\text{erf}} \cdot \cos \varrho_{\text{erf}}}{\cos \varrho_{\text{vorh}}}$$

und weiter:

$$\eta_M = \frac{M_Q}{M_M} = \frac{Q_{\text{vorh}} \cdot r_{\text{vorh}}}{Q_{\text{erf}} \cdot r_{\text{erf}}} = \frac{Q_{\text{erf}} \cdot \cos \varrho_{\text{erf}}}{Q_{\text{erf}} \cdot \cos \varrho_{\text{vorh}}} \cdot \frac{R \sin \varrho_{\text{vorh}} (1 + v_R)}{R \sin \varrho_{\text{erf}} (1 + v_R)}$$

$$= \frac{\cos \varrho_{\text{erf}} \cdot \sin \varrho_{\text{vorh}}}{\cos \varrho_{\text{vorh}} \cdot \sin \varrho_{\text{erf}}} = \frac{\operatorname{tg} \varrho_{\text{vorh}}}{\operatorname{tg} \varrho_{\text{erf}}} = \frac{\mu_{\text{vorh}}}{\mu_{\text{erf}}} = \eta,$$

d. h. durch das Verhältnis der widerstehenden zu den vorhandenen Momenten erhält man dieselbe Sicherheitszahl η wie aus dem Verhältnis der Reibungsbeiwerte μ.

Bei vorhandener Festigkeit k wird man die Sicherheit analog der Formel (24a) durch

$$\eta = \frac{\tau_{m_{\text{vorh}}}}{\tau_{m_{\text{erf}}}} = \frac{k_{\text{vorh}} + \mu_{\text{vorh}} \cdot \nu_m}{k_{\text{erf}} + \mu_{\text{erf}} \cdot \nu_m} \tag{25}$$

angeben. Der Mittelwert ν_m für die ν-Spannungen längs der Gleitfläche wird am einfachsten dadurch erhalten, daß μ_{erf} für einige angenommene k-Werte berechnet wird (oder auch umgekehrt) und die erhaltenen τ_{erf}-Linien dann in einem Schaubild aufgetragen werden (Abb. 34). Diese τ_{erf}-Linien schneiden sich annähernd alle in einem Punkte (was auch geometrisch unschwer einzusehen ist), der damit dem wirklichen $\tau_{m_{\text{erf}}}$ bzw. ν_m entspricht. Wird in das Schaubild noch der vorhandene

Gleitwiderstand: $\tau = k_{\text{vorh}} + \mu_{\text{vorh}} \cdot \nu$ eingetragen, so lassen sich für ν_m die beiden Werte τ_{vorh} und τ_{erf} abgreifen; ihr Verhältnis liefert die Sicherheitszahl η.

Die Tatsache, daß sich die τ_{erf}-Linien hinreichend genau in einem Punkte schneiden, läßt sich ausnutzen, um die Berechnung zu vereinfachen. Es genügt nämlich, μ_{erf} für $k = o$ $(= \mu_o)$ und k_{erf} für $\mu = o$ $(= k_o)$ zu ermitteln. Zunächst gilt dann:

$$k_o = \mu_o \cdot \nu_m \quad \text{oder} \quad \nu_m = \frac{k_o}{\mu_o}$$

und weiter für die Sicherheitszahl:

$$\eta = \frac{k_{\text{vorh}} + \mu_{\text{vorh}} \cdot \frac{k_o}{\mu_o}}{k_o} = \frac{k_{\text{vorh}}}{k_o} + \frac{\mu_{\text{vorh}}}{\mu_o}. \tag{26}$$

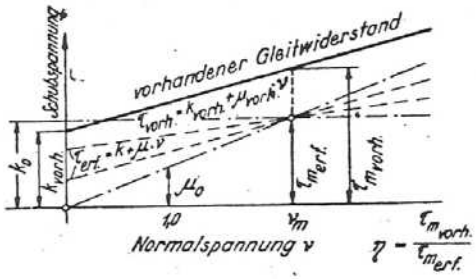


Abb. 34. Sicherheitszahl η bei vorhandener Festigkeit.

Der Einfluß der Gleitfestigkeit k auf die Sicherheit ist hiernach in einfacher Weise zu ermitteln: neben der fast immer notwendigen oder doch erwünschten Ermittlung von μ_o $(= \mu_{\text{erf}}$ für $k = o)$ hat man die Berechnung nur noch einmal für $\mu = o$ durchzuführen, um k_o zu finden. Diese zweite Berechnung ist dadurch besonders einfach, daß Q durch den Kreismittelpunkt geht, so daß die im vorigen Abschnitt gezeigte Ermittlung von v_R bzw. die Einführung von Q_K bzw. T_K sich erübrigt. Es ist nur noch darauf zu achten, daß die Kraft K richtig angesetzt wird (nämlich höchstens bis zum h_K''-Punkt reichend) und der Gleitkörper nach oben hin durch die h_K''-Lotrechte (s. Abb. 27b und 32) begrenzt wird[26]).

[26]) Wer noch sicherer rechnen will, kann auch h_K' an Stelle von h_K'' nehmen (Abb. 27c).

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

An anderer Stelle habe ich darauf hingewiesen, daß man bei Berücksichtigung der Festigkeit eine größere Sicherheit fordern sollte[27]), weil sowohl Gleitwiderstands-Untersuchungen im Versuchsraum im Verein mit gewissen Formänderungsbetrachtungen (s. nachstehend) als auch Nachrechnungen von eingetretenen Rutschungen zeigen, daß die theoretisch für alle Punkte der Gleitfläche vorausgesetzte gleichmäßige und volle Wirkung des Rutschwiderstandes für die Gleitfestigkeit k viel weniger vorhanden ist als für den Reibungsbeiwert μ. Daß k gegenüber äußeren Einflüssen (z. B. Wasseraufnahme) empfindlicher ist als μ, ist ja ohnehin bekannt. — Es seien:

$$\eta_\mu = \frac{\mu_{\text{vorh}}}{\mu_{\text{erf}}} \quad \text{und} \quad \eta_K = \frac{k_{\text{vorh}}}{k_{\text{erf}}}$$

die einzelnen Sicherheitszahlen gegenüber Reibung und Gleitfestigkeit. Wird nun η_K gleich dem ψ-fachen von η_μ gesetzt (z. B. $\psi = 1{,}5$), so liefert Gleichung (25) mit $\nu_m = k_o : \mu_o$ nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\frac{\eta}{\eta_\mu} = 1 + \frac{\psi - 1}{1 + \psi \cdot \frac{k_o}{k_{\text{vorh}}} \cdot \frac{\mu_{\text{vorh}}}{\mu_o}}. \tag{27}$$

Nach dieser Gleichung kann die einem η_μ-Wert gleichwertige Sicherheitszahl η für Gleichung (26) berechnet werden, wenn gegen die Überwindung der Gleitfestigkeit eine größere Sicherheit gefordert wird als gegen die Überwindung der Reibung und das Verhältnis der Sicherheitszahlen: $\psi = \eta_K : \eta_\mu$ bekannt oder vorgeschrieben ist. — In einigen Fällen (z. B. bei weichen, knetbaren Erdschichten ohne größere Vorlast) scheint die Annahme $\eta_K = \eta_\mu{}^n$ (n z. B. rd. 2,5) besser zu sein als $\eta_K = \psi \cdot \eta_\mu$. Man hat dann an Stelle der Gleichung (27):

$$\eta = \frac{1 + \frac{k_0}{k_{\text{vorh}}} \cdot \frac{\mu_{\text{vorh}}}{\mu_0}}{\frac{1}{\eta_K} + \frac{1}{\eta_\mu} \cdot \frac{k_0}{k_{\text{vorh}}} \cdot \frac{\mu_{\text{vorh}}}{\mu_0}}. \tag{27a}$$

Den Berechnungen der Rutschsicherheit liegt die Annahme zugrunde, daß im Augenblick des Gleitens längs der ganzen Gleitfläche der volle Bruchwert des Gleitwiderstandes vorhanden ist. Diese Annahme ist in Wirklichkeit nur selten genau genug erfüllt, worauf bei der Festsetzung der zu fordernden

[27]) Schweiz. Bauzeitung 109 (1937), S. 299.

Sicherheitszahl η besonders Rücksicht zu nehmen ist. Die Ursache des Nichtzutreffens der Annahme der vollen Wirkung des Gleitwiderstandes ist das Absinken des Gleitwiderstandes nach größerem Gleitweg, was durch Versuche eindeutig nachgewiesen wurde[28]). Besonders stark ist die Herabminderung des Gleitwiderstandes bei festen Tonen, überhaupt bei Erdarten mit größerer Festigkeit, weshalb bei solchen Erdstoffen, wie schon erwähnt, eine größere Sicherheit zu fordern ist. — Die Verringerung des Gleitwiderstandes wäre für die Sicherheit gegen Rutschgefahr von weit geringerer Bedeutung, wenn das Gleiten in allen Elementen der Rutschfläche gleichzeitig einsetzen würde. Das ist aber nicht der Fall, weil dem Gleiten Formänderungen vorangehen, deren Auswirkung auf die einzelnen Bereiche der Gleitfläche ganz verschieden ist. Im vorigen Abschnitt wurde schon erwähnt, daß bei vorhandener Rutschneigung im oberen Teil der Böschung seitlich eine Entlastung auftritt, die bekanntlich nur geringe Ausdehnungen der Erde zur Folge hat, so daß dort der Bruch sehr bald erfolgt, während im unteren Teil der Böschung eine größere Zusammendrückung notwendig ist, bevor der Erdwiderstand erreicht wird und Gleiten eintritt. Bei einer Böschung mit einheitlichem Erdstoff wird demnach die Gleitflächenausbildung von oben nach unten fortschreiten. Terzaghi, der auf diese Erscheinung zuerst aufmerksam machte, spricht deshalb vom progressiven (fortschreitenden) Bruch. — Der Größtwert des Gleitwiderstandes wird im oberen Teil der Gleitfläche bereits überwunden sein, wenn er im mittleren Teil erst gerade vorhanden ist und im unteren Teil noch nicht erreicht ist. Die Ausnutzung des Größtwertes des Gleitwiderstandes ist deshalb nur längs einer gewissen Strecke der Gleitlinie möglich. Wie stark sich die hierdurch eintretende Minderung der gesamten Widerstandskraft $T + K$ anteilmäßig auswirkt, läßt sich vorläufig rechnerisch nicht überschlagen. Soweit nicht eingetretene Rutschungen etwas Genaueres erbringen, ist man vorerst auf Schätzung angewiesen und hat die Sicherheitszahl entsprechend vorsichtig zu wählen.

Im übrigen wird das noch zuzulassende η auch von der Wichtigkeit des Bauwerkes bestimmt und der Gefahr für Menschenleben und Sachwerte im Falle eines Bruches. Beispielsweise braucht die Sicherheit für einen Flußdeich, bei dem

[28]) Vgl. z. B. H. Petermann in Bauing. 1933, S. 531, und B. Tiedemann in Bautechnik 1937, S. 30, und 33 oder auch M. J. Hvorslev: Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. Kopenhagen 1937.

sowieso mit der Möglichkeit einer gelegentlichen Überflutung (und evtl. Zerstörung) gerechnet wird, lange nicht so hoch zu sein wie die Sicherheit eines größeren Staudammes, bei dessen Bruch evtl. ganze Ortschaften in Gefahr kommen. In den weniger wichtigen Fällen (z. B. niedrige Dämme), bei denen man eine gelegentliche Rutschung in Kauf nehmen kann, braucht die Sicherheitszahl η nur wenig größer als 1,0 zu sein. Denn wenn eine Rutschung keine große Gefahr bildet, ist es oft unwirtschaftlich, sie unter allen Umständen vermeiden zu wollen. Z. B. kann es im Falle einer längeren Kanal-Einschnittsstrecke wegen der Einsparung an Grunderwerb wirtschaftlicher sein, eine steilere Böschung mit nur geringer Rutschsicherheit anzulegen und dann evtl. auftretende Rutschungen in Kauf zu nehmen, als die Böschung von vornherein so flach zu machen, daß mit Sicherheit keine Rutschung eintritt[29]). Hat man aber Staudämme und andere wichtige Bauten vor sich, so muß die Sicherheitszahl η so groß gewählt werden, daß ein Bruch nach menschlichem Ermessen unter allen Umständen vermieden wird. Für größere Bauten dieser Art genügt bei überwiegendem Einfluß der Reibung im Durchschnitt $\eta = 1{,}3$ (bis 1,4), sofern der Baugrund oder der verwendete Erdstoff gewissenhaft untersucht wurde (insbesondere: einwandfreie Feststellung des mittleren Gleitwiderstandes) und eine gute Bauausführung gewährleistet ist. Ist der Einfluß der Festigkeit schon ebenso groß wie der der Reibung, so wird man η besser 1,5 bis 1,6 wählen. In außergewöhnlichen, unsicheren Fällen und in wichtigen Fällen mit überwiegendem Festigkeitseinfluß wird man u. U. bis 1,8 oder sogar 2,0 gehen müssen.

Im allgemeinen ist man es in der Technik ja sonst gewohnt, mit größeren Sicherheitszahlen als den hier angegebenen zu rechnen. Der Grund dafür liegt in der geringeren Unsicherheit der im Erdbau vorliegenden Kraftwirkungen; auch können die Eigenschaften der Erdstoffe (z. B. die innere Reibung) vielfach sicherer garantiert werden als sonst im Bauwesen. Denken wir z. B. an den Eisenbau, so ist bekanntlich die Streckgrenze des Baustahles großen Schwankungen unterworfen, die 30 bis 40% erreichen können. Andererseits können viele der wirkenden Kräfte, wie Nutzlasten, Winddruck usw., nur roh angenommen werden, so daß eine größere Überschreitung der rechnerisch angesetzten Kräfte gelegentlich möglich ist. Im Stahlbeton- und Holzbau ist es nicht günstiger. Unter solchen Verhältnissen ist eine Sicherheitszahl von 2,0 und mehr durchaus erforderlich. Anders dagegen im Erdbau, wo die wirksamen Kräfte (Eigengewicht, Wasserdruck usw.) kaum von äußeren Einwirkungen abhängig sind und die vorhandenen Widerstände (Reibung und Festigkeit) ziemlich sicher anzugeben sind, falls Versuche durchgeführt werden. Eine Ausnahme machen nur jene Gründungskörper, bei denen Nutzlasten (z. B. bei Speichern) oder Verkehrslasten (z. B. bei Brücken) eine größere Rolle spielen. In solchen Fällen muß man auch im Grundbau mit größeren Sicherheitszahlen rechnen ($\eta \lessapprox 2$). Im allgemeinen aber verbieten sich im Erdbau größere Sicherheitszahlen von selbst, weil dadurch unwirtschaftliche Bauten zustande kämen. Die Erfahrung zeigt auch, daß die geringeren Sicherheitszahlen des Erdbaues durchaus den größeren η-Werten des Eisen- oder Betonbaues gleichwertig sind. Die Zahl η kann eben nicht als absoluter Maßstab der Sicherheit gewertet werden, sondern ist im Grunde genommen nur ein Hilfsmittel, um die im jeweils vorliegenden Sonderfall erfahrungsgemäß vorhandenen Unsicherheiten der Kräfte und Stoffeigenschaften in angemessener Weise zu berücksichtigen.

[29]) Daß bei der Böschungsausbildung nicht allein statische und wirtschaftliche Gesichtspunkte maßgebend sind, sondern auch eine harmonische Landschaftsgestaltung, darf wohl als bekannt vorausgesetzt werden. Es handelt sich hier aber nur um die Erörterung der unteren Grenzwerte für die Sicherheitszahl η.

5. Der zeitliche Verlauf einer Rutschbewegung auf kreisförmiger Gleitfläche

Das Absinken des Widerstandes in der Gleitfläche nach einer gewissen Verschiebung (Abb. 35) wird durch die Rutschungen selbst anschaulich vorgeführt. Wäre nämlich ein solches Absinken nicht vorhanden, so müßte eine Rutschung — kaum begonnen — schon sehr bald wieder zum Stillstand kommen. Bekanntlich tritt aber in den meisten Fällen ein ganz beträchtliches Abrutschen ein, was nur dadurch zu erklären ist, daß infolge der Verringerung des Gleitwiderstandes plötzlich eine Kraft zur Verhinderung des Gleitens fehlt. Als Folge dieser fehlenden Gegenwirkung kommt der Rutschkörper in immer schnellere Bewegung, bis sich schließlich das (das Rutschen

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

fördernde) Eigengewichtsmoment infolge der Drehung des Gleitkörpers so weit verringert hat, daß die herabgeminderten Gleitwiderstandskräfte zum Abbremsen der Bewegung ausreichen. Infolge der durch die Bewegung wachgerufenen Wucht des Rutschkörpers kommt dieser nicht schon in einer Stellung zur Ruhe, in der die noch vorhandenen Gleitwiderstandskräfte im Ruhezustande zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts ausreichen würden, sondern erst in einer viel flacheren Lage. Hierauf hat K. Petterson (Schweden) schon hingewiesen[30]).

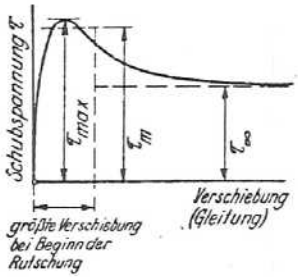


Abb. 35.

Nachstehend wird die Bewegung des Rutschkörpers rechnerisch verfolgt, um aus dem Profil nach der Rutschung die noch verbliebenen Widerstandskräfte der Gleitfläche berechnen zu können. Wie die Versuche gezeigt haben, tritt die Herabminderung des Gleitwiderstandes vom Höchstwert τ_{max} auf den Endwert τ_∞ (Abb. 35) schon nach einer Verschiebung von wenigen Zentimetern in nahezu voller Größe ein. Man kann deshalb von der Annahme ausgehen, daß nach Überwindung des infolge des Formänderungseinflusses nur ausnutzbaren mittleren Höchstwertes τ_m ($\tau_m < \tau_{max}$) plötzlich nur noch der geringere Widerstand τ_∞ vorhanden ist, daß also die Rutschbewegung sofort mit voller Beschleunigung einsetzt.

Die Bewegung des Gleitkörpers ist durch die kreisförmige Gleitbahn zwangsläufig gegeben. Ein jedes Teilchen vom Gewicht dG und der Masse

$$dm = \frac{dG}{g} \quad \text{mit} \quad g = 9{,}81 \text{ m/sek}^2$$

[30]) Vgl. Anwendungsbeispiel im Teil 6.

besitzt dabei die Trägheitskräfte[31]): $dT' = dm \cdot \frac{dv}{dt}$ entgegengesetzt der Bewegungsrichtung und $dN' = dm \cdot \frac{v^2}{r'}$ lotrecht zur Bewegungsrichtung, vom Gleitkreismittelpunkt aus fortstrebend.

Hierin ist v die Geschwindigkeit eines Teilchens zur Zeit t nach Rutschbeginn und r' sein Abstand vom Kreismittelpunkt (Abb. 36a). Ist $\bar{v}$ die Rutschgeschwindigkeit in der Gleitfläche, so gilt:

$$v = \frac{r'}{R} \cdot \bar{v}$$

Setzt man diesen Wert in die vorstehenden Gleichungen für die Trägheitskräfte ein, so erhält man mit $dG = \gamma \cdot dF \cdot 1{,}0$ (dF = Flächenelement des Rutschkörpers, γ = Raumgewicht, ohne Auftrieb):

$$\left.\begin{aligned} dT' &= \frac{\gamma}{gR} \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} \cdot dF \cdot r' = C_T \cdot dF \cdot r' \\ dN' &= \frac{\gamma}{gR^2} \cdot \bar{v}^2 \cdot dF \cdot r' = C_N \cdot dF \cdot r' \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

Die Werte C_T und C_N sind für einen gegebenen Fall nur mit $\bar{v}$ veränderlich; sie sind insbesondere von der Form und der Größe des Querschnittes unabhängig, so daß sie bei der Bildung der Mittelkräfte T' und N' aller dT' und dN' für den ganzen Rutschkörper-Querschnitt nur die Rolle von Festwerten spielen.

Die Trägheitsmittelkraft T' wird am einfachsten ermittelt, indem man nach Abb. 36a den Rutschkörper-Querschnitt in gleich breite kreisringförmige Streifen einteilt, deren einzelne Mittelkräfte $\triangle T'$ berechnet und dann durch Zusammensetzung der $\triangle T'$ die gesamte Kraft T' ermittelt (Abb. 36c). Für jeden einzelnen Streifen von der Breite $\triangle r'$ findet man genau wie bei der Ermittlung der Gleitfestigkeitsmittelkraft K, daß $\triangle T'$ die Richtung der Sehne s hat, wenn s die Länge der Verbindungslinie der Endpunkte der Streifenmittellinie ist.

Für die Größe von $\triangle T'$ hat man:

$$\left.\begin{aligned} \triangle T' &= C_T \cdot s \cdot \triangle r' \cdot r' = C_T \cdot \triangle \mathfrak{M} \\ \text{mit } \triangle \mathfrak{M} &= (s \cdot \triangle r') \cdot r' \end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

Der Angriffspunkt von T' ist durch die Entfernung r_T' vom

[31]) Vgl. „Hütte" oder „Taschenbuch für Bauingenieure".

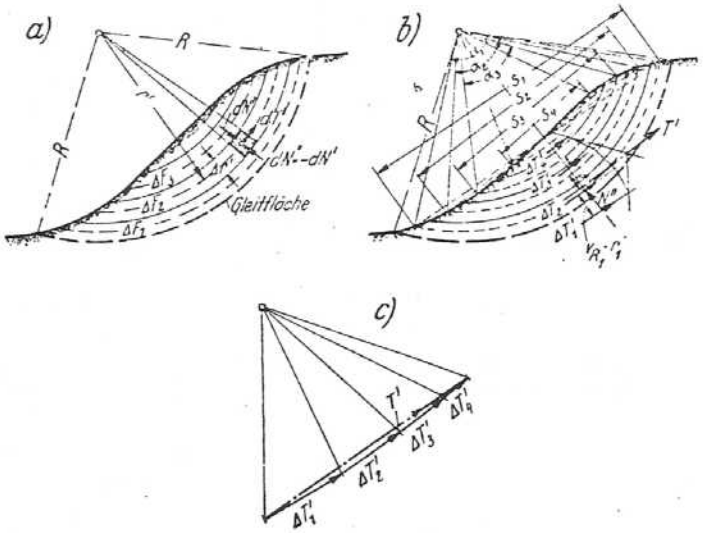


Abb. 36. Die Trägheitskräfte bei der Rutschbewegung.

Mittelpunkt der Gleitfläche gegeben. Man findet r_T' aus der Momentengleichung

$$T' \cdot r_T' = C_T \cdot \Sigma \triangle F \cdot r'^2 \text{ oder } \frac{T'}{C_T} \cdot r_T' = \mathfrak{M} \cdot r_T' = \Sigma \triangle F \cdot r'^2$$

mit $\triangle F = \triangle r' \cdot b'$ (b' = mittlere Bogenlänge des Streifens) zu

$$r_T' = \frac{J_p}{\mathfrak{M}} \tag{30}$$

wenn $$J_p = \Sigma \triangle F \cdot r'^2$$

das polare Trägheitsmoment des Rutschkörperquerschnitts für den Kreismittelpunkt und $\mathfrak{M}$ die Mittelkraft aller $\triangle \mathfrak{M}$ bedeuten. — Man kann den Angriffspunkt von T' aber auch mit Hilfe eines Seilecks aus den $\triangle T'$-Kräften finden. Dabei wird der Angriffspunkt jeder Einzelkraft $\triangle T'$ (oder $\triangle \mathfrak{M}$) ebenso wie bei K mit Hilfe der v_R-Werte für gleichmäßige Spannungsverteilung ermittelt, wobei für a der jeweilige Wert für die Streifenmittellinie zu nehmen ist (Abb. 36b).

Die Einzelkräfte $\triangle N'$ für jeden ringförmigen Streifen des Rutschkörperquerschnittes können in der gleichen Weise gefunden werden wie die einzelnen $\triangle T'$-Kräfte, nur daß $\triangle N'$ lotrecht zu $\triangle T'$ wirkt und in der Mitte der Sehne s angreift. Es ist

$$\triangle N' = C_N \cdot s \cdot \triangle r' \cdot r'.$$

Da die $\triangle N'$ nach Gleichung (28) für einen gegebenen Zeitpunkt t den $\triangle T'$ verhältnisgleich sind und lotrecht zu den $\triangle T'$ wirken, so muß auch N' lotrecht zu T' wirken; außerdem muß N' durch den Kreismittelpunkt gehen, weil alle dN' und damit auch alle $\triangle N'$ vom Mittelpunkt aus wirken. Hat man also die Lage von T' gefunden, so erhält man die Wirkungslinie von N' einfach durch das vom Mittelpunkt aus gefällte Lot auf die T'-Richtung.

Obgleich nun die einzelnen $\triangle T'$-Kräfte für jeden Zeitpunkt t verhältnisgleich den einzelnen $\triangle N'$-Kräften sind, so ist doch der Verhältniswert $N' : T' = C_N : C_T$ selbst nicht gleichbleibend, sondern mit t oder $\bar{v}$ veränderlich. T' hat seinen größten Wert bei beginnender Bewegung, weil dann die Beschleunigung $\frac{d\bar{v}}{dt}$ den größten Wert besitzt, während die Kraft N' beim Rutschungsbeginn Null ist und ihren größten Wert dann erreicht, wenn die Rutschgeschwindigkeit $\bar{v}$ am größten ist (für $T' = 0$).

Wird bindige Erde für kurze Zeit mit der veränderlichen Trägheitskraft N' belastet, so tritt dadurch keine Erhöhung der Reibung in der Gleitfläche ein, weil die plötzliche Spannungssteigerung vom Porenwasser aufgenommen wird (s. den folgenden Abschnitt 6). Auch für wassergesättigte sandige Erde gilt Ähnliches, sofern sich diese bei der Gleitung noch etwas verdichtet. Gerät locker gelagerter, wassergesättigter Sand ins Rutschen, so geht sogar vielfach die Reibung fast ganz verloren, wie einige Bauunfälle zur Genüge gezeigt haben[32]). Der lockere Sand erleidet durch die Formänderungen bei der Rutschung gewissermaßen ein Zusammenstürzen seines Korngerüstes und bildet dann zusammen mit dem Porenwasser einen Brei, der mit großer Beschleunigung ausfließt. — Von diesem Sonderfall des Sandausfließens wird hier jedoch abgesehen. Normalerweise hat man es bei Rutschungen mit bindiger Erde zu tun, für die die im folgenden gemachte Annahme berechtigt ist, daß unter der Wirkung der Kraft N' wohl eine Reaktion N'', aber keine Erhöhung des Widerstandes in der Gleitfläche eintritt.

[32]) Siehe z. B. J. Ehrenberg: Das Ausfließen einer Sandkippe in einer Braunkohlengrube. Bautechnik 11 (1933), S. 254.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

In jedem Zeitpunkt der Rutschbewegung ersetzt die Trägheitskraft T' den in der Gleitfläche infolge der Gleitwiderstandsherabminderung für Gleichgewicht fehlenden Teil der Widerstandskraft T. Bei bekannter Lage der Kraft T' kann deshalb ihre Größe mit Hilfe des Krafteeks nach Abb. 37 wie folgt gefunden werden: Das nach der Überwindung des Gleitwiderstandes T_m (T_0 in Abb. 37) noch verbliebene T_∞ wird mit der Mittelkraft M der äußeren Kräfte und der Bewegungskraft N' (deren Ermittlung siehe weiter unten) zusammengesetzt und die Wirkungslinie der so erhaltenen neuen Mittelkraft (in Abb. 37 strichpunktiert) mit der Kraftlinie für T' zum Schnitt gebracht. Durch diesen Schnittpunkt muß dann die neue Normalkraft N der Gleitfläche gehen. Die Größe von T' erhält man durch Zerlegung der Mittelkraft aus M, T_∞ und N' in die Richtungen von T' und N.

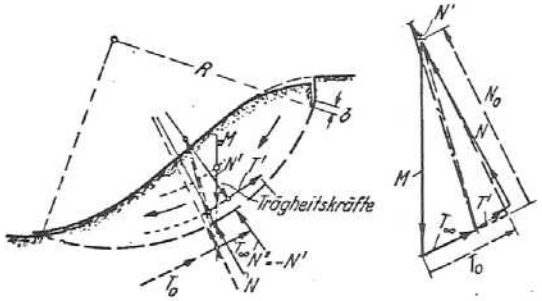


Abb. 37. Das Kräftegleichgewicht während der Bewegung.

In dieser Weise läßt sich für jede beliebige Stellung des Gleitkörpers während des Bewegungsablaufes die erforderliche Trägheitskraft T' ermitteln. Die Angriffspunkte von G und T' wandern dabei auf Kreisen um den Mittelpunkt der Gleitfläche. Die Widerstandskraft T_∞ in der Gleitfläche verringert sich um den bei fortschreitender Bewegung oben ausfallenden Teil $\triangle T_\infty$ der Schubspannungen (in Abb. 38 eng geschrafft). Auch etwa vorhandene Festigkeit K_∞ verringert sich infolge der verkürzten Gleitsehne. Der Angriffspunkt von T_∞ (einschl. K_∞) verändert sich damit während der Bewegung ebenfalls etwas und muß für jede Stellung des Rutschkörpers neu ermittelt werden. — Trägt man die nach vorstehendem gefundenen T'-Werte über dem Gleitweg $b = R \cdot \varphi$ auf, so erhält man die in Abb. 39c gezeigte, fast gerade Linie, mit deren Hilfe sich die gestellte Aufgabe nunmehr leicht lösen läßt.

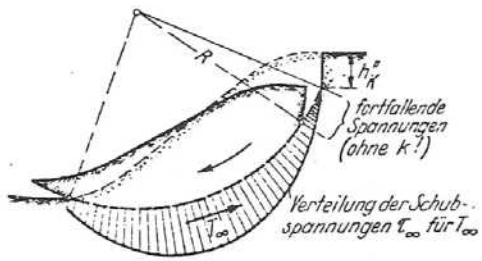


Abb. 38. Verringerung des Gleitwiderstandes T_∞ durch Verkürzung der Gleitfläche während der Bewegung.

Nach der bei der Lageermittlung von T' angeschriebenen Momentengleichung gilt:

$$T' = C_T \cdot \mathfrak{M}.$$

Für die Abkürzung C_T hat man nach der ersten der Gleichung (28):

$$C_T = \frac{\gamma}{gR} \cdot \left(\frac{d\bar{v}}{dt}\right).$$

Aus diesen beiden Ansätzen erhält man:

$$\left(\frac{d\bar{v}}{dt}\right) = \frac{gR}{\gamma \mathfrak{M}} \cdot T' = C \cdot T' \quad \text{mit} \quad C = \frac{gR}{\gamma \mathfrak{M}} \tag{31}$$

Der Wert C ist für ein und dieselbe Gleitfläche ein Festwert. Damit kann die T'-Kurve bei entsprechender Maßstabänderung auch als $\left(\frac{d\bar{v}}{dt}\right)$-Kurve angesehen werden. Nun gilt bekanntlich der Ansatz

$$v \cdot dv = \left(\frac{dv}{dt}\right) \cdot db,$$

mit $db = R \cdot d\varphi =$ Länge eines Gleitflächenteilchens, woraus für $\bar{v}$ nach Integration mit Rücksicht auf Gleichung (31) folgt:

$$\frac{1}{2} \cdot \bar{v}^2 = \int_0^b \left(\frac{d\bar{v}}{dt}\right) \cdot db = C \int_0^b T' \cdot db. \tag{32}$$

Hierdurch ist der Geschwindigkeitsverlauf während der Rutschbewegung gegeben.

Das Integral nach Gleichung (32) stellt die Fläche der T'-Kurve dar (vgl. Abb. 39c). Hieraus folgt, daß die Geschwindig-

keit $\bar{v}$ ihren Größtwert $\bar{v}_{max}$ für $T' = 0$ erreicht. — Die Rutschbewegung kommt nach der Zeit t_0 oder nach Zurücklegung des Gleitweges b_0 wieder zur Ruhe. Für t_0 oder b_0 muß gelten: $\bar{v} = o$, was nach den vorstehenden Ausführungen (Gl. 32) auf die durch Abb. 39c veranschauliche Bedingung $F_1 = F_2$ führt. Grenzt man also die T'-Kurve so durch eine Ordinate ab, daß die negative Fläche F_2 ebenso groß wird wie die positive Fläche F_1, so hat man damit den Gleitweg $b_0 = R \cdot \varphi_0$ gefunden, den der Rutschkörper im ganzen zurücklegt.

Für die größte Geschwindigkeit $\bar{v}_{max}$ gilt nach Gleichung (32):

$$\frac{1}{2}\,\bar{v}^2_{max} = C \int_o^{b \text{ für } T' = o} T' \cdot db = C \cdot F_1 \quad \text{oder} \quad \bar{v}_{max} = \sqrt{2\,CF_1}. \tag{32a}$$

Die Zeit t_0, die für den ganzen Bewegungsablauf der Rutschung erforderlich ist, findet man aus:

$$\bar{v} = \frac{db}{dt} \quad \text{oder} \quad dt = \frac{db}{\bar{v}}$$

durch Integration zu

$$t_0 = \int_o^{b_o} \frac{db}{\bar{v}}. \tag{33}$$

Man wird die Rutschzeit t_0 nur berechnen, um einen Begriff von der Größenordnung dieser Zeit zu haben; es genügt deshalb die folgende Näherungsberechnung: Unter der Annahme, daß die T'-Kurve geradlinig verläuft, ergibt sich für $\int T'\,db$ ein parabolischer Verlauf, so daß näherungsweise gilt:

$$\bar{v}^2 \approx 4\,\bar{v}^2_{max} \cdot \frac{b}{b_o}\left(1 - \frac{b}{b_o}\right) = 8\,CF_1 \cdot \frac{b}{b_o}\left(1 - \frac{b}{b_o}\right),$$

wenn für $\bar{v}_{max}$ der Wert nach Gleichung (32a) eingesetzt wird. Damit erhält man aus Gleichung (33):

$$t_0 = \int_o^{b_o} \frac{db}{\bar{v}} \approx \frac{b_o}{\sqrt{8\,CF_1}} \int_o^{b_o} \frac{db}{\sqrt{b\,(b_o - b)}}$$

und mit

$$\int_o^{b_o} \frac{db}{\sqrt{b\,(b_o - b)}} = \left[-\,arc\sin\left(1 - \frac{2b}{b_o}\right)\right]_o^{b_o} = \pi$$

schließlich:

$$t_o \approx \frac{\pi\,b_o}{2\sqrt{2\,CF_1}}. \tag{34}$$

Bei der Anwendung dieser Gleichung ist darauf zu achten, daß im Ausdruck für C nach Gleichung (31) das Raumgewicht nicht in t/m^3, sondern in t/m^2 einzusetzen ist, weil der Rutschkörper als Scheibe (Fläche) angesehen wurde.

Es bleibt jetzt noch übrig, zu zeigen, wie die Bewegungskraft N' gefunden wird, weil N' beim Ansatz des Kräftegleichgewichtes (Abb. 37) gebraucht wird. Aus der Gleichung (28) folgt:

$$\frac{N'}{T'} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\bar{v}^2}{\left(\frac{d\bar{v}}{dt}\right)}.$$

Setzt man für $\left(\frac{d\bar{v}}{dt}\right)$ und $\bar{v}^2$ die Werte der Gleichungen (31) und (32) ein, so erhält man:

$$\frac{N'}{T'} = \frac{1}{R} \cdot \frac{2\,C\int_o^{b} T'db}{CT'} = \frac{1}{R} \cdot \frac{2}{T'}\int_o^{b} T'\,db$$

oder:

$$N' = \frac{2}{R}\int_o^{b} T'\,db. \tag{35}$$

Hiernach erhält man die jeweilige, mit dem Gleitweg veränderliche Kraft N' dadurch, daß man den doppelten Inhalt der T'-Fläche (bis zum betreffenden Punkt des Gleitweges genommen) durch den Halbmesser R der Gleitfläche teilt. — Die Kraft N' wurde bei der Ermittlung der Kraft T' (Abb. 37) als bekannt vorausgesetzt. Dem widerspricht Gleichung (35), weil danach N' unmittelbar von T' abhängt. Unsere Aufgabe ist daher — streng genommen — nur durch Probieren lösbar. Praktisch kommt man aber ohne probeweises Vorgehen zum Ziel, weil sich zeigt, daß N' auf die Größe von T' fast gar keinen Einfluß hat (vgl. Abb. 39d). Man kann damit T' zunächst ohne Rücksichtnahme auf N' ermitteln, aus dem so erhaltenen T' dann nach Gleichung (35) N' berechnen und schließlich das gefundene N' für die endgültige Ermittlung von T' benutzen.

In Abb. 39 ist ein **Zahlenbeispiel** (Böschung von 10 m Höhe) ausführlich durchgerechnet unter der Annahme, daß der Gleitwiderstand nach einer geringen Bewegung sofort bis auf 65 % seines ausnutzbaren Höchstwertes abfällt. In Abb. 39a und b ist zunächst nach den Verfahren des 1. und 3. Abschnittes der Gleichgewichtszustand vor der Rutschung ermittelt (für

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

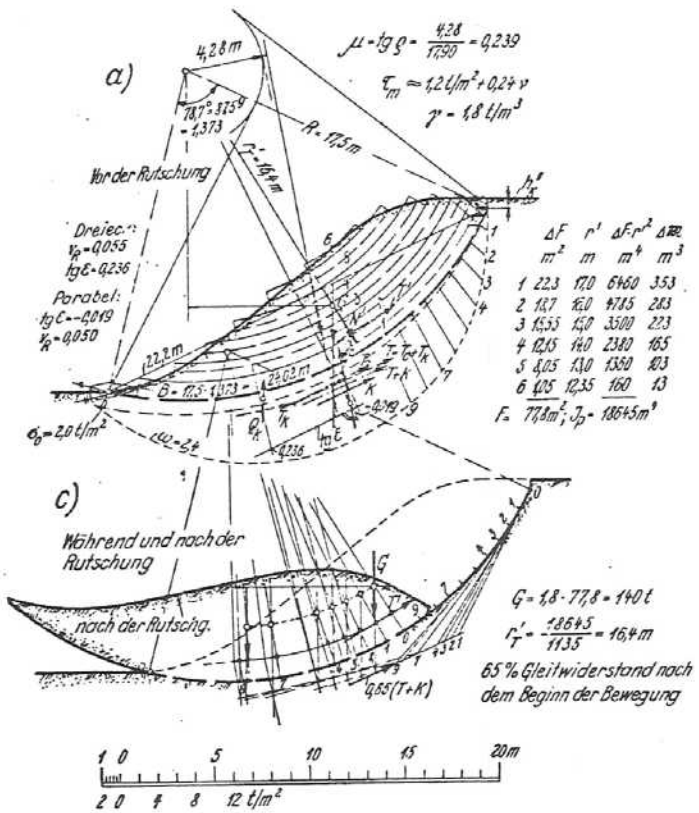


Abb. 39. Zahlenbeispiel für die rechnerische Verfolgung einer Rutschbewegung.

die ungünstigste Gleitfläche). Hiermit übereinstimmend wird angenommen, daß das Erdreich vor der Rutschung den Gleitwiderstand $\tau_m = 1{,}2\ t/m^2 + 0{,}24\ \nu$ besitzt. Die hierfür gültige Spannungsverteilung längs der Gleitfläche ist gestrichelt eingetragen; sie dient zur Ermittlung der im oberen Teil der Gleitfläche negativ anzusetzenden (weil abzuziehenden) Gleitkraft $\triangle T_\infty$ (Abb. 38). Der Angriffspunkt der Trägheitskräfte T' und N' ist nicht — wie in Abb. 36b — durch Seileck, sondern mit Hilfe der Gleichung (30) berechnet. — In Abb. 39c und d ist das Gleichgewicht des Rutschkörpers für verschiedene Gleitwege durch wiederholte Anwendung der Abb. 37 ermittelt.

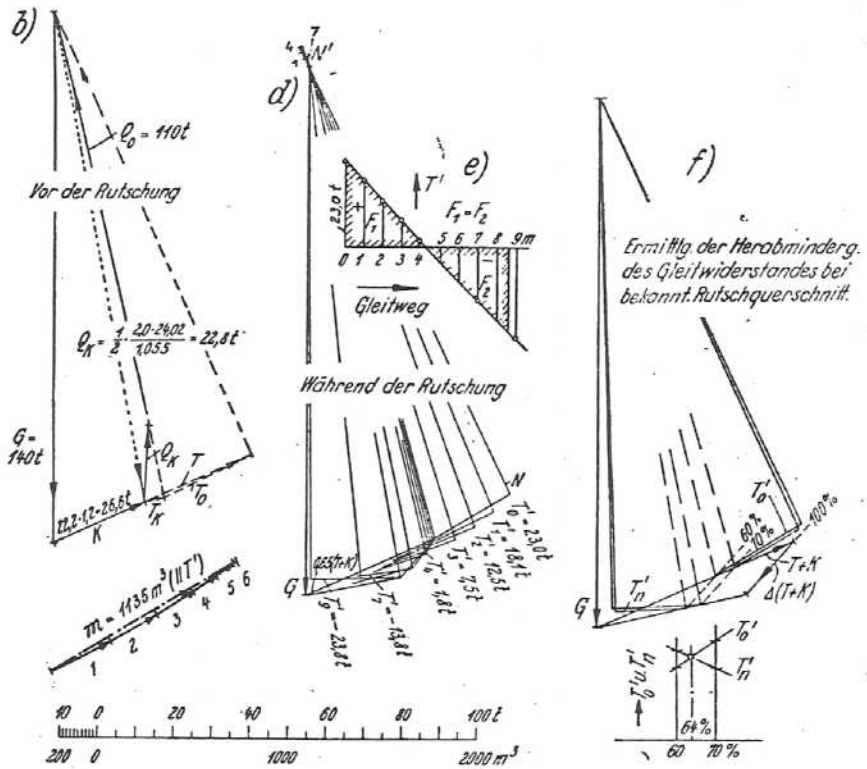


Abb. 39. Zahlenbeispiel für die rechnerische Verfolgung einer Rutschbewegung.

Man sieht, daß die abzusetzenden $\triangle T_\infty$-Kräfte nach längerem Gleitweg eine beachtliche und auf keinen Fall zu vernachlässigende Größe erreichen. Zur Vereinfachung der Rechnung ist angenommen, der untere Teil des Rutschkörpers hätte genügend Festigkeit, um sich so lange frei zu tragen, wie die Rutschung andauert. In Wirklichkeit wird die untere Spitze des Rutschkörpers nach unten abbrechen; sie ist dann vielleicht in der Lage, einen gewissen Widerstand gegen Gleiten zu erzeugen, der jedoch nur gering sein wird, zumal sich die meisten Rutschungen bei regnerischem Wetter ereignen.

Abb. 39e zeigt als bereits mehrfach erwähntes Ergebnis den

T'-Verlauf in Abhängigkeit von der Gleitweglänge. Die Bedingung $F_1 = F_2$ ergibt einen Gleitweg von 8,6 m. Für die Rutschzeit t_0 erhält man nach den Gleichungen (31) und (34) folgende Rechnung:

$$C = \frac{9{,}81\ \mathrm{m/sek^2} \cdot 17{,}5\ \mathrm{m}}{1{,}8\ \mathrm{t/m^2} \cdot 1135\ \mathrm{m^3}} = 0{,}084 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{t \cdot sek^2}};\ F_1 \approx \frac{23{,}0\ \mathrm{t} \cdot 4{,}30\ \mathrm{m}}{2} = 49{,}5\ \mathrm{tm};$$

$$t_0 = \frac{\pi \cdot 8{,}60\ \mathrm{m}}{2\sqrt{2 \cdot 0{,}084 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{t \cdot sek^2}} \cdot 49{,}5\ \mathrm{tm}}} = \frac{13{,}50\ \mathrm{m \cdot sek}}{\sqrt{8{,}32\ \mathrm{m^2}}} = 4{,}68\ \mathrm{sek.}$$

Unter der durch Abb. 39 wohl genügend bewiesenen Annahme eines geradlinigen T'-Verlaufes läßt sich die Berechnung erheblich vereinfachen. Man kann sich dann darauf beschränken, neben der Ermittlung des Gleichgewichtes zu Beginn der Rutschung — also der Berechnung von T_0' — nur noch die T'-Kraft für einen beliebigen Zwischenzustand zu berechnen, weil dann die T'-Linie aufgetragen und die Bedingung $F_1 = F_2$ nach Abb. 39e erfüllt werden kann. Eine weitere Vereinfachung der Berechnung gelingt durch die ebenfalls durch Abb. 39 gestützten Annahmen, daß der Schnittpunkt der Trägheitskräfte T' und N' mit dem Schwerpunkt des Rutschkörpers zusammen auf einer Geraden liegt, die durch den Gleitkreismittelpunkt geht, und daß der Abstand des T'-Angriffspunktes von der Gleitfläche etwa 40% des Abstandes beträgt, den der Schwerpunkt des Rutschkörpers von der Gleitfläche hat. Außerdem gilt angenähert

$$\mathfrak{M} \approx F \cdot r_T' = \frac{G}{\gamma} \cdot r_T',$$

wenn F die Querschnittfläche des Rutschkörpers bezeichnet. — Mit Hilfe dieser Annahmen erspart man sich die umständliche genaue Ermittlung des Angriffspunktes von T' und erreicht außerdem eine vereinfachte Berechnung der Rutschzeit t_0:

$$C = \frac{gR}{\gamma \mathfrak{M}} \approx \frac{gR}{G \cdot r_T'};\ F_1 \approx \frac{b_0}{2} \cdot \frac{T_0'}{2} = \frac{\varphi_0 R T_0'}{4};$$

(φ_0 = ganzer Drehwinkel des Rutschkörpers)

$$t_0 \approx \frac{\pi b_0}{2\sqrt{2\,CF_1}} \approx \frac{\pi \varphi_0 R}{2\sqrt{2 \frac{gR}{G \cdot r_T'} \cdot \frac{\varphi_0 R T_0'}{4}}} = \pi \sqrt{\frac{\varphi_0}{2} \cdot \frac{G}{g} \cdot \frac{r_T'}{T_0'}}.$$

Für das vorstehend behandelte Beispiel (Abb. 39) erhält man nach dieser Formel:

$$\varphi_0 = \frac{8{,}6}{17{,}5} = 0{,}492;\ t_0 \approx \pi \sqrt{\frac{0{,}492}{2} \cdot \frac{140}{9{,}81} \cdot \frac{16{,}4}{23{,}0}} = \pi \sqrt{2{,}503} = 4{,}97\ \mathrm{sek}$$

gegenüber 4,68 sek nach der genaueren Rechnung. Wie man leicht erkennt, ist der erhaltene Fehler auf die Annahme $\mathfrak{M} \approx F \cdot r_T'$ zurückzuführen. Man erhält genaue Übereinstimmung, wenn man setzt:

$$\mathfrak{M} \approx \cos(0{,}35\,\alpha) \cdot F \cdot r_T'$$

also

$$t_0 \approx \sqrt{\frac{\varphi_0}{2} \cdot \frac{G}{g} \cdot \frac{r_T'}{T_0'} \cdot \cos(0{,}35\,\alpha)}. \qquad (34a)$$

Bisher wurde vorausgesetzt, daß die nach der Verminderung des Gleitwiderstandes noch verbliebene Kraft T_∞ bekannt ist (z. B. aus Versuchen). Wenn jedoch nur das Böschungsprofil vor und nach der Rutschung bekannt ist, so ist T_∞ oder die anteilmäßige Verminderung von T gerade die gesuchte Größe. Diese Umkehrung der bisher behandelten Aufgabe läßt sich nur durch Probieren lösen, indem z. B. für zwei oder drei verschiedene T_∞-Werte die T'-Linien ermittelt werden und dabei jedesmal mit der Bedingung $F_1 = F_2$ verglichen wird.

Für geradlinigen Verlauf der T'-Linie ist T_n' am Ende der Rutschung ebenso groß als T_0' zu Beginn der Rutschung. Mit Hilfe dieser Bedingung ist die vorliegende Aufgabe leicht zu lösen, indem für den Querschnitt vor und nach der Rutschung die T'-Werte für zwei Hundertsätze des herabgesetzten Gleitwiderstandes ermittelt werden; die Bedingung $T_0' = T_n'$ liefert dann den gewünschten Wert für den wirklichen Hundertsatz der Widerstandsverminderung in der Gleitfläche. Abb. 39f zeigt eine solche Ermittlung und dürfte nach dem bisher Gesagten wohl ohne weiteres verständlich sein. Es sei nur noch erwähnt, daß zu Beginn und am Ende der Rutschung N' gleich Null ist; es braucht also nicht mehr in Betracht gezogen zu werden. In Abb. 39f wurden 64% verbleibender Gleitwiderstand erhalten, also fast genau derselbe Wert, von dem ausgegangen war (65%).

Ein weiteres Beispiel für die Ermittlung des Anteils der Gleitwiderstandsverminderung bringt der nächste Abschnitt.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

6. Der statische Einfluß von Porenwasser-Überdruck

Es kommt häufig vor, daß ein größerer Bereich der Böschung ziemlich schnell stärker belastet wird, so daß dem Porenwasser des Erdkörpers die Zeit fehlt, sich den neuen Druckverhältnissen anzupassen. Bei verhältnismäßig schnellem Abfall eines Stauspiegels z. B. taucht ein großer Teil der durchlässigen Deckschicht aus dem Wasser aus, was eine Gewichtsvermehrung zur Folge hat, weil für den ausgetauchten Teil der Wasserauftrieb fortfällt. Ebenso kann durch den Bau einer Hafenmauer einschl. hinterer Auffüllung der Untergrund zu schnell belastet werden, so daß nicht genügend Zeit zum Druckausgleich vorhanden ist. Auch verhältnismäßig schnell aufgebrachte stärkere Auflasten wirken in derselben Richtung.

Beim Einsetzen stärkerer Belastung ist das Erdreich bestrebt, sich etwas zusammenzudrücken, woran es aber bei bindiger Erde durch das Porenwasser zunächst gehindert wird, weil dieses wegen der geringen Wasserdurchlässigkeit nur langsam entweichen kann. Stark bindige Erde, z. B. Ton, hat meist nur sehr geringen oder auch gar keinen Luftgehalt; man kann deshalb annehmen, daß die Poren zwischen den Erdkörnern ganz mit Wasser gefüllt sind. Wenn nun ein gewisser Erdbereich plötzlich stärker belastet wird, so muß die zusätzliche Belastung zunächst ausschließlich vom Porenwasser aufgenommen werden (voller Porenwasserüberdruck), weil das Erdkorngerüst erst dann stärkere Spannungen aufnimmt, wenn es sich entsprechend zusammendrücken kann, was aber wegen der Hohlraumausfüllung durch das Porenwasser nicht möglich ist. Erst allmählich tritt eine Spannungsumlagerung vom Porenwasser auf das Korngerüst ein, und zwar in dem Maße, wie das überschüssige Porenwasser herausgepreßt wird, wodurch das Korngerüst sich zusammendrücken und damit an der vermehrten Kraftübertragung teilnehmen kann. Nach genügend langer Zeit ist so viel Porenwasser herausgepreßt, wie es für die zusätzliche Zusammendrückung des Korngerüstes notwendig ist; der Endzustand des völligen Druckausgleiches ist dann erreicht: die hinzugekommene Belastung wird ganz vom Korngerüst getragen.

Terzaghi hat auf diese Erscheinung des Druckausgleiches im Porenwasser zuerst hingewiesen und den zeitlichen Verlauf der allmählichen Druckübertragung vom Porenwasser auf das

Korngerüst auch eingehend rechnerisch verfolgt[33]). Auf diese Theorie braucht hier jedoch nicht näher eingegangen zu werden, weil der statisch ungünstigste Zustand — unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen — immer bei vollem Porenwasserüberdruck, also sofort nach der Mehrbelastung, vorhanden ist. Im folgenden wird deshalb allein dieser ungünstigste Zustand untersucht, dessen Vorhandensein in vielen Fällen ohne weiteres gegeben ist. In manchen Fällen, z. B. bei sandigem Ton, mag es allerdings zweifelhaft sein, ob der Porenwasserdruck in voller rechnungsmäßiger Größe wirksam werden kann oder ob man nur mit einer teilweisen Wirksamkeit zu rechnen braucht. Beispielsweise kann die Aufbringung der Mehrbelastung so langsam erfolgen, daß schon während der Lastaufbringung ein Teil des Porenwasserüberdruckes wieder ausgeglichen ist. In solchen zweifelhaften Fällen kann man durch die Heranziehung der Terzaghischen Theorie Klarheit gewinnen, worauf hier jedoch nicht weiter eingegangen werden soll.

Bei einer plötzlichen Mehrbelastung wird das überschüssige Porenwasser zuerst aus den Randbereichen der bindigen Erdschichten herausgepreßt (wenn unter „Rand" die Angrenzung an durchlässige Schichten verstanden wird); weiter im Innern der bindigen Erde braucht der Überdruck des Porenwassers längere Zeit zum Ausgleich, weil das herauszubringende Wasser einen längeren Weg zurücklegen muß. Hieraus folgt, daß die ungünstigste Gleitfläche meist nicht mit der oberen Grenzschicht der bindigen Erde zusammenfallen wird (weil in dieser Grenzschicht sich ja der Porenwasserüberdruck sofort ausgeglichen hat), daß also vorzugsweise tiefer liegende Gleitflächen untersucht werden müssen. Solche Gleitflächen verlaufen kurvenförmig; es wird deshalb nachstehend

der Einfluß von Porenwasserüberdruck
für kreisförmige Gleitflächen

gezeigt.

Vor dem Hinzukommen der stärkeren Belastung seien die Erdspannungen für die bis dahin wirksame Mittelkraft M_1 der äußeren Kräfte ausgeglichen (kein Überdruck des Porenwassers). Diesem M_1 entspreche die Mittelkraft Q_1 der späteren Gleitfläche (Abb. 40). Die Teilkräfte N_1 und T_1 der Kraft Q_1 können

[33]) K. Terzaghi: Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien 1925. K. v. Terzaghi und O. K. Fröhlich: Theorie der Setzung von Tonschichten. Leipzig und Wien 1936.

nach dem Verfahren des 1. Abschnittes leicht ermittelt werden, wenn man annimmt, daß die Spannungen in der betrachteten Kreisfläche — der späteren Gleitfläche — alle unter dem gleichen Winkel geneigt angreifen (ausgenommen natürlich den Anteil, der später für die Gleitfläche auf die Festigkeit entfällt). Diese allgemein übliche Annahme wurde bereits stillschweigend bei der Ermittlung des Sicherheitsgrades η (Abschnitt 4) gemacht.

Kommt nun zur Mittelkraft M_1 verhältnismäßig schnell eine neue Kraft P hinzu, so werden die Normalspannungen ν der Erdkörner in der Gleitfläche dadurch zunächst nicht verändert, weil die Mehrbelastung vorerst nur den Druck im Porenwasser vergrößert. Es bleibt damit auch die Lage der Normalkraft N_1 unverändert. Solange sich die einzelnen Normalspannungen ν nicht verändern, müssen auch die für Gleiten verfügbaren Schubspannungen τ die gleiche Verteilung behalten, wie sie schon für T_1 vorausgesetzt wurde, so daß auch die nach dem Einsetzen von P erforderlich werdende Schubkraft T_2 die gleiche Lage behält wie T_1. Selbstverständlich ist $T_2 > T_1$, weil unter der Wirkung von P die Schubspannungen stärker in Anspruch genommen werden. Die neue Last P wird damit von dem Zuwachs $(T_2 - T_1)$ der Schubkraft T und von dem Überdruck N_w des Porenwassers aufgenommen. Der Wasserdruck wirkt in jedem Punkte lotrecht zur Gleitfläche; die Kraft N_w muß also durch den Kreismittelpunkt hindurchgehen. Außerdem müssen sich die Wirkungslinien der neuen Kräfte P, $(T_2 - T_1)$ und N_w in einem Punkte schneiden, wenn Gleichgewicht bestehen soll. Durch diese Bedingungen ist das Kräftebild vollständig festgelegt. Man braucht nur P und T zum Schnitt zu bringen und hat in der Verbindungslinie dieses Schnittpunktes mit dem Kreismittelpunkt die Wirkungslinie des Porenwasserüberdruckes N_w (Abb. 40a). Die Zerlegung von P in die Richtungen von T und N_w liefert dann auch die Größe der Kräfte N_w und $T_2 - T_1$ und damit die mindestens erforderliche Schubkraft T_2. Da die Normalspannungen ν (also auch die Kraft N_1) voraussetzungsgemäß unverändert geblieben sind und die Schubspannungen τ dieselbe Verteilung haben wie im Anfang (nur daß sie dem absoluten Betrage nach größer geworden sind), so hat man für den erforderlichen Reibungsbeiwert ohne weiteres:

$$\mu_{erf} = \frac{T_2}{N_1}. \tag{36}$$

Die erforderliche Schubkraft T_2 läßt sich auch dadurch ermitteln, daß man P mit M_1 zur Mittelkraft M_2 zusammensetzt und M_2 dann in die Kräfte T_2 und N_2 zerlegt (Abb. 40b). N_2 ist dann die Mittelkraft aus N_1 und N_w, geht also ebenfalls durch den Kreismittelpunkt[34]).

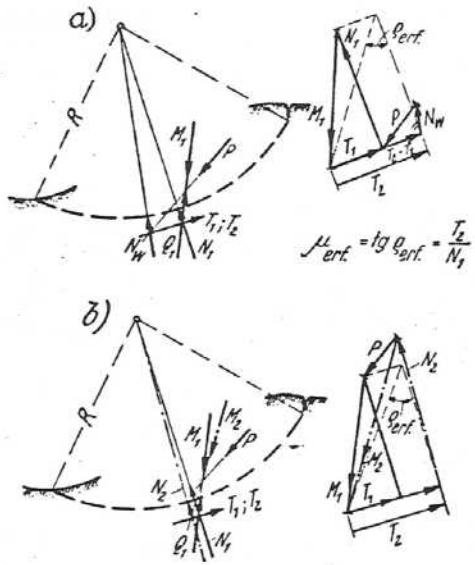


Abb. 40. Der Einfluß von Porenwasserüberdruck bei plötzlicher Mehrbelastung für kreisförmige Gleitflächen.

Durch den Ansatz (36) folgt ohne weiteres die Richtigkeit der in Abb. 40 gestrichelt eingezeichneten Konstruktion für μ_{erf}.

Bei einzusetzender Festigkeit k hat man anstatt Gleichung (36):

$$T_2 = K + \mu_{erf} \cdot N_1; \; \mu_{erf} = \frac{T_2 - K}{N_1}.$$

Die letztere Gleichung gilt nur näherungsweise, wenn die Richtungen von T_2 und K nicht übereinstimmen; genaue Gültigkeit erreicht man in diesem Falle durch Einsetzen der Mittelkraft aus T_2 und $-K$ an Stelle von $T_2 - K$, also durch vektorielle Subtraktion.

[34]) Das Verfahren nach Abb. 40b habe ich erstmals in der Schweiz. Bauzeitung 109 (1937), S. 298, und 110 (1937), S. 274, veröffentlicht.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Anwendungsbeispiel
Die Kaimauerrutschung in Gotenburg (Schweden) am 5. März 1916

Diese Rutschung ist bereits von S. Hultin[35]) und W. Fellenius untersucht worden, jedoch ohne Rücksichtnahme auf Porenwasserüberdruck. Hultin hat bei dieser Gelegenheit das erste Berechnungsverfahren für kreisrunde Gleitflächen angegeben, nachdem K. Petterson auf Grund von Beobachtungen nach der Rutschung die Vermutung ausgesprochen hatte, daß die Gleitfläche wahrscheinlich kreisförmig sei[35]). Fellenius hat in seinem bekannten Buche: „Erdstatische Berechnungen ... unter Annahme kreiszylindr. Gleitflächen" (2. Aufl. Berlin 1940) die Ergebnisse ausführlicher Berechnungen mitgeteilt, bei denen insbesondere auch der Einfluß der Festigkeit verfolgt wurde.

Wie Petterson mitteilt[35]), müßte der angetroffene Ton auf Grund des Verfahrens von Hultin einen Reibungswinkel ϱ von $9^0\,40'$ besitzen, was einem Reibungsbeiwert μ von 0,171 gleichkommt. Für den Querschnitt nach der Rutschung ergab sich ein Reibungswinkel von $4^0\,10'$ ($\mu = 0{,}073$): „indessen hat die Reibungskraft hier die lebendige Kraft der drehenden Masse zu überwinden gehabt, so daß man nicht mit einem so niedrigen ϱ-Wert zu rechnen braucht" (vgl. hierzu Teil 5).

Fellenius erhielt folgende Ergebnisse: für den Fall, daß der Untergrund keine Festigkeit besitzt ($k = o$), muß ein Reibungswinkel von $10^0\,10'$ ($\mu = 0{,}179$) vorhanden sein. Die ungünstigste Gleitfläche für $k = o$ (nur Reibung) ist in Abb. 41 schwach gestrichelt eingetragen und mit R bezeichnet. Für die entgegengesetzte Annahme, daß der Ton nur Gleitfestigkeit k, aber keine Reibung hat ($\mu = o$), ist die erforderliche Festigkeit $k = 2{,}11$ t/m². Die entsprechende Gleitfläche ist in Abb. 41 schwach punktiert eingetragen und mit K bezeichnet. „Da die wirkliche Gleitfläche zwischen den so gefundenen Gleitflächen R und K liegt, scheint zusammenwirkende Reibung und Kohäsion vorhanden zu sein." Für ein auf Grund der unteren Gleitflächenausmündung geschätztes k von $0{,}6 \cdot 2{,}11 \approx 1{,}25$ t/m² findet Fellenius einen erforderlichen Reibungswinkel von 4^0 (entsprechend $\mu = 0{,}07$) und nimmt an, daß bei dem angetroffenen Ton mit diesen Werten, also mit

$$\tau = 1{,}25\ \text{t/m}^2 + 0{,}07\ \nu$$

gerechnet werden sollte.

[35]) Teknisk Tidskrift 1916, Heft 31 der Wochenausgabe.

Den von Fellenius u. a. erhaltenen geringen Reibungswerten muß man von vornherein zweifelhaft gegenüberstehen, weil die im Prüfraum ermittelten Reibungsbeiwerte auch für den allerfeinsten Ton für den Zustand $k = o$ („natürlicher Wassergehalt") mindestens den Wert: $\mu = 0{,}20$ erreichen[36]). Im

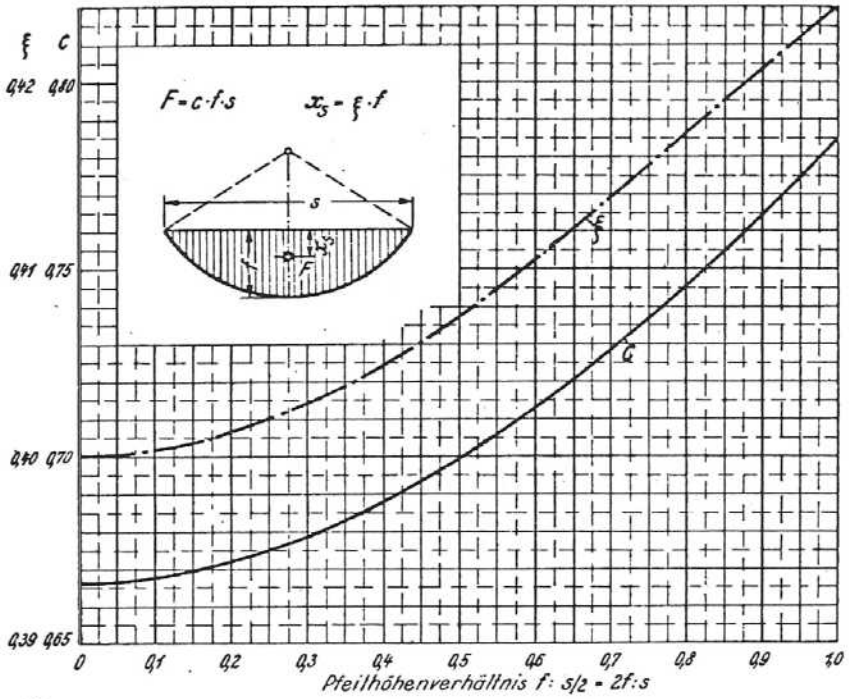


Abb. 42. Inhalt und Schwerpunktslage des Kreisabschnittes.

Durchschnitt werden für feinen Ton μ-Werte von 0,25 bis 0,30 erhalten. Die Durchrechnung unter Berücksichtigung des Porenwasserüberdruckes zeigt denn auch, daß erheblich höhere Reibungsbeiwerte als die in Stockholm erhaltenen erforderlich sind. Mit zusätzlichem Porenwasserdruck ist aber im vor-

[36]) Terzaghi rechnet die Gotenburger Rutschung ebenfalls zu den „zweifelhaften Fällen" (bei denen die statische Untersuchung keine volle Klarheit brachte). Vgl. Bericht über 1. Talsperren-Kongreß, Stockholm 1933, Vol. III, S. 88.

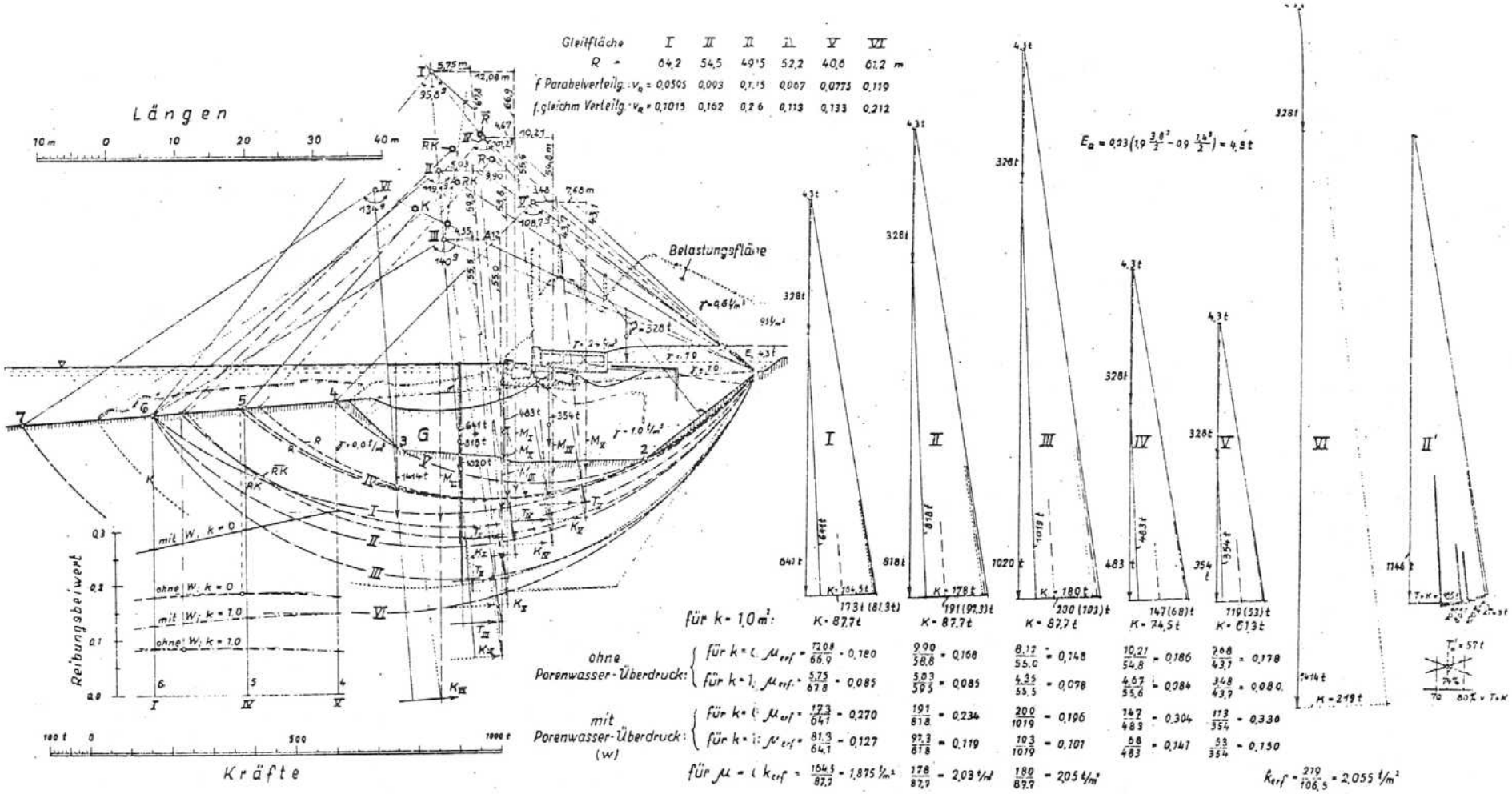


Abb. 41. Erdstatische Untersuchung einer Tonrutschung in Gotenburg
(Stigbergkai, gerutscht am 5. März 1916)

Ergebnis der Berechnung: Ohne Reibung (für $\mu = 0$) ist an Gleitfestigkeit erforderlich: $k_{erf} = 2,06$ t/m². Andererseits ist erforderlich für k = 0: $\mu_{erf} \approx 0,28$; für k = 1,0: $\mu_{erf} \approx 0,14$ } für voll wirksamen Porenwasser Überdruck

Der Gleitwiderstand des Tones ist etwa: $\tau = 1,0 + 0,14\,v$. Gleitwiderstands-Verminderung 26%. Rutschzeit 12 sek.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

liegenden Fall unbedingt zu rechnen, da für den angetroffenen Tonuntergrund Jahrzehnte vergehen, bis der Überdruck des Porenwassers bis in größere Tiefen hinab wieder ausgeglichen ist.

Um die Mehrbelastung durch die Kaimauer einschl. der Hinterfüllung und der Kiesschüttung des Untergrundes deutlich zu zeigen, sind in Abb. 41 alle Querschnittflächen auf das Raumgewicht des Untergrundes ($\gamma = 0{,}6$ t/m²) umgerechnet (für den Tonuntergrund ist also volle Auftriebswirkung angenommen). Die so erhaltene Fläche ist als „Belastungsfläche" bezeichnet. Diese Umrechnung ist auch rechnerisch vorteilhaft, weil dann die zusätzliche Belastung (durch P und E_a) ein für allemal festliegt und für jede neu zu untersuchende Gleitfläche immer nur das Gewicht des Untergrund-Kreisabschnittes neu berechnet zu werden braucht. — Zur bequemen Berechnung des Inhaltes und der Schwerpunktslage von Kreisabschnitten — eine Aufgabe, die beim Arbeiten mit kreisförmigen Gleitflächen immer wieder vorkommt — sind in Abb. 42 Zahlenwerte angegeben.

Um einen Vergleich unseres Verfahrens mit der Berechnung von Hultin und Fellenius zu ermöglichen, ist die Untersuchung in Abb. 41 zunächst ohne Rücksichtnahme auf Porenwasserüberdruck durchgeführt. Die ersten drei Gleitflächen I, II und III sind durch den Anfangs- und Endpunkt der Rutschung gelegt; Gleitfläche I berührt die erdseitige Grenze der Kiesschüttung in zwei Punkten, ist also die flachste Gleitfläche, die durch die Endpunkte der Rutschung gelegt werden kann. Das Verfahren selbst braucht wohl nicht mehr erläutert zu werden; es genügt, auf die Abb. 10 und 32 hinzuweisen.

Zunächst seien die Ergebnisse für reine Reibung betrachtet. Die für die Gleitflächen I bis III erforderlichen Beiwerte $\mu_I = 0{,}180$, $\mu_{II} = 0{,}168$ und $\mu_{III} = 0{,}148$ zeigen, daß Gleitfläche I bei weitem am ungünstigsten ist. Der erhaltene μ-Wert von 0,180 stimmt mit dem von Petterson mitgeteilten Wert $\mu = 0{,}171$ befriedigend überein. Es sind nun — wie auch von Fellenius — noch Gleitflächen untersucht, die nicht durch den Fußpunkt der Rutschung gehen. Da Gleitfläche I bedeutend ungünstiger ist als II und III, so kann damit gerechnet werden, daß die ungünstigste Gleitfläche durch einen festgehaltenen Fußpunkt immer die Kiesschüttung in zwei Punkten berühren wird. Dieser Bedingung entsprechen die Gleitflächen I, IV und V. Gleitfläche V berührt die Kiesschüttung in drei Punkten, besitzt also den kleinstmöglichen Halbmesser. (Gleitflächen mit

noch geringerem Halbmesser würden teilweise durch die Kiesschüttung gehen, wodurch die verfügbaren Reibungskräfte wieder anwachsen.) Die erhaltenen μ-Werte sind unten links in Abhängigkeit vom unteren Endpunkt (Austrittspunkt) der Gleitflächen aufgetragen, und es ist mit Hilfe der so gefundenen Kurve der Größtwert μ_{erf} und damit gleichzeitig die Lage der ungünstigsten Gleitfläche (mit $\overline{R}$ bezeichnet) ermittelt, die nur wenig von der von Fellenius gefundenen Gleitfläche abweicht. Auch das Ergebnis: $\mu_{erf} = 0{,}186$ stimmt genau genug mit $\mu = 0{,}179$ nach Fellenius überein.

Unter der Voraussetzung, daß nur Festigkeit vorhanden ist ($\mu = o$), erhält man für die ersten drei Gleitflächen $k_{erf} =$ 1,875, 2,03 und 2,05 t/m². Hier ist also I nicht die ungünstigste Gleitfläche; diese befindet sich vielmehr zwischen II und III, und zwar näher an III als an II. Damit ist freilich noch nicht die allerungünstigste Gleitfläche gefunden, weil diese ja nicht unbedingt im Punkte 6 auszumünden braucht. Im weiteren ist deshalb der ungünstigste Fall für alle solche Gleitflächen gesucht, deren Mittelpunkte auf den Strahlen 1 I, 1 II und 1 III liegen. Für einen solchen Strahl sei eine Gleitfläche mit dem Halbmesser R_1 untersucht und die erforderliche Festigkeit dadurch gefunden. Für eine unmittelbar benachbarte Gleitfläche mit dem Halbmesser $R_1 + dR$ wächst das Moment M_k der Spannungen aus k quadratisch mit R_1. Es ist also

$$dM_K = M_K \frac{(R_1 + dR)^2}{R_1^2} - M_K = 2\frac{dR}{R_1} \cdot M_K.$$

Ebenso erhält man für das mit der 3. Potenz von R_1 zunehmende Eigengewichtsmoment M_G:

$$dM_G = 3\frac{dR}{R_1} \cdot M_G.$$

Das Moment M_p der Belastungsfläche nimmt zu um

$$dM_P = P \cdot db$$

und das Erddruckmoment M_E um

$$dM_E = E_a \cdot de,$$

wenn db und de die waagerechte und lotrechte Projektion von dR bedeuten. Die Zunahme der Momente um dM muß aufgehoben werden durch Zunahme von k um dk; es muß also gelten:

$$\frac{dk}{k} \cdot M_K = 3\frac{dR}{R_1} M_G - 2\frac{dR}{R_1} M_K + P \cdot db + E_a \cdot de.$$

Für den Größtwert von k ist $\frac{dk}{dR} = o$. Setzt man noch

$$M_G = c\gamma R_1^3$$

ein, so erhält man nach einiger Rechnung für die ungünstigste Gleitfläche:

$$R = \frac{ka}{3\,c\gamma}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{3\,c\gamma}{k^2a^2}\,(P\cos\omega + E_a\sin\omega)}\right],$$

wenn ω den Neigungswinkel des betrachteten Strahles angibt. — Nach dieser Formel sind in Abb. 41 die R-Werte für die punktiert gezeichnete Mittelpunktlinie berechnet. Auf dieser punktierten Linie muß der Mittelpunkt der ungünstigsten Gleitfläche liegen; seine Lage $\overline{K}$ ist durch einen doppelten Nullkreis gekennzeichnet[37]). Den Größtwert von k erhält man zu $k_{erf} = 2{,}055$ t/m² (gegenüber $k = 2{,}11$ t/m² bei Fellenius).

Wie Fellenius an einem ähnlichen Beispiel gezeigt hat, kann man andererseits für die Lage der ungünstigsten Gleitfläche aber auch folgende Überlegung anstellen: Denkt man sich den Gleitkreismittelpunkt in Richtung der Untergrundlinie 7—4—1 um die kleine Strecke dB verschoben (wobei R und ω sich nicht verändern), so bleiben M_K, M_G und M_E gleich[38]), und es gilt für den ungünstigsten Fall (vgl. auch die spätere Abb. 47):

$$\frac{dk}{k}\cdot M_K = o = P\cdot dB - p\cdot dB\cdot B,$$

wenn p (= 5,95 t/m² in Abb. 41) die Auflastspannung im Punkte 1 und B die waagerecht gemessene Entfernung des Gleitkreismittelpunktes vom Punkte 1 bedeuten. Man erhält hiernach:

$$B = \frac{P}{p}\left(\text{nach Abb. 41: } B = \frac{328}{5{,}95} = 55{,}1\text{ m}\right).$$

Auf der durch das Maß B festgelegten Lotrechten sollte also ebenfalls der Mittelpunkt der ungünstigsten Gleitfläche liegen. In Abb. 41 befindet sich Punkt VI einerseits auf dieser Lotrechten, andererseits auf der verlängerten Linie 1 $\overline{K}$. Die Berechnung liefert für Gleitfläche VI: $k_{erf} = 2{,}055$ t/m², also genau denselben Wert wie für den Punkt $\overline{K}$.

Wenn beide Verfahren für das Aufsuchen der ungünstigsten Gleitfläche übereinstimmen würden, müßten die Punkte VI und $\overline{K}$ zusammenfallen. Letzteres ist jedoch nicht eingetreten, was wohl darauf zurückzuführen sein dürfte, daß die statisch ungünstigste Gleitfläche nicht genau durch den Punkt 1 hindurchgeht. Wenn für Punkt VI derselbe Wert k_{erf} erhalten wurde wie für Punkt $\overline{K}$, so wird dadurch die auch von Fellenius erwähnte Tatsache bestätigt, daß k_{erf} sich in der Nähe von k_{max} nur wenig verändert. Der Mittelpunkt der ungünstigsten Gleitfläche liegt wahrscheinlich in der Mitte zwischen den Punkten VI und $\overline{K}$, was der von Fellenius gefundenen, mit K bezeichneten Lage genau entspricht.

Für zusammenwirkende Reibung und Festigkeit, und zwar für $k = 1{,}0$ t/m², liegt die ungünstigste Gleitfläche durch Punkt 6 in der Mitte zwischen den Gleitflächen I und II. Hinsichtlich der μ_{erf}-Werte kann deshalb genau genug Gleitfläche I — und damit auch Gleitfläche IV und V — herangezogen werden. Die auf diese Weise erhaltene ungünstigste Gleitfläche ist in Abb. 41 strichpunktiert eingezeichnet und mit $\overline{RK}$ bezeichnet; sie weicht von der von Fellenius für $k = 1{,}25$ t/m² angenommenen, mit RK bezeichneten Gleitfläche nur wenig ab.

Die von Hultin und Fellenius erhaltenen Ergebnisse werden durch Abb. 41 also im großen und ganzen recht gut bestätigt. Wem Abb. 41 auf den ersten Blick vielleicht etwas verwickelt erscheint, der möge bedenken, daß in ein und derselben Querschnittszeichnung sechs verschiedene Gleitflächen unter den verschiedensten Annahmen untersucht sind. Ein solches vom Standpunkte der Zeichenarbeit vorteilhaftes Vorgehen wäre nach dem umständlicheren schwedischen Verfahren wohl unmöglich gewesen. Deshalb dürfte gerade die Abb. 41 die Einfachheit der angewandten Berechnungsweise deutlich zeigen.

Für voll wirksamen Porenwasserüberdruck ist nach dem in Abb. 40b gezeigten Verfahren gerechnet. Von den Gleitflächen durch Punkt 6 liefert die Gleitfläche I sowohl für $k = o$ als auch für $k = 1{,}0$ t/m² die ungünstigsten Ergebnisse ($\mu_0 = 0{,}270$). Noch ungünstiger sind die Gleitflächen IV und V mit $\mu_0 = 0{,}304$ und 0,336. — Für vollen Porenwasserüberdruck wäre also theoretisch die Gleitfläche V etwa am ungünstigsten. Da sich jedoch der Wasserdruck für Gleitfläche V — wegen der Nähe der Kiesschüttung — bedeutend schneller ausgleichen kann als für die übrigen Gleitflächen (teilweise vielleicht schon

[37]) Bei der Ermittlung von $\overline{K}$ konnte vorausgesetzt werden, daß sich der k-Wert für die einzelnen Strahlen wegen der Nähe des Größtwertes nicht merklich ändert, d. h. es konnten die für Gleitfläche I bis III erhaltenen k-Werte übernommen werden. Diese Voraussetzung liegt übrigens auch der vorstehend gegebenen Gleichung für R zugrunde, mit anderen Worten: diese Gleichung gilt nur in der Nähe des Größtwertes von k.

[38]) Wenn man im vorliegenden Fall von der äußerst geringen Änderung dE_a von E_a absieht.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

während des Einbringens der Kiesschüttung), so dürfte Gleitfläche IV wahrscheinlich eher für ein Abrutschen in Frage kommen. Der hierfür erforderliche Reibungsbeiwert von $\mu \approx 0{,}30$ entspricht durchaus den Werten, wie sie für Tone mittlerer Feinheit durch den Versuch erhalten werden. Die eingangs dieses Beispiels erwähnte Unsicherheit, daß durch die statischen Berechnungen von Hultin und Fellenius die Ursache der Rutschung nicht völlig geklärt worden sei, darf damit wohl als beseitigt gelten. Durch die Rutschungsuntersuchung nach Abb. 41 wird andererseits aber auch nachdrücklichst die Forderung unterstrichen, daß die ungünstige Wirkung von Porenwasserüberdruck gegebenenfalls bei der erdstatischen Untersuchung zu berücksichtigen ist, wenn man sich vor unliebsamen Überraschungen sichern will.

Wenn nun in Wirklichkeit die Rutschung nicht nach Gleitfläche IV, sondern etwa nach Gleitfläche II eingetreten ist, so können dafür verschiedene Ursachen in Frage kommen. So kann z. B. die Festigkeit noch größer sein als 1,0 t/m². Auch örtliche Ungleichmäßigkeiten des Untergrundes (die fast immer vorhanden sind!) können zu einer Verschiebung der Gleitfläche beigetragen haben. Solange die Gleichmäßigkeit des Untergrundes nicht durch zahlreiche Versuche einwandfrei nachgewiesen ist, kann man nicht erwarten, daß die statisch für gleichmäßigen Erdstoff gefundene ungünstigste Gleitfläche nun auch genau mit der wirklich eintretenden Gleitfläche übereinstimmt. Schon eine geringe Ungleichmäßigkeit des Gleitwiderstandes kann die Größtwertstellen der μ-Kurven in Abb. 41 bedeutend verschieben. Es ist deshalb zuviel verlangt, wenn man die Lage der wirklich sich ausbildenden Gleitfläche weitgehend genau vorausberechnen will[39]). Man muß sich damit begnügen, den erforderlichen Gleitwiderstand hinreichend genau berechnen zu können, was im Verein mit der sachgemäßen Untersuchung von Erdproben ja auch ausreicht, um Rutschungen zu verhüten.

In Abb. 43 sind die verschiedenen Möglichkeiten des in Abb. 41 für vollen Überdruck des Porenwassers berechneten Gleitwiderstandes aufgetragen und mit den Ergebnissen von Fellenius verglichen. Für den Fall, daß nur Festigkeit vorhanden ist ($\mu = o$), hat der Porenwasserüberdruck keinen Einfluß mehr, was man auch unschwer an Hand der Abb. 40 einsehen kann. — In Abb. 43 schneiden sich die verschiedenen zusammengehörenden τ-Linien nahezu in einem Punkte, was im 4. Abschnitt an Hand der Abb. 34 behauptet worden war.

[39]) Ich kann deshalb Fellenius auch nicht ganz folgen, wenn er für die Gotenburger Rutschung auf Grund der Gleitflächenlage zu schätzen versucht, wie groß etwa der Anteil der Reibung und der Festigkeit am gesamten Gleitwiderstand sei. Man läßt diese Frage wohl besser offen, da man über Vermutungen doch kaum hinausgehen kann.

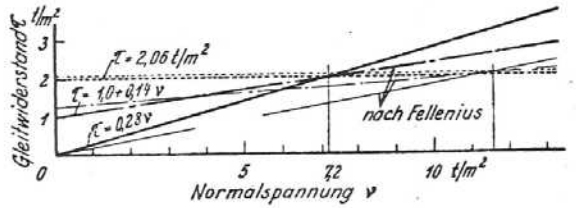


Abb. 43. Gleitwiderstand der Gotenburger Rutschung (Abb. 41).

Schließlich ist in Abb. 41 auch noch die Verminderung des Gleitwiderstandes während des Abrutschens berechnet, und zwar nach dem im 5. Abschnitt gegebenen Näherungsverfahren. Danach sind nach der Rutschung noch 74% der ursprünglich vorhandenen Widerstandskräfte in der Gleitfläche verblieben.

Nach der Abb. 39 ist zum Abbremsen der Wucht des in Bewegung geratenen Rutschkörpers etwa dieselbe Wegstrecke nötig, die der Rutschkörper bis zum vollen Anstieg der Rutschgeschwindigkeit oder — was dasselbe ist — bis zum Einsetzen der negativen T'-Kräfte zurückgelegt hat. Der Rutschkörper würde also — wenn keine Bewegungsenergie vorhanden wäre — nach Zurücklegen der halben Wegstrecke gerade schon durch die verminderten Gleitwiderstandskräfte im Gleichgewicht gehalten werden können. Da nun die statisch erforderlichen Widerstandskräfte annähernd geradlinig mit dem Gleitweg abfallen, so ist der nach der Rutschung noch vorhandene Gleitwiderstand näherungsweise das Mittel aus dem vor und nach der Rutschung statisch erforderlichen Gleitwiderstand. Nach Petterson entsprach der Querschnitt nach der Rutschung einem Reibungsbeiwert μ von 0,073 (s. weiter vorstehend), während vor der Rutschung nach seinen Angaben ein μ von 0,171 erforderlich war; also ist nach der Rutschung etwa vorhanden:

$$\mu_\infty \approx \frac{0{,}171 + 0{,}073}{2} = 0{,}122,$$

was einem Abfall des Gleitwiderstandes auf $\frac{0{,}122}{0{,}171} = 0{,}713 =$

71,3% gleichkommt. Dieser Wert weicht von dem in Abb. 41 berechneten von 74% nicht allzuviel ab, zumal wenn man bedenkt, daß in Gotenburg die Berechnung für Gleitfläche I und ohne Porenwasserüberdruck durchgeführt wurde.

Bei der statischen Untersuchung des wiederhergestellten (verstärkten) Bauwerkes ist damit zu rechnen, daß in der einmal ausgebildeten früheren Gleitfläche dauernd nur der herabgeminderte Gleitwiderstand vorhanden ist, im vorliegenden Falle also nur 74% [d. h. $\tau = 0{,}74 \cdot 0{,}28\, r = 0{,}21\, r$ oder $\tau = 0{,}74\,(1{,}0 + 0{,}14\, r) = 0{,}74\ \mathrm{t/m^2} + 0{,}104\, r$ oder $\tau = 0{,}74 \cdot 2{,}06 = 1{,}52\ \mathrm{t/m^2}$].

Für die Rutschzeit erhält man bei schematischer Anwendung der Gleichung (34a) für Gleitfläche II mit $G = 328 + 818 = 1146$ t, wenn der Drehwinkel φ_0 des Rutschkörpers auf Grund des Profilvergleiches zu rund $7{,}2^0 = 8^g = 0{,}126$ angenommen wird:

$$t_0 \approx \pi \sqrt{\frac{0{,}126}{2} \cdot \frac{1146}{9{,}81} \cdot \frac{48{,}5}{57{,}0} \cdot \cos\left(0{,}35 \cdot 119{,}1^g\right)} \approx 7{,}0 \text{ sek.}$$

Es wurde aber schon im 5. Teil angedeutet, daß mit dem vollen Gewicht des Rutschkörpers, also ohne Wasserauftrieb, zu rechnen ist, denn das Wasser in den Poren der Erdkörper muß die Rutschbewegung mitmachen, trägt also ebenfalls zur Bildung der Trägheitskraft T' bei. Für Gleitfläche II erhält man ohne Auftrieb ein Gesamtgewicht von rund 2590 t und damit nach Formel (34a):

$$t_0 \approx \pi \sqrt{\frac{0{,}126}{2} \cdot \frac{2590}{9{,}81} \cdot \frac{48{,}5}{57{,}0} \cdot \cos\left(0{,}35 \cdot 119{,}1^g\right)} \approx 10{,}5 \text{ sek.}$$

Die Gotenburger Rutschung hat sich danach innerhalb von etwa 10 Sekunden ereignet.

Es mag noch eingewendet werden, daß bei der Ermittlung der Gleitwiderstandsverminderung in Abb. 41 doch auch das volle Gewicht des Rutschkörpers hätte eingesetzt werden müssen; doch ist unschwer einzusehen, daß es hinsichtlich der Größe von T'_0 (und damit auch für T'_n und weiter für die übrigen T'-Kräfte) gleichgültig ist, wie man rechnet. Wenn man nämlich — wie gefordert — ohne Auftrieb, also mit dem vollen Gewicht des Gleitkörpers rechnet, so muß man längs der Gleitfläche auch die hydrostatischen Wasserdrücke mitberücksichtigen, wodurch man dann zu demselben Ergebnis gelangt, als wenn man von vornherein mit Auftrieb rechnet[40]).

[40]) Ausführlichere Beweisführung s. „Schweiz. Bauzeitung" 109 (1937), S. 298.

7. Die logarithmische Spirale als Gleitkurve bei Böschungsberechnungen

Die logarithmische Spirale ist schon verschiedentlich als Gleitkurve benutzt oder empfohlen worden[41]). Sie hat gegenüber dem Kreis den Vorteil, einen gleichbleibenden Winkel zwischen Fahrstrahl und Gleitfläche zu besitzen (nämlich gleich $\frac{\pi}{2} - \varrho$), so daß sich die Wirkungslinien der Erdspannungen längs der Gleitfläche von vornherein alle in einem Punkte — dem Pol der Spirale — schneiden (vgl. Abb. 44), anstatt, wie beim Kreis und allen anderen Gleitkurven, eine Kurve (z. B. $R \cdot \sin \varrho$-Kreis) zu berühren. Dadurch wird die statische Behandlung einfacher als bei kreisförmigen Gleitflächen, weil es zur Festlegung der Lage der Gleitflächenmittelkraft Q nicht mehr nötig ist, besondere Hilfsmittel — wie z. B. die v_R-Werte bei Gleitkreisen — heranzuziehen.

Diesem Vorteil der logarithmischen Spirale stehen allerdings auch einige Nachteile gegenüber: Es muß mit gleichbleibendem Reibungsbeiwert μ gerechnet und die erforderliche Gleitfestigkeit k gesucht werden. Die Umkehrung dieser Aufgabe, bei gegebener Festigkeit k (die natürlich auch gleich Null sein kann) den für das Gleichgewicht erforderlichen Reibungsbeiwert μ zu finden, läßt sich nur schwierig oder nur näherungsweise[42]) lösen. Besonders nachteilig ist aber, daß die im vorigen Abschnitt gezeigte einfache Berücksichtigung von Porenwasserüberdruck bei der logarithmischen Spirale nicht möglich ist, weil die Lage der Gleitflächennormalkraft N nicht in ähnlich einfacher Weise festliegt wie beim Kreis. Bei zeichnerischen Untersuchungen ist die Spirale außerdem dadurch im Nachteil, daß die Gleitkurve nicht so leicht aufzuzeichnen ist wie ein Gleitkreis. Das punktweise Berechnen der Kurve ist umständlich; man hilft sich durch besondere Schablonen oder Unter-

[41]) So z. B. von E. Kramer (Zeitschr. f. Bauwesen 1879, S. 521) und J. Schultze (Beton und Eisen 1915, S. 285) für Erddruckberechnungen, von J. W. Schwedler (Zeitschr. f. Bauwesen 1889) und dem Verfasser (Bautechnik 1938, S. 244 und S. 760) für die Ermittlung des Erdwiderstandes und von L. Rendulic (Bauingenieur 1935, S. 230) und dem Verfasser (2. Talsperrenkongreß Washington 1936, Vol. IV, S. 357 und 358) für die Berechnung der Standsicherheit von Böschungen.

[42]) Man könnte beispielsweise von der Annahme ausgehen, daß sich die für einen geschätzten μ-Wert aufgezeichnete Gleitkurve mit μ nicht ändert, und dann den Pol suchen, für den die Momente zu Null werden.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

lagblätter. — Der Form nach weicht die Spirale nur wenig vom Kreis ab, wie Abb. 45 zeigt.

Aus den angeführten Gründen werden Berechnungen mit spiralförmigen Gleitflächen nicht so vielseitige Anwendung

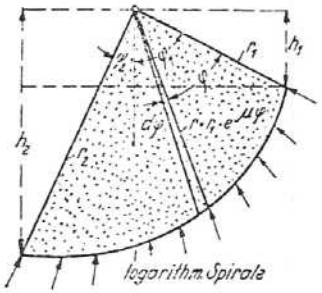


Abb. 44. Bezeichnungen für spiralförmige Gleitflächen.

finden, wie es bei kreisförmigen Gleitflächen der Fall ist. Der Vorteil der logarithmischen Spirale liegt m. E. mehr auf rechnerischem Gebiet (Behandlung einfacher, immer wiederkehrender Sonderfälle); für zeichnerische Untersuchungen, wie sie für die meisten baupraktischen Aufgaben in Frage kommen, wird man wohl fast immer am einfachsten mit Gleitkreisen rechnen. Es kommt daher vor allem darauf an, für das Rechnen mit spiralförmigen Gleitflächen

ein einfaches rechnerisches Verfahren

anwenden zu können. Über ein solches Verfahren ist nachstehend in Kürze berichtet. Eine ausführlichere Behandlung ist an anderer Stelle vorgesehen.

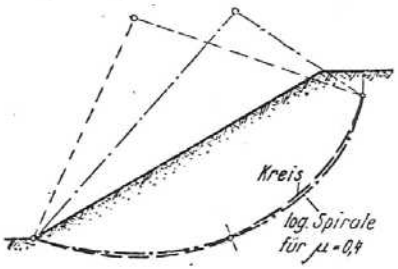


Abb. 45. Vergleich zwischen kreis- und spiralförmiger Gleitfläche.

Für das Anschreiben des Kräftegleichgewichts an Gleitkörpern mit spiralförmigen Gleitflächen braucht man das Moment des Eigengewichts eines von der Spirale und zwei Leitstrahlen begrenzten Erdkörpers (Abb. 44) und das Moment der von der Festigkeit k herrührenden Widerstandskräfte längs der Gleitfläche. Alle Momente werden auf den Pol der Spirale bezogen.

Für das Eigengewichtsmoment M_{S_p} der erwähnten Spiralfläche erhält man mit den Bezeichnungen der Abb. 44:

$$M_{S_p} = \int_0^{\varphi_1+\varphi_2} \gamma \cdot \frac{r^2\, d\varphi}{2} \cdot \frac{2}{3} r \sin(\varphi_1 - \varphi)$$

und nach Einsetzung der Gleichung der logarithmischen Spirale

$$r = r_1 \cdot e^{\mu\varphi}:$$

$$M_{S_p} = \frac{\gamma r_1^3}{3} \int_0^{\varphi_1+\varphi_2} e^{3\mu\varphi} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi)\, d\varphi = \frac{\gamma r_1^3}{3} \cdot \frac{e^{3\mu\varphi}}{1+9\mu^2} [\cos(\varphi_1 - \varphi) + 3\mu \sin(\varphi_1 - \varphi)]\Big|_0^{\varphi_1+\varphi_2}$$

$$= \frac{\gamma}{3(1+9\mu^2)} [r_2^3 (\cos\varphi_2 - 3\mu \sin\varphi_2) - r_1^3 (\cos\varphi_1 + 3\mu \sin\varphi_1)]$$

oder, wenn man die Sinus- und Cosinusfunktionen durch die Tangensfunktionen

$$t_1 = \operatorname{tg}\varphi_1 \quad \text{oder} \quad t_2 = \operatorname{tg}\varphi_2$$

ersetzt und außerdem beachtet:

$$r_2 \cdot \cos\varphi_2 = h_2 \quad \text{und} \quad r_1 \cdot \cos\varphi_1 = h_1:$$

$$M_{S_p} = \frac{\gamma}{3(1+9\mu^2)} [(1+t_2^2)(1-3\mu t_2) h_2^3 - (1+t_1^2)(1+3\mu t_1) h_1^3] \quad \ldots (37)$$

In ähnlicher Weise erhält man für das Moment der Widerstandskräfte aus der Gleitfestigkeit k:

$$M_K = \int_0^{\varphi_1+\varphi_2} k \cdot r\, d\varphi \cdot r = k \cdot r_1^2 \int_0^{\varphi_1+\varphi_2} e^{2\mu\varphi}\, d\varphi = \frac{k}{2\mu} (r_2^2 - r_1^2)$$

oder in Tangensfunktionen:

$$M_K = \frac{k}{2\mu} [(1+t_2^2) h_2^2 - (1+t_1^2) h_1^2]. \quad (38)$$

Als erstes Beispiel sei die erforderliche Gleitfestigkeit k für eine unter ϑ geneigte Böschung berechnet, wobei voraus-

gesetzt wird, daß die Gleitfläche durch den Fußpunkt der Böschung geht (Abb. 46). Diese Aufgabe hat Fellenius mit kreisförmigen Gleitflächen ausführlich behandelt[43]).

Die längs der Gleitfläche unter dem Reibungswinkel ϱ angreifenden Schrägspannungen σ wirken alle in Richtung des Poles der Spirale, erzeugen also kein Moment. Mithin muß das Moment M_K aus der Gleitfestigkeit ebenso groß sein wie das Eigengewichtsmoment des Rutschkörpers. Letzteres ist $M_{Sp} + M_\triangle$, wenn mit $M_\triangle$ die Momente der Dreieck- oder Rechteckflächen bezeichnet werden, die von der Spiralfläche

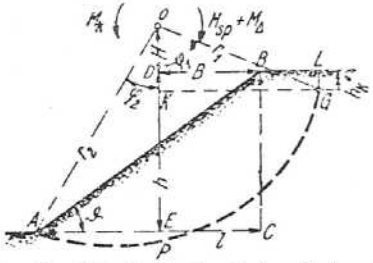


Abb. 46. Spiralförmige Gleitfläche durch den Fußpunkt der Böschung.

OAPG wieder abgezogen werden müssen, um das Eigengewichtsmoment des Rutschkörpers zu erhalten. Man findet unschwer an Hand der Abb. 46:

$$M_\triangle = \gamma \frac{(h+H)^3}{6} \operatorname{tg}^2\varphi_2 - \gamma \frac{(h_K''+H)^3}{6} \operatorname{tg}^2\varphi_1 - \gamma \frac{B^3}{6} \operatorname{tg}\vartheta$$
$$- \gamma \frac{(l-B)^3}{6} \operatorname{tg}\vartheta + \gamma h_K'' \frac{(h_K''+H)^2}{2} \operatorname{tg}^2\varphi_1;$$

$$M_\triangle = \frac{\gamma}{6} [t_2^2 (h+H)^3 - t_1^2 (h_K''+H)^3 - h(l^2 - 3B(l-B))$$
$$+ 3 h_K'' t_1^2 (h_K''+H)^2].$$

In den Gleichungen (37) und (38) für M_{Sp} und M_K ist jetzt einzusetzen:

$$h_2 = h + H; \quad h_1 = h_K'' + H.$$

h_K'' bezeichnet wie im 3. Abschnitt die freistehende Erdhöhe, für die in der Gleitfläche die Spannung Null ist (Vernachlässigung oder Nichtaufnahme von Zugspannungen). Nach früherem ist für waagerechtes Gelände und mit $\omega = \frac{\pi}{2} - \varphi_1 - \varrho$:

$$h_K'' = \operatorname{cotg}\varphi_1 \cdot \frac{k}{\gamma} - h_0 = \frac{k}{\gamma t_1} - h_0, \tag{39}$$

wenn $h_0 = p : \gamma$ die der Auflast p gewichtsgleiche Erdhöhe angibt. Da h_K'' mit k unbekannt ist, muß es vorweg auf Grund einer Überschlagsrechnung geschätzt werden (vgl. Abschnitt 3).

Bezeichnet man das Moment M_K für $k = 1$ mit m_K, so gilt:

$$k \cdot m_K = M_{Sp} + M_\triangle \quad \text{oder} \quad k = \frac{M_{Sp} + M_\triangle}{m_K}.$$

Bei festliegendem Pol ist $t_2 = \operatorname{tg}\varphi_2$ ohne weiteres bekannt:

$$t_2 = \frac{l-B}{h+H};$$

der Wert $t_1 = \operatorname{tg}\varphi_1$ muß jedoch erst berechnet werden. Aus $r_2 = r_1 \cdot e^{\mu(\varphi_1+\varphi_2)}$ folgt leicht:

$$\cos\varphi_1 \cdot e^{-\mu\varphi_1} = \frac{h_K''+H}{h+H} \cdot \cos\varphi_2 \cdot e^{\mu\varphi_2}, \tag{40}$$

woraus φ_1 durch probeweises Einsetzen gefunden werden muß. Nach Einführung der t-Werte lautet Gleichung (40):

$$\frac{e^{-\mu \cdot \operatorname{arc\,tg} t_1}}{\sqrt{1+t_1^2}} = \frac{h_K''+H}{h+H} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \operatorname{arc\,tg} t_2}}{\sqrt{1+t_2^2}}.$$

Da die Funktion $\cos\varphi \cdot e^{\mu\varphi}$ bei Berechnungen mit spiralförmigen Gleitflächen immer wiederkehrt, lohnt es sich, hierfür eine besondere Funktion einzuführen:

$$F_\mu(t) = \cos\varphi\, e^{\mu\varphi} = \frac{e^{\mu \cdot \operatorname{arc\,tg} t}}{\sqrt{1+t^2}}. \tag{41}$$

In der nachfolgenden Tabelle sind eine Anzahl F_μ-Werte angegeben, mit deren Hilfe der gesuchte t_1-Wert durch einfaches Zwischenschalten gefunden werden kann.

[43]) W. Fellenius: Erdstatische Berechnungen ..., 2. Aufl., Berlin 1940.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Zahlenwerte

der Funktion $F_\mu(t) = \dfrac{e^{\mu \cdot \operatorname{arc\,tg} t}}{\sqrt{1+t^2}} = \cos\varphi \cdot e^{\mu\varphi}$ mit $t = \operatorname{tg}\varphi$.

t	$\mu = 0{,}10$		$\mu = 0{,}20$		$\mu = 0{,}30$		$\mu = 0{,}40$		$\mu = 0{,}50$		$\mu = 0{,}60$		t
	F (t) + 0,1	F (t) − 0,1	F (t) + 0,2	F (t) − 0,2	F (t) + 0,3	F (t) − 0,3	F (t) + 0,4	F (t) − 0,4	F (t) + 0,5	F (t) − 0,5	F (t) + 0,6	F (t) − 0,6	
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,00
0,05	1,0038	0,9938	1,0087	0,9888	1,0138	0,9839	1,0189	0,9790	1,0240	0,9741	1,0292	0,9693	0,05
0,10	1,0050	0,9852	1,0150	0,9754	1,0252	0,9657	1,0355	0,9561	1,0459	0,9467	1,0564	0,9373	0,10
0,15	1,0038	0,9743	1,0189	0,9599	1,0341	0,9457	1,0496	0,9318	1,0654	0,9180	1,0814	0,9044	0,15
0,20	1,0001	0,9614	1,0201	0,9426	1,0404	0,9242	1,0611	0,9061	1,0823	0,8881	1,1039	0,8710	0,20
0,25	0,9942	0,9467	1,0189	0,9237	1,0441	0,9014	1,0700	0,8796	1,0966	0,8583	1,1238	0,8375	0,25
0,30	0,9862	0,9303	1,0153	0,9036	1,0454	0,8776	1,0763	0,8524	1,1081	0,8279	1,1409	0,8011	0,30
0,35	0,9762	0,9126	1,0096	0,8824	1,0442	0,8532	1,0799	0,8249	1,1169	0,7976	1,1551	0,7712	0,35
0,40	0,9645	0,8938	1,0019	0,8601	1,0403	0,8283	1,0811	0,7974	1,1230	0,7676	1,1666	0,7390	0,40
0,45	0,9513	0,8742	0,9921	0,8370	1,0353	0,8033	1,0800	0,7700	1,1266	0,7381	1,1753	0,7076	0,45
0,50	0,9369	0,8539	0,9813	0,8152	1,0279	0,7783	1,0767	0,7430	1,1278	0,7093	1,1813	0,6772	0,50
0,55	0,9214	0,8332	0,9689	0,7924	1,0189	0,7535	1,0714	0,7166	1,1267	0,6814	1,1848	0,6480	0,55
0,60	0,9051	0,8124	0,9551	0,7697	1,0084	0,7291	1,0644	0,6908	1,1235	0,6544	1,1859	0,6200	0,60
0,65	0,8882	0,7915	0,9409	0,7472	0,9967	0,7053	1,0558	0,6658	1,1185	0,6285	1,1848	0,5933	0,65
0,70	0,8708	0,7707	0,9257	0,7250	0,9840	0,6821	1,0459	0,6417	1,1118	0,6037	1,1818	0,5679	0,70
0,75	0,8532	0,7501	0,9099	0,7034	0,9704	0,6596	1,0349	0,6185	1,1036	0,5799	1,1770	0,5438	0,75
0,80	0,8354	0,7299	0,8937	0,6823	0,9561	0,6378	1,0228	0,5962	1,0942	0,5573	1,1706	0,5209	0,80
0,85	0,8175	0,7101	0,8772	0,6618	0,9413	0,6168	1,0100	0,5748	1,0837	0,5357	1,1623	0,4993	0,85
0,90	0,7998	0,6908	0,8606	0,6420	0,9261	0,5966	0,9965	0,5544	1,0722	0,5153	1,1538	0,4789	0,90
0,95	0,7822	0,6720	0,8440	0,6228	0,9106	0,5772	0,9825	0,5350	1,0600	0,4959	1,1437	0,4596	0,95
1,00	0,7649	0,6537	0,8274	0,6043	0,8950	0,5587	0,9681	0,5165	1,0472	0,4775	1,1328	0,4411	1,00
1,05	0,7478	0,6360	0,8109	0,5865	0,8793	0,5409	0,9535	0,4989	1,0339	0,4600	1,1211	0,4242	1,05
1,10	0,7311	0,6189	0,7946	0,5691	0,8636	0,5239	0,9387	0,4821	1,0202	0,4436	1,1088	0,4081	1,10
1,15	0,7148	0,6024	0,7786	0,5530	0,8481	0,5077	0,9238	0,4661	1,0062	0,4279	1,0960	0,3929	1,15
1,20	0,6988	0,5865	0,7628	0,5373	0,8326	0,4922	0,9089	0,4509	0,9921	0,4131	1,0829	0,3785	1,20
1,25	0,6833	0,5712	0,7473	0,5222	0,8174	0,4774	0,8940	0,4365	0,9778	0,3991	1,0695	0,3649	1,25
1,30	0,6682	0,5564	0,7322	0,5077	0,8023	0,4633	0,8792	0,4228	0,9635	0,3858	1,0558	0,3521	1,30
1,35	0,6535	0,5421	0,7174	0,4939	0,7875	0,4499	0,8646	0,4098	0,9492	0,3733	1,0420	0,3400	1,35
1,40	0,6392	0,5285	0,7029	0,4806	0,7730	0,4370	0,8501	0,3974	0,9349	0,3614	1,0281	0,3286	1,40
1,45	0,6254	0,5154	0,6889	0,4679	0,7588	0,4248	0,8359	0,3856	0,9207	0,3501	1,0142	0,3178	1,45
1,50	0,6120	0,5028	0,6752	0,4557	0,7449	0,4131	0,8218	0,3744	0,9067	0,3391	1,0003	0,3076	1,50
1,55	0,5990	0,4906	0,6619	0,4440	0,7313	0,4019	0,8080	0,3637	0,8928	0,3292	0,9865	0,2979	1,55
1,60	0,5865	0,4790	0,6489	0,4329	0,7180	0,3912	0,7945	0,3535	0,8792	0,3195	0,9728	0,2888	1,60
1,65	0,5743	0,4678	0,6363	0,4222	0,7051	0,3810	0,7813	0,3438	0,8657	0,3103	0,9592	0,2801	1,65
1,70	0,5625	0,4570	0,6241	0,4119	0,6925	0,3712	0,7683	0,3346	0,8524	0,3016	0,9458	0,2718	1,70
1,75	0,5511	0,4466	0,6123	0,4020	0,6802	0,3619	0,7556	0,3258	0,8394	0,2933	0,9325	0,2640	1,75
1,80	0,5401	0,4366	0,6008	0,3926	0,6682	0,3530	0,7432	0,3174	0,8266	0,2853	0,9194	0,2565	1,80
1,85	0,5295	0,4270	0,5896	0,3835	0,6565	0,3444	0,7311	0,3093	0,8141	0,2778	0,9065	0,2494	1,85
1,90	0,5192	0,4178	0,5788	0,3748	0,6452	0,3362	0,7192	0,3016	0,8018	0,2706	0,8938	0,2427	1,90
1,95	0,5092	0,4089	0,5683	0,3661	0,6341	0,3284	0,7077	0,2942	0,7897	0,2637	0,8813	0,2363	1,95
2,00	0,4996	0,4003	0,5581	0,3584	0,6234	0,3208	0,6964	0,2872	0,7779	0,2571	0,8690	0,2301	2,00
2,10	0,4812	0,3841	0,5386	0,3432	0,6028	0,3067	0,6747	0,2740	0,7551	0,2448	0,8451	0,2187	2,10
2,20	0,4640	0,3691	0,5202	0,3292	0,5833	0,2936	0,6540	0,2618	0,7333	0,2335	0,8221	0,2083	2,20
2,30	0,4478	0,3550	0,5029	0,3161	0,5648	0,2815	0,6343	0,2506	0,7124	0,2232	0,8001	0,1987	2,30
2,40	0,4336	0,3419	0,4866	0,3040	0,5473	0,2703	0,6156	0,2403	0,6925	0,2136	0,7789	0,1899	2,40
2,50	0,4183	0,3297	0,4712	0,2927	0,5308	0,2599	0,5979	0,2307	0,6734	0,2048	0,7586	0,1818	2,50
2,60	0,4049	0,3183	0,4567	0,2822	0,5151	0,2502	0,5810	0,2218	0,6553	0,1967	0,7391	0,1743	2,60
2,70	0,3922	0,3075	0,4429	0,2723	0,5002	0,2412	0,5649	0,2135	0,6380	0,1891	0,7205	0,1674	2,70
2,80	0,3803	0,2975	0,4299	0,2631	0,4861	0,2327	0,5496	0,2058	0,6214	0,1820	0,7026	0,1610	2,80
2,90	0,3690	0,2880	0,4176	0,2544	0,4727	0,2248	0,5351	0,1986	0,6056	0,1755	0,6855	0,1550	2,90
3,00	0,3583	0,2791	0,4060	0,2463	0,4600	0,2174	0,5212	0,1919	0,5905	0,1694	0,6691	0,1495	3,00

Zusammengestellt lauten die für die Aufgabe nach Abb. 46 benötigten Formeln:

$$
\left.
\begin{aligned}
t_2 &= \frac{l-B}{h+H}; \quad F_{-\mu}(t_1) = \frac{h_K'' + H}{h+H} \cdot F_\mu(t_2) \\
M_{Sp} &= \frac{\gamma}{3(1+9\mu^2)} \left[(1+t_2^2)(1-3\mu t_2)(h+H)^3 \right. \\
&\qquad \left. -(1+t_1^2)(1+3\mu t_1)(h_K''+H)^3\right] \\
M_\Delta &= \frac{\gamma}{6} \left[t_2^2(h+H)^3 - t_1^2(h_K''+H)^3 - h(l^2 - 3B(l-B)) \right. \\
&\qquad \left. + 3 h_K'' t_1^2 (h_K''+H)^2\right] \\
m_K &= \frac{1}{2\mu}\left[(1+t_2^2)(h+H)^2 - (1+t_1^2)(h_K''+H)^2\right] \\
k &= \frac{1}{m_K}(M_{Sp} + M_\Delta).
\end{aligned}
\right\} \quad (42)
$$

Für $h_K'' = 0$ (volle Aufnahme von Zugspannungen) kann man hiernach für k anschreiben:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{3}{\mu}\left[(1+t_2^2)\left(1+\frac{H}{h}\right)^2 - (1+t_1^2)\left(\frac{H}{h}\right)^2\right] \cdot \frac{k}{\gamma h} = \\
&= \frac{2}{1+9\mu^2}\left[(1+t_2^2)(1-3\mu t_2)\left(1+\frac{H}{h}\right)^3 \right. \\
&\quad \left. -(1+t_1^2)(1+3\mu t_1)\left(\frac{H}{h}\right)^3\right] + t_2^2\left(1+\frac{H}{h}\right)^3 \\
&\quad - t_1^2\left(\frac{H}{h}\right)^3 - \operatorname{cotg}^2\vartheta + 3\frac{B}{h}\left(\operatorname{cotg}\vartheta - \frac{B}{h}\right).
\end{aligned}
\right\} \quad (43)
$$

Diese Gleichung habe ich vor einigen Jahren (2. Talsperrenkongreß Washington 1936, Vol. IV, S. 358) in der folgenden, für die Ausrechnung ungünstigeren Form angegeben:

$$
\begin{aligned}
&\frac{3}{\mu}(\sin i \cdot e^{\mu\bar\varphi} - \sin m)(e^{2\mu\bar\varphi} - 1) \cdot \frac{k}{\gamma h} = \\
&= \left[\cos^2 i(\sin i - \operatorname{tg}\vartheta\cos i) + \frac{2}{1+9\mu^2}(\sin i - 3\mu\cos i)\right] e^{3\mu\bar\varphi} \\
&- \operatorname{cotg}^2\vartheta\left[(\sin i - \operatorname{tg}\vartheta\cos i)\, e^{\mu\bar\varphi} - \sin m\right]^3 - \sin m\cos^2 m \\
&- \frac{2}{1+9\mu^2}(\sin m + 3\mu\cos m) \quad \text{mit} \quad \bar\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \pi - i - m \\
&\qquad \text{und } i = \pi/2 - \varphi_2; \quad m = \pi/2 - \varphi_1.
\end{aligned}
$$

W. Fellenius hat nachgewiesen, daß für manche Fälle (große Festigkeit, geringe Reibung) die Gleitfläche durch den Fußpunkt der Böschung nicht die ungünstigste ist[13]). Es sind dann tiefer im Untergrund verlaufende Gleitflächen nach Abb. 47 zu untersuchen. Hierfür gelten mit Ausnahme für t_2 und M_Δ

ebenfalls die Formeln (42). t_2 ist jetzt als unabhängige Veränderliche vorweg anzunehmen[44]). Für $M_\triangle$ ist einzusetzen:

$$M_\triangle = \frac{\gamma}{6}\left[t_2^2(h+H)^3 - t_1^2(h_K''+H)^3 - \frac{1}{4}hl^2 + 3t_1^2 h_K''(h_K''+H)^2\right].$$

Hierbei ist $B = \frac{l}{2}$ vorausgesetzt, da sich zeigt, daß der Pol auf der durch $B = \frac{l}{2}$ festgelegten Lotrechten liegt. Denkt man

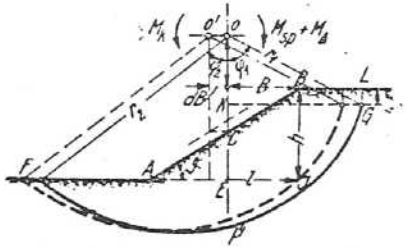


Abb. 47. Tiefer liegende spiralförmige Gleitflächen.

sich nämlich die Gleitfläche um den kleinen Betrag dB seitwärts verschoben, wie in Abb. 47 eingezeichnet, so bleiben M_{S_p} und $M_\triangle$ für den neuen Pol 0′ unverändert; nur $M_\triangle$ verändert sich um

$$dM_\triangle = -dB \cdot h \cdot \left(B - \frac{l}{2}\right),$$

weil für den neuen Pol ein Streifen längs der Böschung mehr abzuziehen ist. Für die ungünstigste Lage der Gleitfläche muß gelten $\frac{dM}{dB} = 0$, woraus folgt:

$$\frac{dM}{dB} = -h\left(B - \frac{l}{2}\right) = 0 \quad \text{oder} \quad B = \frac{l}{2}.$$

Der Pol der ungünstigsten Gleitfläche liegt also auf einer Lotrechten, die die Böschung in halber Höhe trifft[45]).

[44]) Man kann natürlich hier auch t_1 vorweg annehmen und dann t_2 berechnen.

[45]) Dieses Ergebnis wurde für $\mu = 0$, also für kreisförmige Gleitflächen und für Erde ohne innere Reibung, bereits von Fellenius gefunden. Wie man sieht, gilt es für spiralförmige Gleitflächen allgemein für beliebige Reibung. Ebenso gilt die von Fellenius abgeleitete Gesetzmäßigkeit, daß der Pol auch für beliebig begrenzte Böschung auf einer ganz bestimmten Lotrechten liegt ($B \cdot h$ = Böschungsfläche ABJ) für beliebige Reibungsbeiwerte.

Die ungünstigste Gleitfläche ist allgemein dort anzunehmen, wo sich für das zum Gleichgewicht erforderliche k ein Größtwert ergibt. Dort ist die sich gegebenenfalls wirklich ausbildende Gleitfläche zu erwarten. Will man die Lage der ungünstigsten Gleitfläche möglichst genau ermitteln, so kann man eine größere Anzahl von Gleitflächen untersuchen, was aber den Umfang der Rechenarbeit sehr erhöht. Vorteilhafter ist es meistens, die ungünstigste Gleitfläche dadurch zu suchen, daß man kleine Änderungen der Gleitflächenlage in Betracht zieht, wie es schon an Hand der Abb. 47 geschehen ist.

Es wurde gefunden, daß der Pol für die ungünstigste Gleitfläche in Abb. 47 auf der strichpunktiert eingezeichneten Lotrechten $B = \frac{l}{2}$ liegen muß. Hat man nun eine Gleitfläche beliebig angenommen, so wird das für diese Gleitfläche erforderliche k im allgemeinen nicht den Größtwert k_{max} erreichen. Für die ungünstigste Gleitfläche mit k_{max} wird sowohl ein anderes H als auch ein anderes t_2 gelten, als es zunächst angenommen wurde. Man kann nun bei gleichbleibendem t_2-Wert das vorläufig gewählte H um den kleinen Betrag δH vergrößern und dann nachsehen, welche kleine Änderung δk notwendig ist, damit die benachbarte neue Gleitfläche ebenfalls im Gleichgewicht ist, und ebenso kann man bei gleichbleibender Pollage H den Wert t_2 um den kleinen Betrag δt_2 vergrößern und für $t_2 + \delta t_2$ ebenfalls die Änderung δk ermitteln. Man erhält dadurch die Differenzialquotienten

$$\frac{\delta k}{\delta H} \text{ und } \frac{\delta k}{\delta t_2}.$$

Für die ungünstigste Gleitfläche gilt:

$$k = \max \quad \text{oder} \quad \frac{\delta k}{\delta H} = 0 \text{ und } \frac{\delta k}{\delta t_2} = 0.$$

Wird nun für eine angenommene Gleitfläche z. B. ein positives $\frac{\delta k}{\delta H}$ und ein negatives $\frac{\delta k}{\delta t_2}$ gefunden, so muß für die zweite Gleitfläche ein größeres H und ein kleineres t_2 angenommen werden, wenn man der ungünstigsten Gleitfläche näherkommen will. Man kann sich durch solches schrittweises Vorgehen ziemlich schnell der ungünstigsten Gleitfläche nähern, ohne viele Gleitflächen untersuchen zu müssen.

Der Kürze halber wird hier auf die Ableitung der Formeln für $\frac{\delta k}{\delta \ldots}$ verzichtet. Auch die Vorführung eines Zahlenbeispiels

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

muß der ausführlicheren Veröffentlichung vorbehalten bleiben. Es werden nachstehend nur die fertigen Formeln angegeben.

Mit den Abkürzungen:

$$T_1 = \frac{1+t_1^2}{t_1+\mu};\quad T_1' = \frac{1-\mu t_1}{t_1+\mu};\quad T_1'' = \frac{2\mu t_1}{t_1+\mu};\quad T_2' = \frac{1+\mu t_2}{1+t_2^2};$$

$$T_2'' = \frac{t_2-\mu}{1+t_2^2};$$

$$M = \frac{3\,M_{Sp} - 2\,k\cdot m_K}{h+H};\quad g = \gamma t_1 h_K'';\quad \overline{M} = M - T_1(k-g)\frac{(h_K''+H)^2}{h+H};$$

$$A = \frac{\gamma}{k}\cdot\frac{t_1^2}{T_1};\quad C = T_1(k - T_2''\cdot g);\quad D = T_1\cdot k - T_1'\cdot g$$

erhält man

für Abb. 47:

$$\frac{\delta k}{\delta H}\cdot m_K = M + T_1\left[k(h-h_K'') + g(h_K''+H)\right]\frac{h_K''+H}{h+H} +$$
$$+ D(h_K''+H)\cdot\frac{\delta h_K''}{\delta H} - g\left(T_1' - T_1''\cdot\frac{h_K''+H}{h+H}\right)(h_K''+H) +$$
$$+ \frac{1}{2}\gamma\left[t_2^2(h+H)^2 - t_1^2(h_K''+H)^2\right]$$

mit $\frac{\delta h_K''}{\delta H}\cdot\left[A(h_K''+H) - 1\right] = \frac{h-h_K''}{h+H}$;

$$\frac{\delta k}{\delta t_2}\cdot m_K = T_2''\cdot M(h+H) - C(h_K''+H)^2 + D(h_K''+H)\cdot\frac{\delta h_K''}{\delta t_2} -$$
$$- k(h+H)^2$$

mit $\frac{\delta h_K''}{\delta t_2}\cdot\left[A - \frac{1}{h_K''+H}\right] = -T_2''$;

für Abb. 46:

$$\frac{\delta k}{\delta H}\cdot m_K = T_2'\cdot\overline{M} + D(h_K''+H)\cdot\left(1+\frac{\delta h_K''}{\delta H}\right) +$$
$$+ t_2\left[k + \frac{1}{2}\gamma t_2(h+H)\right](h+H) - \frac{1}{2}\gamma t_1^2(h_K''+H)^2$$

mit $\frac{\delta h_K''}{\delta H}\cdot\left[A(h_K''+H) - 1\right] = 1 - T_2'\cdot\frac{h_K''+H}{h+H}$;

$$\frac{\delta k}{\delta B}\cdot m_K = -T_2''\cdot\overline{M} + D(h_K''+H)\cdot\frac{\delta h_K''}{\delta B} + k(h+H) +$$
$$+ \frac{1}{2}\gamma h(l-2B) - g(h_K''+H)$$

mit $\frac{\delta h_K''}{\delta B}\cdot\left[A - \frac{1}{h_K''+H}\right] = \frac{T_2''}{h+H}$.

Wie leicht zu übersehen ist, sind die vorstehenden Gleichungen besonders durch die Berücksichtigung von h_K'' umständlicher geworden. Ohne h_K'', also für $h_K'' = 0$ (volle Aufnahme der Zugspannungen im Gelände) hat man einfacher

$$\left(\text{wenn jetzt } \overline{M} = M - T_1\cdot k\cdot\frac{H^2}{h+H}\right.$$

für Abb. 47:

$$\frac{\delta k}{\delta H}\cdot m_K = M + T_1\cdot k\cdot\frac{h\cdot H}{h+H} + \frac{1}{2}\gamma\left[t_2^2(h+H)^2 - t_1^2 H^2\right];$$

$$\frac{\delta k}{\delta t_2}\cdot m_K = T_2''\cdot\overline{M}(h+H) - k(h+H)^2;$$

für Abb. 46:

$$\frac{\delta k}{\delta H}\cdot m_K = T_2'\cdot\overline{M} + k\left[t_2(h+H) + T_1\cdot H\right] + \frac{1}{2}\gamma\left[t_2^2(h+H)^2 - t_1^2 H^2\right];$$

$$\frac{\delta k}{\delta B}\cdot m_K = -T_2''\cdot\overline{M} + k(h+H) + \frac{1}{2}\gamma h(l-2B).$$

In den vorstehenden Formeln sind die Änderungen δM der einzelnen Momente geometrisch in derselben Weise ermittelt, in der auch die Formeln (42) hier abgeleitet wurden. Ein solches Vorgehen ist einfacher, als die δM durch Differenzieren der Gleichung (42) zu erhalten. Auszugehen ist in jedem Falle von dem Ansatz:

$$\delta k\cdot m_K = \delta M_{Sp} + \delta M_\Delta - \delta M_K.$$

Schlußbetrachtung

Wenn in dem vorliegenden Heft nur die rein statische Seite der Standsicherheits-Untersuchung von Böschungen behandelt wurde, so sei demgegenüber zum Schluß nachdrücklichst darauf hingewiesen, daß eine ausreichende Untersuchung des Baugrundes, vor allem die einwandfreie Ermittlung des Gleitwiderstandes, der Erdschichtung und der Grundwasserverhältnisse, mindestens ebenso wichtig ist wie die Aufstellung einer

den wirklichen Verhältnissen gerecht werdenden statischen Untersuchung. Es braucht ja nur daran erinnert zu werden, daß für den Sicherheitsgrad angeschrieben wurde:

$$\eta = \frac{\tau_{vorh}}{\tau_{erf}}.$$

Durch die Baugrunduntersuchungen wird nicht nur der vorhandene Gleitwiderstand τ_{vorh} versuchsmäßig ermittelt, sondern auch die Grundlage für den Kräfteansatz (Erdschichtung, Wasserdruckverhältnisse) in der statischen Berechnung geschaffen. Die Prüfung der Baugrundwertigkeit ist damit nicht nur die notwendige Voraussetzung für die Garantie des angesetzten τ_{vorh}, sondern es wird durch sie in vielen Fällen erst die Möglichkeit geschaffen, auch τ_{erf} richtig zu ermitteln. Ohne ausreichende und sachgemäße Baugrunduntersuchungen ist daher auch die sorgfältigste statische Berechnung ziemlich wertlos; sie kann sogar vom Übel sein, wenn eine Sicherheit vorgetäuscht wird, die in Wirklichkeit nicht vorhanden ist. Andererseits veranlaßt eine ungenügende Untersuchung des Untergrundes dazu, die Sicherheitszahl η sehr vorsichtig anzunehmen, was in wirtschaftlicher Hinsicht in vielen Fällen eine Verschwendung von Arbeitsleistungen und Baustoffen bedeutet.

Wenn nun auch die Baugrunduntersuchungen den wichtigsten Teil bei der Ermittlung der vorhandenen Sicherheit gegen Abrutschen darstellen, so bleibt daneben aber doch die Aufgabe bestehen, auch die statische Untersuchung selbst so durchzuführen, daß die wirklichen Kräfteverhältnisse möglichst weitgehend erfaßt werden. Zur Lösung dieser Aufgabe liefert die vorliegende Arbeit einige Beiträge. Nicht jedes der angegebenen Verfahren mag so einfach erscheinen, wie es der Titel dieses Buches verspricht; bei der vorstehend angedeuteten Zielsetzung einer möglichst wirklichkeitsgetreuen Berechnung konnte aber nicht das einfachste Verfahren schlechthin gegeben werden, sondern es mußte versucht werden, die wirklichen Verhältnisse auf einfachste Weise zu erfassen oder verwickelte Verfahren soweit als möglich zu vereinfachen.

Die vorliegende Arbeit soll auch dazu anregen, die bei Erdbauten immer wieder vorkommenden Rutschungen eingehender zu untersuchen, da diese unbestreitbar noch viel zu wenig ausgewertet werden. Wenn die Natur uns in Gestalt einer eingetretenen Rutschung selber den Bruch des Baugrundes vorführt, so liegt es an uns, nun diese Fälle theoretisch durchzurechnen, um dadurch den wirklich vorhandenen Gleitwiderstand zu finden. Die auf diese Weise erhaltenen Bruchwerte besitzen mindestens die gleiche Zuverlässigkeit wie die im Prüfraum ermittelten Werte, weil letztere nicht immer ganz frei von Versuchsfehlern zu erhalten sind und auch den infolge des Formänderungs-Einflusses des Erdkörpers nur einzusetzenden mittleren Bruchwert τ_m (Abb. 35) vielfach nicht genau genug erkennen lassen. Durch die Klarstellung der Ursache einer Rutschung werden die wirksamen Kräfte richtig erkannt, so daß sie für die weiteren Berechnungen des betreffenden Bauvorhabens entsprechend eingesetzt werden können.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Die Berechnung der Standsicherheit von Böschungen und Staudämmen*)

Von Professor Johann Ohde, Berlin

Rutschungen von Böschungen, Abhängen und anderen Geländesprüngen sind bekanntlich recht unangenehme Erscheinungen. Bei größerem Umfang können sie nicht nur sachlich und wirtschaftlich beträchtlichen Schaden anrichten, sondern auch Menschenleben in Gefahr bringen. Es ist daher das Bestreben verständlich, gegenüber der Rutschgefahr eine ausreichende Sicherheit nachweisen zu können. Dieser Nachweis ist nur durch Gegenüberstellung des vorhandenen Gleitwiderstandes und des statisch für Gleichgewicht erforderlichen Gleitwiderstandes möglich, weil die Beständigkeit eines Geländesprunges nach der Mohrschen Bruchhypothese nur gewährleistet ist, solange ein ausreichender Gleitwiderstand vorhanden ist.

Damit ist das Vorgehen bei der Berechnung der Rutschsicherheit schon halbwegs vorgezeichnet. In statischer Hinsicht sind einerseits die wirksamen Belastungen zu ermitteln und zu einer angreifenden Mittelkraft zusammenzusetzen, und zwar für solche krummen Flächen, die als Gleitflächen in Frage kommen können; andererseits ist für jede dieser angenommenen Gleitflächen die gleichgroße, aber entgegengesetzt gerichtete widerstehende Mittelkraft anzusetzen, die aus Normal- und Schubspannungen längs jeder Gleitfläche folgt. In festigkeitsmechanischer Hinsicht ist sodann der statisch für Gleichgewicht erforderliche Schubwiderstand zu vergleichen mit dem größtmöglichen, vorhandenen Gleitwiderstand, indem das Verhältnis aus vorhandenem Gleitwiderstand und erforderlichem Schubwiderstand als Sicherheitszahl angesetzt wird[1]). Bis hierher gehen wir mit vielen bekannten Berechnungsverfahren einig. Die Unterschiede der Berechnungsverfahren beginnen im Grunde genommen erst bei der Frage nach dem Ansatz des höchstens vorhandenen Gleitwiderstandes.

Man kann vielleicht meinen, die Aufgabe rein versuchsmäßig lösen zu können. Das ist in der Tat bis zu einem gewissen Grade möglich, denn man kann in der Natur in verschiedener Tiefe gewachsene Erdproben ausstechen und im Prüfraum in der jeweils erforderlichen Weise untersuchen; man kann in einigen Fällen vielleicht aber auch Modellversuche durchführen unter Beachtung der Ähnlichkeitsgesetze. Jedoch ist ein solches Vorgehen im Einzelfalle wohl immer reichlich umständlich und ohne Kenntnis der Gleitwiderstandsgesetze kaum richtig durchführbar.

Am besten gehen wir also von vornherein von den Gleitwiderstandsgesetzen aus. Für sandige Erdschichten macht dies bekanntlich keine Schwierigkeiten, da das Coulombsche Reibungsgesetz ohne weiteres anwendbar ist. Auszunehmen sind nur jene Fälle, bei denen infolge lockerer Lagerung unter Wasserübersättigung und meist auch unter dem Strömungsdruck des Sickerwassers das Korngefüge zusammenbricht und das sandige Erdreich plötzlich breiartig mit großer Gewalt ausfließt. Solche Breirutschungen lassen sich nicht vorausberechnen, man weiß nur, daß sie eintreten können bei unverdichteter Sandschüttung oder lockerem, sandig-schluffigem Untergrund und ansteigendem oder strömendem Grundwasser.

Die meisten Rutschungen treten bekanntlich bei bindigem Untergrund auf, weil der Gleitwiderstand bindiger Erde bedeutend geringer ist als der Gleitwiderstand von Sand oder Schluff. Hinzu kommt noch der reibungsmindernde Einfluß des Porenwassers, der versuchsmäßig zwar schon längere Zeit bekannt ist, aber theoretisch erst in letzter Zeit befriedigend geklärt werden konnte. Gerade dieser Einfluß des Porenwassers ist es, den ich hier besonders hervorheben möchte, weil das Berechnungsverfahren durch diesen Einfluß grundlegend geändert wird.

Zunächst möchte ich — schon der Übersicht halber — kurz auf die bisherigen Hypothesen eingehen. Ich darf als bekannt voraussetzen, daß die ersten Versuche einer Deutung und Berechnung des Gleitwiderstandes von Ton von dem Coulombschen Reibungsgesetz ausgingen, wonach der Gleitwiderstand aus dem Reibungs- und Festigkeitsanteil zusammengesetzt ist und der Reibungsanteil im gleichen Verhältnis mit der wirksamen Pressung zunimmt. Diese von der Erddrucklehre her geläufige Hypothese wurde von Hultin, Fellenius, Krey und anderen auch für kreiszylindrische Gleitflächen nutzbar gemacht. Daß die Gleitflächen bei Ton-Rutschungen im allgemeinen gekrümmt verlaufen und von der Kreisform meist nur wenig abweichen, ist ja eine bekannte Tatsache, die sich theoretisch begründen läßt, aber auch durch die Erfahrung oft bestätigt wird. Die älteren Rutschungsuntersuchungen unter der Annahme kreisförmiger Gleitflächen und der Gültigkeit des einfachen Reibungsgesetzes erbrachten nun aber in vielen Fällen ein unbefriedigendes Ergebnis, indem sich im Vergleich mit dem im Versuch erhaltenen Gleitwiderstand so große Sicherheiten ergaben, daß die Rutschungen eigentlich nicht hätten eintreten dürfen. Da durch die Rutschungen selbst aber der Gegenbeweis erbracht war, so konnte es in diesen Fällen nicht so ohne weiteres richtig sein, von dem einfachen Coulombschen Gleitwiderstandsgesetz auszugehen.

Angeregt durch die grundlegende Arbeit Terzaghis über den Druckausgleich des Porenwassers bei plötzlicher Belastung von Ton[2]) führte dann Krey in seinem Aufsatz über „rutschgefährliche und fließende Bodenarten" 1927 die Annahme ein, daß bei plötzlicher Belastungsänderung von Ton der Gleit-

*) Ergänzte Fassung des Vortrages.

[1]) Hierbei ist allerdings zu bedenken, daß die wirkliche Rutschsicherheit u. U. geringer ist als die rechnerische Sicherheit, weil der größte Wert des Gleitwiderstandes bei langgestreckten Rutschungen nicht überall gleichzeitig wirksam wird, sondern nacheinander von oben nach unten fortschreitet mit zunehmender Gleitverschiebung (nach unten fortschreitender Bruch nach Terzaghi).

[2]) Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien 1925, B. G. Teubner.

widerstand seinen ursprünglichen Wert (vor Baubeginn) beibehält, durch die Belastungsänderung also nicht beeinflußt wird[3]). Mit Hilfe dieser Annahme erhält man in vielen Fällen merklich ungünstigere Ergebnisse und kommt dadurch der Wirklichkeit schon bedeutend näher. Diese Anregung von Krey wurde jedoch in der Folgezeit vorerst nicht beachtet; der Verfasser selbst kam erst 1936 dazu, die Annahme auf kreisförmige Gleitflächen anzuwenden[4]). Im gleichen Jahre berechnete Maag in Zürich die Grenzbelastung von Ton unter der Annahme gleichbleibender größter Schubspannung[5]). Inzwischen hatte sich auch Terzaghi eingehender mit Rutschungsuntersuchungen befaßt, zunächst auf der Grundlage der Arbeit von Fellenius, also unter Annahme des Coulombschen Reibungsgesetzes. Er ist aber anscheinend bald auf den Widerspruch zwischen Theorie und Wirklichkeit gestoßen und deutete schon 1935/1936 in seinen Berliner Gastvorlesungen an, daß sich manche Tonrutschungen statisch nur erklären lassen, wenn man den Reibunganteil des Gleitwiderstandes unbeachtet läßt und nur mit Gleitfestigkeit (Kohäsion) rechnet. Er teilte damals weiter mit, wenn ich mich recht erinnere, daß er mit einer einzigen Ausnahme bei mehreren Rutschungen eine erforderliche Kohäsion von etwa 3,0 t/m³ erhalten habe[6]). In der letzten Zeit sind in Nordamerika und England diese Berechnungen unter der Annahme der Vernachlässigung des Reibungseinflusses wieder aufgenommen und unter der Bezeichnung „$\phi = 0$ — Analysis" bekannt geworden[7]).

Diese Annahme der Ausschaltung des rechnerischen Reibungsanteiles des Gleitwiderstandes ist jedoch physikalisch unbefriedigend, weil sie durch die Versuche nicht bestätigt wird. Der Verfasser hat deshalb zunächst nach der Annahme von Krey gerechnet, die ja auch schon eine gewisse Erklärung bietet für den verminderten Gleitwiderstand des Tones. Durch die Erklärung der Ursachen jedoch, von denen die Druckfestigkeit des Tones abhängt, also auf dem Wege des Spannungsgleichgewichtes und der Elastizitätslehre, ergab sich dann eine genauere und — wie ich glaube — physikalisch hinreichend einwandfreie Lösung der Gleitwiderstandsfrage[8]). Dadurch konnte nachgewiesen werden, daß der Gleitwiderstand auch von der geologischen Vorbelastung abhängt, wodurch besonders im Zustande der Erstbelastung ein merklich geringerer Wert erhalten wird als nach der Annahme von Krey. Es sind hiernach folgende 2 Fälle zu unterscheiden:

1. Jüngere Ablagerungen, die sich noch im Zustande der Erstbelastung befinden, bei denen also die geologische Vorbelastung p_v der jetzigen Erdauflast $\bar{p}$ entspricht ($p_v \approx \bar{p}$), und
2. stärker verdichtete Tonschichten, deren geologische Verbelastung p_v merklich größer ist als ihre jetzige Erdauflast, die also im Ablauf ihrer Geschichte bereits stärker vorgepreßt worden sind als durch die jetzige Erdauflast ($p_v > \bar{p}$).

Weitere Einzelheiten der Theorie und ihrer Anwendung auf Rutschungsuntersuchungen werden nachstehend der Anschaulichkeit halber an Hand einiger Bilder erläutert.

Bild 1 veranschaulicht links unter A den gewöhnlichen Ansatz des Gleitwiderstandes nach Coulomb, der sich aus der Gleitfestigkeit (Kohäsion) k und dem Reibungsanteil $\mu \cdot \nu$ zusammensetzt, mit $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ als Reibungsbeiwert und ν als Erdkorn-Normalpressung. Dieser Ansatz gilt grundsätzlich auch genügend

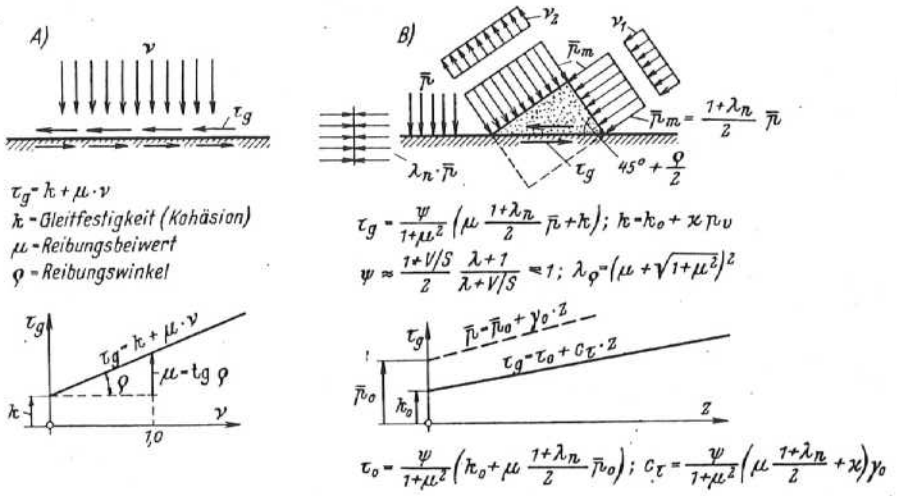


Bild 1. Gleitwiderstandsgesetze.

A. Gewöhnlicher Gleitwiderstand (sandige Erde oder sehr langsam belasteter Ton).

B. Gleitwiderstand von Ton bei unverändertem Wassergehalt („Schnell"-Belastung).

[3]) Krey, Rutschgefährliche und fließende Bodenarten. Bautechnik 5 (1927), S. 485.
[4]) Ohde, Beitrag zur Berechnung der Standsicherheit von Erddämmen. Schweiz. Bauzeitung 109 (1937), Nr. 25, S. 297 und 10 (1937), S. 274.
[5]) Maag, Grenzbelastung des Baugrundes. Straße und Verkehr 24 (1938), S. 349.
[6]) Vgl. auch v. Terzaghi, Stability of slopes of natural clay. Proc. Int. Conf. Soil Mech., Cambridge, Mass. 1936, Bd. 1, S. 161.
[7]) Vgl. z. B. Proc. 2. Int. Conf. Soil Mech., Rotterdam 1948, Bd. II, S. 63.
[8]) Ohde, Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes und ihr Einfluß auf Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand. Bautechnik 26 (1949), S. 129 und 163.

genau für vollbindige Erde, wie Versuche mit langsamer Schubbelastung gezeigt haben; nur weiß man in diesem Falle nicht, wie groß die Erdkornpressung ν wirklich ist, weil ein Teil der Normalpressung durch Porenwasser-Überdruck aufgenommen wird[9]). Dieser zunächst unbekannte zusätzliche Porenwasserdruck läßt sich jedoch bestimmen, wenn man sich an Hand der Darstellung unter B auf der rechten Seite von Bild 1 klarmacht, daß bei der Ausbildung einer Gleitfläche die unter $45° - \varrho/2$ geneigte größte Hauptspannung um eine Pressung ν_1 zugenommen haben muß und die kleinste Hauptspannung um ν_2 abgenommen hat, wobei das Verhältnis von ν_1 und ν_2 durch die Bedingung gleichbleibenden Rauminhaltes gegeben ist. Das Reibungsgleichgewicht liefert dann die in der Mitte angeschriebene Gleichung für den Gleitwiderstand τ_g[10]). Dieser Gleitwiderstand erscheint als Abhängige der vor Baubeginn vorhandenen Erdauflast $\bar{p}$ (einschl. der Kapillarspannung) und wird damit durch neu hinzukommende Auflast-Änderungen nicht verändert, oder zumindest solange nicht, als sich der Wassergehalt des Tones nicht ändert, was bekanntlich längere Zeit dauert. Da die Erdauflast $\bar{p}$ nur von der Tiefe unter Gelände abhängt, erscheint auch der Gleitwiderstand als Abhängige der Tiefe unter dem ursprünglichen Gelände, wie es in Bild 1 unter B unten rechts dargestellt ist. Im übrigen kann man aus der Formel für den Gleitwiderstand τ_g deutlich die Anteile des Erdeigengewichtes, der Kapillarfestigkeit und der Eigenfestigkeit (wasserfeste) herauslesen, denn der Wert $\bar{p}$ setzt sich zusammen aus der Erdauflast und der Kapillarspannung ν_k, und k bedeutet die wasserfeste Eigenfestigkeit.

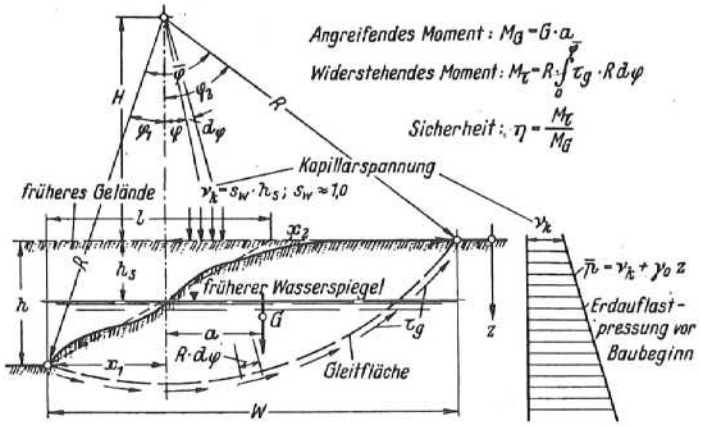


Bild 2. Rutschsicherheit bindiger Erde.

Bild 2 veranschaulicht das neue Verfahren für die Berechnung der Rutschsicherheit. Der Sicherheitsgrad ergibt sich in üblicher Weise durch das Verhältnis aus dem widerstehendem Moment des Gleitwiderstandes und dem angreifenden Moment des Rutschkörper-Eigengewichtes. Das Neue an dem Verfahren ist demnach die nachstehend abgeleitete Formel für das Moment M_τ des Gleitwiderstandes. Diese verhältnismäßig einfache Formel folgt aus der Integration des tiefenabhängigen Gleitwiderstandes längs des Gleitkreises:

$$M_\tau = R \cdot \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \tau_g \cdot R\, d\varphi = R^2 \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \tau_g \cdot d\varphi = \frac{R^2 \psi}{1+\mu^2} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \left[\mu \frac{1+\lambda_n}{2} (\gamma_0 z + \nu_k) + k_0 + \varkappa (p_{v0} + \gamma_0 z)\right] =$$

$$= \frac{R^2 \psi}{1+\mu^2} \left[\left(\mu \frac{1+\lambda_n}{2} + \varkappa\right) \gamma_0 \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi\, (R \cdot \cos\varphi - H) + \left(\mu \frac{1+\lambda_n}{2} \nu_k + k_0 + \varkappa\, p_{v0}\right) \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi\right] =$$

$$= R^2 \bar{\mu} \gamma_0 \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi\, (R \cdot \cos\varphi - H) + R^2 \bar{\mu} \nu_k \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi + \frac{R^2 \psi}{1+\mu^2} \left(k_0 + \varkappa (p_{v0} - \nu_k)\right) \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi$$

[9]) Das Coulombsche Reibungsgesetz bleibt also weiterhin gültig, nur darf es nicht ohne Berücksichtigung des Porenwasser-Überdruckes angesetzt werden, da ν nicht für die gesamten Normalpressungen, sondern nur für die Erdkorn-Normalpressungen gilt. Vgl. v. Terzaghi, The shearing resistanec of saturated soils ...., Proc. Int. Conf. Soil Mech., Cambridge, Mass., 1936, Bd. 1, S. 54.

[10]) Kurze Ableitung der Formel τ_g (vgl. Aufsatz nach [9])): Bei stärkerer Vorbelastung liefert die Bedingung gleichbleibenden Rauminhaltes für die ebene Aufgabe: $\nu_2 = \nu_1$, bei Erstbelastung: $\nu_2 \approx \nu_1 \cdot S/V$. Das Spannungsgleichgewicht in der Gleitfläche liefert für die Hauptspannungen σ_1 und σ_2: $\sigma_1 = \lambda_\varrho \cdot \sigma_2 + 2\sqrt{\lambda_\varrho} \cdot k$ mit $\lambda_\varrho = \mathrm{tg}^2\,(45° + \varrho/2)$ und für den Gleitwiderstand: $\tau_g = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos\varrho$. Einsetzen von $\sigma_1 = \bar{p}_m + \nu_1$ und $\sigma_2 = \bar{p}_m - \nu_2$ in diese Formeln (mit $\bar{p}_m$ als Mittelwert der Erdkornpressung vor Baubeginn) liefert dann nach kurzer Zwischenrechnung die in Bild 1 für τ_g angegebene Formel. Bei stärkerer Vorbelastung ($p_v > \bar{p}$) gilt $\psi \approx 1{,}0$, bei Erstbelastung ($p_v \approx \bar{p}$) $\psi < 1{,}0$; $\psi \approx \frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda_\varrho + 1}{\lambda_\varrho + V/S}$ mit V/S = Verdichtungszahl/Schwellzahl. (i. M. $\psi \approx 0{,}75$).

oder nach Ausführung der einfachen Integrationen:

$$M_\tau = R^2 \cdot \bar{\mu}\, \gamma_0 (R \cdot \sin \varphi_2 + R \cdot \sin \varphi_1 - H \cdot \bar{\varphi}) + R^2 \cdot \bar{\varphi} \left[\bar{\mu}\, \nu_k + \frac{\psi}{1+\mu^2} (k_0 + \varkappa (p_{v0} - \nu_k))\right]$$

$$= R^2 \cdot \bar{\mu} \cdot \gamma_0 (w - H\,\bar{\varphi}) + R^2 \bar{\varphi} \left(\bar{\mu}\, \nu_k + \frac{\psi}{1+\mu^2} k_0'\right) \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

mit

$$\bar{\mu} = \frac{\psi}{1+\mu^2} \left(\mu \frac{1+\lambda_n}{2} + \varkappa\right) \quad \text{und} \quad k_0' = k_0 + \varkappa (p_{v0} - \nu_k) \quad \ldots \ldots \quad (1a)$$

Hierbei bedeuten $\varkappa$ den Eigenfestigkeitswert, p_{v0} die geologische Vorbelastung in Höhe des früheren Geländes und γ_0 das Raumgewicht der Erde unterhalb des Wasserspiegels, also unter Berücksichtigung des Wasserauftriebes.

Es ist hiernach nicht schwierig, die Aufgabe rein rechnerisch zu lösen[11]), jedoch ist das zeichnerische Abgreifen der in der Formel erscheinenden Größen im allgemeinen bequemer.

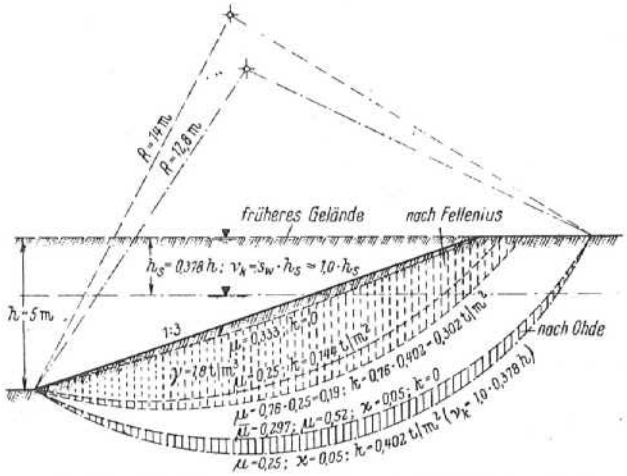


Bild 3. Gleitflächen und Gleitwiderstand für Tonböschung 1 : 3 im Zustande der Erstbelastung.

Bild 3 zeigt für eine Ton-Böschung 1 : 3 vergleichsweise die Ergebnisse nach dem Verfahren von Fellenius und nach dem Verfahren des Verfassers, wodurch der große Unterschied beider Verfahren deutlich wird. Ohne Gleitfestigkeit (Kohäsion) beispielsweise — also für $k = 0$ — ist nach dem alten Verfahren der für Gleichgewicht erforderliche Reibungswert 1 : 3 = 0,33, und die ungünstigste Gleitfläche verläuft flach unterhalb der Böschungslinie. Nach dem neuen Verfahren liegt die Gleitfläche — wohlgemerkt auch für $k = 0$! — verhältnismäßig tief, was freilich mit bauptaktischen Beobachtungen übereinstimmt. Der erforderliche Reibungswert ergibt sich nach dem neuen Verfahren für Erstbelastung zu $\mu_{erf} = 0{,}52$ und für eine gewisse Vorbelastung zu 0,33 gegenüber 0,33 nach dem alten Verfahren. Für zusammenwirkende Reibung und Gleitfestigkeit (Kohäsion) ist nach dem neuen Verfahren für $\mu = 0{,}25$ erforderlich ein k von rd. 0,4 t/m², während nach Fellenius 76% dieser Werte ausreichen. Die Lage der ungünstigsten Gleitfläche ist nach dem neuen Verfahren mit der Gleitfestigkeit k kaum noch veränderlich, während sich nach Fellenius ein starkes Streuungsband ergibt. Diese Unterschiede lassen wohl deutlich genug erkennen, daß sich das neue Berechnungsverfahren nicht nur rechnerisch, sondern auch in seiner physikalischen Begründung wesentlich von dem alten Verfahren unterscheidet. Da es außerdem einfach ist, dürfte es sich bald einbürgern.

Es folgen jetzt einige Beispiele von Rutschungen, die nach dem neuen Verfahren untersucht wurden, wobei die Durchrechnung des ersten Beispiels nach Bild 4 ausführlich behandelt wird, um die Anwendung des neuen Verfahrens zu zeigen.

Bild 4 zeigt eine Rutschung am Rande des Hamburger Hafengebietes, (Neubau der Ernst-August-Schleuse), die der Verfasser selbst miterlebt hat. Eine Baugrubenböschung 1 : 2,2 im Klei wurde oben noch mit einem Kleidamm von 2,6 m Höhe belastet, um das Hochwasser von der Baugrube fernzuhalten. Nachdem die Baugrube bis 4 m Tiefe ausgehoben war (Solltiefe 6,2 m, Entspannung des unteren Grundwassers im Sand durch Grundwasser-Absenkung), stürzte die Böschung ein, wodurch die Absenkungsanlage außer Betrieb und die Baugrube unter Wasser gesetzt wurde. Für die etwa in Betracht kommenden 3 Gleitflächen I, II und III sind in Bild 4 die Erd-Eigengewichte und die zeichnerisch gefundenen geometrischen Größen eingetragen, die für die erdstatische Berechnung benötigt werden. Man erhält folgende Rechnung, wenn für das Raumgewicht γ_0 unter Wasser der Mittelwert von 0,6 t/m² eingetragen wird:

Gleitfläche I: Eigengewichtsmoment, bezogen auf den Gleitkreismittelpunkt:

$M_G = 15\ (11{,}1 + 1{,}34 + 2{,}45) + 36\ (4{,}15 + 1{,}34 + 2{,}45) + 56 \cdot 6{,}95 - 7 \cdot 3.85 = 223 + 286 + 389 - 27 = 871$ tm,

Gleitwiderstandsmoment nach Formel (I) für $k_0' = 0$:

$M_\tau = 25^2 \cdot \bar{\mu} \cdot 0{,}6\ (20{,}2 - 18{,}55 \cdot 0{,}873) + 25^2 \cdot 0{,}873 \cdot \bar{\mu} \cdot 2{,}2 = 1500\ \bar{\mu} + 1200\ \bar{\mu} = 2700\ \bar{\mu}$

Die Gleichsetzung der beiden Momente liefert für das erforderliche $\bar{\mu}$:

$2700\ \bar{\mu} = 871$ tm; $\bar{\mu} = \dfrac{871}{2700} = 0{,}323.$

[11]) Z. B. findet man für das angreifende Eigengewichtsmoment M_G die Formel:

$$M_G = \frac{\gamma}{6} [2\,h\,(h + H)^2 + h\,l\,(3\,x_1 - l) - H\,(x_2^2 - x_1^2)] \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

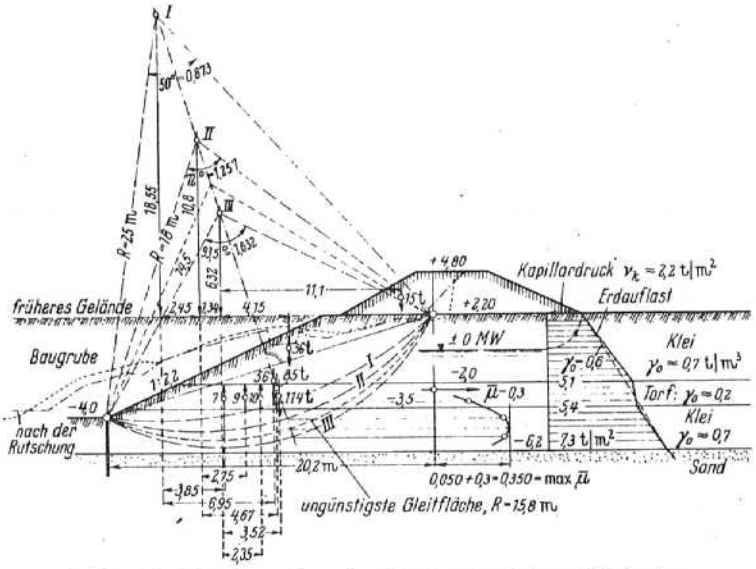


Bild 4. Statische Untersuchung einer Rutschung in Hamburg-Wilhelmsburg im Jahre 1926.

Gleitfläche II:

$$M_G = 15\,(11{,}1 + 1{,}34) + 36\,(4{,}15 + 1{,}34) + 85 \cdot 4{,}67 - 9 \cdot 2{,}75 = 187 + 197 + 397 - 25 = 756 \text{ tm},$$

$$M_r = 18^2 \cdot \bar{\mu} \cdot 0{,}6\,(20{,}2 - 10{,}8 \cdot 1{,}257) + 18^2 \cdot 1{,}257 \cdot \bar{\mu} \cdot 2{,}2 = 1289\,\bar{\mu} + 896\,\bar{\mu} = 2185\,\bar{\mu};$$

$$\bar{\mu} = \frac{756}{2185} = 6{,}346.$$

Gleitfläche III:

$$M_G = 15 \cdot 11{,}1 + 36 \cdot 4{,}15 + 114 \cdot 3{,}52 - 10 \cdot 2{,}35 = 167 + 149 + 401 - 23 = 694 \text{ tm},$$

$$M_r = 14{,}5^2 \cdot \bar{\mu} \cdot 0{,}6\,(20{,}2 - 6{,}32 \cdot 1{,}632) + 14{,}5^2 \cdot 1{,}632 \cdot \bar{\mu} \cdot 2{,}2 = 1245\,\bar{\mu} + 754\,\bar{\mu} = 1999\,\bar{\mu};$$

$$\bar{\mu} = \frac{694}{1999} = 0{,}347.$$

Die von Gleitflächenmitte aus waagerecht herausgeholte Auftragung der $\bar{\mu}$-Werte zeigt einen Größtwert von $\bar{\mu} = 0{,}350$ für die ungünstigste Gleitfläche. Dieser Wert muß also kurz vor der Rutschung vorhanden gewesen sein, falls die zunächst für die jungen Erdschichten getroffene Annahme $k'_0 = 0$ zu Recht besteht. Nach Gleichung (Ia) auf Seite 18 gilt nun weiter:

$$\bar{\mu} = \frac{\psi}{1 + \mu^2}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2} + \varkappa\right).$$

Diese Gleichung zeigt die Verknüpfung des $\bar{\mu}$-Wertes mit sämtlichen physikalischen Einflußwerten des Untergrundes: ψ und λ_n sind von der Vorbelastung des Grundes abhängig, indem für junge Erdschichten im Zustande der Erstbelastung etwa $\psi \approx 0{,}75$ und $\lambda_n = \lambda_0$ gesetzt werden muß mit λ_0 als Ruhedruckverhältnis, das mit der Feinheit der Erdkörnung und mit abnehmender innerer Reibung zunimmt (für Sand: $\lambda_0 \approx 0{,}45$; für sandigen Ton: $\lambda_0 \approx 0{,}6$; für mittelfeinen, bildsamen Ton: $\lambda_0 \approx 0{,}7$). Für geologisch stärker vorverdichtete Erde ist $\psi \approx 1{,}0$ und $\lambda_n \approx 1{,}0$ zu setzen, für geringere Vorbelastung (p_v nur wenig $> \bar{p}$) ist etwa: $\psi \approx 0{,}9$; $\lambda_n \approx \frac{1 + \lambda_0}{2}$.

Im vorliegenden Fall ist die geologische Vorbelastung unbekannt, da keine Zusammendrückungsversuche bei verhinderter Seitendehnung durchgeführt wurden. Wir müssen deshalb mit allen Möglichkeiten rechnen und setzen zunächst den Zustand der Erstbelastung voraus. Mit $\lambda_n \approx 0{,}6$ und $\varkappa$ allgemein $\approx 0{,}05$ gilt dann nach Gl. (Ia): $\bar{\mu} = \frac{\psi}{1 + \mu^2}\left(\mu\,\frac{1 + \lambda_n}{2} + \varkappa\right)$, woraus für den Reibungsbeiwert μ folgt:

$$\mu = \left(\frac{\psi}{\bar{\mu}} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{4}\right) - \sqrt{\left(\frac{\psi}{\bar{\mu}} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{4}\right)^2 + \frac{\psi}{\bar{\mu}} \cdot \varkappa - 1}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(1b)}$$

Da der Ausdruck unter der Wurzel positiv ausfallen muß, so darf der Klammerausdruck einen bestimmten Wert nicht unterschreiten. Man findet mit ausreichender Näherung $\left(\text{unter Ausschluß von } \mu > \frac{2}{3}\right)$:

$$\bar{\mu} < 0{,}7\,\psi\left(\frac{1 + \lambda_n}{3} + \varkappa\right), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(1c)}$$

oder zahlenmäßig für Erstbelastung:

$$\bar{\mu} < 0{,}7 \cdot 0{,}75 \left(\frac{1 + 0{,}6}{3} + 0{,}05\right) = 0{,}525 \cdot 0{,}5833 = 0{,}306.$$

Da $\bar{\mu} = 0{,}35$ diese Bedingung nicht erfüllt, kann die angetroffene Erde nicht mehr im Zustande der Erstbelastung gewesen sein, oder mit anderen Worten: für erstbelasteten Untergrund ist die Rutschung ohne weiteres zu erklären. Der Gleitwiderstand muß größer gewesen sein als im Zustande der Erstbelastung, so daß wir als nächsten Fall mit einer geringen Vorbelastung rechnen können. Damit ist allerdings k'_0 (nach 1a) nicht mehr unbedingt gleich Null, d. h. wir müssen M_τ durch $\Delta M_\tau = R^2 \overline{\varphi} \frac{\psi}{1 + \mu^2} \cdot k'_0$ ergänzen. Z. B. erhalten wir für die ungünstigste Gleitfläche mit $\overline{\varphi} \approx 84^\circ = 1{,}466$ und $k_0 \approx 0$ sowie $p_{v0} \approx \nu_k \approx 1{,}0$ t/m² und (vorläufig) $1 + \mu^2 \approx 1{,}25$:

$$\Delta M_\tau \approx 15{,}8^2 \cdot 1{,}466 \cdot \frac{0{,}9}{1{,}25} \cdot (0 + 0{,}05 \cdot 1{,}0) = 13 \text{ tm},$$

$$M_\tau = 15{,}8^2 \cdot \bar{\mu} \cdot 0{,}6\ (20{,}2 - 8{,}05 \cdot 1{,}466) + 15{,}8^2 \cdot 1{,}466 \cdot \bar{\mu} \cdot 2{,}2 = 1258\,\bar{\mu} + 804\,\bar{\mu} = 2062\,\bar{\mu},$$

$$M_G = 0{,}350 \cdot 2062 = 721 = 2062\,\bar{\mu} + 13;\ \bar{\mu} = \frac{721 - 13}{2062} = 0{,}343.$$

Für $\psi \approx 0{,}9$ und $\lambda_n \approx \frac{1 + 0{,}6}{2} = 0{,}8$ ergibt damit Gl. (1c): $0{,}7 \cdot 0{,}9 \left(\frac{1 + 0{,}8}{3} + 0{,}05\right) = 0{,}410$. Hier ist Gl. (1c) also erfüllt und demnach Gl. (1b) anwendbar:

$$\frac{\psi}{\bar{\mu}} \cdot \frac{1 + \lambda_n}{4} = \frac{0{,}9}{0{,}343} \cdot \frac{1 + 0{,}8}{4} = 1{,}181;\quad \frac{\psi}{\bar{\mu}} \varkappa = \frac{0{,}9}{0{,}343} \cdot 0{,}05 = 0{,}131;$$

$$\mu = 1{,}181 - \sqrt{1{,}181^2 + 0{,}131 - 1} = 1{,}181 - 0{,}725 = 0{,}456 \approx 0{,}46.$$

Für eine geringe Vorbelastung, die die jetzige Erdauflast unter Gelände um 1,0 t/m² übersteigt, ist demnach ein Reibungsbeiwert von 0,46 erforderlich. Für 3,0 t/m² ist ΔM_τ etwa dreimal so groß, also $\bar{\mu} = \frac{721 - 39}{2062} = 0{,}331$ und nach (1b): $\mu \approx 0{,}43$. Für einen Mehrwert der Vorbelastung von 5,0 t/m², also 5 m Wassersäule, findet man $\mu \approx 0{,}40$.

Die hier vorgeführte statische Berechnung ergibt demnach erstens, daß für den Zustand der Erstbelastung überhaupt kein Gleichgewicht mehr möglich ist oder mit anderen Worten: der Klei muß mindestens in geringem Maße vorbelastet gewesen sein. Zweitens muß für geringe Vorbelastung ein Reibungsbeiwert von etwa 0,46 bis 0,40 vorhanden gewesen sein, was mit Versuchswerten für Klei durchaus übereinstimmt. Durch die statische Untersuchung ist demnach nicht nur die Rutschung als solche erklärt, sondern es sind auch noch gewisse Aussagen über die Vorbelastung ermöglicht worden.

Bild 5 zeigt die Untersuchung einer Rutschung, über die Agatz[12]) berichtet. Man findet zahlenmäßig:

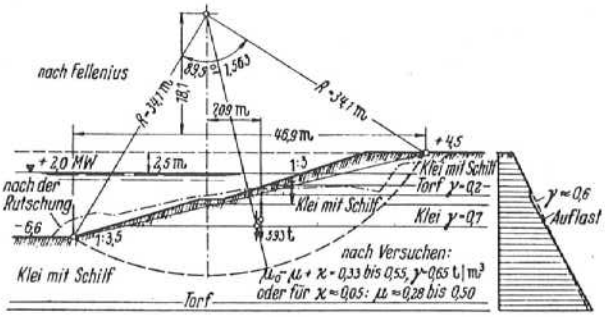


Bild 5. Rutschung an der Nordschleuse in Bremerhaven.

$$M_G = 593 \cdot 7{,}09 = 4200 \text{ tm};$$

$$M_\tau = 34{,}1^2\,\bar{\mu} \cdot 0{,}6\,(46{,}9 - 18{,}1 \cdot 1{,}563) + 34{,}1^2 \cdot 1{,}563 \cdot \bar{\mu}\,\nu_k = 12980\,\bar{\mu} + 1818 \cdot \bar{\mu}\,\nu_k.$$

Für Erstbelastung, $\mu = 0{,}35$ und $\varkappa = 0{,}05$ ist $\lambda_0 = \left(0{,}35 + \sqrt{1 + 0{,}35^2}\right)^2 = 1{,}99$;

$$\psi \approx \frac{1{,}20}{2} \cdot \frac{2{,}99}{2{,}19} = 0{,}819;$$

$$\bar{\mu} = \frac{0{,}819}{1 + 0{,}35^2}\left(0{,}35 \cdot \frac{1{,}7}{2} + 0{,}05\right) = 0{,}2535;$$

$$M_\tau = 12980 \cdot 0{,}2535 + 1818 \cdot 0{,}2535\,\nu_k = 3290 + 460\,\nu_k = 4200 \text{ tm};$$

$$\nu_k = \frac{4200 - 3290}{460} = 1{,}98 \text{ t/m}^2 \approx 2 \text{ m WS}.$$ (Nach Fellenius ist etwa: $k \approx 0{,}05 \cdot \frac{1{,}7}{2}(1{,}6 \cdot 1{,}98 + 0{,}6 \cdot 10{,}0) \approx 0{,}39$ t/m², wofür dann $\mu_{erf} \approx 0{,}20$ erhalten wird.) Für Erstbelastung und

[12]) Agatz, Dr.-Ing., Der Kampf des Ingenieurs gegen Erde und Wasser im Grundbau., Seite 77—79, Abb. 49. Berlin 1936, Julius Springer. — Nach dem Vortrage erklärte Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Agatz dem Verfasser, daß die Rutschung seines Erachtens durch Rammerschütterungen ausgelöst worden sei. Die mehrere 100 m lange Böschung wäre nur an der Stelle gerutscht, wo gerammt worden sei. Hiernach ist der Gleitwiderstand größer als nach dem Ergebnis von Bild 5, so daß der Ton auch eine gewisse Vorbelastung haben kann. Rechnet man — ähnlich wie im vorigen Beispiel — mit geringer Vorbelastung, z. B. mit $p_{v0} - \nu_k = 5{,}0$ t/m², so findet man: $\bar{\mu} \approx \frac{0{,}9}{1{,}122}\left(0{,}35\,\frac{1{,}8}{2} + 0{,}05\right) = 0{,}293$ und $M_\tau = 12980 \cdot 0{,}293 + 1818\left(0{,}293 \cdot 2{,}0 + \frac{0{,}9}{1{,}122} \cdot 0{,}05 \cdot 5{,}0\right) = 3800 + 1430 = 5230$ tm. Da M_G demgegenüber nur 4200 tm besitzt, so wäre unter den gemachten Annahmen durch die Rammerschütterungen ein Faktor von $\frac{5230}{4200} \approx 1{,}25$ zur Eigengewichtswirkung hinzugekommen.

$\mu = 0{,}35$ sowie einem Eigenfestigkeitsbeiwert $\varkappa = 0{,}05$, also für einen Gleitwiderstandsbeiwert $\mu_0 = \mu + \varkappa = 0{,}35 + 0{,}05 = 0{,}40$ liefert die Rechnung also eine Kapillarspannung von etwa 2,0 m Wassersäule, was einem mittleren Wasserstand von + 2,5 m entspricht, der mit dem wirklichen Mittelwasser anscheinend gut übereinstimmt. Die Rutschung ist hiernach hinreichend erklärbar, allerdings nur für den Zustand der Erstbelastung. Es wäre reizvoll gewesen, in diesem Falle durch Druckversuche zu überprüfen, ob der Klei sich tatsächlich noch im Zustande der Erstbelastung befindet.

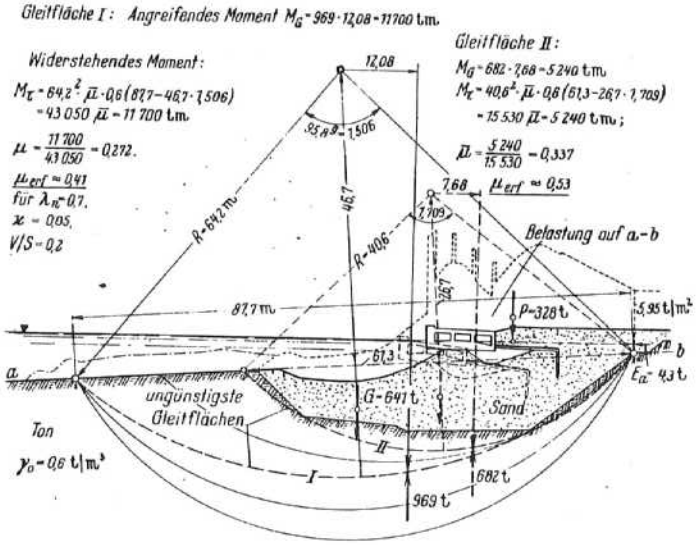


Bild 6.
Statische Untersuchung der Tonrutschung in Gotenburg (1916).

Bild 6. zeigt die Untersuchung der bekannten Tonrutschung in Gotenburg, über die Fellenius[13]) berichtet und die der Verfasser selbst im Jahre 1943 nach der Annahme von Krey untersucht hat[14]). Die in Bild 6 gegebene Berechnung zeigt, daß von dem Zustande der Erstbelastung auszugehen ist, daß also die zusätzliche Festigkeit $k = 0$ zu setzen ist. Unter dieser Annahme fand Fellenius einen erforderlichen Reibungswert von rd. 0.18, weshalb Terzaghi diese Rutschung auf der Stockholmer Talsperrenkonferenz 1935 zu den ungeklärten Fällen rechnete. Die spätere Untersuchung des Verfassers nach den Annahmen von Krey, nach denen der volle Gleitwiderstand entsprechend der früheren Geländelinie vorhanden sein soll, lieferte einen erforderlichen Reibungsbeiwert von 0,28, während die in Bild 6 gegebene Berechnung nach dem neuen Verfahren ein μ_{erf} von mindestens 0,41 ergibt. Einen höheren Reibungsbeiwert wird der Ton kaum gehabt haben, so daß damit auch diese Rutschung jetzt wohl als erklärt angesehen werden kann[15]).

Bei Staudämmen auf bindigem Untergrund besteht die Gefahr des Grundbruches, weil der Gleitwiderstand wieder durch den Porenwasser-Überdruck stark herabgesetzt wird. Der in Bild 7 dargestellte gerutschte Staudamm in Kalifornien[16]) ist dadurch bemerkenswert, daß bei den Bohrungen der Porenwasserüberdruck im Untergrund gemessen werden konnte. Man erhielt etwa 70% des vollen theoretischen Größtwertes. Da der Baufortschritt bei der Dammherstellung bekannt ist, kann der Porenwasser-Überdruck nach der Terzaghischen Theorie der Porenwasser-Auspressung angenähert berechnet werden. Unter Ansatz von rd. 70% des theoretischen Höchstwertes des Porenwasserdruckes zeigt die Berechnung, daß die Rutschung schon nach den Annahmen von Krey zu erklären ist, weil schon danach ein Reibungsbeiwert von 0,50 erforderlich ist (nach der alten Berechnungsweise ist ohne Porenwasser-

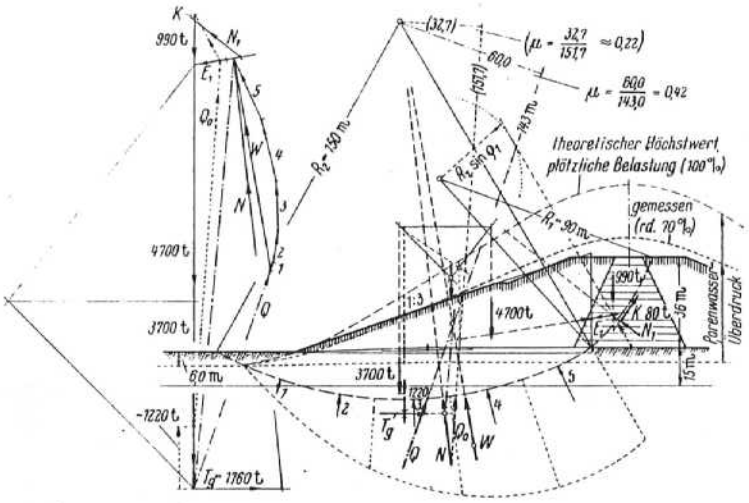
[13]) Fellenius, Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion unter Annahme kreiszylindrischer Gleitflächen. 4. Aufl. Berlin 1948, Wilh. Ernst & Sohn. (1. Aufl. 1927.)

[14]) Ohde, Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen. Archiv für Wasserwirtschaft, Heft 67, Berlin 1943, Reichsverband der Deutschen Wasserwirtschaft.

[15]) Es mag auffallen, daß sich für Gleitfläche II ein merklich höherer Wert von $\mu_{erf} \approx 0{,}53$ ergibt, was mit der wirklichen Gleitfläche I nicht übereinstimmt. Es ist jedoch zu bedenken, daß bei der Ableitung des Gleitwiderstandes τ_g schon die ungünstigste Lage der Gleitfläche unter $(45° - \varrho/2)$ zu den Richtungen der größten Hauptspannungen berücksichtigt worden ist. Bei dem Berechnungsverfahren des Verfassers darf deshalb eigentlich nicht noch ein zweites Mal die ungünstigste Gleitfläche gesucht werden; die Gleitfläche sollte vielmehr auf Grund des Spannungsgleichgewichtes festgelegt werden, z. B. für einen gegebenen unteren Ausmündungswinkel. Diese Bedingung erfüllt Gleitfläche I bedeutend besser als Gleitfläche II, weshalb das Ergebnis für Gleitfläche II nach Ansicht des Verfassers unbeachtet bleiben muß. — Man kann vielleicht auch folgendes sagen: Das Aufsuchen ungünstigster Gleitflächen nach dem Kleinstwert-Grundsatz gilt für τ_{max} nicht aber für τ_g. Das Ergebnis solcher Untersuchungen ist also eigentlich nicht die ungünstigste Gleitfläche, sondern die am ungünstigsten beanspruchte Schubfläche. Die Gleitfläche liegt um $\varrho/2$ flacher als die genannte Schubfläche (als Unterschied zwischen $45°$ und $45° - \varrho/2$), so daß auch von diesem Standpunkte aus die Gleitfläche nicht nach dem Kleinstwert-Grundsatz bestimmt werden darf. Nur wenn Anfangs- und Endpunkt der Gleitfläche festliegen, kann man von mehreren angenommenen Gleitflächen die ungünstigste gelten lassen.

[16]) Eng. News-Record 1928, Nr. 13 und 1929, Nr. 5.

druck $\mu = 0{,}22$ und mit Porenwasserdruck $\mu = 0{,}42$ erforderlich). Wenn seinerzeit anscheinend vergeblich nach einer Erklärung der Rutschung gesucht wurde, so erkennt man deutlich die Fortschritte der Theorie in der letzten Zeit.



$$\frac{N'}{S} = \nu_k + \frac{\varkappa}{\mu}\cdot p_{u_0} + \left(1+\frac{\varkappa}{\mu}\right)\cdot\varphi\cdot\gamma_0 F - 6{,}0 + \frac{0{,}04}{0{,}50}\cdot 40 + \left(1+\frac{0{,}04}{0{,}50}\right) 0{,}675\cdot 1{,}0\cdot 19{,}7 - 6{,}2 + 3{,}2 + 14{,}4 = 23{,}6\ \mathrm{t/m^2}$$

$$N' = 23{,}6\cdot 149 = 3520\ \mathrm{t};\qquad 1760 : 3520 = \underline{0{,}50}$$

Bild 7. Rutschung des Lafayette-Staudammes in Kalifornien (1928).

Auf die einfachen Gleitsicherheitsberechnungen der wasserseitigen Böschung von Staudämmen (Bild 8) soll hier nicht weiter eingegangen werden, da derartige Berechnungen bereits in der erwähnten Arbeit des Verfassers über Böschungsberechnungen[14]) ausführlich behandelt sind. Dort sind auch Betrachtungen zu finden über die statisch ungünstigste Lage des Wasserspiegels.

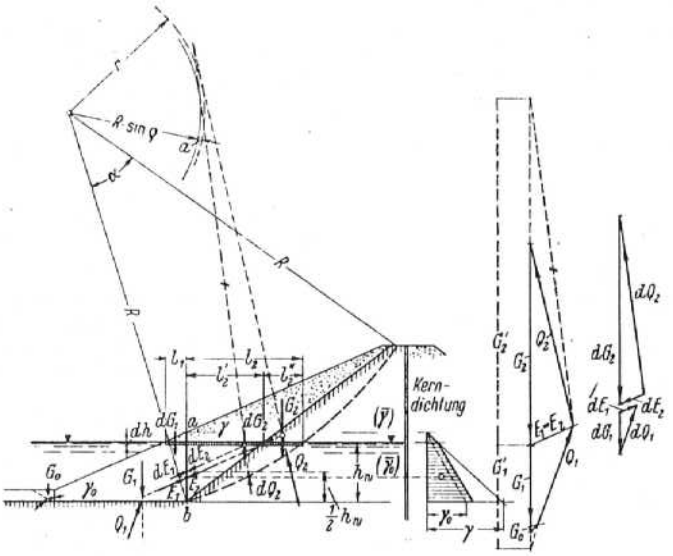


Bild 8. Statische Untersuchung der wasserseitigen Böschung eines Staudammes mit Kerndichtung. Ungünstiger Wasserstand für $l_1 : l_2 = G'_1 : G'_2$.

Wichtiger ist dagegen die Untersuchung der Auswirkung einer schnellen Senkung des Stauspiegels, wie sie in Bild 9 für einen Staudamm dargestellt ist, der zur Zeit im Südharz in der Deutschen Demokratischen Republik gebaut wird. Bei einer Wasserspiegelsenkung tritt nämlich wieder ein Überdruck im Porenwasser der Dichtungsschürze auf, dessen Einfluß statisch erfaßt werden muß. Dies gelingt durch Vereinigung des neuen Gleitwiderstandsansatzes mit der Porenwasserausgleich-Theorie von Terzaghi, indem nach Terzaghi der Anteil α der zusätzlichen Erdkornpressung an der gesamten zusätzlichen Pressung in Abhängigkeit von der durch die Absenkung verflossenen Zeit ermittelt wird und dementsprechend eine verhältnisgleiche Zunahme des Gleitwiderstandes zwischen dem Wert für plötzliche

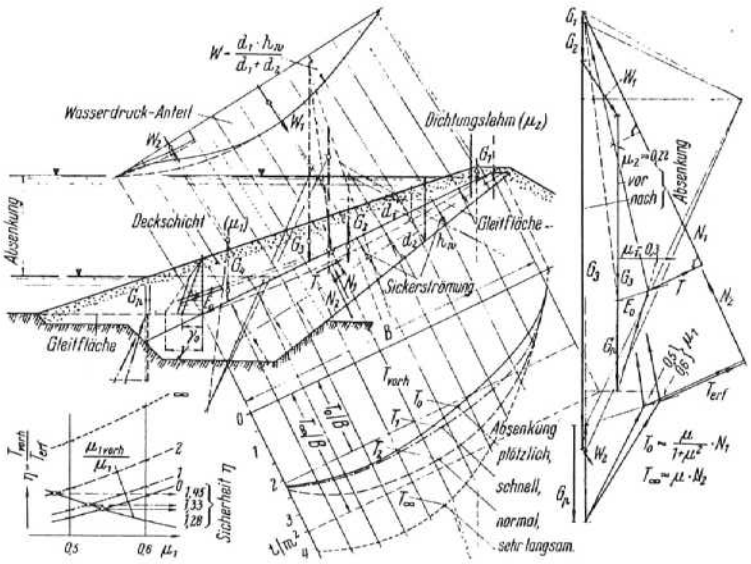


Bild 9. Wasserseitige Böschung eines Staudammes bei schneller Senkung des Stauspiegels.

Belastung nach der Theorie des Verfassers und dem späteren Endwert nach dem Ausgleich des Porenwasser-Überdrucks angenommen wird. Je nach der Geschwindigkeit der Absenkung des Stauspiegels erhält man damit verschiedene Linien für die Verteilung des Gleitwiderstandes, wie Bild 9 zeigt. Das Verfahren kann hier nur angedeutet werden und wird in einem besonderen Aufsatz an anderer Stelle ausführlicher beschrieben. Es zeigt immerhin, daß wir heute im Staudammbau auch die verwickelteren Aufgaben rechnerisch beherrschen, so daß wir in der Lage sind, die Erdstaudämme mit mindestens der gleichen Sicherheit und Sparsamkeit zu bauen wie die Betonstaumauern.

Eine ausreichende Gleitsicherheit ist freilich bei größeren Staudämmen eine unabdingbare Forderung, denn beim Bruch eines solchen Staudammes würden nicht nur große Sachwerte verloren gehen, sondern in vielen Fällen auch Menschenleben vernichtet werden. Deshalb muß die natürliche Streuung der Belastungen und der Gleitwiderstandswerte untersucht werden. Als ein Beispiel nach dieser Richtung hin zeigt Bild 10 die natürliche Streuung des Reibungsbeiwertes in Form von Häufigkeitsverteilungen, die durch punktierte Regellinien nach Gauß ausgeglichen sind. Man findet mittlere Streuungen von 0,033 bis 0,057, ausgedrückt als Unterschied $\Delta\mu$ des Reibungsbeiwertes μ. Das Bild zeigt weiter, daß der doppelte Wert der mittleren Streuung, also $\Delta\mu$ rd. 0,07 bis 0,11 im allgemeinen ausreicht, um die natürliche Streuung gehörig zu überdecken. Schließlich kann man der Darstellung noch entnehmen, daß die Streuung beim Ton eher noch größer ist als beim Sand. Man sollte deshalb erwägen, ob man die rechnerische Sicherheit nicht besser als Unterschied $\mu_{vorh} - \mu_{erf}$ ausdrückt anstatt wie bisher durch das Verhältnis von

$$\mu_{vorh}/\mu_{erf}.$$

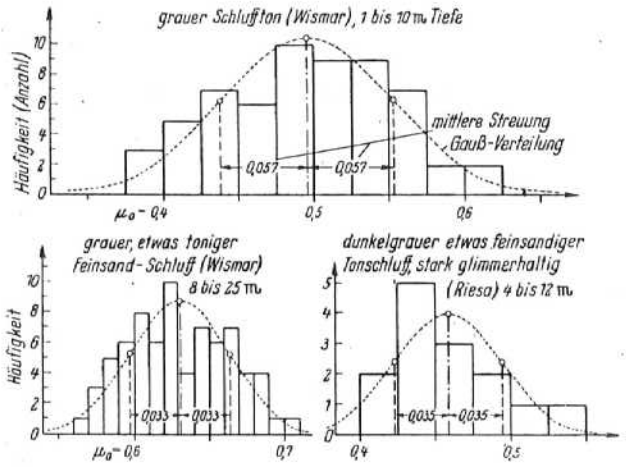


Bild 10. Reibungsbeiwert μ_0 für Erstbelastung, natürliche Streuung (Häufigkeitsverteilung).

Natürlich wird die Gleitsicherheit noch von anderen Umständen beeinflußt, z. B. durch das Absinken des Gleitwiderstandes nach größerem Gleitweg im Verein mit der Tatsache, daß der Höchstwert des Gleitwiderstandes längs der Gleitfläche nicht überall gleichzeitig eintritt, worauf Terzaghi schon frühzeitig hingewiesen hat[17]). Es konnte jedoch nicht die Aufgabe des Vortrages sein, alle auftauchenden Fragen zu behandeln. Nur einige wichtige Zusammenhänge konnten kurz beleuchtet werden, vor allem die Notwendigkeit einer sauberen physikalischen Betrachtungsweise bei der Ermittlung des Gleitwiderstandes und — darauf aufbauend — die zweckmäßige Berechnung der Rutschsicherheit unter Beachtung des Porenwasser-Überdruckes.

[17]) Solche Unsicherheiten der Berechnung müssen vorläufig durch entsprechend höheren Ansatz der rechnerischen Sicherheit überbrückt werden. Vgl. auch die Ausführungen des Verfassers darüber in [14]), S. 62 und 63.

Mitteilung Nr. 38 Jahrgang 1951

Mitteilungen

aus dem

Institut für Wasserbau

(Wasserbaulaboratorium)

der

Technischen Universität Berlin-Charlottenburg

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. H. Press

Zur Statik der Staudämme mit Betonkern

von Joh. Ohde, Berlin.

Staudämme in immer größeren Ausmaßen sind in den letzten Jahren erbaut worden.

In zunehmender Zahl wird man Dämme statt Mauern errichten, überall dort, wo Dämme, besonders Steindämme bei Anwendung neuer Herstellungsverfahren unter Anwendung neuer Spezialgeräte billiger aufzubauen sind und selbstverständlich dort, wo wegen der Gründungsschwierigkeiten Staumauern nur schwer oder garnicht zu errichten sind.

Die Berechnungsgrundlagen für Staudämme sind inzwischen durchgebildet worden und werden weiter entsprechend den neuen Erkenntnissen und Erfahrungen verbessert.

Dabei, aber auch aus anderen Gründen, spielt die Frage der Dichtung, ob Außendichtung oder Innendichtung, die Ausbildung derselben, das Material der Dichtung u. a. und die bei jeder Ausbildung auftretenden Vorgänge statischer und strömungstechnischer Art eine ausschlaggebende Rolle.

Herausgeber hat es daher unternommen, über Staudämme in dem neuerstandenen Institut für Wasserbau grundlegende Modelluntersuchungen durchzuführen, über die nach Abschluß berichtet werden soll.

Zuvor sei jedoch den Ausführungen von Herrn Professor Ohde Raum gegeben.

Press.

Unter den Staudämmen mit Kerndichtung haben die Bauweisen mit Betonkern den Vorteil der Einsparung von Dichtungsmaterial. Denn der Betonkern wird materialmäßig so hergestellt, daß er praktisch als wasserdicht gelten kann. Lediglich als zusätzliche Sicherung gegenüber Fugen und Rissen wird wasserseitig vor dem Kern oft noch eine Lehmschürze angeordnet.

Nachteilig ist bis zu einem gewissen Grade die Starrheit des Betonkernes. Dies ist bei der Gestaltung und Bemessung zu beachten, d.h. der Betonkern ist einerseits so zu gestalten, daß er den Dammbewegungen wenigstens teilweise zu folgen vermag und andererseits stark genug zu machen, alle sich aus der Starrheit ergebenden Kraftwirkungen aufzunehmen.

Als Beispiel für die zuerst genannte Anpassung des Kernes an die Dammbewegungen sei der Sorpedamm (Ruhrgebiet) genannt, dessen Betonkern unten starr in den Felsen einbindet. Die Folge davon war eine annähernd waagerechte Bruchfuge in Höhe des unten vorgesehenen Besichtigungsganges nach dem Anstau. Durch den hinzukommenden Wasserdruck wird nämlich der luftseitige Stützkörper zusammengedrückt; kann der Betonkern unten dieser Verschiebung nicht folgen, so wird er stark auf waagerechten Schub beansprucht, wodurch sich die Rissebildung im Kern erklärt. Bei den später gebauten Staudämmen derSöse und des Odertales im Harz hat man aus diesem Grunde im unteren Bereich des Betonkernes eine waagerechte Fuge angeordnet, beim Staudamm im Odertale sogar zwei waagerechte Fugen bei einem Höhenunterschied von 9 m (Gesamthöhe des Betonkernes rd. 60 m). Durch solche Gleitfugen wird die Biegebeanspruchung des Betonkernes wesentlich herabgesetzt. Ein weiterer Vorschlag, das waagerechte Nachgeben des Betonkernes durch Anordnung zweier übereinanderliegender Gelenke zu erreichen, ist bisher praktisch noch nicht ausprobiert worden.

a) Betonkern mit unterer waagerechter Fuge.

Nach der Herstellung des Dammes ist zunächst die Beanspruchung des Kernes durch die Reibungskräfte des sich setzenden Dammes zu betrachten. Diese Reibungskräfte ergeben sich als Produkt aus dem Reibungsbeiwert μ' zwischen Erde und Betonkern und dem seitlichen Erddruck E_m auf den Betonkern. Da der Reibungsbeiwert μ' jeweils durch Versuche festzustellen ist, verbleibt als Aufgabe, die Größe des Erddruckes E_m ungefähr zu ermitteln. Eine genauere Ermittlung von E_m ist wegen des statisch unbestimmten Charakters der Aufgabe schwierig. Bei der Näherungslösung wird zweckmäßig vom Gleichgewicht einer Dammhälfte ausgegangen, wobei der Erddruck E_m und die Reibungskraft $R = \mu' . E_m$ als äußere Kräfte einzuführen sind (Abb. 1)[x], desgleichen die Kräfte N und T für die waagerechte Ebene. Es gelten dann folgende Gleichgewichtsbedingungen:

---

x) Abbildungen siehe am Schluß des Aufsatzes.

$$G = N + R \tag{1}$$

und $G \cdot \xi' l + E_m \cdot \frac{h}{3} = N \cdot a'$ (Drehpunkt B) (2 a)

oder $G \cdot \xi l - E_m \cdot \frac{h}{3} - R \cdot l = N \cdot a$ (Drehpunkt A) (2 b)

Zur weiteren, möglichst allgemeinen Lösung der Aufgabe sei angeschrieben:

$$G = \nu_m \cdot l \quad \text{und} \quad E_m = \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \tag{3}$$

außerdem muß die Verteilung der Normalpressungen ν von N als Funktion von x angeschrieben werden: $\nu = f(x)$. Für die Gleichungen (1) und (2) erhält man damit:

$$\nu_m \cdot l = \int_0^l \nu \cdot dx + \mu' \cdot \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \tag{I}$$

$$\nu_m \cdot \xi' l^2 + \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^3}{6} = \int_0^l \nu \, dx \cdot x' \tag{II a}$$

$$\nu_m \cdot \xi \cdot l^2 - \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \left(\frac{h}{3} + \mu' l \right) = \int_0^l \nu \, dx \cdot x \tag{II b}$$

Als weitere Bedingung kommt auf Grund des Spannungsgleichgewichtes hinzu:

$$\nu_l = \psi \cdot \nu_E \quad , \tag{III}$$

wobei der Faktor ψ allerdings wegen der statischen Unbestimmtheit nur ungefähr anzugeben ist (s. weiter nachstehend).

Zur Auswertung der Bedingungen (I) bis (III) müssen wir für ν eine passende Näherungsfunktion einführen. Als solche sei zunächst angenommen:

$$\nu = \nu_1 \frac{x}{l} - \nu_2 \left(\frac{x}{l} \right)^n \tag{4}$$

Man findet damit nach (I) und (II b):

$$\nu_m \cdot l = \nu_1 \frac{l}{2} - \nu_2 \frac{l}{n+1} + \mu' \cdot \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \quad \text{od.} \quad \nu_1 - \frac{2}{n+1} \nu_2 = 2 \nu_m - \mu' \lambda_m \gamma \frac{h^2}{l} \tag{5}$$

und $\nu_m \xi l^2 - \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \left(\frac{h}{3} + \mu' l \right) = \nu_1 \frac{l^2}{3} - \nu_2 \frac{l^2}{n+2}$

oder $$\nu_1 - \frac{3}{n+2} \nu_2 = 3 \xi \nu_m - \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2l} \left(\frac{h}{l} + 3 \mu' \right). \tag{6}$$

In diesen zwei Gleichungen sind ν_1, ν_2, n und λ_m unbekannt. Selbst wenn (III) noch hinzugenommen wird, fehlt also noch eine Gleichung, um alle 4 Unbekannten bestimmen zu können.

Diese fehlende Gleichung liefert uns jedoch das Spannungsgleichgewicht in der Böschungsebene. Nach Abb. 2 gilt für das Gleichgewicht in lotrechter Richtung:

$$g_1 + E_{1w} \cdot tg\beta = c_1 \cdot \gamma \cdot \frac{l_1^2}{2}$$

oder mit b = tgβ nach kurzer Rechnung:

$$c_1 = b\ (1 + \lambda_1 \cdot b^2) \qquad (7)$$

wobei also λ_1 die Verhältniszahl des Erddruckes in der Nachbarschaft der Böschungsoberfläche bedeutet. λ_1 wird wahrscheinlich nicht viel kleiner als 1,0 sein, weil der untere Grenzwert des aktiven Erddruckes kaum vorhanden sein dürfte. Der Größtwert von λ_1 wird durch den Erdwiderstand begrenzt nach der Formel (vgl. "Bautechnik" 1938, S. 242, Gl. 47 b):

$$\lambda_{1max} = \frac{1}{\left[\sqrt{1+\mu^2} - \sqrt{\mu^2 - b^2}\right]^2} \qquad (8)$$

Geht man z. B. von einer Böschungsneigung 1:3⅓ oder tgβ = b=0,30 und einem Reibungsbeiwert μ von 0,55 aus, so ist

$$\lambda_{1max} = \frac{1}{\left[\sqrt{1+0{,}55^2} - \sqrt{0{,}55^2 - 0{,}3^2}\right]^2} \approx 2{,}15$$

Bei der nachfolgenden Zahlenrechnung soll vergleichsweise von den Werten λ_1 = 1,0, 1,5 und 2,0 ausgegangen werden. Auf jeden Fall läßt Abb. 2 erkennen, daß durch das Böschungsgleichgewicht der Anfangsanstieg der ν -Verteilung gegeben ist, also

$$\left(\frac{d\nu}{dx}\right)_{x=0} = c_1 \cdot \gamma \qquad (9)$$

Für die vorläufig angenommene Näherungsfunktion (4) ist damit ν_1 gegeben, denn es muß offenbar gelten:

$$\left(\frac{d\nu}{dx}\right)_{x=0} = \frac{\nu_1}{l} = c_1 \cdot \gamma \quad \text{oder} \quad \nu_1 = c_1 \cdot \gamma \cdot l \qquad (10)$$

Es bleiben damit in (5) und (6) noch die Unbekannten ν_2, λ_m und n übrig, und wenn wir n zunächst einmal als bekannt annehmen, können wir ansetzen:

$$\frac{2}{n+1}\nu_2 - \mu'\cdot\gamma\cdot\frac{h^2}{l}\cdot\lambda_m = \nu_1 - 2\nu_m$$

$$\frac{3}{n+2}\nu_2 - \gamma\frac{h^2}{2l}\left(\frac{h}{l} + 3\mu'\right)\lambda_m = \nu_1 - 3\xi\nu_m .$$

Aus der ersten Gleichung folgt:

$$\nu_2 = \frac{n+1}{2}\left[\nu_1 - 2\nu_m + \mu'\cdot\gamma\frac{h^2}{l}\cdot\lambda_m\right]. \qquad (11)$$

Die Einsetzung dieses Wertes in die 2. Gleichung liefert nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\left[3\mu' + (n+2)\frac{h}{l}\right]\frac{h}{l}\cdot\lambda_m = (n-1)\frac{\nu_1}{\gamma\cdot h} - 6\left[(1-\xi)(n+1) - \xi\right]\frac{\nu_m}{\gamma\cdot h} \qquad (12)$$

Schließlich liefert die Einsetzung dieses λ_m-Wertes für ν_2 anstatt (11):

$$\nu_2 = (n+1)(n+2)\,\frac{\frac{1}{2}\left(\mu' + \frac{h}{l}\right)\nu_1 - \left(3\mu'(1-\xi) + \frac{h}{l}\right)\nu_m}{3\mu' + (n+2)\frac{h}{l}} \qquad (13)$$

<u>Zahlenmäßig</u> erhält man für einen Dreieckdamm mit $\mu' = 0{,}50$, $\mathrm{tg}\,\beta = b = 0{,}30$ und $\xi = 2/3$:

$$\frac{\nu_1}{\gamma\cdot h} = \left(1 + \lambda_1 b^2\right) b\cdot\frac{l}{h} = \left(1 + \lambda_1\cdot 0{,}09\right)\frac{0{,}3}{0{,}3} = 1 + 0{,}09\cdot\lambda_1$$

oder, wenn λ_1 zunächst zu 1,0 angenommen wird: $\frac{\nu_1}{\gamma\cdot h} = 1{,}09$.

$\frac{\nu_m}{\gamma\cdot h} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot h}{\gamma\cdot h} = \frac{1}{2}$. Schließlich nach (12):

$$\left[3 \cdot 0{,}5 + 0{,}3\,(n+2)\right] 0{,}3 \cdot \lambda_m = 1{,}09\,(n-1) - 6\left[\frac{1}{3}(n+1) - \frac{2}{3}\right] 1/2$$

oder $\lambda_m = \frac{n-1}{n+7}$	=	0,111	0,200	0,273	0,333
für n	=	2	3	4	5
nach (11) $\frac{\nu_2}{\gamma\cdot h}$	=	0,160	0,267	0,400	0,560
$\frac{\nu_1 - \nu_2}{\gamma\cdot h}$	=	0,930	0,823	0,690	0,530
$\psi = (\nu_1 - \nu_2)\cdot\frac{1}{\lambda_m\cdot\gamma\cdot h}$	=	8,4	4,11	2,53	1,59 .

Diese Zahlen zeigen, daß λ_m mit n zunimmt, ψ dagegen mit n abnimmt. Um demnach einen möglichst großen Verhältniswert λ_m des Erddruckes zu erhalten, ist n möglichst groß und ψ (nach Gl. III) möglichst gering anzusetzen. Diese Werte dürfen jedoch nicht willkürlich gewählt werden. Als erster Punkt ist zu beachten, daß der aktive Erddruck E_a nicht unterschritten werden darf. Nach "Bautechnik" 1938, S. 242, Gl. (47 a) gilt für E_a:

$$\lambda_a = \frac{1}{\left[\sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{(\mu+\mu')(\mu+b)}\right]^2} = \frac{1}{\left[\sqrt{1+0{,}55^2} + \sqrt{(0{,}55+0{,}50)(0{,}55+0{,}30)}\right]^2} = 0{,}230 \ .$$

Vergleicht man mit den vorher errechneten Zahlenwerten, so muß hiernach im vorliegenden Falle $n > 3{,}4$ sein. Nach "Bautechnik" 1938, S. 157, liefert das Spannungsgleichgewicht für den E_a-Zustand die Formel:

$$\psi_{max} = \mu'^2 + \left(\sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{\mu^2-\mu'^2}\right)^2 \qquad (14)$$

in Zahlen: $\psi_{max} = 0{,}5^2 + \left(\sqrt{1+0{,}55^2} + \sqrt{0{,}55^2-0{,}5^2}\right)^2 \approx 2{,}13$.

Der Vergleich mit den Zahlenwerten ergibt hier nach Abb. 3: $n > 4{,}37$, d.h. die Bedingung (14) läßt weniger Spielraum als der λ_a-Wert. Andererseits darf aber auch nach dem Spannungsgleichgewicht ein unterer Wert nicht unterschritten werden. Ein solcher Wert ψ_{min} wäre nach (14) für $\mu = \mu'$: $\psi_{min} = \mu'^2 + \sqrt{1+\mu'^2} = 0{,}5^2 + \sqrt{1{,}25} \approx 1{,}37$. Jedoch ist hier ähnlich wie in der Erddrucklehre die Empfindlichkeit des ψ-Wertes nach (14) für ein μ zu beachten, welches nur wenig (z.B. 2 %) größer ist als μ'.

Ein wahrscheinlicherer Wert als 1,37 ist daher:

$$\psi_{min} \approx \mu'^2 + \left(\sqrt{1+1{,}02^2\cdot\mu'^2} + \sqrt{(\mu'+\mu')(1{,}02\mu'-\mu')}\right)^2$$

oder $\psi_{min} \approx \mu'^2 + \left(\sqrt{1+1{,}04\,\mu'^2} + 0{,}2\,\mu'\right)^2$, (15)

in Zahlen: $\psi_{min} \approx 0{,}5^2 + (\sqrt{1 + 1{,}04 \cdot 0{,}5^2} + 0{,}2.0{,}5)^2 \approx 1{,}75$.

Der Vergleich mit den früheren Werten liefert jetzt: $n < 4{,}79$.

Auf Grund des Spannungsgleichgewichtes muß hiernach n zwischen den Werten 4,37 und 4,79 liegen und damit $\lambda_m = \frac{n-1}{n+7}$ zwischen 0,297 und 0,322, wobei aber die höheren Werte vonvornherein wahrscheinlicher sind, weil mit dem unteren Grenzzustand des Gleichgewichtes, der Gl. (14) zugrundeliegt, wohl nicht zu rechnen ist. Für diese Annahme spricht auch, daß für $\psi_{max} = 2{,}13$ $\lambda_m > \lambda_a$ gefunden wurde, so daß für das erhaltene ψ_{max} der untere Grenzzustand des Gleichgewichtes garnicht mehr vorhanden ist. ψ wird also mehr in der Nähe von ψ_{min} liegen als in der Nähe von ψ_{max}. Da außerdem der größere Wert von λ_m für die Beanspruchung des Betonkernes der ungünstigere ist, so wird der Fehler nur gering sein (wahrscheinlich < 2 %), wenn man ψ_{min} nach (15) der Berechnung zugrunde legt.

Nachdem wir uns über die Größe des Faktors ψ Klarheit verschafft haben, wobei zugleich die hinreichend eindeutige Lösung der Aufgabe erkennbar wurde, können wir jetzt Gl. (III) in die Rechnung einführen, um das zugehörige n zu bestimmen. Der Ansatz $\nu_1 - \nu_2 = \psi \cdot \lambda_m \cdot \gamma \cdot h$ oder $\frac{\nu_1 - \nu_2}{\gamma \cdot h} = \psi \cdot \lambda_m$ liefert nach Einsetzen von ν_2 nach (13) und λ_m nach (12) zunächst:

$$\frac{\nu_1}{\gamma h} - (n+1)(n+2)\,\frac{\frac{1}{2}\left(\mu' + \frac{h}{l}\right)\frac{\nu_1}{\gamma \cdot h} - \left(3\mu'(1-\xi) + \frac{h}{l}\right)\frac{\nu_m}{\gamma \cdot h}}{3\mu' + (n+2)\frac{h}{l}} =$$

$$= \psi\,\frac{(n-1)\frac{\nu_1}{\gamma \cdot h} - 6\left[(1-\xi)(n+1) - \xi\right]\nu_m \cdot \frac{1}{\gamma \cdot h}}{\left[3\mu' + (n+2)\frac{h}{l}\right]\frac{h}{l}}\,.$$

Nach einiger Zwischenrechnung erhält man hieraus für n die quadratische Gleichung:

$$\left[\frac{1}{2}\left(\mu' + \frac{h}{l}\right)\frac{\nu_1}{\gamma \cdot h} - \left(3\mu'(1-\xi) + \frac{h}{l}\right)\frac{\nu_m}{\gamma \cdot h}\right](n+1)^2 + \left[\psi\frac{l}{h}\left(\frac{\nu_1}{\gamma \cdot h} - 6(1-\xi)\frac{\nu_m}{\gamma \cdot h}\right) + \frac{\mu'}{2}\cdot\frac{\nu_1}{\gamma \cdot h} -$$

$$-\left(3\mu'(1-\xi) + \frac{h}{l}\right)\frac{\nu_m}{\gamma \cdot h}\right]\cdot(n+1) = \left(3\mu' + \frac{h}{l}\right)\frac{\nu_1}{\gamma \cdot h} + 2\psi\frac{l}{h}\left(\frac{\nu_1}{\gamma \cdot h} - 3\xi\frac{\nu_m}{\gamma \cdot h}\right). \qquad (16)$$

In Zahlen für $\psi = 1{,}75$ und $\frac{\nu_1}{\gamma \cdot h} = (1 + \lambda_1 \cdot b^2)\, b \cdot \frac{1}{h}$:

$$\left[\frac{1}{2}(0{,}5 + 0{,}3)(1 + 0{,}09\,\lambda_1) - \left(3 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{1}{3} + 0{,}3\right)\frac{1}{2}\right](n+1)^2 +$$

$$+\left[1{,}75\,\frac{1}{0{,}3}\left(1 + \lambda_1 \cdot 0{,}09 - 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{0{,}5}{2}(1 + 0{,}09\,\lambda_1) - \left(3 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{1}{3} + 0{,}3\right)\frac{1}{2}\right]\cdot(n+1) =$$

$$= (3 \cdot 0{,}5 + 0{,}3)(1 + 0{,}09\,\lambda_1) + 2 \cdot 1{,}75 \cdot \frac{1}{0{,}3}\left(1 + 0{,}09\,\lambda_1 - 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right)$$

oder $0{,}036\,\lambda_1 (n+1)^2 + (0{,}5475\,\lambda_1 - 0{,}15)(n+1) = 1{,}8 + 1{,}212\,\lambda_1$.

Man erhält damit unter Berücksichtigung von (12) folgende Werte:

für $\lambda_1 =$	1,0	1,5	2,0
$n =$	4,17	3,06	2,53
$\lambda_m =$	0,284	0,307	0,317

λ_m ist hiernach mit λ_1 nicht sehr stark veränderlich, so daß λ_m genügend genau erhalten wird, wenn λ_1 nur roh geschätzt werden kann.

An der bisherigen Lösung der Aufgabe kann bemängelt werden, daß die Annahme der Näherungsfunktion (4) auf das Ergebnis von Einfluß sein kann. Eine Nachprüfung durch weitere Näherungsfunktionen erscheint daher erwünscht. Es sei aus diesem Grunde jetzt angenommen:

$$\nu = \nu_1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \frac{x}{l} + \nu_2 \cdot \sin \pi \frac{x}{l} - \nu_3 \cdot \sin 2\pi \frac{x}{l} \tag{17}$$

(Überlagerung von Sinuslinien nach Abb. 4).
Mit diesem neuen Ansatz liefert Gl. (I):

$$l \cdot \nu_m = \frac{2}{\pi}\left(\nu_1 \cdot l + \nu_2 \cdot l\right) + \mu' \cdot \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2}$$

oder (18)

$$4(\nu_1 + \nu_2) = 2\pi \nu_m - \pi \mu' \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{l} \cdot \lambda_m \, .$$

Mit Hilfe von (II a) wird erhalten:

$$\nu_m \cdot \xi' \cdot l^2 + \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^3}{6} = \int_0^l x \, dx \left(\nu_1 \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{l} + \nu_2 \cdot \sin \pi \frac{x}{l} + \nu_3 \sin 2\pi \frac{x}{l}\right)$$

oder $\nu_m \cdot \xi \cdot l^2 + \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^3}{6} = \nu_1 l^2 \left(\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2}\right) - \nu_2 \cdot l^2 \cdot \frac{1}{\pi} + \nu_3 \cdot l^2 \cdot \frac{1}{2\pi}$

oder $12(\pi - 2)\nu_1 + 6\pi \nu_2 - 3\pi \nu_3 = 6\pi^2 \xi' \nu_m + \pi^2 \gamma \frac{h^3}{l^2} \cdot \lambda_m$ (19)

Gl. (III) liefert einfach: $\nu_1 = \psi \cdot \lambda_m \gamma \cdot h$ (20)

Schließlich ist noch die Bedingung (9) zu berücksichtigen.
Man findet durch Differenzieren von (17):

$$\frac{d\nu}{dx} = \nu_1 \left(\cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{l}\right) \frac{\pi}{2l} + \nu_2 \left(\cos \pi \frac{x}{l}\right) \frac{\pi}{l} - \nu_3 \left(\cos 2\pi \frac{x}{l}\right) \frac{2\pi}{l}$$

und für x = o: $\gamma \cdot b(1 + \lambda_1 \cdot b^2) = \frac{\pi}{2l} \nu_1 + \frac{\pi}{l} \nu_2 - \frac{2\pi}{l} \nu_3$

oder $\nu_1 + 2\nu_2 - 4\nu_3 = \frac{2}{\pi}\left(1 + \lambda_1 \cdot b^2\right) \gamma \cdot b \cdot l$ (21)

Die Gleichungen (18) bis (21) sind jetzt nach den Unbekannten ν_1, ν_2, ν_3 und λ_m aufzulösen. Aus (21) folgt:

$$\nu_3 = \frac{\nu_1}{4} + \frac{\nu_2}{2} - \frac{1}{2\pi}(1+\lambda_1 \cdot b^2)\gamma \cdot b \cdot l \qquad (21a)$$

Wird dieser Wert in (19) eingesetzt, so ergibt sich

$$\left[12\left(1-\frac{2}{\pi}\right)-\frac{3}{4}\right]\nu_1 + 4{,}5\,\nu_2 = 6\pi\left\{\nu_m + \pi \cdot \gamma \cdot h^3 \frac{1}{l^2} \cdot \lambda_m - \frac{1}{2\pi}(1+\lambda_1 \cdot b^2)\gamma \cdot b \cdot l\right. \qquad (19a)$$

Aus (18) folgt: $\nu_2 = -\nu_1 + \frac{\pi}{2} \cdot \nu_m - \frac{\pi}{4}\mu' \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{l} \cdot \lambda_m$ (18a)

welcher Wert in (19a) eingesetzt werden kann:

$$\left[12\left(1-\frac{2}{\pi}\right)-\frac{21}{4}\right]\nu_1 - \pi\gamma\frac{h^2}{l}\left(\frac{h}{l}+\frac{9}{8}\mu'\right)\lambda_m = 3\pi\left(2\xi'-\frac{3}{4}\right)\nu_m - \frac{1}{2\pi}(1+\lambda_1 \cdot b^2)\gamma \cdot b \cdot l$$

Die Einsetzung von (20) liefert schließlich nach Vervielfachung mit (- 1,0):

$$\left\{\left[\underbrace{\frac{21}{4}-12\left(1-\frac{2}{\pi}\right)}_{0{,}8894}\right]\psi + \pi\left[\frac{9}{8}\mu'+\frac{h}{l}\right]\frac{h}{l}\right\}\lambda_m = 3\pi\left(\frac{3}{4}-2\xi'\right)\frac{\nu_m}{\gamma \cdot h} + \frac{b}{2\pi}(1+\lambda_1 \cdot b^2)\frac{l}{h} \qquad (22)$$

Für unser Zahlenbeispiel ist mit $\psi = 1{,}75$:

$$\left[0{,}8894 \cdot 1{,}75 + \pi\left(\frac{9}{8} \cdot 0{,}5 + 0{,}3\right)0{,}3\right] \cdot \lambda_m = 3\pi\left(\frac{3}{4} - 2 \cdot \frac{1}{3}\right)\frac{1}{2}\frac{0{,}3}{2\pi}(1+\lambda_1 \cdot 0{,}09)\frac{1}{0{,}3}$$

oder λ_m = 0,233 + 0,0605	λ_1 = 0,293	0,324	0,354
für	λ_1 = 1,0	1,5	2,0
(Werte für Gl. 4:	λ_m = 0,284	0,307	0,317).

Abb. 5 zeigt den Vergleich der nach (4) und (17) berechneten Werte für λ_m. Die Übereinstimmung ist für λ_1 = 1,0 recht gut; jedoch nehmen die Unterschiede zu für λ_1 = 1,5 und 2,0. Dieses ist aus dem Charakter der Kurven auch durchaus erklärlich. Die Sohldruckverteilung ν muß in der Nähe der Böschungsebene weitgehend der Gleichung einer Geraden entsprechen. Die Sinuslinien nach (17) erfüllen von vornherein diese Forderung, Gleichung (4) dagegen nur für höhere n-Werte. Z.B. wurde für λ_1 = 2,0 erhalten: n = 2,53, also fast schon eine quadratische Parabel. Eine solche Kurve kann natürlich die erwähnte Forderung nur noch angenähert erfüllen.

Aus diesem Grunde dürfte die zuletzt mit Hilfe von (17) erhaltene Lösung die zuverlässigere sein. Da sie auch rechnerisch bequemer ist (Gl. 22 liefert z. B. die Gleichung einer Geraden) und obendrein die größeren λ_m-Werte liefert, verdient sie bevorzugte Anwendung.

Eine Unbestimmtheit bleibt bei der bisherigen Lösung noch bestehen: Der Verhältniswert λ_m für den Erddruck auf den Betonkern ist (z.B. nach Gl. 22 oder Abb. 5) vom Verhältniswert λ_1 des Böschungsdruckes abhängig. Diese Unbestimmtheit ist im strengen Sinne nur zu beseitigen, wenn auf die Verformungsbedingungen des Dammkörpers im Sinne der Elastizitätslehre eingegangen wird. Solche Untersuchungen müssen aber von vornherein außerordentlich umständlich erscheinen, wenn man bedenkt, daß die Formänderungszahl der Dammerde mit der wirksamen Pressung zunimmt, also in der Querschnittsebene örtlich veränderlich ist. Mit Rücksicht darauf, daß λ_m nach Abb. 5 sich mit λ_1 nur langsam ändert, erscheint eine genaue Lösung für unseren Zweck auch kaum lohnend, und es dürfte eine ungefähre Abschätzung von λ_1 genügen. Ein Näherungswert der unteren Grenze von λ_1 ist durch die Ruhedruckzahl λ_0 (Erddruck auf unnachgiebige Wände) gegeben. Eine entsprechende obere Grenze wäre für schwere Stampfarbeit (die in der Nähe der Böschung aber kaum in Frage kommen dürfte) ungefähr zu $\frac{1}{\lambda_0}$ anzunehmen. Das geometrische Mittel beider Grenzwerte ist 1,0, welcher Wert demnach einige Wahrscheinlichkeit für sich hat. Will man auf alle Fälle genügend ungünstig rechnen, so empfiehlt sich die Einsetzung des Mittelwertes:

$$\lambda_1 \approx \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{\lambda_0}\right) = \frac{1+\lambda_0}{2 \cdot \lambda_0} \qquad (23).$$

Für unser Zahlenbeispiel ist mit $\lambda_0 \approx 0{,}60$:

$$\lambda_1 \approx \frac{1+0{,}60}{2 \cdot 0{,}60} = \frac{1{,}6}{1{,}2} = 1{,}333 \text{ und } \lambda_m \approx 0{,}233 + 0{,}0605 \cdot 1{,}333 = 0{,}314.$$

Ist der Verhältniswert λ_m genügend genau bekannt, so erhält man als gesamte Reibungskräfte für das untere Ende des Betonkernes (Abb. 6):

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \mu_1' \cdot \lambda_m \cdot \gamma \frac{h^2}{2} \\ \text{und} \quad R_2 &= \mu_2' \cdot \lambda_m \cdot \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

mit μ' als Beiwert für die Reibung zwischen Betonkern und Erde. Oft werden die Beiwerte μ_1' und μ_2' linksseitig und rechtsseitig des Betonkernes voneinander verschieden sein, wodurch dann die Mittelkraft ($R_1 + R_2$) mit einer gewissen Ausmitte auf den Betonkern einwirkt. Man kann eine solche Ausmitte vermeiden, wenn man beiderseits des Betonkernes eine lotrechte Erdschicht von gleich geringer innerer Reibung (z.B. Lehm oder Ton) einbringt. Außerdem kann auf diese Weise auch der Gesamtbetrag der Reibung herabgesetzt werden, indem beiderseits des Betonkernes eine dünne Tonschicht mit hochgezogen wird.

Bisher haben wir stillschweigend vorausgesetzt, daß wenigstens jede Dammhälfte aus einheitlichem Material besteht. Oft wird aber der Dammkörper noch weiter aufgegliedert, indem z.B. wasserseitig zur Erhöhung der Wasserdichtigkeit vor dem Kern oft eine Lehmschürze eingebaut wird. In einem solchen Falle können die Normalspannungen ν in einer waagerechten Dammebene nicht mehr nach Abb. 1 völlig stetig verlaufen, sondern müssen nach Abb. 7a einen Sprung aufweisen, weil die Lehmschürze stärker zusammendrückbar ist als der übrige Dammkörperteil, die Bedingung gleicher Setzung also ungleiche Pressungen zur Folge haben muß. Angenähert kann man wohl zunächst nach den bisherigen Formeln rechnen und ändert dann die in Abb. 7a gestrichelt eingetragene Linie der Normalspannungen so um, wie es die Abbildung zeigt, wobei darauf zu achten ist, daß die (eng schraffiert dargestellten) zusätzlichen Spannungen für die Unstetigkeitsstelle kein Moment übrig lassen und der Spannungssprung etwa dem Verhältnis der Zusammendrückungszahlen der beiden Erdarten entspricht. - Die Berechnung von E_m bleibt demnach im wesentlichen die gleiche wie vorhin für einheitlichen Erdkörper, nur daß die Zahlenwerte für λ_1 und ψ den neuen Verhältnissen Rechnung tragen müssen.

b) Der Zustand nach dem Wasseranstau.

Durch das Hinzutreten des Wasserdruckes nach dem Anstau wird der Betonkern gegen den luftseitigen Stützkörper gedrückt. Dieser Stützkörper wird dabei merklich zusammengedrückt, wodurch der Betonkern nach der Luftseite hin verschoben wird - und zwar, wie die Messungen am Sösedamm ergeben haben, unten um mehrere Zentimeter und oben um einige Dezimeter. Diese Kernverschiebung, die

durch die untere Gleitfuge ermöglicht wird, ist demnach auf jeden Fall so groß, daß wasserseitig der untere Grenzwert des (aktiven) Erddruckes E_a wirksam wird. Der Wasserdruck kommt dadurch im Endergebnis statisch nicht voll zur Wirkung (wiewohl er natürlich als Pressung voll wirkt), da durch ihn der Erddruck von E_m auf E_a absinkt. - Durch den Auftrieb wird gleichzeitig das Gewicht des wasserseitigen Dammkörpers stark vermindert, wodurch die Normalpressungen ν in der Dammkörpersohle entsprechend absinken, wie in Abb. 8a angedeutet ist.

Luftseitig bleibt dagegen das Gewicht des Dammkörpers erhalten, so daß der Inhalt der Sohlspannungsfläche derselbe bleiben muß, wenngleich sich auch die Pressungen ν etwas verändern wegen der stärkeren waagerechten Kräfte und der entsprechend größeren Schubkraft T in der Sohlfuge (vgl. Abb. 8). Da der luftseitige Dammkörper infolge der erwähnten waagerechten Verdrückung vermöge der Querdehnung das Bestreben haben wird, sich lotrecht zunächst nicht weiter zu setzen, so kann angenommen werden, daß die Reibungskraft R_2 wahrscheinlich durch den Wasseranstau nicht weiter zunehmen wird, sondern annähernd gleich bleibt. Damit liegt das Kräftegleichgewicht des luftseitigen Dammkörpers ungefähr so fest, wie es in Abb. 8 vorgeführt ist.

Wenn nun auch R_2 annähernd den gleichen Wert behält, so wird doch der Betonkern jetzt ungünstiger beansprucht, weil R_1 durch das Absinken des wasserseitigen Erddruckes jetzt mit $R_1 = \mu_1' \cdot E_{aw}$ bedeutend kleiner ist als vor dem Anstau, so daß durch das größere R_2 eine starke Ausmitte zustande kommt.

Neben einer gewissen ausmittigen Druckbeanspruchung wird der Betonkern auch auf Biegung beansprucht, weil einerseits der Wasserdruck etwas tiefer angreift als der Erddruck and andererseits in der unteren Gleitfuge ein gewisser Reibungswiderstand wirksam wird. Auf die überschlägliche Ermittlung dieser Biegemomente wird in einer späteren Fortsetzung dieses Aufsatzes eingegangen werden. Vorerst sei in dieser Hinsicht auf den Aufsatz von Prof. Dr. Alfred Streck: "Die Ausbildung des Betonkernes bei Staudämmen und seine Berechnung" in "Bautechnik" 1929, S. 838, hingewiesen.

Das Krafteck in Abb. 8 läßt in einfacher Weise die Schubbeanspruchung der luftseitigen Dammsohle erkennen, wodurch Anhaltspunkte für die vorhandene Gleitsicherheit erhalten werden. Ist die Dammsohle waagerecht, so kann man den mindestens erforderlichen Reibungswinkel ϱ_{erf} unmittelbar aus Abb. 8 b ablesen. Ist dagegen die Dammsohle geneigt und der Fels womöglich noch von einer Erdschicht überlagert, so ist mit einer entsprechend geneigten Gleitfläche zu rechnen und am Dammfuß der Erdwiderstand E_p anzusetzen. Das Gleichgewicht der Kräfte liefert dann die strichpunktiert eingetragene Resultierende, deren Neigung zur Gleitflächennormalen dann ebenfalls den erforderlichen Reibungswinkel ϱ_{erf} ergibt. Um eine eindeutige Sicherheit $\varrho_{vorh}/\varrho_{erf}$ (oder besser noch $tg\,\varrho_{vorh}/tg\,\varrho_{erf}$) zu erhalten, sind die Erddrucke E_a und E_p für diesen Zweck nicht für ϱ_{vorh}, sondern für den geringeren (gedachten) Wert ϱ_{erf} zu berechnen.

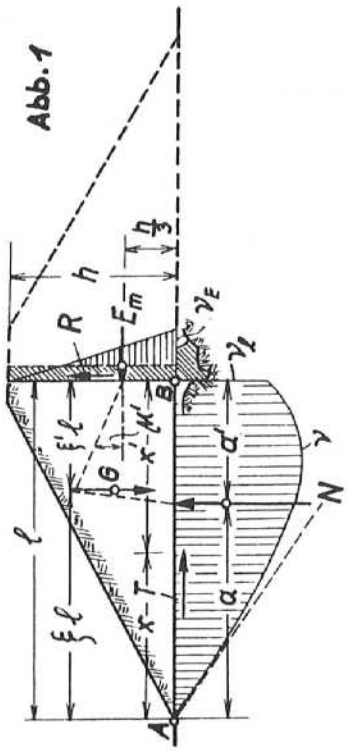


Abb. 1
R
h
E_m
ν_E
ν_l
B
G
N
A
T
a
a'
x
x'
l
ξl
ξ'l
h/3

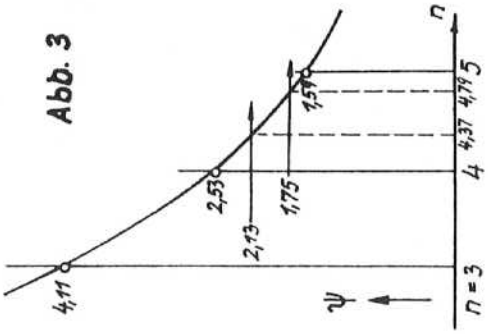


Abb. 3
4,11
2,53
2,13
1,75
1,59
4,37
4,79
5
4
n = 3
n
ψ

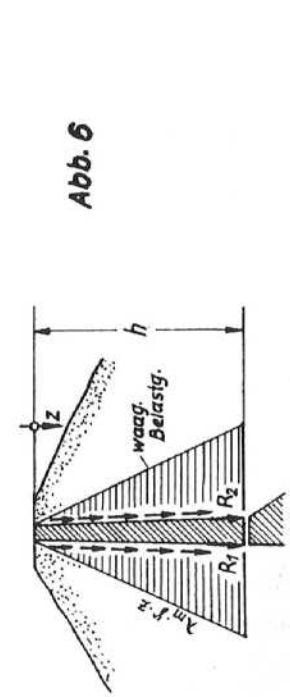


Abb. 6
h
z
waag. Belastg.
R_2
R_1
$\lambda_m \cdot \gamma \cdot z$

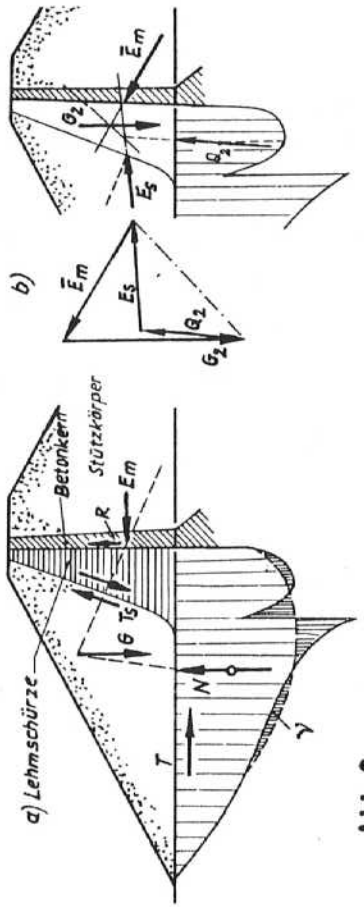


Abb. 7
a) Lehmschürze
Betonkern
Stützkörper
E_m
R
T_s
G
N
T
ν
b)
E_m
E_s
Q_2
G_2

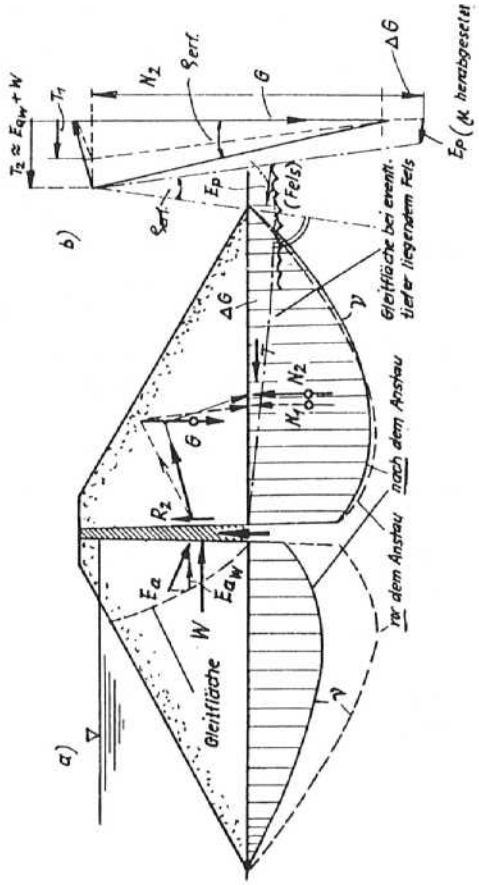


Abb. 8
a)
Gleitfläche
E_a
E_{a_W}
W
R_2
G
N_1
N_2
ΔG
ν
vor dem Anstau
nach dem Anstau
Gleitfläche bei eventl. tiefer liegendem Fels
b)
$T_2 \approx E_{a_W} + W$
T_1
$\varrho_{erf.}$
E_p
(Fels)
E_p (μ herabgesetzt)

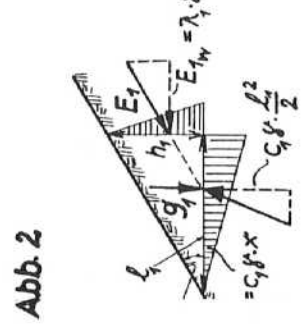


Abb. 2
E_1
$E_{1_W} = \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \frac{h_1^2}{2}$
h_1
q_1
l_1
$= c_1 \gamma \cdot x$
$c_1 \gamma \cdot \frac{l_1^2}{2}$

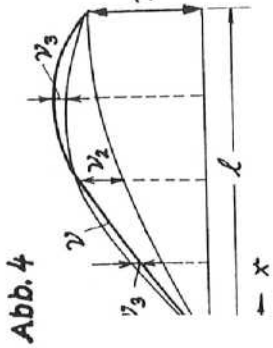


Abb. 4
ν_1
ν_2
ν_3
ν
l
x

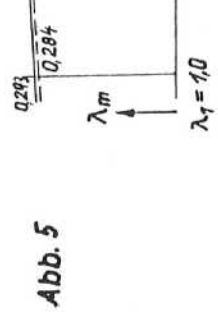


Abb. 5
Gl. (17)
Gl. (4)
0,354
0,317
0,327
0,307
0,293
0,284
λ_m
λ_1
2,0
1,5
$\lambda_1 = 1,0$

Erdstoffprüfungen und Standsicherheits-Untersuchungen beim Bau von Staudämmen

Von alters her hat man bekanntlich Deiche und kleinere Staudämme aus Erde gebaut. Ich erinnere nur an die Hochwasserschutzdeiche im Flachlande oder an die vielen kleinen Staudämme in manchen Bergwerksgebieten. Diese kleineren Erddämme wurden meist aus einheitlichem, mehr oder weniger lehmigen Material gebaut, aus sogenannter "Dammerde", die beim Einbau meist gut verdichtet wurde, wie man noch heute feststellen kann. Nun baut man in unserer Zeit bekanntlich große Erdstaudämme bis zu 100 m Höhe und mehr. Hier tritt sofort die Frage auf: Kann man diese großen Staudämme auch noch nach den gleichen handwerklichen oder baupraktischen Regeln bauen, nach denen man offenbar früher die kleineren Dämme mit gutem Erfolge gebaut hat? Wir wissen heute, daß diese Frage - aufs Ganze gesehen - verneint werden muß. Zwar muß man auch beim Bau größerer Dämme gewisse baupraktische Regeln beachten, z. B. beim Einbringen und Verdichten der Dammassen - mit dem erheblichen Unterschied allerdings, daß heute die Maschinenkraft weitgehend eingesetzt wird, man denke nur an die Verdichtung der Massen mittels schwerer Fahrzeuge, Walzen oder Explosionsstampfer. Aber allein nach solchen Erfahrungssätzen und Richtlinien würde man heute selbst dann nicht mehr bauen, wenn sehr viele Erfahrungen über den Bau größerer Erd-Staudämme vorliegen würden. Man hat nämlich inzwischen erkannt, daß Staudämme, die standsicher und dauerhaft sein sollen, gewisse Bedingungen statischer und stofflicher Art erfüllen müssen, die mit Erfahrung kaum noch etwas zu tun haben, die vielmehr fast ausschließlich mit Hilfe der Prüf- und Berechnungverfahren der heutigen Erdbau-Mechanik zu erfüllen sind. Die wichtigsten Bedingungen solcher Art sind:

1. Ausreichende Wasserdichtigkeit,
2. volle Dauerhaftigkeit oder Beständigkeit gegenüber der Erosionsgefahr, also der Gefahr der Fortspülung feinerer Teilchen und
3. Ausreichende Standsicherheit, also Sicherheit gegenüber der Rutschgefahr.

Die Erörterung dieser Bedingungen im einzelnen wird jetzt zeigen, in welcher Weise die neuen Verfahren der Grundbaumechanik zweckmäßig angewandt werden. Dabei wird gleichzeitig zu erkennen sein, daß die genannten Bedingungen sich mit der noch hinzu kommenden allgemeinen Forderung nach wirtschaftlicher Bauweise nur durch die Anwendung neuzeitlicher Untersuchungen, nicht aber mit Hilfe von Erfahrungssätzen erfüllen lassen. Was selbstverständlich nicht ausschließt, daß man auch nach der Erfahrung einmal das Richtige treffen kann. Aber man weiß dies dann garnicht, weil man ja über die Größe der vorhandenen Sicherheit in einem solchen Falle keine Untersuchungen angestellt hat.

Zur Veranschaulichung und Abkürzung meines Vortrages werde ich nun die weiteren Ausführungen anhand einiger Lichtbilder vorbringen. Zunächst eine kurze Übersicht über den Aufbau und die Gliederung von Staudämmen aus Erde. Ich erwähnte anfangs schon, daß die älteren Dämme vielfach aus einheitlichem Material,der Dammerde, gebaut wurden. Der Nachteil eines solchen Dammes ist die hochliegende Sickerlinie, wodurch die Standsicherheit der luftseitigen Böschung gefährdet werden kann wegen der überwiegend waagerecht wirkenden Differenzkräfte des Sickerwassers, hier im Bilde (Bild 1) angedeutet durch die beiden verschieden großen Wasserdruck-Dreiecke für zwei annähernd lotrechte

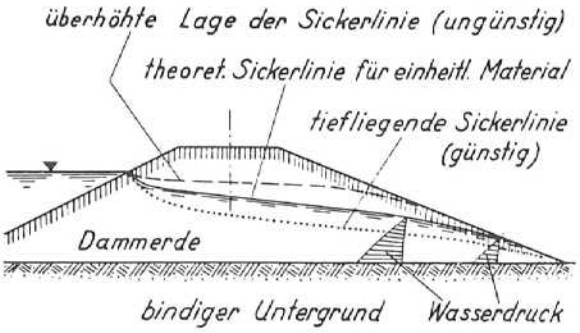


Bild 1 Sickerlinien im ungegliederten Damm

Schnittflächen. Daß eine so hohe Lage der Sickerlinie vorkommen kann, haben wir verschiedentlich durch Messungen des Sickerwasserspiegels in Bohrlöchern und durch Beobachtung von Wasseraustritt am luftseitigen Dammfuß feststellen können. Der Verlauf der Sickerlinie entspricht allerdings nicht in jedem Falle der hier dargestellten theoretischen Linie, weil die bindigen Bestandteile am Dammquerschnitt oft ungleichmäßig verteilt sind. Sind die Erdmassen auf der Wasserseite bindiger als auf der Luftseite, so liegt die Sickerlinie tiefer, etwa nach der punktierten Linie. Sind dagegen umgekehrt auf der Luftseite die bindigeren Massen eingebaut, so ist eine höhere Lage der Sickerlinie nach der gestrichelten Linie die Folge. In diesem Falle wird die luftseitige Böschung durch den waagerechten Druck des Sickerwassers besonders ungünstig beansprucht, und es ist dann unbedingt erforderlich, die luftseitige Böschung durch sandige oder kiesige Massen abzudecken.

Durch diese einfachen Überlegungen kommt man eigentlich von selbst dazu, den Dammkörper so aufzugliedern, daß eine tiefe Lage der Sickerlinie erzwungen und damit die Rutschgefahr für die luftseitige Böschung weitgehend ausgeschaltet wird. Man erreicht dies bekanntlich durch Einbau eines Dichtungskörpers, der beiderseits von durchlässigen Erdmassen gestützt wird. Diese Dichtung kann mehr wasserseitig oder auch als Kern in Dammitte eingebaut werden, sie kann aus bindiger Erde, z. B. Lehm oder Ton bestehen, aber auch aus Beton oder Eisenblech oder Bitumen. - Ich möchte hier nicht auf alle damit gegebenen konstruktiven Möglichkeiten eingehen, sondern nur die grundsätzliche Anordnung der Dichtung betrachten. Hier im Bilde sehen Sie links die wasserseitige Dichtung, rechts die Kerndichtung, im übrigen ist unterteilt nach den Dichtungsschwierigkeiten, die der Untergrund bietet. Die oben dargestellten Fälle eines bindigen Untergrundes sind dichtungstechnisch am bequemsten, weil man unmittelbar an den Untergrund anschließen kann. Leider gilt diese Rangordnung nicht immer auch für die Standsicherheit. Wie wir noch sehen werden, besteht für große Dämme auf tonreichem Untergrund oft eine gewisse Rutschgefahr. - In der Mitte des Bildes ist eine durchlässige Oberschicht von größerer Dicke vorausgesetzt. Hier ist der Anschluß an die dichte Unterschicht bereits schwieriger, besonders bei stärkerem Grundwasserandrang. Falls sich eine Spundwand einrammen läßt, ist dies oft der bequemste Weg, die durchlässige Oberschicht abzuriegeln. Andernfalls muß man den Untergrund durch Einpressungen künstlich abdichten, was aber sehr sorgfältig geschehen muß, oder man muß eine Baugrube bis auf den bindigen Untergrund ausheben, zumindest abschnittsweise, und durch eine Betonmauer oder eine andere dichtende Wand den Anschluß an den bindigen Untergrund herstellen. - Ganz unten ist der ungünstigste Fall skizziert - der glücklicherweise seltener vorkommt - daß der undurchlässige Grund auf wirtschaftliche Weise nicht mehr zu erreichen ist. Man kann dann die Dichtungsschürze unten auf einer längeren Strecke teppichartig vorziehen, und verlängert dadurch den Strömungsweg des Sickerwassers so weit, daß der Wasserverlust erträglich wird und auch die Erosionsgefahr gebannt wird. Durch Einschlagen von Spundwänden kann man eine weitere Drosselung des unter dem Damm hindurch strömendeen Sickerwassers erreichen.

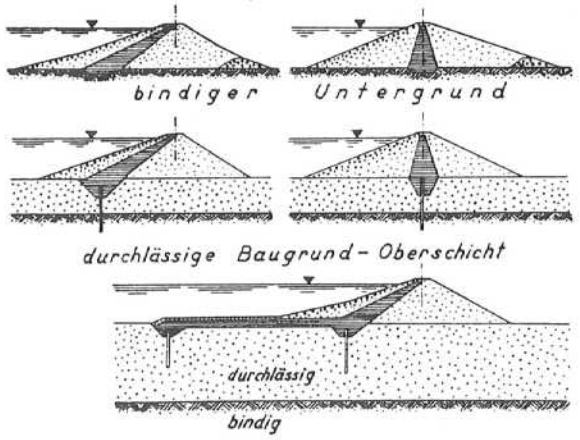


Bild 2 Die wichtigsten Typen der Erdstaudämme

Wir wollen uns nun etwas eingehender mit den Eigenschaften der Erdstoffe beschäftigen und kommen zurück auf die zuerst genannte Forderung nach ausreichender Wasserdichtigkeit. Wie bereits angedeutet, ist nach dieser Richtung hin der Anschluß der Dammdichtung an den Untergrund ein sehr wichtiger Punkt. Man darf keine Mühe scheuen, um alle Möglichkeiten von Wasserdurchtritt unmittelbar unter dem Damm von vornherein auszuschalten. Kiesadern müssen durch bindige Erde ersetzt, Gesteinsklüfte durch Zementplomben ausgestampft werden, soweit man nicht überhaupt Einpressungen größeren Ausmaßes anwenden muß, worüber Druckwasserproben die sicherste Auskunft geben. - Sodann muß aber auch die Dichtung selbst dem Wasserdruck völlig widerstehen können. Für Lehm- oder Tondichtung bedeutet diese Forderung eine gewisse Mindestdicke, die vom Einbau-Verfahren und der Bindigkeit der Dichtungserde abhängig ist. Man muß in dieser Hinsicht den eigentlichen fetten Dichtungston vom mageren feinsandigen Lehm oder Lehmschluff unterscheiden. Während man für guten Dichtungston bei sorgfältigem Einbau mit verhältnismäßig geringer Schichtdicke auskommt, muß für mageres Dichtungsmaterial eine viel größere Dicke vorgesehen werden. Als Richtpunkt nehme ich nach den Erfahrungen der früheren Preußischen Versuchsanstalt den Durchlässigkeits-Index von 10^{-7} cm/sek für ein schon etwas mageres Material (tonigen Schluff) und lasse in diesem Falle das Druckgefälle des Wassers, also das Verhältnis der Druckhöhe des Wassers zur Schichtdicke der Dichtung, möglichst nicht über 3,0 anwachsen. Ich komme auf diesen Punkt noch zurück.

Als zweite Forderung haben wir die Verhinderung der Erosionsgefahr zu beachten. Es dürfen weder aus der Dichtungsschicht selbst noch längs der Einbindefuge feine Teilchen durch den anhaltenden Wasserdruck fortgespült werden, weil durch solchen Abtransport feiner Teilchen u. U. der mit Recht gefürchtete Erosions-Grundbruch eingeleitet werden kann. Dieser Gefahr läßt sich bekanntlich mit Erfolg durch Einbau von sandigen, lehmfreien, Filterschichten begegnen, die die Teilchen der Dichtungserde an der Unterlage zurückhalten. Hierbei gilt die aus Versuchsergebnissen abgeleitete Filter-Regel von Terzaghi, wonach die Korngröße des Filtersandes bei 15 % Gewichtsanteil nicht größer sein darf als das 4fache der Korngröße der Dichtungserde bei 85 % Gewichtsanteil. Hier im Bilde ist diese Forderung beim Kiessand nicht erfüllt, so daß noch ein Feinsand eingeschaltet werden muß, sei es als selbständige Schicht oder als Beigabe zum Kiessand. Der Baupraxis ist der Einbau solcher Filterschichten mitunter unbequem, besonders dem Unternehmer, der die Erdmassen nach Akkordsätzen einbaut. Man kann aber auf unerläßliche Dinge nicht verzichten, wer es dennoch tut, trägt dann auch die Verantwortung für eventuelle Folgen. - Die hier in einem Beispiel vorgeführte korngrößenmäßige Abstufung von Schichtgrenzen ist überall dort vorzusehen, wo eine Fortspülgefahr besteht, besonders auch längs der Unterlage eines Dichtungsteppiches für den Fall, daß der Damm vom Sickerwasser unterströmt wird. In diesem Falle muß der Kopf des Dichtungsteppiches besonders sorgfältig ausgebildet werden. - Auch die Dräns zur Ableitung des Sickerwassers sollten grobkörnig umkleidet werden, evtl. noch umgeben mit Feinsand, falls die Gefahr des Einschlämmens lehmiger Teilchen besteht.

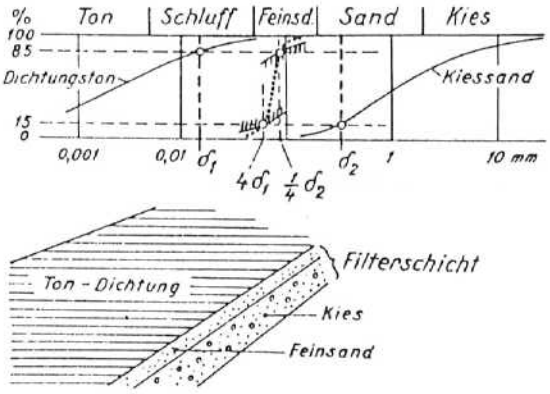


Bild 3 Filter-Regel von Terzaghi

Bevor ich nun als letzten Punkt die Forderung nach ausreichender Standsicherheit erörterte, möchte ich in gebotener Kürze auf die Versuche im Laboratorium eingehen. Ich werde dabei nicht auf die Apparate selbst eingehen, die ich Ihnen heute nachmittag im Labor zeigen kann, sondern auf die Auswertung und Auftragung der Versuchsergebnisse, um Sie mit der grundsätzlichen Arbeitsweise in der Erdbau-Mechanik vertraut zu machen.

Es folgt die Vorführung der Laboratoriums-Lichtbilder.

Meine Herren, ich komme jetzt zum letzten Punkt der Dammsicherung: Zur Vermeidung der Rutschgefahr. Es handelt sich um die Frage: wie man vorgehen muß, um eine ausreichende Standsicherheit garantieren zu können. - Der wichtigste Faktor für die Stabilität größerer Staudämme ist die innere Reibung der Dammbaustoffe. Sodann kann aber auch die Bindigkeit der Erdstoffe - und damit in Zusammenhang stehend - die Bauzeit für die Damm-Herstellung von großem Einfluß sein. Wir machen uns das am besten an Hand einiger Beispiele für statische Berechnungen klar.

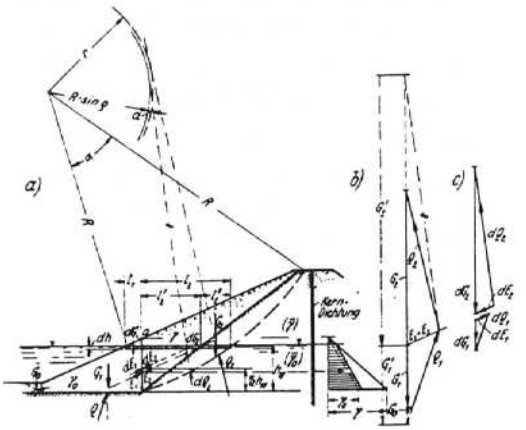


Bild 4 Wasserseitige Böschung eines Staudammes mit Kerndichtung

Hier sehen Sie eine einfache Gegenüberstellung der aktiven und passiven Erddruckkräfte zwecks Ermittlung der Standsicherheit der wasserseitigen Böschung eines Staudammes mit Kerndichtung und Lehmvorlage. Der passive Erddruck E_1 kann nach bekannten Verfahren der Erddrucklehre mit ebenen Gleitflächen ohne weiteres berechnet werden; für den aktiven Erddruck E_2 sind dagegen kreisförmige Gleitflächen heranzuziehen, wofür es heute auch bereits recht einfache Verfahren gibt, wie aus dem Bilde ersichtlich ist. Das Gleichgewicht für die lotrechte Schnittfläche erfordert $E_1 = E_2$, also die Gleichheit des beiderseitigen Erddruckes, welche natürlich nur möglich ist, wenn in den zugrunde gelegten Gleitflächen nicht die volle Reibung wirkt, sondern nur ein Bruchteil davon, also sogenannte erforderliche Reibung. Das Verhältnis aus voller Reibung und aus erforderlicher oder in Anspruch genommener Reibung ergibt dann den Sicherheitsgrad gegenüber der Rutschgefahr.

Das Bild 5 zeigt schematisch den Kerndruck gespülter Dämme als vollen Flüssigkeitsdruck. Diese ungünstigste Annahme ist in Nordamerika vorgeschlagen worden, nachdem man dort verschiedentlich recht ungünstige Erfahrungen beim Bau größerer gespülter Dämme sammeln mußte. Tatsächlich gibt ja ein zunächst flüssiger Ton sein überschüssiges Porenwasser nur sehr langsam ab (wegen der geringen Wasserdurchlässigkeit), so daß nach längerer Zeit nach der Dammherstellung ein beträchtlicher Seitendruck vorhanden sein muß. Dadurch werden die Dammböschungen ungünstig beeinflußt, d. h. man muß mit abgeflachten Böschungen arbeiten.

Der statisch sehr ungünstige Einfluß des Porenwasserüberdruckes in bindigem Untergrund

sei zum Schluß noch an zwei Beispielen gezeigt. Hier sehen Sie die Untersuchung einer Baugruben-Rutschung in jüngerem Küstenton. Die Rutschung erfolgte nach dem Aushub der Baugrube und der Herstellung des kleinen oberen Dammkörpers aus dem gleichen Erdmaterial. Die statische Nachrechnung nach der neuen Gleitwiderstandstheorie, wie ich sie vor einiger Zeit in der Zeitschrift "Die Bautechnik" veröffentlichte, ergab einen für Gleichgewicht erforderlichen Reibungsbeiwert von $\mu = \mathrm{tg}\varrho = 0{,}40$. Das ist aber ein Wert, wie er für den angetroffenen dunkelgrauen, humosen Schluffton ohne weiteres möglich

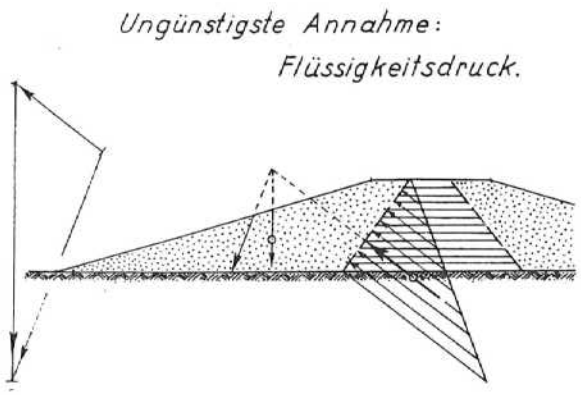


Bild 5 Kerndruck gespülter Dämme

ist. Hervorhebung verdienen wohl die physikalisch klar nachgewiesenen Folgerungen aus der neuen Theorie, wonach das Eigengewicht des Rutschkörpers <u>ohne</u> Auftrieb, also mit dem vollen Raumgewicht anzusetzen ist, während für den Ansatz des Widerstandes in der Gleitfläche der volle Auftrieb in Frage kommt. Natürlich ergeben sich dadurch statisch recht ungünstige Verhältnisse, wodurch die Rutschneigung mancher Tone erklärlich wird.

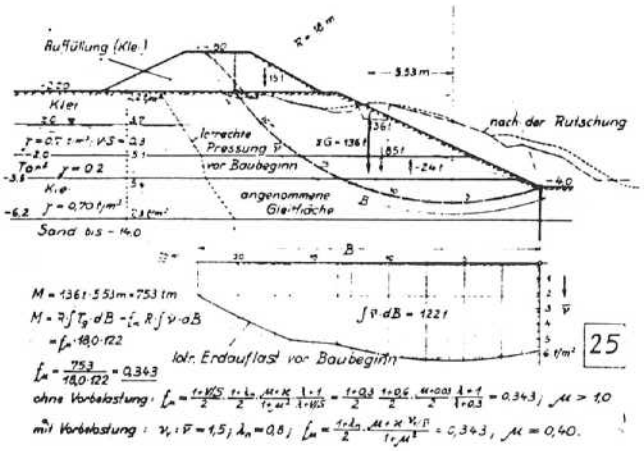


Bild 6 Statische Untersuchung einer Rutschung in Wilhelmsburg bei Hamburg i.J. 1926

Das letzte Bild zeigt die statische Untersuchung der Rutschung des Lafayette-Dammes in Kalifornien, die bei einer Dammhöhe von 36 m eintrat. Dieser Fall ist ein geradezu klassisches Lehrbeispiel für den ungünstigen Einfluß von Porenwasserüberdruck, der durch die Dammbelastung im Untergrund entsteht. Dieser Überdruck ist gemessen worden in einer eingelagerten sandigen Schicht 15 m unter Gelände und folgte etwa der punktiert dargestellten Linie, welche rund 70 % des theoretischen Höchstwertes erreicht. Offenbar erfolgte der Dammbau relativ langsam, so daß ein Teil des Wasserüberdruckes bereits während der Bauzeit wieder abklingen konnte. Bei der statischen Untersuchung wurde für den Tonkern ein Reibungsbeiwert von 0,35 angenommen. Die Durchrechnung ergab nun, daß für den ungünstigsten Fall plötzlicher Belastung, also für 100 % Porenwasserüberdruck ein Reibungsbeiwert von weit über 0,50 erforderlich ist. Für den

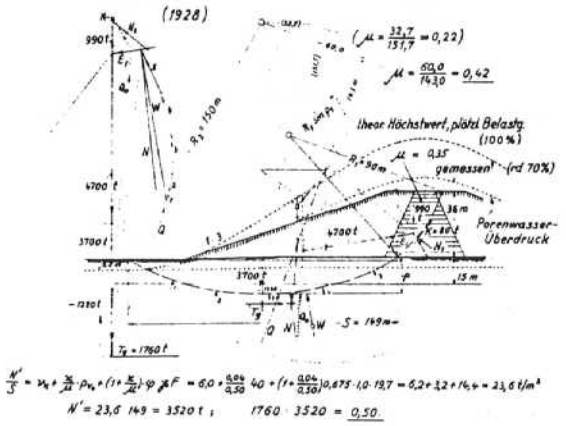


Bild 7 Rutschung des Lafayette-Staudammes, Kalifornien

Bauzustand mit 70 % Überdruck ist ein Reibungsbeiwert von 0,42 erforderlich. Bedenkt man, daß der Porenwasserüberdruck in den Bohrlöchern eher zu gering als zu hoch ermittelt wurde, so ist ein erforderlicher Reibungsbeiwert von 0,45 bis 0,50 durchaus möglich. Das sind aber wieder Werte, die versuchsmäßig recht gut zutreffen für den vorhandenen alluvialen sandig-plastischen Ton. Nach unseren heutigen Erkenntnissen hätte man also die Rutschgefahr für den Lafayette-Damm im voraus angeben können. - Bei der Berechnung ohne Porenwasserdruck, wie sie früher üblich war, liefert die statische Untersuchung nur einen erforderlichen Reibungsbeiwert von 0,22, also einen viel zu geringen Wert. - Erwähnenswert ist noch, daß im vorliegenden Fall unter der Dammlast eine größte Setzung von 2,75 m eingetreten sein soll. Auch solche Setzungen lassen sich heute ohne Schwierigkeiten im voraus berechnen, wenn ungestörte Erdproben aus dem Untergrund gestochen und im Prüfraum untersucht werden.

Meine Herren, ich bin am Schluß meiner Ausführungen. Aus der Fülle grundbaumechanischer Gesichtspunkte und Verfahren konnte ich Ihnen nur eine kleine Auswahl bringen. Wenn es mir gelungen ist, zu zeigen, daß die moderne Grundbaumechanik heute beim Bau größerer Staudämme ein zuverlässiges und unentbehrliches Werkzeug geworden ist, so hat der Vortrag seinen Zweck erfüllt.

Ohde.

Vortrag am 11. Mai 1950
vor der G. A. Wasserwirtschaft
der Kammer der Technik.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Dresden · 2 (1952/53) H. 4/5 · Herausgeber: Der Rektor

II. Fakultät für Bauwesen / Publ. Nr. 25
Fachrichtung: Grundbau-Mechanik
Als Manuskript gedruckt! DK 624.022.7:004.4
Eingang: 2. 4. 1953

Gleit- und Kippsicherheit von Stützmauern

Von Prof. Ing. Johann Ohde

Die Frage nach der Standsicherheit von Stützmauern ist sowohl ein Erddruck- als auch ein Grundwiderstandsproblem, wobei aber die Frage des Grundwiderstandes erheblich überwiegt, weil der Ansatz des Erddruckes heute als ausreichend geklärt angesehen werden kann. Der Vollständigkeit halber sei auf die neuen Erkenntnisse über den Erddruck zunächst kurz eingegangen, soweit sie für Stützmauern von Bedeutung sind.

Der Erddruck auf Stützmauern ist vor allem von dem Nachgeben der Mauer abhängig. Eine auf gesundem Fels gegründete Stützmauer gibt praktisch unter der Wirkung des seitlichen Erddruckes kaum nach, so daß mit dem vollen Ruhedruck der Erde gerechnet werden muß, der für Sandhinterfüllung, je nach deren Verdichtung, 50 bis 40 Prozent des Auflastdruckes beträgt. In diesem Falle nur den aktiven Erddruck anzusetzen, wäre viel zu günstig. Bei normalem erdigem Untergrund dagegen gibt fast jede Stützmauer so weit nach, daß mit dem unteren Grenzwert des Erddruckes, dem aktiven oder angreifenden Erddruck nach der Gleitflächenlehre, gerechnet werden darf. Unter der Wirkung des bei der Hinterfüllung der Stützmauer entstehenden Erddruckes wird die Gründungssohle auf Schub und Drehen beansprucht. Durch die Schubbeanspruchung wird die Stützmauer nach der Luftseite zu überwiegend parallel verschoben, während durch die Drehbelastung (Moment) überwiegend ein luftseitiges Kippen der Stützmauer zustande kommt. Diese Verschiebungen sind im Vergleich zu den Abmessungen der Stützmauer meist gering, so daß sie den Zweck der Stützmauer nicht beeinträchtigen; sie reichen aber fast immer aus, um den unteren Wert (E_a) des Erddruckes (durch geringes Abgleiten oder Nachrutschen eines steilen Erdprismas) hinter der Mauer entstehen zu lassen. Wichtig sind hierbei folgende beiden Erkenntnisse:

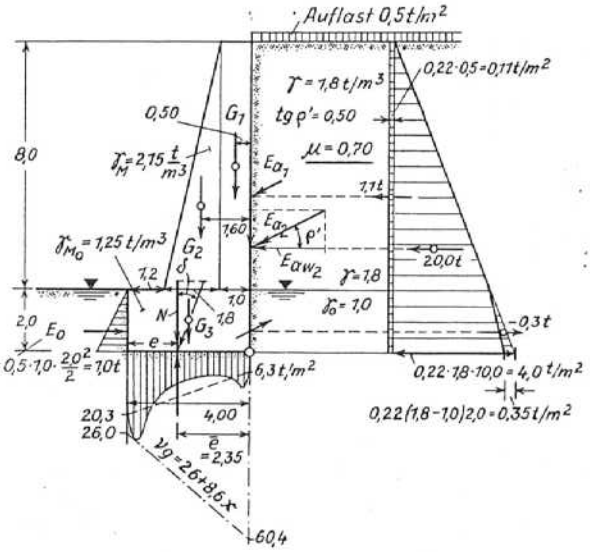
a) Sobald infolge der erwähnten (geringeren) Ausweichbewegungen der Stützmauer ein geringes Nachrutschen des aktiven Erdprismas hinter der Wand erfolgt, muß dieses Erdprisma nicht nur längs der sogenannten Gleitfläche im Erdreich den inneren Reibungswiderstand wachrufen, sondern auch die Reibung zwischen Erde und hinterer Wandfläche der Mauer überwinden. Hierdurch ist die Richtung des Erddruckes festgelegt. Die noch weit verbreitete Gepflogenheit, die innere Reibung der Erde hinter der Stützmauer zwar voll anzusetzen, den Erddruck auf eine lotrechte Mauerrückwand aber waagerecht (d. h. ohne Reibung) anzusetzen, ist deshalb sehr zu beanstanden. Will man aus Sicherheitsgründen nicht mit der vollen Reibung rechnen (wir kommen darauf noch zurück!), so sollte man sowohl die Erdreibung in der Gleitfläche als auch die Reibung zwischen Wand und Erde etwa um den gleichen Betrag oder im gleichen Verhältnis herabsetzen, keinesfalls aber die Erdreibung voll ansetzen und die Wandreibung zu Null annehmen, zumal dann die Kippbelastung durch den Erddruck zu groß ausfallen würde.

b) Infolge der luftseitigen Kippbewegung der Stützmauer muß das druckerzeugende Erdprisma oben stärker nachrutschen als unten, d. h. es müssen sich von jedem Wandpunkte aus auch Zwischengleitflächen ausbilden, nicht nur die untere Hauptgleitfläche. Dadurch ist bekanntlich auch die Verteilung des Erddruckes festgelegt. Denn wenn man für jeden Wandzwischenpunkt den aktiven Erddruck für sich selbständig ermitteln kann, so muß offenbar der Unterschied ΔE_a der Erddrucke zweier Wandpunkte der mittleren Erdpressung zwischen diesen Punkten gleichkommen. Für ebene Wandfläche und ebenes Gelände findet man auf diesem Wege bekanntlich eine dreieckförmige Zunahme der Erdpressungen aus dem Eigengewicht der Hinterfüllungserde und eine Rechteckverteilung des Erddruckes aus gleichmäßig verteilter Auflast. Im übrigen kommen die klassischen Verfahren der Erddruckermittlung nach Culmann, Engesser und Rebhann-Poncelet bei Stützmauern zu ihrem vollen Recht.

In den letzten Jahren wurde zuweilen die Auffassung vertreten, durch das Einstampfen der Hinterfüllungserde könne der Erddruck erhöht und die Verteilung des Erddruckes verändert werden. Der Verfasser kann sich dieser Meinung aus folgenden Gründen nicht anschließen. Zur Verdichtung der Hinterfüllung von Stützmauern werden üblicherweise nur leichte Stampfgeräte verwendet, und man arbeitet mit entsprechend geringen Schütthöhen, um trotz der leichten Stampfer noch eine ausreichende Verdichtung zu erzielen. Im unteren Bereich der Stützwand mag dabei durch das Einstampfen zunächst eine gewisse Erhöhung des Erddruckes eintreten. Sobald jedoch die letzte Lage der Hinterfüllung eingebracht und festgestampft wird, liegen ganz andere Verhältnisse vor. Der jeweilige Gesamterddruck nimmt theoretisch mit dem Quadrat der Hinterfüllungshöhe zu. Damit wächst aber der Erddruck erst durch das Einbringen der obersten Lagen der Hinterfüllung stark an, und die Stützmauer weicht dementsprechend erst im letzten Stadium der Hinterfüllung stärker aus. Der Stampfdruck ist zwar oben der gleiche wie unten, jedoch kann er nur noch in der obersten Lage wirksam werden, weil der zusätzliche Stampfdruck in den tieferen Lagen durch das Vorkippen der Mauer wieder verschwindet. Eine Verspannung durch den Stampfdruck und damit ein zusätzlicher Erddruck könnte hiernach nur ganz oben wirksam werden. Gerade dort wird er aber wahrscheinlich infolge Wärme- und Feuchtigkeitsschwankungen u. a. m. bald wieder verschwinden. Ein zusätzlicher Einstampfdruck kann deshalb kaum eine Änderung des Erddruckes bewirken, solange es sich um normal nachgebende Stützmauern handelt, und das Einstampfen der Hinterfüllungserde mit der nötigen Vorsicht geschieht. – Auch Frostwirkungen im Winter können

den Erddruck auf Stützmauern nicht erhöhen, solange mit stark sandiger Erde hinterfüllt wird, deren wirksame Korngröße nicht kleiner ausfällt als 0,05 mm. Wird dagegen mit feinsandig-schluffiger oder lehmiger Erde hinterfüllt, deren wirksame Korngröße < 0,05 mm ist, so ist u. U. nicht nur mit Frostwirkungen in Geländenähe zu rechnen, sondern auch mit Fließkräften des bei starkem Regen abfließenden Porenwassers. Solche Erdarten sollten deshalb bei der Hinterfüllung möglichst nicht verwendet werden.

Sobald der Erddruck nach der Gleitflächenlehre berechnet werden kann, ergibt seine Zusammensetzung mit dem Eigengewicht der Stützmauer nach Bild 1 die Sohle-Mittelkraft, deren Pressungen den Untergrund belasten und vom Untergrund getragen werden müssen. Wir kommen damit zur



$$G_1 = 2{,}15 \cdot 8{,}0 \cdot 1{,}0 = 17{,}2\ \text{t}$$

$$G_2 = 2{,}15\ \frac{8{,}0 \cdot 1{,}8}{2} = 15{,}5\ \text{t}$$

$$G_3 = 1{,}25 \cdot 4{,}0 \cdot 2{,}0 = 10{,}0\ \text{t}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_a}} = \sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{\mu\,(\mu + \operatorname{tg}\delta)} = \sqrt{1{,}49} + \sqrt{0{,}7\,(0{,}7+0{,}5)}\,;$$

$$\underline{\lambda_a \approx 0{,}22.}$$

$$E_{a_w} = 0{,}11 \cdot 10{,}0 + \frac{4{,}0 \cdot 10{,}0}{2} - \frac{0{,}35 \cdot 2{,}0}{2} - 1{,}0$$

$$= 1{,}1 + 20{,}0 - 0{,}3 - 1{,}0 = \underline{19{,}8\ \text{t}}$$

$$N = 17{,}2 + 15{,}5 + 10{,}0 + 0{,}5\,(1{,}1 + 20{,}0 - 0{,}3) = \underline{53{,}1\ \text{t}}$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{19{,}8}{53{,}1} = 0{,}373$$

$$53{,}1 \cdot \bar{e} = 1{,}1\,\frac{10{,}0}{2} + 20{,}0\,\frac{10{,}0}{3} - 1{,}3\,\frac{2{,}0}{3} + 17{,}2 \cdot 0{,}5$$

$$+ 15{,}5 \cdot 1{,}6 + 10{,}0 \cdot 2{,}0 = 124{,}7\ \text{t/m}; \qquad \bar{e} = 2{,}35\ \text{m}.$$

Bild 1 Kräfte- und Spannungsberechnung für eine Stützmauer

Frage eines ausreichenden Grundwiderstandes. Der Anschaulichkeit halber ist in Bild 1 ein Beispiel zahlenmäßig durchgerechnet, wobei der Erddruck unter Benutzung der λ_a-Werte von Krey nach den Formeln des Verfassers (Bautechn. 1938 S. 242) berechnet wurde und der Grundwasserstand in Höhe des unteren Geländes, also sehr ungünstig, angenommen wurde.

Zunächst wird man nach der Pressungsverteilung in der Sohlfuge fragen. Früher begnügte man sich mit der Darstellung geradliniger Verteilung der Sohlepressungen nach dem Spannungstrapez oder dem Spannungsdreieck. Heute kann man die Verteilung der Sohlepressungen genauer angeben, nachdem mit Hilfe der Elastizitätslehre Lösungen für die am häufigsten vorkommenden Sonderfälle gefunden wurden. Nachstehend sollen beide Verfahren einander gegenübergestellt werden, um, darauf aufbauend, das Fehlerhafte der alten Berechnungsverfahren über Gleit- und Kippsicherheit zu zeigen und neue, einwandfreie Verfahren zu entwickeln [1].

Vorweg seien die bereits erwähnten Ergebnisse der Elastizitätslehre durch Bild 2 veranschaulicht, um dadurch Anhaltspunkte zu gewinnen für die Verteilung der Sohlepressungen. In Bild 2 sind die Verteilungslinien für die Pressungen aufgetragen, wobei die Ausmittigkeit der Belastung von links nach rechts zunimmt. Die gestrichelte Linie gilt für lineare Pressungsverteilung und die strichpunktierte Linie für die „genaue" Pressungsverteilung nach der Elastizitätslehre [2]. Letztere ergibt für den Rand des Fundamentes unendlich große Pressungen, die vom Untergrund nicht aufgenommen werden können. In der Nachbarschaft des Fundamentrandes weicht die Erde seitlich aus, z. B. auf spiraligen Gleitflächen oder durch Verdrückung. Hier können deshalb die Pressungen nur eine bestimmte Größe erreichen. Unter Beachtung dieser plastischen Randnachgiebigkeit sind in Bild 2 die voll gezeichneten Pressungslinien eingetragen, wie sie also in Wirklichkeit etwa zu erwarten sind. Hierbei sind allerdings die Pressungsgrößtwerte am Rande nicht völlig sicher anzugeben, weil die Randnachgiebigkeit verschiedener Erdstoffe unterschiedlich ausfällt. Diese kleine Unsicherheit beeinflußt den übrigen Verlauf der Pressungen jedoch nur wenig.

Die Ergebnisse des Bildes 2 lassen sich leicht auf jede beliebige Aufgabe anwenden, indem zunächst die gradlinige Verteilung ermittelt wird, die dann durch eine „randkonzentrierte" (sattelförmige) Verteilung nach Bild 2 ersetzt wird, wobei oft schon eine gefühlsmäßige Abänderung der geraden Verteilungslinie ausreicht. In dieser Weise sei jetzt unser Beispiel nach Bild 1 weiter untersucht.

Die Mittelkraft aus Erddruck und Eigengewicht der Stützmauer in Bild 1 hat eine waagerechte Teilkraft von 19,8 t und eine lotrechte Teilkraft von 53,1 t, also eine Spannungsneigung $\operatorname{tg}\delta = \frac{19{,}8}{53{,}1} = 0{,}373$ [3]. Der Untergrund wird also schräg und ausmittig beansprucht. Die lotrechte Teilkraft von 53,1 t hat eine Ausmittigkeit von $2{,}35 - \frac{4{,}0}{2} = 0{,}35$ m, so

[1] Das Verfahren des Verfassers über die Berechnung der Kippsicherheit wird bereits seit 1950 in den Vorlesungen des Verfassers über Grundbau-Mechanik gegeben. Die erste Veröffentlichung erfolgte im Hütte-Taschenb. III, 27. Aufl., S. 924 bis 926. Berlin 1951. Es fehlte aber bislang eine eingehende Begründung.

[2] Die Pressungsverteilungen für ausmittige Belastung sind von Schubert und Borowicka angegeben. Vgl. Schubert, G.: Zur Frage der Druckverteilung unter elastisch gelagerten Tragwerken. Ing.-Archiv **13** (1942) S. 132. – Borowicka, H.: Über ausmittig belastete, starre Platten auf elastisch-isotropem Untergrund. Ing.-Archiv **14** (1943) S. 1.

[3] Vor dem Mauerfuß ist hierbei nur der Ruhedruck E_0 angesetzt, da wegen der Gefahr von Aufgrabungen oder schlechter Verfüllung der Baugrube nicht mit dem Wirksamwerden des passiven Erddruckes zu rechnen ist.

daß man für das Spannungstrapez die Randpressungen erhält:

$$\nu = \frac{53{,}1}{4{,}0} \pm \frac{53{,}1 \cdot 0{,}35}{1{,}0 \cdot 4{,}0^2/6} = (13{,}3 \pm 7{,}0)\,\mathrm{t/m^2}, \text{ also } \max \nu = 20{,}3\,\mathrm{t/m^2}$$

$$\text{und } \min \nu = 6{,}3\,\mathrm{t/m^2}.$$

Die zugehörige Pressungslinie ist in Bild 1 als gestrichelte Gerade eingetragen und im Sinne des Bildes 2 durch eine sattelförmige Pressungslinie ersetzt. Hierbei ist allerdings zu beachten, daß die Pressungen nicht größer ausfallen können als der Grundwiderstand, der als Gleitflächen-Bruchlast ähnlich wie der passive Erddruck (Erdwiderstand) berechnet wird und in Bild 1 als strichpunktierte Gerade eingetragen ist. Der Ansatz des Grundwiderstandes ist weiter nachstehend erläutert, wo dann auch die Gleichung der Grundwiderstands-Geraden

$$\nu_g = 26 + 8{,}6\,x\ (\mathrm{t/m^2})$$

nachgewiesen ist. Da in unserem Zahlenbeispiel der Größtwert der sattelförmig verteilten Pressungen die Grundwiderstands-Gerade übersteigt, so ist die Pressungslinie so abzuändern, daß die großen Pressungsordinaten die Linie des Grundwiderstandes gerade berühren, aber nicht überschreiten (wie es in Bild 1 auch geschehen ist).

Von der so erhaltenen Pressungs-Verteilungslinie kann mit einiger Berechtigung behauptet werden, daß sie etwa die wirkliche Verteilung der Normalspannungen ν wiedergibt. In ähnlicher Weise werden wahrscheinlich auch die Schubspannungen τ verteilt sein. Stellen wir jetzt aber die Frage nach der Standsicherheit unserer Stützmauer, so zeigt unsere bisherige Berechnung eigentlich nur, daß die Mauer noch standsicher ist; jedoch erhalten wir keine Auskunft über die zahlenmäßige Größe der Standsicherheit oder über die noch vorhandene Sicherheitsreserve. Nach den bisherigen Richtlinien über Baugrundbelastung würde man zwar eine größte Pressung nach dem Spannungstrapez von 20,3 t/m² = 2,03 kg/cm² ohne weiteres zulassen, und auch die vorhandene Spannungsneigung $\operatorname{tg}\delta = 0{,}373$ ergibt eine ausreichende Gleitsicherheit von rund $\frac{0{,}60}{0{,}373} \approx$ $\approx 1{,}61$. Jedoch kann die Tatsache, daß die Pressungsgrößtwerte in der Nähe der Sohlenvorderkante schon die Grenzbelastung erreichen, doch wohl zu Bedenken Anlaß geben. Wir müssen deshalb noch weitere Betrachtungen anstellen.

Zur Sicherheitsfrage ist allgemein zu sagen, daß Zahlenangaben über die vorhandene Sicherheit in erster Linie unser Gefühl für ausreichende Sicherheit unterstützen sollen. Sie sollen die vorhandenen Unsicherheiten ausreichend überdecken, dürfen aber nicht immer nur ihrer absoluten Größe nach bewertet werden. Denn die vorhandenen Unsicherheiten können eine unterschiedliche Streuungsbreite aufweisen, und entsprechend diesen Streuungen ist dann auch die Größe der Sicherheitszahl zu bewerten.

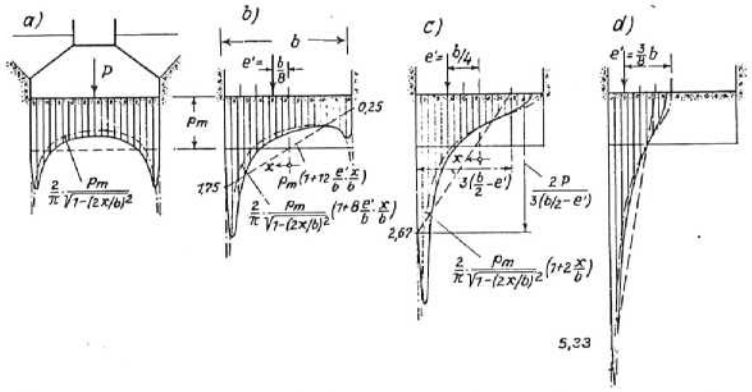


Bild 2 Verteilung der Sohlepressungen bei verschiedener Ausmittigkeit

Es kommt noch hinzu, daß die Sicherheit erdstatisch in verschiedener Weise angesetzt werden kann, und zwar als Verhältnis von Kräften (η_P, Ansatz I) oder als Verhältnis (η_τ) oder Unterschied ($\Delta\mu$) des Gleitwiderstandes oder anderer erdstofflicher Werte (Ansatz II). Zur völligen Klärung unserer Sicherheitsfrage sollen beide Möglichkeiten nacheinander betrachtet werden.

Als erste Möglichkeit, nämlich den Ansatz I des Sicherheitsgrades als Verhältnis zweier Kräfte zu verwenden, bietet sich unmittelbar das Verhältnis des vorhandenen und des erforderlichen Grundwiderstandes dar:

$$\eta_P = \frac{P_g}{P_{\mathrm{erf}}} = \frac{N_g}{N_{\mathrm{erf}}},$$

d. h. es wird die vorhandene Belastung P_{erf} (lotrechte Teilkraft N_{erf}) verglichen mit der Grenzbelastung P_g (lotrechte Teilkraft N_g), die der Untergrund bei gleicher Stellung der Sohlemittelkraft im Höchstfalle zu tragen vermag. Oder anders ausgedrückt: die η_P-fache Größe der Sohlemittelkraft wird den Bruch (oder das Abgleiten) des Untergrundes herbeiführen. Der Anschaulichkeit halber lassen wir die Sohlemittelkraft allmählich zunehmen und fragen nach der jeweils erforderlichen Pressungsverteilung. Die zugehörigen Spannungstrapeze sind leicht durch Vervielfachung des Spannungstrapezes in Bild 1 mit dem (allmählich zunehmenden) Verhältnis η_P zu erhalten. In Bild 3 sind diese Spannungstrapeze für $\eta_P = 1{,}0$, 1,25, 1,50, 1,75 und 2,0 gestrichelt eingetragen. Natürlich müssen diese Spannungsgeraden wieder im Sinne von Bild 2 abgeändert werden, um annähernd den wirklichen Pressungsverlauf zu erhalten. Dabei ist, ähnlich wie in Bild 1, zu beachten, daß die Grundwiderstandsgerade nicht überschritten werden darf und gewisse Ausrundungen vorhanden sein müssen. Wie

Bild 3 erkennen läßt, werden die auf diese Weise erhaltenen Pressungskurven mit anwachsendem η_P zuletzt immer steiler, und als Grenzlage überhaupt ergibt sich eine bestimmte lotrechte Abgrenzung des Grenzbelastungstrapezes derart, daß der Schwerpunkt dieses Trapezes mit dem Angriffspunkt der Sohlemittelkraft zusammenfällt. Diese Grenzlage kann freilich nicht ganz erreicht werden, weil die Vorkippung der Mauer vorher schon so groß geworden ist, daß sich die Kräfteverhältnisse dadurch im ungünstigen Sinne geändert haben. Man muß nämlich beachten, daß die Steilheit der Sohlepressungslinie außerhalb des Grundwiderstandsbereiches ein Maß für die (elastische) Verkippung (Verdrehung) der Stützmauer ist, so daß die Verdrehung der Mauer in der Nähe der erwähnten Grenzlage unzulässig große Werte annimmt. Trotzdem können wir der Einfachheit halber mit der Grenzlage rechnen, wenn wir beachten, daß die dadurch erhaltene Sicherheit etwas zu groß ausfällt [4]. Nennen wir die Breite des betrachteten Grenzbelastungstrapezes x und schreiben für die Grenzbelastungsgerade an:

$$\nu_g = \nu_o + \nu' \cdot x,$$

so erhalten wir als lotrechte Teilkraft des Grundwiderstandes (Grenzbelastung):

$$N_g = \nu_o x + \nu' x \frac{x}{2} = x\left(\nu_o + \nu' \frac{x}{2}\right). \qquad (1)$$

Das Momentengleichgewicht für die Vorderkante der Gründungssohle ergibt dann:

$$e \cdot N_g = \nu_o x \frac{x}{2} + \nu' \frac{x^2}{2} \frac{2}{3} x = x^2 \left(\frac{\nu_o}{2} + \frac{\nu' x}{3}\right) \qquad (2)$$

oder nach Einsetzung von N_g und Vervielfachung mit 6:

$$3e\,(2\nu_o + \nu' x) = x\,(3\nu_o + 2\nu' x) \text{ oder } x^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{\nu_o}{\nu'} - e\right) x = 3e\,\frac{\nu_o}{\nu'};$$

$$x = -\frac{3}{4}\left(\frac{\nu_o}{\nu'} - e\right) + \sqrt{3e\,\frac{\nu_o}{\nu'} + \left[\frac{3}{4}\left(\frac{\nu_o}{\nu'} - e\right)\right]^2}. \qquad (3)$$

Für unser Zahlenbeispiel wird erhalten:

$$\nu_o = 26\ \text{t/m}^2;\ \nu' = 8{,}6\ \text{t/m}^3;\quad e = 4{,}00 - 2{,}35 = 1{,}65\ \text{m};$$

$$\frac{\nu_o}{\nu'} = \frac{26}{8{,}6} = 3{,}025;\ \frac{3}{4}\left(\frac{\nu_o}{\nu'} - e\right) = 0{,}75\ (3{,}025 - 1{,}65) = 1{,}031;$$

$$x = -1{,}031 + \sqrt{3 \cdot 1{,}65 \cdot 3{,}025 + 1{,}031^2} = -1{,}03 + 4{,}01 = 2{,}98\ \text{m}.$$

Damit ist weiter nach (1):

$$N_g = 2{,}98\left(26 + 8{,}6\,\frac{2{,}98}{2}\right) = 115{,}7\ \text{t}.$$

Als Sicherheit gegen Grundbruch finden wir jetzt:

$$\eta_P = \frac{115{,}7}{53{,}1} = 2{,}18.$$

Diese Sicherheitszahl wird allerdings nach Vorstehendem nicht ganz erreicht, weil die Kippverformung des Untergrundes eine volle Ausnutzung des Grundwiderstandes für die Breite x nicht zuläßt. Im Hinblick auf die Pressungskurven in Bild 3 dürfte deshalb die wirkliche Kippsicherheit η_P, also unter Ausschaltung unzulässig großer Kippbewegungen der Stützmauer, noch etwas unterhalb von 2,0 liegen.

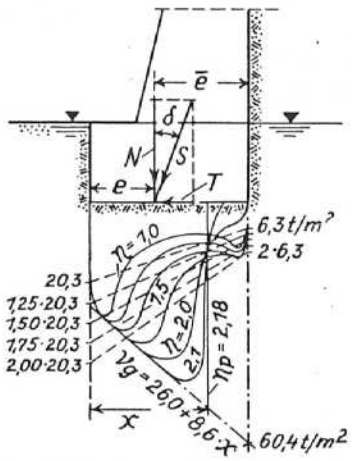


Bild 3 Veränderung der Sohlepressungen bei η_P facher Belastung

Überblicken wir die bisher erläuterte Sicherheitsermittlung in Form eines Kräfteverhältnisses η_P, so ist dadurch zwar ein Zahlenwert für die Größe der Sicherheit gewonnen worden, der eine gewisse Vorstellung von der Tragkraftreserve des Untergrundes vermittelt. Jedoch fehlt die Bezugnahme auf die Streuungen der erdstofflichen Werte, in unserem Falle auf Reibungsbeiwert μ und Raumgewicht γ, so daß die wichtige Frage, ob die Stützmauer unter allen möglichen und ungünstigen Umständen auch wirklich standsicher ist, nicht vorbehaltlos beantwortet werden kann. Wir müssen deshalb unsere Sicherheitsbetrachtungen noch weiter ausdehnen und auch die möglichen Streuungen von μ und γ in die Berechnung einbeziehen. Um diese Betrachtungen zu erleichtern, sei zuvor aber noch die Berechnung des Grundwiderstandes (oder der Grenzbelastung) nach den Ergebnissen der Gleitflächenlehre gezeigt.

Diese Ergebnisse sind in Bild 4 aufgetragen. Sie wurden erhalten nach Formeln, die der Verfasser 1950 veröffentlicht hat [5]. Bei der Ableitung dieser Formeln wurde vorausgesetzt, daß sich unter dem gewaltsam schräg verschobenen Fundament ein schiefer Erdkeil mit dem Spitzenwinkel (90° – ρ) bildet, auf dessen unterer Fläche das Abgleiten erfolgt und dessen Seitenfläche den Erdwiderstand auf kurvenförmigen Gleitflächen überwindet (vgl. Skizze in Bild 4).

Da der Gleitwiderstand des Untergrundes nur unterhalb der Fundamentsohle angesetzt ist, liegen die Formelwerte auf der sicheren Seite. Für die mittlere Normalpressung ν_{gm} der Gleitflächenbruchlast kann genügend genau angeschrieben werden:

$$\nu_{gm} = \frac{P_g \cdot \cos\delta}{b} = \lambda_p \cdot p + \lambda_k \cdot k + \lambda_\gamma \cdot \gamma b \qquad (4)$$

mit p als Erdauflast vor der Gründungssohle. Die vom Rei-

[4] Der geübte Statiker wird leicht erkennen, daß hier eine ähnliche Stabilitätsaufgabe vorliegt wie beim ausmittigen Knicken schlanker Stäbe. Man weiß, daß die Eulersche Knicklast praktisch nicht erreicht wird; trotzdem rechnet man aber mit ihr.

[5] Ohde, J.: Der Eindringungswiderstand von Fundamenten als Grundlage für die Festlegung der zulässigen Baugrundbelastung. Bautechn. **27** (1950), H. 8, S. 272.

bungsbeiwert μ und von der Spannungsneigung tg δ abhängigen Beiwerte λ können dem Bild 4 entnommen werden. Nach (4) besteht die mittlere Grundwiderstandspressung ν_{gm} aus 3 Anteilen: dem Anteil der Gründungstiefe oder der Erdauflast oberhalb der Gründungssohle, dem Anteil der Gleitfestigkeit k und dem Anteil der Gründungsbreite b oder dem Anteil des Erdeigengewichtes unterhalb der Gründungssohle. Da nur der zuletzt genannte Anteil mit der Gründungsbreite b verhältnisgleich zunimmt, so sind die Pressungen aus den beiden ersten Anteilen gleichmäßig verteilt anzunehmen, der letzte Anteil dagegen entspricht einer linear zunehmenden Verteilung der Grundpressungen.

Diese Zusammenhänge sind bei der Aufzeichnung der Grundwiderstandslinie in Bild 1 bereits vorweggenommen worden. Dort war für $\mu = 0{,}70$ eine Spannungsneigung tg δ von 0,373 erhalten worden. Das ergibt ein Neigungsverhältnis von

$$\frac{\operatorname{tg}\delta}{\mu} = \frac{0{,}373}{0{,}70} = 0{,}530\,.$$

Für dieses Neigungsverhältnis und $\mu = 0{,}70$ entnimmt man dem Bild 4 die Werte: $\lambda_p \approx 13{,}0$ und $\lambda_\gamma \approx 4{,}3$, so daß die Gleichung der Grenzbelastungsgeraden lautet, wenn die veränderliche Fundamentbreite mit x bezeichnet wird:

$$\nu_g = (\lambda_p\, p + \lambda_k \cdot k) + 2\,\lambda_\gamma\, \gamma x$$

$$= (13{,}0 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}0 + 0) + 2 \cdot 4{,}3 \cdot 1{,}0 \cdot x = 26{,}0 + 8{,}6\,x\ (\mathrm{t/m^2}).$$

Nach diesen Vorbereitungen können wir jetzt die Sicherheit

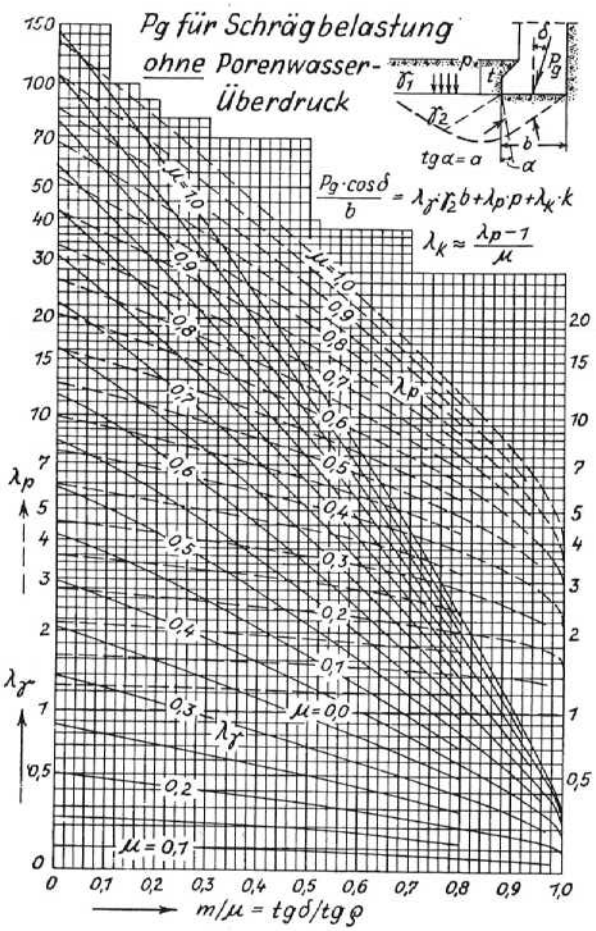


Bild 4 Verhältniswerte λ des Grundwiderstandes

unserer Stützmauer weiter untersuchen, indem wir die ungünstigsten erdstofflichen Werte in die Berechnung einführen (Sicherheitsansatz II). Der Grundgedanke dabei ist, die Stützmauer so widerstandsfähig zu gründen, daß sie unter hinreichend ungünstigen Umständen gerade noch standhält. Die erdstofflichen Werte und das Gewicht der Stützmauer werden so ungünstig angesetzt, daß noch ungünstigere Werte mit Sicherheit nicht zu erwarten sind und für den Grundwiderstand deshalb eine weitere zusätzliche Sicherheit nicht mehr nötig ist ($\eta_P = 1{,}0$). Die möglichen Schwankungen der physikalischen Werte sind hierbei vor allem zu beachten.

Beispielsweise wird sowohl die Kippsicherheit als auch die Gleitsicherheit am kleinsten ausfallen für einen möglichst großen Erddruck und ein möglichst geringes Mauergewicht. Ein großer Erddruck wird erhalten durch einen niedrigen Reibungswert $\mu = \operatorname{tg}\varrho$ und ein hohes Raumgewicht der Hinterfüllungserde. Dementsprechend sollen jetzt die physikalischen Werte eingesetzt werden. Für die Stützmauer wird also nicht wie bei Bild 1 der Mittelwert $\gamma_M = 2{,}15$ t/m³ des oberen Wertes für wassersatten Beton ($\gamma_M \approx 2{,}30$ t/m³) und des unteren Wertes für weitgehend ausgetrockneten Beton ($\gamma_M \approx 2{,}0$ t/m³) angenommen, sondern der untere Wert $\gamma_M = 2{,}0$ t/m³. Für die Hinterfüllung wird γ von 1,8 auf 1,85 t/m³ erhöht (regennasse Erde). Besonders eingehend muß die natürliche Streuung des Reibungsbeiwertes μ untersucht werden, was nur im Versuchswege geschehen kann. Die Ergebnisse solcher Versuche können als Häufigkeitskurven über veränderlichem μ aufgetragen werden [6] und zeigen, daß man vielfach mit einer natürlichen Streuung von $\Delta\mu = \pm 0{,}08$ bis 0,12 zu rechnen hat. In unserem Beispiel ist hiernach an Stelle des Mittelwertes $\mu = 0{,}70$ einzusetzen $\min\mu = 0{,}70 - 0{,}10 = 0{,}60$, d. h. es wird nicht mit dem Mittelwert gerechnet, sondern mit einem ungünstigeren Reibungswert, der aller Wahrscheinlichkeit nach niemals unterschritten wird [7]. Auf diese Weise gelangen wir zu einer „ungünstigsten Belastung", vergleichbar einer Katastrophenbelastung, der die Mauer gerade noch (d. h. ohne große Sicherheit) standhalten muß. Denn es leuchtet ohne weiteres ein, daß eine Stützmauer in jeder Hinsicht standsicher ist, sobald sie auch unter den ungünstigsten Umständen gerade noch standhält.

Bild 5 zeigt die neue Berechnung mit Hilfe der vorstehend begründeten, ungünstigen stofflichen Werte γ und μ. Das Ergebnis der Berechnung ist eine Sohlemittelkraft mit einer lotrechten Teilkraft von 50,8 t im Abstande $e = 4{,}00 - 2{,}76 = 1{,}24$ m von der Vorderkante der Gründungssohle. Fragen wir jetzt nach der Grundbruchsicherheit, so muß der Grundwiderstand offenbar auch für den herabgesetzten Reibungsbeiwert $\mu = 0{,}60$ berechnet werden. Mit

$$\frac{\operatorname{tg}\delta}{\mu} = \frac{0{,}490}{0{,}60} = 0{,}817$$

[6] Ohde, J.: Die Berechnung der Standsicherheit von Böschungen und Staudämmen. Bautechn.-Arch. H. 8, S. 15 und 23 (Bild 10). Berlin: Wilh. Ernst & Sohn, 1952.

[7] Man beachte, daß auch das hier eingesetzte $\min\mu$ noch einen gewissen Mittelwertcharakter behält, indem es für eine gewisse Mauerlänge den ungünstigsten Wert angeben soll. Nach statistischen Gesetzen können örtlich u. U. auch noch kleinere Werte als das angenommene $\min\mu$ auftreten dies ändert jedoch nichts daran, daß für den Erddruck als Mittelwert $\min\mu = 0{,}60$ hinreichend ungünstig gewählt ist.

lesen wir in Bild 4 ab: $\lambda_p \approx 5{,}8$ und $\lambda_\gamma \approx 1{,}0$ und erhalten damit für die Grenzbelastungsgerade:

$$\nu_g = 5{,}8 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}0 + 2 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot x = 11{,}6 + 2{,}0 \cdot x \ (\mathrm{t/m^2}).$$

Ähnlich wie beim Sicherheitsansatz I erhalten wir damit für die ausnutzbare Breite x nach Gl. (3):

$$\frac{\nu_o}{\nu'} = \frac{11{,}6}{2{,}0} = 5{,}8; \ \frac{3}{4}\left(\frac{\nu_o}{\nu'} - e\right) = 0{,}75\,(5{,}8 - 1{,}24) = 3{,}42 \text{ m};$$

$$x = -3{,}42 + \sqrt{3 \cdot 1{,}24 \cdot 5{,}8 + 3{,}42^2} = -3{,}42 + 5{,}76 = 2{,}34 \text{ m}.$$

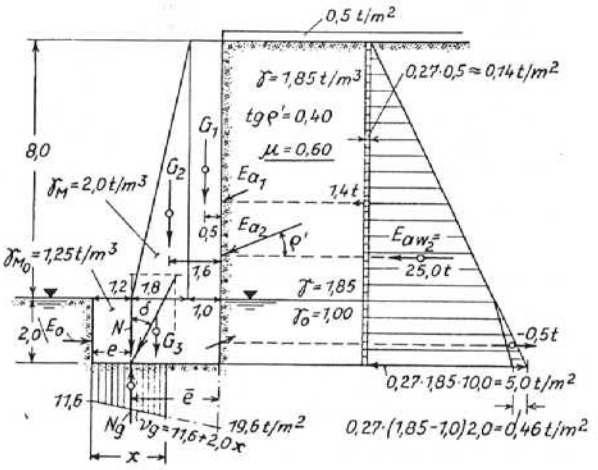
Die im Sinne der Pressungskurven in Bild 3 höchstens ausnutzbare Grenzbelastung des Untergrundes ist hiermit:

$$N_g = 11{,}6 \cdot 2{,}34 + 2{,}0 \cdot 2{,}34 \, \frac{2{,}34}{2} = 2{,}34\,(11{,}6 + 2{,}34) = 32{,}6 \text{ t}$$

und der obere Wert der Grundbruchsicherheit:

$$\eta_P = \frac{32{,}6}{50{,}8} \approx 0{,}64.$$

In diesem Falle ist also unsere Stützmauer nicht mehr standsicher, weil die Grundbruchsicherheit kleiner als 1,0 geworden ist.



$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_a}} = \sqrt{1 + 0{,}6^2} + \sqrt{0{,}6\,(0{,}6 + 0{,}4)}; \qquad \underline{\lambda_a \approx 0{,}27}$$

$$E_{a_w} = 0{,}14 \cdot 10{,}0 + \frac{5{,}0 \cdot 10{,}0}{2} - \frac{0{,}46 \cdot 2{,}0}{2} - 1{,}0$$

$$= 1{,}4 + 25{,}0 - 0{,}5 - 1{,}0 = \underline{24{,}9 \text{ t} = T}$$

$$G_1 = 2{,}0 \cdot 8{,}0 \cdot 1{,}0 = 16 \text{ t}; \qquad G_2 = 2{,}0 \, \frac{8{,}0 \cdot 1{,}8}{2} = 14{,}4 \text{ t};$$

$$G_3 = 1{,}25 \cdot 4{,}0 \cdot 2{,}0 = 10 \text{ t};$$

$$N = 16{,}0 + 14{,}4 + 10{,}0 + 0{,}4\,(1{,}4 + 25{,}0 - 0{,}5) = \underline{50{,}8 \text{ t} = N}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{24{,}9}{50{,}8} = 0{,}490$$

$$M = 1{,}4 \, \frac{10{,}0}{2} + 25{,}0 \, \frac{10{,}0}{3} - 1{,}5 \, \frac{2{,}0}{3} + 16{,}0 \cdot 0{,}5$$

$$+ 14{,}4 \cdot 1{,}6 + 10{,}0 \cdot 2{,}0 = 140{,}3 = 50{,}8 \cdot e; \quad \bar{e} = 2{,}76 \text{ m}$$

Bild 5 Neue Berechnung der Stützmauer nach Bild 1 unter Annahme ungünstiger Verhältnisse

Hier erkennen wir den Wert unserer verschiedenartigen Sicherheitsbetrachtungen. Der Vergleich der Ergebnisse ist in mehr als einer Hinsicht merkwürdig und lehrreich: während sich für den Sicherheitsansatz I (volle Ausnutzung der inneren Reibung, Sicherheitsreserve im Grundwiderstand) noch eine Sicherheit von etwa 2,0 ergibt, ist die Stützmauer für den Sicherheitsansatz II (ungünstiger Ansatz der Belastungen und Stoffwerte) nicht mehr standsicher genug. Das heißt nun nicht – wie aus unseren Betrachtungen wohl auch genügend hervorgeht – daß die Stützmauer normalerweise umstürzen muß, sie kann aber beim Vorliegen ungünstiger Umstände in Gefahr kommen, umzustürzen, oder mit anderen Worten: die Mauer ist unter normalen Umständen stabil, jedoch ist die Sicherheit gegen Umstürzen nicht ausreichend. Hier wird vor allem auch deutlich, daß der Sicherheitsansatz I nur einen zweifelhaften Wert hat, weil die Verbindung zu den Schwankungen der stofflichen Werte fehlt, so daß die Sicherheitszahl nicht relativ beurteilt werden kann. Hingegen vermittelt der Sicherheitsansatz II eine deutliche Vorstellung von der wirklichen Standsicherheit, weil der ungünstigste Fall betrachtet wurde. Man könnte zwar einwenden, daß beim Ansatz I wenigstens eine glatte Zahl für die Standsicherheit erhalten wurde, während beim Ansatz II mehrere kleinere Sicherheiten (z. B. Streuung von μ und γ) nebeneinanderlaufen, so daß also die Gesamtsicherheit nicht durch eine einzige Zahl ausgedrückt werden kann. Doch wäre ein solcher Einwand nicht berechtigt, denn was nützt eine Sicherheitszahl, mit der man keine klare Vorstellung über die wirkliche Bruchsicherheit verbinden kann? Das Wesen der Bruchsicherheit besteht eben nicht in einem bloßen Zahlenverhältnis, sondern in dem Nachweis, daß auch unter ungünstigsten Umständen noch kein Schadensfall eintritt.

Wir folgern aus Vorstehendem, daß nur der ungünstigste Fall mit dem Sicherheitsansatz II volle Gewähr bietet für eine ausreichende Standsicherheit und wollen jetzt auf dieser Grundlage ein neues Berechnungsverfahren für ausreichende Kippsicherheit erarbeiten. Wie die bisherigen Darlegungen schon gezeigt haben, ist eine ausreichende Kippsicherheit nur dann gewährleistet, wenn eine ausreichende Grundbruchsicherheit vorhanden ist, d. h. die Frage nach der Kippsicherheit ist auf die Frage nach der Grundbruchsicherheit zurückgeführt. Da bei unserem Sicherheitsansatz II bereits die ungünstigsten stofflichen Werte angesetzt wurden, erübrigt sich eine weitere zusätzliche Sicherheit gegenüber der Grundbruchgefahr, d. h. wir dürfen $\eta_P = 1{,}0$ einsetzen. Die bisherige Behandlung unseres Zahlenbeispieles hat nun gezeigt, daß sowohl die Ersatzbreite x als auch die Entfernung e der Sohlemittelkraft von der Mauervorderkante zu klein ausgefallen sind, weil die Grundbruchsicherheit unterhalb von 1,0 blieb. Es ist deshalb naheliegend, sowohl x als auch e als Unbekannte zu betrachten, die so zu ermitteln sind, daß die gewünschte Sicherheit $\eta_P = 1{,}0$ gewährleistet ist. Dabei muß man sich den Mauervorsprung etwas vergrößert denken, wie solches in Bild 6 angedeutet ist (die durch eine geringe Vergrößerung des Mauervorsprungs verursachte Änderung der lotrechten Kräfte ist meist geringfügig und soll hier vernachlässigt werden; man könnte sie durch erneute Nachrechnung leicht berücksichtigen). Gehen wir jetzt von der Bedingung $\eta_P = 1{,}0$ aus, so muß der Grundwiderstand mindestens ebenso groß ausfallen wie die Sohlemittelkraft, d. h. wir erhalten für die Ersatzbreite x die Bedingung:

$$N = \nu_o \cdot x + \nu' \cdot x \, \frac{x}{2},$$

wobei nach Früherem einzusetzen ist:

$$\nu_o = \lambda_p \cdot p + \lambda_k \cdot k \text{ und } \nu' = 2\,\lambda_\gamma \cdot \gamma. \qquad (5)$$

Die Ausrechnung liefert:

$$x^2 + 2\,\frac{\nu_o}{\nu'}\,x = \frac{2\,N}{\nu'} \text{ oder } x = -\frac{\nu_o}{\nu'} + \sqrt{\frac{2\,N}{\nu'} + \left(\frac{\nu_o}{\nu'}\right)^2}. \qquad \textbf{(6)}$$

Die Entfernung e der Mauervorderkante von der Sohlemittelkraft muß die Schwerpunktsbedingung für das Grundwiderstandstrapez erfüllen. Nach den früheren Gl. (1) und (2) gilt deshalb:

$$e\left(\nu_o + \frac{\nu' x}{2}\right) = \left(\frac{\nu_o}{2} + \frac{\nu' x}{3}\right) x$$

oder auch $\quad 3\,(2\,\nu_o + \nu' x) \cdot e = (3\,\nu + 2\,\nu' x)\,x. \qquad \textbf{(7)}$

Da x nach (6) bereits bekannt ist, läßt sich mit Hilfe der letzten Gleichung auch e berechnen.

Für unser Zahlenbeispiel erhalten wir:

$$\lambda_p \approx 5{,}8;\quad \lambda_\gamma \approx 1{,}0;\quad \nu_o = 5{,}8 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}0 = 11{,}6\ \text{t/m}^2;$$

$$\nu' = 2 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}0 = 2{,}0\ \text{t/m}^3;\quad \frac{\nu_o}{\nu'} = \frac{11{,}6}{2{,}0} = 5{,}8;$$

$$x = -5{,}8 + \sqrt{\frac{2 \cdot 50{,}8}{2{,}0} + 5{,}8^2} = -5{,}80 + 9{,}20 = 3{,}40\ \text{m}.$$

$$3\,(2 \cdot 11{,}6 + 2{,}0 \cdot 3{,}40) \cdot e = (3 \cdot 11{,}6 + 2 \cdot 2{,}0 \cdot 3{,}40)\ 3{,}40;$$

$$3\,(23{,}2 + 6{,}8)\,e = (34{,}8 + 13{,}6)\ 3{,}4;\quad e = \frac{48{,}4 \cdot 3{,}4}{3 \cdot 30{,}0} = 1{,}83\ \text{m}.$$

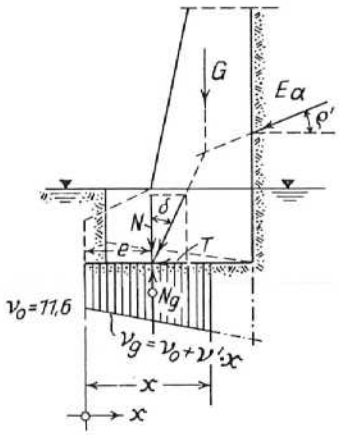


Bild 6 Zum neuen Vorschlag der Berechnung ausreichender Kipp- und Grundbruch-Sicherheit

Da wir e bei unserer Berechnung II zu 1,24 m erhalten hatten, muß der Fuß unserer Stützmauer also noch um

$$1{,}83 - 1{,}24 \approx 0{,}60\ \text{m}$$

nach vorn verbreitert werden. Wie leicht zu übersehen ist, kommt dieses ungünstige Ergebnis allerdings vor allem dadurch zustande, daß wir den Grundwasserstand in Höhe des unteren Geländes, also recht ungünstig, vorgesehen hatten. Die Verhältnisse liegen merklich günstiger, sobald der Einfluß des Wasserauftriebes nicht in Betracht kommt.

Überblicken wir zusammenfassend das neue Berechnungsverfahren, so besteht es vor allem darin, daß die stofflichen Werte und die Belastungen so ungünstig gewählt werden, daß ein noch ungünstigerer Belastungsfall mit Sicherheit nicht mehr zu erwarten ist. Der Mauervorsprung wird dann nach Gl. (7) unter Zuhilfenahme der Tafel nach Bild 4 so bestimmt, daß eine ausreichende Grundbruchsicherheit vorhanden ist. Nur auf diese Weise ist gleichzeitig auch eine genügende Kippsicherheit vorhanden.

Das alte Verfahren, wonach die Kippsicherheit angesetzt wird als Verhältnis der dem Kippen widerstehenden Momente und der zum Kippen treibenden Momente, bezogen auf die Vorderkante der Gründungssohle, ist nach unseren Darlegungen restlos abzulehnen, da jegliche Bezugnahme auf den Grundwiderstand fehlt, der allein der Kippung der Mauer entgegenwirken kann. Es dürfte auch gezeigt worden sein, daß unser neues Berechnungsverfahren nicht nur einwandfrei ist und eine ausreichende Standsicherheit gewährleistet, sondern obendrein so einfach in der Durchrechnung ist, daß es jedem Bauingenieur in die Hand gegeben werden kann. Die alten Verfahren über Kippsicherheit und über die Annahme oft gefühlsmäßig als „zulässig erachteter" Baugrundpressungen sind heute überholt, da sie im Lichte der heutigen Grundbaumechanik als fehlerhaft erkannt und durch bessere Verfahren ersetzt worden sind.

Zum Schluß noch einige Anmerkungen zur Frage der Gleitsicherheit in der Sohlfuge. Diese Frage ist insofern von untergeordneter Bedeutung, als man durch eine Schräglegung der Gründungssohle immer leicht eine genügende Gleitsicherheit erreichen kann (in DIN 1054 ist 1,5 fache Gleitsicherheit vorgeschrieben). Durch eine schräggelegte (in Bild 6 gestrichelt angedeutete) Gründungssohle wird der verfügbare Grundwiderstand ein wenig erhöht, wie man nachweisen kann, so daß auch von dieser Seite her keine Bedenken bestehen gegenüber einer schrägen Gründungssohle. Natürlich ist besondere Vorsicht geboten bei glatter Gründungssohle (z. B. infolge Isolierungen); in diesem Falle kann es ratsam sein, die Sohle so schräg anzuordnen, daß tg $\delta < 0{,}15$ bis 0,20 bleibt.

Erdstützwände mit Schroeterschen Ankerplatten?

Von JOH. OHDE, Neuenhagen bei Berlin,
Geschäftsführer des Instituts für Erd- und Grundbau der Techn. Hochschule Dresden

Erdstützwände sollen in der Lage sein, den seitlichen Druck des Erdreiches aufzunehmen. Das Bestreben der sparsamen Verwendung von Baustoffen hat im Laufe der Zeit zu einer Aufgliederung der Stützwände geführt (Winkel- und Konsolstützmauern, Pfahlrostmauern, Spundwände usw.). Zu dem gleichen Zweck empfiehlt A. Schroeter (Berlin) seit einer Reihe von Jahren eine ihm patentierte Bauweise mit waagerechter Erddruck-Entlastungsplatte, deren Vorteile er in übertriebener Weise hervorhebt, indem er die Folgerungen aus einigen Schadensfällen in unzulässiger Weise verallgemeinert. Nachstehend wird hierzu Stellung genommen und die angeblichen Vorzüge des Schroeterschen Vorschlages auf das gesunde Mittelmaß zurückführt. Es zeigt sich, daß eine Überlegenheit der Schroeter-Wand über die bisherigen Bauweisen nicht besteht, wenn man jede Konstruktion nach den neuen Erkenntnissen und Verfahren der Erdstatik durchbildet. Die Schroeter-Wand ist ein Konstruktionselement neben vielen anderen Möglichkeiten. Jede dieser Bauweisen verdient Förderung und Weiterentwicklung, aber keine Bevorzugung.

Herr Alfons Schroeter, Berlin, versucht neuerdings, nicht nur seine irrtümlichen Auffassungen in der Erddrucklehre[1]) trotz

[1]) Bautechnik Bd. 18 (1940) S. 505 u. f.

deren Widerlegung[2]) weiterhin aufrecht zu erhalten[3]), sondern

[2]) Bautechnik Bd. 22 (1944) S. 117.
[3]) A. Schroeter: Die klassische Erdschubtheorie und ihre Vollendung nach 175 Jahren. Widersprüche, Fehldeutungen, Gültigkeitsgrenzen. Berlin 1947.

auch die bisherigen Bauweisen der Stützwände im Grundbau in Mißkredit zu bringen, um daraufhin seine Ankerwand um so mehr empfehlen zu können als den erlösenden Ausweg aus „dem Zustand der Ausweglosigkeit bei den bisherigen Bauarten"[4]). Ein

[4]) A. Schroeter: Erdbauwerke nach dem Gitterwand-Prinzip. Bauplanung und Bautechnik Bd. 1 (1947) S. 121.

solches Vorgehen wäre berechtigt, wenn Herr Schroeter tatsächlich einer richtigen, alles Bisherige in den Schatten stellenden Bauweise nun endlich zum Durchbruch verholfen hätte. Dies trifft jedoch nicht zu. Seine Kritik schreckt vor unrichtigen oder irreführenden und unbewiesenen Behauptungen nicht zurück. So befürwortet er einerseits die „Ausschaltung der Zuganker und der Pfahlroste" wegen ihres angeblichen Versagens[5]) und

[5]) Vgl. Anm. 4, S. 122 bis 123.

warnt vor zu kurzen Verankerungen[6]), während er anderseits

[6]) Vgl. Anm. 3, S. 29 bis 33.

seine Reibungsplatte („zur Schaffung einer wirksamen Rückhaltekraft an Stelle der Zuganker"[7]), bei der es sich um eine

[7]) Anm. 4, S. 123.

ausgesprochene Kurzverankerung handelt, kritiklos empfiehlt. Für Stützmauern stellt er unterschiedslos die zweifellos günstige, aber in manchen Fällen zu weitgehende Bedingung, die Schlußkraft dürfe auch „bei ungünstiger Belastung" nicht über die Sohlenmitte hinaus ausschlagen, geht dabei aber gar nicht weiter auf die Gründungsbreite bzw. die Baugrundbeanspruchung ein und bezeichnet eine brauchbare Anregung von H. Schütte[8])

[8]) H. Schütte: Anregung zur Berechnung der Bodenreaktionen und der Kippsicherheit außermittig belasteter Massivgrundwerke. Bautag. 1942, S. 213.

über die Ermittlung der Kippsicherheit kurzerhand als „fehlgehend".

Im Rahmen eines Zeitschriftenaufsatzes ist es mir leider nicht möglich, auf alle unbewiesenen Behauptungen und Irrtümer des Herrn Schroeter ausführlich einzugehen, und ich muß mich daher nachstehend auf das mir persönlich am wichtigsten Erscheinende beschränken.

Zur Angelegenheit sei zunächst folgendes erwähnt: Etwa seit 1933 erschienen durch Schroeter in zeitlichen Abständen einige Aufsätze[9]) über seine gelenkig gelagerte waagerechte Ankerplatte

[9]) Z. B. im Bauing. 1937 S. 132; Beton u. Eisen 1933 S. 156, 1935 S. 222, 1942 S. 76. Zentralblatt d. Bauverwaltung 1934 S. 411, 1936 Heft 29.

von ihm „Gitterwand-Reibungsplatte" genannt, die überwiegend zur Verstärkung von Stützmauern geringer Höhe angewandt wurde. Bild 1 zeigt die beabsichtigte Wirkungsweise des Schroeterschen Vorschlages: die annähernd waagerechte Platte überträgt das überlagernde Erdgewicht G teils auf den vorderen Mauerabsatz, teils auf das hintere Erdwiderlager. Dadurch wird erreicht, daß dieses Erdgewicht nur noch teilweise für die Erzeugung des seitlichen Erddruckes in Betracht kommt; die Gesamtresultierende des Erddruckes ($E_1 + E_2$) greift tiefer an und erzeugt dadurch ein geringeres Kippmoment als im Falle ohne Platte. Diese günstige Wirkung der Schroeterschen Reibungsplatte ist zweifellos vorhanden; doch kann die erhaltene Verringerung des Kippmomentes auch durch andere Mittel, z. B. durch eine geknickte Mauerrückenfläche oder durch eine oder mehrere rückwärtige Kragplatten (einschließlich der Winkelstützmauer) erreicht werden.

Bild 1

Einen auf Anregung von Spilker zurückgehenden Vorschlag für die Berechnung des Erddruckes bei vorhandener waagerechter Platte hat Schroeter veröffentlicht[10]). Dieser Vor-

[10]) Zentralblatt der Bauverwaltung 1934 S. 413.

schlag ist anfechtbar, weil er im Grunde genommen nur eine Möglichkeit des statischen Kräftespiels herausgreift und die Bewegungsbedingungen bei einer geringen Drehung der Stützwand unbeachtet läßt. Doch möchte ich hierzu solange keine Stellung nehmen, bis nicht über das Ergebnis der während des Krieges von der Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik („Degebo"; Dr. Hoffmann) durchgeführten Versuche mit einer Schroeterschen Ankerwand Näheres bekannt wird. Eine Veröffentlichung dieser Ergebnisse ist geplant[11]).

[11]) Nach persönlicher Mitteilung von Herrn Dr.-Ing. H. Muhs, Berlin.

Hier sei nur kurz auf die grundlegende Ansicht Schroeters hingewiesen, daß man wesentlich höhere Erddrücke als nach Coulomb durch den Ansatz differentialer Reibungsanteile rechnerisch erhalten könne. Schroeter glaubt, kleine Einzelwirkungen des Spannungsgleichgewichts ansetzen und summieren zu dürfen, ohne auf Größe und Neigung der Gesamtspannung in den betreffenden Schnitten Rücksicht zu nehmen[12]). Dies wider-

[12]) Hierauf habe ich Herrn Schroeter bereits Ende 1940 brieflich aufmerksam gemacht,

spricht aber den elementarsten Gesetzen der Statik[13]).

[13]) Bautechnik Bd. 22 (1944) S. 117.

Im übrigen muß darauf hingewiesen werden, daß Schroeter fast alle seine schwerwiegenden Behauptungen ohne jeden Be-

weis vorbringt. Wer für sich das Recht in Anspruch nimmt, die meisten bisherigen Bauweisen der Erdstützwände als unzulänglich oder gar gefahrdrohend hinzustellen, hat auch in erster Linie den Nachweis für seine Behauptungen zu erbringen.

Die von Schroeter in seinem letzten Aufsatz erwähnten „Widersprüche" und „Unklarheiten" oder „unzulänglichen Grundlagen"[14]) der Erddrucklehre sind m. E. heute nicht mehr

[14]) Anmerkung 4, S. 121.

vorhanden. Denn es dürfte heute kaum ein Problem des Bauwesens geben, was so vielseitig und weitgehend durchforscht ist wie das Erddruckproblem. Von der Seite der theoretischen Durchdringung her ist alles Wesentliche bereits bekannt, nur an einwandfreien und möglichst vielseitigen Versuchsergebnissen besteht ein gewisser Mangel. Vor allem aber muß in baupraktischen Fällen immer wieder die Prüfung der Hinterfüllungserde und des Untergrundes gefordert werden. Hier allein liegen meist die Unterlassungssünden des Bearbeiters, die naturgemäß dann gewisse „Unsicherheiten" beim Kräfteansatz in der statischen Berechnung zur Folge haben.

„Die Entwicklung zu immer stärkeren Querschnitten und Abmessungen", die Schroeter für Erdstützwerke „deutlich zu erkennen" glaubt, ist doch, wo sie wirklich vorhanden sein sollte, nur ein Beweis dafür, daß die Stützwände der Tiefbaues immer größere Erdhöhen und Verkehrsbelastungen zu stützen haben, also ein Beweis für die Größe und Kühnheit der Aufgaben, die heute gemeistert werden können. Darin eine Entwicklung zur Unwirtschaftlichkeit zu sehen, ist eine sehr gewagte Behauptung, die erst einmal näher nachgewiesen werden müßte. In dem Tasten und Suchen nach immer wieder anderen Lösungsarten selbst bei gleichgearteten Gegebenheiten braucht sich auch durchaus nicht „die weitverbreitete Unsicherheit" (S. 121) zu offenbaren; mit weit größerer Berechtigung kann man das Suchen nach verschiedenartigen Bauweisen m. E. als echte schöpferische Ingenieurkunst deuten. Nur durch den Vergleich verschiedenartigster Bauweisen können mit der Zeit die vorteilhaftesten Lösungen herausgefunden werden. Von vornherein die eigene Lösung immer bevorzugt darstellen, mag zu verzehen sein; vom fachwissenschaftlichen Standpunkt aus darf jedoch ein solches Vorgehen nicht anerkannt werden.

~~gewerblich~~ kaufmännisch

Einflußgrößen bei Erdstützwänden

Im einzelnen sei zu den Schroeterschen Darlegungen über Stützmauern noch folgendes bemerkt:

Die ungünstige Wirkung stärkerer Verkehrsstöße ist bekannt. Sie kann aber nur durch ein Eingehen auf den dynamischen Vorgang ermittelt werden, wobei die Federung der Fahrzeuge und des Erdreiches die Hauptrolle spielt. Das Ergebnis solcher — bislang m. W. noch ausstehender — Untersuchungen könnte durch eine Stoßzahl ausgedrückt werden, mit der die statische Last zu vervielfachen ist, um den wirksamen Stoßdruck zu erhalten. Da die Wirkung von Einzellasten des Verkehrs mit der Tiefe unter Planum schnell abnimmt, so wird die hämmernde Wirkung der Verkehrsstöße hauptsächlich in der Nähe der Oberfläche vorhanden sein. — Wer dynamische Wirkungen einigermaßen zu übersehen vermag, erkennt jedenfalls unschwer, daß die Schroeterische „Stampfschuh"-Theorie[1]) zur Erfassung der Verkehrsstöße keinen Beitrag zu leisten vermag. Die Federungszahl des Erdreiches kommt in ihr nicht einmal vor.

Verunglückte

Die Forderung nach mittiger Belastung der Fundamentsohle kann nur für schmale Fundamente erhoben werden; je größer die Fundamentbreite — relativ betrachtet — und je widerstandsfähiger der Untergrund ist, um so mehr darf die Schlußkraft zur Seite hin ausschlagen, wie man nach statischen Gesetzen unschwer übersehen kann. Der früher übliche Nachweis der Kipp- und der Gleitsicherheit ist für die heutige Baugrundstatik bereits ein überwundener Standpunkt. In Wirklichkeit sind Kipp- und Gleitsicherheit nicht zwei grundsätzlich verschiedene Dinge, weil ein Gleiten längs der Fundamentsohle nur in Ausnahmefällen eintritt. Nach meinen Untersuchungen wird der größtmögliche Grundwiderstand durch eine Gleitflächenbildung etwa nach Bild 2 erhalten[2]). Hiernach hängt die Grenz-

Bild 2

[1]) Ein stark unsymmetrischer und kurvenförmig begrenzter Erdkeil verbreitet beim Grundbruch unter der Fundamentsohle und drängt seitlich das Erdreich fort durch Überwindung des Erdwiderstandes. Die Form dieses Erdkeils und das Spannungsbild im Bruchzustand hängt von der Neigung (δ) der Sohlmittelkraft und von der Art der Fundamentbewegung ab. Näheres darüber wird bald veröffentlicht.

belastung der Fundamente nicht nur von der Neigung δ des Sohldruckes, sondern auch von der Größe und Verteilung der Sohlspannungen ab, womit die früher übliche Ermittlung der Sicherheit gegen Gleiten in der Fundamentsohle ihren Sinn verliert.

Den Ansatz der halben inneren Reibung habe ich zur Berechnung des Ruhedruckes (= natürlicher Erddruck nach der Erstbelastung) vorgeschlagen, weil die dadurch erhaltenen Werte sich annähernd mit den Versuchswerten decken. Der Ruhedruck[3]) entspricht aber weder dem Hinterfüllungsdruck auf

[2]) Der Ruhedruck gibt den natürlichen Erddruck (E_a) auf eine unnachgiebige Wand bei der Erstbelastung an und kann nur mit Hilfe der Verformungskonstanten des Erdreiches oder durch Versuche ermittelt werden, keinesfalls nach der Coulombschen Theorie. E_a hat also mit dem Schroeterschen „Stampfschuh" nichts zu tun. Mein Berechnungsvorschlag für den Ruhedruck die halbe innere Reibung einzusetzen, ist nur als vorläufige empirische Formel gedacht, die später durch bessere Ergebnisse ersetzt werden kann.

nachgiebigen Stützmauern noch dem Erddruck aus der dynamischen Verkehrsbelastung. Letzterer wird je nach der Federung der Fahrzeuge, der Hinterfüllung und der Mauernachgiebigkeit verschieden „hart" drücken und kann bislang theoretisch noch nicht ermittelt werden. Sicher ist nur, daß der Verkehrsdruck einzelner schwerer Fahrzeuge nach der Tiefe zu schnell abklingt. Nach baupraktischen Beobachtungen (z. B. Reißen der Anker-

bolsen von Flügelmauern) kann man vorläufig annehmen, daß der seitliche Verkehrsdruck auf den oberen Wandbereich u n - n a c h g i e b i g e r Mauern mindestens dem (gleichmäßig verteilt gedachten) Auflastdruck entspricht, bei schweren Verkehr wohl noch um 50 % darüber hinausgeht. Auf normalnachgiebige Stützmauern wirkt jedoch nur ein Verkehrsdruck, der nicht wesentlich über dem unterem ((Coulombschen) Grenzwert liegt, falls die bereits angedeutete Stoßzahl' Berücksichtigung findet und der Erddruck für einen Gleitwiderstand (Reibung und Festigkeit) ermittelt wird, der noch genügend weit von der Bruchgrenze entfernt ist (bei Sanden etwa 90 % Ausnutzung des vollen Buchwertes). Die letztere Forderung ist für Stützmauern allgemein zu erheben, weil die Kippbewegung der Mauern verhältnismäßig gering ist, so daß der Größtwert des Gleitwiderstandes vielfach nicht erreicht werden kann. Hier wird wieder der Einfluß einer sorgfältigen Erdstoffuntersuchung erkennbar. Ohne solche Versuche hängt die rechnerische Sicherheit gegen Bruch völlig in der Luft. Daß aber Schwergewichtsmauern eine unzureichende Anpassungsfähigkeit an die Gegebenheiten der Hinterfüllung und des Baugrundes besitzen sollen — wie Schroeter ohne irgendwelche nähere Angaben behauptet —, trifft bestimmt nicht zu. Notwendig ist nur neben dem vorsichtigen Ansatz des Gleitwiderstandes (s. o.) eine ausreichende Sicherheit gegen Grundbruch. Diese kann durch hinreichende Fußbreite der Stützmauern leicht erreicht werden. Dann sind genügende Reserven vorhanden, um auch Schuttüberlastungen ohne Gefährdung der Standsicherheit zu überstehen. M. E. haben einige Stützmauern nicht gehalten, weil die untere Sohlenbreite bzw. die vordere Auskragung nicht ausreichte, der Baugrund also überlastet wurde. Durch eine Schrägstellung der Mauersohle kann außerdem noch eine bessere Lastübertragung auf den Untergrund erreicht werden.

V e r a n k e r t e S p u n d w ä n d e sind in den letzten Jahrzehnten ein beliebtes, einfaches und billiges Konstruktionselement des Tiefbaues geworden. Die Einwände Schroeters hiergegen[18]) haben wieder mit einer sachlichen Erörterung kaum

[18]) Anmerkg. 4, S. 122/123.

noch etwas zu tun. Zwar ist die Einführung der Anker in die Spundwand ein schwacher Punkt, der in konstruktiver Hinsicht eine sorgfältige Lösung erfordert[19]). Ebenso muß freilich das

[19]) Bei stärkerer Setzung der Hinterfüllung drehbare Ankerbefestigung oder Schaffung eines hohlen Ankerkanales durch Betonformsteine (nur in der Nähe der Spundwand).

Erdreich vor der Ankerplatte dem Ankerzug gut widerstehen können (falls erforderlich. Einbringen der Hinterfüllung in geneigten, nach der Wand hin abfallenden Schichten und gutes Einstampfen im Bereich vor der Ankerplatte). Diese Bedingungen lassen sich jedoch unter gewöhnlichen Verhältnissen unschwer erfüllen. Besonders wirtschaftlich bewähren sich Spundwände bei hochliegendem Gelände, weil dann der für andere Bauweisen erforderliche Erdaushub fortfällt; außerdem ist dann die Erhaltung der Festigkeit des gewachsenen Erdreiches vorteilhaft, besonders für den Ankerwiderstand. — Werden die Anker nach den neueren Erkenntnissen[20]), zusätzlich eines gewissen Rost-

[20]) Vgl. z. B. Bautechnik Bd. 16 (1938) S. 737.

zuschlages, bemessen und auch sonst gut durchgebildet, so ist deren Überbeanspruchung nicht zu befürchten.

Daß K r e y nach Schroeter ganz allgemein die Größe des Erdwiderstandes gemeint hat, wenn er die Ankerbemessung nach dem wirklichen Erddruck forderte, ist sehr anzuzweifeln. Wörtlich sagte er nämlich[21]): „Bei der Untersuchung des Ankers . . .

[21]) H. K r e y: Erddruck. Erdwiderstand . . . . 4. Auflage. Berlin 1932. S. 77.

dürfen wir . . . nicht mit dem Grenzzustand des ‚aktiven' Erddruckes auf die Wand rechnen, sondern entweder mit dem wirklich vorhandenen Erddruck oder mit dem Grenzzustand des ‚passiven' Erddruckes, wenn dieser für den wirklich vorhandenen Erddruck maßgebend ist." Hieraus ist ersichtlich, daß Krey die Frage nach der Größe des oberen Wanddruckes offen ließ; er verlangte nur eine Einsetzung des wirklich vorhandenen Erddruckes.

Die A n k e r l ä n g e bei Spundwänden muß so gewählt werden, daß die innere Reibung (bzw. Festigkeit) in der ungünstigsten Gleitfläche nur bis zu einem gewissen Grade ausgenutzt wird. Dies ist auf statischem Wege nachzuweisen, wobei dann der im Gelände geknickte E_a-E_p-Gleitfläche keine Bedeutung zukommt. Krey hat die Ermittlung eines ausreichenden Ankerwiderstandes vorgezeichnet[22]), und E. K r a n z hat dieses

[22]) H. K r e y: a. a. O., S. 243 (4. Aufl.)

Verfahren weiter ausgebaut[23]). Für die angeblich vorhandene

[23]) E. K r a n z: Über die Verankerung von Spundwänden. Berlin 1940. Wilh. Ernst u. Sohn. — Kranz rechnet mit ebenen Gleitflächen, während nach meinen Untersuchungen flach gekrümmte Gleitflächen etwas kleinere Ankerwiderstände liefern. Der Unterschied ist aber nur gering. Als allgemeine Regel kann gelten, daß die Ankerlänge meistens zureicht, wenn die Unterkante der Ankerwand oder -platte die unter ϱ geneigte Reibungslinie (Böschungslinie) berührt (vgl. Bild 3d).

„ungewöhnlich große Anhäufung von Mängeln mit Zuganker-wänden"[24]) bleibt Schroeter den zahlenmäßigen Nachweis an Hand von Schadensfällen völlig schuldig.

Auch den P f a h l r o s t k a i m a u e r n widmet Schroeter einer vernichtenden Kritik. Ich will hier nicht auf Einzelheiten eingehen[25]), sondern nur erwähnen, daß die bisher eingetretenen

[24]) Anm. 4, S. 125.

Unfälle fast ausnahmslos auf ungenügende Baugrunduntersuchungen oder auf unzureichende konstruktive Breite des Pfahlrostes zurückzuführen sind. Es sind also gewisse (bestimmte

bereits überwundene) Mängel der Entwurfsbearbeitung (zu geringer Pfahlabstand, ungenügende Kenntnis und Beachtung der Kraftverteilung, besonders bei Großausführungen), die aber gegen die Bauweise an sich gar nichts aussagen. Die Mehrzahl der in den letzten Jahrzehnten gebauten Pfahlrostmauern ist m. W. jedenfalls standsicher und genügt in jeder Hinsicht den bei der Planung an sie gestellten Anforderungen. Im übrigen werden bekanntlich Pfahlroste in erster Linie zur Überbrückung weicher, nicht tragfähiger Erdschichten benötigt. In solchen Fällen ist eine Anwendung der Schroeterschen Ankerwand wirtschaftlich überhaupt unmöglich, da seine Platte oberhalb einer weichen Schicht keinen Halt gewinnen kann und man eine solche Schicht daher erst beseitigen müßte.

Ganz allgemein mag noch gesagt werden, daß selbstverständlich nicht alle bisher gebauten Stützwände Ideallösungen darstellen. Gar oft wird der Baugrund noch ungenügend oder überhaupt nicht untersucht, und auch die erdstatischen Zusammenhänge werden vielfach noch nicht hinreichend beachtet oder ausgenutzt. Solche unzulänglichen Lösungen geben uns aber noch kein Recht, die verwendete Bauweise an sich zu verurteilen. Die Erkenntnisse und Berechnungsverfahren der neueren Baugrundlehre geben heute die Möglichkeit, jede Bauweise in der ihr eigenen vorteilhaften Weise durchzubilden (wovon allerdings noch zu wenig Gebrauch gemacht wird). Erst wenn die neueren Erkenntnisse und Verfahren sachkundige Anwendung gefunden haben und außerdem normale Baugrundverhältnisse vorhanden sind, darf man daher ungünstige Beobachtungen an einzelnen Stützwänden verallgemeinern.

Konstruktiver Vergleich von Erdstützwänden

Zum Schluß erscheint mir eine kurze Stellungnahme zu dem von Schroeter dargelegten Vergleich von konstruktiven Beispielen zwischen Stützmauern und seinen Wänden mit Entlastungsplatten dringend angezeigt. Es fällt zunächst auf, daß Schroeter die Winkel- und Konsolstützmauern nur für den Fall der stärkeren Auflast (1,0 t/m²) angibt. Man muß vermuten, daß er die für geringere Verkehrsbelastungen natürlich etwas schlankeren und gefälligeren Formen nicht vorführt. — Seine Belastungsannahmen (ϱ = 27°, δ = 0) sind sehr ungünstig[26]). Vor

[26]) Normalerweise wird man Stützmauern mit sandigem Erdreich hinterfüllen mit μ = 0.60 bis 0,63 (ϱ = 31 bis 32°).

allem ist die Annahme δ = 0 zu beanstanden, die sich für massive Stützmauern ungünstiger auswirkt als für seine Ankerwand. Dies zeigt deutlich der Vergleich der Mauerstärke im oberen Drittel für die Beispiele in den Schroeterschen Bildern 6 und 8. Obgleich für beide Fälle der gleiche Belastungszustand gelten soll, hat Schroeter für seine Konstruktion 0,75 m gewählt, für die Konsolstützmauern dagegen 1,0 m!

Durchrechnung eines Beispiels

Um eine klare Vergleichsgrundlage (unabhängig von den Schroeterschen Erddruckansätzen) zu schaffen, habe ich den mittleren Fall: p = 0,5 t/m² für ϱ = 26½°, also μ = tg ϱ = 0,50 und μ = tg δ = 0,40, also δ = 21½°, soweit Wandreibung in Betracht kommt, für einige Ausführungsbeispiele durchgerechnet und dabei die Abmessungen so gewählt, daß gegenüber Grundbruch oder Erdwiderstand etwa zweifache Sicherheit vorhanden ist. Das Ergebnis zeigt Bild 3a bis 3g. Die angesetzten Kräfte und ihre Zusammensetzungen zu Mittelkräften sind in jedem Teilbild eingetragen. Die Sohle von zwei Stützmauern ist schräg gelegt, weil dadurch eine wesentliche Erhöhung des Grundwiderstandes und damit eine Einsparung am unteren Mauervorsprung erzielt wird. Soweit Stahlbeton vorgesehen wurde, sind die Abmessungen reichlich gewählt (σ_b/σ_e = 80/1200 kg/cm²). — Die Erddruckermittlung in Bild 3a und Bild 3c erfolgte nach dem von M ü l l e r - Breslau gegebenen erweiterten Rebhannschen Satz[27]). Besonders hervorgehoben sei das in Bild 3c nach-

[27]) H. M ü l l e r - Breslau: Erddruck auf Stützmauern. Stuttgart 1906.

gewiesene Ergebnis, daß bei einer Konsolstützmauer sich der ungünstigste Zustand für eine Gleitebene ergibt, die geradlinig erdwärts von der Konsol- zur Fußkante verläuft. Im übrigen ist überall einheitliches Erdreich vorausgesetzt, d. h. auch die Grenzbelastung des Untergrundes ist für ϱ = 26½° (μ = 0,50) angesetzt[28]).

[28]) Nicht berücksichtigt ist jedoch ein hoher Grundwasserstand im Untergrund sowie der ungünstige Einfluß von Porenwasserüberdruck, der bei verhältnismäßig schroffer Hinterfüllung bei bindigem Untergrund vorübergehend auftreten kann.

Man vergleiche nun die Bilder 3a bis 3g untereinander und mit den Schroeterschen Bildern 3 bis 8 und seinen Ausführungen. Eine Überlegenheit seiner Bauweise ist m. E. nicht zu erkennen (wenn man davon absieht, daß naturgemäß die aufgelösten Formen weniger Beton erfordern wie eine massive Mauer). Die von Schroeter in seinen Bildern 2 bis 4 wiedergegebenen Stützmauerentwürfe zeigen, daß die neueren Erkenntnisse der Erdstatik — insbesondere über den Grundwiderstand — von dem Entwurfsbearbeiter noch nicht richtig angewendet wurden[29]).

[29]) Die Schroeterische Annahme δ = 0 wirkt sich hier allerdings auch ungünstig aus, desgl. seine „Stampfschub"-Theorie. Unter diesen Annahmen und Ergebnissen erscheint die Schroeterische Konstruktion m. E. in günstigerem Lichte als unter den wirklichen Kräfteverhältnissen.

Eine einseitige Stellungnahme wird u. a. auch sichtbar, wenn man die von Schroeter gewählten Abmessungen seiner „Ottertwand" etwas näher untersucht. Bild 4. Zunächst ist darauf hinzuweisen, daß seine wasserseitige Platte mit 25 cm reichlich schwach bemessen ist. Denn für das Biegemoment infolge des Erdauflast erhält man: M = 5,2 · 2,9²/8 = 5,60 tm und hierfür als

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

statisch nutzbare Querschnittshöhe (σ = 40/1200):

$$h = 0{,}111 \sqrt{550000/100} = 30{,}5 \text{ cm},$$

so daß man also rd. 32 cm Plattendicke erhält[27]). Sodann ist die

[27]) Für die von Schroeter angenommene 28 cm Plattendicke erhält man eine Betondruckspannung von 32 kg/cm² (für σ_p = 1200), während ich für die Winkelstützmauer nach meinem Bild 3 eine Betonbeanspruchung von nur 26 kg/cm² (für σ_p = 1200) errechnet. Also auch hier eine wesentlich beruhigtere Bemessung.

Gründungsbreite von 0,75 m bei den ungünstigen Erdverhältnissen (φ = 27°) zu gering. Nach meinen Grundwiderstandsaufnahmewerten[28]) erhält man für die in Bild 4 nachgewiesene Not-

[28]) Veröffentlichung erfolgt in der Neuauflage des Hütte-Taschenbuches, Bd. III.

ung der Sohlenmittelkraft von tg δ = 0,28 eine Grenzbelastung von rd. 17 t, während die wirkliche Belastung nach Bild 4 reichlich 20 t beträgt. Seine Wand wäre also unter den von ihm selbst gewählten ungünstigen Baugrundverhältnissen in Gefahr, in den Untergrund einzusinken.

Vor allem aber ist darauf hinzuweisen, daß gegen Geländebruch keine Sicherheit vorhanden ist. In Bild 4[a] habe ich in Anlehnung an einen Vorschlag von Krey[29]) die auf die lot-

[29]) H. Krey, a. a. O., S. 113.

rechte Fundamentvorderfläche wirksame Kraft E_a zu 11,6 t ermittelt, und zwar unter der günstigsten Annahme $\delta = \varphi$ in dieser Vorderfläche. Unter dieser Annahme ergibt sich mit Hilfe kurvenförmiger Gleitflächen ($\lambda_{p\varphi} \approx 4{,}5$) ein Erdwiderstand von 5,0 t, der also gerade noch imstande wäre, dem Erddruck zu widerstehen. Würde man nach Schroeter überall mit waagerechtem Erddruck rechnen ($\delta = 0$), so würde sich E_a = 15,1 t ergeben gegenüber einem Erdwiderstand von nur 8,2 t. Man kann hiernach ohne Übertreibung sagen, daß der betrachtete Schroetersche Entwurf keinerlei Sicherheit gegen Abrutschen (Grundbruch) besitzt.

Wir wollen jetzt sehen, wie es mit der Gleitsicherheit der Ankerplatte, also der Kippsicherheit des Entwurfes, bestellt ist. Diese Berechnung ist in Bild 4b wiedergegeben und wie folgt erläutert:

Bei der geringen Fundamentbreite können nennenswerte Drehmomente in der Sohlfuge nicht wirksam werden, so daß die Schlußkraft R durch die Mitte der Sohlefuge gehen muß. Durch diese Bedingung ist das Kräftespiel eindeutig festgelegt, wie unschwer übersehen werden kann. Allerdings ist die Aufgabe nur durch Probieren zu lösen, weil der untere Erddruck E_2 nach Größe und Angriffspunkt von der Ankerwirkung abhängt. Am besten werden für die Neigung m = tg δ der erdseitigen Plattenauflagekraft verschiedene Werte angesetzt (m = 0 und 0,4 in Bild 4b). Diese Kraft muß dann gerade eine solche Neigung besitzen, daß die Resultierende R durch die Mitte der Sohlfuge geht. — Die Erddruckverteilung unterhalb der Platte ist sattlich aufgetragen und aus der Bedingung $\sigma = E_a/dh$ errechnet. Es ist hierfür mit den Bezeichnungen in Bild 4c folgende Beziehung für die Normalspannung σ längs der Wand[30]):

[30]) Vgl. die Fortsetzung der Aufsatzreihe „Zur Erddrucklehre" in der Zeitschrift Die Bautechnik Bd. 25 (1949).

$$\sigma \left[1 + \operatorname{tg}\delta \cdot \operatorname{tg}(\vartheta - \varphi)\right] = \frac{\gamma a}{2} \operatorname{tg}(\vartheta - \varphi) + \frac{Q}{a} \frac{\left[1 + \operatorname{tg}^2(\vartheta - \varphi)\right]}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}$$

Wie ersichtlich, rückt der Angriffspunkt von E_2 merklich in die Höhe, sobald die Plattenreibung wirksam wird. Es ist möglich, daß E_2 wegen der durch die Platte größtenteils verhinderten Mauerkippung noch etwas höher angreift als nach Bild 4b (was dann ungünstiger wäre), tiefer jedoch keinesfalls. — Als weitere günstige Annahme ist der Ansatz des vollen Erdwiderstandes vor dem Mauerfuß zu erwähnen. — Am hinteren Plattenende wirkt der aktive Erddruck E_1 = 2,5 t. Der Erddruck E_0 im vorderen Bereich ist jedoch größer als der untere Grenzwert, weil eine Kippung der Mauer wegen der Ankerplatte kaum eintreten kann oder doch vermieden werden muß und weil das obere Erdreich vorne durch die Plattenreibung an waagerechter Ausbildung gehindert wird. Als ungünstigste Möglichkeit käme der natürliche Erddruck (E_0 = 3,0 t) in Betracht, doch ist die Berechnung auch für den aktiven Erddruck (E_a = 1,8 t) durchgeführt (Klammerzahlen und punktierte Linien). Der Unterschied im Ergebnis für beide Ansätze ist nach Bild 4b aber unbedeutend, was darauf zurückzuführen ist, daß der Unterschied $E_0 - E_a$ durch eine waagerechte Schubkraft in Plattenoberfläche wieder aufgehoben wird, so daß nur ein geringes Moment übrigbleibt. Als Endergebnis läßt Bild 4b erkennen, daß m = 0,4 für die Plattenreibung noch nicht ausreicht, um die Mauer vor dem Umkippen zu bewahren. [illegible] Durch Interpolieren findet man als erforderliche Plattenreibung:

$$\bar{m} \approx 0{,}50 \text{ für } E_0 \quad E_a \text{ und } \bar{m} \approx 0{,}17 \text{ für } E_0 - E_a.$$

Damit ist nachgewiesen, daß unter dem erdseitigen Plattenende nahezu die volle Erdreibung notwendig ist, um das Umkippen der Mauer zu verhindern. Eine Kippsicherheit ist [illegible] vorhanden. Im Gegensatz dazu redet Schroeter von [illegible] seines Entwurfes und behauptet, ohne [illegible] Nachweis zu erbringen: „Der GW-Querschnitt hat [illegible] absolute Kippsicherheit von 2,25, eine [illegible] vor A. eine Gleitsicherheit von 1,52 und [illegible] Sicherheitsreserve", [illegible] nach den Regeln der Erdstatik

durchgeführte Berechnung zeigt ~~jedenfalls~~, daß sein Entwurf gegen Umstürzen kaum noch eine Sicherheit aufweist. Selbstverständlich kann dann ein solches Bauwerk keine Überlastungen mehr aufnehmen, welche Fähigkeit Schroeter seinen Wänden — offenbar wegen deren angeblicher „Zugkraftreserve" — zuschreiben möchte, während er den Schwergewichtsmauern „eine völlig unzureichende Anpassungsfähigkeit an die Gegebenheiten der Hinterfüllung und des Baugrundes" andichtet.

Durch vorstehende Ausführungen und Berechnungen ist in mehrfacher Hinsicht nachgewiesen, daß der Schroetersche Entwurf für μ = 0,5 t/m² und φ = 27° nicht standsicher ist. Sein „Vergleich" mit anderen Bauweisen zeigt uns demnach eine „Gitterwand", die zu schwach bemessen ist, während die in seinen Bildern 5 und 6 wiedergegebenen aufgelösten Stützmauern nicht annähernd so sparsam konstruiert sind.

In den Bildern 3e und 3f habe ich das Ergebnis meiner Bemessung für μ = 0,50 (φ = 26°)[1]) unter Berücksichtigung ausreichender Gelände- und Grundbruchsicherheit angegeben, und zwar sowohl für unbewehrten Beton als auch für Stahlbeton. Der Vergleich der Beispiele in Bild 3 dürfte zeigen, daß von einer Überlegenheit der Schroeterschen Druckentlastungsplatte über andere Bauweisen keine Rede sein kann. Besonders die Konsolstützmauer und die Spundwandentwürfe[31]) dürften nor-

[1]) Die waagerechte Betonplatte in Bild 3d wirkt sich auf Biegemoment und Rammtiefe der unverankerten Spundwand außerordentlich günstig aus, wie die beigegebenen Zahlenwerte erkennen lassen. Rechnerisch genügt für beide Spundwandentwürfe bereits das Spundwandprofil 1, wenn man mit Rücksicht auf das Einrammen für die unverankerte Spundwand wahrscheinlich auch ein stärkeres Profil wählen wird.

malerweise dem Schroeter-Patent[32]) überlegen oder doch min-

[32]) Schroeter hat sich seine Ankerwand patentieren lassen; es sei aber erwähnt, daß eine drehbare Platte hinter Widerlagern bereits von dem früheren Prof. M. Müller (Braunschweig) vorgeschlagen und von ihm auch im Jahre 1903 zum Patent angemeldet wurde (vgl. Bild 3, nach S. 23 von M. Müller: Grundriß des Wasserbaues, Bd. 1, Leipzig 1906). Er sagt über diese seine „Widerlagerplatte": „Da der Umstand häufiger hervortritt, daß ein Fundament sehr wohl fähig ist, die auftretende vertikale Belastung mit Sicherheit aufzunehmen, gegen horizontale Verschiebung doch aber nicht hinreichend großen Widerstand bietet, so habe ich mir in der Konstruktion der Widerlagerplatte ein Ausfallmittel erdacht. ... Müller hat seine Platte zwar in erster Linie für die Widerlager von Bogenbrücken angewandt, um sie zur Aufnahme des Horizontalschubes mit heranzuziehen. Immerhin hat er eine drehbar gelagerte Platte bereits vorgeschlagen und außerdem bemerkt, daß seine Platte für Fundamente mit unzureichendem Horizontalwiderstand Verwendung finden soll. Der Unterschied ist nur, daß Müller seine Bauweise auf die Vergrößerung des Erdwiderstandes, Schroeter dagegen auf die Verringerung des Erddruckes anwendet.

destens ebenbürtig sein (ausgenommen vielleicht bei der Verstärkung bereits bestehender Wände, dem bisher überwiegenden Anwendungsgebiet der Schroeterschen Entlastungsplatten).

Konstruktive Beispiele für das Gitterwandprinzip

Eine weitere Arbeit[33]) von Herrn Schroeter befaßt sich vor-

[33]) Bauingr. a. Bautechn. Bd. 2 (1948), Nr. 3, S. 95.

wiegend mit konstruktiven Beispielen seiner Bauweise. Hierzu gestatte ich mir folgende kritische Anmerkungen:

1. Hölzerne Bohlwerke sind bei sachgemäßer Herstellung durchaus keine „Behelfsbauwerke". Holz unter Wasser fault nicht, und der Bohrwurm ist nicht überall vorhanden. Falls der Zustand der Bohlwerke nach einigen Jahren schlecht ist, sind sie nicht richtig konstruiert (möglichst Fortlassung aller Holzteile oberhalb von MW).

2. Kaimauer Elbing. Es ist von „erheblichen Zusatzbeanspruchungen" bei verankerten Spundwänden die Rede, aber mit keinem Wort ist gesagt, was damit gemeint ist. Mir ist dergleichen jedenfalls nicht bekannt. „Zusätzliche mechanische Beanspruchungen durch Schiffsstoß an der Stelle der Größtmomente" lassen sich leicht durch etwas höhere Ankerlage vermeiden (vgl. mein Bild 3g).

3. Kaimauer Serbien. Es werden die Vorteile der Schrägstellung des Unterbaues hervorgehoben. Dieser Vorteil hat jedoch mit der Schroeter-Bauweise nichts zu tun; denn auch Spundwände werden durch eine Schrägstellung weit geringer beansprucht (geringerer Erddruck), und der betreffende gehaltene obere Aufbau läßt sich auch bei Spundwänden anbringen.

4. Kaimauer Danzig. Daß die praktische Ausführbarkeit großer Kaimauern durch Zuganker oder Pfahlroste begrenzt wäre, trifft heute keineswegs mehr zu. Hinsichtlich der Anker sei auf die gelenkig angeschlossenen Zugstangen von Hängebrücken hingewiesen. Pfahlroste sind bereits nachweislich mit 30 m langen Stahlbetonpfählen gebaut worden. Daß Spundwand-Undichtigkeiten durch die Schroeter-Platte unschädlich gemacht werden, ist eine zunächst noch unbewiesene Behauptung.

5. Der Entwurf nach Bild 7 von Schroeter erscheint sehr bedenklich, da die Reibungsplatte durch eine Erdschicht Halt gewinnen soll, die als „Sand mit Kleie" bezeichnet ist. Solchen jüngeren Schichten im Küstengebiet ist mit großer Vorsicht zu begegnen, zumal wenn noch eine starke Aufschüttung hinzukommt.

6. Nachträgliche Standsicherungen. Die von Schroeter vertretenen Ansichten halten ~~vor einer~~ sachlichen Prüfung nicht stand. Pfahlroste werden meistens zur Überbrückung weicherer Erdschichten gebaut. In solchen Fällen wird durch ein auf Pfählen gegründetes Entlastungsbauwerk unbedingt eine weit bessere Verstärkung erreicht als durch eine Schroeterplatte, deren „Zugkraftreserve" oberhalb der weichen Schicht wegen deren Nachgiebigkeit selbst da außerordentlich zweifelhaft erscheinen muß, wo sie nach dem Gleitflächen-Gleichgewicht rechnerisch vorhanden sein sollte. Der Bauvorgang muß freilich in sachgemäßer Reihenfolge durchgeführt werden: zuerst stärkere Ausbaggerung hinter der Mauer, dann erst Pfähle einbringen und durch eine Platte den Hohlraum überbrücken.

Wenn Schroeter schließlich die schnelle allseitige Druckverteilung des Auflagerdruckes seiner Platte hervorhebt gegenüber der „stabförmigen Herunterführung der Kräfte durch Pfähle", so verkennt er damit wieder die Anwendungsgebiete der einzelnen Bauweisen. Die Schroeter-Platte kann vornehmlich in sandigem Erdreich zur Anwendung kommen, während Pfahlroste meistens unsichere Erdschichten überbrücken sollen (auch Hohlräume im Wasser). Ein unmittelbarer Vergleich beider Bauweisen ist also im allgemeinen gar nicht möglich. Man kann ~~doch~~ nicht ein und dieselbe Bauweise überall anwenden.

Zusammenfassung

Meine Darlegungen fasse ich wie folgt zusammen: Die Schroetersche Bauweise ist ein Konstruktionselement neben vielen anderen, die alle im Grundbau Anwendung finden können. Welche von diesen Möglichkeiten im Einzelfall am vorteilhaftesten ist, kann nicht allgemein entschieden werden und dürfte stark von den örtlichen Verhältnissen abhängen. Die von Schroeter behauptete Überlegenheit seines Vorschlages über die bisherigen Bauweisen ist jedenfalls m. E. nicht erkennbar, und seine einseitigen Darlegungen verdienen deshalb Zurückweisung, zumal er die angeblichen Mängel der erdstatischen Verhältnisse der bisherigen Bauweisen offenbar unrichtig darstellt. Seine Erddrucktheorie (von ihm als EE-Theorie bezeichnet) ist grundfalsch und daher nicht anwendbar. Der Vorschlag seiner Ankerwand verdient — wie alle anderen Bauweisen des Tiefbaues — Beachtung und Weiterentwicklung auf gesunder, wissenschaftlich einwandfreier Grundlage. BZ 1261

— 3

Nach Berichtigung der Korrektur — Einfügung der Zeilen durchführbar!

Ohk 14.8.48.

25a) Nachträglich sehe ich, daß Schroeter für seine "GE-Stützmauern" unterhalb der Platte anscheinend nur mit $\gamma = 1{,}8\ t/m^3$ und $\varphi = 30°$ gerechnet hat, hier also plötzlich ein günstigeres Erdreich vorausgesetzt als bei den massiven Stützmauern. Solche einseitig gefärbten Annahmen sind natürlich für einwandfreie Vergleichsberechnungen unzulässig, und es versteht sich daher von selbst, daß ich für die nachstehend konstruierten oder untersuchten Schroeter-Wände die gleichen ungünstigen Annahmen treffen mußte wie sie Schroeter für seine massiven Stützmauern zugrunde legte.

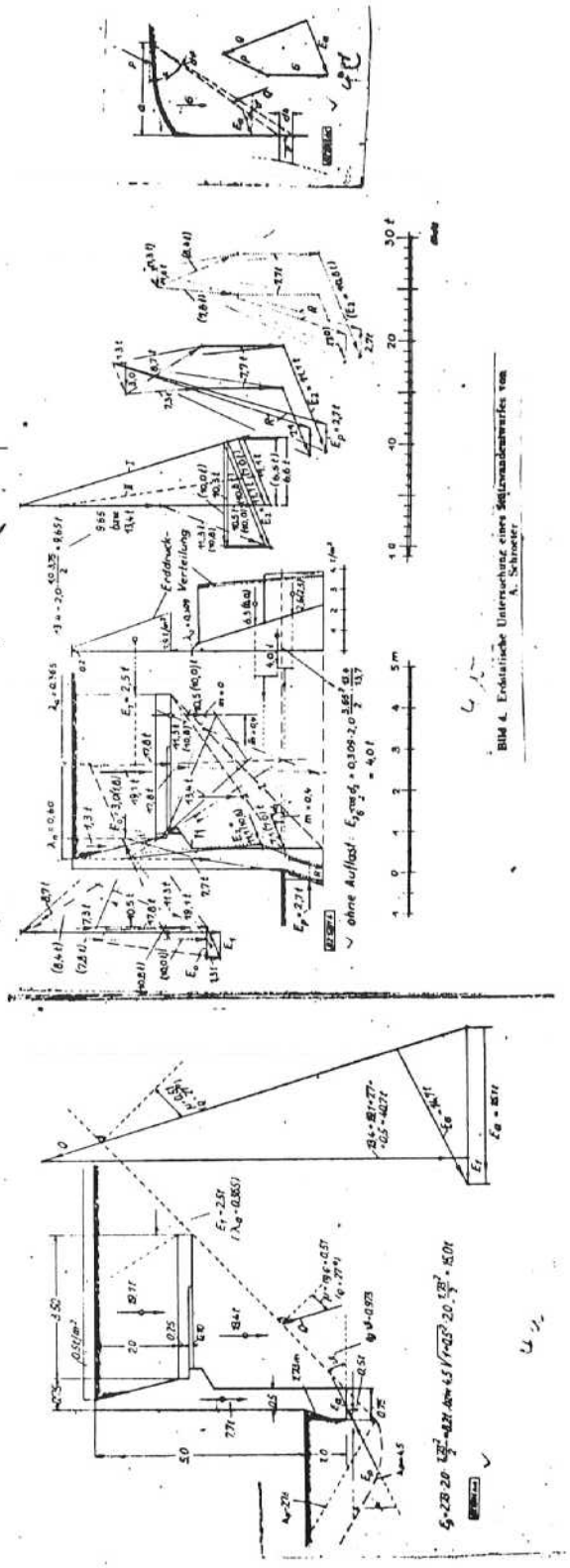


Bild 4. Erdstatische Untersuchung eines Stützwandentwurfes von A. Schroeter

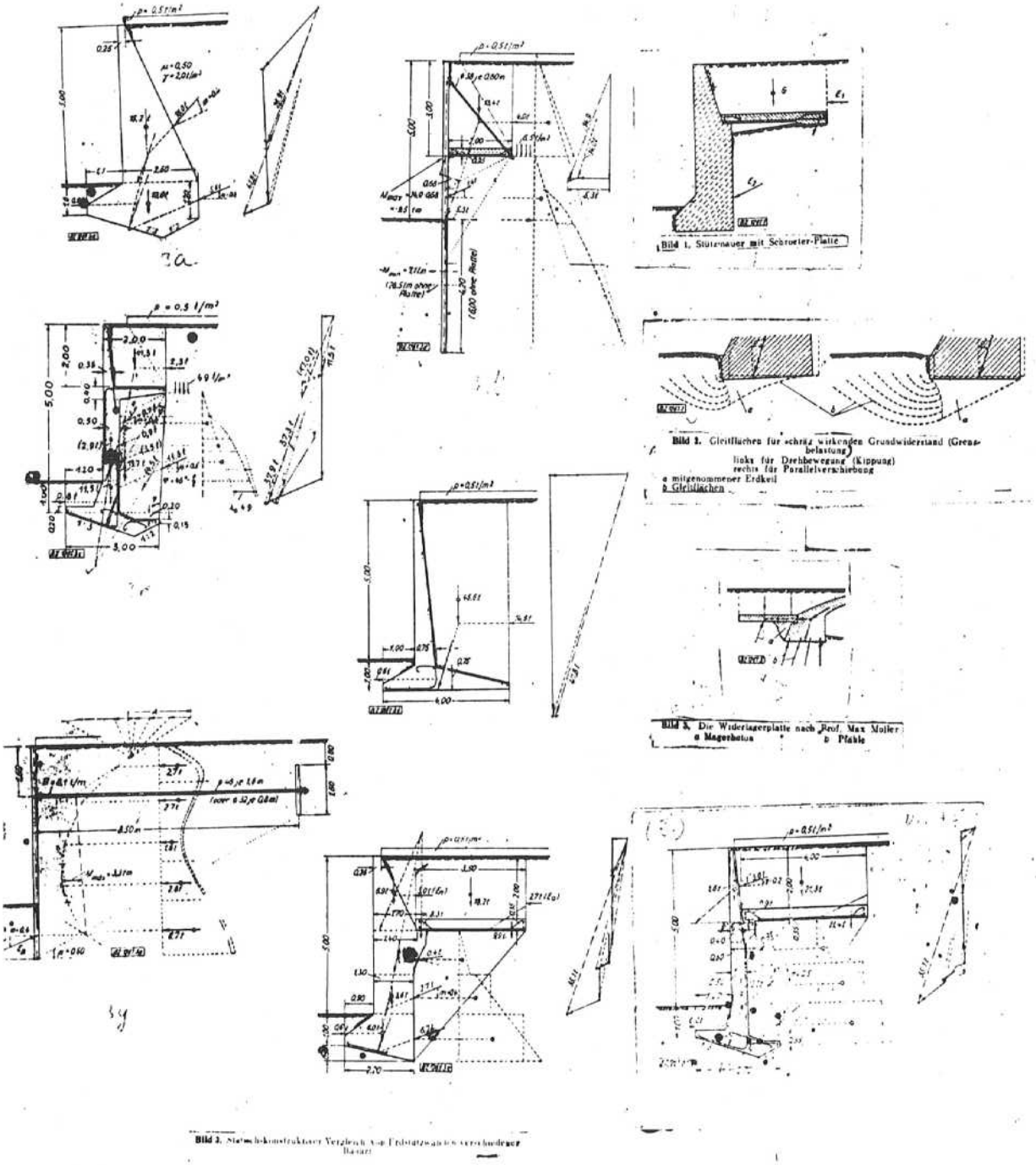


Bild 1. Stützmauer mit Schroeter-Platte

Bild 2. Gleitflächen für schräg wirkenden Grundwiderstand (Grenzbelastung)
links für Drehbewegung (Kippung)
rechts für Parallelverschiebung
a mitgenommener Erdkeil
b Gleitflächen

Bild 3. Die Widerlagerplatte nach Prof. Max Moller
a Magerbeton b Pfähle

Bild 2. Statischkonstruktiver Vergleich von Ersatzmauern verschiedener Bauart

„Boden"-Mechanik?

Einige Vorschläge für einheitliche Fachausdrücke in der Baugrundlehre

Von Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin

In einem Arbeitskreis des „Deutschen Baugrundausschusses"[1]) hatte der Verfasser kürzlich Gelegenheit, einige Vorschläge für einheitliche Fachausdrücke in der Baugrundlehre zur Aussprache vorzuschlagen. Die darauf eingegangenen zahlreichen Zuschriften namhafter Fachgenossen gaben Veranlassung zu einer erläuternden Niederschrift, deren Inhalt hiermit allgemein bekanntgegeben wird. Der Verfasser glaubt, daß Fragen von allgemeiner Wichtigkeit behandelt werden, deren öffentliche Besprechung wertvoll sein könnte.

Bekanntlich gibt es in der deutschen Sprache zwei Bezeichnungen für die Stoffe des Untergrundes: **„Erde"** (neuerdings auch: **„Erdstoff"**[2]) und **„Boden"**. Die zuerst genannte Bezeichnung „Erde" scheint die sprachlich ältere zu sein, erkennbar an vielen älteren Ausdrücken, zum Beispiel „Erddruck", „Erdbau", „Erdöl", „Dammerde". Die Bezeichnung „Boden" dagegen scheint sich erst in den letzten Jahrzehnten mehr und mehr eingebürgert zu haben. Beim Lesen des älteren fachlichen Schrifttums habe ich den Eindruck gewonnen, daß der Ausdruck „Boden" vor allem in der landwirtschaftlichen „Bodenkunde" gebräuchlich wurde und von dort in den Wortschatz des Tiefbaues übergegangen ist. Dies ergab sich, weil die Verfahren für landwirtschaftliche „Bodenuntersuchungen" früher entwickelt wurden, als die Untersuchungsverfahren zur bautechnischen Prüfung des Untergrundes. Der Ausdruck „Boden" wird in letzter Zeit sehr bevorzugt; er scheint gleichsam der heutigen gebildeten Fachwelt näher zu liegen als das anscheinend veraltete Wort „Erde".

Gegen diesen Zustand wäre vielleicht nicht viel einzuwenden, wenn nicht von der sprachlichen Seite her einige Bedenken anzumelden wären. **Bei näherer Prüfung stellt sich nämlich heraus, daß „Boden" eigentlich keine Stoffbezeichnung, sondern der Ausdruck für eine Fläche ist, während „Erde" unzweifelhaft etwas Stoffliches bezeichnet.** Trifft dies zu, so wird man genötigt, die Bezeichnung „Boden" nicht mehr so gedankenlos überall anzuwenden, sondern sie zurückzudrängen und nur noch dort gelten zu lassen, wo sie am Platze ist: in der Landwirtschaft, nicht aber im Tiefbau[3]). Besonders vermeiden sollte man sie in den Normen und Richtlinien des Bauwesens.

Als Beispiel dafür, daß „Boden" eigentlich eine **„Fläche"** bezeichnet, seien genannt: Fußboden, Dachboden, Behälterboden (= untere Abschlußfläche), Erdboden (= oberste Fläche des Erdreiches). Sollte andererseits „Boden" wirklich auch etwas Stoffliches bedeuten — wie es durch sprachliche Gewohnheit schon fast den Anschein hat — so müßte es ebenso wie „Erde" überall anwendbar sein, ohne sprachlich etwas Unrichtiges anzugeben. Man versuche aber einmal die Worte: Erdbau, Erddruck, Erddamm, Erdstraße, Erdrutsch, Erdbohrer zu ersetzen durch: Bodenbau, Bodendruck (= Druck auf den „Boden", also auf eine Fläche), Boden-damm, Bodenstraße, Bodenrutsch, Bodenbohrer; man merkt sofort die sprachliche Unrichtigkeit![3]). Zu beanstanden ist auch das an sich unschöne Wort: „Bodenmechanik", das neben seiner beabsichtigten Bedeutung auch die Mechanik des Schiffsbodens oder des Erd**bodens** bezeichnen kann. Man sollte es durch „Erdstoffmechanik" oder „Baugrundmechanik" ersetzen, gegebenenfalls auch durch „Erdbaumechanik" (nach Terzaghi) oder „Grundbaumechanik"[4]). Daß man an Stelle von Bodenart, Bodenschicht, Bodenprobe sprachlich sauberer Erdart, Erdschicht, Erdprobe sagt, bedarf nach Vorstehendem wohl keiner Begründung mehr[5]).

Anstatt Bodenuntersuchungen kann man auch Baugrunduntersuchungen oder Erdstoffprüfungen durchführen lassen, vielleicht auch „erdstoffliche" Untersuchungen anstatt der etwas unglücklichen „erdstoffphysikalischen" Untersuchungen, so daß man in der Grundbaumechanik erdstoffliche und erdstatische Untersuchungen durchzuführen und zu unterscheiden hätte.

Der Erdboden ist die obere Fläche der „Erde"[6]). Mit diesem „Boden" des Erdreiches hat es der Landwirt zu tun, weshalb die „Bodenkunde" in der Landwirtschaft vielleicht ihre Berechtigung haben mag, nicht aber im Tiefbau, wo man von „Erdstofflehre" oder „Baugrundlehre" sprechen sollte[7]). Unsere Alten drückten sich noch sprachlich richtig aus, wenn sie von „**Erd**druck" oder „**Erd**bau" sprachen[8]); man sollte sich deshalb im Tiefbau auf das sprachlich Richtige besinnen und sich nicht kritiklos durch neue Wortschöpfungen der Landwirtschaftswissenschaft oder der Geologie[9]) bevormunden lassen, zumal auch sonst die neue Baugrundlehre längst ihre eigenen, bautechnisch abgestimmten Prüfverfahren besitzt und in der Forschung auch notgedrungen ihre eigenen Wege gehen muß.

Bei dieser Gelegenheit seien noch einige Ausdrücke genannt, deren allgemeine Einführung sich meines Erachtens ebenfalls empfiehlt. Terzaghi hat den Hohlraumanteil, bezogen auf den Raum der festen Stoffe, **Porenziffer** genannt[10]), man sagt wohl besser: Poren**zahl**[11]). Entsprechend kann man den Wassergehalt, der gewöhnlich in Hundertteilen (%) des Trockengewichtes angegeben wird, als Dezimalzahl angeben und als **„Wasserzahl"** bezeichnen. — Die sprachlich wohl nicht ganz einwandfreien Ausdrücke „Scherversuch" und „Scherwiderstand" sollte man wiedergeben durch „Reibungsversuch"[12]) und nach Krey[13]) „Gleitwiderstand" und sollte „abscheren" durch „abschieben" ersetzen. Fast selbstver-

---

[1]) Der Deutsche Baugrundausschuß (Obmann: Oberbaudirektor a. D. Dr.-Ing. Lohmeyer, Berlin) ist z. Zt. dem Fachnormenausschuß „Bauwesen" als Arbeitsgruppe „Baugrund" eingegliedert und arbeitet wie der Normenausschuß für alle Besatzungszonen.

[2]) Vergleiche hierzu unter anderem auch A. Scheidig in Zeitschrift für praktische Geologie 1934 (H. 2), P. Niggli (Erdbaukurs der E. T. H. Zürich 1938) und R. Seifert in Bautechnik 1939 (S. 686). Mit Recht bemerkt Prof. Seifert, daß mit „Boden" eigentlich nur die von der Pflanzenwelt belebte obere Schicht (der Mutterboden) bezeichnet wird und „der Ausdruck ‚Erde' für bautechnische Beziehungen allgemein brauchbar ist".

[3]) Die Worte „Erdung" und „erdig" sind überhaupt nicht mit „Boden" in Verbindung zu bringen.

[4]) Das zuletzt genannte Wort ist wohl vorzuziehen, da „Grundbau" wohl mehr auf das Bauen hinweist als „Baugrund".

[5]) Interessant ist ein Vergleich mit den entsprechenden englischen oder französischen Ausdrücken. Der Ausdruck „Earth" bezeichnet im Englischen sowohl die Erdkugel wie den Erdstoff; das gleiche gilt vom französischen „Terre", so daß diese beiden Wörter völlig dem deutschen „Erde" entsprechen. Ähnlich wird das deutsche Wort „Grund" englisch durch „Ground" und französisch durch „Terrain" wiedergegeben.

Im neueren grundbaumechanischen Schrifttum findet man aber englischerseits „Earth" (Erdstoff) durch „Soil" ersetzt (was eigentlich Erdboden im natürlich fruchtbaren oder landwirtschaftlichen Sinne bedeutet, während der eigentliche „Boden" als Fläche „Bottom" heißt) und französischerseits „Terre" durch „Sol" (= Sohle oder Boden). Mithin scheint auch in den genannten beiden Sprachen hinsichtlich des Begriffes „Erdstoff" eine ähnlich ungereimte Entwicklung vor sich zu gehen wie in der deutschen Sprache, was wiederum den zeitweise herrschenden Einfluß der Landwirtschafts-Wissenschaft deutlich zeigt.

[6]) Hier tritt das Wort „Erde" in seiner doppelten Bedeutung auf: Erdstoff, Erdkugel, was oft als Einwand benutzt wird, um die Unbrauchbarkeit des Ausdrucks „Erde" im Tiefbau nachzuweisen. Meines Erachtens ist jedoch eine Verwechslung kaum zu befürchten.

[7]) Man könnte hier einwenden, daß die „Bodenprobe" in der Landwirtschaft doch etwas Stoffliches sei und hieraus folgern, daß „Boden" demnach auch als Stoffbezeichnung zulässig sei, zumindest als Wortkürzung. Meines Erachtens liegt aber der Begriff des Stofflichen in dem Wort „Probe", so daß eine „Bodenprobe" streng genommen eigentlich eine „Flächenprobe" ist. Auch aus dem Fußboden kann ja eine „Bodenprobe" entnommen werden. — Herr Professor Dr. H. Lorenz (T. U. Berlin) machte mich darauf aufmerksam, daß die Worte „Bodenkunde" und „Tonboden" doch wohl nicht gut durch „Erdkunde" und „Tonerde" wiedergegeben werden könnten, weil diese Begriffe bereits in anderer Weise festgelegt seien. M. E. besteht sprachlich kein Hindernis, den Begriff „Erdkunde" zu erweitern, so daß er auch die „Bodenkunde" mit umfaßt; will man dieses nicht, so kann man neben den schon vorstehend genannten Ausdrücken auch das Wort „Erdstoffkunde" benutzen. — Der Ton-„Boden" ist sprachlich eigentlich die Oberfläche eines Tongrundes, andernfalls sollte man genauer „Tonerde" sagen (der Ausdruck „essigsaure Tonerde" ist sprachlich falsch!), ebenso wie man m. E. auch „Sanderde", „Lehmerde", „Porzellanerde" usw. sehr wohl verwenden kann. Genau genommen, sind diese Worte allerdings Doppelbezeichnungen, so daß man sie möglichst vermeiden wird. Letzteres trifft aber auch für „Tonboden" im Sinne von Erdstoff zu!

[8]) Das Wort „Bodenschätze" scheint auch neuerer Herkunft zu sein, da Luther es in seinem „Schatz im Acker" (Bibelübersetzung) noch nicht gebraucht.

[9]) Hier sei der unglückliche Vorschlag genannt, die Erdstoffe als „Lockergesteine" zu bezeichnen. Der Baugrund-Ingenieur findet meines Erachtens im volkstümlichen Wortschatz des Tiefbaus genügende Möglichkeiten klarer sprachlicher Verständigung, so daß künstliche Neuschöpfungen wohl meistens überflüssig sind. Vergleiche auch R. Seifert, Fußnote 2.

[10]) K. Terzaghi: Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien 1925, Fr. Deuticke.

[11]) Ebenso an Stelle von Bettungsziffer: Bettungszahl. Nach einer mir früher zugänglich gewesenen Verdeutschungsliste des VDI war mit Recht gesagt, daß „Ziffer" für die Zahlzeichen 1 bis 9 gilt, zum Beispiel Zifferblatt für die Uhr, die Werte aber „Zahlen" sind.

[12]) Man kann hier einwenden, daß beim „Reibungsversuch" auch ein gewisser Anteil des Festigkeitswiderstandes gemessen wird. Richtiger müßte man daher „Gleitwiderstandsversuch" sagen; dieses Wort ist aber reichlich umständlich. Das Wesen der Versuchsdurchführung dürfte durch den Ausdruck „Reibung" wohl am anschaulichsten wiedergegeben sein.

[13]) H. Krey: Erddruck, Erdwiderstand . . ., Berlin 1926 bis 1935, 3. bis 5. Auflage (Neuauflage in Vorbereitung).

ständlich erscheint der Ersatz von „Kompressionsversuch" durch „Druckversuch" oder „Verdichtungsversuch" und der Ersatz von „Druckporenziffer-Diagramm" durch „Druckporenzahl-Kurve" beziehungsweise „Druck-Setzungs-Linie" oder -schaubild". „Kohäsion" könnte durch Haftfestigkeit" oder „Gleitfestigkeit" ersetzt werden; die letztere Bezeichnung bevorzugt der Verfasser, wenn es um den Widerstand in einer Gleitfläche geht. Wo keine Verwechslung zu befürchten ist, genügt auch einfach: „Festigkeit".

Für bindige Erdstoffe benutzt der Verfasser folgende wichtige Begriffe:

Erstbelastung	= erste, einsinnig zunehmende Belastung des Erdreiches;
Vorbelastung	= Größtwert der Erstbelastung seit der Bildung des Erdreiches;
Vorspannung	= Kapillarspannung des Porenwassers;
Eigenfestigkeit	= bleibende, vom Wasser unbeeinflußte Festigkeit (echte Kohäsion nach Terzaghi);
Saugfestigkeit (Kapillarfestigkeit)	= von Kapillarspannungen herrührende, durch Wasser auflösbare Festigkeit (scheinbare Kohäsion nach Terzaghi).

Schließlich sei hier noch der folgende, wohl nicht unwichtige Vorschlag zur Diskussion gestellt, die Normal- und Schubspannung durch ν und τ wiederzugeben und die aus ν und τ resultierende Schrägspannung mit σ zu bezeichnen, ebenso auch die Hauptspannungen. Ich bin mit diesem Vorschlag Krey gefolgt, dessen Ableitungen über die Spannungsellipse meines Erachtens gezeigt haben, daß wir in der Grundbaumechanik eine strenge Unterscheidung der Begriffe „Normalspannung" und „Schrägspannung" brauchen, was sonst im Bauwesen nicht immer erforderlich ist. Man hat mit Recht eingewendet, in den DIN 1350, Beiblatt, wäre σ als „Normal- und Biegespannung" festgelegt und auch sonst bezeichne man im allgemeinen die Normalspannungen in der deutschen Technik mit σ. Hierauf möge zunächst erwidert werden, daß man die Festlegung in DIN 1350 nicht unbedingt zu ändern braucht, da man der Grundbaumechanik ein gewisses Eigenleben zubilligen kann (Haupt- und Schrägspannungen werden nach wie vor mit σ bezeichnet!). Übrigens findet man im Beiblatt von DIN 1350 die Bemerkung: „Für verwickelte Spannungsverhältnisse, zum Beispiel schiefe Hauptspannungen, sind keine Zeichen festgelegt", woraus mir hervorzugehen scheint, daß eine saubere Unterscheidung zwischen ν und σ in den Normen nicht durchgeführt ist und daher eine Sonderregelung für genauere Verfolgung des Spannungsverlaufes durchaus tragbar erscheint. Schließlich weise ich darauf hin, daß die Normalkraft üblicherweise mit N und die Schubkraft, mit T bezeichnet wird; folgerichtig sollte man auch ν und τ für die Spannungskomponenten gelten lassen. σ ist der Anfangsbuchstabe des Wortes „Spannung", bedeutet also zunächst etwas Allgemeines; wenn man ν für Normalspannung und σ für Schrägspannung gelten läßt, so legt man sich ebenfalls auf die Anfangsbuchstaben fest.

Vermischtes.

Bohrloch-Festpunkte auf nachgiebigem Untergrund. Die Wichtigkeit von Bewegungsmessungen an Bauwerken während und nach ihrer Herstellung wird erfreulicherweise immer mehr erkannt. Solche Messungen geben oft erst die endgültige Sicherheit in der Bewertung des Baugrundes, weil die vorherige Untersuchung einzelner Erdproben nicht immer schon einen Mittelwert für den ganzen Baugrund liefert, ganz abgesehen davon, daß bei den vorweg durchgeführten Versuchen oft nicht die wahren Zusammendrückungswerte erhalten werden (Versuchsschwierigkeiten, Gefügestörungen der Erdproben durch die Entnahme im Bohrloch). Bei richtiger Durchführung und Deutung von Bewegungsmessungen sind weitere Überraschungen kaum noch möglich. Aber auch für den Fortschritt der Baugrundwissenschaft sind Messungen an ausgeführten Bauwerken sehr wichtig. Wenn auch die Theorie ebenso wie die Untersuchungsverfahren mit der Zeit immer vollkommener werden, so wird doch die Antwort des Bauwerks selbst immer erst die notwendige Bestätigung oder Berichtigung bringen.

Bei der Messung der Bewegungen von Bauwerken muß von gesicherten Festpunkten ausgegangen werden. Diese Festpunkte müssen nicht nur genügend weit von dem neuen Bauwerk entfernt angelegt werden, sondern es ist auch zu prüfen, ob unterhalb des Festpunktes nicht nachgiebige, stark zusammendrückbare Erdschichten vorhanden sind, die eine Bewegung des vermeintlich „festen" Punktes und damit eine Verfälschung der Messungen zur Folge haben können. Muß über solchen Erdschichten ein Festpunkt geschaffen werden, so bleibt meist nur übrig, die weichen Schichten irgendwie zu durchfahren und auf dem festen Untergrund aufzusetzen. In einfacher und doch einwandfreier Weise kann dies geschehen, indem man mit einem genügend weiten Rohr die weichen Schichten durchbohrt und am Grunde des Bohrloches ein Stahlrohr einrammt oder einbetoniert[3]), das oben bis zur Oberkante des Bohrrohres reicht (Abb. 1a u. b). Falls das Einrammen des Stahlrohres Schwierigkeiten macht, kann man auch Wasserspülung zu Hilfe nehmen. Man wird dann aber die letzten Dezimeter ohne Spülung rammen und an der Stelle des Rohreintritts in den festen Untergrund noch etwa $^1/_2$ m Beton einstampfen, nachdem man vorher entsprechend tiefer gebohrt hat (Abb. 1c). Um zu vermeiden, daß sich etwaige Bewegungen des Bohrrohres an der Eintrittsstelle des Stahlrohres in den festen Untergrund störend auswirken, ist es ratsam, das Bohrrohr bis auf $^1/_2$ m oberhalb der festen Schicht hochzuziehen (Abb. 1). Falls man ein entsprechendes Stahlrohr nicht zur Verfügung hat, kann man auch einen beliebigen Pfahl — etwa einen Peiner I-Träger oder einen Eisenbetonpfahl — einbringen. Nur sind dann Stoff- und Arbeitsaufwand entsprechend größer.

Bei größerer Mächtigkeit der zusammendrückbaren Erdschichten ist die Knicksicherheit des eingebauten Festpunktpfahles zu untersuchen. Im folgenden soll deshalb ermittelt werden, welche Abmessungen der Festpunktpfahl — sei es ein Stahlrohr, ein I-Träger oder ein Eisenbetonpfahl — mindestens haben muß, damit er unter seinem Eigengewicht nicht ausknickt. Dabei ist zu beachten, daß erheblich stärkere Pfähle nötig werden können, wenn sie eingerammt werden sollen.

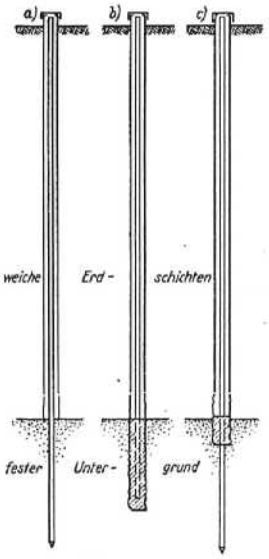


Abb. 1a bis c.

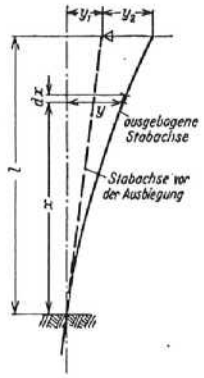


Abb. 2.

Die vorkommenden Schlankheitsgrade liegen ausnahmslos im elastischen Bereich. Um die Rechnung möglichst einfach zu halten, sei für die Abweichung des oben frei beweglichen Stabes von der Lotrechten angenommen (Abb. 2):

$$y = c_1 x + c_2 x^2, \tag{1}$$

wobei x vom unteren Einspannpunkte an nach oben gezählt wird. Der erste Teil von y gibt die Lotabweichung im Einspannpunkte an; er ist als von vornherein vorhanden anzusehen, da es praktisch nur selten möglich sein dürfte, den Pfahl **genau** lotrecht einzubringen. Der zweite, mit x quadratisch zunehmende Anteil von y rührt von der zusätzlichen Ausbiegung des Pfahles her, die jetzt rechnerisch ermittelt werden soll.

Das größte Moment des Stabes, das unter dem Einfluß seines Eigengewichts entsteht, erhält man für $x = 0$ zu

$$M = \int_0^l g\,dx\,y = g\left(c_1 \cdot \frac{l^2}{2} + c_2 \cdot \frac{l^3}{3}\right),$$

wenn g das Eigengewicht des Stabes für die Längeneinheit bedeutet. Nun gilt bekanntlich:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EJ}$$

[1]) D. Baumeister 1940, Heft 12, S. 37.
[2]) Straße 1941, Heft 1/2, S. 2.
[3]) Vorschlag von Oberregierungs- und -baurat J. Ehrenberg, Berlin; vgl. auch Bautechn. 1930, S. 518.

oder für unseren Fall:

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0} = 2\,c_2 = \frac{g\,l^2}{EJ}\left(\frac{c_1}{2} + \frac{c_2}{3}\cdot l\right),$$

woraus sich ergibt:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{4\,EJ}{g\,l^2} - \frac{2}{3}\cdot l$$

oder, wenn man nach Abb. 2 die von vornherein vorhandene obere Lotabweichung mit y_1 und die durch das Ausbiegen (nach dem Wegnehmen der Stützung des oberen Stabrandes) hinzukommende Abweichung mit y_2 bezeichnet ($y_1 = c_1\,l$ und $y_2 = c_2\,l^2$):

$$(2) \qquad y_2 = \frac{y_1}{\dfrac{4\,EJ}{g\,l^3} - \dfrac{2}{3}}.$$

Aus dieser Gleichung folgt die Knickbedingung:

$$(3) \qquad \frac{4\,EJ}{g\,l^3} = \frac{2}{3} \quad \text{oder} \quad \frac{J}{g} = \frac{l^3}{6\,E}.$$

Diesen Wert von $J:g$ muß ein Festpunktpfahl mindestens haben, wenn er nicht ausknicken soll. In Wirklichkeit muß der Pfahl noch erheblich stärker sein, denn, da in der Nähe der Knicklast die Ausbiegungen mit zunehmender Stablänge l schnell anwachsen, muß der Pfahl so stark sein, daß seine obere Ausbiegung geringer ist als die Bewegungsfreiheit im Bohrloch. Setzen wir

$$y_2 = \frac{1}{n}\cdot y_1,$$

so gilt nach Gl. (2):

$$(4) \qquad \frac{4\,EJ}{g\,l^3} - \frac{2}{3} = n \quad \text{oder} \quad \frac{J}{g} = \frac{l^3}{2\,E}\left(\frac{1}{3} + \frac{n}{2}\right),$$

was dem $\left(1 + \frac{3}{2}\cdot n\right)$-fachen Werte von $\frac{J}{g}$ in Gl. (3) entspricht.

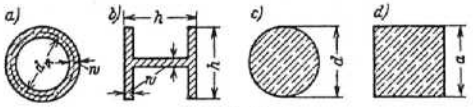


Abb. 3a bis d.

Für die in Abb. 3 gezeichneten Querschnitte erhält man leicht folgende Ausdrücke für $J:g$ (wenn s das Stoffgewicht ist):

$$(5)\quad \begin{cases}
\text{a)}\ \dfrac{J}{g} = \dfrac{d_m^2 + w^2}{8\,s} \approx \dfrac{d_m^2}{8\,s} \ \text{oder}\ d_m^2 = 8\,s\cdot\dfrac{J}{g} - w^2 \approx 8\,s\cdot\dfrac{J}{g}; \\[2ex]
\text{b)}\ \dfrac{J}{g} = \dfrac{h^2}{18\,s}\cdot\dfrac{1 + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{w^2}{h^2}}{1 - \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{w}{h}} = \dfrac{h^2}{18\,s}\left(1 + \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{w}{h} + \dfrac{17}{18}\cdot\dfrac{w^2}{h^2} + \ldots\right) \approx \dfrac{h^2}{18\,s} \\[2ex]
\quad \text{oder}\ h^2 = 18\,s\cdot\dfrac{J}{g}\left(1 - \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{w}{h} - \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{w^2}{h^2}\ldots\right) \approx 18\,s\cdot\dfrac{J}{g}; \\[2ex]
\text{c)}\ \dfrac{J}{g} = \dfrac{d^2}{16\,s} \quad \text{oder} \quad d^2 = 16\,s\cdot\dfrac{J}{g}; \\[2ex]
\text{d)}\ \dfrac{J}{g} = \dfrac{a^2}{12\,s} \quad \text{oder} \quad a^2 = 12\,s\cdot\dfrac{J}{g}.
\end{cases}$$

Für die ersten beiden Querschnitte ist bemerkenswert, daß die Wandstärke w fast gar keinen Einfluß hat. Daß der Rohrquerschnitt sich gegen Ausknicken bedeutend günstiger verhält, ist bekannt. Aus Gl. (5a) u. (5b) erhält man

$$\frac{h}{d_m} \approx \sqrt{\frac{18}{8}} = \frac{3}{2},$$

was bei gleicher Wandstärke einem Flächen- oder Gewichtsverhältnis von

$$\frac{g_b}{g_a} \approx \frac{9}{2\,\pi} \approx 1{,}43$$

entspricht.

Beispiel: Es sei die Aufgabe gestellt, für 10 m und für 20 m Bohrlochtiefe einen hinreichend sicheren Querschnitt des Grundpfahls anzugeben. Man muß sich dabei zunächst über die Größe der zuzulassenden Ausbiegungen klar werden. Die bei dem Einbringen des Pfahls nie ganz vermeidbare Lotabweichung dürfte für 10 m Tiefe mindestens 10 cm betragen (1:100). Bringt man nun ein Bohrrohr von 30 cm Durchm. herunter, so wird man, um dem Grundpfahl oben volle Bewegungsfreiheit zu sichern, kaum größere Ausbiegungen als 5 cm zulassen dürfen. Gegenüber 10 cm geschätzter Lotabweichung hat man damit $n = 2$ und nach Gl. (4) für ein Stahlrohr:

$$\frac{J}{g} = \frac{1000^3}{2\cdot 2\,100\,000\,000}\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{2}\right) = 0{,}317\ \frac{\text{cm}^5}{\text{g}}$$

und nach Gl. (5a):

$$d_m^2 \approx 8\cdot 7{,}85\cdot 0{,}317 = 19{,}9\ \text{cm}^2 \qquad d_m \approx 4{,}5\ \text{cm}.$$

Würde man mit $n = 3$ nur rd. 3 cm Ausbiegung zulassen, so hätte man:

$$\frac{J}{g} \approx 0{,}317\cdot\frac{\dfrac{1}{3} + \dfrac{3}{2}}{\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{2}} = 0{,}437\ \frac{\text{cm}^5}{\text{g}} \qquad d_m \approx 5{,}3\ \text{cm}.$$

Nach diesen Zahlen wäre also wenigstens ein Rohr von 50 mm mittlerem Durchmesser zu wählen ($2^1/_2$ bis 3 mm Wandstärke). Gl. (3) ergibt: $d_m = 2{,}3$ cm, d. h. ein Rohr von 2,3 cm Durchm. würde bei 10 m frei stehender Höhe gerade ausknicken. Für den kleinsten Breitflanschträger von $h = 14$ cm hat man:

$$\frac{J}{g} = \frac{480\ \text{cm}^4}{34{,}1\ \text{kg/m}} = \frac{480\ \text{cm}^4}{341\ \text{g/cm}} \approx 1{,}40\ \frac{\text{cm}^5}{\text{g}},$$

also einen völlig ausreichenden Wert (dieser Träger würde theoretisch für $l \approx 15$ m noch ausreichen). Demgegenüber ist der gewöhnliche Träger I 14 infolge seines bedeutend geringeren Trägheitsmoments J_y zu schwach: $J:g = 35{,}2:142{,}9 = 0{,}247\ \text{cm}^5/\text{g}$. Erst I 18 wäre mit $J:g = 81{,}3:219 = 0{,}371\ \text{cm}^5/\text{g}$ gerade ausreichend.

Für einen Eisenbetonpfahl wird man wegen der Eiseneinlagen und der meist hohen Betongüte mindestens $E \approx 250\,000\ \text{kg/cm}^2$ annehmen können. Damit ist für einen solchen Pfahl bei 10 m Bohrlochtiefe:

$$\frac{J}{g} = \frac{1000^3}{2\cdot 250\,000\,000}\left(\frac{4}{3} \div \frac{11}{6}\right) = 2{,}67 \div 3{,}67\ \frac{\text{cm}^5}{\text{g}}$$

$$a^2 = 12\cdot 2{,}4\,(2{,}67 \div 3{,}67) = 77 \div 106\ \text{cm}^2; \quad a = 8{,}8 \div 10{,}3\ \text{cm}.$$

Ein Eisenbetonpfahl 10×10 cm wäre also theoretisch schon ausreichend.

Für $l = 20$ m Tiefe wird man ein Bohrrohr von mindestens 40 cm benötigen. Rechnet man mit 20 cm Lotabweichung, so wird man kaum mehr als 6 bis 7 cm Ausbiegung ($n = 3$) zulassen können. Für Baustahl erhält man damit:

$$\frac{J}{g} = \frac{2000^3}{2\cdot 2\,100\,000\,000}\left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right) \approx 3{,}50\ \frac{\text{cm}^5}{\text{g}}$$

und für ein Stahlrohr:

$$d_m^2 = 8\cdot 7{,}85\cdot 3{,}50 = 220\ \text{cm}^2 \qquad d_m = 14{,}8\ \text{cm}.$$

Der Breitflanschträger I P 20 wäre ebenfalls gerade ausreichend: $J:g = 2140:649 = 3{,}30$. Für einen Eisenbetonpfahl erhält man:

$$\frac{J}{g} = \frac{2000^3}{2\cdot 250\,000\,000}\cdot\frac{11}{6} = 29{,}3\ \frac{\text{cm}^5}{\text{g}}$$

$$a^2 = 12\cdot 2{,}4\cdot 29{,}3 = 844\ \text{cm}^2 \qquad a \approx 29\ \text{cm}.$$

Mit Hilfe der errechneten Zahlen kann man folgende Näherungsformeln für die mindestens erforderlichen Stabquerschnitte aufstellen ($n \approx 3$):

für Stahlrohre: $d_m \approx 0{,}16\sqrt{l^3}$;
- Breitflanschträger: $h \approx 0{,}24\sqrt{l^3}$ (für $h \leqq 30$ cm);
- gewöhnliche I-Träger: $h \approx 0{,}20\,l^2$;
- Eisenbetonpfähle: $a \approx 0{,}32\sqrt{l^3}$.

Hierin werden d_m, h und a in cm erhalten, wenn l in m eingesetzt wird.

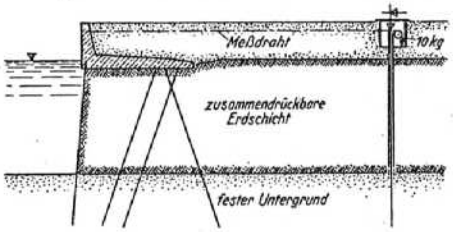


Abb. 4. Messung der waagerechten Bewegung einer Ufermauer von einem Bohrloch-Festpunkte aus.

Die Grundpfähle der angegebenen Art dienen in erster Linie als Festpunkte für lotrechte Bewegungsmessungen; sie können jedoch auch ohne weiteres für die Messung waagerechter Bewegungen benutzt werden. Dabei sind Breitflanschträger insofern von Vorteil, als ihre Steifigkeit in den beiden Hauptrichtungen verschieden ist (Verhältnis etwa 1:3). Man kann also den Pfahl so einbringen, daß die Hauptrichtung mit der größten Steifigkeit in die Richtung der zu messenden Bewegung fällt. Die waagerechte Bewegung selbst wird am einfachsten durch Meßdrähte festgestellt, die unterirdisch in einem entsprechend gebauten Kanal frei beweglich gespannt sind (Abb. 4). Die Spannvorrichtung ist unabhängig von dem Festpunktpfahl, dieser steht frei neben dem gespannten Draht. Die Verschiebung zwischen Draht und Pfahl gibt also die waagerechte Bewegung an. Dabei muß aber die Temperatur-Längenänderung des Meßdrahtes berücksichtigt werden. Am besten verwendet man Invar-Meßdrähte wegen ihrer geringen Temperaturabhängigkeit (die Wärmedehnungszahl ist nur etwa $^1/_{13}$ von der des Eisens).

Die Messung waagerechter Bewegungen von Ufermauern, Spundwänden, Fangedämmen u. dgl. wurde bisher nur in wenigen Fällen versucht. Das ist im Hinblick auf den weiteren Ausbau von Berechnungsverfahren für solche Bauwerke zu bedauern. Die vorstehende Mitteilung soll zur Durchführung weiterer Messungen anregen.

Joh. Ohde, Neuenhagen b. Berlin.

Patentschau.

Schützenwehr. (Kl. 84a, Nr. 670 878 vom 24. 1. 31; Dortmunder Union Brückenbau-AG. in Dortmund.) Um die Widerstandsfähigkeit des Verschlußkörpers gegen die Schwingungen erzeugenden Stoßkräfte des unter ihm hindurch schießenden Wasserstrahls und des bewegten Unterwassers zu erhöhen und den Angriff solcher Kräfte auf den Stauwandkörper auf ein Mindestmaß zu beschränken, wird der Stauwandkörper von zwei gegeneinander geneigten Hauptträgern gebildet, deren von der Stauwand abgewendete Zuggurte zu einem gemeinsamen Gurt vereinigt sind. Das in der Stausteilung fest auf der Wehrsohle aufruhende Schützenwehr besteht aus der Stauwand *1*, dem unteren Hauptträger *2* mit oberwasserseitigem Druckgurt *4* sowie dem oberen Hauptträger *3* mit

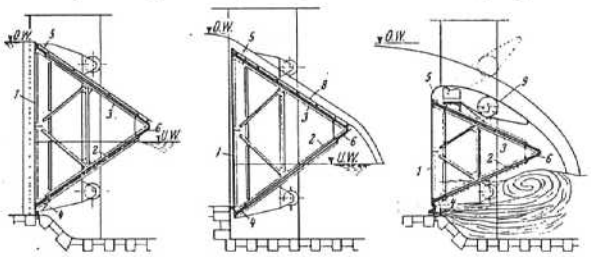
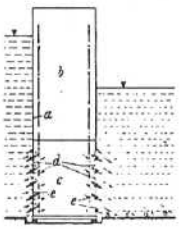


Abb. 1. Abb. 2. Abb. 3.

dem Druckgurt *5*. Beide Hauptträger sind durch den gemeinsamen unterwasserseitigen Zuggurt *6* verbunden. Bei Schützenwehren mit absenkbarem Verschlußkörper (Abb. 2) kann die zum Schutze des Tragwerks erforderliche Abdeckung, auf der das überfallende Wasser nach dem Unterwasser abfließt, unmittelbar auf dem oberen Hauptträger *3* angebracht werden, oder dieser selbst kann als Gleitfläche ausgeführt werden. Bei Wehren mit Aufsatzklappe (Abb. 3) ist die Höhe der Stauwand *1* um die Bauhöhe der aufgerichteten Klappe niedriger als die Stauhöhe, so daß die Vergrößerung ihres Trägheitsmoments durch die weit gespreizten Druckgurte der Hauptträger besonders wertvoll ist; außerdem wird durch den starken Abfall des oberen Hauptträgers *3* nach dem Unterwasser hin ein besonders reichlicher freier Raum für den Randträger der Klappe *9* geschaffen.

Einrichtung zur Vernichtung der lebendigen Kraft des durch die Wasserdurchlässe von Schleusentoren strömenden Wassers. (Kl. 84b, Nr. 681 210 vom 12. 2. 35; Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg AG. in Nürnberg.) Um mit Hilfe von am Schleusentor angeordneten Leitflächen eine wesentlich weitergehende Wasserkraftvernichtung zu ermöglichen als bei den bisher bekannten festen Leitvorrichtungen sind im unteren Teil jeder Schleusentorwand übereinanderliegende, die Ein- und Austrittsöffnungen *d* des Wassers regelnde Klappenverschlüsse vorgesehen, deren Klappen *e* in geöffneter Stellung die Leitflächen zur Umlenkung der Wasserströme bilden. Das Schleusentor *a* weist den Schwimmkasten *b* und den Raum *c* zum Wasserdurchgang auf. Die Klappen *e* sind in voneinander unabhängigen Gruppen unter beliebigen Winkeln einstellbar, so daß die Wasserströme in willkürlicher Zusammenstellung schräg nach oben oder unten oder auch gegeneinander geführt werden und ihre lebendige Kraft durch Reibung an den festen Bauwerksteilen oder durch Aufeinanderprallen zum großen Teil vernichten.



Personalnachrichten.

Deutsches Reich. Deutsche Reichsbahn. a) Reichsverkehrsministerium, Eisenbahnabteilungen. Versetzt: der Reichsbahnrat Wolrat Wagner als Vorstand zum Betriebsamt Duisburg 2.

Im Ruhestand verstorben: der Ministerialrat a. D. Geheime Oberbaurat Hermann Lohse in Berlin-Charlottenburg.

b) Betriebsverwaltung. Ernannt: zum Oberreichsbahnrat: die Reichsbahnräte Walter Biesok, Dezernent der RBD Breslau, Karl Strasser, Vorstand des Betriebsamts Selzthal, Emil Recker und Albert Seeger, Dezernenten der Reichsbahnbaudirektion Berlin, Karl Krauß, Dezernent der RBD Hamburg, Alfred Freihub, Dezernent der RBD Posen, Dr. Otto Trnik, Dezernent der Reichsbahnbaudirektion Berlin, Anton Wilhelm, Dezernent der RBD Kassel; — zum Reichsbahnrat: die Reichsbahnbauassessoren Hans Gepp, Vorstand des Neubauamts Aachen, Edmund Dobiat, Vorstand des Betriebsamts Malmedy, Friedrich Hauck bei der RBD München, Fritz Bergmaier bei der Generaldirektion der Ostbahn in Krakau, Bruno Humpert bei der RBD Villach, der Reichsbahnamtmann Hugo Niemann, Vorstand des Neubauamts Berlin-Marienfelde, der Regierungsbaumeister a. D. Fritz Holthey bei der RBD Breslau.

Bestellt: zum Vizepräsidenten der RBD Dresden der Abteilungspräsident Friedrich Pestel, Abteilungsleiter und Dezernent der RBD Dresden.

Versetzt: die Reichsbahnräte Franz Hein beim Betriebsamt Komotau zum Neubauamt Zwickau (Sachsen), Viktor Gromaczkiewicz bei der RBD Villach als Vorstand zum Betriebsamt Knittelfeld, Fritz Schmeißer bei der RBD Linz als Vorstand zum Neubauamt Amstetten, Karl Tremel, Leiter der Bauabteilung der Reichsautobahnen Nürnberg, als Dezernent zur RBD Danzig, Waldemar Rüters, Vorstand des Betriebsamts Ludwigslust, als Dezernent zur RBD Hannover, Karl Künzel beim Betriebsamt Breslau 1 als Vorstand zum Betriebsamt Bad Kreuznach 2, Walter Meyer, Vorstand des Betriebsamts Duisburg 1, als Dezernent zur RBD Oppeln, Ferdinand Schülke, Vorstand des Betriebsamts Neuwied 1, als Vorstand zum Betriebsamt Koblenz, Wilhelm Peiter, Vorstand des Betriebsamts München-Gladbach, als Dezernent zur RBD Oppeln, Kurt Rauch, Vorstand des Betriebsamts Jülich, als Vorstand zum Betriebsamt Köln, Erich Thiemer, Vorstand des Betriebsamts Bad Kreuznach 2, als Vorstand zum Betriebsamt Breslau 1, Gerhard Paeschke, Vorstand des Betriebsamts Duisburg 2, als Vorstand zum Betriebsamt München-Gladbach, Karl-Heinz Gabriel, Vorstand des Neubauamts München 8, als Vorstand zum Betriebsamt Duisburg 1, Heinz Graf, Vorstand des Neubauamts Amstetten, als Vorstand zum Neubauamt Wels, Johannes Prause bei der RBD Hamburg als Vorstand zum Betriebsamt Wittenberge 2, Erich Brüggemann bei der RBD Stettin als Vorstand zum Betriebsamt Ludwigslust, Werner Schüller beim Betriebsamt Leutkirch als Vorstand zum Betriebsamt Sigmaringen; — die Reichsbahnbauassessoren Konrad Schmieden, Vorstand des Neubauamts und Betriebsamts Duisburg 2, zur RBD Königsberg (Pr), Werner Wulz beim Betriebsamt Frankfurt (Oder) zur RBD Saarbrücken.

Übertragen: den Reichsbahnräten Anton Fritz bei der Elektrischen Oberbetriebsleitung Innsbruck die Geschäfte eines Dezernenten, Siegfried Riedel bei der RBD Hannover die Geschäfte eines Dezernenten, Erich Barz bei der RBD Posen die Geschäfte eines Dezernenten.

Überwiesen: die Reichsbahnräte Dr.-Ing. Hermann Nebelung bei der Reichsbahnbaudirektion Berlin zu den Eisenbahnabteilungen des Reichsverkehrsministeriums mit der Amtsbezeichnung Regierungsbaurat, Dr.-Ing. Rudolf Fickert beim Neubauamt München 1 zur RBD München.

In den Ruhestand getreten: die Abteilungspräsidenten Alfred Nägele, Abteilungsleiter und Dezernent der RBD Stuttgart, Max Rump, Abteilungsleiter und Dezernent der RBD Frankfurt (Main), Valentin Herwig, Abteilungsleiter und Dezernent des Reichsbahn-Zentralamts Berlin, Wilhelm Chaussette, Dezernent bei der Generalbetriebsleitung West in Essen; — die Reichsbahndirektoren Josef Biehler, Dezernent der RBD Karlsruhe, Willy Lucht, Dezernent der RBD Mainz, Albert Hahn, Dezernent der RBD Stuttgart, Fritz Hartmann, Dezernent der RBD Köln, Karl Klammt, Dezernent der RBD Stettin; — der Oberreichsbahnrat Hermann Wickmann, Dezernent der RBD Halle (S.).

Gestorben: der Vizepräsident Artur Flachs der RBD Dresden; — die Oberreichsbahnräte Otto Eitel, Dezernent bei der Obersten Bauleitung der Reichsautobahnen Frankfurt (Main), Karl Böhlick, Dezernent der RBD Köln.

Deutsches Reich. Straßenwesen. Ernannt: Dipl.-Ing. Wilhelm Tischer vom Brückenamt Hamburg unter Berufung in das Beamtenverhältnis auf Lebenszeit zum Oberregierungsbaurat; — Bauamtsdirektor Burkard Amend beim Regierungspräsidenten in Ansbach zum Oberregierungsrat.

Der mit der Wahrnehmung der Dienstgeschäfte des Bauamtsdirektors bei dem Straßen- und Flußbauamt Bamberg beauftragte Regierungsbaurat 1. Kl. Iwan Schreyer führt fortan die Amtsbezeichnung Bauamtsdirektor; der bisher mit der Wahrnehmung der Dienstgeschäfte des Bauamtsdirektors bei dem Straßen- und Flußbauamt Bergreichenstein beauftragte Regierungsbaurat Wolfgang Schempp führt fortan die Amtsbezeichnung Bauamtsdirektor.

Versetzt: die Bauamtsdirektoren: Robert Langguth bei der Abteilung für Wildbachverbauungen in Kempten an das Straßen- und Flußbauamt Kempten, Karl Spreng bei dem Straßen- und Flußbauamt Traunstein zum Regierungspräsidenten in Augsburg; — die Regierungsbauräte: Karl Martin beim Regierungspräsidenten in Augsburg an die Abteilung für Wildbachverbauungen in Kempten, Gerhard Hofmann vom Straßen- und Flußbauamt Schweinfurt an das Straßen- und Flußbauamt Aschaffenburg, Konrad Reinhard bei der Staatlichen Straßenbauleitung Regen an das Straßen- und Flußbauamt Passau, Paul Illing bei dem Straßen- und Flußbauamt München an das Straßen- und Flußbauamt Bayreuth.

INHALT: Aus dem Brücken- und Ingenieurhochbau der Deutschen Reichsbahn. (Schluß.) — Der Geschiebemergel als Baugrund. — Maschinen und Geräte für den Baubetrieb und die Steigerung ihrer Leistungen. — Ermittlung des Flächenschwerpunktes im Vier- und Mehreck. — In einer Nut geleimte Holzbalken. — Vermischtes: Akademie für Bauforschung. — Veränderungen in der Verwaltung der Reichsautobahnen. — Bohrloch-Festpunkte auf nachgiebigem Baugrund. — Patentschau. — Personalnachrichten.

Verantwortlich für den Inhalt: Dr.-Ing. Erich Lohmeyer, Oberbaudirektor a. D., Berlin-Steglitz, Am Stadtpark 2. — Verlag: Wilhelm. Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

Die Zugfestigkeit von Mauerwerk und ihre Ausnutzung bei der Gestaltung von Sockelfundamenten

Von Prof. Ing. J. OHDE †, Berlin

DK 624.051

Bei günstigen Baugrundverhältnissen werden die Bauwerkslasten normalerweise mit Hilfe abgestufter (nach unten hin verbreiterter) einfacher Sockelfundamente auf den Untergrund übertragen. Es ist bekannt, daß durch die Fußverbreiterung solcher Gründungskörper Zugspannungen in der Gründungssohle des Mauerwerks oder Betons entstehen. Im allgemeinen hat man sich aber bislang wenig um diese Zugspannungen gekümmert; man hält sich an baupraktische Regeln, wie sie z. B. in dem Buche von *Brennecke-Lohmeyer* für Mauerwerk angegeben sind[1]) (Bild 1). Bei Fundamentsockeln aus Magerbeton wählt man den Ausbreitungswinkel α (Bild 2) etwa zu 30° und überlegt sich nur selten die Auswirkung der Zugspannungen.

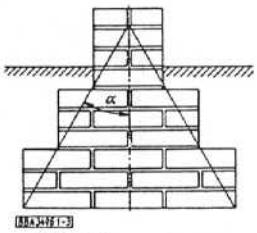


Bild 1. Mauerwerksockel

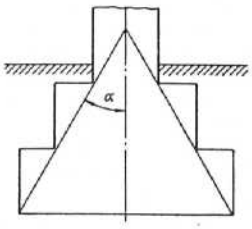


Bild 2. Sockelgründung

Wie es scheint, spricht hierbei die Vorstellung von der Druckausbreitung unter einem gewissen (zulässigen) Winkel α mit. Andererseits ist aber bekannt, daß die Zugspannungen im unteren Bereich der Gründungskörper zum Teil Werte erreichen, die die vorhandene Zugfestigkeit überschreiten[2]). Bei gemauerten Gründungskörpern ist durch den Mauerwerksverband eine gewisse Verzahnung vorhanden, die nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit wirksam werden kann, so daß die Vorstellung von einem zulässigen Ausbreitungswinkel α hier vielleicht eine gewisse Berechtigung haben mag. Bei Betonfundamenten kann von einer

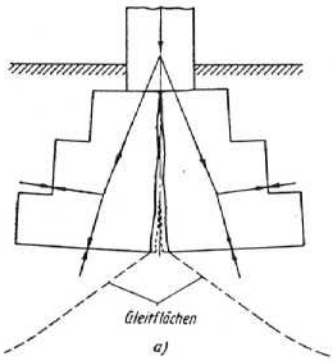


Bild 3a. Mittelriß nach Überschreiten der Zugfestigkeit

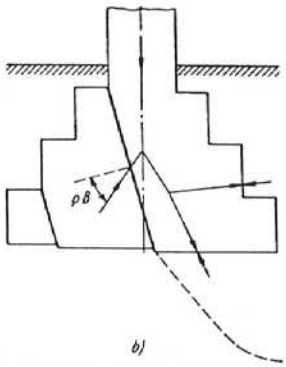


Bild 3b. Seitliches Abschieben

solchen Verzahnungswirkung jedoch keine Rede sein, und es haben sich deshalb schon warnende Stimmen erhoben, die einen Spannungsnachweis für Betonfundamente empfehlen[3]). In der Tat sollte man sich ernsthafter als bisher mit der Angelegenheit befassen, was bei solchen Fundamenten vor sich geht, bei denen die Zugfestigkeit der Baustoffe überschritten wird.

Nehmen wir beispielsweise an, daß bei einem Sockelfundament aus Magerbeton die Zugfestigkeit des Betons merklich überschritten wird, so daß im unteren Bereich klaffende Fugen entstehen (Bild 3a). Sofort nach dem überschreiten der Zugfestigkeit müssen die sich bildenden Risse tief in den Gründungskörper hineinreichen, weil in dem jeweils für die Aufnahme des Biegemomentes verbleibenden Restquerschnitt immer wieder die Zugspannungen überschritten werden. Es bleibt schließlich nur eine kleine obere Druckzone übrig, deren Festigkeit infolge der vorhandenen starken Schubspannungen auch noch überschritten werden kann, so daß ein Teil des Gründungskörpers abgeschoben wird (Bild 3b). Natürlich ist die Lage der tiefen Risse auch von den örtlichen Schwankungen der Betonfestigkeit, also von Zufälligkeiten, abhängig, so daß sich auch ein Mittelriß nach Bild 3a ausbilden kann. Dabei verdrehen sich beide Fundamenthälften soweit, bis ein hinreichender seitlicher Widerstand des Erdreiches geweckt ist.

Durch die in Bild 3 angedeuteten Rissebildungen und Verschiebungen wird auch der Kräftefluß stark verändert. Während beim unbeschädigten (rissefreien) Fundament eine überwiegend lotrechte Belastung des Untergrundes, etwa nach Bild 4, vorhanden ist, wird der Untergrund bei den zerteilten Fundamenten nach Bild 3 schräg nach außen belastet. Dadurch wird aber die Tragkraft des Untergrundes merklich verringert, wie sich nach der Gleitflächenlehre leicht zahlenmäßig nachweisen läßt. Legt man z. B. die in Bild 3a skizzierten Verhältnisse maßstäblich zugrunde und rechnet mit einem Reibungsbeiwert $\mu = \text{tg}\ \varrho = 0{,}7$ des Sandgrundes, so erhält man nach den Tafeln des Verfassers[4]) eine Verminderung der Grenzbelastung um rd. 40%. Hat sich eine einseitige schräge Bruchfuge nach Bild 3b ausgebildet, so wird in dieser Fuge die Reibung des zermürbten Betons dem Verschieben entgegenwirken. Setzen wir hierfür einen Reibungsbeiwert μ_B von 0,80 an, so ergibt das in Bild 3b eingetragene Kräftebild sogar eine Tragkraftminderung des Untergrundes um rd. 60%. Die Risse und Bruchfugen setzen demnach die Tragkraft des Untergrundes merklich herab, führen aber darüber hinaus noch nicht zum Zusammenbruch der Fundamente.

Man kann hieraus folgern, daß ein mit Rücksicht auf die Tragkraft des Untergrundes überdimensioniertes Fundament durch die sich etwa bildenden Risse oder Bruchfugen noch nicht in bedrohlicher Weise geschädigt wird. Dagegen wird bei einem wirtschaftlich bemessenen Fundament (mit voll ausgenutzter Tragfähigkeit des Untergrundes) durch Risse oder Bruchfugen eine bedenkliche Herabsetzung der Sicherheit gegenüber Grundbruch eintreten. Umgekehrt muß man eine vergrößerte Sicherheit gegenüber der Grenzbelastung vorsehen, wenn mit dem Auftreten von Rissen gerechnet werden muß. Schließlich darf man keine statisch bedingten Risse zulassen, sobald die Tragkraft des Untergrundes im Interesse einer wirtschaftlichen Gestaltung voll ausgenutzt werden soll.

Risse im Unterbeton lassen sich bekanntlich durch Eiseneinlagen verhindern oder überbrücken. Doch ist das Einlegen von Rundeisen meistens unwirtschaftlich und beim Stampfbeton ohnehin nicht angebracht. Sobald sich aus statischen Gründen erst

[1]) *Brennecke-Lohmeyer:* Der Grundbau. Bd. III, S. 31. Berlin 1934, Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn.

[2]) Vgl. neben [1]), S. 33, auch *H. Schütte:* Beitrag zur Berechnung von Grundwerksockeln. Bautechn. 10 (1932) S. 676 und *A. Miura:* Spannungskurven in rechteckigen und keilförmigen Trägern.

[3]) *A. Scheunert:* Wie sollen Stampfbetonfundamente berechnet werden? Baupl. u. Bautechn. und Zuschrift von *W. Tetzlaff* (1952) H. 9, S. 264.

[4]) „Hütte", 27. Aufl. Bd. III (1951) S. 924.

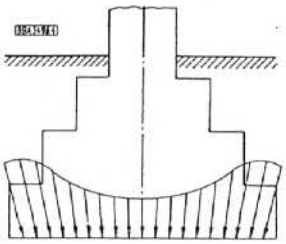


Bild 4. Sohldruckverteilung des unbeschädigten Fundamentes

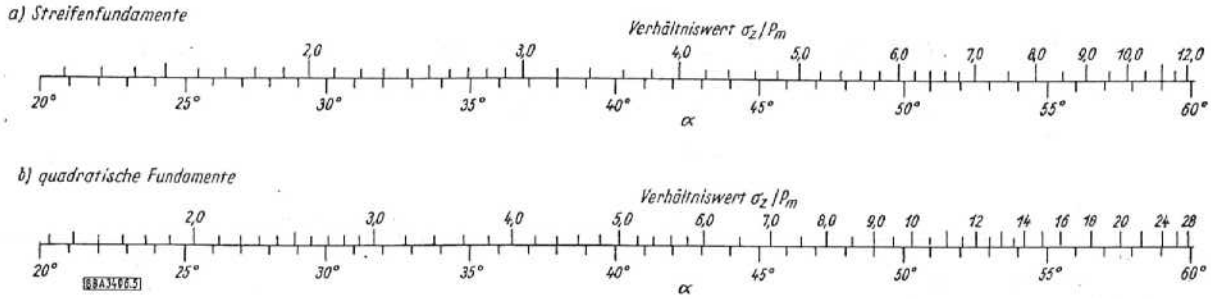


Bild 5. Größte Zugspannung σ_z in Abhängigkeit vom Sohldruck p_m und Ausbreitungswinkel α

einmal Risse bilden, haben die einzulegenden Rundeisen nicht nur die Zugkräfte im unteren Bereich, sondern auch die Schubkräfte größenteils aufzunehmen. Da ist es dann meistens wirtschaftlicher, die Fundamente zu vertiefen und ohne Eiseneinlagen auszukommen, ganz abgesehen davon, daß man heute aus verschiedenen Gründen bestrebt ist, Eisen einzusparen. Nur bei hochliegendem Grundwasser oder ähnlichen Ausnahmefällen kann eine Eisenbewehrung wirtschaftlich vorteilhaft sein; in solchen Fällen nähern wir uns aber schon den Stahlbetonflachgründungen, worauf wir hier nicht weiter eingehen wollen.

Hier sei vielmehr die Aufgabe behandelt, rissefreie Sockelfundamente zu gestalten, ohne daß zusätzliche Bewehrungseisen eingelegt werden müssen. Unter dieser Einschränkung darf dann offenbar die Zugbeanspruchung im unteren Fundamentbereich den zulässigen Wert nicht überschreiten. Ist diese Bedingung erfüllt, so ist gleichzeitig auch die Gewähr dafür gegeben – wie man nachweisen kann – daß die Schubbeanspruchung unterhalb der zulässigen Grenze bleibt.

Um die gestellte Aufgabe zu lösen, muß die größe Zugspannung σ_z berechnet werden. In Ergänzung und Berichtigung der von *Schütte*[2]) und *Miura*[2]) angegebenen Berechnungsweisen hat der Verfasser kürzlich die Aufgabe für sattelförmige Sohldruckverteilung behandelt und fertige Formeln für streifenförmige und quadratische Sockelfundamente erhalten. Die Ableitung dieser Formeln soll jedoch hier nicht ausgeführt werden, um nicht vom Thema abzulenken[5]). Es genügt, die fertigen Formeln hier anzugeben; sie lauten:

a) für Streifenfundamente:

$$\sigma_z/p_m = 2{,}2\ \mathrm{tg}\,\alpha + 2.4\ \mathrm{tg}^2\alpha + 0{,}05\ \mathrm{tg}^6\alpha \ldots \qquad (1)$$

b) für quadratische Fundamente:

$$\sigma_z/p_m = 2{,}2\ \mathrm{tg}\,\alpha + 4{,}2\ \mathrm{tg}^2\alpha + 0{,}4\ \mathrm{tg}^6\alpha \ldots \qquad (2)$$

In Bild 5 sind diese Formeln in Skalenform ausgewertet, so daß nur noch die Identität

$$\sigma_z \equiv \left(\frac{\sigma_z}{p_m}\right) \cdot p_m$$

herangezogen werden muß, um die größte Zugspannung σ_z zu erhalten[6]).

Zahlenbeispiel

$\alpha = 30°$; $\mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}5774$; $p_m = 2{,}6\ \mathrm{kg/cm^2}$. Aus Bild 5 liest man ab für diesen α-Wert: $\frac{\sigma_z}{p_m} = 2{,}072$ für Streifen bzw. $= 2{,}685$ für Quadrate.

Man erhält demnach:

a) für Streifenfundamente: $\sigma_z = 2{,}072 \cdot 2{,}6 \approx 5{,}4\ \mathrm{kg/cm^2}$;
b) für quadrat. Fundamente: $\sigma_z = 2{,}685 \cdot 2{,}6 \approx 7{,}0\ \mathrm{kg/cm^2}$.

Quadratische Einzelfundamente werden hiernach merklich stärker auf Zug beansprucht als Streifenfundamente, was auch schon aus dem Vergleich der Formeln (1) und (2) hervorgeht. Wird die verständliche Forderung gestellt, daß die Zugbeanspruchung in beiden Fällen gleich sein soll, so muß α bei quadratischen Fundamenten kleiner sein als bei Streifenfundamenten. Wird beispielsweise gefordert, daß die Zugspannung den Wert 5,0 kg/cm² nicht überschreiten soll, so ergibt sich $\sigma_z/p_m = 5{,}0/2{,}6 = 1{,}923$. Dieser Wert wird nach Bild 5 bei Streifenfundamenten für $\alpha = 28{,}7°$ erreicht und bei Quadratsockeln für $\alpha = 24{,}7°$.

Längere Rechteckfundamente werden hiernach an den Enden stärker auf Zug beansprucht als im mittleren Teil, weil im mittleren Teil ähnliche Verhältnisse vorliegen wie bei Streifenfundamenten, an den Enden dagegen ähnliche Verhältnisse wie bei quadratischen Fundamenten. Es kommt noch hinzu, daß an den Enden das Verhältnis des Sohldruckes zu p_m infolge der erhöhten Pressungen in der Nähe der Ränder und Ecken (räumliche sattelförmige Sohldruckverteilung) größer ist als im mittleren Teil. Nach durchgeführten genaueren Berechnungen kann man für die halbquadratisch gedachten Enden etwa mit $1{,}1 \ldots p_m$ rechnen, so daß für den mittleren Teil übrigbleibt:

$$\frac{1 - 1{,}1 \ldots b/a}{1 - b/a}\, p_m .$$

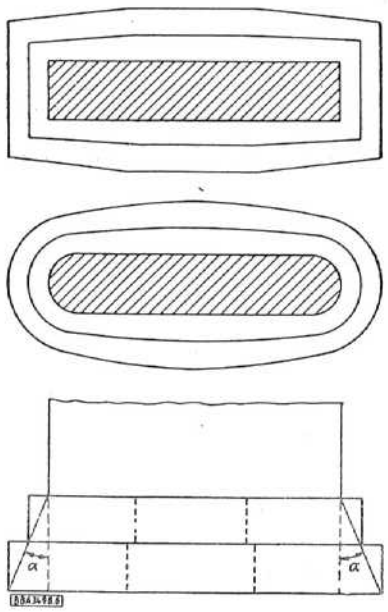


Bild 6. Fundamentgrundrisse bei Berücksichtigung der Sohldruckverteilung und der Zugfestigkeit des Betons

Wird für solche Rechteckfundamente ebenfalls eine überall gleiche Zugbeanspruchung gefordert, so muß α an den Enden kleiner gewählt werden als in der Mitte. Man gelangt damit zu den Grundrißformen nach Bild 6 für längliche Fundamente, wenn man den Ausbreitungswinkel α von einer Berandung gleicher Höhenlage aus ansetzt. Man kann aber auch den Rechteckgrundriß in der Gründungssohle beibehalten und von dort aus den unterschiedlichen Winkel α nach oben hin ansetzen. Dann erhält man einen Gründungskörper nach Bild 7, dessen Enden höher hinaufreichen als die Mitte. Will man aus naheliegenden Gründen die kurvenförmige Begrenzung eines abgestuften Rechteckfundamentes nach Bild 6

[5]) Baldige Veröffentlichung der Formelableitung ist geplant.
[6]) Formel (2) gilt unter der (günstigen) Annahme, daß diese für die ganze Breite eines lotrechten Schnittes gleichmäßig verteilt wirkt.

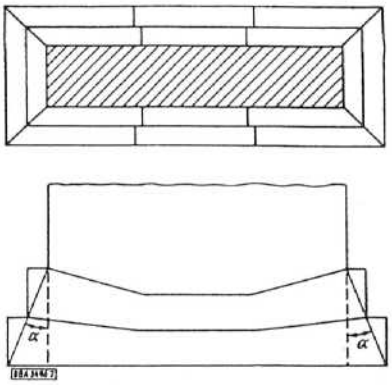


Bild 7. Veränderlichkeit der Sockelhöhe

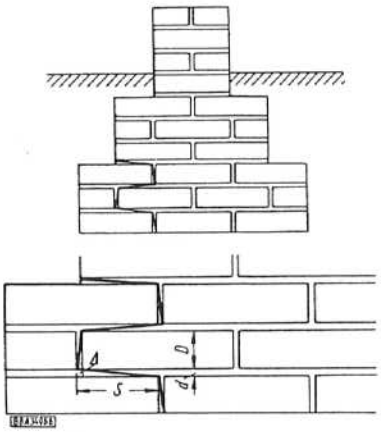


Bild 8. Verlauf der Bruchfuge in einem Mauerwerk-Sockelfundament

oder 7 vermeiden, so muß man α auf Grund der Beanspruchung an den Enden festlegen, in der Mitte also überbemessen.

Nach dem vorgerechneten Zahlenbeispiel ist selbst für mäßige Baugrundbelastungen ein Ausbreitungswinkel α von 30° kaum noch zulässig, besonders nicht bei Einzelfundamenten[7]), soweit diese aus *Stampfbeton* hergestellt werden. Auf jeden Fall sollte man Stampfbetonfundamente größerer Abmessungen so gestalten: daß die zulässige Beanspruchung auf Zug – z. B. $^1/_{40}$ der Druckfestigkeit – nicht überschritten wird. Allerdings ist die zulässige Zugspannung von Stampfbeton wohl noch kaum ausreichend genug erforscht, so daß man nach dieser Richtung hin systematisch weitere Versuche durchführen sollte, vielleicht auch Versuche mit Sockelfundamenten, die bis zum Bruch des Fundamentes (nicht des Untergrundes) durchgeführt werden.

Bei Fundamenten aus Ziegelmauerwerk liegen die Verhältnisse wegen der Verzahnung der einzelnen Schichten wesentlich günstiger. Zwar wird die Zugspannung im Bereich der Sohle ebenfalls die Werte nach (1) oder (2) erreichen, jedoch darf die zulässige Zugbeanspruchung wegen des Schichtverbandes merklich höher angesetzt werden als bei Fundamenten aus Stampfbeton. Dies läßt sich theoretisch wie folgt begründen.

Die Zugfestigkeit guter Ziegel[8]) liegt meist so hoch, daß für das Zerreißen von Mauerwerk der in Bild 8 angedeutete Verzahnungsbruch in Betracht kommt. Dabei wird an den Stirnseiten der Ziegel die Zugfestigkeit des Mörtels σ'_z überwunden, während in den dazwischenliegenden Fugenstrecken der Gleitwiderstand des Mörtels wirksam wird. Dieser Gleitwiderstand besteht wiederum aus den beiden Anteilen der Festigkeit (Kohäsion) k und der inneren Reibung. Mit tg ϱ als Beiwert der inneren Reibung (ϱ = Reibungswinkel) erhalten wir bekanntlich für den Gleitwiderstand je Flächeneinheit:

$$\tau = k + \operatorname{tg} \varrho \cdot \nu$$

mit ν als Normalpressung je Flächeneinheit. An Hand von Bild 8 übersieht man leicht, daß die ungünstigsten Fugengleitflächen nicht waagerecht verlaufen, sondern unter dem kleinen Winkel Δ geneigt sind mit $\operatorname{tg}\Delta = d/s$. Infolgedessen ist für die waagerechte Teilkraft des Gleitwiderstandes längs der Fugenstrecke s anzuschreiben (mit p als lotrechter Belastung nach Bild 8):

$$T = k \cdot s + p \cdot s \cdot \operatorname{tg}(\varrho - \Delta).$$

Die Zugfestigkeit an den Stirnseiten der Ziegel wird wahrscheinlich nicht den vollen Wert der Mörtelzugfestigkeit σ'_z erreichen, sondern den abgeminderten Wert $\alpha \cdot \sigma'_z$ mit $\alpha < 1{,}0$. Im ganzen erhalten wir damit für die größte Zugkraft Z einer Ziegelschicht (von der Breite 1,0 winkelrecht zur Bildebene):

$$Z = \alpha \cdot \sigma'_z \cdot D \cdot 1{,}0 + T = \alpha \cdot \sigma'_z \cdot D + k \cdot s + p \cdot s \cdot \operatorname{tg}(\varrho - \Delta).$$

Da diese Zugkraft für die Querschnittsfläche $(D + d) \cdot 1{,}0$ der Mauer gilt, erhalten wir als mittlere Zugfestigkeit σ_z des Mauerwerks:

$$\sigma_z = \frac{Z}{(D+d)\,1{,}0} = \frac{D}{D+d} \cdot \alpha\,\sigma'_z + \frac{s}{D+d}\left[k + p \operatorname{tg}(\varrho - \Delta)\right]$$

In dieser Formel können wir umformen:

$$\operatorname{tg}(\varrho - \Delta) = \frac{\operatorname{tg}\varrho - \operatorname{tg}\Delta}{1 + \operatorname{tg}\varrho \cdot \operatorname{tg}\Delta} = \frac{\operatorname{tg}\varrho - d/s}{1 + \operatorname{tg}\varrho \cdot d/s} = \frac{s \cdot \operatorname{tg}\varrho - d}{s + d \operatorname{tg}\varrho},$$

so daß wir erhalten:

$$\sigma_z = \alpha \frac{D}{D+d}\sigma'_z + \frac{s}{D+d}\left[k + \frac{s \operatorname{tg}\varrho - d}{s + d \operatorname{tg}\varrho} \cdot p\right] \quad \ldots (3)$$

Es ist zweckmäßig, diese Formel noch weiter umzuformen, insbesondere k und tg ϱ durch die Mörtelfestigkeit σ'_z und die Mörteldruckfestigkeit σ'_d auszudrücken. Aus der Mohrschen Darstellung nach Bild 9 können wir zunächst ablesen:

$$\sin \varrho = \frac{\sigma'_d/2 - \sigma'_z/2}{\sigma'_d/2 + \sigma'_z/2} = \frac{\sigma'_d - \sigma'_z}{\sigma'_d + \sigma'_z}, \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

(Schluß auf Seite 233)

[7]) Hierauf hat *Scheunert* schon hingewiesen, vgl. Fußnote [2]).

[8]) Bei rohen Biegeversuchen fand der Verfasser für Kalksandsteine eine Biegezugfestigkeit von rd. 25 kg/cm² und für Hartbrandziegel eine solche von 50 kg/cm².

Fortsetzung von Seite 196

woraus folgt:

$$\operatorname{tg}\varrho = \frac{\sin\varrho}{\sqrt{1-\sin^2\varrho}} = \frac{\sigma'_d - \sigma'_z}{2\sqrt{\sigma'_d\,\sigma'_z}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Andererseits kann aus Bild 9 abgelesen werden:

$$\frac{k - \frac{\sigma'_z}{2}\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varrho}}{\sigma'_z/2} = \frac{\sigma'_d/2\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varrho} - k}{\sigma'_z/2},$$

woraus zunächst nach kurzer Zwischenrechnung folgt:

$$k = \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varrho}\cdot\frac{\sigma'_d\,\sigma'_z}{\sigma'_d+\sigma'_z} = \frac{1}{\cos\varrho}\cdot\frac{\sigma'_d\,\sigma'_z}{\sigma'_d+\sigma'_z}\,.$$

$\cos\varrho$ wird mit Hilfe von (4) und (5) berechnet zu:

$$\cos\varrho = \frac{\sin\varrho}{\operatorname{tg}\varrho} = \frac{2\sqrt{\sigma'_d\,\sigma'_z}}{\sigma'_d+\sigma'_z}$$

Die Einsetzung dieses Wertes liefert schließlich die bekannte Formel:

$$k = \tfrac{1}{2}\sqrt{\sigma'_d\cdot\sigma'_z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Jetzt können wir (5) und (6) einsetzen und erhalten auf diese Weise

$$\sigma_z = \alpha\,\frac{D}{D+d}\,\sigma'_z + \frac{s}{D+d}\left[\tfrac{1}{2}\sqrt{\sigma'_d\,\sigma'_z} + \frac{s\,(\sigma'_d-\sigma'_z) - 2\,d\sqrt{\sigma'_d\,\sigma'_z}}{2\,s\sqrt{\sigma'_d\,\sigma'_z} + d\,(\sigma'_d-\sigma'_z)}\cdot p\right] \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Führen wir noch das Verhältnis der Zug- und Druckfestigkeit des Mörtels ein

$$\varphi = \sigma'_z/\sigma'_d$$

so erhalten wir (7) bzw. (3) in der gewünschten, auf σ'_z bezogenen Form:

$$\sigma_z = \left(\alpha\,D + \frac{s}{2\sqrt{\varphi}}\right)\frac{\sigma'_z}{D+d} + \frac{s}{D+d}\cdot\frac{(1-\varphi)\sqrt{\varphi}\cdot s - 2\,\varphi\cdot d}{(1-\varphi)\sqrt{\varphi}\cdot d + 2\,\varphi\cdot s}\cdot p \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Zahlenmäßig erhält man hiernach für $\alpha = 0{,}7$ und $\varphi = 1/10$:

$$\sigma_z = (0{,}7\,D + 1{,}581\,s)\,\frac{\sigma'_z}{D+d}$$

$$+ \frac{s}{D+d} \cdot \frac{0{,}2846\, s - 0{,}2\, d}{0{,}2846\, d + 0{,}2\, s} \cdot p \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

und für die bisherigen Normalziegel 25 · 12 · 6,5 cm

a) für Längsreihen mit $d = 1{,}2$ cm, $D = 6{,}5$ cm und $s = 12$ cm:

$$\sigma_z = (0{,}7 \cdot 6{,}5 + 1{,}581 \cdot 12) \cdot \frac{\sigma'_z}{6{,}5 + 1{,}2}$$

$$+ \frac{12}{6{,}5 + 1{,}2} \cdot \frac{0{,}2846 \cdot 12 - 0{,}2 \cdot 1{,}2}{0{,}2846 \cdot 1{,}2 + 0{,}2 \cdot 12} \cdot p$$

$$= 3{,}05\, \sigma'_z + 1{,}80\, p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9a)$$

b) für Querreihen mit $d = 1{,}2$ cm, $D = 6{,}5$ cm und $s = 5{,}5$ cm:

$$\sigma_z = 0{,}7 \cdot 6{,}5 + 1{,}581 \cdot 5{,}5) \frac{\sigma'_z}{7{,}7}$$

$$+ \frac{5{,}5}{7{,}7} \cdot \frac{0{,}2846 \cdot 5{,}5 - 0{,}2 \cdot 1{,}2}{0{,}2846 \cdot 1{,}2 + 0{,}2 \cdot 5{,}5} \cdot p = 1{,}72\, \sigma'_z + 0{,}66\, p \quad .. \quad (9b)$$

Die Überdeckungslänge s der Ziegel ist hiernach von großem Einfluß auf das Ergebnis, wie im Hinblick auf Bild 8 auch von vornherein zu erwarten war. Für Streifenfundamente können die Längsreihen quer zur Fundamentrichtung vermauert werden, wodurch der größere Wert nach (9 a) ausgenutzt werden kann. Für quadratische Fundamente dagegen folgen abwechselnd Längs- und Querreihen, so daß in diesem Falle nur der Mittelwert von (9 a) und (9 b), also

$$\sigma_z \approx 2{,}38 \cdot \sigma'_z + 1{,}23 \cdot p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9c)$$

angesetzt werden darf. Immerhin zeigen die Zahlenrechnungen, daß die Zugfestigkeit σ_z des Mauerwerks im Durchschnitt etwa das dreifache der Mörtelzugfestigkeit beträgt, wodurch die Überlegenheit gemauerter Fundamente auch rechnerisch nachgewiesen ist. Selbst für Mörtel ohne Festigkeit ($\sigma'_z = 0$) ist infolge der Auflast p und der inneren Reibung noch eine geringe Zugfestigkeit des Mauerwerks vorhanden.

Es liegt nahe, diesen Vorteil gemauerter Fundamente auch für Stampfbetonfundamente auszunutzen, indem die untere Zugzone durch Mauerung in verlängerten Zementmörtel überbrückt wird, so wie es in Bild 10 dargestellt ist. Wenn dann beispielsweise die zulässige Mörtelzugspannung auch nur 5,0 kg/cm² beträgt, so könnte man aber nach unserer Rechnung für die gemauerten Schichten etwa den dreifachen Wert, also 15 kg/cm², zulassen und gelangt damit zu tg-a-Werten, die meist in der Nähe von 1,0 liegen. Auf diese Weise erhält man breitere Fundamente als gewöhnlich und kann sich infolgedessen mit geringerer Gründungstiefe begnügen, was Einsparungen an Erdaushub und Baumaterial, auch bei der Wasserhaltung, mit sich bringen kann.

Von der Spannungsberechnung her kann man übersehen, daß es in den meisten Fällen genügt, wenn die Höhe der Mauerung etwa $^1/_4$ der Gesamthöhe des Fundamentes beträgt. Nur bei kleineren Fundamenten, bei denen der Einfluß schwacher Stellen, nämlich der lotrechten Fugen in der untersten Ziegelschicht stärker

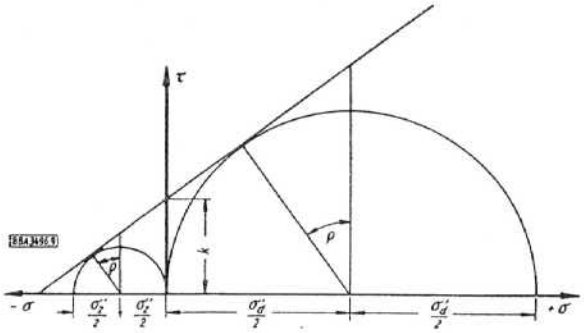


Bild 9. Darstellung der Spannungen nach *Mohr*

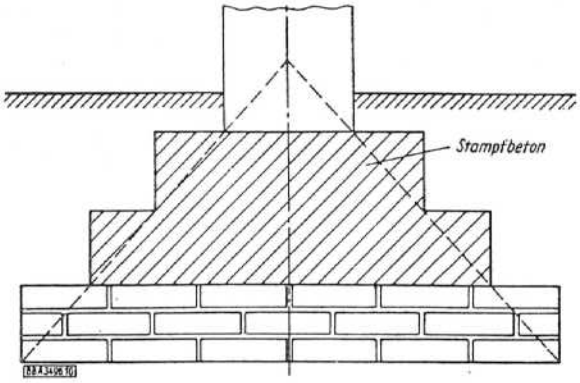


Bild 10. Schichtmauerwerk in der Zugzone eines Sockelfundamentes

in Erscheinung tritt, sollte man mit der Mauerung bis auf $^1/_3$ der Fundamenthöhe und mehr hinaufgehen. Wichtig ist vor allem, daß die bei der Bemessung vorausgesetzte Zugfestigkeit des Fugenmörtels auch wirklich vorhanden ist, und daß auch die Ziegel ausreichend zugfest sind. Ist σ''_z die mittlere Zugfestigkeit der Ziegel, so ist nach unseren bisherigen Berechnungen die Bedingung zu stellen:

$$\sigma''_z \cdot D + \sigma'_z \cdot d > \sigma_z (D + d)$$

oder

$$\sigma''_z > \sigma_z (1 + d/D) - \sigma'_z\, d/D \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Wird in dieser Formel $\sigma'_z \approx \frac{1}{3} \sigma_z$ gesetzt, so erhält man für das bisherige Normalformat die Bedingung:

$$\sigma''_z > 1{,}13\, \sigma_z,$$

d. h. die Zugfestigkeit der Ziegel muß mindestens noch um 13% größer sein als die errechnete Zugfestigkeit des Mauerwerks. Rechnen wir wie vor etwa mit $\sigma_z = 15$ kg/cm², und setzen gegenüber den Mittelwerten von σ_z eine dreifache Sicherheit an, so müßte in diesem Falle also sein:

$$\text{mittel } \sigma''_z \gtrsim 1{,}13 \cdot 3{,}0 \cdot 15 = 51 \text{ kg/cm}^2,$$

welche Bedingungen von gewöhnlichen Hartbrandziegeln erfüllt werden dürfte. Angesichts der bisher noch viel zu spärlichen Prüfergebnisse erscheint es dem Verfasser aber vorerst notwendig, die Zugfestigkeit der Ziegel vor ihrer Verwendung durch einfache Biegeversuche zu prüfen, und es wäre außerdem wünschenswert, wenn auch die abgeleiteten Formeln für die Zugfestigkeit von Mauerwerk bzw. die Beanspruchung von Sockelfundamenten einmal durch Versuche in natürlicher Größe nachgeprüft würden.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß abgestufte Stampfbetonfundamente in ihrer mangelhaften Zugfestigkeit einen schwachen Punkt besitzen, der durch gutes Mauerwerk im unteren Drittel der Fundamente vorteilhaft überbrückt wird. Ohne solche „Armierung durch Schichtmauerwerk" können deshalb bei Sockelfundamenten aus Stampfbeton nur geringe Ausbreitungswinkel α (etwa tg $\alpha = 0{,}5$) zugelassen werden (wie solche aus Bild 5 folgen), falls die Tragfähigkeit des Baugrundes im Sinne einer wirtschaftlichen Gestaltung der Fundamente voll ausgenutzt wird. Ersetzt man dagegen die Zugzone der Betonfundamente aus gutem Schichtmauerwerk, so können wegen der Verzahnung des Mauerwerks wesentlich höhere Zugspannungen aufgenommen werden [vgl. Gl. (9)], so daß werklich größere Ausbreitungswinkel α (tg α etwa bis 1,0) noch zulässig werden und an Gründungstiefe eingespart werden kann. Im Einzelfalle kann die Bemessung der Fundamente durch Bild 5 und die Formeln (9) erfolgen, wodurch das Auftreten tragkraftmindernder Zugrisse vermieden und die zulässige Beanspruchung voll ausgenutzt werden kann. BBA 3496

STRASSEN- UND TIEFBAU

Straßenbau und Straßenbaustoffe

ZEITSCHRIFT FÜR STRASSENBAUTECHNIK • STRASSENVERKEHR • KUNSTBAUTEN UND ABDICHTUNGEN

5. JAHRGANG 1951 HERAUSGEBER: PROF. DR. ING. B. RENFERT · AACHEN

VERLAG: STRASSENBAU, CHEMIE UND TECHNIK VERLAGSGESELLSCHAFT M.B.H., (17a) HEIDELBERG •

Bibliothek Techn. Hochschule Karlsruhe

INHALTSVERZEICHNIS

(O = Originalarbeit, R = Referat, TM = Technische Mitteilungen, P = Persönliches)

AUFSÄTZE:

Adamek, R.: Erste Nachkriegsstatistik über Straßenbauausgaben . . . . . (O) 32
Albrecht: Die Verhütung von Erosionsschäden an besonders gefährdeten Gebirgswegen . . . . . (O) 55
Beratungsstelle der Zementindustrie . . . . . (P) 270
Becker, Dr. Walter —, 50 Jahre . . (P) 101
—, Der IX. Internationale Straßenkongreß in Lissabon . . . . (O) Beilage Heft 10/51
—, Straßen, Flugplatz- und Brückenbauten in Portugal . . . . . (O) 301
Breyer, H.: Zur Verkehrssicherheit und zur Einschränkung der Verkehrsgeschwindigkeit auf den Landstraßen . . . . . (O) 175
Dauer, Heinrich, 80 Jahre . . . . . (P) 271
Feuchtinger, Max-Erich: Verkehrsbilanz einer Umgehungsstraße . . (O) 25
Fischer, Wilhelm —, 50jähriges Dienstjubiläum . . . . . (P) 289
Garbotz, Georg, 60. Geburtstag . (P) 166
Grimm: Zur Frage der Übergangsbögen im Straßenbau . . . . . (O) 264
—, Ausführung eines großen Moorsprengverfahrens beim Bau der Autostraße Washington—Annapolis . . . . . (O) 91
Gutberlet, Friedrich: Ausführung eines großen Moorsprengverfahrens beim Bau der Autostraße Washington—Annapolis . . . . . (O) 91
—, Die Bodenverdichtung . . . . . (O) 306
—, Die deutschen Autobahnen im Lichte englischer Kritik und die sich daraus für den deutschen Autobahnbauer ergebenden Folgerungen . . . . . (O) 3
Häussler, W.: Rechentafel für Transportplanungen im Straßenbau . . (O) 257
Haller: Die New Jersey und Pennsylvania Turnpike . . . . . (O) 335
Haspel, Wilhelm, Dr.-Ing. e. h. und Ehrendoktor . . . . . (P) 21
Heimbüchel, H.: Beton-Vibrations-Maschine für Platten und Balken (O) 43
—, Zeichnerische Massenermittlung bei veränderlicher Böschungsneigung (O) 98
Heinrich, Fr. J.: Borgward-Kraftfahrzeuge . . . . . (O) 240, 340
Heise, Carl —, 60 Jahre . . . . . (P) 289
Heppe, Leopold —, 75 Jahre . . . . (P) 242
H. W. Neues über altbewährte Mörtel- und Betondichtungsmittel . . . . (TM) 305
Jacobs, Walter —, 65 Jahre . . . . (P) 242
Karsten, Rudolf: Gefügeuntersuchungen an Luftporenbeton . . . . . (O) 195
Kasper, H.: Bauen wir unstete Übergangsbögen? . . . . . (O) 73
Kayser, J.: Gegenwartsfragen des Straßenbaues . . . . . (O) 203
—, Motorisierte Arbeitskolonnen im Unterhaltungsbetrieb auf Landstraßen (O) 169
Keil, K.: Die feinkörnigen Lockergesteine als Dammbaustoffe des Straßenbaues . . . . . (O) 326
—, Qualitätsarbeit im Erd- und Hydroerdbau . . . . . (O) 95, 112
Kittelberger, Paul: Mörtelrauhüberzug, die verbesserte Oberflächenbehandlung . . . . . (O) 94
—, Plastischer Allbest-Beton im Straßen- und Tiefbau . . . . . (O) 249
—, Plastischer Zementbeton im Straßenbau . . . . . (O) 78
Klemp, Hans C. —, 25jähriges Dienstjubiläum . . . . . (P) 199
Kother, Hans: Der Einfluß der Fahrbahn auf den Leistungsbedarf der Kraftfahrzeuge . . . . . (O) 86
Krah: Neuere Erfahrungen mit Adheritbeton-Fahrbahnbefestigungen . (O) 76
Krieger, Hermann: Zeitstudien — kleinere Störungen und längere Unterbrechungen beim Einsatz gleisloser Erdbaugeräte . . . . . (O) 129
Kropp, Joh.: Ausbildung von Fugen an Betonfahrbahndecken . . . . . (O) 282
Levsen, Paul: Berechnung des Einheitspreises für Straßenunterhaltungsarbeiten . . . . . (O) 16
—, Nachkalkulation der Bauleistungen (O) 338
—, Vorschläge zum Ausbau des ländlichen Straßennetzes . . . . . (O) 13
—, Wie bestimme ich die voraussichtlichen Kosten eines Bauwerks? . . (O) 114
Lorenz, H.: Optische Führung . . (O) 276
Mallison, Prof. Dr. H. —, 65 Jahre (P) 315
—, Achtung! Frisch gestrichen! . . . (O) 275
—, (siehe Tarrant) Die Oberflächenteerung von heute . . . . . (R) 85
Martin, O.: Asphaltplatten — ein Fußbodenbelag für alle Zwecke . . . . (O) 183
—, Naturasphaltmastix im Wasserbau (O) 65
—, Wirksamer Bautenschutz mit Naturasphaltmastix . . . . . (O) 141
Mersch, Gerhard, 50 Jahre in der Asphaltbranche . . . . . (P) 242
Moersch, Emil —, † . . . . . (P) 19
Mühlmann: Die Aufgaben des Stadtstraßenbaues in der Nachkriegszeit (O) 177
Müller, Heinz E.: Deckenschäden durch Teerverbrennungen . . . . . (O) 228
—, Der Luftbeton, ein hochwertiger Baustoff im amerikanischen Straßenbau . . . . . (O) 137
—, Eine neue Leuchtsäule in Darmstadt . . . . . (O) 339
Nacke, Wilhelm —, 40jähriges Dienstjubiläum . . . . . (P) 289
Neumann, Prof. Dr.-Ing. e. h. Erwin —, 70 Jahre . . . . . (P) 244
—, Die Ausbildung von Trennstreifen bei Straßen verschiedener Verkehrsbedeutung . . . . . (O) 296, 323
—, Eine Studie über die Wirksamkeit von Geräten für die Bodenverdichtung (O) 127
Neumann, H.: Straßenbau mit Naturasphalt . . . . . (O) 217
Nüssel, Hans: Der Wiederaufbau des griechischen Straßennetzes . . . . (R) 59
Oberbach, J.: Aktuelle Probleme des Straßenbaues, insbesondere Stadtstraßen betreffend, unter Berücksichtigung von Besichtigungen im Ausland (O) 222, 252
Ohde, Joh.: Zur Gestaltung und Berechnung von Pfahlrosten (O) 259, 311, 329
Polensky, Fritz —, 75 Jahre . . (P) 45
Rappaport, P.: Verkehrserlebnisse bei einer Deutschlandreise . . . . (O) 299
Raschig, Kurt: Straßendecken nach der Compomac-Bauweise . . . (O) 153, 189
Rathsmann, Erich: Amerikanischer hydraulischer Autobagger und -lader (O) 10
—, Amerikanische Randstein-, Rinnstein- und Gehsteig-Betonier- und Verlegungsmaschine . . . . . (O) 41
—, Aus dem Lieferprogramm der Klein, Schanzlin & Becker A.-G., Frankenthal/Pf. . . . . (O) 239
—, Betonmischanlagen der T. L. Smith Company, Milwaukee/USA . . . . . (O) 286
—, 50 Jahre Menck-Löffelbagger . . . (O) 332
—, Gummibereifter amerikanischer Grabenbagger . . . . . (O) 287
—, Gummibereifte Muldenkipper . . (O) 42
—, Neue Baumaschinen und -geräte auf der Technischen Messe Hannover 1951 (O) 158, 180, 214
—, Neues Bauprogramm für Universal-Raupenbandbagger der Orenstein-Koppel und Lübecker Maschinenbau A.-G. . . . . (O) 332
—, Raupenfahrbare Lademaschinen für den Erd- und Straßenbau . . . . . (O) 40
—, Scheuerle-Tiefladewagen . . . . . (O) 251
—, Schmutzwasser- und Dickstoff-Kreiselpumpen . . . . . (O) 234
—, Wünsche der Bauindustrie an die Baumaschinenindustrie für 1951 . . (O) 34
Reinhart, F. (Rick, Anton W.): Felsquarzite und Quarzsand für Silikasteine . . . . . (R) 139)
Renfert, B.: Ausstellung von Straßenbaumaschinen der Maschinenfabrik Ed. Linnhoff in Northeim . . . . (O) 163
—, Betonstraßenbereisung in Süddeutschland am 16. und 17. Mai 1951 (O) 171
—, Die wirtschaftliche Bedeutung der Compomac-Bindemittel . . . . . (O) 105
—, Jahresversammlung der Deutschen Akademie für Städtebau und Landesplanung am 5., 6. und 7. Juli 1951 in Hannover . . . . . (O) 209
—, Luftporenbeton mit Frioplast . . (O) 68
—, Straßenbautagung der Forschungsgesellschaft für das Straßenwesen vom 6. bis 9. September 1951 in München (O) 273
Rick, Anton W.: Einfluß des Rütteins auf die Hydration von Zement . (TM) 118
—, (s. Schofield): Naturasphaltarbeiten im Hochbau in England mit besonderer Berücksichtigung ihrer handwerklichen Ausführung . . . . . (R) 221
Riedig, F.: Ausrüstungen für Steinbrüche, Sand- und Kiesgruben (O) 148, 194, 232
—, Diesel-Straßenwalzen . . . . . (O) 269
—, Elektro-Werkzeuge für Bauarbeiten (O) 36
—, Lademaschinen für grobstückige Massengüter . . . . . (O) 11
Schäfer, Joseph: Die Straßenbefestigungen der Stadt Berlin . . . . . (O) 256
Schaible: Einflüsse von Untergrund und Unterbau auf bituminöse Decken . . . . . (O) 293
Scharlibbe, O.: Die Wiederherstellung der Siegbrücke bei Menden (Siegkreis) . . . . . (O) 62
Schlums, Johannes: Ein Verfahren zur Erdmassenermittlung bei veränderlicher Böschungsform . . . . . (O) 207
Schmitz, H.: Die Aufbereitung von hohlraumarmen, bituminösen Deckenmischungen . . . . . (O) 69
—, Die Compomac-Bauweise im Vergleich zu Schwarzdecken, die im Heißeinbau hergestellt werden . . . . . (O) 215
Schofield, W. J. (Rick, Anton W.): Naturasphaltarbeiten im Hochbau in England, mit besonderer Berücksichtigung ihrer handwerklichen Ausführung . . . . . (R) 221
Schürmann, Werner: Ein Plan für ein Netz neuer Verkehrsstraßen im Bonner Raum . . . . . (O) 321

Zur Gestaltung und Berechnung von Pfahlrosten

Von Ing. JOH. OHDE, Berlin

1. Allgemeines über Gestaltung und Durchbildung

Pfahlroste sollen bekanntlich die Bauwerkslasten auf den tieferen tragfähigen Untergrund übertragen. Zur Erfüllung dieser Aufgabe müssen die Pfähle genügend tief eingebracht und räumlich so angeordnet werden, daß eine gute Verteilung der Pfahllasten im Untergrund erreicht wird und die Pfähle selbst nicht überbeansprucht werden.

Einige **Beispiele** mögen dies veranschaulichen. Bei Pfahlgründungen für kleinere Gebäude werden die Pfähle oft lotrecht in geringem Abstande eingeschlagen (Abb. 1a).

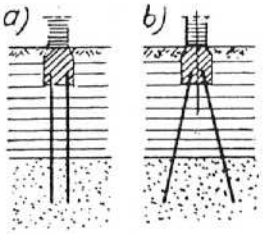


Abb. 1. Pfahlroste für kleine Fundamente

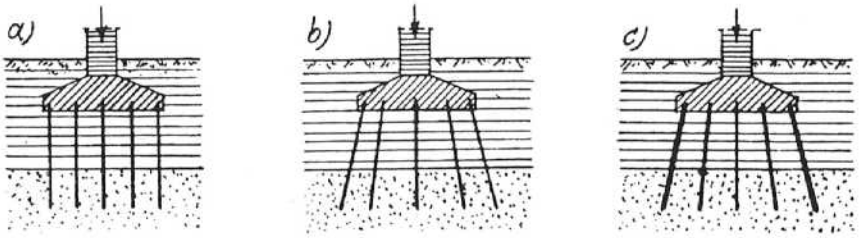


Abb. 2. Unterschiedliche Pfahlrost-Ausbildung (lotrechte Lasten)

Dies mag arbeitstechnisch vorteilhaft sein, grundbaumechanisch ist jedoch eine etwas gespreitzte Anordnung der Pfähle nach Abb. 1b als die bessere Lösung zu betrachten. Denn bei nahe nebeneinander stehenden Pfählen summieren sich die Setzungen und der Untergrund wird örtlich stärker belastet als bei Pfählen mit größerem Abstand. Auch hat die Spreizung der Pfähle den Vorteil, daß eine gewisse Bockwirkung entsteht, wodurch der Pfahlrost gegenüber waagerechten Kräften widerstandsfähiger wird. — Bei breiten Pfahlrosten kommt hinzu, daß die Verteilung der Pfahlkräfte vom Verlauf der Setzungsmulde abhängig ist. Eine gleichmäßige Verteilung der Pfähle im Grundriß (Abb. 2a) ist in diesem Falle nicht ratsam, weil dann die Randpfähle wegen der dort geringeren Setzungsneigung stärker belastet würden. Eine gleichmäßige Belastung der Pfähle wird dagegen erreicht, wenn die Pfähle am Rande enger angeordnet werden als in der Mitte und womöglich auch noch eine gewisse Neigung erhalten (Abb. 2b), oder — bei gleichmäßigem Pfahlabstand — wenn im mittleren Bereich Pfähle mit schwächerem Querschnitt gewählt werden (Abb. 2c).

Die **Aufnahme waagerechter Kräfte** (z. B. Erddruck bei Uferbauwerken) ist bekanntlich in verschiedener Weise möglich. Z. B. kann man nach Abb. 3a den auf Druck beanspruchten Pfählen eine solche Neigung geben, daß die Summe der waagerechten Teilkräfte der Pfahlkräfte gleich oder größer ist als der aktive Erddruck. Eine solche Lösung erfordert allerdings eine ausreichende Auflast, d. h. bei gegebenen Höhenverhältnissen eine hinreichende wirksame Breite b des Pfahlrostes: $G \cdot \mathrm{tg}\,\alpha = \gamma\, b\, h\, \mathrm{tg}\,\alpha > E_{a_w}$, wenn E_{a_w} den auf den oberen Teil des Pfahlrostes entfallenden waagerechten Erddruck bedeutet (geschraffte Fläche in Abb. 3) und γh die lotrechte Einheitslast der Mauer in t/m² angibt (ohne Auflast). — Stehen eine ausreichende Auflast oder eine größere Breite nicht zur Verfügung, so müssen entweder soviel Zugpfähle bzw. Pfahlböcke angeordnet werden, daß die waagerechten Kräfte mit Sicherheit aufgenommen werden (Abb. 3b), oder es müssen erdseitig **Anker** angeordnet werden nach Art der Spundwand-Verankerungen, wobei die Anker an Pfahlböcken (Abb. 3c) ihren Halt finden. Die Verwendung zusätzlicher Anker wird aber in den meisten Fällen als Behelfslösung anzusehen sein, weil der Pfahlrost selber so gestaltet werden kann (z. B. nach Abb. 3a oder 3b), daß er die vorhandenen waagerechten Kräfte aufnimmt. Darüber hinaus wird der wirtschaftliche Vergleich im Einzelfalle den Ausschlag geben.

Eine besondere Erwähnung verdient in diesem Zusammenhang die statisch günstige Wirkung der **überkragenden** Pfahlrostplatte. Durch eine gewisse **Überkragung** wird neben der Momenten-Verringerung für die Rostplatte nicht nur die meistens erwünschte Vermehrung der lotrechten Belastung erreicht (vgl. Abb. 3a), sondern auch eine Verringerung des aktiven Erddruckes durch Abschirmung (Abb. 4a)[1].

Eine **vermehrte** Abschirmung und Verringerung des Erddruckes kann durch Anordnung einer Verlängerungsplatte nach Abb. 4b erfolgen, wie sie der Verfasser für die Verstärkung der Kaimauer eines Ostseehafens 1942 vorgeschlagen hat. Abb. 4c zeigt eine weitere Abwandlung dieses Vorschlages. Die konsequente Weiterverfolgung dieses Gedankens führt schließlich zu der oft angewandten Bauweise der überbauten Böschung (Abb. 4d). Bei dieser einfachen Bauweise wirkt sich die Ableitung des hinteren Erddruckes durch die Böschung vorteilhaft aus; nachteilig dürfte aber das geringe Gewicht der tragenden Teile sein, wodurch die Schiffsstöße unmittelbar wirksam werden ohne Abschwächung durch die Trägheit größerer Massen.

Bei der Gestaltung und Berechnung normaler Uferbauwerke (Abb. 3) wird oft noch zu wenig beachtet, daß der Erddruck die Pfähle auch auf **Biegung** belastet, besonders die hinteren Zugpfähle nach Abb. 3b. Von diesem Gesichtspunkte aus erscheint die Lösung nach Abb. 3a besser als die Bauweise nach Abb. 3b; allenfalls kann man beide Bauweisen kombinieren (Abb. 5), wobei die hinterste Zugpfahlreihe dann soweit nach vorn gelegt werden kann, daß der erwähnte Nachteil der Lösung nach Abb. 3b verschwindet. Auf die ungefähre Ermittlung der Biegebelastung der Pfähle wird in einem besonderen Aufsatz eingegangen werden.

Schließlich sei noch erwähnt, daß die Druckpfahlreihen unten nicht zu eng zusammenlaufen dürfen, damit der Bau-

[1]) Die in Abb. 4a dargestellte Ea-Verteilungsfläche wird in der Aufsatzreihe des Verfassers über Erddrucklehre in der Zeitschrift „Die Bautechnik" nachgewiesen werden.

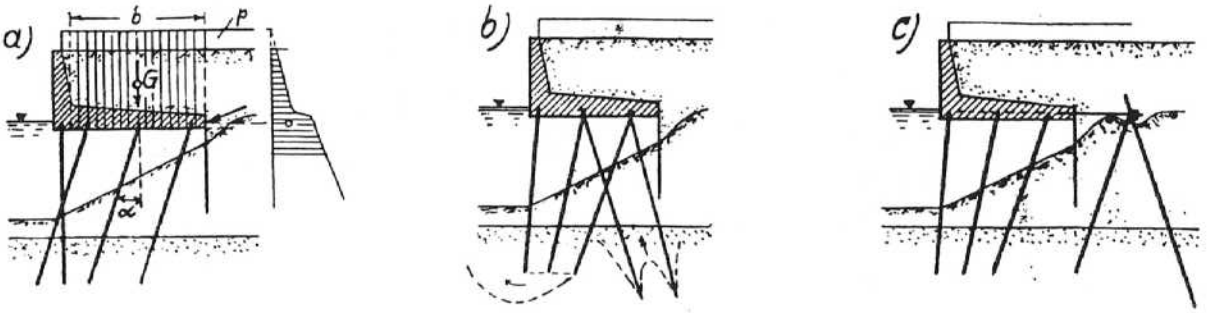


Abb. 3. Pfahlrost-Ufermauern (lotrechte und waagerechte Lasten)

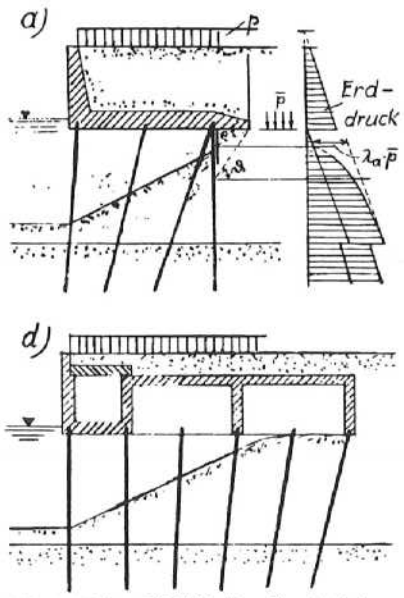


Abb. 4. Einige Möglichkeiten für die Erddruck-Entlastung bei Ufermauern

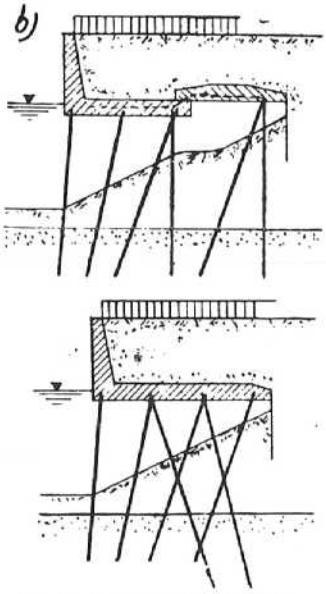


Abb. 5. Kombinierte Bauweise (Abb. 3a, 3b)

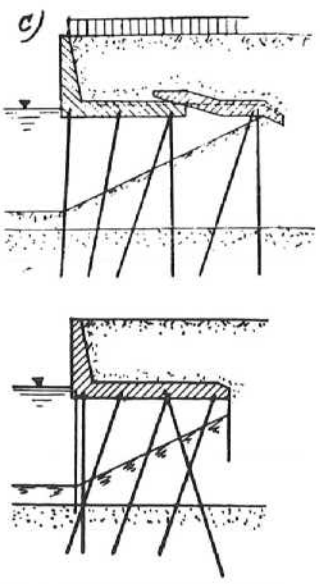


Abb. 6. Kurze Vorderspundwand

grund nicht überbeansprucht wird und die Gefahr des Grundbruches entsteht (in Abb. 3b angedeutet). Ähnliches gilt für die Zugpfahlreihen.

Die vorstehend erwähnten Gesichtspunkte dürften dem erfahrenen Entwurfsbearbeiter heute schon zum Teil bekannt sein; daß sie aber nicht immer beachtet wurden und deshalb wohl auch eine kurze Erwähnung verdienen, zeigen einige in den letzten Jahrzehnten gebaute Pfahlrost-Kaimauern, die u. a. wegen ungenügender Breite verstärkt werden mußten.

Hinsichtlich der **Baustoffe** wird man Pfähle aus Holz oder Baustahl wegen ihres geringeren Gewichtes und ihrer leichteren Rammbarkeit bevorzugen. Stahlbetonpfähle sind schwer und beim Rammen empfindlich, ausgenommen die Pfähle mit eingetriebenem Mantelrohr. Wegen der durch den Krieg und die Nachkriegszeit eingetretenen Holzarmut wird man allerdings verschiedentlich auf Stahlbetonpfähle zurückgreifen müssen. Dabei ist auf die Verwendung hochwertigen Betons größter Wert zu legen: der Beton muß in erster Linie **dicht** sein, um die Auslaugung des Kalkgehaltes durch das Wasser weitgehend zu verhindern, er muß aber auch eine möglichst große Zug- und Druckfestigkeit besitzen, um der Montage und den Rammbeanspruchungen gewachsen zu sein.

In manchen Fällen muß man die Pfähle durch eine **vordere Stahlspundwand** schützen, z. B. bei angreifendem Wasser und bei Holzpfählen, falls Bohrwurmgefahr vorhanden ist. Es liegt nahe, eine solche Spundwand zum Tragen lotrechter Lasten mit heranzuziehen, um dadurch Pfähle zu sparen. Bei Uferbauwerken bis zu mittlerer Größe kann man sogar — z. B. unter Anwendung des statisch bestimmten Systems nach Abb. 10 und 11 — soweit gehen, die vorderen Pfähle ganz durch eine Spundwand zu ersetzen. In diesem Fall kommen u. U. auch Spundwände aus Stahlbeton in Betracht. — Bei schweren Uferbauwerken größerer Abmessungen mit zahlreichen Pfahlreihen kann aber eine tief gerammte lotrechte Vorderspundwand zuweilen hinderlich sein für das Unterbringen der vorderen schrägen Druckpfähle. Man verzichtet dann oft besser auf die Heranziehung der Spundwand zur Aufnahme lotrechter Lasten und hat dann nach Abb. 6 den Vorteil, die erste schräge Druckpfahlreihe unten weiter vorziehen zu können.

Bei der Anordnung einer vorderen Spundwand tritt die Frage auf, ob der Raum unterhalb der Rostplatte völlig mit Erde verfüllt werden soll. Rein statisch betrachtet, ist dies nicht vorteilhaft, denn bei ganzer Verfüllung werden Spundwand und vordere Pfahlreihen durch den Erddruck stärker auf Biegung beansprucht als bei vorhandener Unterwasser-Böschung nach Abb. 6. Es können jedoch die bereits erwähnten Gefahren für die Dauerhaftigkeit der Pfähle und der Spundwand eine Verfüllung ratsam erscheinen lassen. Außerdem wird bei neu auszubaggernden Hafenbecken an Aushubarbeiten und Zeit gespart, wenn die in diesem Fall bereits vorhandene Erdausfüllung zwischen den Pfählen belassen wird.

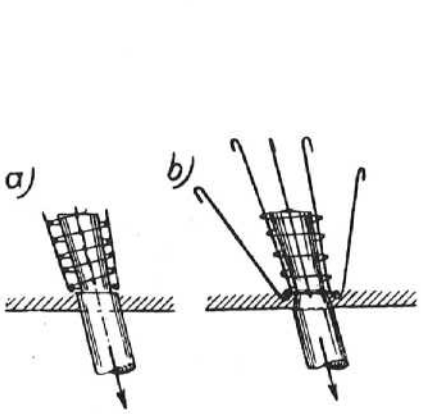


Abb. 7. Einbinden von Zugpfählen aus Holz in Beton

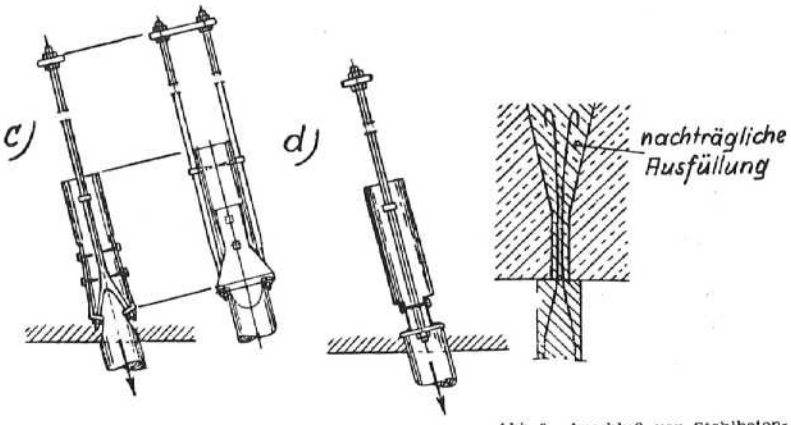


Abb. 8. Anschluß von Stahlbetonpfählen an Fertigbeton-Platte

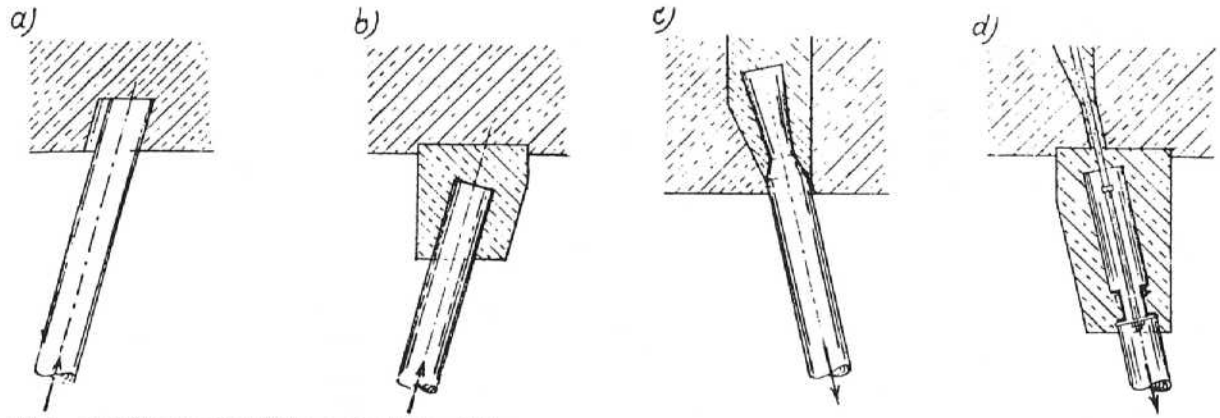


Abb. 9. Anschlüsse von Holzpfählen an Fertigbeton-Platten

Die **Rostplatten** werden überwiegend aus leicht bewehrtem Beton hergestellt, u. U. auch aus Stahlbeton normaler Bewehrung, wodurch in vielen Fällen eine starre Rostplatte entsteht. Die Betonbauweise hat den Vorteil einer leichten Anschlußmöglichkeit für das aufgehende Mauerwerk. Die früher für leichtere Uferbauwerke oft angewendeten verzimmerten Holzroste werden heute schon aus Gründen der Holzeinsparung vermieden. Da sie wegen der Fäulnisgefahr möglichst unter Wasser liegen sollen, ist ihre Herstellung nur bei Niedrigwasser möglich. Sie kommen daher heute nur noch für untergeordnete Bauwerke in Frage.

Das Einbinden der Pfähle in die Betonplatte macht bei Druckpfählen bekanntlich keine Schwierigkeiten, auch nicht bei Holzpfählen, da die vorkommenden Pressungen von einem guten Beton immer aufgenommen werden[2]). Das Einbinden der Zugpfähle dagegen erfordert bei Holzpfählen besondere Maßnahmen, damit die Zugkräfte sicher in die Rostplatte übertragen werden.

Abb. 7a zeigt eine von Dettmers angewandte Ausführung, wobei die Einbindelänge so groß gewählt werden muß, daß die zulässige Schubbeanspruchung des Holzes und des Betons nicht überschritten wird. Abb. 7b bis 7d zeigen Vorschläge des Verfassers, bei denen die Pfähle z. T. durch besondere Eisen gefaßt und diese mit dem Beton durch Ankerbolzen verankert werden.

Bei der Herstellung oder Erneuerung von Rostplatten können auch **Fertigbetonteile** vorteilhaft verwendet werden. Dabei ist auf die Leistungsfähigkeit des Kranes Rücksicht zu nehmen, der für die Verlegung der Fertigteile in Betracht kommt. Für die Anschlüsse der Pfähle müssen entsprechende Aussparungen in den Betonteilen vorgesehen werden. Der Anschluß von Stahlbetonpfählen macht in dieser Hinsicht keine Schwierigkeiten (Abb.8). Man kommt jedoch auch bei Holzpfählen leicht zum Ziele, wie in Abb. 9 angedeutet ist.

[1]) Umstritten dürfte noch die Frage sein, ob man Druckpfähle auch zur Aufnahme leichter Zugkräfte verankern soll, da sich die Beanspruchung in Einzelfällen auch einmal umkehren kann, z. B. durch Schiffsstoß.

[2]) Der Verfasser kommt darauf an anderer Stelle zurück.

Abb. 10 zeigt schließlich eine der vielen Möglichkeiten für den Aufbau eines Uferbauwerkes aus Stahlbeton-Fertigteilen.

In Seehäfen hat man es zuweilen mit ungünstigen Baugrundverhältnissen zu tun, indem jüngere tonhaltige Ablagerungen in beträchtlicher Stärke vorhanden sind. Reichen dann die verfügbaren Pfahllängen nicht aus, um den festen Untergrund zu erreichen, dann verbleibt zunächst nur die **schwebende Pfahlgründung.** Hierfür sind die Verhältnisse nicht immer so ungünstig, wie mitunter angenommen wird. Denn auch jüngere weiche Erdschichten werden mit zunehmender Tiefe infolge der vermehrten Auflast schnell tragfähiger. Man kann nachweisen, daß der Spitzenwiderstand in solchem Falle etwa linear mit der Tiefe zunimmt und die vor allem maßgebende Mantelreibung sogar etwa mit der 2. Potenz der Rammtiefe. Indesen ist man heute aber auch schon dazu übergegangen, die Pfähle durch **Aufständerung** beliebig zu verlängern. Der entstehende Stoß kann durch einen inneren Dorn oder ein kurzes Umhüllungsrohr überbrückt werden, er ist also statisch als Gelenkverbindung zu betrachten. Man kann nachweisen, und zwar unter Ansatz der seitlich nachgiebigen Stützung des gestoßenen Druckstabes, daß unter normalen Verhältnissen durch den Gelenkstoß keine Ausknickgefahr entsteht[3]).

2. Die Berechnung der Pfahlkräfte-Verteilung

Für die sogenannten **„statisch bestimmten" Pfahlroste** nach Abb. 11a ist die Ermittlung der Pfahlkräfte bekanntlich in einfacher Weise nach der Culmann-Kräftezerlegung möglich. Auch Pfahlroste mit mehr als drei Pfahlreihen können u. U. angenähert nach dem Culmann-Verfahren berechnet werden, wenn jeweils zwei oder drei Pfahlreihen genügend eng zusammenstehen, so daß sich die entstandenen Kräfte durch eine mittlere Wirkungslinie zusammenfassen lassen (Abb. 11b), vorausgesetzt, daß dabei annähernd ein System nach Abb. 11a herauskommt. Solche Pfahlroste haben den Vorteil statischer Klarheit (kein Einfluß der Baugrund-Formänderungen), was ihre Anwendung begünstigt.

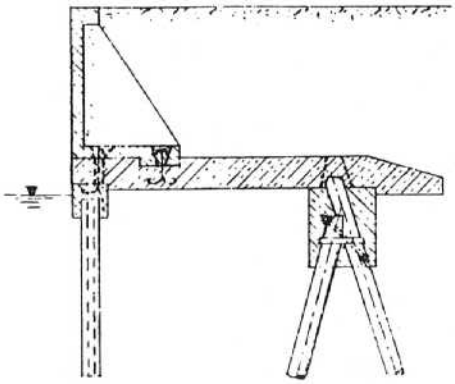


Abb. 10. Beispiel für Fertigbeton-Teile

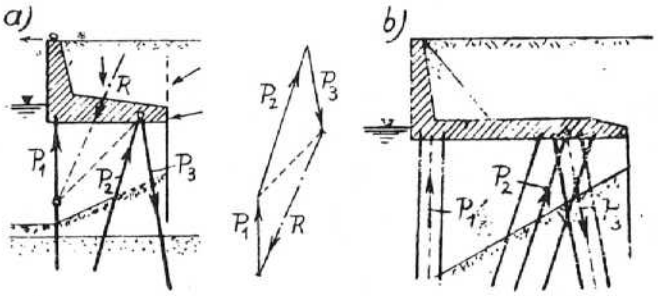


Abb. 11. Statisch bestimmte Pfahlroste

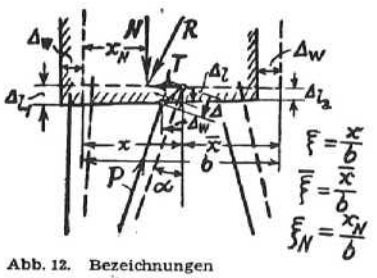


Abb. 12. Bezeichnungen

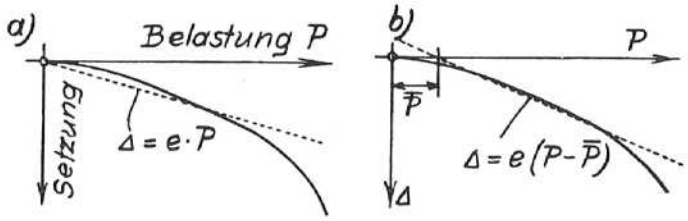


Abb. 13. Ansätze für die Setzung der Pfähle

Demgegenüber hat man es im allgemeinen Falle der **statisch unbestimmten Pfahlanordnung** bekanntlich mit einer Aufgabe zu tun, die ohne Berücksichtigung der Formänderungen nicht einwandfrei lösbar ist. Bei den in den letzten Jahrzehnten bekannt gewordenen Berechnungsverfahren[4]) wird diese Tatsache dadurch berücksichtigt, daß die Nachgiebigkeit Δ jedes Pfahles verhältnisgleich seiner Belastung P angesetzt wird:

$$\Delta = e \cdot P = \frac{P}{E} \qquad (1)$$

wobei also der Nachgiebigkeitsfaktor e das Nachgeben für P = 1 angibt. Es soll hier nicht auf die zum Teil recht eleganten Berechnungsverfahren eingegangen werden, die Gl. (1) zur Grundlage haben, und die selbst obere oder untere Einspanung der Pfähle zu berücksichtigen gestatten. Lediglich das Verfahren von Krey[5]) sei hier zur Darlegung grundsätzlicher Zusammenhänge kurz vorgeführt, weil seine Ableitung einfach und leicht verständlich ist.

Krey geht von einer unbiegsamen Rostplatte und gelenkiger Lagerung der Pfähle oben und unten aus[6]) und legt die Verschiebung der Rostplatte fest durch deren waagerechte (Δ_w) und lotrechte Verschiebungen (vorn Δ_{l_1}, hinten Δ_{l_2}). Nach Abb. 12 gilt dann für die Pfahlverkürzung unter Beachtung von (1):

$$P \cdot e = \Delta = \Delta_w \cdot \sin\alpha + \Delta_l \cdot \cos\alpha$$
$$= \Delta_w \cdot \sin\alpha + \left(\Delta_{l_1} \frac{\bar{x}}{b} + \Delta_{l_2} \cdot \frac{x}{b}\right) \cos\alpha. \qquad (2)$$

Hiernach kann gleichzeitig jede Pfahlkraft durch die drei Verschiebungsgrößen ausgedrückt und auch berechnet werden. Die drei Gleichgewichtsbedingungen liefern nun mit den Teilkräften N und T der Mittelkraft R nach Abb. 12:

$$T = \Sigma P \sin\alpha = \Sigma E \left[\Delta_w \sin^2\alpha + \left(\Delta_{l_1} \cdot \frac{\bar{x}}{b} + \Delta_{l_2} \cdot \frac{x}{b}\right) \sin\alpha \cos\alpha\right]$$

$$N = \Sigma P \cos\alpha = \Sigma E \left[\Delta_w \cdot \sin\alpha \cos\alpha + \left(\Delta_{l_1} \cdot \frac{\bar{x}}{b} + \Delta_{l_2} \cdot \frac{x}{b}\right) \cos^2\alpha\right]$$

$$N \cdot x_N = \Sigma P \cos\alpha \cdot x = \Sigma x E \left[\Delta_w \cdot \sin\alpha \cos\alpha + \left(\Delta_{l_1} \cdot \frac{\bar{x}}{b} + \Delta_{l_2} \frac{x}{b}\right) \cos^2\alpha\right]$$

woraus für die zunächst unbekannten Verschiebungen folgt mit $\xi = \frac{x}{b}$ und $\bar{\xi} = \frac{\bar{x}}{b}$:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta_w \cdot \Sigma E \sin^2\alpha + \Delta_{l_1} \cdot \Sigma \bar{\xi} E \sin\alpha \cos\alpha + \\
&+ \Delta_{l_2} \cdot \Sigma \xi E \sin\alpha \cos\alpha = T \\
&\Delta_w \cdot \Sigma E \sin\alpha \cos\alpha + \Delta_{l_1} \cdot \Sigma \bar{\xi} E \cos^2\alpha + \\
&+ \Delta_{l_2} \cdot \Sigma \xi E \cos^2\alpha = N \\
&\Delta_w \cdot \Sigma \xi E \sin\alpha \cos\alpha + \Delta_{l_1} \cdot \Sigma \xi \bar{\xi} E \cos^2\alpha + \\
&+ \Delta_{l_2} \quad \Sigma \xi^2 E \cos^2\alpha = N \cdot \xi_N
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Natürlich müssen die Kräfte T und N für eine solche Mauerstrecke eingesetzt werden, innerhalb der sich die Anordnung der Pfähle wiederholt. Nachdem die Verschiebungen auf diese Weise berechnet sind, erhält man die Pfahlkräfte nach (2).

Bei der Ermittlung des Nachgiebigkeitsfaktors e = 1/E wird oft nur die elastische Verkürzung des Pfahles berücksichtigt, indem angesetzt wird (mit l als reduzierte Pfahllänge, die für die Verkürzung in Betracht kommt, und (FE) als Produkt aus mittleren Pfahlquerschnitt und Elastizitätszahl):

$$e = \frac{l}{(FE)} \text{ oder } E = \frac{(FE)}{l} \qquad (4)$$

Die reduzierte Pfahllänge l ist wegen der Mantelreibung kleiner als die gesamte Pfahllänge; meistens wird jedoch für l die ganze Pfahllänge eingesetzt, um auf diese Weise einen Teil der Baugrund-Nachgiebigkeit mit zu erfassen. Wie Überschlagsrechnungen zeigen, empfiehlt es sich sogar, in dieser Hinsicht noch weiter zu gehen und für l das 1,5 bis 2-fache der Pfahllänge einzusetzen.

Falls Probebelastungen durchgeführt werden, kann man e als Mittelwert der Last-Setzungs-Linie annehmen, etwa entsprechend der punktierten Linie in Abb. 13a. Man kann aber auch genauer mit der punktierten Linie nach Abb. 13b rechnen, d. h. anstatt (1) nach der Gleichung:

$$\Delta = e\,(P - \bar{P}) \qquad (1\,a)$$

gültig für $P > \bar{P}$, mit $\bar{P}$ als Konstante in Kräftemaßstab. Durch diese neue verbesserte Beziehung verändern sich natürlich auch die Gleichungen (2) und (3). Anstatt (2) erhält man:

$$P = E\,[\Delta_w \sin\alpha + (\Delta_{l_1} \cdot \bar{\xi} + \Delta_{l_2} \quad \xi) \cos\alpha] + \bar{P} \qquad (2\,a)$$

In den Gl. (3) bleibt die linke Seite erhalten; rechts erhält man $(T - \Sigma \bar{P} \cdot \sin\alpha)$ anstatt T, $(N - \Sigma \bar{P} \cdot \cos\alpha)$ anstatt N und $(N \cdot \xi_N - \Sigma \bar{P} \cdot \xi \cdot \cos\alpha)$ anstatt $N \cdot \xi_N$. Die leichte Ableitung des Verfahrens von Krey tritt auch bei dieser Verbesserung der Genauigkeit wieder hervor.

Indessen müssen wir — um zu einer **einwandfreien Theorie** zu gelangen — noch einen beträchtlichen Schritt weiter gehen und den **Einfluß der Baugrund-Nachgiebigkeit** mit erfassen. Es handelt sich hierbei nicht allein um den Einfluß des Nachgebens der Erde in der Nähe der jeweiligen Pfahlspitze, sondern vor allem auch um die gegenseitige Beeinflussung der Pfähle hinsichtlich ihrer Nachgiebigkeit. Es ist sowohl theoretisch als auch durch Setzungsmessungen bekannt, daß die Setzung einer belasteten Pfahlgruppe oft weit größer ist als die Setzung eines spezifisch gleich belasteten Einzelpfahles. Man hat es aber anscheinend bisher versäumt, diese Tatsache der Überlagerung der Einzel-Setzungsbeträge bei der Berechnung der Pfahlkräfte-Verteilung zu berücksichtigen[7]). Diese Lücke der Theorie möge daher jetzt behandelt werden, wobei der einfachen Ableitung halber wieder von der Krey'schen Festlegung der Verschiebungen nach Abb. 12 ausgegangen werden soll.

Um die Aufgabe zu lösen, müssen wir uns zunächst mit dem Setzungseinfluß einer Einzelpfahlreihe befassen. Durch

[4]) Vgl. z. B. **Ostenfeld** in „Beton und Eisen" 1922, S. 21 u. 30; **Wünsch**, Statische Berechnung der Pfahlsysteme, Stuttgart 1927; **Nökkentved**, Berechnung von Pfahlrosten, Berlin 1928.

[5]) Dieses Verfahren wurde von Krey 1927 bei der Nachrechnung der Bremerhavener Columbuskaje entwickelt, nach seinem Tode von mir zusammengestellt und 1932 von J. Ehrenberg veröffentlicht (4. Auf. von H. Krey: Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes, Verlag: Wilh. Ernst und Sohn).

[6]) Der Einfluß der zuletzt genannten Annahme ist nachweisbar nur gering, zumal eine völlige Einspannung der Pfähle weder unten noch oben vorhanden ist; allenfalls kann mit teilweiser, elastischer Einspannung gerechnet werden.

[7]) Im Grunde genommen liegen hier ähnliche Verhältnisse vor wie bei der Berechnung der Sohldruckverteilung auf Fundamente. Gl. (1) entspricht dem Ansatz nach der Bettungszahl-Theorie, während das nachstehend gezeigte Verfahren mit der einwandfreieren Berechnung der Sohldruckverteilung nach der Theorie der Setzungsüberlagerungen vergleichbar ist.

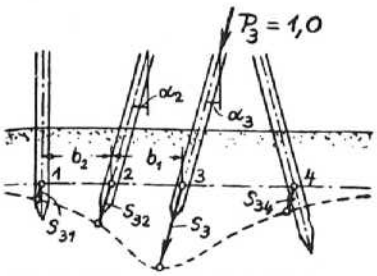


Abb. 14. Setzungs-Einflußlinie (stark verzerrt)

die Belastung einer solchen Pfahlreihe möge die in Abb. 14 skizzierte Linie der lotrechten und waagerechten Setzungen zustande kommen, bezogen etwa auf die mittlere Ebene der Pfähle-Abstützung im festen Untergrund. Wie ersichtlich, werden die benachbarten Pfähle etwas mitgenommen, wodurch sich für diese Pfähle gewisse Setzungen s in der Achsrichtung ergeben. Diese Setzungsbeträge sind, wie Abb. 14 zeigt, durch einen Doppelindex benannt, wobei der erste Index die Ursache der Setzung, z. B. infolge der Belastung des Pfahles 3, und der zweite den Ort der Setzung, z. B. für Pfahl 2, bezeichnet. Denkt man sich nun in der in Abb. 14 veranschaulichten Weise **jede** Pfahlreihe belastet, so summieren sich offenbar die einzelnen Setzungen, und es kann angeschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= P_1\,(e_1 + s_1) + P_2 \cdot s_{21} + P_3 \cdot s_{31} + P_4 \cdot s_{41} + \ldots \\ \Delta_2 &= P_1 \cdot s_{12} + P_2\,(e_2 + s_2) + P_3 \cdot s_{32} + P_4 \cdot s_{42} + \ldots \\ \Delta_3 &= P_1 \cdot s_{13} + P_2 \cdot s_{23} + P_3\,(e_3 + s_3) + P_4 \cdot s_{43} + \text{usw.}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Diese Gleichungsgruppe ist für den Ansatz der 3 Gleichgewichtsbedingungen noch nicht so ohne weiteres brauchbar; sie muß durch Auflösung nach den unbekannten Pfahlkräften P in folgende Form gebracht werden, was u. a. auch durch fortschreitende Näherung gelingt, da die Faktoren (e + s) überwiegen:

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= E_1 \cdot \Delta_1 + E_{21} \cdot \Delta_2 + E_{31} \cdot \Delta_3 + E_{41} \cdot \Delta_4 + \ldots \\ P_2 &= E_{12} \cdot \Delta_1 + E_2 \cdot \Delta_2 + E_{32} \cdot \Delta_3 + E_{42} \cdot \Delta_4 + \ldots \\ P_3 &= E_{13} \cdot \Delta_1 + E_{23} \cdot \Delta_2 + E_3 \cdot \Delta_3 + E_{43} \cdot \Delta_4 + \ldots \text{ usw.} \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Man übersieht, daß die E-Faktoren mit Doppelindex wahrscheinlich negativ werden. Sie sind trotzdem positiv angeschrieben, um die nachstehend verwendeten Summenausdrücke in einfacher Weise anschreiben zu können. In ähnlicher Weise sind alle Pfahlkräfte zunächst positiv, also als Druckkräfte, angenommen. Ergibt sich dann im Laufe der Berechnung eine Pfahlkraft negativ, so handelt es sich um eine Zugkraft.

Mit Hilfe der Ansätze (6) können wir jetzt wieder die drei Gleichgewichtsbedingungen anschreiben und erhalten damit ähnlich wie vorhin die 3 Gleichungen für die unbekannten Verschiebungen Δ_w, Δ_{l_1} und Δ_{l_2}. Z. B. gilt für das Gleichgewicht der waagerechten Kräfte $\Sigma P \cdot \sin\alpha = T$ oder unter Einsetzung von (2) für Δ:

$$\begin{aligned} &\sin\alpha_1\,[E_1\,(\Delta_w \cdot \sin\alpha_1 + \Delta_{l_1} \cdot \bar{\xi}_1 \cos\alpha_1 + \Delta_{l_2} \cdot \xi_2 \cos\alpha_1) + \\ &\quad + E_{21}\,(\Delta_w \cdot \sin\alpha_2 + \Delta_{l_1} \cdot \bar{\xi}_2 \cos\alpha_2 + \Delta_{l_2} \cdot \xi_2 \cos\alpha_2) + \\ &\quad + E_{31}\,(\Delta_w \cdot \sin\alpha_3 + \Delta_{l_1} \cdot \bar{\xi}_3 \cos\alpha_3 + \Delta_{l_2} \cdot \xi_3 \cos\alpha_3) + \ldots] + \\ &+ \sin\alpha_2\,[E_{12}\,(\Delta_w \cdot \sin\alpha_1 + \Delta_{l_1} \cdot \bar{\xi}_1 \cos\alpha_1 + \Delta_{l_2} \cdot \xi_1 \cos\alpha_1) + \\ &\quad + E_2\,(\Delta_w \cdot \sin\alpha_2 + \Delta_{l_1} \cdot \bar{\xi}_2 \cos\alpha_2 + \Delta_{l_2} \cdot \xi_2 \cos\alpha_2) + \\ &\quad + E_{32}\,(\Delta_w \cdot \sin\alpha_3 + \Delta_{l_1} \cdot \bar{\xi}_3 \cos\alpha_3 + \Delta_{l_2} \cdot \xi_3 \cos\alpha_3) + \ldots] + \\ &+ \sin\alpha_3\,[E_{13}\,(\Delta_w \cdot \sin\alpha_1 + \Delta_{l_1} \cdot \bar{\xi}_1 \cos\alpha_1 + \Delta_{l_2} \cdot \xi_1 \cos\alpha_1) + \ldots] + \\ &\quad + \ldots = T \end{aligned}$$

oder in abgekürzter Schreibweise mit n als Anzahl der Pfahlreihen:

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_w \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\sin\alpha_i \sum_{r=1}^{n} E_{ir} \sin\alpha_r\right) + \Delta_{l_1} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\sin\alpha_i \sum_{r=1}^{n} \bar{\xi}_r\, E_{ir} \cos\alpha_r\right) + \\ &\quad + \Delta_{l_2} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\sin\alpha_i \sum_{r=1}^{n} \xi_r\, E_{ir} \cos\alpha_r\right) = T \end{aligned}\right\} \quad (7a)$$

Die übrigen beiden Gleichungen werden entsprechend gefunden und lauten:

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_w \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n} E_{ir} \sin\alpha_r\right) + \Delta_{l_1} \sum_{i=1}^{n}\left(\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n} \bar{\xi}_r\, E_{ir} \cos\alpha_r\right) + \\ &\quad + \Delta_{l_2} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n} \xi_r\, E_{ir} \cos\alpha_r\right) = N \end{aligned}\right\} \quad (7b)$$

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_w \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\xi_i \cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n} E_{ir} \sin\alpha_r\right) + \\ &\quad + \Delta_{l_1} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\xi_i \cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n} \bar{\xi}_r\, E_{ir} \cos\alpha_r\right) + \\ &\quad + \Delta_{l_2} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\xi_i \cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n} \xi_r\, E_{ir} \cos\alpha_r\right) = N \cdot \xi_N . \end{aligned}\right\} \quad (7c)$$

Sind die Hauptverschiebungswerte nach Auswertung dieser Formeln gefunden, so folgen die Pfahlkräfte mit Hilfe der Ansätze (6).

Natürlich kann man auch hier ähnlich wie vorhin an Hand der Gleichung 1a einwenden, daß die Ansätze (5) noch nicht in jedem Falle das Setzungsverhalten des Untergrundes ausreichend beschreiben. Dies wird besonders dann eintreten, wenn das Erdreich eine Vorbelastung besitzt, welche größer ist als die jetzige Erdauflast, weil nach Überschreitung der Vorbelastung stärkere Setzungen auftreten, so daß der in Betracht kommende Teil der Setzungslinie, ähnlich wie in Abb. 13b, nicht mehr durch den Nullpunkt geht. An Stelle von (5) kann man dann genauer anschreiben, wenn mit $\bar{P}$ jeweils der erste Teil der Pfahlkräfte bezeichnet wird, der im Erdreich unterhalb der Pfahlspitzen gerade eine solche mittlere Pressung erzeugt, daß die Vorbelastung des Untergrundes erreicht wird:

$$\begin{aligned} \Delta_1 = P_1 \cdot e_1 &+ \bar{P}_1 \cdot s_1' + (P_1 - \bar{P}_1)\, s_1 + \bar{P}_2 \cdot s_{21}' + (P_2 - \bar{P}_2)\, s_{21} + \\ &+ \bar{P}_3 \cdot s_{31}' + (P_3 - \bar{P}_3)\, s_{31} + \ldots . \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} \text{oder } \Delta_1 &= P_1\,(e_1 + s_1) + P_2 \cdot s_{21} + P_3 \cdot s_{31} + \ldots - \Delta_1' \\ \text{mit } \Delta_1' &= \bar{P}_1\,(s_1 - s_1') + \bar{P}_2\,(s_{21} - s_{21}') + \bar{P}_3\,(s_{31} - s_{31}') + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (5a)$$

Hierbei gelten die Einflußwerte s für die Pfahlkräfte oberhalb der Vorbelastung, während die s'-Werte für die federnden Setzungen ($P \leq \bar{P}$) gelten. Für Zugpfähle ist nur mit federnden Längenänderungen zu rechnen, d. h. es ist dann zunächst $\bar{P} = 0$ zu setzen und anschließend s durch s' zu ersetzen. In derselben Weise erhält man auch die übrigen Setzungwerte Δ. Wie leicht zu übersehen ist, erhält man anstatt (6) jetzt die Gleichungsgruppe:

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= E_1 \cdot \Delta_1 + E_{21} \cdot \Delta_2 + E_{31} \cdot \Delta_3 + \ldots + D_1 \\ P_2 &= E_{12} \cdot \Delta_1 + E_2 \cdot \Delta_2 + E_{32} + \Delta_3 + \ldots + D_2 \text{ usw.} \end{aligned}\right\} \quad (6a)$$

Es treten also die Konstanten D neu hinzu. Damit bleiben im Endergebnis die Gleichungen (7) auf der linken Seite unverändert; auf der rechten Seite ist dagegen T durch

$$\left(T - \sum_{1}^{n} D_i \cdot \sin\alpha_i\right)$$

zu ersetzen und N durch

$$\left(N - \sum_{1}^{n} D_i \cos\alpha_i\right) \text{ sowie } N \cdot \xi_N \text{ durch } \left(N \cdot \xi_N - \Sigma\, \xi_i\, D_i \cos\alpha_i\right).$$

Sind die Hauptverschiebungswerte mit Hilfe dieser Gleichungen gefunden, so folgen die Pfahlkräfte aus den Ansätzen (6a).

(Fortsetzung folgt)

Zur Gestaltung und Berechnung von Pfahlrosten

Von Prof. JOH. OHDE, Berlin

(1. Fortsetzung aus Heft 9/1951)

Durch das zuletzt gezeigte Berechnungsverfahren dürfte das Verhalten des Untergrundes wohl in jedem Falle genügend genau erfaßt werden können. Um die Formeln anwenden zu können, muß allerdings noch die Ermittlung der **Einflußwerte e und s** abgeleitet werden. Zur Vermeidung von Weitschweifigkeiten soll eine Näherungsrechnung genügen. Die Pfahlnachgiebigkeit e folgt aus Gleichung (4), wobei für l die gesamte Pfahllänge (ohne Spitze) eingesetzt werden soll. Für die Nachgiebigkeit des Untergrundes (Einflußwerte s) soll jeweils nur die Setzung des Erdreiches unterhalb der Pfahlspitzen berücksichtigt werden, wobei der Pfahlwiderstand (aus Spitzenwiderstand und Mantelreibung) genau genug als Einzelkraft in der Höhe z_0 über der Pfahlspitze angenommen werden kann (Abb. 15). Für die Druckverteilung einer in der Oberfläche wirkenden Einzelkraft gilt im vorliegenden Falle nach **Fröhlich**[6]) für eine Ordnungszahl von 3:

Abb. 15.

$$\left.\begin{aligned} &\text{als lotrechte Pressung:} \quad \nu_z = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{P}{z^2} \cos^5\varphi \\ &\text{und als waag. Pressung:} \quad \nu_x = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{P}{z^2} \sin^2\varphi \cos^3\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

mit z als Tiefe unter der Last P und φ als Winkel des Fahrstrahles zur Lotrechten. Da die Pfahlkräfte das Erdreich in einer gewissen Tiefe belasten, sind die Pressungen in Wirklichkeit kleiner als nach (8); es soll deshalb anstatt $\frac{3}{2\pi} \sim 0{,}48$ der runde Wert $\frac{2}{5} = 0{,}40$ in (8) eingesetzt werden.

Für die Setzung des Pfahles selbst wird damit erhalten (mit Z als Zusammendrückungszahl für unbehinderte Seitendehnung, wofür unterhalb der Vorbelastung, also für die federnden Setzungen, die Ausdehnungszahl A zu nehmen ist):

$$\zeta = \int_{z_0}^{z_1} \nu_z \cdot \frac{dz}{Z} = 0{,}4\, P \int_{z_0}^{z_1} \frac{dz}{z^2\, Z} \qquad (9a)$$

oder für gleichbleibende Z: $\zeta = 0{,}4 \frac{P}{Z} \left(\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_1}\right)$ (9b)

Infolge der Belastung eines Pfahles setzt sich ein benachbarter Pfahl in der Entfernung x um folgende Strecke:

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= \int_{z_0}^{z_1} dz \left(\frac{\nu_z}{Z} - \frac{\nu_x}{mZ}\right) = 0{,}4\, P \int_{z_0}^{z_1} \frac{dz}{z^2 Z} \left(\cos^5\varphi - \frac{1}{m} \sin^2\varphi \cos^3\varphi\right) \\ &= \frac{0{,}4\, P}{x} \int_{\varphi_1}^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{Z} \left(\cos^3\varphi - \frac{1}{m} \sin^2\varphi \cos\varphi\right) \end{aligned}\right\} (10a)$$

oder für gleichbleibendes Z nach Durchführung der Integration und mit $(z_1 - z_0)$ als nachgiebiger Schicht unterhalb der Pfahlspitze:

$$\left.\begin{aligned} \zeta = \frac{0{,}4\, P}{3\, Z} \Bigg[&\frac{1}{\sqrt{z_0^2 + x^2}} \left(3 - \frac{x^2}{z_0^2 + x^2} \left(1 - \frac{z_0}{mx}\right)\right) - \\ &- \frac{1}{\sqrt{z_1^2 + x^2}} \left(3 - \frac{x^2}{z_1^2 + x^2} \left(1 - \frac{z_1}{mx}\right)\right) \Bigg] \end{aligned}\right\} (10b)$$

Um zu bequemen und anschaulichen Ergebnissen zu gelangen, kann man die Formeln (9) und (10) zahlenmäßig auswerten. Z. B. erhält man für P = 1,0, Z = Konstante, z_0 = 1,0 m und z_1 = 11,0 m folgende Zahlen (Abb. 16) mit Querzahl m = 3,2:

für x =	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	7,0	10	15 m
$Z \cdot \zeta_{P=1} = Z \cdot \Delta_s = \eta =$	0,361	0,312	0,214	0,145	0,102	0,057	0,035	0,022	0,010	0,003	0,000

Hinsichtlich der s-Werte ist zu beachten, daß nicht Einzelpfähle, sondern Pfahlreihen vorhanden sind. Jeder Pfahl in einer Reihe übt seinen Einfluß auf die Setzung aus, d. h. es ist anzusetzen:

$$s = \Sigma \Delta s \text{ oder mit } \Delta s = \frac{\eta}{Z}: \qquad s = \Sigma \Delta s = \frac{1}{Z} \cdot \Sigma \eta. \quad (11a)$$

Die Summierung der η-Werte nach Abb. 16 ist dabei auf alle Möglichkeiten zu erstrecken, wobei alle x-Werte zu **beiden** Seiten des betreffenden Pfahles zu durchlaufen sind. Wird mit η_0 der Einflußwert für x = 0 (d. h. unter der Last), mit η_1 = der Einflußwert des benachbarten Pfahles und mit η_2, η_3 usw. die folgenden Werte bezeichnet, so gilt für die Setzung der belasteten Pfahlreihe selbst (bei einem Pfahlabstand a in der Reihe):

$$x_0 = o;\ x_1 = a;\ x_2 = 2\,a;\ x_3 = 3\,a \text{ usw. und}$$

$$s = \frac{1}{Z} \left[\eta_0 + 2\,(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \ldots)\right]. \qquad (11b)$$

Diese Formel gilt allgemein, also auch für die Setzungsbeiträge aus der Belastung der übrigen Pfahlreihen, wenn für die x-Werte die jeweils in Betracht kommenden Pfahlabstände eingesetzt werden. Z. B. ist für die benachbarte Pfahlreihe einzusetzen bei einem Abstand b_1 der Pfahlreihen (Abb. 17):

$$x_0 = b_1;\ x_1 = \sqrt{b_1^2 + a^2};\ x_2 = \sqrt{b_1^2 + (2\,a)^2};$$

$$x_3 = \sqrt{b_1^2 + (3\,a)^2} \text{ usw.}$$

und für den Einfluß der übernächsten Pfahlreihe im weiteren Abstand b_2:

$$x_0 = (b_1 + b_2);\ x_1 = \sqrt{(b_1 + b_2)^2 + a^2};$$

$$x_2 = \sqrt{(b_1 + b_2)^2 + (2\,a)^2} \text{ usw.}$$

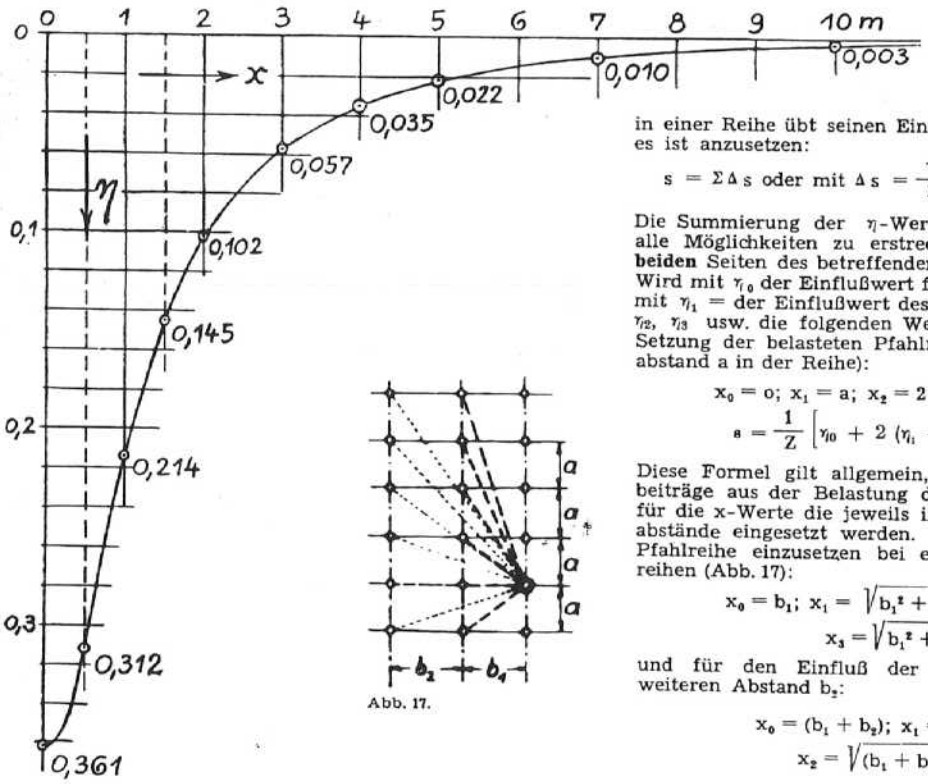


Abb. 16. Zahlenbeispiel für die Setzungs-Einflußlinie

Abb. 17.

[6]) O. K. Fröhlich: Druckverteilung im Baugrund, Springer-Verlag, Wien, 1934. — J. Ohde: Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund. „Bauingenieur" 1939, S. 451.

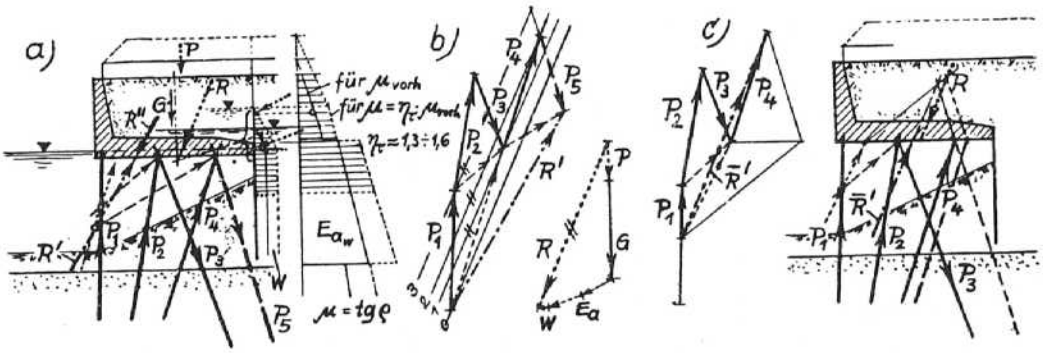


Abb. 18. Pfahlrost-Berechnung nach dem neuen Tragkraft-Verfahren

$$s_1 = s_2 = s_3 = \frac{1}{Z}\left[0{,}361 + 2\cdot(0{,}145 + 0{,}058 + 0{,}028 + 0{,}014 + 0{,}008 + 0{,}004 + 0{,}002 + 0{,}001)\right] = \frac{1}{Z}\cdot 0{,}881.$$

für s_{12}: $x_1 = 1{,}8$ m;

$$x_2 = \sqrt{1{,}8^2 + 1{,}5^2} = 2{,}34\text{ m};\quad x_3 = \sqrt{1{,}8^2 + 3{,}0^2} = 3{,}50\text{ m};$$
$$x_4 = \sqrt{1{,}8^2 + 4{,}5^2} = 4{,}85\text{ m};\quad x_5 = \sqrt{1{,}8^2 + 6{,}0^2} = 6{,}26\text{ m};$$
$$x_6 = \sqrt{1{,}8^2 + 7{,}5^2} = 7{,}71\text{ m};\quad x_7 = \sqrt{1{,}8^2 + 9{,}0^2} = 9{,}19\text{ m};$$
$$x_8 = \sqrt{1{,}8^2 + 10{,}5^2} = 10{,}64\text{ m};\quad x_9 = \sqrt{1{,}8^2 + 12{,}0^2} = 12{,}13\text{ m}.$$

$$s_{21} = s_{23} = s_{32} = s_{21} = \frac{1}{Z}\left[0{,}117 + 2\cdot(0{,}083 + 0{,}044 + 0{,}024 + 0{,}013 + 0{,}007 + 0{,}004 + 0{,}002 + 0{,}001)\right] = \frac{1}{Z}\quad 0{,}473.$$

für s_{13}: $x_1 = 3{,}6$ m;

$$x_2 = \sqrt{3{,}6^2 + 1{,}5^2} = 3{,}90\text{ m};\quad x_3 = \sqrt{3{,}6^2 + 3{,}0^2} = 4{,}69\text{ m};$$
$$x_4 = \sqrt{3{,}6^2 + 4{,}5^2} = 5{,}76\text{ m};\quad x_5 = \sqrt{3{,}6^2 + 6{,}0^2} = 7{,}00\text{ m};$$
$$x_6 = \sqrt{3{,}6^2 + 7{,}5^2} = 8{,}32\text{ m};\quad x_7 = \sqrt{3{,}6^2 + 9{,}0^2} = 9{,}70\text{ m};$$
$$x_8 = \sqrt{3{,}6^2 + 10{,}5^2} = 11{,}1\text{ m};\quad x_9 = \sqrt{3{,}6^2 + 12{,}0^2} = 12{,}5\text{ m}.$$

$$s_{13} = s_{31} = \frac{1}{Z}\left[0{,}042 + 2\cdot(0{,}036 + 0{,}026 + 0{,}016 + 0{,}006 + 0{,}003 + 0{,}002 + 0{,}001)\right] = \frac{1}{Z}\cdot 0{,}242.$$

Darf mit gleichbleibendem Z nicht gerechnet werden, so müssen die Formeln (9a) und (10a) numerisch ausgewertet werden. Man übersieht jedoch, daß die γ_i-Kurve in einem solchen Falle ähnlich verlaufen wird wie in Abb. 16. Angenähert wird man wahrscheinlich ebenfalls die Formeln (9b) und 10b) verwenden dürfen, wenn mit einer **Vergleichstiefe** $\bar{z}_1$ an Stelle von z_1 gerechnet wird. Da sich (9a) für die Annahme:

$$Z = Z_0 + (Z_1 - Z_0)\cdot\frac{z_1 - z_0}{z - z_0} \tag{12}$$

integrieren läßt, so hat man für $\bar{z}_1$ den Ansatz:

$$\int_{z_0}^{\bar{z}_1}\frac{dz}{z^2 Z_0} = \int_{z_0}^{z_1}\frac{1}{z^2}\cdot\frac{dz}{Z_0 + \Delta Z\,\frac{z - z_0}{z_1 - z_0}}\,.$$

woraus nach Integration und kurzer Zwischenrechnung folgt:

$$\frac{z_0}{\bar{z}_1} = 1 - \frac{Z_0}{Z_0 - z_0(Z_1 - Z_0)}\left[1 - \frac{z_0}{z_1} - \frac{z_0(Z_1 - Z_0)}{Z_0 - z_0(Z_1 - Z_0)}\ln\frac{z_1}{z_0}\frac{Z_0}{Z_1}\right] \tag{13}$$

3. Die Bruchsicherheit

In den bisherigen Betrachtungen ist die Sicherheitsfrage noch nicht behandelt. Dies mag auch zunächst überflüssig erscheinen, denn in dem Verhältnis der Grenzbelastung Pg zur vorhandenen oder ausgenutzten Belastung:

$$\gamma_P = Pg/P_{vorh}$$

ist für jeden Pfahl ohne weiteres ein Maß für die vorhandene Einbruchsicherheit gegeben und der sich für eine bestimmte Pfahlreihe ergebende Kleinstwert γ_{min} kann zugleich als Maß für die Gesamtsicherheit gewertet werden.

Indessen erweist sich eine solche Angabe der Sicherheit doch in manchen Fällen als zu ungünstig. Bei statisch bestimmten Pfahlrosten (Abb. 11) ist freilich γ_{min} zugleich für den gesamten Pfahlrost maßgebend, da das Nachgeben **einer** Pfahlreihe zugleich den Einsturz des **ganzen** Pfahlrostes zur Folge hat. In diesem Falle ist also eine Sicherheitsreserve nicht vorhanden. Anders dagegen bei statisch unbestimmten Pfahlrosten. Bei diesen kann die äußere Belastung nach dem Nachgeben **einer** Pfahlreihe noch weiter gesteigert werden, bis auch eine **zweite** Pfahlreihe nachgibt, sodann noch ein wenig bis zum Nachgeben einer dritten Pfahlreihe usw. Erst wenn alle oder nahezu alle Pfahlreihen überbeansprucht worden sind, ist die Bruchbelastung des gesamten Pfahlrostes erreicht. Hieraus erhellt, daß bei statisch unbestimmten Pfahlrosten nach der Überlastung **einer** Pfahlreihe noch eine merkliche Sicherheitsreserve vorhanden sein kann. Erst die aus der Überlastung **aller** Pfahlreihen folgende Bruchbelastung ergibt im Vergleich mit der wirklichen Belastung die richtige Vorstellung von der vorhandenen Sicherheit gegen Überlastung und Bruch.

Die genannte Bruchbelastung läßt sich leicht aus den Gegenkräften der überlasteten Pfahlreihen ermitteln. Man braucht nur die Grenzbelastung für jede Pfahlreihe zu einer Mittelkraft R' zusammenzusetzen (Abb. 18a und b) und hat dann in der gleich großen Gegenkraft R'' die gesuchte Mittelkraft für die Bruchbelastung.

Wie schon im ersten Abschnitt erwähnt wurde, ist hierbei selbstverständlich zu berücksichtigen, daß die Grenzbelastung sämtlicher Druckpfahlreihen u. U. geringer ist als die Summe der Einzelwerte. Ähnliches gilt auch für die Zugpfahlreihe, indem ein geschlossener Erdkörper emporgehoben werden kann, wie es in Abb. 3b angedeutet ist.

Der unmittelbare Vergleich der erwähnten Bruchbelastung nach Lage und Größe mit der wirklich vorhandenen Belastung mag freilich noch nicht in jedem Falle vollauf befriedigen. Es fehlt sozusagen noch der Nachweis, daß die gefundene Bruchbelastung äußerstenfalls auch wirklich einmal annähernd auftreten kann. Ein solcher Nachweis kann aber unschwer dadurch versucht werden, daß eine bis zur Grenze des Möglichen übersteigerte Geländeauflast angenommen wird, in Abb. 18 punktiert angedeutet. Außerdem kann der Reibungsbeiwert der Hinterfüllungserde gegenüber dem festgestellten Mittelwert soweit herabgesetzt angenommen werden, daß ein ungünstigerer Zustand mit Sicherheit nicht mehr zu erwarten ist. Auch die Annahme eines erhöhten Erd-Raumgewichtes und eines genügend ungünstigen Wasserüberdruckes liegen in derselben Richtung. Auf diese Weise kann unter Annahme ungünstiger Möglichkeiten eine Katastrophen-Belastung erhalten werden, die der vorhin genannten Bruchbelastung etwa entsprechen sollte, oder anders ausgedrückt: ein sparsam durchgebildeter Pfahlrost sollte eine Bruchbelastung besitzen, die nur wenig größer ist als die ungünstige Katastrophen-Belastung. Damit haben wir bereits die Folgerungen umgekehrt und haben ein Bemessungsverfahren erhalten, welches den Vorzug der Einfachheit aufweist, indem die im 2. Abschnitt vorgeführten Formänderungsbedingungen jetzt unbeachtet bleiben können. Schließlich kann man durch unterschiedliche räumliche Anordnung der Pfahlreihen die Bruchbelastung R'' nach Lage und Größe der Katastrophen-Belastung anpassen, so

daß auch die wirtschaftliche Gestaltung nicht zu kurz kommt.

Das Vorgehen sei an Hand der Abb. 18 erläutert. In Abb. 18a ergab sich als Bruchbelastung des Pfahlrostes unter der Annahme einer Überbeanspruchung sämtlicher Pfahlreihen die Kraft R'', die mit der Mittelkraft R aus der Katastrophen-Belastung weder nach Lage noch nach Größe und Richtung übereinstimmt. R' ist merklich größer als R. Dieses Ergebnis besagt zunächst, daß der Pfahlrost unnötig stark ausgebildet ist; sodann aber auch, daß die Pfahlreihen noch nicht zweckmäßig angeordnet sind. Denn da bei der Lage von R'' der größtmögliche Widerstand des Rostes entwickelt wird, so muß eine andere Lage R der Katastrophen-Belastung einen geringeren Widerstand bedingen, indem dann ein oder zwei Pfahlreihen nicht bis zur Grenze ausgelastet werden. Soll die Rostanordnung beibehalten werden, so lautet also die Aufgabe, eine Grenzbelastung R'' unter nur teilweisem Ansatz der Grenzbelastung von ein oder höchstens zwei Pfahlreihen zu finden, die mit der Katastrophen-Belastung nach Lage und Größe übereinstimmt. Die **Größe** der neuen Kraft R'' = R' ist leicht dadurch herabzudrücken, daß entweder dünnere Pfähle (mit geringerer Grenzbelastung) oder ein größerer Pfahlabstand in der Längsrichtung gewählt werden. Die Bedingung gleicher Richtung von R' mit R gestattet, durch Parallelverschiebung der R-Richtung in das Krafteck für die Pfahlkräfte P die verschiedenen Möglichkeiten abzugrenzen (vgl. dünn eingetragene Parallelen 0 bis 3), die unter dieser Bedingung in Frage kommen. Diese Parallelen schneiden auf den Kräften P_5 und P_1 bestimmte Teilstrecken ab, die nur als Kraft angesetzt werden dürfen. Welche von diesen Möglichkeiten nun die gesuchte Lösung unserer Aufgabe ist, entscheidet sich auf Grund der letzten Bedingung, wonach auch die Lage von R' der Lage von R entsprechen muß, so daß kein Moment übrigbleibt. Die Aufgabe ist durch Probieren leicht zu lösen, indem z. B. die Pfahlkräfte P_2 bis P_4 zu einer Mittelkraft zusammengesetzt werden und von den Kräften P_1 und P_5 jeweils nur ein solcher Teil angesetzt wird, daß die Richtungsbedingung erfüllt bleibt. In Abb. 18c ist z. B. die Parallele 2 zu Grunde gelegt, d. h. es ist so gerechnet, als ob die Pfahlreihe 5 nicht vorhanden wäre. Die Grenzbelastung der Pfahlreihe 1 ist dann nicht ausnutzbar. Die erhaltene Mittelkraft $\bar{R}'$ stimmt der Lage nach schon fast mit R überein. Eine geringe Parallelverschiebung der Pfahlreihe 4 (gestrichelt angedeutet) bringt die Kräfte $\bar{R}'$ und R in eine Wirkungslinie, bedeutet also bereits eine Lösung der gestellten Aufgabe. Werden dann die Grenzbelastungen der Pfahlkräfte noch auf die vorstehend angedeutete Art verhältnisgleich verkleinert, so ist auch die Bedingung $\bar{R}' = R$ erfüllt. Schließlich kann auch die Grenzbelastung der P_1-Pfahlreihe noch soweit herabgedrückt werden, wie es das Krafteck in Abb. 18c angibt. Im Endergebnis erhält man auf diese Weise einen Pfahlrost, der so sparsam wie nur irgend möglich durchgebildet ist, der aber doch ausreichend sicher ist, indem er der Katastrophen-Belastung mit der Mittelkraft R gerade noch widersteht. — Selbstverständlich sind durch die zuletzt ausgewählte Lösung nicht alle Möglichkeiten erschöpft, da nicht nur die Pfahlreihe 4, sondern auch die Reihen 2 und 3 parallel verschoben werden können.

(Fortsetzung folgt)

Zur Gestaltung und Berechnung von Pfahlrosten

Von Prof. JOH. OHDE, Berlin

(2. Fortsetzung und Schluß aus Heft 11/1951)

4. Zur Frage der Grenzbelastung von Pfählen

Alle Berechnungsverfahren, besonders aber das zuletzt gezeigte Verfahren auf Grund der plastischen Nachgiebigkeit der Pfähle, erfordern zur Ermittlung der vorhandenen Sicherheit eine leidlich genaue Kenntnis der größten Tragkraft von Pfählen. Diese wichtige Frage soll deshalb hier noch behandelt werden.

Bei wichtigen und größeren Bauvorhaben geben bekanntlich einige **Probebelastungen** den sichersten Aufschluß über die Tragkraft der Pfähle. Ein solches Vorgehen ist jedoch zeitraubend und teuer, so daß es für kleinere Baustellen nur selten zur Anwendung kommt. In diesen Fällen muß man daher versuchen, die Grenzbelastung der Pfähle zu **berechnen**, sei es mit Hilfe der Stoffwerte aus der Baugrund-Untersuchung oder — bei Rammpfählen — nach einer brauchbaren Rammformel. Die bisherigen Berechnungsversuche nach beiden Richtungen hin (soweit sie dem Verfasser bekannt geworden sind, hier ist hauptsächlich nur das deutschsprachige Schrifttum berücksichtigt) mögen nachstehend in gebotener Kürze kritisch bewertet werden.

Die **Berechnung der Grenzbelastung** eines Pfahles mit Hilfe der Stoffwerte des tragenden Untergrundes ist schon verschiedentlich versucht worden, anfänglich allerdings nur mit geringem Erfolg. In Deutschland sind besonders die Formeln von **Dörr, Krey** und **Terzaghi** bekanntgeworden. **Dörr** versucht die Berechnung der Matelreibung nach der Erddrucklehre für sandigen Baugrund ohne Festigkeit, indem er von dem Sonderfall mit negativem Wandreibungswinkel ($\delta = -\rho$) ausgeht. Es ist aber leicht einzusehen, daß dieser Erddruck-Sonderfall — wenn überhaupt — dann nur für die (für die Tragkraft belanglose) oberste dünne Erdschicht des tragenden Untergrundes in Betracht kommen kann, nicht aber für den Verdrängungsvorgang in größerer Tiefe. Die Formeln von **Dörr** gehen daher völlig fehl, worauf schon Terzaghi deutlich hingewiesen hat[9]). Ernsthafter versucht **Krey**, sich mit dem Problem der Tragkraft von Pfählen auseinanderzusetzen[10]). Seiner Meinung nach ist der Seitendruck auf den Mantel gerammter Pfähle mindestens gleich der natürlichen Erdauflast ($\gamma \cdot z$), höchstwahrscheinlich aber noch erheblich größer als diese, wobei Krey den bekannten Faktor für den Erdwiderstand:

$$\lambda = \mathrm{tg}^2\,(45^0 + \varrho/2) \tag{14}$$

nennt. Nach diesem Vorschlag kommt man der Wirklichkeit in manchen Fällen schon bedeutend näher als nach Dörr. Trotzdem ist zu bemängeln, daß die eigentliche Ableitung fehlt und daß auf die Zusammendrückbarkeit des Erdreiches, die doch offenbar von Einfluß sein muß, nicht eingegangen ist. Der Spitzenwiderstand wird sowohl nach Dörr als auch nach Krey viel zu gering erhalten.

Der wirkliche Druck auf Mantel und Spitze gerammter Pfähle entspricht offenbar dem **Verdrängungswiderstand** des Erdreiches, was Krey wohl andeutete, aber rechnerisch nur sehr unvollkommen berücksichtigte. Erst **Terzaghi** hat die Verhältnisse in grundsätzlicher Hinsicht klar erkannt und die ersten diesbezüglichen Näherungsberechnungen durchgeführt unter Berücksichtigung der Zusammendrückbarkeit und der inneren Reibung des Erdreiches[9]). Hiernach ist um den Pfahl herum ein größerer plastischer Bereich vorhanden, der ganz von Gleitflächen durchzogen ist und der den Pressungsanstieg und damit die Verspannung des Pfahles im Erdreich zur Hauptsache ermöglicht. Da die Pressungen im plastischen Bereich spannungstheoretisch durchaus stabil sind, besteht keine Veranlassung mehr zu der hin und wieder vertretenen Annahme, die Pressungen am Pfahlmantel könnten mit der Zeit wieder weitgehend abgebaut werden, z. B. durch Ausgleich von Reibungsspannungen. Lediglich infolge der zeitlichen Nachwirkung des Erdreiches nach der plötzlichen Belastung durch das Einrammen kann ein geringfügiger Spannungsabbau eintreten.

Der Verfasser hat die von Terzaghi mit groben Näherungsrechnungen begonnene Theorie des Verdrängungswiderstandes mit Hilfe genauerer Ansätze weiter ausgebaut, worauf hier jedoch nicht eingegangen werden kann. Es seien lediglich die auf Grund der zahlenmäßigen Auswertung erhaltenen Näherungsformeln mitgeteilt, da diese Ergebnisse unmittelbar anwendbar sind. Für den **Spitzenwiderstand** (P_{Sp}) ist dabei von der in „Bautechnik" 1950, S. 274 abgeleiteten Formel für den Eindringungswiderstand eines tiefen Kreisfundamentes ausgegangen, deren Auswertung etwa lautet:

$$P_{Sp} = \psi_{Sp} \cdot \bar{p}_{Sp} \cdot F \tag{15}$$

mit F als untere Pfahlquerschnittsfläche, $\bar{p}_{Sp}$ als Erdauflast in Höhe der Pfahlspitze und

$$\psi_{Sp} \approx \frac{1+\lambda_n}{2}\left\{\frac{\lambda}{3} + \left[\frac{2}{3} + (1{,}2-\mu)\sqrt{\mu}\,\frac{Z}{\bar{p}_{Sp}}\right]^{\mu/(\mu+0{,}42)}\right\}. \tag{16}$$

Hierin bedeuten:

$\mu = \mathrm{tg}\,\rho$ den Reibungsbeiwert der Erde,

$\lambda = \left[\sqrt{1+\mu^2} + \mu\right]^2$ den Erdwiderstandsbeiwert nach (14),

λ_n den Verhältniswert des natürlichen (seitlichen) Erddruckes (für erstbelasteten Sand: $\lambda_n \approx 0{,}5$, für stärker vorbelastetes Erdreich: λ_n bis 1,0),

Z die Zusammendrückungszahl der Erde, z. B. in kg/cm² für unbehinderte Seitendehnung, ermittelt aus

$Z = \frac{(m+1)\,(m-2)}{m\,(m-1)} \cdot V$ mit m als Querdehnungszahl > 2 (für Sand: $m \approx 3{,}2$, d. h. $Z \approx 0{,}716\,V$) und

V als Verdichtungszahl (Zusammendrückungszahl für verhinderte Seitendehnung).

Für den **Mantelreibungs-Widerstand** (P_M) wurden ähnliche Ansätze erhalten:

$$P_M = \mu' \cdot \psi_M \cdot \bar{p}_M \cdot U_F \tag{17}$$

mit μ' als Reibungsbeiwert zwischen Pfahlmantel und Erdreich, $\bar{p}_M$ als Mittelwert der lotrechten Erdauflast für den Pfahlmanteldruck und U_F als Pfahlmantelfläche sowie

$$\psi_M \approx \lambda_n \left(\frac{V}{\lambda_n \cdot \bar{p}_M}\right)^{0{,}54\,\mu/(\mu+0{,}42)} \tag{18}$$

Meistens darf nur die Mantelreibung der unteren tragfähigen Schicht angesetzt werden, da die Mantelreibung der überlagernden weichen Schichten wegen der oft großen Formänderungen dieser Schichten meist nicht wirksam werden kann. Nur wenn die oberen Schichten weniger nachgeben, kann ein Bruchteil ihrer vollen Mantelreibung wirksam werden (s. auch weiter nachstehend). Außerdem ist bei der Anwendung zu beachten, daß die Formeln (16) und (18) nur gültig sind, solange Porenwasser-Überdruck sowohl beim Einrammen als auch bei der späteren Belastung keinen großen Einfluß hat. Für den Manteldruck gerammter Pfähle im Ton (Porenwasser-Überdruck) kann man überschläglich anschreiben:

$$P_M = (\mu' \cdot \psi_M \cdot \bar{p}_M + k')\,U_F \tag{19}$$

mit k' als Kohäsion des Tones am Pfahlmantel und

$$\psi_M \cdot \bar{p}_M \approx (0{,}95 - 0{,}4\,\mu)\,\bar{p}_M + (0{,}6 - 0{,}8\,\mu)\,k. \tag{20}$$

(k = Kohäsion des Tones selber).

Zahlenbeispiel: Ein Stahlbetonpfahl von 36 · 36 cm² Querschnitt und 19 m Länge steckt unten 2,10 m in „feinem scharfem Sand", darüber liegen 8 m grauer Ton (einschl. 0,5 m Torfschicht) und weitere 6 m weiche Ton- und Torfschichten. Ganz oben sind etwa 3 m Sand aufgespült. Nach **Brinkmann** (De Ingenieur 1927) ist die Tragkraft dieses Pfahles (Grenzbelastung) zu Pg ≈ 143 t erhalten. **Krey**, der dieses Beispiel ebenfalls behandelte[10]), hat für die untere tragfähige Sandschicht auf Grund erdstofflicher Untersuchungen der einzelnen Schichten eine Erdauflast von 11,7 t/m² ermittelt; die darüberliegenden 8 m Ton weisen nach der gleichen Untersuchung eine mittlere Erdauflast von rd. 9,0 t/m² auf.

Für die Tragkraft-Berechnung kommen die oberen nachgiebigen Schichten kaum in Betracht. Der Pfahl findet seinen Widerstand vor allem in der unteren Sandschicht. Die darüber

[9]) K. Terzaghi: Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage, Leipzig und Wien 1925, Verlag Franz Deuticke.

[10]) H. Krey: Erddruck, Erddruckzustand und Tragfähigkeit des Baugrundes. Berlin 1912 (1. Aufl.) und 1926 (3. Aufl.), Wilhelm Ernst u. Sohn.

lagernde 8 m dicke Tonschicht kann wegen ihrer stärkeren Auflast auch noch einen Beitrag zur Grenzbelastung liefern, wahrscheinlich aber nicht in voller Höhe oder erst nach einer gewissen Setzung des Pfahles. Da die Zusammendrückbarkeit und die innere Reibung des tieferen Untergrundes nicht genau bekannt sind, müssen diese Werte auf Grund eigener Prüfraum-Erfahrungen geschätzt werden. Für den unteren Sand dürfte ein Reibungsbeiwert $\mu = \operatorname{tg} \rho$ von 0,70 etwa zutreffen; für die Reibung am Pfahlmantel sei $\mu = 0{,}55$ geschätzt. Als Verdichtungszahlen V kommen etwa in Betracht: $V = 200\ p^{0,65}$ bis $V = 400\ p^{0,65}$. Der λ_n -Wert für den natürlichen Erddruck ist mindestens 0,5, bei stärkerer geologischer Vorbelastung aber größer (u. U. bis 0,8). Für den Ton sei λ_n zu 0,7 angenommen und es sei weiter geschätzt: $\mu = 0{,}45$, $\mu' = 0{,}40$.

Damit erhalten wir etwa die folgende Berechnung der Grenzbelastung, wenn für den Sand zunächst mit $\lambda_n = 0{,}5$ gerechnet wird:

$$\bar{p}_{Sp} = 11{,}7 + 1{,}05 \cdot 2{,}10 = 13{,}9\ \mathrm{t/m^2}$$

für den Sand: $$\bar{p}_M = 11{,}7 + 1{,}05 \frac{2{,}10 - 0{,}4}{2} = 12{,}6\ \mathrm{t/m^2}$$

(0,4 = Länge der Pfahlspitze)

$$\lambda = \left[\sqrt{1 + 0{,}7^2} + 0{,}7\right]^2 = 3{,}69$$

$$\psi_{Sp} \approx \frac{1+0{,}5}{2}\left\{\frac{3{,}69}{3} + \left[\frac{2}{3} + \left(1{,}2 - 0{,}7\right)\sqrt{0{,}7}\right]\left(\frac{Z}{1{,}39}\right)^{0,7/(0,7+0,42)}\right.$$

$$= 0{,}75\left[1{,}23 + 1{,}085\left(\frac{Z}{1{,}39}\right)^{0,625}\right]$$

$$\psi_M \approx 0{,}5\left(\frac{V}{0{,}5 \cdot 1{,}26}\right)^{0,54 \cdot 0,7/(07+0,42)} = 0{,}5\left(\frac{V}{0{,}63}\right)^{0,3375}$$

für $V = 200 \cdot p^{0,65}$ **(kg/cm²):**

$$Z = 0{,}716 \cdot 200 \cdot 1{,}39^{0,65} = 177{,}5\ \mathrm{kg/cm^2}$$

$$\psi_{Sp} \approx 0{,}75\left[1{,}23 + 1{,}085\left(\frac{177{,}5}{1{,}39}\right)^{0,625}\right] = 17{,}8$$

$$V = 200 \cdot 1{,}26^{0,65} = 232\ \mathrm{kg/cm^2}$$

$$\psi_M \approx 0{,}5\left(\frac{232}{0{,}63}\right)^{0,3375} = 3{,}67.$$

für $V = 400 \cdot p^{0,65}$ **(kg/cm²):**

$$\psi_{Sp} \approx 0{,}75\left[1{,}23 + 1{,}085\left(\frac{2 \cdot 177{,}5}{1{,}39}\right)^{0,625}\right] = 26{,}9$$

$$\psi_M \approx 0{,}5\left(\frac{2 \cdot 232}{0{,}63}\right)^{0,3375} = 4{,}64.$$

Hiernach erhält man **nur** für den Sand die Grenzbelastung:

für $V_1 = 200$: $$P_{Sp} + P_M = 17{,}8 \cdot 13{,}9 \cdot 0{,}36^2 + 0{,}55 \cdot 3{,}67 \cdot 12{,}6 \cdot 4 \cdot 0{,}36\ (2{,}10 - 0{,}40) = 32{,}0 + 62{,}2 = 94{,}2\ \mathrm{t}$$

für $V_1 = 400$: $$P_{Sp} + P_M = 26{,}9 \cdot 13{,}9 \cdot 0{,}36^2 + 0{,}55 \cdot 4{,}64 \cdot 12{,}6 \cdot 4 \cdot 0{,}36\ (2{,}1 - 0{,}4) = 48{,}5 + 78{,}0 = 126{,}5\ \mathrm{t}.$$

Als Beitrag der unteren Tonschicht erhält man nach (19) und (20) im Höchstfalle unter der Annahme $k' = o$ (Erstbelastg.):

$$\Delta P_M \approx 0{,}40\ (0{,}95 - 0{,}4 \cdot 0{,}45)\ 9{,}0 \cdot 4 \cdot 0{,}36 \cdot 8{,}0 = 31{,}9\ \mathrm{t}.$$

Ob dieser Wert voll angesetzt werden darf, bleibt fraglich, da die Verformbarkeit der unteren Tonschicht nicht bekannt ist. Setzen wir die Hälfte an, so erhalten wir im ganzen für die Grenzbelastung:

$$P_g = 94{,}2 + 15{,}9 = \mathbf{110\ t} \text{ bzw. } 126{,}5 + 15{,}9 = \mathbf{142\ t}.$$

Der Vergleich mit dem Probebelastungswert von 143 t zeigt, daß die empfohlenen Formeln wahrscheinlich vorsichtig genug angesetzt sind. Die Zahlenrechnung selbst läßt außerdem erkennen, daß die Grenzbelastung etwa nur mit der Quadratwurzel aus der Verdichtungszahl zunimmt, so daß eine etwas ungenaue Verdichtungszahl das Ergebnis nicht sehr stark beeinflußt. — Wird λ_n für den Sand zu 0,8 angenommen (stärkere geologische Vorbelastung), so liefert die Rechnung für $V_1 = 200$ und 400 die Zahlenwerte: $P_g \approx 139$ t und 182 t, das sind rd. 27 % mehr als vorhin.

Im ganzen dürfte zu erkennen sein, daß die Berechnung nach der verbesserten Theorie des Verdrängungswiderstandes durchaus annehmbare Werte für die Tragkraft der Pfähle liefert und daher zur Anwendung in der Baupraxis empfohlen werden kann.

Einen weiteren Anhaltspunkt für die Grenzbelastung liefert bei gerammten Pfählen der aus den Rammdaten errechnete **Eindringungswiderstand**, der **bei sandigem Untergrund** angenähert der Grenzbelastung gleichgesetzt werden darf. Diese Umrechnung der Rammdaten auf den Eindringungswiderstand kann bekanntlich nur mit Hilfe einer **brauchbaren** Rammformel erfolgen. Die Fehlerhaftigkeit mancher „Rammformeln" hat leider schon dazu geführt, die Zuverlässigkeit aller Formeln solcher Art von vornherein anzuzweifeln. Ein solcher Standpunkt ist aber töricht und verrät, daß man den Dingen nicht gründlich genug nachgegangen ist. Denn es gibt nachweislich mehrere brauchbare Rammformeln, so daß es nur darauf ankommt, das Brauchbare vom Umbrauchbaren zu scheiden[11]).

Zu verwerfen sind nach den Erfahrungen des Verfassers die Formeln von **Eytelwein, Weisbach, Brix** und ähnliche einfach aufgebaute Formeln. Die Formel von Brix muß von vornherein falsch sein, da nur der Anteil $Q/R + Q$) der nutzbaren Fallenergie des Rammbären angesetzt wird. (R = Rammbärgewicht, Q = Pfahlgewicht).

Außerdem ist, ebenso wie bei der Formel von **Eytelwein**, die vom Eindringungswiderstand P herrührende Arbeit der Pfahlpressungen vernachlässigt. Diese Vernachlässigung ist aber gerade bei kleinen Eindringungstiefen t von wesentlichem Einfluß, weil dann die Arbeit der genannten Pfahlpressungen die Größenordnung der Arbeit des Eindringungswiderstandes erreicht. Aus diesem Grunde kann die Formel von Eytelwein nur bei großen Eindringungstiefen richtige Werte liefern. Brix und Eytelwein setzen einen unelastischen Stoß voraus, was als vorsichtige Annahme zugelassen werden kann. Im Gegensatz dazu ist bei der Formel von **Weisbach** vom vollkommen elastischen Stoß ausgegangen, was in jedem Falle zu große Eindringungswerte liefert, wie der Vergleich mit Probebelastungen zeigt. In Wirklichkeit ist bekanntlich beim Rammen ein **teilweise elastischer Stoß** vorhanden, aber mehr unelastisch als elastisch, woraus die Unzulässigkeit der Weisbachschen Annahme ohne weiteres folgt.

Die erste wirklich **brauchbare Rammformel** hat **Redtenbacher** angegeben (1859). Vorausgesetzt ist unelastischer Stoß, was als vorsichtige Annahme bereits erwähnt wurde. Die Arbeit der inneren Pfahlpressungen ist berücksichtigt, indem der Eindringungswiderstand P als Pressungskraft auf ganzer Pfahllänge angesetzt wurde. In Wirklichkeit ist die Verformungslänge wegen der Mantelreibung und der Verteilung der Trägkeitskräfte kleiner als die Pfahllänge l, so daß durch den Ansatz der ganzen Länge l bereits ein Teil der Baugrund-Federung mit erfaßt ist. Mit der Abkürzung

$$e = \frac{l}{EF} \tag{21}$$

lautet die Formel von Redtenbacher (in der von Stern verbesserten Form):

$$P = \frac{R}{R+Q} \cdot \frac{Rh}{t} + R + Q - \frac{e}{2t} \cdot P^2 \tag{22 a}$$

oder

$$P = \frac{1}{e}\left[-t + \sqrt{2e\left[\frac{R}{R+Q} \cdot Rh + t(R+Q)\right] + t^2}\right]. \tag{22 b}$$

Meistens kann in der letzten Formel das Glied $t\ (R + Q)$ vernachlässigt werden, was der ursprünglichen Formel entspricht. Es bedeuten: t die Eindringung je Schlag und h die Fallhöhe des Rammbären R.

Weitere brauchbare Formeln entstanden unter Verwendung der Theorie des **teilweise elastischen Stoßes.** Nach der Einführung durch **Krapf**[12]) entstanden die Formeln von **Stern**[13]), **Kafka**[14]) und **Rausch**[15]). Hier sei nur die Formel von

[11]) Der Kürze halber können hier wieder nur die **Ergebnisse** des Verfassers gebracht werden; ein ausführlicher Aufsatz über das Thema „Rammformeln" soll bald an anderer Stelle erscheinen.

[12]) Ph. Krapf: Formeln und Versuche über die Tragfähigkeit eingerammter Pfähle. Leipzig 1906.

[13]) O. Stern: Das Problem der Pfahlbelastung. Berlin 1908.

[14]) R. Kafka: Die Theorie der Pfahlgründungen. Berlin 1912.

[15]) E. Rausch: Zur Frage der Tragfähigkeit von Rammpfählen. Bauingenieur 1930, S. 514.

Stern vorgeführt, welche in der von Kafka verbesserten Form und unter Verwendung der **Stoßzahl** $\varkappa$ $(0 < \varkappa < 1)$ lautet[16]):

$$P = \frac{R + \varkappa^2 Q}{R + Q} \cdot \frac{Rh}{t} + R + Q - \frac{e}{2t} P^2 \qquad (23\,a)$$

oder

$$P = \frac{1}{e}\left[-t + \sqrt{2e\left[\frac{R + \varkappa^2 Q}{R + Q} \cdot Rh + t(R + Q)\right] + t^2}\right]. \qquad (23\,b)$$

$\varkappa$ wird für Holzpfähle meistens zu 0,5, für Stahlbetonpfähle zu 0,3 angenommen.

Bei den vorstehend genannten Formeln ist nur der Energieverlust beim 1. Stoß berücksichtigt, außerdem ist die Baugrund-Federung überwiegend vernachlässigt. Beide Ungenauigkeiten sind bei den nachstehenden Formeln des Verfassers weitgehend vermieden, indem sowohl die Baugrund-Federung überschläglich eingeführt als auch der mehrmalige (Schwingungs-)Stoß beim Rammschlag berücksichtigt wurde[17]). Für $\frac{R}{Q} > \frac{2\varkappa}{1-\varkappa}$ („gute" Rammarbeit) lautet die entsprechende Formel:

$$P = \frac{(1 + \varkappa) \cdot R}{2R + (1 - \varkappa) Q} \cdot \frac{Rh}{t} + R + Q - e_2 \frac{(P - Q)^2}{2t} \qquad (24\,a)$$

oder

$$P - Q = \frac{1}{e_2}\left[-t + \sqrt{2e_2\left[\frac{(1+\varkappa)R}{2R + (1-\varkappa)Q} \cdot Rh + Rt\right] + t^2}\right]. \qquad (24\,b)$$

Für $\frac{R}{Q} < \frac{2\varkappa}{1-\varkappa}$ (weniger gute Rammarbeit) gilt:

$$P = \frac{(1 + \varkappa)}{2R + (1 - \varkappa) Q}(1 - \beta^n) \cdot \frac{Rh}{t} + R + Q - n e_2 \frac{(P - Q)^2}{2t} \qquad (25\,a)$$

oder

$$P - Q = \frac{1}{n e_2}\left[-t + \sqrt{2 n e_2\left[\frac{(1+\varkappa)R}{2R + (1-\varkappa)Q}(1 - \beta^n) Rh + Rt\right] + t^2}\right]. \qquad (25\,b)$$

mit $\beta = \left(\frac{R - \varkappa Q}{R + Q}\right)^2$ und n als ganzzahliger Größtwert aus der Bedingung:

$$\beta^{n-1} > \varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{(R + Q)^2}{(1 + \varkappa)^2 RQ} \cdot \frac{e_2 (P - Q)^2}{Rh} \qquad (26)$$

Für e_2 gilt jetzt nicht (21), sondern:

$$e_2 \approx 0{,}4\left(e + \frac{1}{A\ z_0}\right) \qquad (27)$$

mit A aus Ausdehnungszahl (Federungszahl für unbehinderte Seitendehnung) des Erdreiches unterhalb der Pfahlspitze und z_0 nach Abb. 15 als Höhenlage des Schwerpunktes des Eindringungswiderstandes (Spitzendruck und Mantelreibung) über der Pfahlspitze.

Als **Zahlenbeispiel** sei der gleiche Fall durchgerechnet, dessen Tragkraft schon nach der Theorie des Verdrängungswiderstandes nachgeprüft wurde. Als Rammdaten wurden festgestellt: R = 3 t, Q = 6 t, t = 0,13 cm für h = 60 cm. Damit wird nacheinander erhalten:

Nach Brix:

$$P = \frac{RQ}{(R + Q)^2} \cdot \frac{Rh}{t} = \frac{3 \cdot 6}{(3 + 6)^2} \cdot \frac{3 \cdot 60}{0{,}13} = 308 \text{ t}.$$

Nach Eytelwein:

$$P = \frac{R}{R + Q} \cdot \frac{Rh}{t} + R + Q = \frac{3}{3 + 6} \cdot \frac{3 \cdot 60}{0{,}13} + 3 + 6 = 471 \text{ t}.$$

Nach Weisbach mit $e = \frac{1900}{36^2 \cdot 300} = 0{,}00489$ cm/t:

$$P = \frac{1}{e}\left[-t + \sqrt{2e\,[Rh + t(R + Q)] + t^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{0{,}00489}\left[-0{,}13 + \sqrt{2 \cdot 0{,}00489\,[3 \cdot 60 + 0{,}13(3 + 6)] + 0{,}13^2}\right] = 247 \text{ t}.$$

Nach Redtenbacher (Gl. 22b):

$$P = \frac{1}{0{,}00489}\left[-0{,}13 + \sqrt{2 \cdot 0{,}00489\left[\frac{3}{3 + 6} \cdot 3 \cdot 60 + 0{,}13\,(3 + 6)\right] + 0{,}13^2}\right] = 134 \text{ t}.$$

Nach Stern mit $\varkappa = 0{,}3$ (Gl. 23b):

$$P = \frac{1}{0{,}00489}\left[-0{,}13 + \sqrt{2 \cdot 0{,}00489\left[\frac{3 + 0{,}09 \cdot 6}{3 + 6} \cdot 3 \cdot 60 + 0{,}13\,(3 + 6)\right] + 0{,}13^2}\right] = 147 \text{ t}.$$

Nach den Formeln des Verfassers ist zunächst nach (27) mit einer Schwellzahl S (Ausdehnungszahl für verhinderte Seitendehnung)

von rd. $1000 \cdot \bar{p}^{0{,}65}$ und $A \approx \frac{(m + 1)(m - 2)}{m(m - 1)} S \approx 0{,}716\ S$:

$$A \approx 0{,}716 \cdot 1000 \cdot 1{,}39^{0{,}65} = 887 \text{ kg/cm}^2 = 0{,}887 \text{ t/cm}^2.$$

Die Strecke z_0 nach Abb. 15 wird zu 100 cm geschätzt.

$$e_2 = \frac{2}{5}\left(0{,}00489 + \frac{1}{0{,}887 \cdot 100}\right) = 0{,}00645 \text{ cm/t}.$$

Da mit $\varkappa = 0{,}3$ der Wert

$$\frac{R}{Q} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} < \frac{2\varkappa}{1-\varkappa} = \frac{2 \cdot 0{,}3}{1-0{,}3} = \frac{6}{7}$$

ist, so sind die Formeln (25) zu benutzen. Nach (26) ist mit einem zunächst geschätzten P von rd. 140 t:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{(3 + 6)^2}{1{,}3^2 \cdot 3 \cdot 6} \cdot \frac{0{,}00645\ (140 - 6)^2}{3 \cdot 60} = 0{,}856;$$

$$\beta = \left(\frac{3 - 0{,}3 \cdot 6}{3 + 6}\right)^2 = 0{,}0178.$$

Setzt man diese Zahlenwerte in (26) ein, so ergibt sich n = 1. Damit ist nach (25b):

$$P - Q = \frac{1}{0{,}00645}\left[-0{,}13 + \sqrt{2 \cdot 0{,}00645\left[\frac{1{,}3 \cdot 3}{2 \cdot 3 + 0{,}7 \cdot 6}(1 - 0{,}0178) \cdot 3 \cdot 60 + 3 \cdot 0{,}013\right] + 0{,}13^2}\right]$$

oder

$$P - Q \approx 125 \text{ t}; \quad P = 125 + 6 = 131 \text{ t}.$$

Der Vergleich mit dem gefundenen Probebelastungswert von 143 t zeigt, daß die drei letzten Rammformeln brauchbare Werte liefern, daß aber die Formeln von Brix, Eytelwein und Weisbach nicht benutzt werden dürfen. Die Rechnung läßt vor allem erkennen, daß auch mit Hilfe der Rammformeln zuverlässige Ergebnisse für die Tragkraft von Pfählen in sandigem Grund erhalten werden, wenn „brauchbare" Formeln benutzt werden. Es besteht daher nach der Ansicht des Verfassers kein Grund, die Beweiskraft guter Rammformeln anzuzweifeln, sofern ein hinreichend sandiger Untergrund vorhanden ist.

Auszunehmen sind erfahrungsgemäß Pfähle, die in wassergesättigtem lockeren Feinsand oder reinem Schluff gerammt werden. In solchen Fällen und auch bei bindigem Untergrund sollte man versuchen, die Tragkraft aus Rammdaten zu ermitteln, die nach einer längeren Ruhezeit erhalten werden.

[16]) Die später von **Terzaghi** in seinem Buche „Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage" (Leipzig 1925) abgeleitete Formel ist mit (23b) identisch, nur daß t (R + Q) unter der Wurzel fortgelassen ist.

[17]) Die u. U. mehrmals kurz hintereinander vorkommenden Stöße des Rammbären bei ein und demselben Rammschlag sind schon von **Krapf** und **Stern** angedeutet und neuerdings von **Hoffmann** („Der Rammschlag", Heft 6 der Stahlbau-Forschungshefte, Berlin 1943) durch Versuche überzeugend nachgewiesen. Der Verfasser wurde hierdurch zur Aufstellung seiner Formel angeregt, worüber an anderer Stelle bald berichtet werden soll.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

HÜTTE

DES INGENIEURS TASCHENBUCH

HERAUSGEGEBEN
VOM
AKADEMISCHEN VEREIN HÜTTE, E.V. IN BERLIN

28. berichtigte und ergänzte Auflage

HÜTTE III

Als Manuskript gedruckt
Nicht für den Handel

BERLIN 1956
VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN

II. Grundbaumechanik (vgl. S. 1469 ff.)

Bearbeitet von Prof. J. Ohde †, Berlin

B. Statik des Grund- und Erdbaues [48], [49] [1])

Bezeichnungen, s. a. S. 886:

ϱ	Reibungswinkel [°],
μ	Reibungsbeiwert tg ϱ [–],
k	Eigenfestigkeit (Kohäsion) [kg/cm²], [t/m²],
$\varkappa$	Festigkeitsbeiwert, auch Stoßzahl [–],
τ	Schubspannung [kg/cm²], [t/m²], auch dimensionsloser Zeitfaktor,
τ_g	Gleitwiderstand [kg/cm²], [t/m²],
ν	Normalspannung [kg/cm²], [t/m²],
ν_g	Grenzbelastung als mittlere Sohlpressung [kg/cm²], [t/m²],
σ	resultierende Schrägspannung aus ν und τ, auch Hauptspannungen [kg/cm²], [t/m²],
C	Verfestigungszahl für zeitlichen Setzungsverlauf, auch als Konstante [–],
B	Bettungszahl [kg/cm³], auch für Breite [m],
E	Elastizitätszahl fester Körper, auch allgemein für Formänderungszahl und für Erddruck [kg/cm²],
E_a	aktiver (angreifender) Erddruck [t],
E_p	passiver Erddruck oder Erdwiderstand [t],
E_0	Ruhedruck des Erdreiches (E auf unnachgiebige Wände) [t],
E_n	natürlicher Erddruck [t],
N	Normalspannungs-Mittelkraft [t],
T	Schubspannungs-Mittelkraft (z. B. aus Reibung) [t],
Q	Mittelkraft aus Reibungsschrägspannungen σ oder aus N und T, auch Querkraft oder Pfahlgewicht [t],
K	Festigkeits-Mittelkraft (Kohäsions-Widerstand) [t],
A	Ankerzug (z. B. für eine Spundwand) [t],
M	Biegemoment [tm],
R	Gleitkreishalbmesser [m], auch Rammbärgewicht [t],
W	Wasserdruck oder Wasserströmungskraft [t],

[1]) Schrifttum S. 944.

G Eigengewicht [t],
P Belastungen, auch Pfahlkräfte [t],
P_g Grenzbelastung (Eindringungswiderstand) [t],
F Querschnittfläche [cm²], [m²],
r Halbmesser (Radius) [cm], [m],
b Breite (z. B. für Fundament) [m], auch Abkürzung für $\operatorname{tg}\beta$ [−],
a Länge einer Druckfläche [m], auch Abkürzung für $\operatorname{tg}\alpha$ [−],
e Außenmittigkeit [m], auch Nachgiebigkeitszahl für Pfähle [−],
h lotrechte Stütz- oder Wandhöhe [m], auch Dicke einer Tonschicht [m],
z Tiefenkoordinate [m],
x, y Grundrißkoordinaten [m],
t Tiefe (Rammtiefe oder Gründungstiefe) [m], auch Eindringung beim letzten Rammschlag [cm],
m $\operatorname{tg}\delta$ Spannungs- und Erddruckneigung, auch Querdehnungszahl (> 2,0),
p gleichmäßige Auflast [t/m²], lotrechte Pressung beim Versuch [kg/cm²],
$\bar{p}$ Erdauflast [t/m²; $\bar{p}_m = (1/2)(1+\lambda_n)\,\bar{p}$ mittlere Erdkornpressung [kg/cm²],
p_v (geologische) Vorbelastung [kg/cm²], [t/m²],
ζ lotrechte Setzung [cm],
ξ waagerechte Verschiebung oder Setzung [cm],
λ $\operatorname{tg}^2(45^\circ + \varrho/2) = (1+\sin\varrho)/(1-\sin\varrho) = [\sqrt{1+\mu^2}+\mu]^2$ [−],
λ_a Verhältniswert für waagerechte Teilkraft von E_a [−],
λ_p, λ_0 und λ_n desgl. für E_p, E_0 und E_n,
ψ dimensionsloser Beiwert (Gleitwiderstand, Tragkraft der Pfähle) [−],
η Sicherheitsgrad (η_τ auf τ_f, η_p auf Kräfte bezogen) [−],
Φ Verdrehungswinkel [°],
φ Winkel zur Lotrechten [°], auch Verhältniszahl [−],
δ Winkel für Erddruck und Spannungsneigung [°],
α Wandneigungswinkel zur Lotrechten [°] ($\operatorname{tg}\alpha = a$),
β Geländeneigungswinkel [°] ($\operatorname{tg}\beta = b$),
ϑ Gleitflächenwinkel zur Waagerechten [°].

1. Auftretende Kräfte und Spannungen

Äußere Lasten (S. 343 ff.). **Eigengewicht** eines Erdkörpers ist $G = \gamma J_v$, wobei γ Raumgewicht [t/m³] (unter Wasser γ_0 nach Abzug des Auftriebes, vgl. S. 892) und J_v Rauminhalt [m³].

Verkehrslasten. Menschengedränge und leichter Verkehr ≈ 0,5 t/m² (Böschungsbermen, leichte Uferwände). Mittelschwerer Verkehr (Straßen und leichte Bahnen) ≈ 1,0 t/m². Schwerer Verkehr (Eisenbahn) ≈ 2,0 t/m², ausnahmsweise bis 3,0 t/m². Dazu kommen für Erddruckberechnungen noch Stoß- und Erschütterungszuschläge ([60] 1949, S. 362).

Belastungen durch Massengüter (Kohle, Erze) verschieden (2 bis 10 t/m²) je nach Schütthöhe, Raumgewicht und Böschungsneigung (s. Anhang oder HÜTTE I; DIN 1055, Bl. 1).

Waagerechter Zug für Ufermauern ([70] 1934/35, S. 247): 10 bis 25 t für Haltekreuze oder -ringe und kleine Poller (kleinere Schiffe), 50 bis 100 t für starke Seeschiffpoller (ausnahmsweise bis 200 t). Entfernung der Haltekreuze und Poller 10 bis 30 m ergibt demnach waagerechten Zug von 1 bis 2 t/m für kleinere Schiffe und 2 bis 4 t/m für große Seeschiffe. — Krandrücke für Ufermauern sehr verschieden (2 bis 10 t/m).

Wasserdruck-Ansatz nach Abb. 1: Für lotrechte Wand $W = 0{,}5\,h^2$, für geneigte Wand $W = 0{,}5\,hs$ oder Ansatz von 2 Lasten nach Abb. 1c. Bei beiderseitigem Wasserdruck nur Unterschied ansetzen (Abb. 1d). Bei wechselndem Wasserstand innerhalb der Möglichkeiten statisch ungünstigste Lage annehmen.

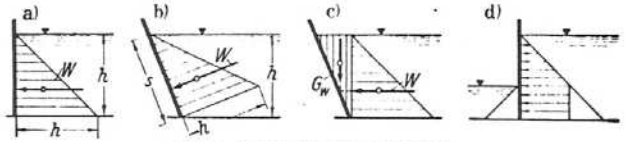


Abb. 1. Ansatz des Wasserdruckes.

Wellenkräfte. Große Ufermauern, Molen und Wellenbrecher erhalten zusätzlichen Wellendruck oder -sog, angenähert nach Abb. 2 ([32], [45], [60] 1936, S. 723 und 739). Genauere Theorie nach Benezit ([85] 1923, S. 125), Sainflou ([85] 1928, S. 5 und 1935/2, S. 736), und Miche ([85] 1944, S. 25). Länge und Höhe der Wellen nach örtlichen Verhältnissen verschieden, 2 H bis zu 6 m, ausnahmsweise bis 9 m; $H : L = 1 : 10$ bis $1 : 30$ (vgl. S. 879).

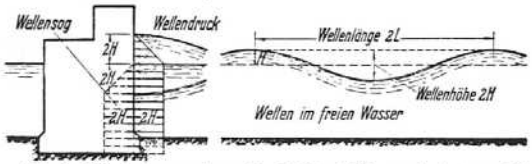


Abb. 2. Näherungsannahme für Wellenkräfte nach Antonelli.

Strömungskräfte des fließenden Grundwassers mitunter von großem Einfluß; hängen nur vom Druckgefälle i des Porenwassers ab, nicht von Fließgeschwindigkeit.

Bei Grundwasser-Stockwerken lotrechte Durchströmung einer waagerechten Schicht nach Abb. 3. Für Druckverlauf der Erdauflast $\bar{p}$ innerhalb Tonschicht von der Dicke z_T gilt [38], [48]

$$\bar{p} = \bar{p}_2 + (\Delta h/z_T + \gamma_0)\,z_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Für stärkeren unteren Druck (artesisch gespanntes Grundwasser) ist Δh negativ einzusetzen.

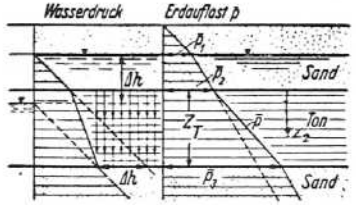


Abb. 3. Druckverlauf bei Grundwasser-Stockwerken.

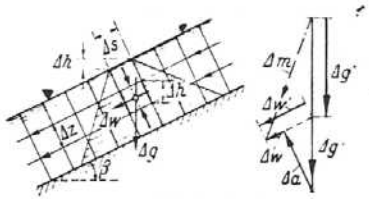


Abb. 4. Fließkräfte des Sickerwassers bei Parallelströmung.

Für geneigte Parallelströmung nach Abb. 4 wirken auf jedes Volumenelement Δv des Erdkorngerüstes das Eigengewicht $\Delta g = (1-n)\,s\,\Delta v$, der schräg nach oben gerichtete Auftrieb $\Delta a = (1-n)\cos\beta\,\Delta v$ und in Strömungsrichtung die Fließkraft $\Delta w = \sin\beta\,n\,\Delta v$. Diese 3 Massenkräfte lassen sich durch die beiden Werte $\gamma_0\,\Delta v$ (Erdgewicht unter Wasser) und $\Delta w' = \sin\beta\,\Delta v$ (gedachte Fließkraft) ersetzen.

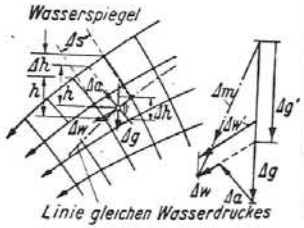


Abb. 5. Beliebige Sickerströmung.

Ähnlich sind für beliebiges Strömungsbild (Abb. 5) die 3 Massenkräfte zu ersetzen durch $\Delta g = \gamma_0\,\Delta v$ und $\Delta w' = (\Delta h/\Delta s)\,\Delta v$ ([80] 109 (1937), S. 297). Aufzeichnen eines solchen sich rechtwinklig kreuzenden Netzes aus Stromlinien und Potentiallinien am einfachsten durch zeichnerisches Probieren [14]. Versuchsmäßige Lösung möglich auf hydraulischem ([60] 1934, S. 205), ([64] 1933, S. 399) oder elektrodynamischem Wege ([28] Bd. 4, S. 217). Rechnerische Lösung meist schwierig ([64] 1934, S. 174 u. 198), daher nur in Sonderfällen [14], [29]. — Bei flachem Verlauf der Spiegellinie des Sickerwassers unter β Näherungswert für Druckverlust oder Fließkraft:

$$\Delta w' \approx \operatorname{tg}\beta\,\Delta v;$$

vgl. z. B. [25] und [34].

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Kapillarspannungen in feinkörnigem oder bindigem Boden verändern Fließ- und Spannungsbild. Das hochgesaugte Wasser hängt an oberer Grenze des geschlossenen Kapillarsaumes (bei Ton meist an oberer Schicht- oder Profilgrenze) und belastet dort das Erdkorngerüst mit vollem Wassergewicht (für fortgedachte Erdkörner) oberhalb der Nulldrucklinie des Porenwassers. Im Kapillarsaum herrscht ebenso wie unter Wasser voller Auftrieb.

Innere Kräfte und Spannungen. Aktive „äußere" Kräfte (Belastungen, Eigengewicht usw., zuweilen auch seitlicher Erddruck) verursachen als Gegenwirkung innere Pressungen, deren Mittelkraft Q an beliebiger (auch gewölbter) Schnittfläche mit aktiven Kräften im Gleichgewicht ist. Q resultiert aus Schrägspannungen σ, bestehend aus Normalspannungen ν und Schubspannungen τ mit den Mittelkräften N und T.

Normalspannungen meist Erdkornpressungen; beim Ton kann Über- oder Unterdruck im Porenwasser hinzukommen, wenn Belastungsänderung so schnell verlief, daß Wassergehalt sich neuen Verhältnissen noch nicht anpassen konnte.

2. Erddruck und seine Abhängigkeit von der Wandverschiebung

Seitlicher Druck des Erdreiches wird als Erddruck, lotrechter Druck als Erdauflast oder Erdbelastung bezeichnet. Da Erdauflast $\bar{p}$ innerhalb einer Schicht geradlinig mit Tiefe zunimmt, nimmt auch Erddruck σ dieser Schicht oft geradlinig mit Tiefe zu (Normalfall, viele Ausnahmen).

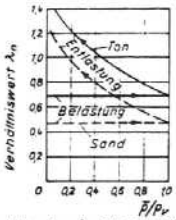


Abb. 6. λ_n-Werte für natürlichen Erddruck.

Natürlicher Erddruck $\sigma_n = \lambda_n \bar{p}$ im unberührten Erdreich meist größer als Ruhedruck $\sigma_0 = \lambda_0 \bar{p}$ für Erstbelastung (vgl. Abb. 17, S. 895); λ_n/λ_0 um so höher, je mehr frühere Vorbelastung p_v jetzige Auflast $\bar{p}$ übersteigt. Vorläufige Werte nach Abb. 6; $\lambda_n = 1{,}0$ roher Mittelwert bei stärkerer Vorbelastung, zumal noch andere Einflüsse hinzukommen (Faltungen und Stauchungen der Erdrinde, Austrocknung).

Erddruck auf Stützwände vor allem von Verschiebungen der Stützwand abhängig. Auf unnachgiebige, starre Wände (Abb. 7b) wirkt annähernd Ruhedruck E_0, vermehrt um (meist geringen) Einstampfdruck. — Gewöhnliche Stützwände (z. B. Stützmauern oder Spundwände) geben bei sandiger Hinterfüllung immer soweit nach, daß mit unterem Grenzwert, aktivem oder angreifendem Erddruck E_a, zu rechnen ist; es bildet sich steile Gleitfläche aus, in der Gleitwiderstand (Reibung und Festigkeit) dem Abrutschen entgegenwirkt (Abb. 7a). Oberer Grenzwert, passiver (widerstehender) Erddruck oder Erdwiderstand E_p wird erreicht, wenn Wand so stark gegen Erdreich drückt, daß keilartiger Erdkörper auf einer flachen Gleitfläche fortgeschoben wird (Abb. 7c), wobei Erdreich dem Fortschieben wieder den Gleitwiderstand entgegensetzt.

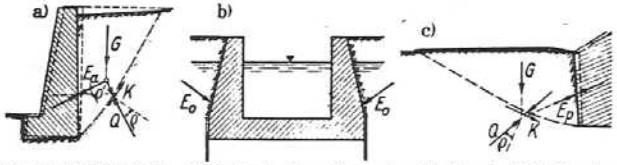


Abb. 7. Aktiver Erddruck E_a, Ruhedruck E_0 und passiver Erddruck (Erdwiderstand) E_p.

Verteilung der Wandpressungen aus E_a oder E_p hängt von Wandverschiebungen ab ([84] 1936, S. 71), ([60] 1938, S. 176, 480, 570 u. 753; 1948, S. 121). Stützmauern und unverankerte Spundwände geben oben stärker nach als unten: freie Ausbildung der unteren Gleitfläche und der Zwischengleitflächen, lineare Erddruckverteilung (Abb. 8A, Normalfall A). Abgesteifte Spundwände dagegen geben bei fortschreitendem Erdaushub überwiegend unten nach: annähernd Wanddrehung um Geländepunkt B mit kreisförmiger Hauptgleitfläche, keine Zwischengleitflächen im Rutschkörper, kurvenförmige Erddruckverteilung (Abb. 8B, Grundfall B). Im ersten Fall ist nachrutschender Erdkeil ganz von Verzerrungsgleitungen durchzogen, im zweiten dagegen Verschiebungsgleitfläche oder Rutschfläche vorhanden ([60] 1950, S. 111). Bei durchgebogener Wand (Abb. 8C, Grundfall C) Verzerrungsgleitflächen erdwärts gekrümmt, oben Erdwiderstand erreicht; im mittleren Bereich (keine Gleitflächen) Erddruck geringer infolge gewölbeartiger Abstützung nach oben und unten. Für oberen Wert des Erdwiderstandes ähnliche Zusammenhänge (Abb. 9).

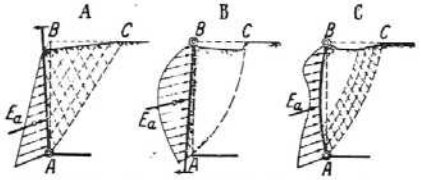


Abb. 8. Verteilung des Erddruckes E_a und Gleitflächenform für einige Wandverschiebungsarten.

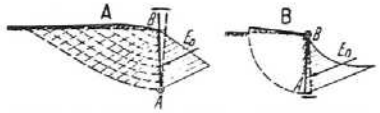


Abb. 9. Erdwiderstand E_p und Einfluß der Wandverschiebung auf Gleitflächenform und Druckverteilung.

Damit unterer Wert E_a vorhanden, muß Stützwand mindestens nachgeben um [49]:

$$\xi_a \approx 3\,\frac{(m-1)^2}{m\,(m-2)}\cdot\frac{E_n - E_a}{S_m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2a)$$

Für E_p ist dagegen waagerechtes Verdrücken der Stützwand erforderlich von etwa

$$\xi_p \approx 3\,\frac{(m-1)^2}{m\,(m-2)}\cdot\frac{E_p - E_n}{V_m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2b)$$

mit m als Querdehnungszahl > 2, S_m als mittlerer Schwellzahl und V_m als mittlerer Verdichtungszahl.

Ist Verschiebung der Wand geringer, E zwischen E_n und E_p entsprechend wirklicher Verschiebung ansetzen. — Über gemessene ξ-Werte vgl. Erddruckversuche von A. Donat ([63] 1891), H. Müller-Breslau [7], J. Feld ([83] 1923, S. 1448), K. v. Terzaghi ([82] 1934), u. O. Franzius — A. Streck ([61] 1924, S. 314, 1926, S. 1, 1928, S. 787 u. 813).

3. Widerstand in Gleitflächen

Dem Verschieben entgegenwirkende Reibung und Festigkeit ist von Stärke der Gleitung abhängig. Bei geringer Gleitung, z. B. bei Verzerrungsgleitungen (Abb. 8A u. C) wird Bruchwert τ_g des Gleitwiderstandes (S. 892) oft nicht ganz erreicht. In solchem Falle deshalb bei Sand nur 90 bis 95% von τ_g rechnerisch ansetzen, bei Ton noch weniger, da dieser in Nähe der Bruchlast zum Schubfließen neigt. Bei Verschiebungsgleitflächen wirkt im Bereich des aktiven Druckes (Abb. 8B) der volle Gleitwiderstand, im Bereich des passiven Druckes der volle Gleitwiderstand dagegen nur für bestimmte Teilstrecke der Gleitfläche ([60] 1950, S. 111), wodurch rechnerischer Mittelwert um so kleiner ausfällt, je langgestreckter

der fortgeschobene Erdkörper (Einfluß der Formänderungen in Verbindung mit Reibungsabfall nach längerem Gleitweg, Abb. 12, S. 893).

Für sandigen, lufthaltigen Boden ist nach S. 893

$$\tau_g = \mu\, \nu + k \text{ (Reibung + Festigkeit)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

mit ν als Erdkorn-Normalpressung. Ansatz gilt auch für vollbindigen luftfreien Boden unterhalb Vorbelastung Abb. 13, S. 893, bei ausgeglichenem Porenwasserdruck (sehr langsame Schubbelastung oder Endwert nach Spannungsausgleich), wenn unter k die (wasserfeste) Eigenfestigkeit verstanden wird.

Die durch Wasser auflösbare Kapillarfestigkeit wird rechnerisch am einfachsten im Belastungsansatz berücksichtigt (S. 905); sie erscheint demnach in Gl. (3) nicht gesondert.

Tonschichten werden oft so schnell belastet, daß Wassergehalt zunächst unverändert. Dann ist τ_g nach S. 893 nur vom Spannungszustand vor Baubeginn abhängig, und es gilt:

$$\tau_g \approx [\psi\,(1 + \lambda_n)/2\,(1 + \mu^2)]\,(\mu\,\overline{p} + k) \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

$\overline{p}$ (frühere) Erdauflast. $\psi \approx 1{,}0$ für stärker vorbelastetes Erdreich, $\psi \approx \frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S}$ für Zustand der Erstbelastung (S. 894 u. 895). Da sowohl $\overline{p}$ als auch k geradlinig mit Tiefe zunehmen:

$$\overline{p} = \overline{p}_0 + \gamma_0' z, \quad k = \overline{k}_0 + \varkappa\, \gamma_0' z$$

mit $\gamma_0' = \gamma_0 + \Delta h/z_T$ nach Gl. (1), so gilt in diesem Fall auch für τ_g eine lineare Tiefenabhängigkeit:

$$\tau_g = \tau_{g_0} + c_\tau\, z \text{ mit } c_\tau = \tau_{g_0} \text{ und } c_\tau \text{ nach Gl. (12), S. 894.} \quad \ldots \quad (4a)$$

Bei stark sandigem Ton kann schon während Bauzeit Wassergehalt verändert werden. Dies ist nach Terzaghi und Fröhlich [35] zu überprüfen. Gegebenenfalls verändertes τ_g ansetzen, indem zwischen dem Anfangs- und Endwert von τ_g mit der Wassergehaltänderung geradlinig interpoliert wird.

4. Erddruck auf Stützmauern bei ebenen Gleitflächen

Mit unterem Grenzwert E_a (Abb. 7a) rechnen; lineare Erddruckverteilung nach Abb. 8a. Zur Vereinfachung getroffene Annahme ebener Gleitflächen nach Coulomb fast immer zulässig. Lage der ungünstigsten Gleitfläche dort, wo zur Sicherung des Gleichgewichtes größter Widerstand verlangt wird.

Nur Reibung (Eigenfestigkeit $k = 0$). Gleitfläche für $\delta = \varrho$ oder nach Coulomb für $\min E = E_a$ = rechnerischer Größtwert oder $\max E = E_p$ = rechnerischer Kleinstwert für Ansatz von ϱ in jeder Vergleichs-Gleitfläche.

Diese Größt- oder Kleinstwerte werden beim Verfahren von Culmann oder Engesser unmittelbar bestimmt. Nach Culmann [2] zeichnet man die Kraftecke, um $(90° - \varrho)$ gedreht, so in Querschnittfigur ein, daß Gewichte G nach Abb. 10a in der unter ϱ geneigten „Reibungslinie" abgetragen werden. Gleitlinien entsprechen dann Q-Richtungen, und Erddruckrichtung verläuft parallel zur „Stellungslinie" unter Winkel $(\varrho' + \varrho)$ zur Wand. Größtwert der „E-Linie" durch Endpunkte der E-Strecken liefert dann Erddruck E_a.

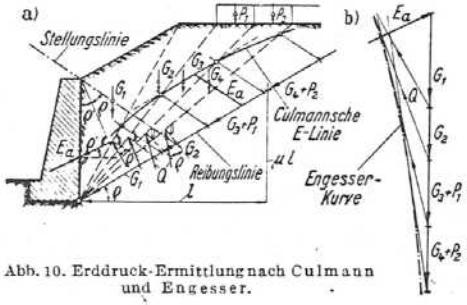


Abb. 10. Erddruck-Ermittlung nach Culmann und Engesser.

Engesser trägt Einzelgewichte G in umgekehrter Reihenfolge lotrecht ab (Abb. 10b) und zeichnet dann an Q-Strahlen Schmiegungskurve, die auf E-Richtung Größe von E_a abschneidet ([63] 1880, S. 189) und [24].

Satz von Rebhann (Abb. 11a) [5] sowie [7], [10], [48]

$$G + P = \gamma'\,(y f/2) \text{ mit } \gamma' = \gamma + (2p/h'') - (\gamma - \gamma_0)\,(h_w/h_g)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

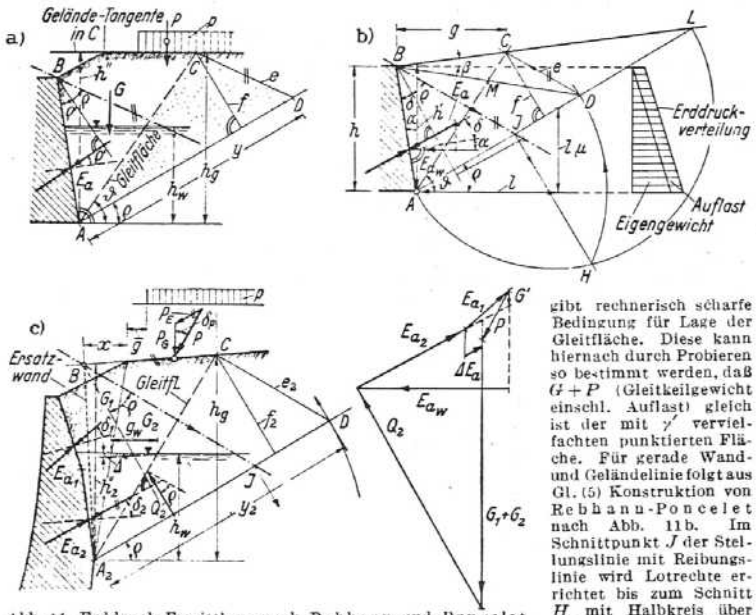


Abb. 11. Erddruck-Ermittlung nach Rebhann und Poncelet.

gibt rechnerisch scharfe Bedingung für Lage der Gleitfläche. Diese kann hiernach durch Probieren so bestimmt werden, daß $G + P$ (Gleitkeilgewicht einschl. Auflast) gleich ist der mit γ' vervielfachten punktierten Fläche. Für gerade Wand- und Geländelinie folgt aus Gl. (5) Konstruktion von Rebhann-Poncelet nach Abb. 11b. Im Schnittpunkt J der Stellungslinie mit Reibungslinie wird Lotrechte errichtet bis zum Schnitt H mit Halbkreis über AL. Durch Kreisbogen wird $AH = AD$. Dann liefert $DC \parallel BJ$ (oder $BM = {}^1/_2\, BD$) Gleitflächenpunkt C. Für Größe des Erddruckes gilt:

$$E_a = \gamma'\,(e f/2) \text{ oder } E_{a_w} = E_a \cos(\alpha + \delta) = \gamma'\,(f^2/2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Verallgemeinerung des Satzes von Rebhann [7], [48] gibt Gleitflächen-Bedingung (Abb 11c)

$$G + \Sigma P_G - G' = \gamma_2'\, y_2 f_2/2 \text{ mit } \gamma_2' = \gamma + (2p/h_2'') - (\gamma - \gamma_0)\,(h_w/h_g)^2 \quad \ldots \quad (7)$$

wobei Schräglasten P in Richtungen E_{a_2} und G zu zerlegen sind. Konstruktion nach Rebhann-Poncelet ebenfalls anwendbar, wenn mit Ersatzwand A_2B gerechnet wird mit

$$\gamma_2\,(h_2''/2)\, x = G_1 - G' + \Sigma P_G - p\,\overline{g} - (\gamma - \gamma_0)\,\Delta\, g_w/2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Für den Erddruck E_{a_2} gilt:

$$E_{a_2} + \Delta E_a = \gamma_2'\,(e_2 f_2/2) + \Sigma P_E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9a)$$

und für die gesamte waagerechte Erddruck-Teilkraft:

$$E_{a_w} = \gamma_2'\,(f^2/2) + \Sigma P \sin \delta_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9b)$$

Rechnerisch gilt für gerade Wand- und Geländelinie mit Ansatz [10]:

$$E_a \cos(\alpha + \delta) = E_{a_w} = \lambda_a\, \gamma'\, h^2/2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

nach Weyrauch ([68] 1878, S. 193 und [7]):

$$\frac{\cos(\varrho - \alpha)}{\cos \varrho \sqrt{\lambda_a}} = 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varrho + \delta)\sin(\varrho - \beta)}{\cos(\delta + \alpha)\cos(\alpha - \beta)}} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

oder nach Ohde ([60] 1938, S. 241) mit $m = \operatorname{tg}\delta$, $a = \operatorname{tg}\alpha$, $b = \operatorname{tg}\beta$:

$$\frac{1+\mu a}{\sqrt{\lambda_a}} = \sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{(\mu+m)(\mu-b)\frac{1+a^2}{(1+ab)(1-ma)}} \quad \ldots \quad (12)$$

gültig für $|b| \leqq \mu$ und

$$\frac{1}{a} \geqq \frac{m \cdot b\sqrt{\lambda} + (1/\sqrt{\lambda})(\mu+\sqrt{\mu^2-m^2})(\mu-\sqrt{\mu^2-b^2})}{b\cdot(\mu+\sqrt{\mu^2-m^2}) - m(\mu-\sqrt{\mu^2-b^2})} \quad \ldots \quad (13)$$

für $m = \mu$: $$\frac{1}{a} \geqq \sqrt{(1+\mu^2)\frac{\mu+b}{\mu-b}} + \mu \quad \ldots \quad (13a)$$

für $b = 0$: $$\frac{1}{a} \geqq \sqrt{\lambda}\cdot m/(\mu+\sqrt{\mu^2-m^2}) \quad \ldots \quad (13b)$$

Für lotrechte Wand ($a = 0$) ist: $1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{(\mu+m)(\mu-b)}$ (14)

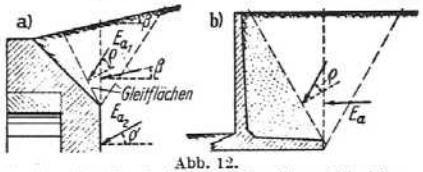


Abb. 12.
Erddruck im Sonderfall nach Rankine-Winkler.

Ist für stark geneigte Wand die Bedingung (13) nicht erfüllt, so liegt der Rankinesche Sonderfall vor [1], [4], [7], [10], [48], Abb. 12. Ebenso bei Winkelstützmauern. Erddruck wirkt dann auf lotrechte Ebene gleichlaufend zum Gelände ($\delta = \beta$ oder $m = b$) ([67] 1925, S. 327).

Neigung der Gleitfläche für gerade Wand- und Geländelinie nach [48] (Abb. 11b) gegeben durch:

$$(1+\mu a)\frac{h}{g} = \mu - b + \sqrt{(1+\mu^2)\frac{\mu-b}{\mu+m}(1-ma)\frac{1+ab}{1+a^2}} \quad \ldots \quad (15)$$

für lotrechte Wand:

$$\operatorname{tg}\vartheta = \mu + \sqrt{(1+\mu^2)(\mu-b)/(\mu+m)} \quad \ldots \quad (16)$$

Verteilung des Erddruckes auf Stützmauern ist bei gerader Wand- und Geländelinie dreieckförmig für Eigengewicht und rechteckig für gleichmäßige Auflast p (Abb. 11b); für waagerechten Teil der Erdpressung gilt:

$$e_{a_w} = \lambda_a \bar{p}$$

($\bar{p} = \gamma z + p$ Erdauflast unter Mauerkrone).

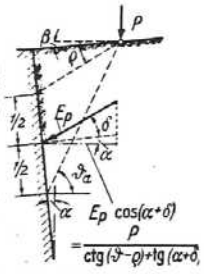


Abb. 13. Erddruck aus geringer Einzellast.

Erddruck aus kleineren Einzellasten P kann angenähert nach Abb. 13 angesetzt werden (mit ϑ_a als Gleitfläche für unbelastetes Gelände). Für einseitig beliebig begrenzte Auflast p folgt zusätzliche Erdpressung aus Abb. 14 (vgl. Beispiel S. 911), für beiderseits begrenzte Auflast dagegen aus Abb. 15. Hierbei wird zunächst nach Abb. 14 verfahren, unterer Punkt b_2 dann nach gezeigter Konstruktion von Holzhey erhalten, die für bestimmten Geländepunkt die zugehörige Gleitfläche liefert.

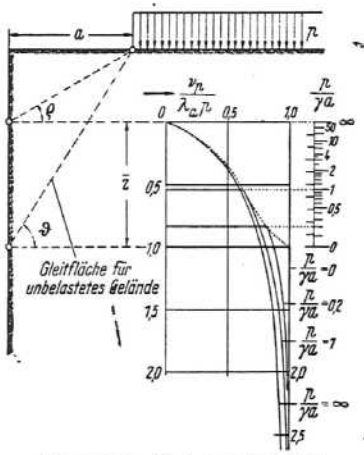


Abb. 14. Einseitig begrenzte Auflast.

Für beliebige Geländelinien kann Erddruckverteilung schrittweise bestimmt werden. In Abb. 16 gilt z. B. Dreieckverteilung

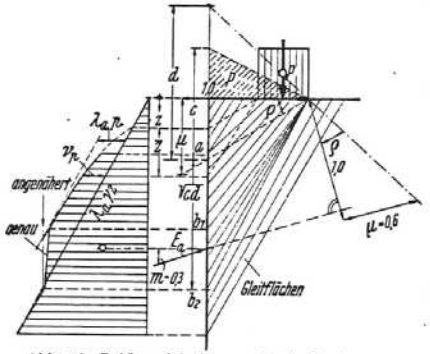


Abb. 15. Beiderseitig begrenzte Auflast.

bis Punkt 1 mit λ_{a_1} als Verhältniswert. Mithin ist Erddruck für untere Reststrecke:

$$\Delta E_a = E_{a_2} - E_{a_1} = E_{a_2} - \lambda_{a_1}\gamma h_1^2/2 = e_w \Delta h.$$

Nach Auftragung von e_w kann untere Fläche durch stetig gekrümmte Kurve flächengleich begrenzt werden, die sich asymptotisch der $\lambda_a \gamma z$-Linie für waagerechtes Gelände nähert. – Bei unterschiedlicher waagerechter Schichtung folgt Verteilung des Erddruckes genügend genau aus Gl. (17), wobei λ_a jeweils für einheitliches Erdreich ermittelt wird. (Sprünge in der Druckverteilungslinie nach Abb. 17.) Über Verkehrserschütterungen vgl. 1., S. 903.

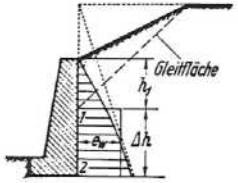


Abb. 16. Erddruckverteilung bei beliebigem Gelände.

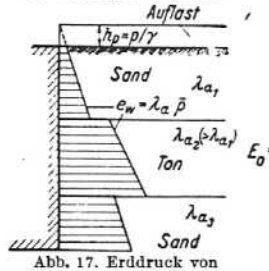


Abb. 17. Erddruck von geschichtetem Erdreich.

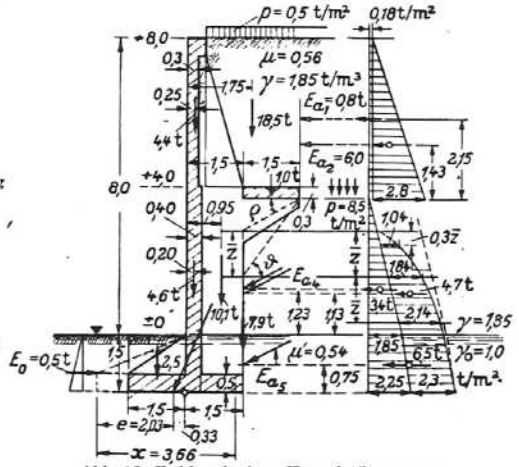


Abb. 18. Erddruck einer Konsolstützmauer.

Zahlenbeispiel: Berechnung des Erddruckes für die Konsolstützmauer nach ~~Abb. 18.~~ Um ausreichende Standsicherheit zu gewährleisten, soll nicht mit wirklichem Reibungsbeiwert $\mu_{vorh} = 0{,}70$, sondern mit herabgesetztem Wert $\mu = 0{,}70/1{,}25 = 0{,}56$ und ähnlich für Reibung zwischen Beton und Erdreich mit $\mu' = 0{,}55/1{,}25 = 0{,}44$, d. h. mit Sicherheit $\eta_\tau = 1{,}25$ gerechnet werden.

Für obere Hälfte der Stützhöhe liegt Sonderfall nach Abb. 12 mit $\delta = 0$ vor. Hierfür liefert Gl. (14) den Erddruck-Verhältniswert:

$$1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1+0{,}56^2} + 0{,}56 = 1{,}707;\ \lambda_a \approx 0{,}35.$$

Da in 4,3 m Tiefe unter Mauerkrone Erdauflast von $1{,}85 \cdot 4{,}3 \approx 8{,}0$ t/m² vorhanden ist, so ist Eigengewichts-Erddruck in dieser Tiefe nach Gl. (17): $0{,}35 \cdot 8{,}0 = 2{,}8$ t/m². Hinzu kommt Erddruck aus Verkehrsbelastung von $0{,}35 \cdot 0{,}5 \approx 0{,}18$ t/m², so daß Gesamterddruck

$$E_{a_{12}} = 0{,}18 \cdot 4{,}3 + (2{,}8 \cdot 4{,}3)/2 \approx (0{,}8 + 6{,}0)\ \text{t}.$$

Für unteren Bereich der Stützwand kann angenommen werden, daß bei geringem Vorkippen der untere Erdgleitkörper längs der hinteren lotrechten Rückwand der Verstär-

kungsrippen herabgleitet, so daß in dieser lotrechten Ebene die volle Reibung wirkt. Unter Einfluß der Rippen soll allerdings nicht mit 0,56, sondern mit $\mu' = 0{,}54$ gerechnet werden. Dann ist nach Gl. (14):

$$1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1 + 0{,}56^2} + \sqrt{(0{,}56 + 0{,}54) \cdot 0{,}56} = 1{,}932; \quad \lambda_a \approx 0{,}27$$

und nach Gl. (16): $\operatorname{tg} \vartheta = 0{,}56 + \sqrt{(1 + 0{,}56^2)\, 0{,}56/(0{,}56 + 0{,}54)} \approx 1{,}38$.

Für Eigengewichts-Erddruck unterhalb + 3,7 m erhält man dann folgende Pressungen (Wasserspiegel in ± 0):

in ± 0: $e_{a_w} = 0{,}27 \cdot 1{,}85 \cdot 3{,}7 = 0{,}27 \cdot 6{,}85 = 1{,}85\ \mathrm{t/m^2}$,

in − 1,5: $e_{a_w} = 0{,}27\,(6{,}85 + 1{,}0 \cdot 1{,}5) = 2{,}25\ \mathrm{t/m^2}$.

Einfluß der Auflast oberhalb + 3,7 ist nach Abb. 14 zu finden mit $a = 1{,}5$ m und $p = 8{,}0 + 0{,}5 = 8{,}5\ \mathrm{t/m^2}$. Zunächst ist $\lambda_a\, p = 0{,}27 \cdot 8{,}5 = 2{,}3\ \mathrm{t/m^2}$ der asymptotische Endwert, $\bar{z} = a\,(\operatorname{tg} \vartheta - \mu) = 1{,}5\,(1{,}38 - 0{,}56) = 1{,}23$ m und $p/\gamma a = 8{,}5/(1{,}85 \cdot 1{,}5) \approx 3{,}0$. Diese 3 Werte liefern die Grundlage für Anwendung von Abb. 14, indem die für $p/\gamma a = 3{,}0$ etwa gültigen Ordinaten die Anteile liefern, nach denen die untere Pressung $\lambda_a\, p = 2{,}3\ \mathrm{t/m^2}$ nach oben hin verkleinert werden muß, wobei $\bar{z} = 1{,}23$ m als Maßstablänge dient. Wie die rechtsseitige Skala in Abb. 14 erkennen läßt, beginnt Auflast-Einfluß für $p/\gamma a = 3{,}0$ in Tiefe von $0{,}3\,\bar{z}$ unterhalb von $+ 3{,}7 - (\mu a) = + 3{,}7 - 0{,}56 \cdot 1{,}5 = + 2{,}86$. Dort ist die waagerechte Pressung aus der Auflast nach Abb. 14: $e_{a_w} \approx 0{,}45 \cdot 2{,}3 = 1{,}04\ \mathrm{t/m^2}$. In Tiefe $1{,}0\,\bar{z}$ ist $e_{a_w} \approx 0{,}80 \cdot 2{,}3 = 1{,}84\ \mathrm{t/m^2}$ und in Tiefe $2{,}0\,\bar{z}$: $e_{a_w} \approx 0{,}93 \cdot 2{,}3 = 2{,}14\ \mathrm{t/m^2}$. Mit Hilfe dieser Werte konnte die Pressungskurve in Abb. 18 eingetragen werden. Als waagerechte Teilkräfte des Erddruckes im unteren Bereich erhält man damit:

$E_{a_w} = (1{,}85 \cdot 3{,}7)/2 + 2{,}49 \cdot 1{,}88 + [(1{,}85 + 2{,}25)/2 + 2{,}3] \cdot 1{,}5 = (3{,}4 + 4{,}7 + 6{,}5)$ t und als lotrechte Teilkraft: $E_{a_l} = 0{,}54\,(3{,}4 + 4{,}7 + 6{,}5) = 7{,}9$ t.

Bezogen auf den Mittelpunkt der Sohlfuge erhält man schließlich mit den in Abb. 18 eingetragenen Kräften folgende Momentenrechnung:

	Kraft in t	Hebelarm in m	Moment in tm
lotrecht	4,4	0,25	1,1
	18,5	1,75	32,4
	1,0	2,25	2,2
	4,6	0,20	0,9
	10,1	0,95	9,6
	2,5	−0,75	−1,9
	7,9	1,50	11,8
	$N = 49{,}0$		56,1
waagerecht	0,8	7,35	5,9
	6,0	6,63	39,8
	3,4	2,73	9,3
	4,7	2,63	12,4
	6,5	0,75	4,9
	−0,5	0,50	−0,2
	$T = 20{,}9$		72,1

Die Mittelkraft aller angreifenden Kräfte hat also eine lotrechte Teilkraft von 49,0 t, eine waagerechte Teilkraft von 20,9 t ($\operatorname{tg} \delta = 20{,}9/49{,}0 = 0{,}427 < 0{,}44$) und greift in einer Entfernung von $(72{,}1 - 56{,}1)/49{,}0 = 0{,}33$ m vor der Mauerlotrechten an. Wie diese Sohl-Mittelkraft vom Untergrund getragen werden kann, ist auf S. 926 weiter untersucht.

Einfluß der Festigkeit kann getrennt vom Eigengewicht-Erddruck berechnet werden ([60] 1938, S. 759). Für infolge der Festigkeit mindestens freistehende Wandhöhe h'_k (Abb. 19) ist kein Erddruck anzusetzen. Für lotrechte Wand und beliebige Geländeneigung gilt [43]:

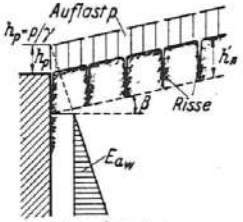


Abb. 19. Mindestens freistehende Wandhöhe h'_k.

$$p + \gamma h'_k = 2\,(\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)\, k \quad \text{oder} \quad h'_k = 2\,(\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)\, k/\gamma - p/\gamma \quad . \quad . \quad (17)$$

und für unter α geneigte Wand [48]:

$$p + \gamma h'_k = \frac{2\,(1 + ab)\, k}{\sqrt{(1 + \mu^2)(1 + a^2)} + a - \mu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Unterhalb h'_k wird Erddruck durch Festigkeit k vermindert um $e_k = \lambda''_a k$ ([60] 1938, S. 759), mit

$$\lambda''_a = \frac{2 \cos \varrho \cos \delta}{1 + \sin\,(\varrho + \delta)} \quad \text{oder} \quad \frac{2}{\lambda''_a} = \sqrt{(1 + \mu^2)(1 + m^2)} + \mu + m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

für lotrechte Wand und waagerechtes Gelände und

$$\lambda''_a = \frac{2\,(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) \cos \varrho \cos\,(\delta + \alpha) \cos \beta}{1 + \sin\,(\varrho + \delta + \alpha - \beta)} \quad \text{oder}$$

$$\frac{2(1 - ma)(1 + ab)}{\lambda''_a} = \sqrt{(1 + \mu^2)(1 + m^2)(1 + a^2)(1 + b^2)} + (\mu + m)(1 + ab) + (1 - \mu m)(a - b) \quad (20)$$

für beliebige gerade Wand und Geländelinie [48] ohne Rücksicht auf Eigengewicht-Einfluß. Für Neigung der Gleitfläche gilt dann:

$$\vartheta_a = 45^\circ + \varrho/2 + \delta/2 + \alpha/2 + \beta/2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Angenähert kann Erddruck für $k = 0$ nach S. 908 berechnet werden; wenn Geländelinie um h'_k tiefer angesetzt wird. Gl. (17) bis (20) und (22/23) gelten nur, wenn keine Änderung der Porenwasserspannung erfolgt, also nicht bei plötzlicher Belastung von Tonschichten.

Gleitfestigkeit k kann oft an Ort und Stelle ermittelt werden ([60] 1950, S. 114), wenn μ bekannt ist oder genau genug eingeschätzt werden kann (Abb. 14, S. 893 u. Tafel 1, S. 899). Für Druckfestigkeit σ_D gilt nach Mohr [48]:

$$\sigma_D = 2\,(\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)\, k, \text{ woraus folgt: } k = (1/2)\,(\sqrt{1 + \mu^2} - \mu)\, \sigma_D \quad (22)$$

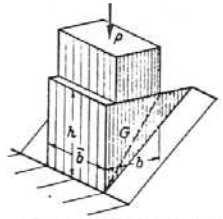


Abb. 20. Belastung eines Erdsprunges.

Belastet man einen Erdsprung (Abb. 20) derart, daß

$$h = b\,(\sqrt{1 + \mu^2} + \mu) \text{ wird, so gilt:}$$

$$(1/2)(G + P) = k\, \bar{b}\, h \text{ oder } k = (1/2)\,(G + P)/h\, \bar{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Einfluß des Porenwassers. Bei Dränage-Packungen hinter Stützmauern Fließkräfte des Sickerwassers in Erddruckberechnung mit einbezichen. Strömungskräfte z. B. nach Abb. 21a für Sand oder Kies, nach Abb. 21b für Feinsand-Schluff nach starkem Regen ([36] I, S. 156). Ausschaltung der waagerechten Fließkräfte nach Terzaghi durch Schrägfilter nach Abb. 21c.

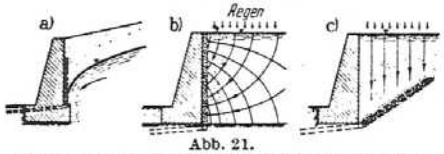


Abb. 21. Fließkräfte des Sickerwassers hinter Stützmauern.

Im Ton wird Porenwasser bis zur Oberfläche der Schicht kapillar gehoben, so daß für die Erdauflast $\bar{p}$ nach Abb. 22 gilt (vgl. S. 905):

$$\bar{p} = \gamma_1 z_1 + h_s s_w + \gamma_0 z.$$

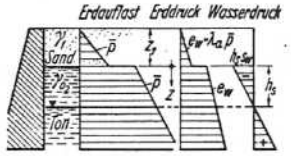


Abb. 22. Einfluß der Kapillarspannung bei bindiger Schicht.

Belastungsänderungen von Tonschichten erfolgen oft so schnell, daß Wassergehalt sich zunächst nicht ändert. Dann entlastet Porenwasser-Überdruck Erdkornpressungen, wodurch Gleitwiderstand abnimmt. Zwei Fälle sind zu unterscheiden [48]:

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

α) Lotrechte Belastung bleibt gleich, jedoch sinkt natürlicher Erddruck (λ_n) ab auf aktiven Druck (λ_a). Dann gilt Gl. (4) für den Gleitwiderstand (mit k als Eigenfestigkeit), und als λ_a-Werte des Erddruckes für lotrechte Wand und waagerechtes Gelände angenähert $\lambda_a \approx \cos\delta\,[1 - \sin\varrho\,(1 + \lambda_n)]$; $\lambda_a'' \approx 2\cos\varrho\,\frac{1+\lambda_n}{2}$ . . . . . (24a)

für stärker vorbelasteten Ton und

$$\lambda_a \approx \cos\delta\left[1 - (\lambda - 1)\frac{(1+\lambda_n)\,[1 + (V/S)]}{\lambda\,[\lambda + (V/S)]}\right]; \quad \lambda_a'' \approx 2\sqrt{\lambda}\,\frac{1 + (V/S)}{\lambda + (V/S)}\,\frac{1+\lambda_n}{2} \quad (24b)$$

für erstbelasteten Ton (mit λ nach Gl. (26) und (37)). Verteilung des Erddruckes aus λ_a wie Erdauflast $\bar{p}$, aus λ_a'' gleichmäßige Entlastung (negatives Rechteck, Abb. 19).

β) Waagerecht wirkt bereits aktiver Druck: lotrecht kommt plötzlich Auflast p hinzu (Auffüllung oder Verkehrslast). Dann bleibt bereits wirksamer Gleitwiderstand unverändert, und Erddruck nimmt um vollen Wert p zu ($\lambda_a = 1{,}0$ für p):

Anstelle Gl. (22) gilt jetzt für Druckfestigkeit nach ([60] 1949, S. 166):

$$\sigma_D = \frac{3\,\psi_0\,(1 + \lambda_n)}{3\sqrt{1 + \bar{t}\mu^2} - \mu}\,[\mu\,\bar{p} + k]$$

mit $\psi_0 \approx 1{,}0$ bei stärkerer Vorbelastung und

$$\psi_0 \approx [(1 + 2\,V/S)/3]\,[(\lambda + 2)/(\lambda + 2\,V/S)]$$

bei Erstbelastung. An Stelle von Gl. (23) gilt jetzt:

$$\tau_g = (G + P)/(2\,b\,\bar{b}\sqrt{1 + \mu^2}). \quad . . . . . (23a)$$

5. Erdwiderstand E_p für ebene Gleitflächen

Annahme ebener Gleitflächen nur zulässig, falls für lotrechte Wand Unterschied $(\delta - \beta)$ nicht kleiner wird als etwa $-10°$, andernfalls mit krummen Gleitflächen nach 7., S. 917, rechnen. Für positives $(\delta - \beta)$ sind ebene Gleitflächen immer zulässig.

Für Verteilung von E_p gelten gleiche Grundsätze wie für Verteilung von E_a (ausgenommen begrenzte Auflasten), solange Wandverdrückung oben größer als unten.

Nur Reibung (Eigenfestigkeit $k = 0$). Verfahren von Culmann und Engesser (Abb. 10, S. 907) gelten auch für E_p, wenn Reibungswinkel ϱ umgekehrt angesetzt wird (Abb. 23). Ähnlich gelten der Rebhannsche Satz Gl. (5), S. 908, und die Ponceletsche Konstruktion mit den Bezeichnungen nach Abb. 24a auch für E_p, ebenso die Gleichungen (7) bis (9) mit den Bezeichnungen nach Abb. 24b.

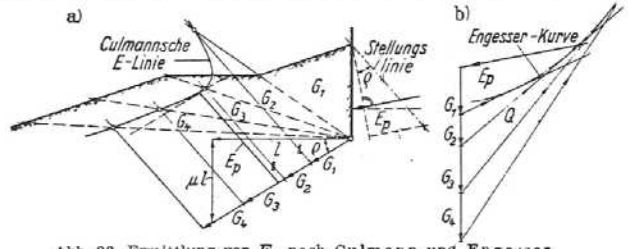


Abb. 23. Ermittlung von E_p nach Culmann und Engesser.

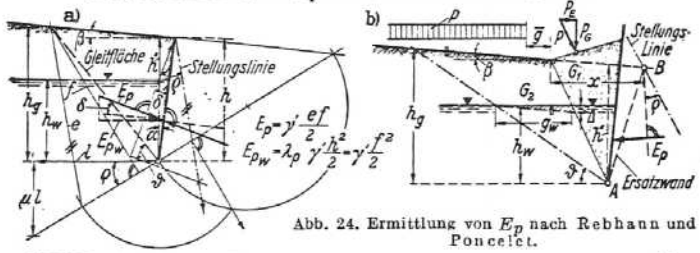


Abb. 24. Ermittlung von E_p nach Rebhann und Poncelet.

Rechnerisch gelten für E_p mit dem Ansatz:

$$E_p \cos(\alpha + \delta) = E_{p_w} = \lambda_p\,\gamma'\,h^2/2 \quad . . . . . (25)$$

ebenfalls die Gl. (11) bis (14), S. 909, wenn λ_a durch λ_p und ϱ oder μ durch $(-\varrho)$ oder $(-\mu)$ ersetzt werden und die Wurzel auf der rechten Seite negatives Vorzeichen erhält. Die Formeln sind dann gültig für $|\beta| \leqq \varrho$ und

$$\operatorname{ctg}\alpha = 1/a \geqq \sqrt{(1 + \mu^2)\,(\mu - b)/(\mu + b)} - \mu\,.$$

Für lotrechte Wand, waagerechtes Gelände und waagerechten Erdwiderstand gilt:

$$\lambda_p = \lambda = (\sqrt{1 + \mu^2} + \mu)^2 = \operatorname{tg}^2(45° + \varrho/2) \quad . . . . . (26)$$

Neigung ϑ der Gleitflächen folgt aus Gl. (15) und (16), S. 909, wenn μ durch $(-\mu)$ ersetzt wird.

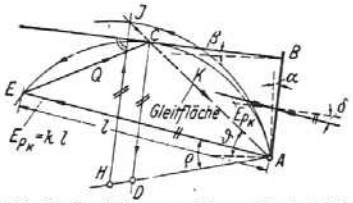


Abb. 25. Ermittlung von E_p aus Festigkeit k.

Einfluß der Festigkeit wird wieder getrennt vom Eigengewicht untersucht. Nach ([60] 1938, S. 759), gilt dann folgende Konstruktion (Abb. 25): Ziehen von AE parallel zur E_p-Richtung und Antragen von $\sphericalangle\, EAH = \varrho$. Kreisbogen um beliebigen Punkt H auf HA durch A bis zum Schnitt J mit Lot zur Geländelinie durch H ergibt Gleitfläche AC. Die Parallele zu JH durch C liefert Mittelpunkt D des Kreises ACE; dann ist $E_p = k \cdot EA = k\,l$.

Rechnerisch ist

$$\vartheta_p = 45° - \varrho/2 + \delta/2 + \alpha/2 + \beta/2 \quad . . . . . (27)$$

und für $E_{p_w} = \lambda_p''\,k\,h$:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_p'' &= \frac{2\,(1 + \operatorname{tg}\alpha\,\operatorname{tg}\beta)\cos\varrho\cos(\delta + \alpha)\cos\beta}{1 - \sin(\varrho - \delta - \alpha + \beta)} \text{ oder} \\ 2\,(1 - ma)\;(1 + ab)/\lambda_p'' &= \sqrt{(1 + \mu^2)\,(1 + m^2)\,(1 + a^2)\,(1 + b^2)} - (\mu - m)\,(1 + ab) + \\ &\quad (1 + \mu m)\,(a - b) \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Einfluß des Porenwassers (vgl. S. 913).

Für ersten Fall α, S. 913, gilt jetzt für lotrechte Wand, waagerechtes Gelände und waagerechte Druckrichtung von E_p anstatt Gl. (24a):

$$\lambda_p = 1 + \sin\varrho\,(1 + \lambda_n); \quad \lambda_p'' = 2\cos\varrho\,. \quad . . . . (29a)$$

und anstatt Gl. (24b):

$$\lambda_p = 1 + (\lambda - 1)\,\frac{\lambda_n + (V/S)}{\lambda + (V/S)}; \quad \lambda_p'' = 2\sqrt{\lambda}\,\frac{1 + (V/S)}{\lambda + (V/S)} \quad . . . . (29b)$$

Für zweiten Fall β, S. 913, ist wieder die zusätzliche Pressung

$$e_p = p, \text{ d. h. } \lambda_p = 1{,}0.$$

6. Spannungsgleichgewicht im Grenzzustand

Ausgegangen wird von der Hypothese von Mohr, wonach der Bruch durch Überwindung des Gleitwiderstandes ($\tau = \tau_g$) eintritt. Diese Hypothese gilt für den räumlichen Spannungszustand nicht genau (vgl. d) 2., S. 892).

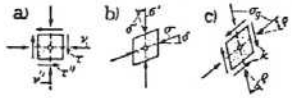


Abb. 26. Spannungsgleichgewicht.

Für Abb. 26a und b gilt:

$$\tau = \tau'' \text{ und } \delta' = \delta \quad . . . (30)$$

Hiernach treten Gleitflächen immer paarweise unter Kreuzungswinkel $(90° - \varrho)$ auf (Abb. 26c).

Darstellung des ebenen Spannungszustandes durch Spannungsellipse und Spannungskreis (Abb. 27, Gleichgewicht eines kleinen dreiseitigen Erdprismas).

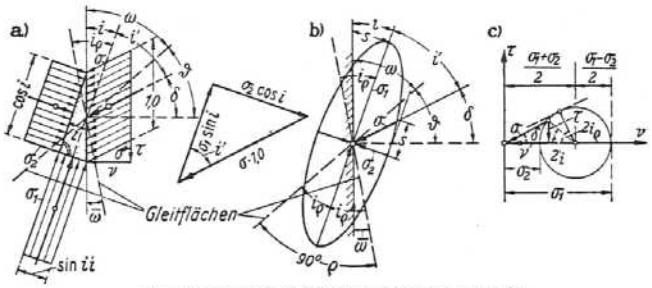


Abb. 27. Spannungsellipse und Spannungskreis.

Mit $n = \sigma_1/\sigma_2 > 1$ als Verhältnis der Hauptspannungen gilt für die unter $m = \operatorname{tg}\delta$ geneigten Schrägspannungen σ (Spannungsellipse):

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \sigma_2\sqrt{n^2-(n^2-1)\cos^2 i} = \sigma_1/\sqrt{n^2-(n^2-1)\cos^2 i'} = \\ &\sigma_2\sqrt{\frac{1+n^2\operatorname{tg}^2 i}{1+\operatorname{tg}^2 i}} = \sigma_1\sqrt{\frac{1+\operatorname{tg}^2 i'}{1+n^2\operatorname{tg}^2 i'}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (31)$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{(n-1)\operatorname{tg} i}{1+n\operatorname{tg}^2 i} = \frac{(n-1)\operatorname{tg} i'}{1+n\operatorname{tg}^2 i'}; \quad \ldots (32) \qquad n\operatorname{tg} i' = \operatorname{ctg} i \quad \ldots (33)$$

und für Normalspannungen ν und Schubspannungen τ (Spannungskreis):

$$\nu = [(\sigma_1+\sigma_2)/2] - [(\sigma_1-\sigma_2)/2]\cdot\cos 2i = \sigma_2 + (\sigma_1-\sigma_2)\sin^2 i = \sigma_1 - (\sigma_1-\sigma_2)\cos^2 i \quad \ldots (34)$$

$$\tau = [(\sigma_1-\sigma_2)/2]\cdot\sin 2i = (\sigma_1-\sigma_2)\sin i\cos i \quad \ldots (35)$$

In Geländenähe wirkt Erddruck auf lotrechte Fläche gleichlaufend zum Gelände (Rankine-Winkler [1], [4], Abb. 28), und es ist:

$$\sigma' = \gamma z\cos\beta \text{ und } \nu' = \gamma z\cos^2\beta = \gamma z/(1+\operatorname{tg}^2\beta). \quad \ldots (36)$$

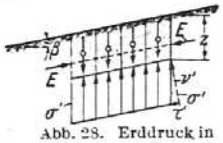


Abb. 28. Erddruck in Geländenähe.

Die folgenden Formeln gelten nur für den „Grenzzustand des Gleichgewichts" (ausgebildete Gleitflächen).

Nur Reibung (Eigenfestigkeit $k = 0$). Verhältnis n der Hauptspannungen σ_1 und σ_2 ist durch Reibungswert $\mu = \operatorname{tg}\varrho$ gegeben:

$$n = \lambda = (\sqrt{1+\mu^2}+\mu)^2 = \operatorname{tg}^2(45^\circ+\varrho/2) = (1+\sin\varrho)/(1-\sin\varrho); \quad (37)$$

umgekehrt folgt: $\operatorname{tg}\varrho = \mu = (\lambda-1)/(2\sqrt{\lambda})$; $\sin\varrho = (\lambda-1)/(\lambda+1)$;

$$\cos\varrho = 2\sqrt{\lambda}/(\lambda+1) \quad (38)$$

und in Ergänzung von Gl. (34) und (35):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\mu\sqrt{\lambda}\sigma_2 = (2\mu/\sqrt{\lambda})\sigma_1 \quad \ldots (39)$$

$$\text{Gleitflächenspannung } \sigma_g = \sigma_1/\sqrt{\lambda} = \sigma_2\sqrt{\lambda} \quad \ldots (40)$$

Winkel zwischen Gleitfläche und größter Hauptspannung:

$$i_\varrho = 45^\circ - \varrho/2\,;\ \operatorname{tg} i_\varrho = 1/\sqrt{\lambda}\,;\ \operatorname{ctg} i_\varrho = \sqrt{\lambda}. \quad \ldots (41)$$

In den folgenden Formeln von Ohde ([60] 1938, S. 155) gilt oberes Vorzeichen für (aktiven) Erddruck, unteres für Erdwiderstand.

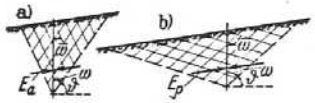


Abb. 29. Gleitflächen im Gelände-Gleitkeil.

Ist nach Abb. 27a und 26b nur die unter $m = \operatorname{tg}\delta$ wirksame Erdpressung σ bekannt, so folgt:

$$\text{aus Gl. (32): } m\sqrt{\lambda}\operatorname{tg} i = \mu \mp \sqrt{\mu^2-m^2} \quad (42)$$

Gleitflächen-Neigungen (Abb. 27a, auch gültig für den Sonderfall von Rankine und Winkler nach Abb. 29):

$$\operatorname{ctg}\omega = \operatorname{tg}\vartheta = \sqrt{(1+\mu^2)\frac{\mu-m}{\mu+m}} \pm \mu \ (43\text{a}); \ \operatorname{ctg}\bar\omega = \sqrt{(1+\mu^2)\frac{\mu+m}{\mu-m}} \pm \mu \quad (44)$$

$$\text{umgekehrt: } +\frac{m}{\mu} = \frac{(1+\mu^2)-(\operatorname{tg}\vartheta\mp\mu)^2}{(1+\mu^2)+(\operatorname{tg}\vartheta\mp\mu)^2} \quad \ldots (43\text{b})$$

oder für $\vartheta = 0$ (waagerechte E_p-Gleitfläche):

$$m/\mu = 1/(1+2\mu^2). \quad \ldots (45)$$

Spannungsverhältnisse nach Abb. 26:

$$\sigma'/\sigma = \nu'/\nu = (\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2-m^2})^2/(1+m^2) = (1+m^2)/(\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-m^2}) \quad (46)$$

$$\nu''/\nu = m^2 + (\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2-m^2})^2 \quad \ldots (47)$$

Hauptspannungen σ und Gleitflächen-Spannungen σ_g und ν_g:

$$\sigma_g = \sigma_1/\sqrt{\lambda} = \sigma_2\sqrt{\lambda} = (\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\mu^2-m^2})\,\nu = (\sqrt{1+\mu^2} \mp \sqrt{\mu^2-m^2})\,\nu' \quad (48)$$

$$\nu_g = [1 \pm \sqrt{(\mu^2-m^2)/(1+\mu^2)}]\,\nu = [1 \mp \sqrt{(\mu^2-m^2)/(1+\mu^2)}]\,\nu'. \quad \ldots (49)$$

Reibung (μ) **und Festigkeit** (k). Ähnliche Zusammenhänge wie oben; Gl. (41) bleibt gültig.

Hauptspannungen: $\sigma_1 = \lambda\sigma_2 + 2\sqrt{\lambda}k$ . . . (50)

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\sqrt{\lambda}(\mu\sigma_2 + k) \quad \ldots (51)$$

Beliebige Spannungen:

$$\left.\begin{aligned} \tau &= 2\sqrt{\lambda}(\mu\sigma_2+k)\sin i\cos i \\ \nu &= 2\sqrt{\lambda}(\mu\sigma_2-k)\sin^2 i + \sigma_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (52)$$

Für die Gleitfläche ist

$$\sin i\cos i = (1/2)\cos\varrho \text{ und } \sin^2 i = (1/2)(1-\sin\varrho) \quad \ldots (53)$$

In Gl. (42) ist μ auf der rechten Seite durch

$$\bar\mu = \mu + k/\nu \quad \ldots (54)$$

zu ersetzen. $\bar\mu$ ist außerdem statt μ einzusetzen in dem Bruch unter der Wurzel von Gl. (43a) und (44) sowie in $\pm m/\mu$ von Gl. (43b) und (45). Anstatt Gl. (46) bis (49) gilt jetzt:

$$\sigma'/\sigma = \nu'/\nu = [(\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\bar\mu^2-m^2})^2 - k^2/\nu^2]/(1+m^2) \quad \ldots (55)$$

$$\nu''/\nu = m^2 - k^2/\nu^2 + (\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\bar\mu^2-m^2})^2 \quad \ldots (56)$$

$$\sigma_1/\sqrt{\lambda} - k = \sigma_2\sqrt{\lambda} + k = (\sqrt{1+\mu^2} \pm \sqrt{\bar\mu^2-m^2})\,\nu \quad \ldots (57)$$

$$\nu_g = [1 \pm \sqrt{(\bar\mu^2-m^2)/(1+\mu^2)}]\,\nu + 2\mu k. \quad \ldots (58)$$

Nur Festigkeit k ($\mu = 0$, $\lambda = 1$, $i_\varrho = 45^\circ$).

$$\sigma_1 = \sigma_2 + 2k;\ \sigma_1 - k = \sigma_2 + k = \nu \pm \sqrt{k^2-\tau^2} \quad \ldots (60)$$

$$\operatorname{tg} i = k/\tau \mp \sqrt{k^2/\tau^2-1} \quad \ldots (61)$$

$$\operatorname{ctg}\omega = \operatorname{tg}\bar\omega = \operatorname{tg}\vartheta = \sqrt{(k-\tau)/(k+\tau)} \quad \ldots (62)$$

$$\sigma'/\sigma = \nu'/\nu = [(\nu \pm \sqrt{k^2-\tau^2})^2 - k^2]/(\nu^2+\tau^2) \quad \ldots (63)$$

$$\nu'' = \nu \pm 2\sqrt{k^2-\tau^2}. \quad \ldots (64)$$

Plötzliche Belastung von Ton (unveränderter Wassergehalt): Mit $\bar p$ = (früh.) Erdauflast ist Gleitwiderstand τ_g für die ebene Aufgabe (unabhängig von der zusätzlichen Belastung), vgl. S. 907 ([60] 1949, S. 165):

$$\tau_g \approx [\psi(1+\lambda_n)/2(1+\mu^2)](\mu\bar p + k) \quad \ldots (65)$$

mit $\psi \approx 1{,}0$ für ausreichend vorbelastetes Erdreich ($p_g \gg \bar p$) und $\psi < 1{,}0$ (rd. 0,75) für Erstbelastung (vgl. S. 894). Für Hauptspannungen gilt dann:

$$\left.\begin{aligned} \mu\sigma_1 &= (1+\sin\varrho)(1+\mu^2)\tau_g - k \\ \mu\sigma_2 &= (1-\sin\varrho)(1+\mu^2)\tau_g - k \end{aligned}\right\} \quad \sigma_1 - \sigma_2 = 2\sqrt{1+\mu^2}\,\tau_g \quad \ldots (66)$$

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1
Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Gleitwiderstand zwischen Wand und Erdreich ist:

$$\tau' = \mu' \nu + k' \text{ mit } \mu' \leqq \mu \text{ und } k' \leqq k.$$

Hierin muß die zunächst unbekannte Erdkornpressung längs der Wand mit Hilfe von Gl. (34), (35) und (66) bestimmt werden; man findet für $\varphi = \mu'/\mu = k'/k$ [48]:

$$\tau' = \frac{\varphi\,\psi\,(1+\lambda_n)}{2\,(1+\mu'^2)}\left(1 \mp \sin\varrho\sqrt{1-\varphi^2}\right)(\mu\cdot\bar{p}+k) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (67)$$

7. Erdwiderstand für krumme Gleitflächen

Zunächst immer überprüfen, z. B. mit Hilfe von Gl. (2b), S. 906, ob die zum Hervorrufen von E_p erforderliche Verdrückung auch noch zugelassen werden kann.

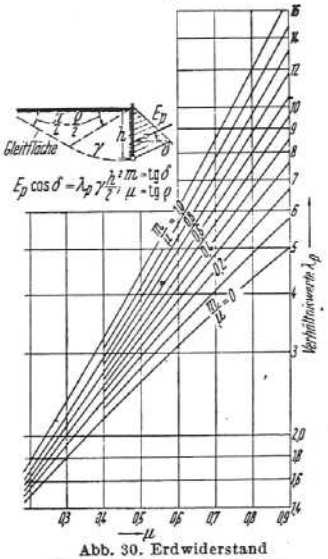


Abb. 30. Erdwiderstand für Dreieck-Druckverteilung.

E_p für Normalfall A mit tiefem Drehpunkt nach Abb. 9A, S. 906. Verschiebung oben stärker als unten. Auch Zwischengleitflächen bilden sich aus, wodurch E_p-Verteilung festliegt: Dreieck für Eigengewicht, Rechteck für Festigkeit oder Auflast bei gerader Wand- und Geländelinie.

Für die Einflüsse aus Eigengewicht (γ), Auflast p und Festigkeit k gilt dann

$$E_p \cos\delta = \lambda_p\,\gamma\,h^2/2 + \lambda'_p\,p\,h + \lambda''_p\,k\,h \quad (68)$$

Ohne Porenwasser-Überdruck (sandiges oder lufthaltiges Erdreich) gilt genau (nach [48]): λ_p nach Abb. 30;

$$\lambda'_p = (1+\sin\varrho)\,e^{\mu\varphi'}/(1-\sin\varrho\sqrt{1-\varphi_\tau^2}) \quad (69)$$

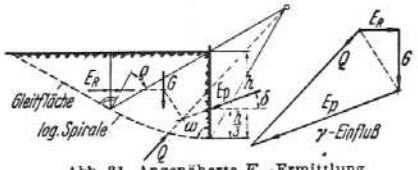


Abb. 31. Angenäherte E_p-Ermittlung (Spiral-Gleitflächen).

$$\text{mit } \sin\varphi' = \left(\sqrt{1+\mu^2} + \mu\sqrt{1-\varphi_\tau^2}\right)\varphi_\tau/(1+\mu^2\varphi_\tau^2) \quad \ldots\ldots \quad (69a)$$

und $\varphi_\tau = \tau'/(\mu\,\nu + k)$ Verhältnis für τ' längs der Wand.

$$\lambda''_p = (\lambda'_p - 1)/\mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (70)$$

Zahlenbeispiel. Für eine Spundwandberechnung nach Abb. 37 ist das für die Neigung der Erdwiderstandlinie maßgebende λ_p zu bestimmen. Durch Versuche sei festgestellt: $\operatorname{tg}\varrho = \mu = 0{,}65$, $\operatorname{tg}\varrho' = \mu' = 0{,}52$. λ_p in Abb. 30 ist mithin abzulesen für $\mu = 0{,}65$ und $m/\mu = 0{,}52/0{,}65 = 0{,}80$. Man findet: $\lambda_p = 6{,}1$.

Soll auch λ''_p für den Einfluß einer etwa vorhandenen Festigkeit ermittelt werden, z. B. für $\varphi_\tau = 60\,\%_0 = 0{,}6$, so ist nach Gl. (69a):

$$\sin\varphi' = \left(\sqrt{1+0{,}65^2} + 0{,}65\sqrt{1-0{,}6^2}\right)0{,}60/(1+0{,}65^2\cdot 0{,}6^2) = 0{,}894;\quad \varphi' = 63{,}4^\circ = 1{,}106$$

und nach Gl. (69): $\lambda'_p = (1+0{,}545)\,e^{0{,}65\cdot 1{,}106}/(1-0{,}545\sqrt{1-0{,}6^2}) = 5{,}62$,

schließlich nach Gl. (70): $\lambda''_p = \dfrac{5{,}62-1}{0{,}65} = 7{,}11$.

Angenäherte Ermittlung von E_p mit kreisrunden oder spiraligen Gleitflächen: z. B. Abb. 31 für γ-Einfluß, Wandwinkel ω der Gleitfläche nach Gl. (43a), Geländewinkel ϑ desgl.

für $b = m$. Gleitkörper besteht aus ebenem Geländegleitkeil (Rankine-Winkler, Abb. 29b, S. 916) und Wandgleitkörper mit krummen Gleitflächen ([60] 1938, S. 243/44). p- und k-Einfluß ist ähnlich zu finden ([60] 1938, S. 760).

Wird natürlicher Erddruck von Ton schnell auf passiven Erddruck erhöht, Berechnung nach Abb. 32: τ_g nach Gl. (65) einsetzen und beachten, daß τ längs der Wand nicht größer als τ' nach Gl. (67) sein kann.

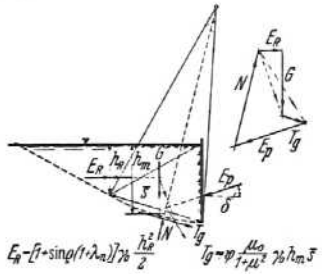


Abb. 32. E_p-Ermittlung für unveränderten Wassergehalt (γ-Einfluß).

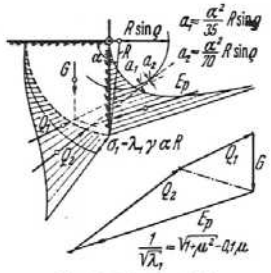


Abb. 33. E_p-Ermittlung für oberen Drehpunkt.

E_p für unteres Nachgeben bei oberem Drehpunkt (Abb. 9, Fall B, S. 906). Höhenlage des Wand-Drehpunktes muß gegeben sein. Berechnungsverfahren von Ohde für Kreisgleitflächen (rechnerisch ähnlich wie in ([60] 1938, S. 480), (zeichnerisch nach Abb. 33) oder von Rendulic für Spiralgleitflächen ([60] 1940, S. 146). Tafelwerte liegen noch nicht vor.

8. Berechnung von Spundwänden (s. a. S. 1469)

Spundwände aus Baustahl, Holz oder Stahlbeton besitzen nach Einrammen Seitendruck, der etwas größer ist als natürlicher Erddruck (Ausnahme: beim Einspülen wirkt nur aktiver Druck). Nach ihrer Beanspruchung (Erdaushub oder Hinterfüllung) wirkt jedoch infolge Verbiegung oben nur aktiver Erddruck E_a.

Unverankerte Spundwände. Wegen oberer Ausbiegung und geringer Verdrehung um einen unteren Drehpunkt ist oben E_a linear verteilt (Normalfall nach Abb. 8a). Angenäherte (rechnerische) Druckverteilung nach Abb. 34 (bisweilen Festigkeit k vorhanden (dann $\gamma_0 = \gamma$), oder Wasserstand in Höhe der Baugrubensohle). Bei festliegender Rammtiefe folgt dann aus den Gleichgewichtsbedingungen für t' und p':

$$\left.\begin{aligned}(p'\,t') &= (\lambda_p - \lambda_a)\,\gamma_0\,t^2 - \lambda_a\,\gamma\,h^2 - 2\,e_0\,t\\ t'\,(p'\,t') &= (\lambda_p - \lambda_a)\,\gamma_0\,t^3 - \lambda_a\,\gamma\,h^2\,(h+3\,t) - 3\,e_0\,t^2\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

Hierbei sind λ_a für volle Wandreibung und λ_p, λ''_p für $\omega = 90^\circ$ (waagerecht beginnende Gleitflächen, Gl. 45) einzusetzen, d. h. λ_p aus Abb. 30, S. 917, entnehmen für

$$\operatorname{tg}\delta = -\mu/(1+2\,\mu^2).$$

Für $t'' = 0$ ($p' = \infty$) folgt aus der letzten Gleichung:

$$(\lambda_p - \lambda_a)\,\gamma_0\,t_0^3 - \lambda_a\,\gamma\,h^2\cdot(2\,h + 3\,t_0) - 3\,e_0\,t_0^2 = 0 \quad (72)$$

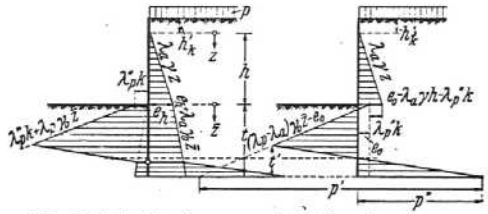


Abb. 34. Freistehende unverankerte Spundwand.

Rammtiefe t mindestens zu 1,5 t_0 annehmen ([26] und [60] 1938, S. 757). Für $k = 0$ ist einfacher ([60] 1938, S. 757):

$$t_0 = h/(\sqrt[3]{D'} - 1) \text{ mit } D' = 1 + (\gamma_0/\gamma)\,(\lambda_p/\lambda_a - 1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (73)$$

Besonders ungünstig ist Fall nach Abb. 35. Dann ist einzusetzen:

$$D' = (1 + \lambda_p \gamma_0)/(1 + \lambda_a \gamma_0). \quad (74)$$

Größtes Biegemoment in Tiefe t_M:

für Abb. 34:

$$t_M/h = [e_0/\gamma_0 h + \sqrt{\lambda_a (\lambda_p - \lambda_a) \gamma/\gamma_0 + (e_0/\gamma_0 h)^2}]/(\lambda_p - \lambda_a) \quad (75)$$

$$6 \max M = \lambda_a \gamma h^2 (h + 3 t_M) - [(\lambda_p - \lambda_a) \gamma_0 t_M - 3 e_0] t_M^2 \quad (76)$$

desgl. für $k = 0$:

$$t_M = h/(\sqrt{D'} - 1) \quad (77)$$

$$6 \max M = \lambda_a \gamma h^3 D'/(\sqrt{D'} - 1)^2 \quad (78)$$

Die letzten 2 Formeln gelten auch für Abb. 35, wenn D' nach Gl. (74) eingesetzt und $\lambda_a \gamma$ in Gl. (78) durch $(1 + \lambda_a \gamma_0)$ ersetzt wird.

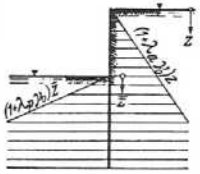


Abb. 35. Sonderfall.

Einfach verankerte Spundwände. Erddruckverteilung nicht linear, von Wandverbiegung, Ankerlage und -nachgiebigkeit und Rammtiefe abhängig, besonders bei Spundwänden aus Stahl oder Holz.

Für geringere (noch ausreichende) Rammtiefe keine untere Einspannung. Bei hoher Ankerlage ($|M_A|/\max M < 0{,}6$) ist E_a annähernd nach Abb. 8C, S. 906, verteilt, vgl. hierzu [61] 1942, S. 127. Abb. 36a gibt in diesem Fall für $k = 0$ genauere Werte, falls Spundwand in gewachsenem Boden gerammt ist und Anker wenig nachgibt. Für tiefe Anker ($|M_A| \approx \max M$) etwa Verteilung nach Abb. 36b. Bei Spundwänden aus Stahlbeton werden wegen der geringeren Verbiegung zweckmäßig nur die halben Abweichungen von der Dreieckverteilung angesetzt, ebenso bei hinterfüllten Spundwänden. Festigkeit für E_a ist vorläufig am einfachsten durch h'_k nach Gl. (17), S. 912, und Abb. 19, S. 911, zu berücksichtigen; für $E_{p\,\mathrm{vorh}}$ kommt Rechteck mit der Pressung $\lambda''_p k$ hinzu (Gl. 70, S. 917).

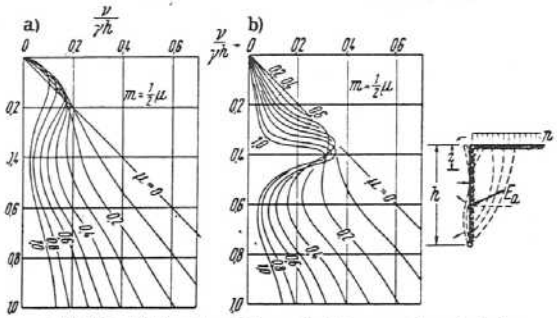


Abb. 36. Erddruckverteilung für biegsame Spundwände a) für hohen, b) für tiefen Anker.

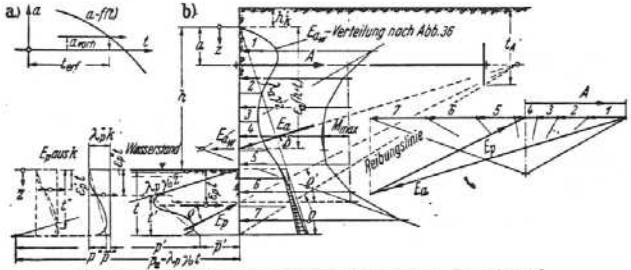


Abb. 37. Berechnung der einfach verankerten Spundwand.

Ausreichende Rammtiefe t findet man mit $\eta_p [\approx 1{,}25\,(1 + \mu)]$ als Sicherheit gegenüber dem Ausweichen des Fußes aus der Gleichung (Abb. 37b, Wasserstand als ungünstigster Fall in der Baugrubensohle [48]):

$$a\,[(h + t)^2 - (D + G)\, t^2 - D''\, k\, t/\gamma] = \varepsilon_a (h + t)^3 - [D\,(h + \varepsilon_p\, t) + G\,(h + 2/3\, t)]\, t^2 - D''\,(h + \varepsilon''_p\, t)\, k\, t/\gamma \quad (79)$$

mit den Abkürzungen:

$$D = \lambda_p \gamma_0/\eta_p \lambda_a \gamma;\; G = 1 - \gamma_0/\gamma;\; D'' = 2\, \lambda''_p/\eta_p \lambda_a. \quad (80)$$

Hiernach $a = f(t)$ bestimmen und t nach Abb. 37a als Schnittpunkt mit a_{vorh}. Auch unmittelbare Berechnung von t nach Schultze möglich ([60] 1948, H. 12). ε_a nach Abb. 37 durch Seileck; für den nur teilweise in Anspruch genommenen Erdwiderstand gilt [48]:

$$3\,\varepsilon_p = 3 - \eta_p + (\eta_p - 1)\, t'/t;\; \varepsilon''_p = (1/6)\,(4 - \eta_p) \text{ für } \eta_p \leqq 2 \text{ oder } 2/(3\,\eta_p) \text{ für } \eta_p \geqq 2 \quad (81)$$

$$\overline{p}'/\lambda_p \gamma_0\, t = 1 - (1 - 1/\eta_p)\, t/t';\; \overline{p}'' = (2/\eta_p - 1)\, \lambda''_p\, k \text{ für } \eta_p \leqq 2 \text{ und}$$

$$t'' = 2\, t/\eta_p \text{ für } \eta_p \geqq 2. \quad (82)$$

t' wird zweckmäßig zu $0{,}60 \cdot t$ angenommen. λ_p und λ''_p sind für volle Reibung (μ') zwischen Wand und Erdreich nach Abb. 30 oder Gl. (70), S. 917, einzusetzen, λ_a für δ nach Abb. 37b, wobei die λ_a-Werte für ebene Gleitflächen etwa mit dem Faktor $(1 + 0{,}04\,\mu)$ zu vervielfachen sind.

Den Ankerzug A je m erhält man nach gefundener Rammtiefe t aus:

$$A = [\gamma\,(h + t)^2 - (\gamma - \gamma_0)\, t^2]\, \lambda_a/2 - [\lambda_p \gamma_0\, t/2 + \lambda''_p\, k]\, t/\eta_p. \quad (83)$$

Größtes Biegemoment $\max M$ wird zeichnerisch gefunden (Abb. 37b), wobei Schwerpunkt der ausgenutzten E_p-Fläche als unteres Auflager angesehen werden kann. Soll die M-Fläche auch im unteren Bereich richtig erhalten werden (was in Abb. 37 nicht der Fall ist!), so müssen die E_a- und E_p-Pressungen gegeneinander aufgerechnet werden.

Ankerlänge ist nach [48] meist ausreichend, wenn Unterkante der annähernd mittig gedrückten Ankerwand auf (in Abb. 37b punktiert eingetragener) Reibungslinie liegt. Genauere Berechnung nach [10] und [41]. Quadratische Ankerplatten mit Seitenlänge s und Ankerabstand l wirken nach Versuchen von Buchholz mit Sand ([70] 1930/31, S. 300) wie geschlossene Ankerwand, solange etwa $l/s < 2 + t_A/5\,s$. Als Anker neuerdings auch gebohrte waagerechte Lorenzpfähle mit verdickter Endzwiebel ([72] 1950, S. 1176).

Für größere Rammtiefe teilweise untere Einspannung. Vorschläge für Berechnungsverfahren von Niebuhr ([61] 1930, S. 771), Blum [26], Schütte ([70] 1939/40, S. 55) und ([61] 1941, S. 193) und Ohde ([61] 1942, S. 126). Erddruckverteilung bis zum unteren Drehpunkt wie oben, desgl. Ankerlänge. Vgl. Rifaat [31].

Einfach verankerte Stahlspundwand S. 1469 ff.

Mehrfach verankerte Spundwände. Bei gleichmäßigem Nachgeben der Wand wirkt Erddruck annähernd halbparabelförmig verteilt (Abb. 38). Verankerung am besten an gemeinsamer Ankerwand oder -platte. Biegemomente nach Theorie des Durchlaufträgers [42] oder unter Annahme gleicher Stützenverschiebung. Rammtiefe t so wählen, daß η_p-fache Sicherheit für E_p.

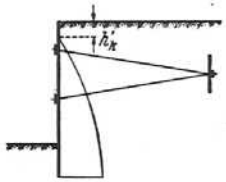


Abb. 38. Erddruckverteilung für mehrfach verankerte Wände.

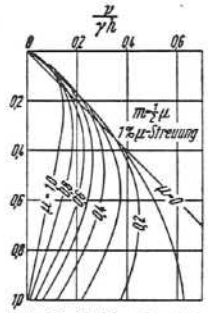


Abb. 39. Erddruckverteilung für Einspannung nach Abb. 8B, S. 906.

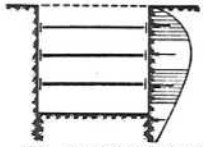


Abb. 40. Steifendrücke.

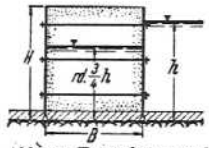


Abb. 41. Fangedamm auf hartem Untergrund.

Abgesteifte Baugrubenwände. Bei fortschreitendem Erdaushub und Steifeneinbau von oben nach unten Erddruckverteilung angenähert nach Abb. 39 ([60] 1938, S. 755). Daraus folgen ungefähre Steifendrücke nach Abb. 40.

Für Wände mit stärkerer unterer Einspannung etwa Überlagerung von $^1/_2$ Dreieckverteilung + $^1/_2$ Verteilung nach Abb. 39. Versuchsmessungen von Spilker ([60] 1937, S. 16), Preß ([60] 1938, S. 383), Klenner ([60] 1941, S. 316), van Bruggen ([61] 1941, S. 295) und Lehmann ([60] 1942, S. 281).

Fangedämme mit zweilotrechten Spundwänden. Beanspruchung und Widerstand gegen seitlichen Wasserdruck von Bauart (waagerechte Anker oder Dreieckverband) und Zwischenfüllung (Ton, Sand, Beton) abhängig.

Für waagerecht verankerten Fangedamm auf hartem Untergrund (Abb. 41) wirkt nur Reibung dem Verschieben entgegen (Annahme unterer Gelenke). Dann gilt für un-

günstigsten Fall durchlässiger Spundwände und mittleren Auftriebes bis rd. (3/4) h für Spannungsneigung (mit s_w als Stoffgewicht des Wassers):

$$\operatorname{tg}\delta = W/G \approx (1/2)\, h^2 s_w\, [\gamma H B - (\gamma - \gamma_0)\,(3/4)\, h\, B],$$

woraus mit $\operatorname{tg}\delta = \mu/\eta_\tau$ (Sicherheit $\eta_\tau \geqq 1{,}5$), $\psi = H/h$ und $\bar{\gamma} = \psi\,\gamma/s_w - 3\,(\gamma - \gamma_0)/4 s_w$ folgt:

$$h/B \leqq 2\,\bar{\gamma}\,\mu/\eta_\tau \,. \qquad (85)$$

Für $\operatorname{tg}\delta > 1/(2\sqrt{\bar{\gamma}})$ ist Kippbedingung (Mittelkraft im Kern) ungünstiger; hierfür $\operatorname{tg}\delta\,(h/3) \leqq B/6$ oder

$$h/B \leqq \sqrt{\bar{\gamma}} \,. \qquad (86)$$

Fangedämme auf sandigem Untergrund können nach Abb. 42 berechnet werden [48]. Wasserstand im Damm etwa auf $^1/_3$ bis $^2/_3$ der vollen Höhe; luftseitige Spundwand wie in Abb. 37, S. 919, berechnen, jedoch mit nur noch geringer Abweichung von Dreieckverteilung und höherem E_p-Angriffspunkt; auf wasserseitige Spundwand wirkt Erddruck, dessen Pressung um rd. $\operatorname{tg}(\varrho - \vartheta)\,\gamma\, B$ (oder unter Wasser $\operatorname{tg}(\varrho - \vartheta)\,\gamma_0\, B$) größer ist als Erddruck auf Luftseite. Erdwiderstand vor Fuß ähnlich wie in Abb. 33 berechnen. Verschiebungswinkel ϑ so wählen, daß Gleichgewicht besteht, falls Breite B ausreicht. Sicherheitshalber mit überhöhtem Wasserstand rechnen. Vgl. auch Krey [10].

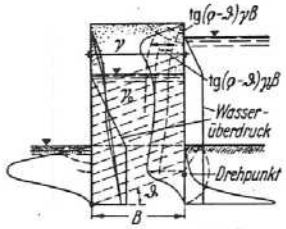


Abb. 42. Unversteifter, einfach verankerter Spundwand-Fangedamm.

9. Silo-Aufgaben

Gewöhnlicher Silodruck (unnachgiebige lotrechte Wände; S. 554 ff.). Beim Nachsacken des Füllgutes entsteht Wandreibung (Beiwert $\mu' = \operatorname{tg}\varrho'$), die in größerer Tiefe allein genügt, um zusätzliches Füllgewicht aufzunehmen (Abb. 43):

$$\mu'\, v_\infty\, dz\, U = \gamma\, F\, dz \text{ oder } v_\infty = \gamma\, F/\mu'\, U \qquad (87)$$

oder für die ebene Aufgabe ($F/U = B/2$): $v_\infty = \gamma\, B/2\,\mu'$ (87a)

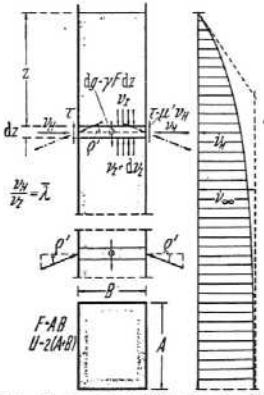


Abb. 43. Druckverhältnisse im Silo.

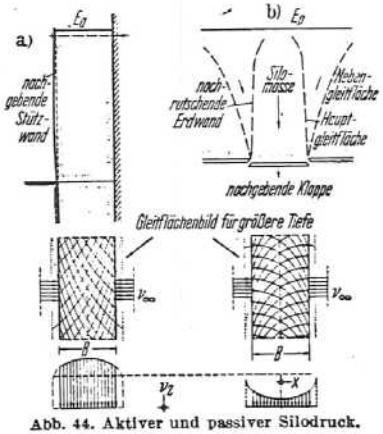


Abb. 44. Aktiver und passiver Silodruck.

Diesem Grenzwert strebt Seitendruck zu nach anfänglich geradliniger Zunahme: $v_H = \lambda_0\, \gamma\, z$. Für **Übergangsbereich** gilt nach H. A. Janssen ([66] 1895, S. 1045)

$$v_H = \frac{\gamma\, F}{\mu'\, U}\,(1 - e^{-\mu'\bar{\lambda}\, U z/F}) \,. \qquad (88)$$

wobei ein mit Tiefe z gleichbleibendes Verhältnis $\bar{\lambda} = v_H/v_z$ zwischen Seiten- und Auflastdruck angenommen ist. Für hinreichend starre Silowände gilt angenähert für $\bar{\lambda}$ mit m als Poissonzahl: $\bar{\lambda} \approx 1/(m - 1)$.

Aktiver und passiver Silodruck. Bei ausweichender Wand (Abb. 44a) ist aktiver Seitendruck, bei (aktiv) nachdrückendem Erdreich (Abb. 44b) passiver Seitendruck vorhanden [48]. In größerer Tiefe erfordert dann Grenzgleichgewicht für ebene Aufgabe nach Gl. (47) für lotrechte Pressung v_z und Schubspannung τ mit $m = \tau/v_H$, wenn wieder oberes Vorzeichen für E_a und unteres für E_p gilt (körnige Füllung ohne Festigkeit):

$$\tau = \mu'\,\frac{x}{B/2}\, v_H = m\, v_H \,. \qquad (89)$$

$$v_z/v_H = 1/\bar{\lambda} = 1 + 2\,\mu^2 \pm 2\sqrt{1 + \mu^2}\sqrt{\mu^2 - m^2} \,. \qquad (90)$$

Hiernach ist in größerer Tiefe elliptischer Druckverlauf für v_z vorhanden, Abb. 44 (v_H nach Gl. 87). Bei vorhandener Festigkeit k gilt anstatt Gl. (87):

$$v_\infty = (\gamma\, F/\mu'\, U) - k/\mu \,. \qquad (87b)$$

anstatt Gl. (89):

$$\tau = \frac{x}{B/2}\,(\mu'\, v_H + k') \,. \qquad (89a)$$

mit $k' \leqq k$ als Festigkeit zwischen Wand und Silomasse und anstatt (90):

$$v_z/v_H = 1 + 2\,\mu\,(\mu + k/v_H) \pm 2\sqrt{1 + \mu^2}\sqrt{\mu^2 - m^2 + (2\,\mu + k/v_H)\, k/v_H} \qquad (90a)$$

Aktiver Silodruck ist bei biegsamen Spundwandschürzen vorhanden; Erddruck im Übergangsbereich kann dann durch schrittweises Tiefergehen erhalten werden (Abb. 44a).

Druck auf Tunnelgewölbe in geringerer Tiefe. Voraussetzung: keine offene Baugrube, sondern Stollenvortrieb. Wegen Nachgiebigkeit des Einbaues entwickelt sich passiver Silodruck ähnlich Abb. 44b, nur daß wegen des Nachgebens der Seitenwände Erdreich in größerer Breite nachrutscht. Berechnung bei sandigem Gebirge ohne Festigkeit etwa nach Abb. 45: in Firstebene wirken lotrechte Pressungen nach Gl. (90) und Schubspannungen nach Gl. (89) unter Berück-

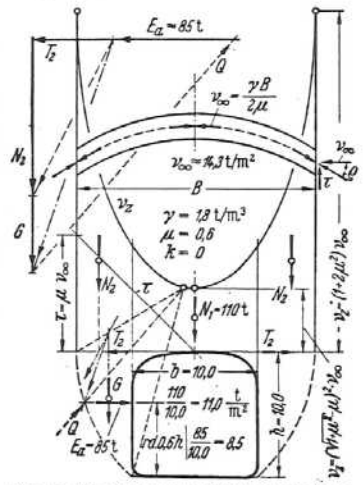


Abb. 45. Berechnung der Tunnelbelastung für geringere Tiefe.

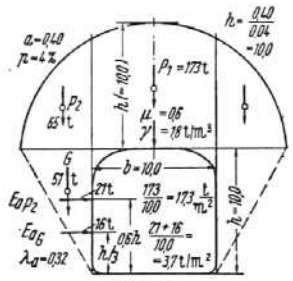


Abb. 46. Tunnelbelastung nach Kommerell.

sichtigung von Gl. (87). Deren Mittelkräfte N_2 und T_2 im seitlichen Bereich liefern Mittelkraft R als Belastung für (kurvenförmigen) Erddruckgleitkörper. Einbruchbreite B kann so gewählt werden, daß E_a Größtwert wird. Bei vorhandener Festigkeit Ergebnisse nach Gl. (87b), (89a) und (90a) entsprechend anwenden.

Bisher überschlägliche Berechnung der First- und Ulmendrücke nach Kommerell [12] durch Annahme eines (die waagerechte Firstebene belastenden) gelockerten elliptischen Erdkörpers (nach Abb. 46), dessen lotrechte Halbachse h so groß angenommen wird, daß die sich für Strecke h ergebende Auflockerung des nachsackenden Erdkörpers von p % gerade der beim Einbau unvermeidbaren Firstsenkung a (15 bis 50 cm und mehr) entspricht, also $h = a/(p/100)$. p wird nach Versuchen oder baupraktischen Erfahrungen gewählt. Ermittlung des Seitendruckes nach Engesser ([65] 1882, S. 91) oder Culmann unter Berücksichtigung der elliptischen Auflast.

10. Grenzbelastung von Fundamenten

Mit wachsender Fundamentbelastung erfolgt nicht nur entsprechend zunehmende Setzung des Fundamentes infolge Zusammendrückung des Untergrundes, sondern auch von den Eckpunkten aus um sich greifende Gleitflächen-Ausbildung (seitliche Verdrängung des Erdreiches nach Abb. 47a). Schließlich nimmt Eindringung stark zu: Einbruch- oder Grenzbelastung des Fundamentes („Grundwiderstand") ist erreicht.

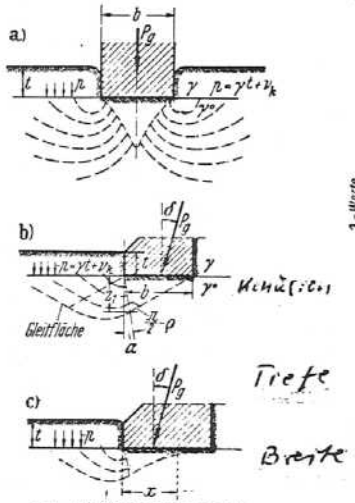


Abb. 47. Grenzbelastungen.

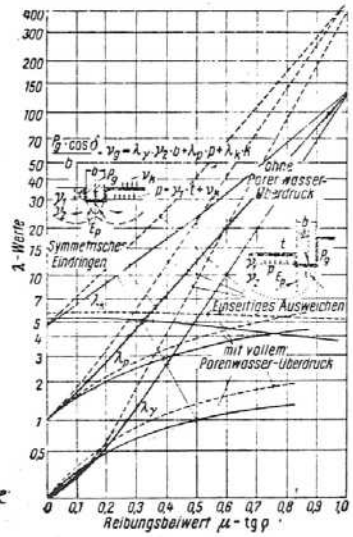


Abb. 48. Grenzbelastung P_g für lotrechtes Eindringen.

Für wenig zusammendrückbares Erdreich kann Grenzbelastung nach Gleitflächenlehre berechnet werden (für Flachgründungen). Höchstwert wird aber umso weniger erreicht, je größer Zusammendrückbarkeit ([60] 1950, S. 272). Bei Tiefgründungen Einfluß der Verdrückungen berücksichtigen. Grenzbelastung nach Gleitflächenlehre wird durch waagerechte oder außermittige Belastung (Abb. 47b

u. c), bei bindigem schnell belastetem Untergrund außerdem durch Porenwasser-Überdruck stark herabgesetzt ([60] 1950, S. 272).

Gleitflächen-Grenzbelastung ohne Wasserüberdruck (sandiger Untergrund oder „langsame" Belastung bindigen Untergrundes). Anteile aus Eigengewicht (Gleitkörpergewicht unterhalb Fundamentsohle), Auflast p (seitliche Erdbelastung oberhalb Fundamentsohle einschl. Kapillardruck) und Festigkeit k können genügend genau linear überlagert werden. Mit b als Breite und γ (oder γ_0 unter Wasser) als Raumgewicht unterhalb Fundamentsohle gilt demnach für mittlere Normalpressung $v_g = P_g/b$ im Zustande der Grenzbelastung:

$$v_g = \lambda_\gamma \gamma b + \lambda_p p + \lambda_k k \quad \ldots \quad (91)$$

Für lotrechte mittige Belastung gilt im einzelnen ([60] 1950, S. 272):

Breite: $$\lambda_\gamma \approx \frac{1}{4}\left[(1+\mu)\left(0{,}205 + \sqrt[10]{10^{25\mu-1}}\right) - 1\right] = \frac{1}{4}\left[(1+\mu)\left(0{,}205 + 10^{2{,}5\mu-0{,}1}\right) - 1\right] \quad (92)$$

Tiefe: $$\lambda_p = [\mu + \sqrt{1+\mu^2}]^2\, e^{\pi\mu} \quad \ldots \quad (93); \qquad \text{Körper: } \lambda_k = (\lambda_p - 1)/\mu \quad \ldots \quad (94)$$

Ausgerechnete Werte Abb. 48. Hierbei ist Gleitflächensymmetrie vorausgesetzt. Für einseitiges Ausweichen und erzwungenes lotrechtes Setzen werden höhere Werte erhalten (Abb. 48 und [48]).

Für Schrägbelastung und einseitiges, paralleles Ausweichen (Abb. 47b) gilt annähernd Abb. 49a; starke Verminderung der Tragkraft durch waagerechte Zusatzbelastung ist hierdurch nachgewiesen.

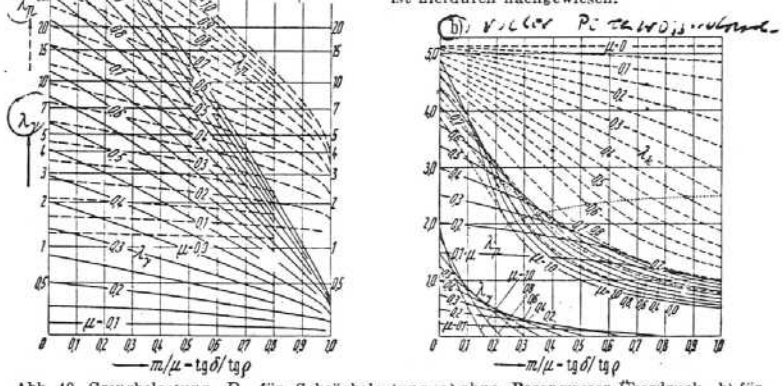


Abb. 49. Grenzbelastung P_g für Schrägbelastung a) ohne Porenwasser-Überdruck, b) für vollen Porenwasser-Überdruck.

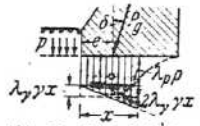


Abb. 50. Grenzbelastung P_g bei trapezförmigem außermittigem Sohldruck nach Abb. 47c.

Bei außermittiger Belastung (lotrecht oder schräg, Abb. 47c) gelten näherungsweise ebenfalls Werte nach Abb. 48 und 49a, wenn Fundamentbreite B durch x ersetzt; für trapezförmigen Sohldruck (Abb. 50) folgt x aus Gleichung

$$4\lambda_\gamma \gamma x^2 + 3(\lambda_p p + \lambda_k k - 2\lambda_\gamma \gamma e)\, x = 6\lambda_p p e \quad \ldots \quad (95)$$

Gleitflächen-Grenzbelastung bei vollem Porenwasser-Überdruck (Schnellbelastung bindigen Untergrundes, unveränderter Wassergehalt). Für lotrechte mittige Belastung gelten folgende Beiwerte von Gl. (91):

$$\lambda_\gamma \approx 2{,}5 \sin\varrho \quad \ldots \quad (96)$$

$$\lambda_p = 1 + 2\sin\varrho + \pi\mu \quad \ldots \quad (97)$$

$$\lambda_k = \pi + 2/\sqrt{1+\mu^2} \quad \ldots \quad (98)$$

Zahlenwerte dieser Formeln sind in Abb. 48 mit angegeben, ebenso Werte für einseitiges Ausweichen und erzwungenes lotrechtes Eindringen.

Für Schrägbelastung liefert Abb. 49b die λ-Werte. Bei außermittiger Belastung wieder angenähert x nach Gl. (95) statt Breite B.

Einfluß der Verdrückungen. Vorstehende Werte werden um so weniger erreicht, je mehr sich Erdreich zusammendrücken läßt. Für Tiefgründungen liefert Auswertung nach [60] 1950, S. 272 angenähert [48]:

$$P_g \approx \psi\, \bar{p}_m F \quad \ldots \quad (99)$$

mit F als Sohlfläche und $\bar{p}_m \approx (1/2)\,(1+\lambda_n)\,\bar{p}$ als mittlerer Pressung des unberührten Erdreiches in Gründungstiefe sowie für Kreisfundamente:

$$\psi \approx \lambda/3 + [(2/3) + (1{,}2-\mu)\sqrt{\mu}]\,(Z/\bar{p})^{\mu/(\mu+0{,}42)} \quad \ldots \quad (100)$$

für Streifenfundamente:

$$\psi \approx 0{,}22\,\lambda + [(2/3) + (1{,}3-\mu)\sqrt[3]{\mu}]\,(Z/\bar{p})^{\mu/(\mu+0{,}42)} \quad \ldots \quad (101)$$

Formeln gelten gleichzeitig auch für Spitzenwiderstand von Pfählen und Spundwänden (für Ton nur gültig bei langsamer Belastung).

Für Flachgründungen ist (tragkraftmindernder) Einfluß der Verdrückungen noch nicht berechnet; angenähert können Gl. (99) bis (101) verwendet werden, wenn Z und $\bar{p}$ für Tiefe $t \approx 1{,}0\,b$ unterhalb Fundamentsohle eingesetzt wird.

Werden **Probebelastungen** bis zum Einbruch oder stärkerem Einsinken durchgeführt, so kann nach Formeln Grenzbelastung auf Bauwerkgröße umgerechnet werden (Voraussetzung: einheitlicher Untergrund). Z. B. gilt nach Gl. (91) für sandigen Boden und $p = 0$ ($\lambda_p \approx 0$), wenn Probebelastungen bis zum Bruch mit zwei verschiedenen Flächen F_1 und F_2 durchgeführt werden:

$P_{g1}/F_1 = v_{g1} = \lambda_\gamma \gamma b_1 + \lambda_k k$ und $P_{g2}/F_2 = v_{g2} = \lambda_\gamma \gamma b_2 + \lambda_k k$,

woraus folgt: $\lambda_\gamma = \dfrac{v_{g2} - v_{g1}}{\gamma\,(b_2 - b_1)}$ und $\lambda_k k = \dfrac{v_{g1}\, b_2 - v_{g2}\, b_1}{b_2 - b_1}$.

Bei nachgiebigerem Baugrund muß auch Gl. (99) herangezogen werden. Man findet aus Probebelastung: $\psi \approx P_g/(F\,\bar{p}_m)$, wobei für $\bar{p}_m$ Auflast für z rd. 1,0 b unter Lastplatte einzusetzen ist. Das so erhaltene ψ liefert nach Gl. (99) entsprechende Grenzbelastung für Bauwerk.

Beispiel eines Gründungskörpers S. 1471ff.

11. Zulässige Belastung des Baugrundes (s. a. S. 1471)

Vgl. DIN 1054. Zulässige Belastung ist keine Konstante des Untergrundes, sondern neben Stoffwerten (z. B. Gleitwiderstand, Vorbelastung, Verdichtungszahl) abhängig von Form, Breite und Tiefe der Fundamente und der durch Bauaufgabe und Gründungsentwurf gegebenen Empfindlichkeit gegen Setzungen und Verformungen.

Wichtig ist ausreichende Sicherheit (η) gegen Einbruch: Entweder Reibungsbeiwert μ voll einsetzen:

$$v_{zul} \approx v_g/\eta_p,$$

oder mit vermindertem μ und k rechnen:

$$v_{zul} \approx v_g \text{ für } \tau_g \approx (\mu_{vorh}\, v + k_{vorh})/\eta_\tau$$

mit v_g als Grenzbelastung. Bei sorgfältiger Baugrund-Untersuchung genügt $\eta_\tau \approx 1{,}25$ oder $\eta_p \approx 2{,}0$ (für Formel (99): $\eta_p \geqq 3{,}0$). Andernfalls Sicherheitsgrad größer wählen.

Die für ausreichende Grundbruchsicherheit mindestens erforderliche Fundamentbreite nach Gl. (91) folgt mit Bezeichnungen der Abb. 51a, mit γ_m als mittlerem Raumgewicht oberhalb Sohle und mit a als Fundamentlänge aus:

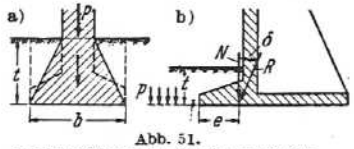


Abb. 51.
Zur Ermittlung der Fundamentbreite.

$$\lambda_\gamma \gamma b^2 + [(\lambda_p \gamma - \eta_p \gamma_m)\, t + \lambda_k k]\, b = P\, \eta_p / a \quad \ldots \quad (102)$$

Ähnlich für außermittig beanspruchte Stützmauersohle nach Abb. 51b:

$$\lambda_\gamma \gamma x^2 + (\lambda_p p + \lambda_k k)\, x = N\, \eta_p \quad \ldots \quad (103)$$

Ist hiernach x (Abb. 50) berechnet, so folgt aus Gl. (95) für e:

$$6\,(\lambda_p p + \lambda_k k + \lambda_\gamma \gamma x)\, e = [3\,(\lambda_p p + \lambda_k k) + 4\,\lambda_\gamma \gamma x]\, x \quad \ldots \quad (95a)$$

Oder λ-Werte für vermindertes μ einsetzen sowie k vermindern und dann in Gl. (102) und (103) $\eta = 1{,}0$ setzen.

Zahlenbeispiel nach Abb. 18, S. 910. Mit $T = 20{,}9$ t und $N = 49{,}0$ t ist $\operatorname{tg}\delta = m = 20{,}9 : 49{,}0 = 0{,}427$ und $m/\mu = 0{,}427/0{,}56 = 0{,}763$. Für diesen Wert und $\mu = 0{,}56$ ist in Abb. 49a abzulesen: $\lambda_\gamma \approx 1{,}2$ und $\lambda_p \approx 6{,}0$. Damit folgt aus Gl. (103) mit $\eta_p = 1{,}0$ (da Sicherheit schon durch Herabsetzen von μ berücksichtigt ist):

$1{,}2 \cdot 1{,}0 \cdot x^2 + 6{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}5 \cdot x = 49{,}0$; $x^2 + 7{,}5\,x = 40{,}8$; $\underline{x = 3{,}66 \text{ m}}$ (Abb. 50).

Weiter wird nach Gl. (95a) (Abb. 50 u. 51b):

$6\,(6{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}5 + 1{,}2 \cdot 1{,}0 \cdot 3{,}66)\,e = (3 \cdot 6{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}5 + 4 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}0 \cdot 3{,}66) \cdot 3{,}66$ oder $6 \cdot 13{,}39 \cdot e = 44{,}6 \cdot 3{,}66$; $\underline{e = 2{,}03 \text{ m}}$. Für Ausladung des Fundamentfußes von $0{,}33 + 2{,}03 = 2{,}36$ m und Fundamentbreite von 3,66 m ist demnach ausreichende Standsicherheit der Stützmauer vorhanden. Die entsprechende Fundamentabgrenzung ist in Abb. 18 gestrichelt eingetragen. Natürlich kann Fundamentbreite x größer gewählt werden als Ergebnis der Berechnung (vgl. Abb. 47c, S. 923).

Über Festlegung der zulässigen Belastung auf Grund der Druckverteilungslehre vgl. [30] und ([60] 1950, S. 105).

Solange **Vorbelastung** (p_v) nicht überschritten wird (Abb. 20, S. 896), sind **Setzungen** meist unwesentlich. Andernfalls Setzungsberechnungen (u. U. für verschiedene Fundamentbreiten) durchführen (S. 932), sofern Bauwerkaufgabe Begrenzung der Setzungen erfordert. Mitunter kann Gründung auch um Setzungsbetrag höher eingebaut werden.

Bei **biegsamen Fundament-Balken** oder -Platten spielen **Setzungs-Unterschiede** eine Rolle; dann Baugrund-Untersuchung besonders gewissenhaft durchführen, um auch Ungleichmäßigkeiten des Untergrundes zu erfassen. Zulässige Belastung kann dann u. U. nicht ausgenutzt werden, weil Fundament-Beanspruchung durch Setzungsunterschiede zu groß. Auch bei Sockelfundamenten muß wegen Begrenzung der Zugspannung u. U. Baugrundpressung herabgesetzt werden; Abb. 67b, S. 935.

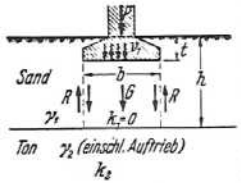


Abb. 52. Tragfähigkeit einer oberen Sandschicht.

Selbstverständlich muß **tragende Schicht** des Untergrundes **hinreichend dick** sein, da sonst Fundament durchbricht und weichere Unterschicht Tragkraft bestimmt. Mit Bezeichnungen der Abb. 52 und a als Fundamentlänge ist daher Mindestdicke h einer oberen Sandschicht [48]:

$$[v_1 + \gamma_1\,(h - t)]\, ab - R = [\lambda_{\gamma 2}\, \gamma_2\, b + \lambda_{p2}\, \gamma_1\, h + \lambda_{k2}\, k_2]\, a\, b/\eta_p$$

woraus mit

$$R = \mu\, \lambda_a \gamma_1\, (h^2/2)\, 2\,(a+b) \text{ und } 1/\sqrt{\lambda_a} \approx \sqrt{1+\mu^2} + 0{,}1\,\mu \text{ folgt:}$$

$$\eta_p\, \mu\, \lambda_a \gamma_1\, [(a+b)/ab]\, h^2 + \gamma_1\, (\lambda_{p2} - \eta_p)\, h = (v_1 - \gamma_1\, t)\, \eta_p - \lambda_{\gamma 2} \gamma_2\, b - \lambda_k k_2 \quad . \quad (104)$$

Beispiel. Ein in 1,0 m Tiefe zu gründendes Fundament von 6 m Länge hat Gesamtlast von 450 t zu tragen. Welche Fundamentbreite b ist erforderlich? Genügen 5 m vorhandene Dicke der oberen Sandschicht? Für $\mu = 0{,}65$ für den Sand ist mit $\gamma = 1{,}70$ und $\gamma_m = 2{,}2$ t/m³ (Beton) nach Gl. (102), wenn λ_γ nach Gl. (92) zu rd. 13,6 und λ_p nach Gl. (93) zu rd. 26 eingesetzt werden und wenn mit 2,5-facher Sicherheit gerechnet wird:

$13{,}6 \cdot 1{,}7 \cdot b^2 + (26 \cdot 1{,}7 - 2{,}5 \cdot 2{,}2)\, 1{,}0 \cdot b = 450 \cdot 2{,}5/6{,}0$

oder $23{,}1\, b^2 + 38{,}6\, b = 187{,}5$,

$b = 2{,}14$ m. Gewählt wird $b = 2{,}2$ m; dann ist:

$(P+G)/F = v_1 = (450 + 2{,}2 \cdot 2{,}2 \cdot 1{,}0 \cdot 6{,}0)/2{,}2 \cdot 6{,}0 = 36{,}3$ t/m² $= 3{,}63$ kg/cm².

Für untere Tonschicht sei $\mu_2 = 0{,}45$, $k_2 \approx 0$ (Erstbelastung) und $\gamma_2 = 0{,}9$ t/m³ gefunden. Dann ist für plötzliche Belastung nach Gl. (96): $\lambda_{\gamma 2} = 2{,}5 \cdot 0{,}41 = 1{,}02$ und nach Gl. (97):

$$\lambda_{p2} = 1 + 2 \cdot 0{,}41 + \pi \cdot 0{,}45 = 3{,}23,$$

außerdem für $1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1 + 0{,}65^2} + 0{,}1 \cdot 0{,}65 = 1{,}259$, $\lambda_a \approx 0{,}63$ und schließlich nach Gl. (104), wenn wegen ungünstiger Annahme vollen Porenwasser-Überdruckes jetzt mit $\eta_p = 1{,}8$ gerechnet wird:

$$1{,}8 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}63 \cdot 1{,}7\,\frac{2{,}2 + 6{,}0}{2{,}2 \cdot 6{,}0} \cdot h^2 + 1{,}7\,(3{,}23 - 1{,}8)\,h = (36{,}3 - 1{,}7 \cdot 1{,}0)\,1{,}8 - 1{,}02 \cdot 0{,}9 \cdot 2{,}2$$

oder $0{,}778 h^2 + 2{,}43 h = 60{,}3$; $\underline{h = 7{,}38}$ m. Da nur 5,0 m vorhanden sind, so sei nach vorhandener Sicherheit gefragt. Man findet aus Gl. (104) leicht:

$$\eta_P\,[\gamma_1 + \gamma_1'(h - t) - \mu\lambda_a\gamma_1\,[(a + b)/ab]\,h^2] = \gamma_1\,\lambda_{p2} h + \gamma_2\,\lambda_{\gamma 2}\,b + \lambda_{k2}\,k_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (104a)$$

oder zahlenmäßig:

$$\eta_P\left[36{,}3 + 1{,}7 \cdot 4{,}0 - 0{,}65 \cdot 0{,}63 \cdot 1{,}7\,\frac{6{,}0 + 2{,}2}{6{,}0 \cdot 2{,}2} \cdot 5{,}0^2\right] = 1{,}7 \cdot 3{,}23 \cdot 5{,}0 + 0{,}9 \cdot 1{,}02 \cdot 2{,}2 \text{ oder}$$

$\eta_P \cdot 18{,}7 = 29{,}5$; $\eta_{P\,\mathrm{vorh}} = 1{,}58$, also eine kaum noch ausreichende Sicherheit. Allerdings ist Untergrund in diesem Falle recht ungünstig (erstbelasteter weicher Ton).

12. Rutschsicherheit von Staudämmen und Böschungen

Sicherheit gegen Rutschgefahr am eindeutigsten als Verhältnis des vorhandenen (durch Versuche erhaltenen) Gleitwiderstandes zum statisch (für Gleichgewicht) erforderlichen Gleitwiderstand:

$$\eta_\tau = \tau_{g\,\mathrm{vorh}}/\tau_{g\,\mathrm{erf}}, \text{ für } k = 0 \text{ also } \eta_\tau = \mu_{\mathrm{vorh}}/\mu_{\mathrm{erf}} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (105)$$

Ist Festigkeit $k \neq 0$, so kann man μ_{erf} für $k = 0$ $(= \bar{\mu}_0)$ und k_{erf} für $\mu = 0$ $(= k_0)$ durch statische Berechnungen für jeweils ein und dieselbe (ungünstige) Gleitfläche ermitteln und erhält dann für Rutschsicherheit [43]:

$$\eta_\tau = (k_{\mathrm{vorh}}/k_0) + (\mu_{\mathrm{vorh}}/\bar{\mu}_0) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (106)$$

Wassereinfluß bei sandigen Böschungen. Für $k = 0$ (keine Festigkeit) steht Böschung ohne Wasserzutritt bis zum Winkel $\beta = \varrho$; dann ist $\mu = 1/\mathrm{ctg}\,\beta$. Sog. Böschungswinkel ist meist kleiner als ϱ und entspricht Reibungswinkel ϱ für lockere Lagerung. Durch Hinzukommen eines waagerechten Wasserspiegels wird Böschung etwas flacher als für $\beta = \varrho$, weil Erdwiderstand durch Auftrieb geringer (Verkleinerung des Reibungswinkels ϱ durch Wasser tritt dagegen nicht ein!).

Nach [43] gilt in diesem Fall angenähert für größtmögliche Böschungsneigung:

$$\mathrm{tg}\,\beta = b \approx \sqrt{\mu^2 - (1 + \mu^2)\,[(\sqrt{\gamma/\gamma_0} - 1)/(\sqrt{\gamma/\gamma_0} + 1)]^2} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (107)$$

Stärkere Verflachung der Böschung durch ausfließendes Grundwasser. Für Fließen in Böschungsrichtung (Abb. 4, S. 904) wirkt z. B. Strömungskraft $\sin\beta\,\Delta v$, und Böschung steht nur für [43]: $\mathrm{tg}\,\beta \lesseqgtr \gamma_0\mu/(1 + \gamma_0)$, ... (108)

also bei $\gamma_0 = 1{,}0$ nur für $\mathrm{tg}\,\beta \lesseqgtr \mu/2$. Noch etwas ungünstiger ist waagerecht ausfließendes Grundwasser mit:

$$\mu_{\mathrm{erf}} = (1 + \gamma_0)\,\mathrm{tg}\,\beta/(\gamma_0 - \mathrm{tg}^2\,\beta) \text{ oder } \mathrm{tg}\,\beta \lesseqgtr -(1 + \gamma_0)/2\mu + \sqrt{\gamma_0 + [(1 + \gamma_0)/2\mu]^2} \quad . \; . \; . \quad (109)$$

γ_0 ist hier dimensionslos einzusetzen, d. h. als γ_0/s_w.

Vgl. neben [43] auch [60] 1940, S. 634.

Standsicherheit von Staudämmen. Jeweils ungünstigste Gleitfläche mit größtem erforderlichen Gleitwiderstand ist vielfach nur durch Proberechnungen mit mehreren angenommenen Gleitflächen zu finden. Ähnlich erforderliche Böschungsneigungen durch Proberechnungen ermitteln.

Bei wasserseitiger Böschung vor allem Neigung der Deckschicht festlegen oder nachrechnen. Nach Abb. 53 kann z. B. Erdwiderstand der Deckschicht

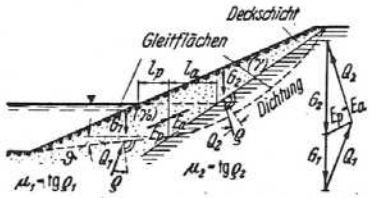


Abb. 53. Standsicherheit der Deckschicht (wasserseitig).

nach Rebhann-Poncelet für herabgesetzten Reibungsbeiwert $\mu_1 = \mu_{\mathrm{vorh}}/\eta_\tau$ gefunden werden. $E_a = E_p$ liefert dann Reibungsbeanspruchung μ_2 für Lehmdichtung, und für Reibung des Lehmes ist zu fordern: $\mu = \eta_\tau\,\mu_2$ ($\eta_\tau \geqq 1{,}25$ bei größeren Dämmen). Ungünstigster Wasserstand wird für $l_p/l_a \approx G_1/G_2$ erhalten [43].

Ähnlich kann man auch kreisförmige Gleitflächen untersuchen, wie in Abb. 53 angedeutet (vor allem für Kerndichtung mit Lehmvorlage oder bei plötzlicher Spiegelsenkung; im letzten Fall ist u. U. Porenwasser-Überdruck zu berücksichtigen [48]).

Für luftseitige Böschung Gleitflächen nach Abb. 54, wodurch auch die Frage nach der Gleitsicherheit gegenüber Wasserdruck bei Kerndichtungen beantwortet wird. Stützkörper ausreichend verdichten, um seitliche Verdrückung durch Einstau klein zu halten und bei Sand Ausfließgefahr zu begegnen ([60] 1933, S. 254).

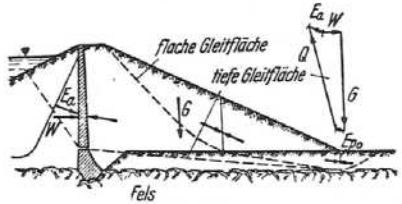


Abb. 54. Standsicherheit der luftseitigen Böschung.

Abb. 55. Kerndruck bei gespültem Damm.

Bei Staudämmen mit gespültem Kern werden Böschungen in der ersten Zeit durch hohen Kerndruck besonders ungünstig beansprucht. Sicherheitshalber ist mit vollem Flüssigkeitsdruck zu rechnen, Abb. 55 ([84] 1934, Juli).

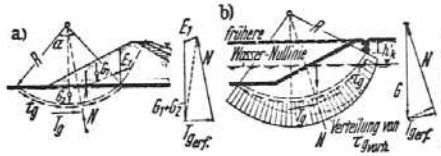


Abb. 56. Zur Berechnung der Rutschgefahr bindigen Untergrundes.

Bindiger Untergrund kann durch Dammauflast ungünstig beansprucht werden, indem in der ersten Zeit Porenwasser-Überdruck wirksam ist. Abb. 56a; Gleitwiderstand T_g durch Summierung der Schubspannungen nach Gl. (4) ermitteln.

Einschnittböschungen und Rutschungen. Bei neuen Einschnittböschungen in bindigem Erdreich ist in ähnlicher Weise zunächst nur Gleitwiderstand verfügbar, wie er der bisherigen Belastung und Schichtung entspricht (Abb. 56b). Gleitwiderstand kann sogar infolge Nachlassens der Kapillarspannung im unteren Bereich bis auf Wert für Erdauflast absinken (punktierte Linie in Abb. 56b), wodurch nachträgliche Rutschungen entstehen können. Bei vielen Rutschungen spielen auch schiebende Kräfte des Porenwassers eine Rolle, die entsprechend zu berücksichtigen sind (vgl. S. 904 u. 912).

13. Druckverteilung

Einzellast erzeugt in gewisser Tiefe zusätzliche Pressungen, die etwa nach Abb. 57 glockenförmig verteilt sind. Da zwischen Grenzzuständen des Gleichgewichts statisch unbestimmte Aufgabe vorliegt, ist Verteilung von (örtlich veränderlicher) Verformbarkeit des Erdreiches abhängig (z. B. von Schichten-

Abb. 57. Pressungen durch Einzellast.

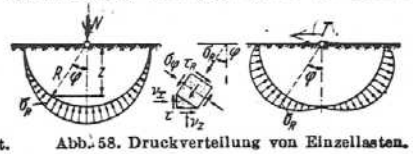


Abb. 58. Druckverteilung von Einzellasten.

folge). **Näherungsformeln: Einzellasten** verteilen sich in einheitlichem Erdreich etwa nach Abb. 58. Für lotrechte Lasten gilt nach O. K. Fröhlich [30] angenähert (strahlige Druckausbreitung):

$$\sigma_R = [(3+\omega)/2\pi] \cos^{1+\omega}\varphi\,(N/R^2);\ \sigma_\varphi = 0;\ \tau_R = 0 \quad \ldots\ldots \quad (110)$$

$$\nu_z = \sigma_R \cos^2\varphi;\ \nu_r = \nu_x = \sigma_R \sin^2\varphi;\ \tau = \sigma_R \sin\varphi\cos\varphi \quad \ldots\ldots \quad (111)$$

Formeln gelten genau für $\omega = m - 2$ mit m als Querdehnungszahl (> 2). ω ist hier Potenz für Veränderlichkeit der Verdichtungszahl mit der Tiefe:

$$V = v_z z^\omega \quad \ldots\ldots \quad (112)$$

Man kann etwa wählen: $\omega \approx 0{,}5$ für Sand, $\omega \approx 1$ für wenig verfestigte bindige Ablagerungen, $\omega \approx 0$ für stärker verfestigten bindigen Untergrund oder allgemein für tiefere Fundamente. Für $\omega = 0$ oder V = konst. gilt Lösung von Boussinesq:

$$\left.\begin{aligned} \nu_z &= \frac{3}{2\pi}\cos^5\varphi\,\frac{N}{z^2};\ \tau = \frac{3}{2\pi}\sin\varphi\cos^4\varphi\,\frac{N}{z^2} \\ \nu_x = \nu_r &= \frac{1}{2\pi}\left[\cos^2\varphi\left(3\sin^2\varphi\cos\varphi - \frac{m-2}{m}\cdot\frac{1}{1+\cos\varphi}\right)\right]\frac{N}{z^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (113)$$

$$\nu_y = \nu_t = -\frac{1}{2\pi}\,\frac{m-2}{m}\cos^2\varphi\left(\cos\varphi - \frac{1}{1+\cos\varphi}\right)\frac{N}{z^2} \quad (\perp \text{ zur Bildebene})$$

Für ebene Aufgabe (lotrechte Linienlast) gilt nach Fröhlich [30]:

$$\sigma_R = \frac{3+\omega}{\pi} J_{3+\omega}\cos^{1+\omega}\varphi\,\frac{\overline{N}}{R};\ \sigma_\varphi = 0;\ \tau_R = 0 \quad \ldots\ldots \quad (114)$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{mit } J_{3+\omega} = \int_0^{\pi/2}\cos^{3+\omega}\varphi\cdot d\varphi = 0{,}6667 \quad 0{,}6243 \quad 0{,}5890 \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad \text{für } \omega = \quad 0 \quad\quad 0{,}5 \quad\quad 1{,}0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (115)$$

und $\overline{N}$ als Linienlast je Längeneinheit $\perp$ zur Bildebene. Gl. (111) gilt hier ebenfalls, wenn ν_r durch ν_x ersetzt wird. Außerdem gilt bekanntlich: $\nu_y = (\nu_z + \nu_x)/m$.

In ähnlicher Weise gilt für waagerechte Einzellast (Abb. 58) bei strahliger Druckausbreitung nach Ohde ([61] 1939, S. 451):

für Einzellast T: $\sigma_R = (1+\omega)\dfrac{3+\omega}{2\pi}\cos\psi\sin\varphi\cos^\omega\varphi\,\dfrac{T}{R^2}$ (116)

$$\nu_z = \sigma_R\cos^2\varphi;\ \nu_r = \sigma_R\sin^2\varphi;\ \nu_x = \nu_r\cos^2\psi;\ \nu_y = \nu_r\sin^2\psi \quad (117)$$

(ψ Grundrißwinkel zwischen T und lotrechtem Schnitt)

für Linienlast $\overline{T}$: $\sigma_R = (1+\omega)\dfrac{3+\omega}{\pi}J_{3+\omega}\sin\varphi\cos^\omega\varphi\,\dfrac{\overline{T}}{R}$ (118)

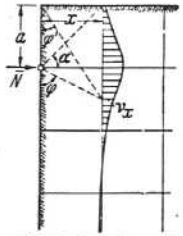


Abb. 59. Druckverteilung im Viertelraum.

Bei waagerechter Beanspruchung nach Abb. 59 (ebene Aufgabe) Näherungsformel von Ohde für die Baugrundhälfte (Viertelraum) [49]:

$$\nu_x = C\sin^4\varphi\,(1 - c\cot g\,\varphi)\cos^\omega\varphi'\,\frac{\overline{N}}{x} \quad \ldots\ldots \quad (119)$$

Beiwerte C und c in Tafel 2.

Tafel 2. Beiwerte für Druckverteilung im Viertelraum

a/x	C für ω = 0	C für ω = 0,5	C für ω = 1,0	c für ω = 0	c für ω = 0,5	c für ω = 1,0
0	2,15	3,88	5,98	0,635	0,554	0,498
0,1	1,74	3,13	4,81	0,632	0,569	0,518
0,2	1,45	2,57	3,91	0,621	0,573	0,532
0,3	1,25	2,16	3,22	0,589	0,566	0,541
0,4	1,09	1,84	2,69	0,539	0,554	0,544
0,5	0,98	1,58	2,27	0,488	0,543	0,543
0,6	0,90	1,39	1,95	0,438	0,521	0,534
0,8	0,79	1,13	1,52	0,342	0,452	0,495
1,0	0,74	0,98	1,24	0,264	0,386	0,446
1,5	0,67	0,79	0,90	0,149	0,248	0,317
∞	0,64	0,64	0,64	0	0	0

Bisher wurde angenommen, daß Baugrund etwa Bedingung (112) entspricht und Belastung auf Oberfläche wirkt. Folgende Abweichungen beachten: Starre Unterlage (z. B. Kiessand größerer Mächtigkeit unterhalb Tonschicht) bewirkt weniger starke Druckverteilung (Abb. 60a, in der Mitte rd. 50% Mehrdruck) ([78] 1918, S. 394), ([71] 1931, S. 108), ([75] 1935, S. 267).

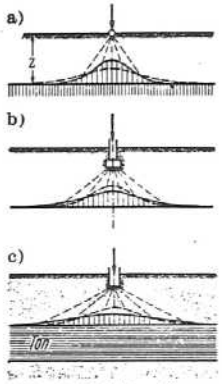


Abb. 60. Einflüsse für veränderte Druckverteilung.

Einfluß der Fundamenttiefe wirkt entgegengesetzt (Abb. 60b) [60] 1951, S. 125: Je größer Fundamenttiefe im Verhältnis zur -breite, um so mehr verflacht Linie der zusätzlichen Pressungen. Im gleichen Sinne wirkt eingelagerte nachgiebige Schicht (Abb. 60c): Überlagernde Sandschicht wirkt bei Belastung wie elastisch gebettete Platte, wodurch stärkere seitliche Verteilung zustande kommt [49].

Bei plötzlicher Belastung bindigen Untergrundes trägt Porenwasser-Überdruck zunächst einen Teil der Belastung, und zwar bei Linienkraft 1/2 ([60] 1949, S. 132), bei Punktlast 1/3. Erdkornpressungen σ_R betragen daher anfangs nur 50 oder 66,7% von Gl. (114) oder (110), und σ_φ ist $= -\sigma_R$ oder $-\sigma_R/2$.

Flächenlasten. Da Einzelwirkungen annähernd linear überlagert werden können, wird Einfluß von Flächenlasten durch Integration von Einzelwirkungen erhalten. In lotrechter Achse einer gleichmäßig mit p belasteten Kreisplatte vom Halbmesser r_0 wirkt z. B. nach [30]:

$$\nu_z = (1 - \cos^{3+\omega}\alpha)\,p \text{ mit } \operatorname{tg}\alpha = r_0/z \quad \ldots\ldots \quad (120)$$

Nach Steinbrenner ([73] 1934, S. 121) gilt für Mittelsenkrechte eines gleichmäßig mit p belasteten Rechteckes $2a\,2b$, falls V = konst. ($\omega = 0$) vorausgesetzt werden darf:

$$\nu_z = \frac{2}{\pi}\,p\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{a\,b}{z\,C} + a\,b\left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2}\right)\frac{z}{C}\right] \quad \ldots \quad (121)$$

mit $A^2 = a^2 + z^2$, $B^2 = b^2 + z^2$; $C^2 = a^2 + b^2 + z^2$. Auswertung Abb. 61. 1/4 des Wertes von Gl. (121) liefert ν_z für Lotrechte durch die Ecke eines Lastrechtecks $a\,b$. Für Punkte außerhalb der Rechtecklotrechten kann ν_z durch Überlagerung der Wirkungen positiver oder negativer Rechteckflächen erhalten werden. Weitere Formeln für ν_x und ν_y sowie $\omega = 1$ s. ([61] 1939, S. 451). Für $a = \infty$, also für die Mittelebene eines langen Laststreifens, gilt nach [18] (für $\omega = 0$):

$$\nu_z = \frac{2}{\pi}\,p\,[\operatorname{arc\,tg}(b/z) + b\,z/B^2]. \quad (122)$$

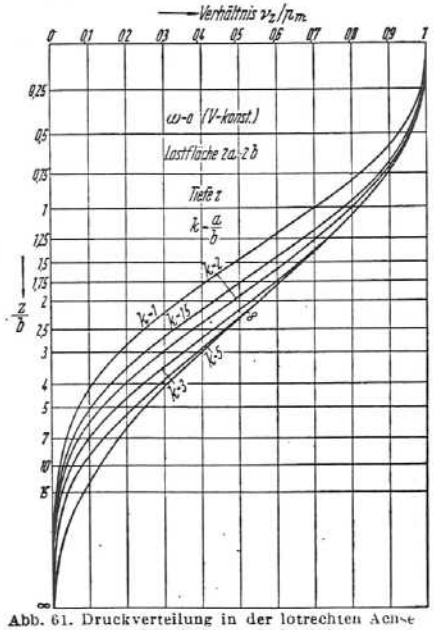


Abb. 61. Druckverteilung in der lotrechten Achse einer Rechteck-Lastfläche nach Steinbrenner.

Anschauliches Bild von Druckverteilung unter Laststreifen vermitteln Linien gleicher lotrechter Zusatzpressungen ν_z nach Abb. 62 (starres Fundament). Ergänzungen S. 1472.

14. Setzungsberechnungen (s. a. S. 1472 ff.)

Setzung ζ eines Fundamentes entspricht Summe aller Teilsetzungen der einzelnen Boden-

schichten von Dicke dz, die jeweils durch zusätzliche Pressung ν_z zusammengedrückt werden:

$$\zeta = \int_0^\infty \frac{\nu_z}{E} dz. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (123)$$

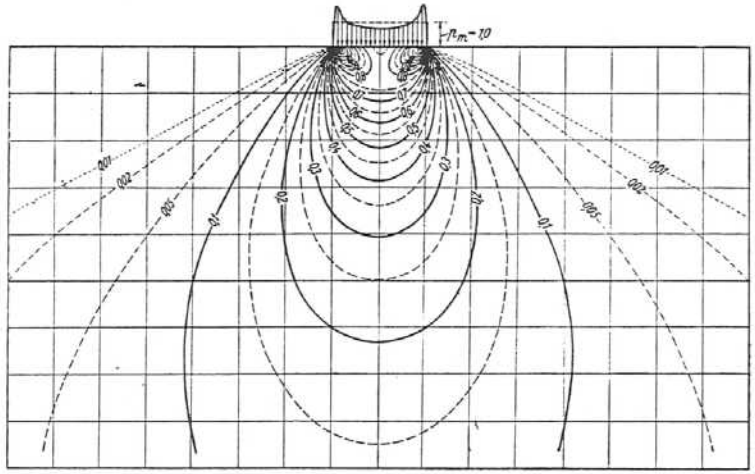


Abb. 62. Verteilung der Belastung durch ein langes, starres Fundament.

Hierbei ist Formänderungszahl E von Vorbelastung p_v und Auflast $\bar{p}$ abhängig sowie davon, ob sich Boden seitlich ausdehnen kann ($E = Z$) oder nicht ($E = V$).

Angenähert kann für **Zusammendrückungszahl** Z (unbehinderte Seitendehnung) und **Verdichtungszahl** V (verhinderte Seitendehnung) angenommen werden (mit m als Querdehnungszahl > 2) [vgl. S. 894, Gl. (15)]:

$$\frac{Z}{V} \approx \frac{(m+1)(m-2)}{m(m-1)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (124)$$

Setzungsformeln für konstantes V. Für den einfachsten Fall: V = konst. ($\omega = 0$), also für völlig gleichmäßigen Untergrund, gelten folgende Werte. Für **gleichmäßig belastete Kreisfläche** von Radius r_0 ist nach **Boussinesq** [30]

in der Mitte:
$$\zeta = 2\,\frac{m^2-1}{m^2}\,\frac{p}{Z}\,r_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (125)$$

unter dem Rande:
$$\zeta = \frac{4}{\pi}\,\frac{m^2-1}{m^2}\,\frac{p}{Z}\,r_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (126)$$

und außerhalb der Lastfläche:
$$\zeta = \frac{m^2-1}{m^2}\left[1 + \frac{1}{8}\left(\frac{r_0}{x}\right)^2 + \frac{3}{64}\left(\frac{r_0}{x}\right)^4 + \frac{45}{2304}\left(\frac{r_0}{x}\right)^6 + \ldots\right]\frac{p}{Z}\,\frac{r_0}{x} \quad \ldots \ldots \quad (127)$$

Für gedrungene Lastflächen (Quadrat oder Rechteck mit $F = a\,b$) kann man angenähert r_0 durch $\sqrt{F/\pi}$ ersetzen. Für **starre Kreislastflächen** ist Sohldruck nach Abb. 66, S. 934, am Rande bedeutend stärker als in der Mitte. Dann ist die Setzung der Platte:

$$\zeta = \frac{\pi}{2}\,\frac{m^2-1}{m^2}\,\frac{p_m}{Z}\,r_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (128)$$

und die Senkung außerhalb der Platte (mit p_m als Mittelwert der Sohlpressung)

$$\zeta = \frac{m^2-1}{m^2}\,\frac{p_m}{Z}\,r_0 \arcsin\left(\frac{r_0}{x}\right). \quad \ldots \ldots \ldots \quad (129)$$

Praktisch gilt für eine gedrungene starre Lastfläche genügend genau:

$$\zeta \approx \frac{3}{4}\,\frac{p_m}{Z}\sqrt{F}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (130)$$

Für gleichmäßig belastete Rechteckfläche $2a\,2b$ gilt nach **Schleicher** ([61] 1926, S. 931) für Flächenmitte:

$$\zeta = \frac{2}{\pi}\,\frac{m^2-1}{m^2}\,\frac{p}{Z}\left[a \ln \frac{\sqrt{a^2+b^2}+b}{\sqrt{a^2+b^2}-b} + b \ln \frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{\sqrt{a^2+b^2}-a}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (131)$$

für Mitte der Seite $2b$:

$$\zeta = \frac{2}{\pi}\,\frac{m^2-1}{m^2}\,\frac{p}{Z}\left[a \ln \frac{\sqrt{4a^2+b^2}+b}{\sqrt{4a^2+b^2}-b} + b \ln \frac{b}{\sqrt{4a^2+b^2}-2a}\right] \quad \ldots \ldots \quad (132)$$

Nach Gl. (132) können auch Setzungen außerhalb der Lastfläche als Differenz des Einflusses von 2 Rechteckflächen berechnet werden.

Bei **außermittiger Belastung** bewirkt Moment $M = Pe$ Verdrehung um Winkel Φ für Laststreifen (Breite $2b$) nach ([71] 1942, S. 132). Mit M und b in tm und m wird:

$$\Phi = \frac{4}{\pi}\,\frac{m^2-1}{m^2}\,\frac{M}{Z\,b^2}, \text{ gültig für } e \lesseqgtr b/4, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (133)$$

für **Kreisfläche** (Halbmesser r_0) nach ([71] 1943, S. 1):

$$\Phi = \frac{3}{4}\,\frac{m^2-1}{m^2}\,\frac{M}{Z\,r_0^3}, \text{ gültig für } e \lesseqgtr r_0/3. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (134)$$

In Gl. (125) bis (134) ist für Z mittlerer Wert für Erdschichten in Nähe der Fundamentsohle einzusetzen, da Z meist mit der Tiefe z veränderlich ist. (Z für $z \approx 1{,}5\,b$; b nach Abb. 63.)

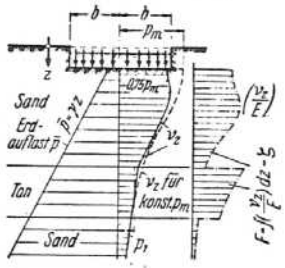


Abb. 63. Setzungsberechnung.

Genauere Setzungsanalyse [49]. Voraussetzung: Sorgfältige Baugrund-Untersuchungen, so daß Zusammendrückbarkeit für alle Tiefenlagen bekannt. Für **mittige Belastung** genügt Auftragung der lotrechten Pressungen ν_z in Mittelachse nach Abb. 63, zunächst für gleichmäßigen Sohldruck (gestrichelte Linie, nach Abb. 61), sodann für (infolge sattelförmigen Sohldruckes nach Abb. 66) in der Mitte der Sohlfläche auf $0{,}75\,p_m$ verringerten Sohldruck (volle Linie, etwa wie angegeben zu zeichnen) und für weitere Berichtigungen der ν_z-Linie (vgl. Abb. 60). Da Gesamtsetzung nach Gl. (123) als Flächeninhalt der über Tiefe z aufgetragenen Ordinaten (ν_z/E) erhalten wird, sind diese Werte in passendem Maßstab über z waagerecht aufzutragen. Für verhinderte Seitendehnung (z. B. nahe Sohle) ist $E = V$, wobei V genügend genau als geometrisches Mittel aus Anfangspressung $\bar{p}$ (Erdauflast) und Endwert $\bar{p} + \nu_z$ zu berechnen ist, also für $p = \sqrt{\bar{p}\,(\bar{p} + \nu_z)}$. Im größeren Abstand von Sohle oder von hemmender starrer Unterschicht ist $E = Z$ zu setzen, wobei V für $\bar{p}$ zu nehmen ist. In Tiefe $z = b$ ist nur etwa noch 1/4 (bei gedrängter Grundfläche) oder 1/3 (beim Laststreifen) der vollen Verhinderung der seitlichen Ausdehnung anzunehmen.

Dort sind demnach V und Z zu ermitteln für $p \approx \sqrt{\bar{p}\,(\bar{p} + \nu_z/4)}$ oder $p \approx \sqrt{\bar{p}\,(\bar{p} + \nu_z/3)}$, und es ist weiter anzunehmen:

$$\frac{1}{E} = \left(\frac{(1/4)}{V} + \frac{(3/4)}{Z}\right) \quad \text{oder} \quad \frac{1}{E} = \left(\frac{(1/3)}{V} + \frac{(2/3)}{Z}\,\frac{m^2-1}{m^2}\right)$$

bei der räumlichen oder ebenen Aufgabe. Ähnlich wie unter Lastfläche behindert auch starre Unterlage nach oben hin seitliche Dehnungen (Ersatz der ν_z in der Waagerechten durch mittleres Lastrechteck). Nach diesen Angaben kann ν_z/E-Linie (in Abb. 63 strichpunktiert) genügend genau errechnet und aufgetragen werden, und Setzung ergibt sich dann nach Gl. (123) als Inhalt der ν_z/E-Fläche.

Für außermittige Belastung vgl. auch **Lorenz** und **Jelinek** in [77] 1949, Nr. 4.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Waagerechte Verschiebung ξ infolge einer Schubkraft T in der Sohle kann nach [49] durch Ermittlung der Längenänderungen der unter 45° geneigten Kraftstrahlen gefunden werden. Für ebene Aufgabe und $V =$ konst. ($\omega = 0$):

$$\xi \approx 0{,}4 \frac{(m-1)^2}{m(m-2)} \frac{T}{V} \left[2 + 3 \ln \frac{2 z_2}{b}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (135)$$

(b Breite, z_2 untere Grenze der nachgebenden Schicht).

Sehr zu empfehlen sind Setzungsbeobachtungen an ausgeführten Bauwerken (DIN 4107 u. [60] 1933, S. 579), wobei aber die Setzungen des Fundamentes von Anfang an zu messen sind.

Probebelastungen des Baugrundes mit möglichst großer Druckfläche (1/2 bis 1 m² und mehr) durchführen, die auf dünnem Zementmörtelbett über wasserdichter Unterlage zu verlegen ist, um gutes Aufliegen zu gewährleisten (bei bindigem Untergrund außerdem dünne gestampfte Sandschicht zwischen Unterlage und Baugrund). Belastung in einzelnen Laststufen möglichst bis Einbruch steigern (unter Einschaltung einer Entlastung); dabei auch zeitlichen Verlauf der Setzungen verfolgen, besonders bei bindigem Untergrund, falls man sich nicht auf eine Schnellbelastung beschränkt.

Auswertung der Setzungskurve (Abb. 64) nach Gl. (128) oder genauer Setzungsanalyse, wobei im letzten Falle zunächst $V = f(z)$ angenommen und zusätzliche Setzung $\Delta\zeta$ für Drucksteigerung um Δp_m ermittelt wird. Das wirklich vorhandene V wird dann durch verhältnisgleiche Umrechnung des vorläufigen V erhalten, indem das gemessene $\Delta\zeta$ mit dem vorläufig errechneten $\Delta\zeta$ verglichen wird. Mit diesem wirklichen V kann dann Setzungsberechnung für Bauwerk durchgeführt werden, falls durch weitere Untersuchungen (z. B. Sonden-Eindringwiderstand oder Druckversuche im Prüfraum mit bindigen Proben) Gleichmäßigkeit des Untergrundes nachgewiesen ist. Auswertung der Einbruchbelastung vgl. **10.**, S. 925.

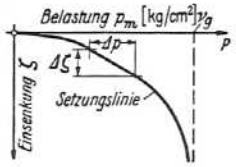


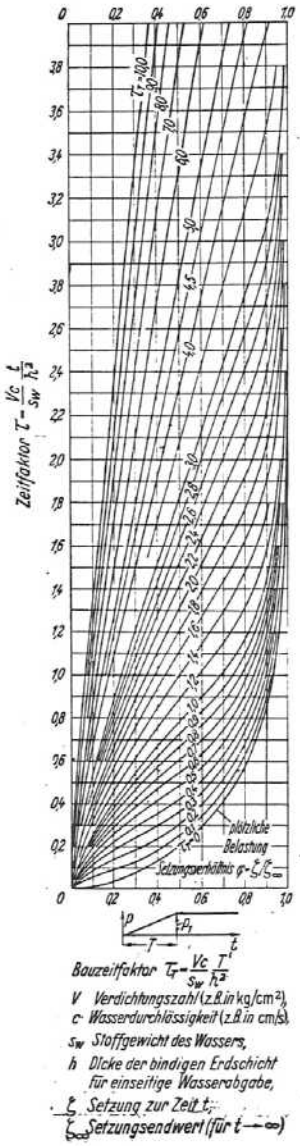
Abb. 64. Auswertung der Setzungskurve.

Zeitlicher Setzungsverlauf. Bei sandigem Baugrund nur geringe zeitliche Nachwirkung (etwa geradlinig zunehmend mit Logarithmus der Zeit, vgl. S. 897, Abb. 22a); größter Teil der Setzung stellt sich sofort ein, entsprechend Belastungszunahme.

Bei bindigem Untergrund Setzungen durch Auspressen überschüssigen Porenwassers u. U. stark verzögert. Bei undurchlässiger Gründungssohle steht Lösung nach ([60] 1949, S. 129) noch aus; bei durchlässiger Gründungssohle von Terzaghi [18], später unter Mitwirkung von Fröhlich [35] durch Theorie der eindimensionalen Porenwasser-Auspressung befriedigend gelöst. Nach Terzaghi gilt Differentialgleichung

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \text{ mit } C = \frac{V c}{s_w}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (136)$$

(p zusätzliche Erdkornpressung, t Zeit, z Tiefe unter Oberfläche der Tonschicht und C „Verfestigungszahl"). Lösungen dieser Differentialgleichung können für praktischen Gebrauch in dimensionsloser Darstellung nach Abb. 65 zusammengefaßt werden [48], wobei die v_z-Kurve nach Abb. 63 durch Mittelwert p_1 ersetzt und dimensionsloser Zeitfaktor $\tau = C\,t/h^2$ eingeführt wird; Dicke der Tonschicht bei einseitiger Wasserabgabe $= h$, bei zweiseitiger Entwässerung $= h/2$ einsetzen. Innerhalb Bauzeit T' ist geradlinige Zunahme der Belastung bis zum Endwert p_1 angenommen. Entsprechend Bauzeitfaktor τ_T Setzungslinie in Abb. 65 auswählen und auf wirkliche Zeit und Setzung mittels $t = \tau\, h^2/C$ und $\zeta = \varphi\, \zeta_\infty$ umrechnen mit ζ_∞ als Setzungsendwert nach Gl. (123), S. 931. Liegen Setzungsbeobachtungen an gewachsenen Bodenproben im Prüfraum vor, so können Zeiten für die Beträge ζ/ζ_∞ im Verhältnis von h^2 umgerechnet werden (Modellregel), falls mittlere Belastung beim Versuch etwa mit $(\bar{p} + p_1/2)$ in Natur übereinstimmt.



Zahlenbeispiel für Abb. 65. Beiderseits von Sandschichten eingeschlossene, 4,8 m dicke Tonschicht wird innerhalb einer Bauzeit von 8 Monaten = 244 Tagen von 1,5 auf 3,0 kg/cm² belastet (Mittelwerte). Wann sind 50, 70 und 90% der Gesamtsetzung erreicht?

Rechnerische Gesamtsetzung der Tonschicht beträgt 18 cm; ihre Wasserdurchlässigkeit ist

$$c \approx 2{,}0 \cdot 10^{-8} \text{ cm/s} \approx 0{,}00173 \text{ cm/Tag}.$$

Schreibt man für die Gesamtsetzung an:

$$\zeta_\infty = h\, p_1/V = 18 \text{ cm} = 480 \cdot 1{,}5/V,$$

so ergibt sich mittlere Verdichtungszahl V von 40 kg/cm². Damit entspricht Zeit $t = 1$ Monat = 30,4 Tage einem Zeitfaktor von

$$\tau_{1\text{ Monat}} = \frac{V c}{s_w} \frac{t}{(h/2)^2} = \frac{40 \cdot 0{,}00173}{0{,}001} \cdot \frac{30{,}4}{240^2} = 0{,}0365.$$

Bauzeitfaktor ist mithin: $\tau_T = 8 \cdot 0{,}0365 = 0{,}292$. Entsprechende Kurve in Abb. 65 liefert für $\varphi = 0{,}5$, 0,7 und 0,9: $\tau \approx 0{,}355$, 0,56 und 1,0 und damit die wirklichen Zeiten für 50% Setzung: $\frac{0{,}355}{0{,}0365} = 9{,}7$ Monate, für 70% Setzung: $\frac{0{,}56}{0{,}0365} = 15{,}4$ Monate und für 90% Setzung: $\frac{1{,}0}{0{,}0365} = 27{,}4$ Monate $= 2{,}28$ Jahre.

15. Sohldruck-Verteilung

Starre Fundamente erzwingen gleichmäßige Einsenkung, was nach Boussinesq und Schleicher ([61] 1933, S. 242) Konzentration des Sohldruckes unter dem Rande der Lastfläche zur Folge hat (Abb. 66). Nur bei stärkerer Belastung (z. B. 50% der Grenzbelastung) ist Sohldruck mehr gleichmäßig verteilt, unter Grenzbelastung sind u. U. sogar in der Mitte stärkere Pressungen als am Rande vorhanden.

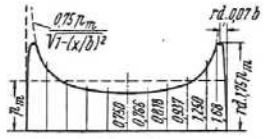


Abb. 66. Sohldruck-Verteilung unter starren Fundamenten (Querschnitt).

Sattelförmige Sohldruckverteilung nach Abb. 66 bei Bemessung der Fundamente beachten. So erhält man z. B. für den gefährlichsten Querschnitt in Abb. 67a (ebene Aufgabe) mit p_m als mittlerer Sohlpressung:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Querkraft } Q \approx (p_m - g)\,(x + 0{,}12\, b) \\ \text{Moment } M \approx 0{,}6\, x Q = 0{,}6\, x\,(p_m - g)\,(x + 0.12\, b). \end{array}\right\} \quad (137)$$

g mittleres Eigengewicht [t/m²] unter Gelände.

Abb. 65. Theoretischer Verlauf der zeitlichen Setzungen für linear innerhalb der Bauzeit T zunehmende Belastung p.

Für Sockelfundament nach Abb. 67b gilt für ungünstigste Schnittfuge unter β [49]:

$$\operatorname{tg}^2\beta + (3\operatorname{tg}\alpha + 0{,}5\operatorname{ctg}\alpha)\operatorname{tg}\beta \approx 1{,}4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (138)$$

und für größte Zugspannung:

$$\sigma_z = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}^2\beta}\sqrt{1+\frac{4}{25}(9\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)^2}\,(p_m - g) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (139)$$

Soll σ_z bestimmten Betrag (z. B. 5,0 kg/cm² für Beton) nicht überschreiten, so ist entweder α oder $(p_m - g)$ dadurch festgelegt.

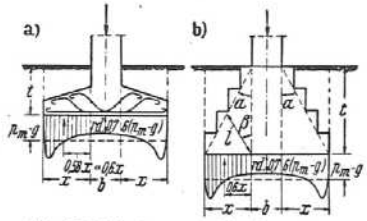


Abb. 67. Belastung von Fundamenten.

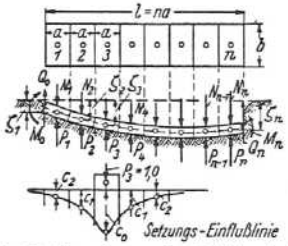


Abb. 68. Berechnung der Sohldruck-Verteilung für biegsame Fundamente.

Biegsame Fundamente bisher vielfach nach Bettungsziffer-Verfahren berechnet, wobei Einsenkung ζ des Fundamentes an beliebiger Stelle verhältnisgleich der dort wirksamen Sohlpressung p gesetzt wurde:

$$p = B\,\zeta \text{ mit } B \text{ als „Bettungsziffer"} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (140)$$

Vgl. z. B. Zimmermann [6], Hayashi [16] und Freund ([67] 1917, S. 144; 1919, S. 105), ([63] 1927, S. 73), v. Sanden und Schleicher ([67] 1926, S. 83), Pasternak ([67] 1926, S. 163), vor allem aber Bleich ([60] 1937, S. 477).

Bettungsziffer B ist jedoch keine Baugrundkonstante, da von Flächengröße abhängig und sogar für ein und denselben Träger örtlich verschieden. Nach Terzaghi kann man B der jeweiligen Wellenlänge der Verformungslinie anpassen ([79] 1932, S. 293). Auch für örtlich veränderliche B-Werte sind Lösungen angegeben, z. B. für nachgiebige Einspannung von Spundwänden ([78] 1918, S. 226) und [31]. Trotzdem bleibt Gl. (140) als sehr anfechtbare Näherung bestehen, weil ζ nicht nur von p, sondern auch von der Verteilung von p abhängig ist.

Die genaue Lösung der Aufgabe ohne Gl. (140) ist schwierig, ([69] 1937, S. 224), ([71] 1939, S. 113). Brauchbar ist Anwendung des Differenzenverfahrens, z. B. nach ([61] 1938, S. 76) oder ([61] 1942, S. 99). Hierbei wird Träger in n Abschnitte unterteilt und innerhalb eines jeden Abschnittes mit konstanter Belastung und konstantem Sohldruck gerechnet: Abb. 68. Setzungen ζ lassen sich dann aus Einzelsetzungen jedes Sohldruckes linear überlagern, indem z. B. nach Abb. 68 geschrieben wird:

$$\zeta_3 = c_2 P_1 + c_1 P_2 + c_0 P_3 + c_1 P_4 + c_2 P_5 + c_3 P_6 + \cdots \quad \ldots\ldots \quad (141)$$

c-Werte müssen vorher durch Setzungsberechnungen ermittelt worden sein; für unbekannte Sohldrücke P findet man nach Ohde [61] 1942:

$$\left.\begin{aligned}
&-(C_1+\alpha)P_1 + (C_0-\alpha/6)P_2 - C_1P_3 - C_2P_4 - C_3P_5 - \ldots \\
&\qquad = -\alpha(N_1 + N_2/6 - 3Q_0/2 - M_0/a) \\
&-(C_2+2\alpha)P_1 - (C_1+\alpha)P_2 + (C_0-\alpha/6)P_3 - C_1P_4 - C_2P_5 - \ldots \\
&\qquad = -\alpha(2N_1 + N_2 + N_3/6 - 5Q_0/2 - M_0/a) \\
&-(C_3+3\alpha)P_1 - (C_2+2\alpha)P_2 - (C_1+\alpha)P_3 + (C_0-\alpha/6)P_4 - C_1P_5 - \ldots \\
&\qquad = -\alpha(3N_1 + 2N_2 + N_3 + N_4/6 - 7Q_0/2 - M_0/a) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\} \quad (142)$$

Diese Gleichungen werden von beiden Enden bis zur Mitte fortschreitend geschrieben. Es gilt also z. B. auch:

$$\begin{aligned}
&-(C_1+\alpha)P_n + (C_0-\alpha/6)P_{n-1} - C_1P_{n-2} - C_2P_{n-3} - \ldots \\
&\qquad = -\alpha(N_n + N_{n-1}/6 - 3Q_n/2 - M_n/a).
\end{aligned}$$

Hinzu kommen noch die beiden Gleichgewichtsbedingungen:

$$\left.\begin{aligned}
&Q_0 + Q_n + \Sigma P - \Sigma N = 0 \text{ und } 2\,\Sigma M = 0 \text{ für die Mitte oder} \\
&2(M_0 - M_n) + n(Q_0 - Q_n) + (n-1)(P_1 - P_n - N_1 + N_n) + (n-3)(P_2 - P_{n-1} \\
&\quad - N_2 + N_{n-1}) + (n-5)(P_3 - P_{n-2} - N_3 + N_{n-2}) + \ldots = 0
\end{aligned}\right\} \quad (143)$$

Abkürzungen: $\alpha = a^3/EJ$ mit EJ als Biegewiderstand des Trägers,

$$C_0 = 2(c_0 - c_1);\; C_1 = c_0 - 2c_1 + c_2;\; C_2 = c_1 - 2c_2 + c_3;\; \ldots;\; C_r = c_{r-1} - 2c_r + c_{r+1} \quad (144)$$

Für räumliche Aufgabe (Platte) ist Berechnung schwieriger, weil dann Drillmomente und Verdrehungen zu berücksichtigen sind ([61] 1942, S. 99).

16. Tragkraft der Pfähle

Zu unterscheiden sind vor allem eingerammte (oder teilweise eingespülte) Pfähle aus Holz oder Stahlbeton, neuerdings auch aus Profilstahl, und Bohrpfähle aus Stahlbeton. Tragkraft der Pfähle beruht auf Mantelreibung und Spitzenwiderstand. Sie wird oft durch Bodenschichtung beeinflußt, indem z. B. Mantelreibung in weicher Überlagerung nicht hervorgerufen werden kann, weil hierzu erforderliche Bewegung nicht eintritt. Für Tragkraft ist also vor allem Widerstand der unteren festen Schicht maßgebend (stehender Pfahlrost, Spitzenpfähle). Auch wenn fester Untergrund in erreichbarer Tiefe nicht vorhanden ist (schwebender Pfahlrost, Reibungspfähle), sind doch untere Schichten infolge Auflast merklich widerstandfähiger [49], [52].

Wenig vorbelasteter und knetempfindlicher Ton kann durch Pfahlrammungen — besonders bei engem Pfahlabstand — Strukturstörung erleiden, die nachträgliche Setzung der Tonschicht und damit negative Mantelreibung (also zusätzliche Belastung der Pfähle) verursacht. Zulässige Belastung nach DIN 1054.

Auf größeren Baustellen sind Probebelastungen zu empfehlen; dann kann zulässige Belastung bis zur Hälfte der erreichten oder mit Sicherheit vorhandenen Grenzbelastung betragen, sofern dabei auftretende Setzungen zulässig erscheinen.

Berechnung der Tragkraft nach der Theorie des Verdrückungswiderstandes. Berechnung mit Hilfe der gewöhnlichen Theorie des Erddruckes oder Erdwiderstandes ist abzulehnen. Hingegen kann man mit Rücksicht auf innere Reibung und Verformbarkeit den Verdrückungswiderstand ermitteln.

Auf diesem Wege fand Ohde [49] durch Weiterentwicklung der Verfahren von Terzaghi [18] folgende theoretische Werte für die Grenzbelastung von Pfählen, die auf Druck beansprucht sind:

$$P_g = P_{sp} + P_M \text{ (Spitzenwiderstand und Mantelreibung) } P_{sp} = \psi_{sp}\,\bar{p}_{sp}\,F \text{ mit } F \quad (145)$$

als Querschnittfläche der Spitze, $\bar{p}_{sp}$ als Erdauflast in Höhe der Pfahlspitze und ψ_{sp} als Beiwert der betreffenden Erdschicht. Für Zugpfähle ist $P_{sp} = 0$ zu setzen.

$$P_M = \mu'\,\psi_M\,\bar{p}_M\,U_F \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (146)$$

mit U_F als Pfahlmantelfläche der unteren tragfähigen Schicht, $\bar{p}_M$ als mittlerer Erdauflast für diese Schicht, ψ_M als Beiwert des Erdreiches und der Einbringungsart und μ' als Reibungsbeiwert für den Pfahlmantel.

$$\psi_{sp} \approx (1+\lambda_n)/2 \cdot \{\lambda/3 + [(2/3) + (1{,}2-\mu)\sqrt{\mu}](Z/\bar{p}_{sp})^{\mu/(\mu+0{,}42)}\} \text{ mit } \lambda \text{ nach Gl. (37), S. 915.} \quad (147)$$

Dieser Beiwert für den Spitzendruck gilt zunächst für langsam belastete Rammpfähle oder Rammpfähle in durchlässigem Erdreich; für Bohrpfähle darf er nur angesetzt werden, wenn eine gewisse Setzung zugelassen werden kann. Man erhält etwa $\psi_{sp} \approx 5$ bis 15 für Ton und 20 bis 60 für Sand. Für Schnellbelastung von Ton ist [49]

$$\psi_{sp} \approx \frac{5}{6}\,\frac{\lambda-1}{\lambda+2}\left[\frac{2}{3} + 3\ln\left(\frac{1}{2}\,\frac{m}{m+1}\cdot\frac{\lambda+2}{\lambda-1}\cdot\frac{Z}{\bar{p}_{sp}}\right)\right] + \frac{3\lambda}{\lambda+2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (148)$$

(ψ_{sp} hiernach etwa 2,5 bis 5,0, also kleiner als bei langsamer Belastung).

Manteldruck sehr von Einbringungsart abhängig. Für Bohrpfähle mit verlorenem Mantelrohr ist nach DIN 1054 $\psi_M = 0$ zu setzen; der gleiche Wert ist sicherheitshalber beim Einspülen von Rammpfählen für die Spülstrecke anzunehmen. Für Bohrpfähle mit dem Einpreßdruck q kann wahrscheinlich anstatt $(\psi_M\,\bar{p}_M)$ etwa $q/20$ angesetzt werden, falls in kurzen Abschnitten eingepreßt wird. Bei Rammpfählen kann angesetzt werden für hinreichend durchlässiges Erdreich:

$$\psi_M \approx \lambda_n\,(V/\lambda_n\,\bar{p}_M)^{0{,}54\,\mu/(\mu+0{,}42)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (149)$$

mit λ_n als Verhältniszahl des natürlichen Erddruckes (vgl. S. 905); für vollbindiges Erdreich:

$$\psi_M \approx \lambda\,(\lambda_n + V/S)/(\lambda + V/S) + 2\sqrt{\lambda}\,(V/S)/(\lambda + V/S)\,(k/\bar{p}_M) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (150)$$

mit $V/S \approx 1{,}0$ bei stärkerer Vorbelastung und $V/S < 0{,}5$ für erstbelastetes Erdreich. Nach Gl. (149) findet man für Sand ψ_M-Werte von 3 bis 7, nach Gl. (150) für erstbelasteten Ton ψ_M-Werte von 0,9 bis 0,75, für stärker vorbelasteten Ton $\psi_M \approx 0{,}80 + (0{,}4 \text{ bis } 0{,}2)\,(k/\bar{p}_m)$.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Zulässige Belastung eines Pfahles darf nur einen Bruchteil der Grenzbelastung P_g betragen, also $P_{zul} = P_g/\eta$ mit $\eta = 2{,}5$ bis 4,0 je nach Zuverlässigkeit, mit der die Bodenwerte bekannt sind.

Zahlenbeispiel für Anwendung dieser Formeln ([87] Ende 1951).

Außerdem kann Tragkraft einer Pfahlgruppe geringer sein als die Summe der Tragkräfte aller Einzelpfähle, weil Pfahlgruppe u. U. nach [10] als einheitlicher Fundamentblock wirken kann, dessen Tragkraft dann entsprechend nachzuweisen ist. Auch kann gesamter mittlerer Seitendruck eines Pfahlbündels passiven Erddruck nicht übersteigen. Schließlich ist für Zugpfähle zu beachten, daß Zugkraft nicht größer sein kann als Gewicht des in Abb. 69 angedeuteten Erdkörpers einschl. Auflast.

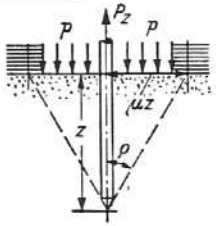


Abb. 69. Größter Zugkegel.

Für lotrechte Zugpfähle gilt hiernach [49]:

$$P_z \leqq \pi \mu^2 z^2 (p + \gamma z/3 + k/\mu) \quad \ldots \quad (151a)$$

und für Zugpfähle, die unter α geneigt sind (mit $\operatorname{tg} \alpha = a$ und z lotrecht gemessen):

$$P_z \leqq \pi \mu^2 z^2 [(p + \gamma z/3)\sqrt{1 + a^2} + k\sqrt{1 + a^2}/\mu] \quad \ldots \quad (151b)$$

Diese Werte dürfen also von P_M nach Gl. (146) für Zugpfähle nicht überschritten werden.

Setzungen einer Pfahlgruppe sind bedeutend größer als Setzungen eines Einzelpfahles, weil sich Setzungsmulden der Einzelpfähle größtenteils überlagern. Berechnung vgl. ([87] Ende 1951).

Auswerten von Rammergebnissen. Manche „Rammformeln" zur Berechnung des Eindringwiderstandes P aus den Rammdaten (Rammbärgewicht R, Fallhöhe h, Pfahlgewicht Q, Eindringung t je Schlag) gehen von besonderen Voraussetzungen aus und dürfen deshalb auch unter bekannten örtlichen Verhältnissen kaum verwendet werden (z. B. Formeln von Brix, Eytelwein, Weisbach). Genauer sind Rammformeln von Redtenbacher, Stern [9], Rausch [61] 1930, S. 514 und Ohde [49]; vgl. [11], [18] und [44].

Beispiel. Stahlbetonpfahl von 36/36 (cm) Querschnitt und 19 m Länge, der unten 2,10 m in „feinem scharfem Sand" steckt (darüber 14 m Ton und Torfschichten, vgl. Brinkmann in De Ing. 1927), hat bei Probebelastung 143 t getragen. Eindringung unter den letzten 10 Schlägen betrug 1,3 cm für Fallhöhe h von 60 cm und Bärgewicht R von 3 t. Pfahlgewicht $Q = 6$ t. Rammformeln liefern:

nach Brix: $P = \dfrac{RQ}{(R+Q)^2} \cdot \dfrac{Rh}{t} = \dfrac{3 \cdot 6}{(3+6)^2} \cdot \dfrac{3 \cdot 60}{0{,}13} = 305$ t;

nach Eytelwein (unelastischer Stoß):

$$P = \frac{R}{R+Q} \cdot \frac{Rh}{t} + R + Q = \frac{3}{3+6} \cdot \frac{3 \cdot 60}{0{,}13} + 3 + 6 = 471 \text{ t};$$

nach Weisbach (vollkommen elastischer Stoß) mit

$$e = \frac{l}{EF} = \frac{1900}{36^2 \cdot 300} = 0{,}00489 \text{ cm/t:}$$

$$P = \frac{1}{e}\left(-t + \sqrt{2e[Rh + t(R+Q)] + t^2}\right)$$

$$= \frac{1}{0{,}00489}\left(-0{,}13 + \sqrt{2 \cdot 0{,}00489\,[3 \cdot 60 + 0{,}13\,(3+6)] + 0{,}13^2}\right) = 247 \text{ t};$$

nach Redtenbacher (unelastischer Stoß):

$$P = \frac{1}{e}\left(-t + \sqrt{2e\left[\frac{R}{R+Q} \cdot Rh + t(R+Q)\right] + t^2}\right) \quad \ldots \quad (152)$$

$$= \frac{1}{0{,}00489}\left(-0{,}13 + \sqrt{2 \cdot 0{,}00489\left[\frac{3}{3+6} \cdot 3 \cdot 60 + 0{,}13\,(3+6)\right] + 0{,}13^2}\right) = 134 \text{ t};$$

nach Stern (teilweise elastischer Stoß, Stoßzahl $\varkappa$ für Holzpfähle rd. 0,5, für Stahlbetonpfähle rd. 0,3):

$$P = \frac{1}{e}\left[-t + \sqrt{2e\left[\frac{R + \varkappa^2 Q}{R+Q} \cdot Rh + t(R+Q)\right] + t^2}\right] \quad \ldots \quad (153)$$

$$= \frac{1}{0{,}00489}\left(-0{,}13 + \sqrt{2 \cdot 0{,}00489\left[\frac{3 + 0{,}09 \cdot 6}{3+6}\, 3 \cdot 60 + 0{,}13\,(3+6)\right] + 0{,}13^2}\right) = 147 \text{ t};$$

nach Ohde (teilweise elastischer Stoß, Berücksichtigung des Schwingungsstoßes und der Baugrund-Federung):

$$P - Q = \frac{1}{e_2}\left(-t + \sqrt{2e_2\left[\frac{(1+\varkappa)R}{2R + (1-\varkappa)Q}\, Rh + Rt\right] + t^2}\right) \quad \ldots \quad (154)$$

mit $e_2 \approx 0{,}4\left[e + \dfrac{1}{A z_0}\right]$ . . . . . (155)

A Federungszahl des Erdreiches unterhalb der Pfahlspitze,
z_0 Höhe des Angriffspunktes von P über der Pfahlspitze (Abb. 70),

gültig für $\dfrac{R}{Q} > \dfrac{2\varkappa}{1-\varkappa}$ („gute" Rammarbeit).

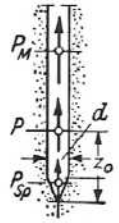


Abb. 70. Kraftangriff an Pfahlspitze.

Für $\dfrac{R}{Q} < \dfrac{2\varkappa}{1-\varkappa}$ schwankt P zwischen Wert nach Gl. (154) und einem etwas kleineren Wert, der erhalten wird, wenn Rh in Gl. (154) noch mit dem Faktor $1 - [(R - \varkappa Q)/(R+Q)]^2$ vervielfacht wird. Im vorliegenden Fall ist für Sand mit Auflast von 11,7 t/m² an der Schichtgrenze: $A \approx 900$ kg/cm² $= 0{,}9$ t/cm² und mit $z_0 \approx 100$ cm nach Gl. (155): $e_2 = 0{,}4\,[0{,}00489 + 1/(0{,}9 \cdot 100)] = 0{,}0064$ cm/t und nach Gl. (154):

$$P - 6{,}0 = \frac{1}{0{,}0064} \cdot \left(-0{,}13 + \sqrt{2 \cdot 0{,}0064\left(\frac{1{,}3 \cdot 3}{2 \cdot 3 + 0{,}7 \cdot 6} \cdot 3 \cdot 60 + 3 \cdot 0{,}13\right) + 0{,}13^2}\right)$$

$$= 128 \text{ t}, \quad P = 134 \text{ t}.$$

Da $\dfrac{R}{Q} < \dfrac{2\varkappa}{1-\varkappa}$ ist, so ist auch die untere Grenze noch zu berechnen:

$$1 - \left[\left(\frac{3 - 0{,}3 \cdot 6}{3+6}\right)\right]^2 = 0{,}982; \quad P - 6{,}0 = 125 \text{ t}; \quad P = 131 \text{ t}.$$

Der Vergleich mit $P_g \approx 143$ t zeigt, daß Gl. (152) bis (155) in der Tat hinreichend zuverlässige Ergebnisse liefern.

Eindringung t sollte möglichst nach einer Rammpause von mehreren Stunden ermittelt werden. Für bindigen Untergrund ist noch umstritten, ob der mit Hilfe der Rammformel nach einer Rammpause gefundene Eindringwiderstand gleich der Grenzbelastung P_g gesetzt werden darf (vgl. DIN 1054).

17. Berechnung von Pfahlrosten

Pfahlroste unter Fundamenten oder Gewölbewiderlagern (Abb. 71a u. b) werden überwiegend auf Druck belastet, Pfahlböcke und Pfahlroste für Ufermauern dagegen besitzen auch Zugpfähle (Abb. 72). Biegebeanspruchung der Pfähle möglichst vermeiden.

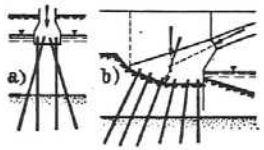


Abb. 71. Pfahlroste unter Fundamenten oder Gewölbewiderlagern.

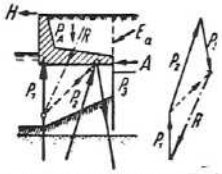


Abb. 72. Statisch bestimmter Pfahlrost.

Statisch bestimmte Pfahlroste. Pfahlkräfte beim Pfahlbock und beim dreireihigen Pfahlrost (Abb. 72) sind durch einfache Kräftezerlegungen zu erhalten.

Beim Pfahlrost muß zunächst Mittelkraft R der angreifenden Kräfte G, P_A, H, E_a und A ermittelt werden. R muß dann mit den Axialkräften P der Pfähle im Gleichgewicht sein. Culmann-Kräftezerlegung nach Abb. 72 ist auch bei mehr als 3 Pfahlreihen näherungsweise anwendbar, wenn eng benachbarte Pfahlreihen durch gedachte mittlere Pfahlreihe ersetzt werden können. Diese „statisch bestimmten" Pfahlroste verdienen bei Ufermauern bevorzugte Anwendung.

Statisch unbestimmte Pfahlroste. Im allgemeinen Fall ist von der (elastischen) Nachgiebigkeit der Pfähle und den Verschiebungen der Pfahlköpfe auszugehen. Gewöhnlich wird die (geringe) achsrechte Pfahlnachgiebigkeit Δ verhältnisgleich zur Belastung P angenommen:

$$\Delta = e\,P\,, \qquad (156)$$

wenn e das Nachgeben für $P = 1{,}0$ (z. B. in cm/t) bedeutet, das als Summe aus Pfahlverkürzung und Nachgeben des Untergrundes unterhalb der Pfahlspitze erhalten wird (Abb. 70):

$$e \approx \frac{l}{E\,F} + \frac{2}{5\,A\,z_0}. \qquad (157)$$

Die meisten Berechnungsverfahren über Lastverteilung auf Pfähle gehen vom Ansatz Gl. (156) aus, z. B. die Arbeiten von Gullander ([81] 1902, 1911, 1912) und ([60] 1928, S. 818), Jacoby ([78] 1909, S. 340), Ostenfeld ([67] 1922, S. 21 und 30), Wünsch [22], Nökkentved [23] und [10]. Krey [10] bringt einfache Ableitung, indem er die lotrechten Verschiebungen Δ_1 und Δ_2 und die waagerechte Verschiebung Δh der starren Pfahlrostplatte einführt (Abb. 73). Für diese Verschiebungen liefern die 3 Gleichgewichtsbedingungen die Gleichungen:

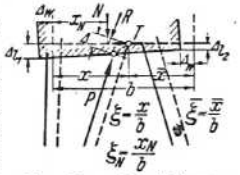


Abb. 73. Verschiebungswerte für einen Pfahlrost.

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta_w\,\Sigma\,E\sin^2\alpha + \Delta_{l_1}\,\Sigma\,\bar{\xi}\,E\sin\alpha\cos\alpha + \Delta_{l_2}\,\Sigma\,\xi\,E\sin\alpha\cos\alpha = T\\
&\Delta_w\,\Sigma\,E\sin\alpha\cos\alpha + \Delta_{l_1}\,\Sigma\,\bar{\xi}\,E\cos^2\alpha + \Delta_{l_2}\,\Sigma\,\xi\,E\cos^2 x = N\\
&\Delta_w\,\Sigma\,\xi\,E\sin\alpha\cos\alpha + \Delta_{l_1}\,\Sigma\,\xi\,\bar{\xi}\,E\cos^2\alpha + \Delta_{l_2}\,\Sigma\,\xi^2\,E\cos^2 x = N\,\xi_N
\end{aligned}\right\} \qquad (158)$$

Nach Berechnung der Verschiebungen aus Gl. (158) ergeben sich die Pfahlkräfte aus:

$$\Delta = e\,P = P/E = (\Delta_{l_1}\,\bar{\xi} + \Delta_2\,\xi)\cos\alpha + \Delta_w\sin\alpha \qquad (159)$$

Eine obere oder untere Einspannung der Pfähle wird bei diesem Verfahren nicht berücksichtigt (vgl. Agatz [45a], S. 836).

Es wird das Nachgeben der r-ten Pfahlreihe infolge des Baugrundeinflusses auch von den übrigen Pfahlreihen beeinflußt, so daß anstatt Gl. (156) zu schreiben ist:

$$\Delta_r = e_{r_1}\,P_1 + e_{r_2}\,P_2 + e_{r_3}\,P_3 + \cdots, \qquad (160)$$

wobei die e_r-Werte durch Setzungsberechnungen als Kompenente der Pfahlverkürzungen für jeweils $P = 1{,}0$ zu finden sind (ähnlich der Setzungs-Einflußlinie in Abb. 68). Geht man z. B von setzungsfähiger Schicht der Dicke $(z_1 - z_0)$ unterhalb der Pfahlspitze mit Z = konst. aus (z_0 nach Abb. 70), so ist die Setzung eines mit P belasteten Pfahles:

$$\zeta_0 \approx 0{,}4\,(1/z_0 - 1/z_1)\,P/Z = \bar{\eta}_0\,(P/Z) \qquad (160a)$$

Ein benachbarter unbelasteter Pfahl in Entfernung x setzt sich dabei um

$$\zeta_x = \bar{\eta}\,P/Z \text{ mit } \bar{\eta} \approx \frac{2}{15}\left\{\left[3 - \frac{x^2}{z^2+x^2}\left(1 - \frac{z}{m\,x}\right)\right]\frac{1}{\sqrt{z^2+x^2}}\right\}\Bigg|_{z_1}^{z_0} \qquad (160b)$$

Natürlich leistet jeder Pfahl einer Pfahlreihe einen Beitrag nach Gl. (160b), so daß gilt:

$$e_r\,Z = \Sigma\,\bar{\eta}.$$

$\bar{\eta}$-Werte für jede Aufgabe als Kurve über x auftragen. Aus Gleichungsgruppe (160) folgt umgekehrt die Gruppe:

$$P_r = E_{r_1}\,\Delta_1 + E_{r_2}\,\Delta_2 + E_{r_3}\,\Delta_3 + \cdots \qquad (161)$$

oder mit Hilfe von Gl. (159):

$$P_r = \Delta_{l_1}\,\Sigma\,\bar{\xi}\,E_r\cos\alpha + \Delta_{l_2}\,\Sigma\,\xi\,E_r\cos\alpha + \Delta_w\,\Sigma\,E_r\sin\alpha \qquad (162)$$

Schließlich gilt an Stelle von Gl. (158) für die Verschiebungen:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta_w \sum_{i=1}^{n}(\sin\alpha_i \sum_{r=1}^{n} E_{ir}\sin\alpha_r) + \Delta_{l_1}\sum_{i=1}^{n}(\sin\alpha_i \sum_{r=1}^{n}\bar{\xi}_r\,E_{ir}\cos\alpha_r)\\
&\qquad + \Delta_{l_2}\sum_{i=1}^{n}(\sin\alpha_i \sum_{r=1}^{n}\xi_r\,E_{ir}\cos\alpha_r) = T\\
&\Delta_w \sum_{i=1}^{n}(\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n} E_{ir}\sin\alpha_r) + \Delta_{l_1}\sum_{i=1}^{n}(\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n}\bar{\xi}_r\,E_{ir}\cos\alpha_r)\\
&\qquad + \Delta_{l_2}\sum_{i=1}^{n}(\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n}\xi_r\,E_{ir}\cos\alpha_r) = N\\
&\Delta_w \sum_{i=1}^{n}(\xi_i\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n} E_{ir}\sin\alpha_r) + \Delta_{l_1}\sum_{i=1}^{n}\xi_i\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n}\bar{\xi}_r\,E_{ir}\cos\alpha_r)\\
&\qquad + \Delta_{l_2}\sum_{i=1}^{n}(\xi_i\cos\alpha_i \sum_{r=1}^{n}\xi_r\,E_{ir}\cos\alpha_r) = N\,\xi_N
\end{aligned}\right\} \qquad (163)$$

Man kann auch von Grenzbelastung der Pfähle ausgehen [49], also diejenige erhöhte Belastung ermitteln, die der Pfahlmast höchstens aufnehmen kann. Vergleich dieser „Bruchbelastung" mit wirksamer Belastung gibt guten Anhalt für vorhandene Sicherheit.

Biegebelastung der Pfähle entsteht durch Erddruck E_a und Wasserüberdruck W und muß anteilig (etwa entsprechend dem Biegewiderstand) von Pfählen und Spundwand sowie vom Baugrund zwischen und vor Pfählen aufgenommen werden. Biegebeanspruchung der Pfähle kann Beanspruchung durch Druck oder Zug übersteigen und ist daher stets zu überschlagen [49].

18. Eingebettete Bauwerke

Rohrleitungen und Durchlässe. Beanspruchungen durch Eigengewicht oder inneren oder äußeren Wasserdruck sind leicht zu ermitteln ([86] 1904, H. 9 u. 10), [30a]. Belastung durch Baugrund ist sehr verschieden, vor allem vom Bauverfahren und Art der Hinterfüllung abhängig. Bei größeren Rohrweiten kann der günstig wirkende Widerstand des Baugrundes gegen Rohrverformungen berücksichtigt werden [17], [27], ([74] 1933, H. 15), ([76] 1936, S. 591).

Für Rohre, die in engen, lotrechten Baugruben verlegt werden, sind ungünstige Belastungsannahmen erforderlich (Abb. 74a), falls Möglichkeit mangelhafter Hinterfüllung besteht. Günstigere Beanspruchung bei guter seitlicher Einstampfung (unter Aufsicht! Abb. 74b) oder Einstampfen von Magerbeton bis Rohrmitte (Abb. 74c). Jedoch darf Stampfen in Nähe des Rohres nicht übertrieben werden.

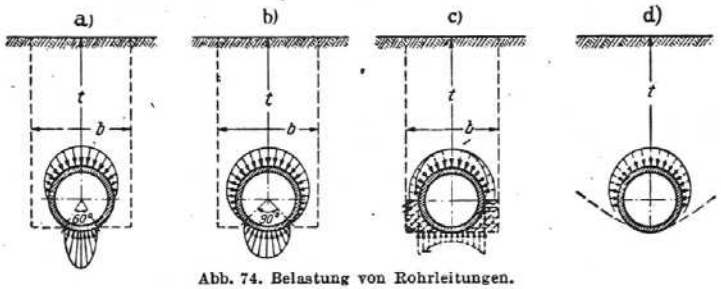


Abb. 74. Belastung von Rohrleitungen.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Für abgeböschte Baugruben (Abb. 74d) ist lotrechte Erdbelastung meist nicht größer als γt, bei steiler Böschung etwas geringer. Für lotrechte enge Baugruben ist bis $t = b$ lotrechter Druck von $1{,}5\,\gamma t$ anzusetzen, falls gut gestampft wird; für $t > b$ Übergang zum natürlichen Silodruck (S. 921). Für eingeschlämmten Sand in jedem Falle natürlicher Silodruck (bei standfesten Erdwänden, sonst noch weniger).

Für seitlichen Widerstand des Bodens kann „Bettungszahl" B nach Abb. 75 etwa zu

$$B = 0{,}606\,\frac{m^2}{m^2-1}\cdot\frac{Z}{r} = 0{,}606\,\frac{m\,(m-2)}{(m-1)^2}\cdot\frac{V}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (164)$$

angenommen werden, wenn V mittlere Verdichtungszahl des Baugrundes.

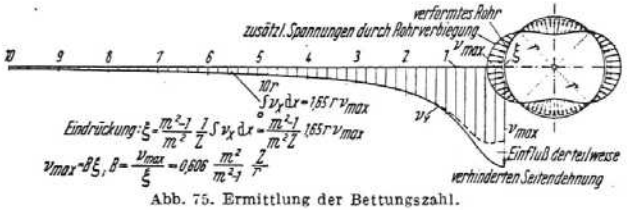


Abb. 75. Ermittlung der Bettungszahl.

Für frei verlegte Rohre und Durchlässe (Abb. 76) ist lotrechter Druck wegen Setzung der seitlichen Erdschichten größer als γt und durch Setzungsberechnungen einzuschätzen. Seitendruck ist etwa das λ_0-fache (Ruhedruck) der seitlich wirksamen lotrechten Erdspannung.

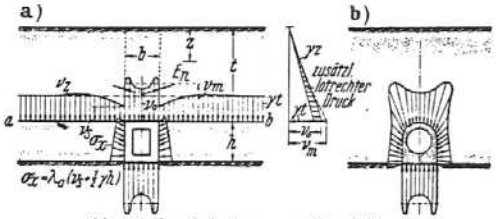


Abb. 76. Querbelastung von Durchlässen.

Ist ζ_s die Zusammendrückung der seitlichen Erdschicht von der Dicke h (berechnet für mittleren Druck $v_s + (1/2)\,\gamma\,h$, Abb. 76a) und ζ_u eine etwaige zusätzliche Einsenkung des Bauwerkes in den Untergrund, so ist oberer Bauwerkdruck v_m durch Bedingung gegeben, daß „Eindringung" ζ_0 des Bauwerkes in obere Erdschichten (unter Wirkung von $v_m - \gamma\,t$) sein muß: $\zeta_0 = \zeta_s - \zeta_u$. Für gewölbten Durchlaß sind Verhältnisse ähnlich (Abb. 76b). Spannungssprung etwas weniger ausgeprägt. Verringerung des Zusatzdruckes $(v_m - \gamma\,t)$ durch seitliches Einstampfen und Einbringen lockerer Erde unmittelbar über dem Bauwerk.

Für Durchlässe quer unter Dämmen ist (nach [10]) auch Auswirkung der unterschiedlichen Dammsetzung (Biegebeanspruchung der Längsachse) und Einfluß des beiderseitigen Böschungsschubes (Zug in Längsrichtung!) in Betracht zu ziehen.

Brücken-Gewölbe. Wegen der meist geringen Nachgiebigkeit wirkt auf Gewölbe mit geringer Überschüttung annähernd Ruhedruck des Baugrundes, so daß resultierende Spannung durch Zusammensetzen der lotrechten Auflast γz mit natürlichem Seitendruck $\lambda_0\,\gamma z$ erhalten wird [10] (Abb. 77). Nur bei stark gerundeten (Halbkreis-) Gewölben sind nach unten hin Abweichungen vorhanden (in Abb. 77 angedeutet).

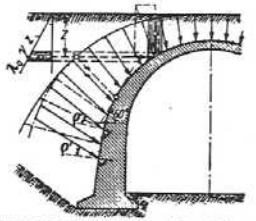


Abb. 77. Erddruck auf Gewölbe.

Einfluß einzelner Verkehrslasten kann nach Druckverteilungslehre eingeschätzt werden. Auf hohe lotrechte Widerlager wirkt seitlich Erddruck, der in der Nähe des Ruhedruckes $\lambda_0\,\gamma\,z$ liegt. Bei schlanken Gewölben ist Berücksichtigung eines etwaigen Unterschiedes $\Delta\gamma$ der Boden-Raumgewichte für beide Gewölbehälften anzuraten: $\Delta\gamma = 0{,}05$ bis $0{,}10\ \mathrm{t/m^3}$ je nach Ungleichmäßigkeit des Bodens; vgl. hierzu Craemer ([67] 1924, S. 306).

Nachgiebigkeit der Widerlager (Setzung und Verdrehung) infolge der Baugrundbelastung beeinflußt Lage der Gewölbestützlinie und ist daher mehr als bisher zu berücksichtigen. (Berechnung s. **14.**, S. 930).

Tunnel-Gewölbe (Gebirgsdruck). Je nach Stoff und Festigkeit des anstehenden Gebirges ist Druck auf Tunnelgewölbe außerordentlich verschieden (0 bis $50\ \mathrm{t/m^2}$, ausnahmsweise bis $100\ \mathrm{t/m^2}$). Er ist von Nachgiebigkeit sowohl des behelfsmäßigen als auch des endgültigen Einbaues abhängig und wächst z. T. erst mit der Zeit zu voller Stärke an, weshalb endgültiger Einbau möglichst schnell herzustellen ist.

Kreisprofile für allseitig starken Druck, überhöhte (elliptische) Gewölbe für überwiegenden lotrechten Firstdruck. Nach Rankine [1] muß Stützlinie Ellipse sein, deren Achsen sich wie die Wurzeln der lotrechten und waagerechten Drücke verhalten.

Vorausberechnung des Gebirgsdruckes z. Z. nur bedingt möglich, weil Eigenschaften (Festigkeit und Formänderungen) der Gebirgsstoffe unter hohem Druck noch wenig bekannt [20]. Trotzdem rechnerische Verfolgung des Druckausgleiches [27] anstreben. Hierzu Werte für Elastizität, Festigkeit und innere Reibung beim Vortrieb des Richtstollens durch Versuche feststellen (gegebenenfalls Probenentnahme).

Nach [13] kann Gebirgsdruck nach Verhalten des behelfsmäßigen Einbaues eingeschätzt werden (Eindrückung der Druckstempel und Zentralstreben in Längshölzer). Für „kohäsionsloses Gebirge" nimmt Bierbaumer einen Mindestwert des Firstdruckes von $\gamma\,z\,\mathrm{tg}^4\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varrho}{2}\right)$ an (z Überlagerungshöhe) und für den Seitendruck $\gamma\,z\,\mathrm{tg}^6\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varrho}{2}\right)$.

Kommerell versucht überschlägliche Berechnung der First- und Ulmendrücke durch Annahme eines (die waagerechte Firstebene belastenden) gelockerten elliptischen Erdkörpers; vgl. **9.**, S. 922.

Terzaghi [18] entwickelt (in Ergänzung früherer Vorstellungen von Wiesmann ([80] 1909 u. 1912), von v. Willmann und von Maillart ([80] 1923) die besonders für tiefere Tunnel bedeutsamen statischen Gesetze für die „Bildung von Tragkörpern" und erklärt dadurch sehr einleuchtend die vom Gebirge selbst bewirkte Abstützung und Herabminderung des allseitigen Druckes. Weiterentwicklung und Ergänzung seiner Grundgedanken führt auf folgende rechnerischen Zusammenhänge [49].

In statischer Hinsicht kann man unterscheiden:
- sandiges Gebirge ohne innere Festigkeit,
- festes oder verkittetes Gebirge,
- bindiges Gebirge ohne größere Eigenfestigkeit.

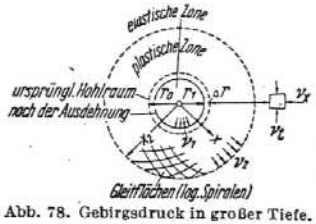


Abb. 78. Gebirgsdruck in großer Tiefe.

In größerer Tiefe ist Nachgiebigkeit des Einbaues nicht in jedem Falle groß genug, um unteren Grenzwert des Druckes zu erreichen. Im ungestörten Gebirge wirkt lotrechter Druck $\bar{p}$ ($\approx \gamma z$ mit z als Tiefe) und waagerechter Druck v_H ($\overline{\overline{\leq}}\ \lambda_0\bar{p}$), also mittlerer Druck $v_m = (1/2)\,(\bar{p} + v_H)$. Für sandiges Gebirge ohne Festigkeit erhält man nach [49] folgenden Zusammenhang zwischen Nachgiebigkeit $\Delta r = r_0 - r_1$ und Tunneldruck v_1 (Abb. 78):

$$\frac{m}{m+1}\,\frac{E_2}{v_m}\,\ln\frac{r_0}{r_0 - \Delta r} = \frac{1}{2}\sin\varrho\left[1 + \frac{x_2^2}{r_1^2}\right] + \frac{m-2}{m}\,\frac{\lambda+1}{2+(1-\omega)\,(\lambda-1)}\,\frac{v_1}{v_m}\left\{\frac{\lambda-1}{2}\left[\left(\frac{x_2}{r_1}\right)^{\lambda+1} - 1\right] + \frac{1}{1-\omega}\left[\left(\frac{2}{\lambda+1}\,\frac{v_m}{v_1}\right)^{\omega} - 1\right]\right\} \quad (165)$$

mit $x_2/r = [(1 - \sin\varrho)\,v_m/v_1]^{1/(\lambda-1)}$, m als Querdehnungszahl ($> 2{,}0$), E_2 ($= A_2$) als Federungszahl des unberührten Erdreiches, ω als Setzungspotenz nach S. 897, Gl. (21), λ nach Gl. (37) und r_0 als Tunnelradius (Ausbruchradius) vor der Formänderung.

Zahlenbeispiel: Für Feinsand sei durch Versuche erhalten: $\mu = 0{,}70$, $m \approx 3{,}0$, Schwellzahl $S \approx 750\, \nu_m^{0,6}$ (kg/cm²) und für mittleren Druck im ungestörten Gebirge sei gesetzt: $\nu_m \approx 1{,}75\, z$. Dann gilt nach Gl. (124): $E_2 = 750 \cdot \frac{4{,}0 \cdot 1{,}0}{3{,}0 \cdot 2{,}0} \cdot \nu_m^{0,6} = 500\, \nu_m^{0,6}$ und damit für Tunneltiefe von

$$100\text{ m}: \quad \nu_m \approx 17{,}5\ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2};\ E_2 = 500 \cdot 17{,}5^{0,6} = 2784\ \text{kg/cm}^2;\quad \frac{m}{m+1}\,\frac{E_2}{\nu_m} = 119{,}3\,,$$

$$1000\text{ m}: \quad \nu_m \approx 175\ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2};\ E_2 = 500 \cdot 175^{0,6} = 11090\ \text{kg/cm}^2;\quad \frac{m}{m+1}\,\frac{E_2}{\nu_m} = 47{,}5\,.$$

Nach Gl. (165) findet man damit folgende Wertepaare ($\lambda = 3{,}69$):

$\nu_1/\nu_m =$	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,0025
$x_2/r_1 =$	1,715	2,220	3,12	4,04	5,23	6,76
für 100 m Tiefe $\Delta r/r_0 =$	0,0174	0,0270	0,0493	0,0795	0,1266	0,2011
$x_2/r_1 =$	2,094	3,268	6,03	9,80	16,15	26,78
für 1000 m Tiefe $\Delta r/r_0 =$	0,0431	0,0665	0,1193	0,1865	0,2811	0,4311

Unterer Grenzwert, der z. B. nach Abb. 45, S. 922, bei etwa 4 bis 5 t/m² liegt, wird hiernach erreicht: bei 100 m Tiefe etwa für $\Delta r/r_0 \approx 0{,}04$ und bei 1000 m Tiefe etwa für $\Delta r/r_0 \approx 0{,}43$, was für 5 m Tunnelhalbmesser einem Nachgeben von 20 cm für 100 m Tiefe und 215 cm für 1000 m Tiefe entspricht. Hiernach kann u. U. für 100 m Tiefe der untere Grenzwert erreicht werden, keinesfalls jedoch für 1000 m Tiefe, wo also Gl. (165) gültig bleibt und der Gebirgsdruck entsprechend dem Nachgeben des Einbaues zu erhalten ist. Man erkennt hieraus den Einfluß der Überlagerungshöhe und der günstig wirkenden Nachgiebigkeit bei der Tunnelherstellung.

Für festes oder verkittetes Gebirge mit Federungszahl E_0 folge Bruchfestigkeit der Mohrschen Grenzgeraden: $\tau_g = k_0 + \mu_0\, \nu$. Nach Überschreiten der Festigkeit zerfalle das Material unter Raumvergrößerung (Auflockerung) von 1,0 auf $1 + a$ und besitze dann wie vorhin den Reibungsbeiwert μ ($k = 0$) und die Federungszahl $E = e\, \nu^{\omega}$ mit E_2 für $x = x_2$. Dann gilt anstatt Gl. (165) die allgemeinere Formel:

$$\frac{m}{m+1} \ln \frac{r_0}{r_0 - \Delta r} = \frac{\nu_2}{E_2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\nu_2}{E_0} + \frac{m\,a}{m+1}\right)\left[\frac{x_2^2}{r_1^2} - 1\right] +$$

$$+ \frac{m-2}{m}\,\frac{\lambda + 1}{2 + (1-\omega)(\lambda - 1)}\,\frac{\nu_1}{E_2}\left\{\frac{\lambda - 1}{2}\left[\left(\frac{x_2}{r_1}\right)^{\lambda+1} - 1\right] + \frac{1}{1-\omega}\left[\left(\frac{\nu_m - \nu_2}{\nu_1}\right)^{\omega} - 1\right]\right\} \quad (166)$$

mit $x_2 = r_1\, [(\nu_m - \nu_2)/\nu_1]^{1/(\lambda-1)}$, $\nu_2 = \sin \varrho_0\, \nu_m + \cos \varrho_0\, k_0$ und $\varrho_0 = \operatorname{arc\,tg} \mu_0$.

Für $\nu_1 = 0$ (frei stehendes Gebirge) muß $\nu_m \leqq \nu_2$ sein oder $\cos^2 \varrho_0\, k_0 \geqq (1 - \sin \varrho_0)\, \nu_m$. Für geringes Nachgeben ist $\ln [r_0/(r_0 - \Delta r)] \approx \Delta r/(r_0 - \Delta r)$.

Toniges (unverfestigtes) Gebirge verhält sich eigenartig, indem sich zunächst nur geringer Druck zeigt. Mit der Zeit jedoch wachsen Pressungen immer stärker an (deshalb auch „blähendes" Gebirge genannt), um schließlich beträchtliche Werte zu erreichen.

Terzaghi [18] erklärt dieses Verhalten durch Wirkung der Kapillarspannungen die nach Ausbruch zunächst volle Größe des (ungestörten) Druckes ν_m erreichen und daher weiter entferntes Porenwasser nach Tunnel ansaugen. Dadurch wächst Wassergehalt des Tones in Tunnelnähe (Ton wird weicher und schwillt), während Porenwasser in größerer Entfernung vom Tunnel etwas abnimmt. Rechnerische Behandlung dieses zeitgebundenen Vorganges steht noch aus; Terzaghi gibt grobe Näherungslösung.

Für geringe Tunneltiefen ist Nachgiebigkeit des Einbaues fast immer so groß, daß mit unterem Grenzwert des Druckes zu rechnen ist. Bei ungenügender Festigkeit bildet sich dann der auch vom Bergbau her bekannte lotrechte Einbruch bis zum Gelände hinauf. Berechnung nach Abb. 45, S. 922.

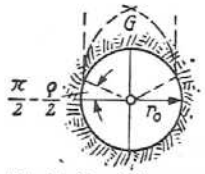


Abb. 79. Druckkörper an Tunnelfirst.

Bei größerer Festigkeit trägt sich Gebirge frei. Reicht Festigkeit hierfür nicht ganz aus, so kann sich u. U. in der First ein Körper lösen, der dem Verlauf der spiraligen Gleitflächen entspricht (Abb. 79) und je m das Gewicht hat:

$$G = \gamma\, \frac{r_0^2}{4}\, [\sqrt{\lambda}\, (e^{(2 \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\lambda})/\sqrt{\lambda}} - 1) - \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\lambda}\,].$$

Vgl. im übrigen auch [19] und Brandau ([80] 1909).

Schrifttum zu den S. 902 bis 944 (s. a. S. 901 u. S. 1475)

Bücher

[1] Rankine, A manuel of applied mechanics. London 1858 (deutsch von Kreuter nach der 12. Aufl.: Rankine, Handb. d. Bauing.-Kunst, Wien 1880).
[2] Culmann, Graphische Statik. Zürich 1866.
[3] Winkler, Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit. Prag 1867.
[4] Winkler, Neue Theorie des Erddruckes. Wien 1872 (Diss. 1866).
[5] Rebhann, Theorie des Erddruckes und der Futtermauern. Wien 1871.
[6] Zimmermann, Die Berechnung des Eisenbahn-Oberbaues. Berlin 1888 und 1930. Ernst & Sohn.
[7] Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern. Stuttgart u. Leipzig 1906, Kröner. 2. Aufl. Stuttgart 1947.
[8] Krapf, Formeln und Versuche über die Tragfähigkeit eingerammter Pfähle. Leipzig 1906, Engelmann.
[9] Stern, Das Problem der Pfahlbelastung. Berlin 1908, Ernst & Sohn.
[10] Krey, Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes. 5. Aufl. Berlin 1936. Ernst & Sohn.
[11] Kafka, Die Theorie der Pfahlgründungen. Berlin 1912.
[12] Kommerell, Statische Berechnung von Tunnelmauerwerk. Berlin 1912 und 1940 (4. Aufl.), Ernst & Sohn.
[13] Bierbaumer, Die Dimensionierung des Tunnelmauerwerks. Berlin u. Leipzig 1913, Engelmann.
[14] Forchheimer, Hydraulik. Leipzig 1914 (3. Aufl. 1930), Teubner.
[15] Zimmermann, Die Rammwirkung im Erdreich. Berlin 1915, Ernst & Sohn.
[16] Hayashi, Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage. Berlin 1921, Springer.
[17] Effenberger, Der Druckwasserstollen ..., Leipzig u. Wien 1923.
[18] v. Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig u. Wien 1925, Deuticke.
[19] Andreae, Der Bau langer, tiefliegender Gebirgstunnel. Berlin 1926, Springer.
[20] Schmid, Statische Probleme des Tunnel- und Druckstollenbaues. Berlin 1926, Springer.
[21] Fellenius, Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion und unter Annahme kreiszylindr. Gleitflächen. Berlin 1927 und 1947, Ernst & Sohn.
[22] Wünsch, Statische Berechnung der Pfahlsysteme. Stuttgart 1927, Wittwer.
[23] Nökkentved, Berechnung von Pfahlrosten. Berlin 1928, Ernst & Sohn.
[24] Rendulic, Der Erddruck im Straßenbau. und Brückenbau. Berlin 1928.
[25] Kyrieleis-Sichardt, Grundwasserabsenkung bei Fundierungsarbeiten. Berlin 1930, Springer.
[26] Blum, Einspannungsverhältnisse bei Bohlwerken. Berlin 1931, Ernst & Sohn.
[27] Lenk, Der Ausgleich des Gebirgsdruckes in großen Teufen beim Berg- und Tunnelbau. Berlin 1931, Springer.
[28] 1. Congrès des Grands Barrages, Stockholm 1933.
[29] Hoffmann, Grundwasserströmung unter Wehren. Diss. Karlsruhe 1933 (s. a. Wasserwirtsch. 1934, S. 74 u. 198).
[30] Fröhlich, Druckverteilung im Baugrunde. Wien 1934, Springer.
[30a] Handbuch für Eisenbetonbau. 4. Aufl., Bd. IV. Berlin 1934, Ernst & Sohn.
[31] Rifaat, Die Spundwand als Erddruckproblem. Zürich u. Leipzig 1935, Leemann u. Co.
[32] Bilfinger, Molenbau und Wellenwirkung. Diss. München 1935.
[33] Agatz, Der Kampf des Ingenieurs gegen Erde und Wasser im Grundbau. Berlin 1936, Springer.
[34] Dachler, Grundwasserströmung. Wien 1936, Springer.
[35] v. Terzaghi u. Fröhlich, Theorie der Setzung von Tonschichten. Leipzig u. Wien 1936, Deuticke.
[36] Proceedings of the Internat. Conf. of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge, Mass., 1936 (Bd. I bis III).
[37] Tölke, Talsperren. Berlin 1938, Springer.
[38] Kögler u. Scheidig, Baugrund und Bauwerk. Berlin 1938 u. 1948. (5. Aufl.), Ernst & Sohn.
[39] Homberg, Graphische Untersuchung von Fangedämmen und Ankerwänden. Berlin 1938, Ernst & Sohn (s. a. Bautechn. 1941, S. 549).
[40] Rimstad, Zur Bemessung des doppelten Spundwandbauwerkes. Diss. TH. Berlin 1940.

[41] Kranz, Über die Verankerung von Spundwänden. Berlin 1940, Ernst & Sohn.
[42] Lackner, Berechnung mehrfach gestützter Spundwände. Berlin 1942 u. 1944 (2. Aufl.), Ernst & Sohn.
[43] Ohde, Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen. Archivheft 67 des Deutschen Wasserwirtschaftsverbandes, Berlin 1943.
[44] Hoffmann, Der Rammschlag. Forsch.-H. 6, Stahlbau-Verband, Berlin 1943.
[45] Bruns, Berechnung des Wellenstoßes auf Molen und Wellenbrecher. Diss. TH. Berlin 1944. [70] 19 (1941 bis 1949) S. 92.
[45a] Schleicher, Taschenbuch für Bauingenieure. Berlin 1944, Springer.
[46] Blum, Beitrag zur Berechnung von Spundwandfangedämmen. Berlin 1944, Ernst & Sohn.
[47] Abhandlungen über Bodenmechanik und Grundbau. Bielefeld 1948, Schmidt.
[48] Ohde, Erddruck und Grundwiderstand (Baupraktische Gleitflächenlehre). In Vorbereitung. Berlin, Ernst & Sohn.
[49] Ohde, Grundpressungen und Setzungen (Druckverteilung und Formänderungen des Baugrundes). In Vorbereitung.
[50] Kollbrunner, Fundation und Konsolidation. Bd. I 1946, Bd. II 1948, Zürich, Schweizer Druck- und Verlagshaus.
[51] Bendel, Ingenieurgeologie. I. Wien 1944. II. Wien 1948, Springer.
[52] Schenk, Der Rammpfahl. Berlin 1951, Ernst & Sohn.
Weiteres Schrifttum: Petermann-Bödecker, Schrifttum über Bodenmechanik. Berlin 1937 sowie E. Schultze, Schrifttum über Bodenmechanik in Deutschland in den Jahren 1939 bis 1947, Abhandlungen über Bodenmechanik und Grundbau. Bielefeld 1948.

Zeitschriften

[60] Bautechnik.
[61] Bauingenieur.
[62] Zentralbl. Bauverw.
[63] Z. Bauwes.
[64] Wasserwirtsch.
[65] Dtsch. Bauztg.
[66] Z. VDI.
[67] Beton u. Eisen.
[68] Z. Baukunde.
[69] Z. angew. Math. u. Mech.
[70] Jb. Hafenbautechn. Ges.
[71] Ingenieur-Arch.
[72] Hansa.
[73] Straße.
[74] Mitt. Hannov. Hochschulgemein.
[75] Sitzungsber. Akad. Wissensch., Wien, Math.-naturwiss. Kl. IIa.
[76] Abhandl. Intern. Ver. Brückenbau u. Hochbau.
[77] Bauplanung u. Bautechn.
[78] Österr. Wochenschr. öffentl. Baudienst.
[79] Österr. Bauztg.
[80] Schweiz. Bauztg., Zürich.
[81] Teknisk Tidskrift.
[82] Engg. News-Rec.
[83] Transact. Am. Soc. Civ. Eng.
[84] J. Boston Soc. Civ. Eng.
[85] Ann. Ponts Chauss.
[86] Z. ÖIAV.
[87] Straßen- u. Tiefbau.

ERGÄNZUNG XIV zu

Grundbaumechanik (S. 886 ff.) [1]

Bearbeitet von Dipl.-Ing. S. Jänke, Berlin, und Dipl. Ing. H. Martin, Berlin

Zu S. 920, nach Zeile 26 von oben:

Einfach verankerte Stahlspundwand ohne untere Einspannung; Erdreich wird nach Rammung vor der Wand abgebaggert; hochliegender Anker gibt nur wenig nach. Biegsamkeit der Wand so groß, daß Verteilung des aktiven Erddruckes nach Abb. 36a (S. 919) angenommen werden kann [118]. Da dort für $m_a = \operatorname{tg} \delta_a = \mu/2$ angegeben ist, gilt für beliebiges m_a: Erddruckspannung

$$\nu' = \nu \lambda'_a/\lambda_a, \quad \text{wobei} \quad \lambda_a = 1/[\sqrt{1+\mu^2} + \mu\sqrt{3/2}]^2, \quad \lambda'_a = 1/[\sqrt{1+\mu^2} + \sqrt{\mu(\mu + m_a)}]^2.$$

Auftrieb wird nach Abb. 80 berücksichtigt: Erddruckspannung $\nu'_0 = \nu'[\gamma_s/\gamma + (1 - \varepsilon_w) \cdot (1 - \gamma_s/\gamma)/\alpha]$. Der aus dem Wasserspiegelunterschied resultierende Wasserdruck wird in der von Terzaghi [120] angegebenen Weise (Abb. 81) angesetzt. Raumgewicht ist auf der Seite des passiven Erddruckes infolge nach oben gerichteten Strömungsdruckes nach Terzaghi [120] auf

$$\gamma'_s = \gamma_s - \gamma_w h_w/3\,t$$

abzumindern.

Abmessungen nach Abb. 82a; einheitlicher Geschiebemergeluntergrund mit Gleitwiderstandsbeiwert $\mu = \operatorname{tg}\varrho = 0{,}60$, Eigenfestigkeit $k = 0{,}4\ \mathrm{t/m^2}$, Raumgewicht $\gamma = 2{,}1\ \mathrm{t/m^3}$ bzw. $\gamma_s = 1{,}15\ \mathrm{t/m^3}$; Sicherheit gegen Ausweichen des Spundwandfußes $\eta_p \approx 1{,}25\,(1 + 0{,}60) = 2{,}0$ (S. 919). Auf passiver Seite wird Reibung zwischen Wand und Erdreich voll angesetzt: $m_p = \operatorname{tg}\delta_p = 0{,}60 \cdot 2/3 = 0{,}40$; auf aktiver Seite $m_a = \operatorname{tg}\delta_a = 0{,}25$ geschätzt (Anhalt: Wirkungslinien von E_p und $E_a \hat{+} W$ müssen sich auf Ankerlinie schneiden).

[1] Schrifttum S. 1475.

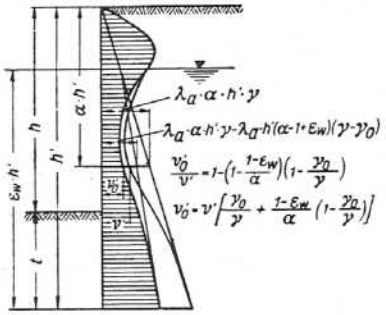


Abb. 80. Erddruckverteilung bei Auftrieb.

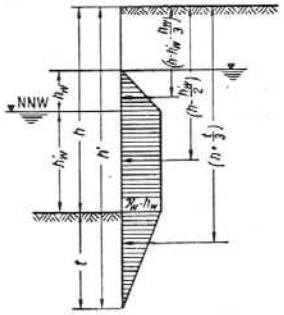


Abb. 81. Wasserüberdruck.

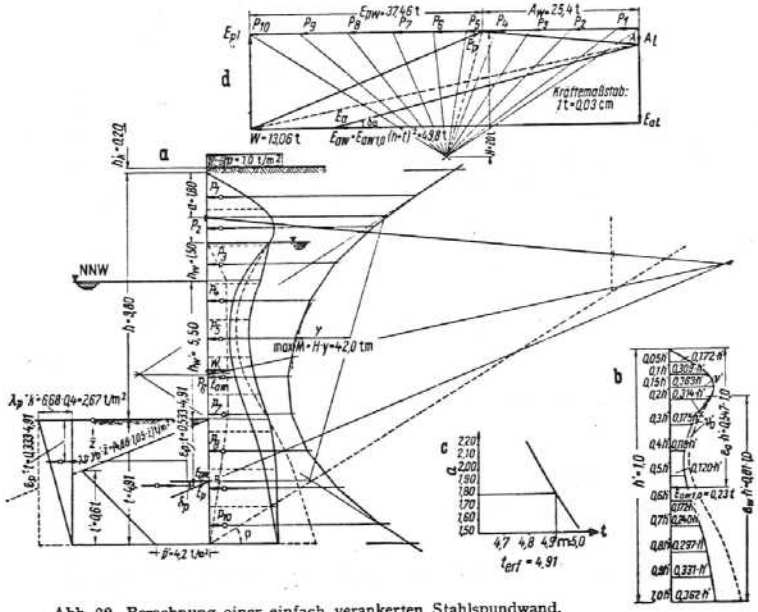


Abb. 82. Berechnung einer einfach verankerten Stahlspundwand.
a Abmessungen und Belastungen, b Erddruckverteilung bei $h' = 1{,}0$ m, c Ermittlung der erforderlichen Rammtiefe, d Kraft- und Seileck.

$h_k' = 0{,}20$ m ergibt sich mit Auflast $p = 1{,}0$ t/m² aus Gl. (17). Nach Abb. 30 findet man mit $m_p/\mu = 0{,}4/0{,}6 = 0{,}667 \rightarrow \lambda_p = 4{,}88$. Die Gl. (69), (69a) und (70) liefern $\lambda_p'' = 6{,}68$; $\varepsilon_p = 0{,}533$ und $\varepsilon_p'' = 0{,}333$ werden nach Gl. (81) ermittelt.

Rammtiefe t wird dann aus folgender Gleichung gefunden:

$$\varepsilon_a (h+t)^3 E_{a\,w\,1,0} + \frac{\gamma_w h_w^2}{2}\left(h - h_w' - \frac{h_w}{3}\right) + \gamma_w h_w h_w'\left(h - \frac{h_w'}{2}\right)$$
$$+ \frac{\gamma_w h_w t}{2}\left(h + \frac{t}{3}\right) - \frac{\lambda_p \gamma_0' t^2}{2\eta_p}(h + \varepsilon_p t) - \frac{\lambda_p'' k t}{\eta_p}(h + \varepsilon_p'' t)$$
$$= a\left[E_{a\,w\,1,0}(h+t)^2 + \frac{\gamma_w h_w^2}{2} + \gamma_w h_w h_w' + \frac{\gamma_w h_w t}{2} - \frac{\lambda_p \gamma_0' t^2}{2\eta_p} - \frac{\lambda_p'' k t}{\eta_p}\right].$$

Es bedeutet $E_{a\,w\,1,0}$ horizontaler Anteil des Erddruckes auf eine Wand von der Höhe $h = 1{,}0$ m und wird nach Abb. 82b ermittelt. Dabei wird zur Bestimmung von ε_w zunächst t auf 5,0 m geschätzt. Man findet

$$\varepsilon_w = (t + h_w' + h_w)/h' = (5{,}0 + 5{,}50 + 1{,}50)/(9{,}80 + 5{,}0) = 0{,}81.$$

$\varepsilon_a = 0{,}547$ bestimmt Lage der Resultierenden der Erddruckfläche und ergibt sich ebenfalls aus Abb. 82b. — Mit t kann nunmehr auch $\gamma_0' = 1{,}15 - 1{,}0 \cdot 1{,}5/3 \cdot 5{,}0 = 1{,}05$ t/m³ angegeben werden ($\gamma_w = 1{,}0$).

Die v'- bzw. v_0'-Spannungen nach Abb. 82b werden mit $v = \gamma h' y$ (y Abszisse aus Abb. 36a, $h' = 1{,}0$ m) und

$$\lambda_a' = 1/\left[\sqrt{1 + 0{,}60^2} + \sqrt{0{,}60\,(0{,}60 + 0{,}25)}\right]^2 = 0{,}283 \quad \text{und}$$
$$\lambda_a = 1/\left[\sqrt{1 + 0{,}60^2} + 0{,}60\sqrt{3/2}\right]^2 = 0{,}277 \quad \text{gefunden.}$$

Durch Einsetzen der angegebenen Größen in obige Gleichung zur Errechnung der Rammtiefe wird für einige angenommene t-Werte a ermittelt. Für $t = 5{,}0$ m, 4,90 m und 4,80 m ergab die Rechnung $a = 1{,}535$ m, 1,843 m und 2,190 m. a wird als Funktion von t nach Abb. 82c aufgetragen und daraus mit vorhandenem $a = 1{,}80$ m $t_{erf} = 4{,}91$ m gefunden. — Waagerechte Komponente des Erddruckes auf Spundwand und seine Verteilung ergibt sich dann aus Abb. 82b, indem $h' = t + h = 4{,}91 + 9{,}80 = 14{,}71$ m gesetzt wird. Wasserdruck nach Abb. 81 wird dem Erddruck überlagert. Druckverteilungsflächen des passiven Erddrucks findet man unter Benutzung der Gl. (82). Schließlich wird maximales Biegungsmoment ($\max M = 42{,}0$ tm) nach Abb. 82a und 82d zeichnerisch bestimmt, wie auch in Abb. 37b (S. 919) dargestellt und auf S. 920 beschrieben.

Sollte $\varepsilon_w = 0{,}81$, das nur mit Hilfe eines zunächst geschätzten $t = 5{,}0$ m angegeben werden konnte, stärker von $\varepsilon_{w\,\text{vorh.}}$ abweichen, müßte die Rechnung wiederholt werden (hier jedoch: $\varepsilon_w \approx \varepsilon_{w\,\text{vorh.}}$ ($= 4{,}91 + 7{,}0)/14{,}71 \approx 0{,}81$). Abweichungen von dem ebenfalls geschätzten $m_a = \text{tg}\,\delta_a$ (hier: geschätzt $= 0{,}25$; vorhanden nach Abb. 82d $= \frac{E_{al}}{E_{aw}} = 0{,}252$) beeinflussen Rechnung nur wenig.

Zu S. 925, Zeile 24 von unten:

a) Beispiel. Angaben über den Gründungskörper: Gründungstiefe $t = 1{,}00$ m unter Gelände, Fundamentlänge $a = 10{,}0$ m, Belastung der Sohle $P \approx 31{,}0$ t/m. Bautechnische Eigenschaften und Schichtung des Untergrundes in Abb. 83. Zulässige Baugrundbelastung nach Gleitflächenlehre [Gl. (91)] und Verdrückungstheorie [Gl. (99)] ermitteln; Ergebnisse gegenüberstellen, ungünstigerer Wert maßgebend.

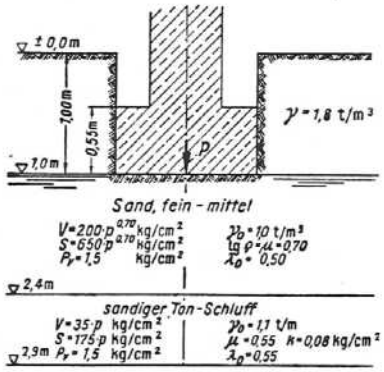


Abb. 83. Fundamentschnitt und Schichtung des Baugrundes.

Mitteilungen des Instituts für Geotechnik der TU Dresden (1992) Heft 1

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau (1992) Nr. 69

Nach S. 925 unten wird mit verminderten Stoffwerten gerechnet. Mit $\eta_\tau = 1{,}20$ und $\eta_p = 2{,}5$ gilt für obere Sandschicht $\mu' = 0{,}58$, $V' = 80\, p^{0{,}90}$ kg/cm².

Berechnung nach Gleitflächenlehre: Nach Gl. (92) und (93) und Abb. 48 (S. 923) wird $\lambda_\gamma = 8{,}5$ und $\lambda_p = 17{,}0$. Somit nach Gl. (91) $\frac{31{,}0}{b} = 8{,}5 \cdot 1{,}0\, b + 17{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}8$; $b \approx 0{,}83$ m;

$$\underline{\nu_{zul} = 3{,}75 \text{ kg/cm}^2.}$$

Berechnung nach Verdrückungstheorie. Zunächst angenommene Gründungsbreite $b = 1{,}20$ m. Pressung des unberührten Erdreichs in Tiefe $z = 0{,}5\, b$ unterhalb Fundamentsohle: $\bar{p} = 1{,}0 \cdot 1{,}8 + 0{,}60 \cdot 1{,}0 = 2{,}40$ t/m²; Ruhedruckbeiwert $\lambda_0 \approx 0{,}50$. Mittlere Pressung

$$\bar{p}_m = \frac{1}{2}(1 + 0{,}50)\; 2{,}40 = 1{,}80 \text{ t/m}^2.$$

Nach Gl. (15) ist $Z' = \frac{(m+1)(m-2)}{m\,(m-1)} V' = 0{,}667 \cdot 80 \cdot 0{,}240^{0{,}90} = 14{,}7$ kg/cm², wobei $m = \frac{1}{\lambda_0} + 1$.

Mit $\lambda = \left(\sqrt{1 + 0{,}58^2} + 0{,}58\right)^2 = 3{,}02$ [s. Gl. (26)] ergibt sich aus Gl. (101)

$$\psi \approx 0{,}22 \cdot 3{,}02 + \left[0{,}667 + (1{,}3 - 0{,}58)\sqrt[3]{0{,}58}\,\right]\left(\frac{14{,}7}{0{,}240}\right)^{0{,}58/(0{,}58 + 0{,}42)}$$

$$= 0{,}665 + 1{,}267\left(\frac{14{,}7}{0{,}240}\right)^{0{,}58} = 0{,}665 + 13{,}76 = 14{,}43,$$

$$\nu_{zul} = 14{,}43 \cdot 0{,}180 = \underline{2{,}60 \text{ kg/cm}^2};$$

$$b_{erf} = \frac{31{,}0}{26{,}0} \approx 1{,}20 \text{ m}.$$

Da nach Gleitflächenlehre berechnete zul. Baugrundbelastung $\nu_{zul} = 3{,}75 > 2{,}60$ kg/cm², ist nach Verdrückungstheorie ermittelter Wert $\nu_{zul} = 2{,}60$ kg/cm² maßgebend.

Nachweis der Sicherheit des Fundamentes gegen Durchbrechen in die zwischengelagerte weichere Schicht. Stoffwerte des sandigen Tonschluffes s. Abb. 83. Infolge größeren Luftgehaltes Porenwasserüberdruck nicht zu erwarten. Nach Abb. 48 (S. 923) und nach Gl. (92) $\lambda_{\gamma 2} = 7{,}0$; nach Gl. (93) $\lambda_{p2} = 16{,}0$ und nach Gl. (94) $\lambda_{k2} = 27{,}0$. Außerdem ergibt sich für

$$1/\sqrt{\lambda_a} = \sqrt{1 + 0{,}70^2} + 0{,}1 \cdot 0{,}70 = 1{,}29; \quad \lambda_a = 0{,}60.$$

Bei Sicherheit $\eta_p = 2{,}0$ ist nach Gl. (104):

$$2{,}0 \cdot 0{,}70 \cdot 0{,}60 \cdot 1{,}0\, \frac{10{,}0 + 1{,}20}{10{,}0 \cdot 1{,}20}\, h^2 + 1{,}0\,(16{,}0 - 2{,}0)\, h$$

$$= [(26{,}0 + 1{,}40) \cdot 1{,}0 - 1{,}0 \cdot 1{,}0] \cdot 2{,}0 - 7{,}0 \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}20 - 27{,}0 \cdot 0{,}8$$

$$0{,}785\, h^2 + 14{,}0\, h - 21{,}95 = 0; \; h = 1{,}45 \text{ m}.$$

Vorhandene Schichtdicke $h = 2{,}40$ m also ausreichend.

Zu S. 930, Zeile 5 von unten:

Abmessungen des Gründungskörpers: $t = 1{,}00$ m; $2b = 1{,}20$ m; $a = 10{,}0$ m. Bautechnische Eigenschaften und Schichtung des Untergrundes nach Abb. 83. Es werden die für die Oberkante des Fundamentes zu erwartenden Setzungen bestimmt (Tafel 3, S. 1474, und Abb. 84).

Erläuterungen zu Tafel 3:

Ermittlung der wirksamen Erdauflast $\bar{p}'$. Zunächst Bestimmung der vor Baugrubenaushub vorhandenen, früheren Erdauflast $\bar{p} = \gamma z - (\gamma - \gamma_0)(z - t)$ [Spalte 2] für verschiedene Tiefen unter Gründungssohle [Spalte 1]. Berücksichtigung des Baugrubenaushubes $\bar{p}_0 = \gamma t = 1{,}8 \cdot 1{,}0 = 1{,}8$ t/m² und seines Tiefeneinflusses längs der Mittelsenkrechten des Fundamentes; wird als negative Sohlbelastung angesehen. Tiefeneinfluß $\vartheta = \nu_z/p_m$ nach Abb. 61 (S. 930), [Spalte 3]. Entlastende Wirkung des Baugrubenaushubs wird abgemindert durch Eigengewicht des Fundamentes $p_F = 0{,}55 \cdot 2{,}20 \approx 1{,}2$ t/m². Es ergibt sich somit

$$\bar{p}_t = \vartheta\,(\bar{p}_0 - p_F)$$

[Spalte 4]. Wirksame Erdauflast beträgt dann $\bar{p}' = \bar{p} - \bar{p}_t$ [Spalte 5].

Bestimmung der zusätzlichen lotrechten Pressungen ν_z in der Mittelachse: Werte ν_z festzulegen nach Gl. (122) bzw. Abb. 61 (S. 930) unter Berücksichtigung des Fundamenteigengewichtes mit $p = p_m = 26{,}0 - 1{,}2 = 24{,}8$ t/m², $b = 0{,}60$ m und z in m. Bei Verwendung der Abb. 61 (S. 930) ist $k = \frac{a}{b} = \frac{10{,}0}{1{,}2} \approx 8{,}3$; hinreichend genau $k \approx \infty$. Ermittelte Tiefenwirkung des Sohldruckes (Spalte 6). (Geologische Vorbelastung $p_v = 1{,}5$ kg/cm² bleibt mit Tiefe z konstant.) An Schichtgrenzen zwischen Sand und Tonschluff Druckverteilungsänderungen nach Abb. 60 (hier ±6%), unterhalb der Sohle nach Abb. 63 und 66 (S. 932 und 934).

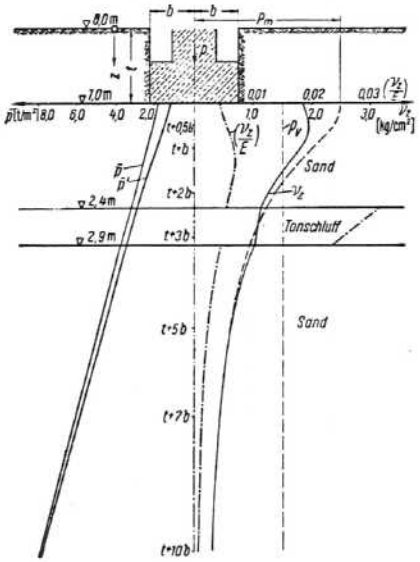


Abb. 84. Setzungsberechnung.

Bestimmung der Verformungen. Im unmittelbaren Bereich unter der Sohle Verformung infolge größerer Horizontalkräfte bei verhinderter Seitendehnung, also $E = V = v\,p^{\omega}$, in Tiefe $z > 3b$ bei unbehinderter Seitendehnung mit $E = Z$ nach Gl. (124). Für Formänderungen in Tiefen $t < z < t + 3b$ gilt allgemein $\frac{1}{E} = \frac{\beta}{V} + \frac{1-\beta}{Z}$ oder $\frac{1}{E} = \frac{\beta}{V} + \frac{1-\beta}{Z}\,\frac{m^2 - 1}{m^2}$ für die räumliche oder ebene Aufgabe, wobei β = seitl. Dehnungsbehinderung (Spalte 7) und $m = \frac{1}{\lambda_0} + 1$.

p genügend genau als geometrisches Mittel aus Anfangspressung $p_1 = \bar{p}'$ und $p_2 = \bar{p}' + \beta\,\nu_z$. Bei großem Unterschied zwischen p_1 und p_2 besser genaue Bestimmung von V aus Gl. (20) oder Gl. (21a).

Für bindigen Boden mit $\omega = 1{,}0$:

$$V = \frac{-(p_2 - p_1)}{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{v}} - 1}.$$

Tafel 3. Werte der Setzungsberechnung

1	2	3	4	5	6	7	8						9
							Formänderungen						
							bei verhind. Seitendehnung		bei unbehind. Seitendehnung				
Tiefe unter Fundamentsohle	Frühere Erdauflast	Tiefeneinfluß	Tiefenwirkung der Entlastung	Wirksame Erdauflast	Tiefenwirkung des Sohldruckes	Seitliche Dehnungsbehinderung	elastisch	plastisch	elastisch	plastisch			Verhältnis
							S	V	A	Z			
m	t/m²	$\theta = v_z/p_m$	$\bar{p}_t = \theta(\bar{p}_a - p_p)$ t/m²	$\bar{p}' = \bar{p} - \bar{p}_t$ t/m²	$v_z = \theta\, p_m$ kg/cm²	β	kg/cm²	kg/cm²	kg/cm²	kg/cm²			v_z/E
0	1,80	1,00	0,60	1,20	2,48	1,000	468	301	—	—			0,00439
0,25 b	1,95	0,965	0,60	1,35	2,47	0,918	462	304	308	203			0,00476
0,50 b	2,10	0,96	0,58	1,52	2,38	0,732	428	303	286	202			0,00550
1 b	2,40	0,81	0,49	1,91	2,01	0,333	340	295	227	197			0,00672
2 b	3,00	0,55	0,33	2,67	1,36	0,050	278	—	185	—			0,00595
1,40	3,20	0,49	0,29	2,91	1,21	0,000	274	—	183	—			0,00544
							51,0		30,8				0,0317
3 b	3,60	0,395	0,24	3,36	0,98	—	58,8	—	35,4	—			0,0251
1,90	3,75	0,38	0,23	3,51	0,94	—	61,5	—	37,1	—			0,0295
							312		208				0,00427
5 b	4,80	0,25	0,15	4,65	0,61	—	380	—	252	—			0,00215
7 b	6,00	0,175	0,11	5,89	0,43	—	448	—	299	—			0,00129
10 b	7,80	0,12	0,07	7,73	0,30	—	542	—	362	—			0,00074

$$\zeta = \int_{z=t}^{z=t+10b} \frac{v_z}{E}\, dz = \sum_{z=t}^{z=t+10b} \frac{v_z}{E}\, \Delta z = 0{,}029\,\text{m} = 2{,}9\,\text{cm}$$

Für Sand:

$$V = \frac{-(p_2 - p_1)}{e^{\left[\frac{p_1^{1-\omega} - p_2^{1-\omega}}{v(1-\omega)}\right]} - 1}.$$

Ist $v_z > p_v$, dann ruft Anteil p_v elastische, Anteil $v_z - p_v$ plastische Verformungen hervor. Für elastischen Bereich ist dann $p_1 = \bar{p}'$ und $p_2 = \bar{p}' + \beta\, p_v$, für plastischen Bereich ist $p_1 = \bar{p}' + p_v$ und $p_2 = (\bar{p}' + p_v) + \beta\,(v_z - p_v)$. Somit wird

$$\frac{v_z}{E} = \beta\left[\frac{p_v}{S} + \frac{v_z - p_v}{V}\right] + (1-\beta)\,\frac{m^2-1}{m^2}\left[\frac{p_v}{A} + \frac{v_z - p_v}{Z}\right]$$

für die ebene Aufgabe. Durch Auftragen der $\frac{v_z}{E}$-Werte (Abb. 84, S. 1473) erhält man die

$$\text{Setzungsfläche } F = \zeta = \int_{z=t}^{z=t+10b} \frac{v_z}{E}\, dz.$$

Setzungen unterhalb der Tiefe $t + 10b$ sind vernachlässigt.

Schrifttum zu den S. 886 bis 944 und S. 1469 bis 1475

(vgl. Schrifttum auf S. 1119)

Normen

DIN 1054 Zulässige Belastung des Baugrundes. Richtlinien, Bbl. Erläuterungen der Richtlinien,

DIN 4015 (Entwurf 2. 1953). Erd- und Grundbau, Fachausdrücke und Formelzeichen,

DIN 4019 Bl. 1 Baugrund, Setzungsberechnungen bei lotrechter, mittiger Belastung, Richtlinien,

DIN 4020 Bautechnische Bodenuntersuchungen, Richtlinien,

DIN 4021 Baugrund und Grundwasser, Erkundung, Bohrungen, Schürfe, Probenahme, Grundsätze,

DIN 4022 Bl. 1 Schichtenverzeichnis und Benennen der Boden- und Gesteinsarten. Baugrunduntersuchungen, Bl. 2 Wasserbohrungen,

DIN 4023 Baugrund- und Wasserbohrungen. Zeichnerische Darstellung der Ergebnisse,

DIN 19700 Bl. 1 Stauanlagen, Richtlinien für den Entwurf, Bau- und Betrieb. Teil I, Talsperren.

Bücher

[101] Briske, Erddruckverlagerung bei Spundwandbauwerken. Berlin 1953, Ernst & Sohn.

[102] Kranz, Über die Verankerung von Spundwänden. Berlin 1953, Ernst & Sohn.

[103] Vorträge der Baugrundtagung 1952 in Essen. Berlin 1952, Ernst & Sohn.

[112] Kollbrunner, Fundation und Konsolidation, Bd. III. Zürich 1952, Schweizer Druck- und Verlagshaus.

Wichtige Aufsätze

[111] Graßhof, Die Sohldruckverteilung unter zentral-symmetrisch belasteten elastischen Kreisplattenfundamenten. Bautechnik 1953, H. 12, S. 352.

[113] Ohde, Gleit- und Kippsicherheit von Stützmauern. Wiss. Zeitschr. der Technischen Hochschule Dresden, 1952/53, H. 4/5, S. 617.

[114] Ohde, Druckverteilung in und unter Erddämmen. Wasserwirtschaft-Wassertechnik 1953, H. 7, S. 248.

[115] Ohde, Die Zugfestigkeit von Mauerwerk und ihre Ausnutzung bei der Gestaltung von Sockelfundamenten. Bauplanung und Bautechnik 1954, H. 5, S. 194.

[116] Ohde, Einfache Berechnung biegefester Schleusensohlen. Bautechnik 1953, H. 5, S. 140.

[117] Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Bd. I und II. Zürich 1953.

[118] Rowe, Anchored Sheet Pile Walls. Proc. Inst. Civ. Eng. Bd. 1, S. 27.

[119] Schmertmann, Estimating the True Consolidation Behavior of Clay from Laboratory Test Results. Proc. Am. Soc. of Civ. Eng. Bd. 79, Nr. 311.

[120] Terzaghi, Anchored Bulkheads. Proc. Am. Soc. of Civ. Eng. Bd. 79, Nr. 262.

VERÖFFENTLICHUNGEN DER FORSCHUNGSANSTALT
FÜR SCHIFFAHRT, GEWÄSSER- UND BODENKUNDE

Herausgegeben vom Direktor

Nr. 1

Die Entwicklung der Forschungsanstalt für Schiffahrt, Gewässer- und Bodenkunde seit dem Jahre 1945, ihre Aufgaben und Arbeiten

1953

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

Grundbau

Von Professor Ing. J. OHDE

In der *Grundbau-Abteilung* der Forschungsanstalt wird die Arbeit der Erdbau-Abteilung der früheren Preußischen Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau in Berlin fortgesetzt, zumal Professor OHDE sowie zwei weitere Mitarbeiter, die Herren Ing. BERG und Mechaniker SINDERMANN, früher bereits in der genannten Erdbau-Abteilung tätig waren und zwar etwa seit 1927. Damals hatte Oberregierungs- und -baurat Professor Dr.-Ing. e. h. H. KREY, ausgehend zunächst von den Erfordernissen des Wasserbaues, gerade die neue Erdbau-Abteilung eingerichtet, weil sich seitens der Baupraxis immer dringender das Bedürfnis nach einer Erforschung des Baugrundes und Untersuchung der Gründungsbauwerke bemerkbar machte.

Überhaupt war in jenen Jahren nach dem ersten Weltkriege der erste Aufschwung der jungen Baugrund-Wissenschaft in Deutschland zu verzeichnen: nahezu gleichzeitig begannen FRANZIUS in Hannover, KÖGLER in Freiberg und KREY in Berlin ihre Institutsarbeiten auf dem Gebiete des Erd- und Grundbaues, und das Herauskommen der beiden grundlegenden Werke von TERZAGHI: „Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage" (Leipzig und Wien 1925) und KREY: „Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes" (Berlin 1926) bedeuteten Marksteine in der Entwicklung der *Erdmechanik*. Auch im Ausland war man mit gutem Beispiel vorangegangen, z. B. in Schweden und in Nordamerika.

In der Folgezeit kamen die neuen Institute zunächst nur langsam voran, was u. a. darauf zurückzuführen war, daß man die Eigenschaften der Erdstoffe erst nach jeder Richtung hin kennen lernen mußte. Hierzu benötigte man vor allem auch brauchbare *Prüfgeräte*. Es ist wieder das Verdienst von TERZAGHI und KREY, für die Untersuchung der beiden wichtigsten Erdeigenschaften: Zusammendrückbarkeit und Gleitwiderstand, die ersten grundlegenden Prüfgeräte zur Verfügung gestellt zu haben: das Zusammendrückungsgerät von TERZAGHI zur Ermittlung der Setzungen und Schwellungen bei verhinderter Seitendehnung infolge Pressungsänderungen und das Reibungsgerät von KREY zur Ermittlung der inneren Reibung und Festigkeit. Diese Geräte wurden zwar später wesentlich verbessert und andersartig aufgebaut, die grundsätzliche Wirkungsweise ist jedoch bis heute dieselbe geblieben.

Nach dem frühen Tode KREYS (1929) führte Regierungs- und -baurat J. EHRENBERG als Abteilungsleiter die Arbeiten der Erdbau-Abteilung weiter und baute das erste Seitendruckgerät, welches zunächst noch einige Mängel aufwies und in jahrelanger Kleinarbeit verbessert wurde. Ein weiterer Mitarbeiter, Dr. TIEDEMANN, widmete sich besonders der Verbesserung des Reibungsgerätes von KREY und baute die ersten Kreisring-Reibungsgeräte für Drehbelastung, nachdem ähnliche Geräte mit vollem Kreisquerschnitt bereits in Amerika und Hannover (STRECK) gebaut worden waren. Von TIEDEMANN stammt auch die wertvolle kleine Schrift: „Bodenuntersuchungen bei Entwurf und Ausführung von Ingenieurbauten", die in den letzten Jahren neu aufgelegt wurde. EHRENBERG entwickelte noch ein zerleg-

bares Stanzgerät zum Herausbringen ungestörter Erdproben aus Bohrlöchern. Doch haben leider weder EHRENBERG noch TIEDEMANN das Jahr 1945 überlebt.

Der Verfasser hat sich in der früheren Versuchsanstalt vor allem mit der Weiterentwicklung und Neuaufstellung erdstatischer Berechnungsverfahren beschäftigt, daneben auch mit der Vervollkommnung der Prüfgeräte und -verfahren. Besonders gefördert hat er die Berechnung von Stützwänden, Fundamenten und Staudämmen. Es ist deshalb wohl als glückliche Fügung zu betrachten, daß er 1946 in Dresden und 1948 in Berlin (hier zusammen mit den schon genannten zwei Mitarbeitern) die Arbeiten der früheren Erdbau-Abteilung wieder aufnehmen und damit die in den vergangenen beiden Jahrzehnten gesammelten Erfahrungen hinüberretten konnte in die jetzige Zeit. Wenn auch beide Institute durch den Luftkrieg total zerstört worden waren und infolgedessen erst einmal mit dem Neubau von Prüfgeräten begonnen werden mußte, so hatte dies aber doch wenigstens den Vorteil, daß beim Entwurf der neuen Geräte die früheren Erfahrungen weitgehend berücksichtigt werden konnten. Sowohl die Zusammendrückungs- als auch die Reibungsgeräte und Belastungsvorrichtungen wurden in wesentlich veränderter Gestalt neu angefertigt, worüber in einem besonderen Aufsatz an anderer Stelle ausführlicher berichtet werden soll. Sodann wurde nach dem Kriege die Theorie des Erd- und Grundbaus weiter ausgebaut, worüber die Neubearbeitung des Abschnittes „Grundbau-Mechanik" im „Hütte"-Taschenbuch, Bd. III, 27. Auflage, eine gute Übersicht gibt.

Die *Aufgaben* der Grundbau-Abteilung sind:

Untersuchung und Begutachtung des Baugrundes, besonders bei wichtigen Vorhaben oder ungünstigen Verhältnissen,

beratende Mitwirkung bei Entwurf und Ausführung schwieriger Gründungen,

Untersuchungen für Erdbauten, z. B. Staudämme, Kanäle und Straßen,

Durchführung erdstatischer Berechnungen über Tragkraft und Setzungen des Untergrundes, über Erddruck, Grundbruch und Rutschungsgefahr usw.,

Baugrundkartierungen für geplante größere Vorhaben, z. B. Industriegebiete und Siedlungen,

Durchführung von Forschungsarbeiten über erdstoffliche Untersuchungen und erdstatische Berechnungen,

Herausgabe von Veröffentlichungen, Abhaltung von Kursen und Vorträgen.

Die zur Lösung dieser Aufgaben eingerichtete *Gliederung und Arbeitsweise der Grundbau-Abteilung* ist folgende:

a) Leitung durch Abteilungsleiter, Stellvertreter und wissenschaftliche Mitarbeiter: Beratung der Baupraxis, Annahme der Aufträge, Ausarbeitung der Gutachten und Durchführung von Forschungsarbeiten.

b) Prüfräume für physikalische Untersuchungen zur Ermittlung von Kennzahlen und erdstofflichen Werten (z. B. Zusammendrückbarkeit und Gleitwiderstand) sowie für chemische Analysen zwecks Prüfung der Betonangreifbarkeit.

c) Büroarbeiten: Auftragung und Auswertung der Versuche, Zusammenstellung der Unterlagen für Gutachten, Forschungsarbeiten u. a. m., Abrechnung der Arbeiten.

d) Gerätebau und Werkstatt: Überholung der Geräte, Entnahmestutzen usw., Entwurf, Bau und Aufstellung neuer Geräte und Belastungsvorrichtungen.

Die Arbeiten der Grundbau-Abteilung leiden zur Zeit noch sehr unter unzulänglichen Räumen und Gerätemangel, wie auch die Abbildungen zum Teil schon erkennen lassen.

Der Personalbestand konnte erst im vorigen Jahr zufriedenstellend erhöht werden, und erst in diesem Jahre wurden gewisse Geldmittel zur Verfügung gestellt, um den Gerätebestand zu vergrößern. Bei der dauernd ansteigenden Zahl der baupraktischen Aufträge mußte infolgedessen die Forschung stark zurückgedrängt werden, und in letzter Zeit konnten auch manche baupraktischen Aufträge nicht angenommen werden. Dies wird sich zukünftig erst ändern, sobald der Grundbauabteilung neue Räume zur Verfügung stehen und der Gerätebestand merklich erhöht ist. Es soll aber versucht werden, die bisherigen Forschungsarbeiten bald abzuschließen und weitere Forschung zu betreiben, damit das Hauptanliegen der Abteilung — die wirtschaftliche Gestaltung und Bemessung der Fundierungen — immer besser verwirklicht wird.

Die Mitarbeit der Abteilung bei vielen öffentlichen Bauvorhaben in Wismar, Warnemünde, Berlin, Riesa, Fürstenberg, bei den Harz-Talsperren usw. und die bei den Untersuchungen nachweisbar erzielten Einsparungen von jährlich über 2 Millionen DM beweisen wohl am besten die Notwendigkeit der Abteilung und die Richtigkeit ihrer Arbeitsweise. Gerade die möglichen Einsparungen (nicht zuletzt auch durch Vermeidung von Schadensfällen) sollten die für finanzielle Beihilfen maßgebenden Stellen davon überzeugen, daß Baugrundforschung nicht nur nottut, sondern sich auch unbedingt lohnt! Hinzu kommt noch der Vorteil, der dem Bauwesen unmittelbar zugute kommt, durch die Herausgabe von Veröffentlichungen und die Abhaltung von Vorträgen und Baugrundkursen (letztere wurden kürzlich in Berlin, Rostock und Dresden durchgeführt). Auch die Herausgabe neuer Fachbücher, die der Verfasser sich besonders zur Aufgabe gestellt hat, ist für die Heranbildung des Ingenieur-Nachwuchses zweifellos wichtig.

Über *die bisherigen Arbeiten* des Verfassers und der Abteilung seit 1948 wird in Einzelaufsätzen noch gesondert berichtet werden, soweit dabei bemerkenswerte Untersuchungen durchgeführt oder neue Ergebnisse erhalten wurden und eine Veröffentlichung bisher noch nicht erfolgt ist. Hier soll deshalb nur ein *kurzer Überblick* gegeben werden.

Auf dem Gebiete der *Erddrucklehre* wurde die Erddruckverteilung auf verankerte Spundwände eingehend untersucht und die Ergebnisse in Erddrucktafeln zusammengefaßt (vgl. Baugrundkursus und „Hütte"-Taschenbuch, Bd. III, S. 917). Anwendungsbeispiele für Erddruckberechnungen ergaben sich an Ufer- und Spundwänden im Hafen von *Wismar* und an einer ausgewichenen Ufermauer in *Riesa*. Auch die für die *Ostmole in Warnemünde* durchgeführte Standsicherheitsberechnung (Fangedamm-Prinzip) zählt noch zu den Anwendungen der Erddrucklehre. — Die bereits in Dresden begonnene systematische Untersuchung der *Silodruckaufgaben* wurde abgeschlossen. Es konnte erstmals nachgewiesen werden, daß es neben dem gewöhnlichen Silodruck auf unnachgiebige Wände auch aktiven und passiven Silodruck gibt. Letzterer bestimmt den Druck auf Tunnelgewölbe in geringerer Tiefe, wofür ein Berechnungsverfahren angegeben wurde (vgl. „Hütte" III, S. 922).

Besonders gefördert wurde die Berechnung der *Grenzbelastung von Fundamenten*, um dadurch verläßliche Unterlagen für die zulässige Belastung des Baugrundes zu gewinnen. Es wurde nicht nur die *Gleitflächen-Grenzbelastung* für die meisten vorkommenden Fälle (Einflüsse der Breite und Tiefe der Fundamente und der Festigkeit des Untergrundes, lotrechte und schräge, mittige und ausmittige Belastung, ohne und mit Porenwasserüberdruck) berechnet (vgl. Baugrundkursus und „Hütte" III, S. 923 und 924), sondern auch die Theorie der *Verdrückungs-Grenzbelastung* (vgl. „Bautechnik" 1950, S. 272) weiter entwickelt, indem der für Flachgründungen maßgebende Eigengewichtseinfluß (einschließlich tiefenveränderlicher Zusammendrückungszahl) mit einbezogen wurde. An der Auswertung der dies-

bezüglichen nicht ganz einfachen Formeln wird zur Zeit noch gearbeitet. Das Ziel ist die Gewinnung ausreichend einfacher Gebrauchsformeln für den Verdrückungswiderstand, in denen sowohl der Reibungsbeiwert als auch Zusammendrückbarkeit und Festigkeit des Untergrundes als Parameter erscheinen.

Die *zulässige Belastung* des Baugrundes wird durch Vergleich mit der Grenzbelastung festgestellt unter Beachtung der Streuungen der erdstofflichen Werte und der Belastung und unter Ansatz einer gewissen zusätzlichen Sicherheit. Zuweilen muß auch die Bedingung gleicher Setzung beachtet werden, um Rissebildungen zu vermeiden. Beide Gesichtspunkte mußten bei den umfangreichen Untersuchungen für die Gründung der *Neubauten an der Stalinallee* (frühere Frankfurter Allee) in Berlin herangezogen werden. Dabei wurde die für die Tragkraft maßgebende Lagerungsdichte des überwiegend sandigen Untergrundes in verschiedener Tiefe mit Hilfe von Rammsonden (nach Ing. BERG) in den Bohrlöchern festgestellt. Es wurde angetroffen: oben eine etwa 4 bis 6 m dicke Fein- bis Mittelsandschicht von lockerer bis mitteldichter Lagerung, darunter eine etwa 6 bis 8 m dicke Feinsandschicht von ausgesprochen lockerer Lagerung. Trotzdem konnte für die 1 bis 3 m breiten und 1,2 bis 1,5 m tiefen Fundamente auf Grund sorgfältiger Versuche und Berechnungen eine Fundamentsbelastung von 2,2 bis 3,0 kg/cm² zugelassen werden. Auch bei vielen anderen baupraktischen Begutachtungen zeigte sich, wie wichtig und vorteilhaft die theoretische Klärung der Gründungsprobleme ist, weil man dadurch in die Lage versetzt wird, nicht nur ausreichend sicher, sondern auch sparsam zu bauen.

Neubauten von Hochhäusern, Silos, Schleusen, Hellingen und Docks führten auf die schon früher behandelte Frage der *Sohldruckverteilung* zurück. Bei genügend starrer Sohle muß mit sattelförmiger Sohldruckverteilung gerechnet werden, worauf bei der Gründung von zwei Silos und bei der Gründung des Hochhauses an der Weberwiese in Berlin hingewiesen wurde. Bei den Silos wurde die Steifigkeit der Grundplatte durch die lotrechten Zellenwände erhalten. — Der Untergrund des genannten Hochhauses in Ost-Berlin besteht überwiegend aus lockerem Feinsand, und hinzugezogene Gutachter glaubten deshalb, nicht über 1,2 kg/cm² Belastung hinausgehen zu dürfen. Die Untersuchungen der Forschungsanstalt zeigten dagegen, daß der Untergrund zwar locker, aber doch gleichmäßig aufgebaut war (Nachweis durch Rammsondenversuche) und daß mit höchstens 5 cm Setzung zu rechnen war. Es konnte deshalb mit Rücksicht auf die Plattenbreite von mehr als 20 m ohne weiteres die beim Entwurf vorgesehene Belastung von 1,55 kg/cm² zugelassen werden. (Die für eine Sohlpressung von 1,2 kg/cm² nötige Verbreiterung der Gründungsplatte hätte beträchtliche Mehrkosten erfordert.) — Für die Ermittlung der Pressungsverteilung unter biegefesten *Schleusensohlen* wurde ein neues Berechnungsverfahren abgeleitet, worüber bald in den Fachzeitschriften berichtet werden soll. Dieses Verfahren wurde auf zwei kleinere Schleusenneubauten im südöstlichen Mecklenburg angewandt und führte zur Verringerung der Sohlendicken und damit zu merklichen Einsparungen. Neuerdings wurde das Berechnungsverfahren noch weiter vereinfacht, und es wurden Zahlentafeln zur Erleichterung der baupraktischen Anwendung berechnet.

In der letzten Zeit wurde die *Druckverteilungs-* und *Setzungslehre* gefördert durch die Übernahme der Forschungsarbeit über die *Druckverteilung waagerechter Kräfte* im Baugrund und durch die Berechnung von Tafelwerten für *vereinfachte Setzungsberechnungen.* — Die Frage der *Tragkraft der Pfähle* war schon vor etwa zwei Jahren im Rahmen einer Forschungsarbeit gut vorangebracht worden, doch konnte darüber aus Zeitmangel noch nicht aus-

führlicher berichtet werden (einige Ergebnisse s. „Hütte" III, S. 936 und „Straßen- und Tiefbau" 1951, Heft 9 bis 12).

Ein von jeher gepflegtes Fachgebiet der Grundbauabteilung betrifft die Gestaltung und Standsicherheitsuntersuchung von *Staudämmen* aus Erde oder Steinen. Für einige Staudämme im Süd- und Ostharz wurden erdstoffliche Untersuchungen durchgeführt und entsprechend den örtlichen Verhältnissen eine bestimmte Aufgliederung des Dammquerschnittes vorgeschlagen. Durch diese Untersuchungen und auch mit Hilfe einer Forschungsarbeit konnten *Richtlinien* für die zweckmäßige Durchführung der erdstofflichen Prüfungen und statischen Berechnungen sowie auch für die erforderliche Baukontrolle gefunden werden, worüber bald berichtet werden soll. — Für einen besonders gestalteten *Staudammtyp mit lotrechter, verankerter Abschlußwand* auf der Wasserseite wurden mehrere Modellversuche durchgeführt (vgl. Abb. 6), die einwandfrei die Stabilität dieser Konstruktion erkennen ließen. Es handelt sich hierbei um einen *Vorschlag* von Herrn Baurat Dr. VOGL, der von ihm auch zum Patent angemeldet wurde. — In letzter Zeit wurden für einen in Thüringen geplanten *Steindamm* von über 50 m Höhe zahlreiche Reibungsversuche mit gebrochenem Porphyrsplitt und -sand bei unterschiedlicher Lagerungsdichte durchgeführt, um Anhaltspunkte für die gerade noch zulässige Steilheit der Böschungen zu erhalten. Auch die *Gleitsicherheit* einer über 100 m hohen *Schwergewichtsstaumauer* auf klüftigem, geschichtetem Schiefergestein (Rappbodesperre) wird zur Zeit in Zusammenarbeit mit der HV Wasserwirtschaft untersucht. — Anläßlich des *Kanalbaues* Paretz — Niederneuendorf durch Moorstrecken wurde die *Verdrängung des Torfes durch den aufgespülten Damm* mit Hilfe von Setzungs- und Gleitwiderstandsberechnungen vorausberechnet, nachdem vorher eine Anzahl ungestörter Proben aus dem Torfuntergrund ausgestanzt und untersucht worden war. Die Übereinstimmung dieser Voraussage mit den später durch Bohrungen festgestellten Profilen ist zufriedenstellend.

Diese kurzen Angaben beziehen sich überwiegend nur auf die vom wissenschaftlichen Fortschritt aus bemerkenswerten Arbeiten. Daneben wurde eine große Anzahl weiterer baupraktischer Arbeiten und Begutachtungen durchgeführt, die wissenschaftlich zwar nichts Neues brachten, aber für die Entwurfsbearbeitungen doch oft erst die nötige Klärung der Gründungsverhältnisse herbeiführten. Sämtliche in den Prüfräumen durchgeführte Untersuchungen werden übrigens noch besonders zusammengestellt, um die schon teilweise bekannten Abhängigkeiten der erdstatischen Grundwerte von einfachen Kennzahlen weiter zu verfolgen. Auch ist die Einrichtung eines *Baugrundarchives* geplant, um die Ergebnisse der örtlichen Baugrunduntersuchungen karteimäßig festzuhalten und für spätere Einsichtnahme wieder jedem Interessenten zur Verfügung stellen zu können (ähnlich wie die Sammlung der Bohrergebnisse durch die Geologen). Es wird also auf mehrfache Weise angestrebt, keine Ergebnisse oder Erfahrungen in den Akten verschwinden zu lassen, ohne sie für die Allgemeinheit ausgewertet zu haben.

Im ganzen dürfte zu erkennen sein, daß von der Grundbauabteilung in den letzten Jahren (seit ihrer Neueinrichtung) wertvolle und umfangreiche Arbeit geleistet worden ist, trotz mancher Arbeitsbehinderungen durch unzureichende Räume, Möbel und Geräteanzahl sowie oft auch durch Personalmangel. Doch konnten nicht alle Anforderungen erfüllt werden, so daß eine weitere Ausrüstung und Unterstützung der Grundbauabteilung den maßgebenden Stellen — nicht zuletzt auch in ihrem eigenen Interesse — nicht genug empfohlen werden kann.

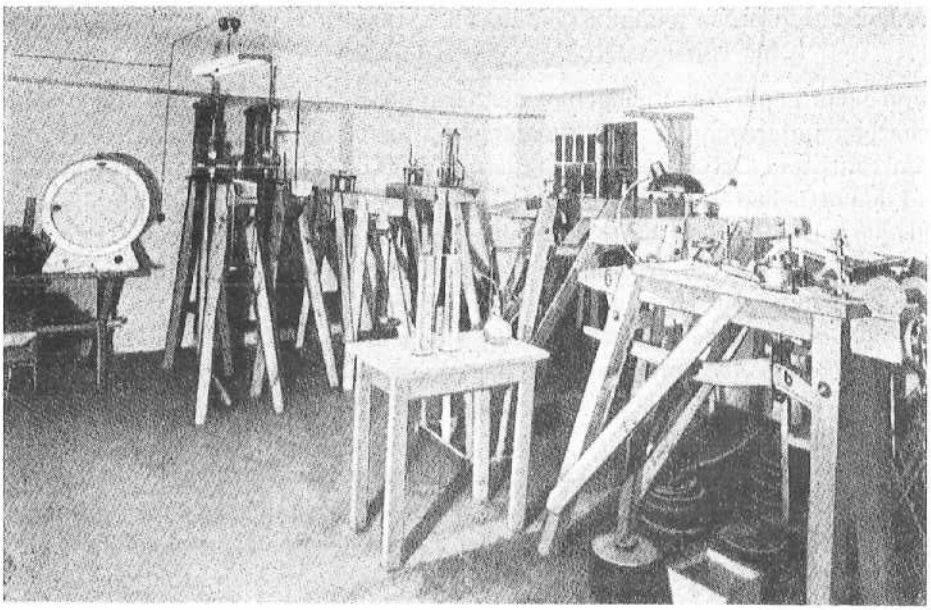


Abbildung 1
Blick in den Hauptraum des Laboratoriums

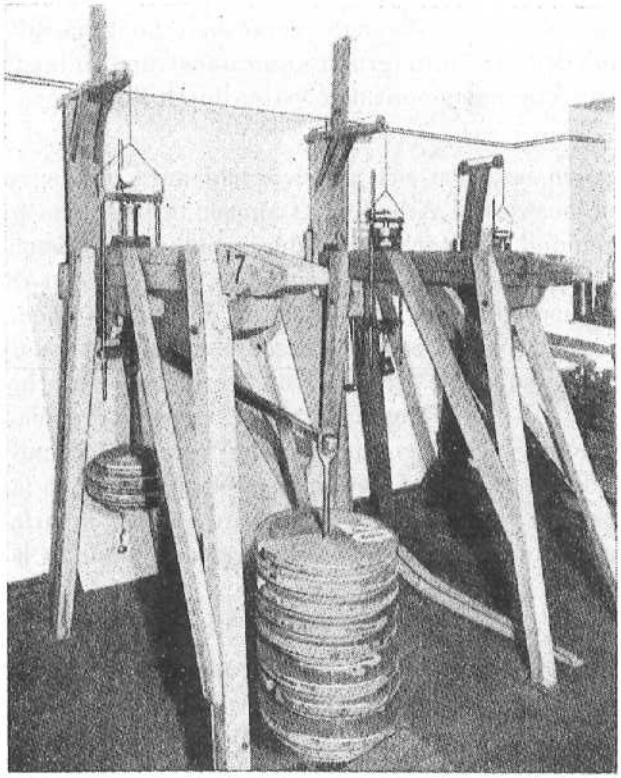


Abbildung 2
Zusammendrückungsgeräte

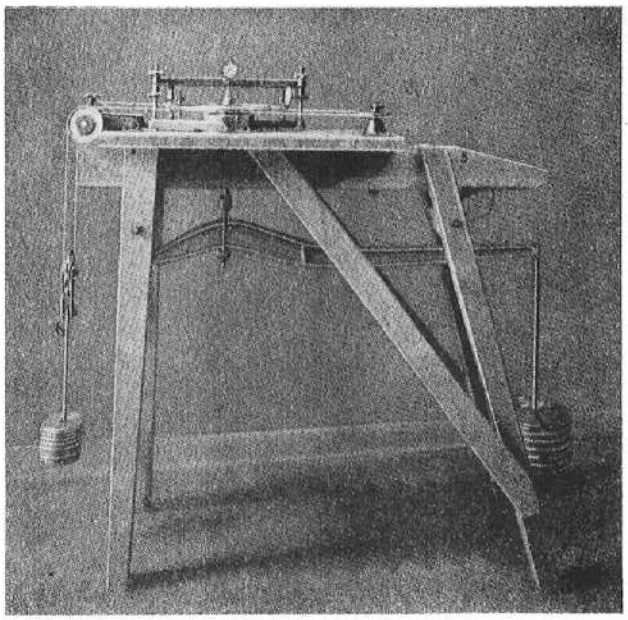


Abbildung 3
Kleines Kreisring-Reibungsgerät für bindige Erde

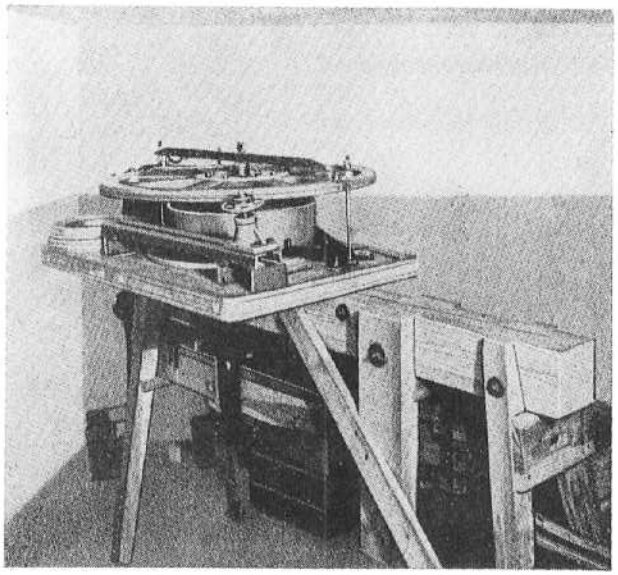


Abbildung 4
Großes Kreisring-Reibungsgerät mit behelfsmäßiger Belastungsvorrichtung (für Sand und Kies)

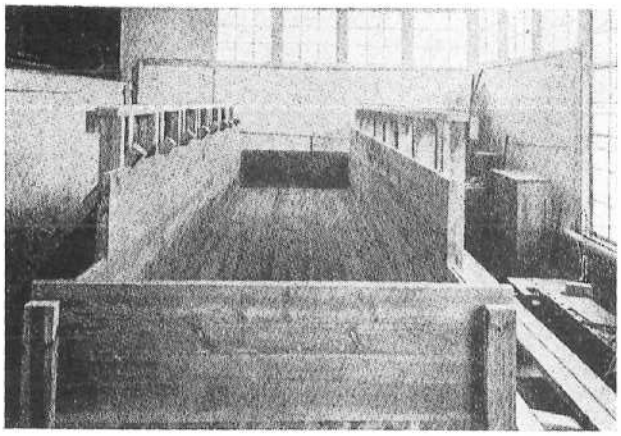


Abbildung 5
Innenansicht des großen hölzernen Versuchskastens

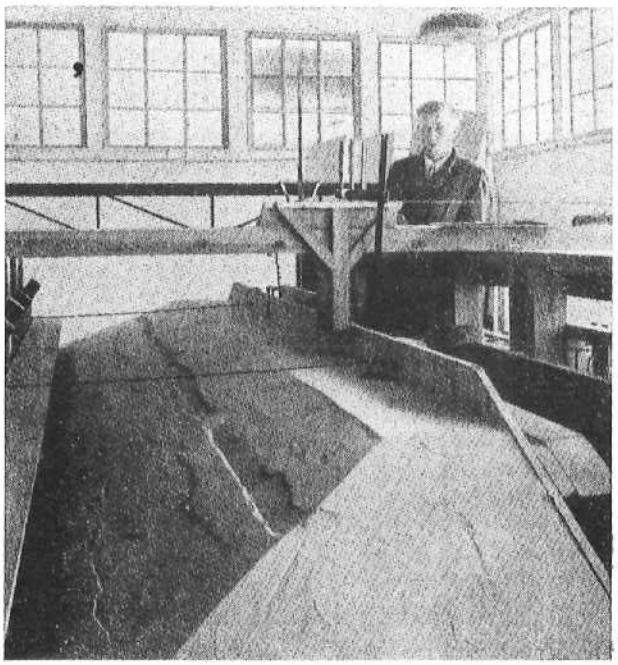


Abbildung 6
Erddruckversuch mit einer mehrfach durch waagerechte Matten verankerten Stützwand im großen Versuchskasten (Länge i. L. 7 m — Breite i. L. 1,90 m)

Bisher erschienene Veröffentlichungen zu OHDE-Kolloquien

1978 (Dresden)	Mitt. der FAS Berlin, H. 42 (1980)
1985 (Dresden)	Beiträge OHDE-Kolloquium, TU Dresden 1985
1989 (Dresden)	Beiträge OHDE-Kolloquium, TU Dresden 1989
1991 (Berlin)	Beiträge Johann-Ohde-Kolloquium, BAW Berlin 1991