



MITTEILUNGEN
HEFT 18

**Modellierung bleibender Ver-
formungen des Asphalts mit
einem hypoplastischen Stoff-
gesetz der Bodenmechanik**

**Permanent deformation
modelling for asphalt based on
a soil mechanical hypoplastic
constitutive law**

von
György Gajári

DRESDEN 2013

Mitteilungen – Institut für Geotechnik, Technische Universität Dresden
ISSN 1434-3053

Herausgeber: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. I. Herle

© Institut für Geotechnik – TU Dresden – 2013

Bei Vervielfältigungen und Übersetzungen wird um Quellenangabe gebeten

Briefanschrift:
Institut für Geotechnik
TU Dresden
01062 Dresden

Besucheradresse:
Neuffer-Bau
George-Bähr-Straße 1a
01062 Dresden

Telefon: 03 51/46 33 42 48
Fax: 03 51/46 33 41 31
E-Mail: geotechnik@mailbox.tu-dresden.de

Vorwort des Herausgebers

Das Asphaltverhalten ist eigentlich eine Domäne von Straßenbauern. Und Herr Gajári hat jahrelang in einem Prüflabor des Straßenbaus tatsächlich gearbeitet. Seine wissenschaftlichen Wurzeln sind jedoch in der Bodenmechanik – er hat seinen Ingenieurabschluss an der Bergakademie Freiberg bei Professor Förster erreicht und noch einige Jahre bei ihm als wissenschaftlicher Mitarbeiter verbracht. Aus der Kombination beider Bereiche ist später das Thema seiner Dissertation entstanden, dem das vorliegende Heft gewidmet ist.

Der Asphalt ist ein Werkstoff, der auf dem ersten Blick nur wenig an ein Lockergestein erinnert. Wenn man jedoch Bitumen als eine sehr zähe Flüssigkeit betrachtet, besteht der Asphalt letztendlich aus einem Korngerüst, dessen Poren mit dieser Flüssigkeit und Luft gefüllt sind. Damit wird die Analogie zum Boden klar.

Die Hypoplastizität als Werkzeug zur mathematischen Beschreibung des mechanischen Bodenverhaltens hat sich seit vielen Jahren bewährt. Insbesondere bei grobkörnigen Granulaten liefert sie erstaunlich gute Prognosen. Es war nicht schwierig Herrn Gajári zu überzeugen, ein hypoplastisches Stoffgesetz als Grundlage für seine Arbeit zu nehmen. Für die Kalibrierung der hypoplastischen Parametern hat er sich neue Verfahren überlegt, neuartige Versuche entworfen und diese auch selbst realisiert. Somit ist ihm erstmalig gelungen, die hypoplastischen Stoffparameter für Asphalt zu kalibrieren. Diese Mühe hat sich gelohnt, da die Ergebnisse seiner Berechnungen von Elementversuchen mit Asphalt viele beobachtete Phänomene korrekt wiedergegeben haben. Es war für mich bewegend, den begeisterten Berichten von Herrn Gajári über seine Fortschritte und Ergebnisse zuzuhören. In seinem Enthusiasmus, der kaum zu beschreiben ist, hat man die Seele eines echten Forschers erblicken können. Durch Interpretation der Ergebnisse konnte er einige wichtige Empfehlungen für die Herstellung der Asphaltmischungen postulieren. Ebenfalls hat er die Bedeutung der Verdichtungstendenz von Mineralkörnern infolge zyklischer Belastung erkannt und in Zusammenhang mit einem Anstieg des Bitumendruckes und somit einer Abnahme der Asphaltsteifigkeit gebracht. Diese Erkenntnisse können nun eine Basis für weitere Forschung bilden.

Als externer Doktorand der Fakultät Bauingenieurwesen der TU Dresden hat Herr Gajári die vorliegende Dissertation nicht nur neben seinen täglichen

Arbeitsaufgaben erstellt, sondern dafür auch sehr viele Reisen zwischen Budapest und Dresden in Kauf genommen. Die Themen des Straßenbaus wurden parallel durch meinen Kollegen, Prof. Wellner, betreut. Für die sehr gute und gleichzeitig kritische Zusammenarbeit möchte ich mich bei ihm bedanken.

Ivo Herle

Vorwort des Verfassers

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2007 bis 2011 während meiner Tätigkeit in der Firma H-TPA des STRABAG Konzerns als Technologe. Zu dieser Arbeit wurde ich durch die alltäglichen Schwierigkeiten beim Entwerfen von Asphaltmischungen inspiriert.

Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Herle bin sehr dankbar, weil er der Initiator dieser Arbeit war. Er beeinflusste die Forschungsrichtung maßgeblich, indem er die Anwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes vorgeschlagen hat. Ich danke für seine immer ehrliche, kritische aber spürbar wohlwollende Haltung. Er hat mich fachlich und menschlich sehr wirkungsvoll leiten können.

Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Wellner danke für die Möglichkeit der Durchführung von Triaxialversuchen an einer Anlage, welche sicherlich zu den modernsten gehört. Ich danke ihm außerdem für seine offene Haltung gegenüber Lösungen, welche im Straßenbau nicht gewohnt sind.

Herrn Dipl.-Ing. Gaál Csaba danke ich für seine Geduld und Konstruktivität beim Entwurf und Bau des Torsionsschergerätes.

Herrn Dr.-Ing. Koczka György danke ich für die Unterstützung bei der Programmierung im Mathcad 14.0 und für die Herstellung der Zeichnungen.

Herrn Dr.-Ing. Friedrich-Franz Fielitz und Frau Geol.-Ing. Ute Erfurt bin ich für die Sprachkorrektur sehr dankbar.

Den Herren Dr.-Ing. Horváth György, Laborleiter an der TU Budapest bedanke ich mich für die Unterstützung bei der Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter und bei der Durchführung von Triaxialversuchen, sowie Herrn Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Tamáskovics Nándor vom Lehrstuhl für Bodenmechanik des Institutes für Geotechnik der TU Bergakademie Freiberg für die Möglichkeit der Durchführung von Triaxialversuchen.

Mein Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. (FH) Roy John für die Durchführung der undrainierten Triaxialversuche im Labor des Lehrstuhls für Bodenmechanik des Instituts für Geotechnik der TU Bergakademie Freiberg, Herrn Silvio Gesellmann für die Durchführung des Rahmenscherversuchs im Labor der Professur für

Bodenmechanik und Grundbau des Instituts für Geotechnik der TU Dresden sowie den Herren Dipl.-Ing. Jan Jähnig und Dipl.-Ing. Alexander Zeissler für die Durchführung der Triaxialversuche im Labor der Professur für Straßenbau des Instituts für Stadtbauwesen und Straßenbau der TU Dresden.

Herrn Dipl.-Ing. Herbert Billmaier, seinerzeit Direktor der TPA, danke ich für seine Unterstützung bei der Finanzierung der Arbeit. Herrn Dipl.-Ing. Werner Lange bei der TPA bin ich für seine korrekte fachliche Berichterstattung dankbar.

Herrn Professor i.R. Dr. rer. nat. habil. Förster, meinem Lehrer in Freiberg, bin ich für die Aneignung der Grundlagen in der Bodenmechanik und für seine menschliche Unterstützung zu großem Dank verpflichtet.

Auch gilt mein Dank meinen Eltern, deren Andenken für mich eine unerschöpfliche Energiequelle war und meiner Familie für ihre geduldige Unterstützung.

Dank auch allen meinen Freunden und ehemaligen Kollegen, die mit ihrer Unterstützung zum erfolgreichen Abschluss beigetragen haben.

Gajári György

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Einleitung	1
1.1 Die Grundidee	1
1.2 Das Ziel der Arbeit	2
1.3 Das Arbeitsprogramm und der Inhalt der Kapitel	3
2 Eine Literaturübersicht über vorhandene Stoffgesetze für den Asphalt	6
2.1 Francken's zyklische triaxiale Kompressionsversuche	7
2.1.1 Die Spannungsbereiche von zwei verschiedenen Typen der Dehnungsakkumulation	7
2.1.2 Die Gleichung der akkumulierten Dehnung	8
2.1.3 Die temperaturabhängige Steifigkeit	9
2.1.4 Der Einfluss der Asphalzzusammensetzung auf die Steifigkeit	10
2.2 Aus der Fachliteratur bekannte Stoffmodelle	11
2.2.1 Der viskoelastische Bereich	11
2.2.2 Der Temperatureinfluss auf den viskoplastischen Bereich	12
2.2.3 Deviatorische und volumetrische plastische Dehnungen	13
2.2.4 Das Dreiphasensystem und das „Small-Strain“-Verhalten	14
2.2.5 Die Natur der Spurbildung anhand vorhandener Modelle	14
3 Das Verhalten granularer Stoffe unter monotoner und zyklischer Belastung	15
3.1 Monotone Beanspruchung	15
3.1.1 Der Begriff des Elementversuches	15
3.1.2 Die Irreversibilität – die Wegabhängigkeit	16
3.1.3 Die Steifigkeit und die Festigkeit	16
3.1.4 Die Barotropie und Pyknotropie	17
3.1.5 Die Volumenänderung während des Schervorganges – der kritische Zustand	20
3.1.6 Die Porendruckentwicklung unter undrainierten Bedingungen	21

3.2	Zyklische Beanspruchung	23
3.2.1	Über die „zyklische Mobilität“ und „Verflüssigung“	23
3.2.2	Zyklische Versuchsergebnisse	24
3.2.3	Das „Small-Strain“-Verhalten	27
3.3	Die Asphaltmodelle aus der Sicht granularer Stoffe	28
4	Ein neues Konzept der Spurbildung	31
5	Experimentelle Erfahrungen mit dem Asphalt – Versuchsergebnisse zur Entwicklung der Grundidee	34
5.1	Die Beziehung zwischen dem Bitumengehalt, der Verdichtbarkeit und der Spurbildung	34
5.1.1	Die Verdichtung mit dem Gyrator	35
5.1.2	Spurbildungsuntersuchungen im Labormaßstab	36
5.2	Triaxiale Kompression bei monotoner Belastung	38
5.2.1	Die Barotropie	39
5.2.2	Die Pyknotropie	40
5.3	Porendruckmessungen im Gyrator	41
5.3.1	Mit Öl gefülltes Korngerüst	42
5.3.2	Mit Bitumen gefülltes Korngerüst	45
5.4	Steifigkeitsmessungen bei verschiedenen Temperaturen	49
6	Das hypoplastische Stoffgesetz aus Karlsruhe	54
6.1	Das hypoplastische Basismodell	54
6.2	Die Erweiterung des Basismodells mit der intergranularer Dehnung	59
6.3	Die Berücksichtigung der Viskosität und der Porendrücke des Bitumens	63
6.3.1	Die Berücksichtigung der Viskosität	63
6.3.1.1	Die Berücksichtigung der Viskosität beim Einfachscheren	65
6.3.1.2	Die Berücksichtigung der Viskosität bei der triaxialen Kompression	66
6.3.2	Die Berücksichtigung des Porendruckes	68
7	Die Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter	70
7.1	Der kritische Reibungswinkel φ_c	72
7.2	Die Granulathärte h_s und der Exponent n	75
7.3	Die charakteristischen Porenzahlen	79

Inhaltsverzeichnis

7.3.1	Die dichteste Lagerung e_{d0}	79
7.3.2	Der kritische Zustand e_{c0}	79
7.3.3	Die lockerste isotrope Lagerung e_{i0}	80
7.4	Der Exponent α	81
7.5	Der Exponent β	83
7.6	Der Einfluss des Bitumengehaltes auf die Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter	85
8	Die experimentelle Arbeit zur Überprüfung des Stoffgesetzes	87
8.1	Steifigkeitsmessungen in der zyklischen Torsionsscherzelle	88
8.1.1	Die Beschreibung der Beanspruchung	88
8.1.2	Die Pyknotropie und die Barotropie	92
8.1.3	Der Einfluss des Bitumengehaltes auf die Steifigkeit	96
8.1.4	Die Messung der Viskosität	103
8.1.5	Das „Small-Strain“-Verhalten	106
8.2	Die zyklische triaxiale Kompression	107
8.2.1	Die Beschreibung der Beanspruchung	107
8.2.2	Die akkumulierte plastische Dehnung	109
8.2.3	Die frequenzabhängige Steifigkeit	120
9	Numerische Elementversuche mit dem hypoplastischen Stoffgesetz	124
9.1	Mathematische Grundlagen der numerischen Simulation	124
9.1.1	Das Einfachscheren	125
9.1.1.1	Das hypoplastische Basismodell beim Einfachscheren, mit Wegsteuerung	125
9.1.1.2	Die Porendrücke	127
9.1.1.3	Die intergranulare Dehnung	129
9.1.1.4	Die Viskosität	131
9.1.2	Die triaxiale Kompression	132
9.1.2.1	Mit der intergranularer Dehnung erweitertes Modell	132
9.1.2.2	Die Viskosität	136
9.2	Der Vergleich der numerischen und experimentellen Ergebnisse	142
9.2.1	Der Einfachscherversuch	142
9.2.1.1	Die Pyknotropie und die Barotropie	143
9.2.1.2	Der Porendruck und das „Small-Strain“-Verhalten	149
9.2.1.3	Die Viskosität	157
9.2.2	Die triaxiale Kompression	160
9.2.2.1	Die akkumulierte plastische Dehnung und der Porendruck	161

9.2.2.2	Die Richtung der Dehnungsakkumulation an der Grenzbedingung	171
9.2.2.3	Die Viskosität und die frequenzabhängige Steifigkeit	175
10	Zusammenfassung – Ausblick	185
	Literaturverzeichnis	193
	Symbolverzeichnis	200
	Anlagenverzeichnis	207
 Anlagen		
1. ANLAGE A	Stoffmodelle für den Asphalt aus der Fachliteratur	
ANLAGE A1	Das Modell von Bonnier	209
ANLAGE A2	Das DBN-Modell (Die Benedetto & Neifar)	221
ANLAGE A3	Das ACRé-Modell (TU Delft)	228
ANLAGE A4	Das SHRP-Modell (USA)	233
ANLAGE A5	Die Anwendung der „Critical-State-Theory“ für die Asphaltverdichtung von Ter Huerne	236
2. ANLAGE B	Die Porendruckmessanlage	240
3. ANLAGE C	Das Torsionsschergerät	
ANLAGE C1	Der Aufbau	242
ANLAGE C2	Die Umrechnung der Messwerte für den Scherversuch	245
ANLAGE C3	Die Fotos der Probekörper	249
4. ANLAGE D	Die Versuche zu den hypoplastischen Stoffparametern	
ANLAGE D1	Rahmenscherversuchsprotokoll	250
ANLAGE D2	Diagramm der Ergebnisse der undrainierten triaxialen Kompression	252
ANLAGE D3	Fotos über die ödometrische Kompression	253
ANLAGE D4	Fotos über Triaxialproben zur Bestimmung des Parameters α	254
5. ANLAGE E	Bestimmung der akkumulierten Dehnung im Triaxialversuch	

Inhaltsverzeichnis

	Fotos der deformierten Triaxialproben	255
6. ANLAGE F	Mathematische Zusammenhänge zu den Elementversuchen	
ANLAGE F1	Einfachscher Versuch; Basismodell	257
ANLAGE F2	Einfachscher Versuch; Erweitertes Modell	258
ANLAGE F3	Triaxialversuch; Erweitertes Modell	259
ANLAGE F4	Ergänzung zum Kapitel 6.2	260
7. ANLAGE G	Mathcad - Ausdrücke für hypoplastische Elementversuche	
	Einfachscher Versuche	
ANLAGE G1	Basismodell für dehnungsgesteuertes Einfachscheren	261
ANLAGE G2	Basismodell für dehnungsgesteuertes Einfachscheren mit Porendruck	265
ANLAGE G3	Erweitertes dehnungsgesteuertes Einfachschermodell mit Porendruck und Viskosität	270
	Triaxialversuche	
ANLAGE G4	Erweitertes Stoffgesetz für kraftgesteuerte triaxiale Kompression mit Porendruck	276
ANLAGE G5	Erweitertes Stoffgesetz für weggesteuerte triaxiale Kompression mit Porendruck und Viskosität	281
ANLAGE G6	Erweitertes Stoffgesetz für kraftgesteuerte triaxiale Kompression mit Porendruck und Viskosität	286

1 Einleitung

Aus der Praxis ist es bekannt, dass mit zunehmendem Bitumengehalt die Neigung einer Asphaltstraße zur Spurrinnenbildung wächst. Nicht nur den Fachleuten erscheint diese Feststellung plausibel, sondern auch all denen, die schon beobachtet haben, dass die Straßenoberfläche im Sommer durch Sonneneinstrahlung so stark erwärmt wird, dass sie dadurch „weich“ wird. Die plastische Konsistenz ist umso ausgeprägter, je mehr Bitumen der Asphalt enthält. Sucht man in der Fachliteratur nach einer ausführlichen, mechanisch hinreichenden Erklärung dieses Phänomens, so wird man feststellen, dass es sie nicht gibt. Es gibt Stoffmodelle zur numerischen Simulierung der Spurbildung, welche das „Weichwerden“ des Bitumens berücksichtigen. Diese erklären aber nicht, welcher Zusammenhang zwischen der Menge des Bitumens im Asphalt und der Neigung zur Spurbildung besteht. Eine der Ziele dieser Arbeit besteht in der Klärung dieser Frage.

1.1 Die Grundidee

Der Walzasphalt ist eine Mischung mineralischer Körner und des Bitumens, welches als Bindemittel dient. Die Poren zwischen den Mineralkörnern sind i. d. R. teilgesättigt mit dem Bitumen. Sie enthalten – in Abhängigkeit des Verdichtungsgrades – auch noch Luft. Das Volumen der Luft beträgt z.B. 4% des Gesamtvolumens der verdichteten Mischung. Bei hohen Temperaturen – etwa größer 35°C – ist das Bitumen ein zähflüssiger Stoff. Unter diesen Umständen besteht eine Analogie zum – mit Wasser teilgesättigtem – kohäsionslosen Boden, dessen Korngerüst unter Umständen bei gleichzeitiger Scher- und Druckbeanspruchung die Neigung zur Verdichtung hat. Bei hinreichend kleinem Luftanteil lässt sich das Porenfluid aber weniger verdichten als das Korngerüst. Dadurch können sich Porenüberdrücke aufbauen. Aus Gleichgewichtsgründen

werden die Spannungen zwischen den Mineralkörnern mit dem Maß kleiner, mit dem die Porenüberdrücke des Fluids zunehmen. Andererseits kann das Porenfluid keine Scherspannungen aufnehmen. Die Folge ist, dass bei einem entsprechend hohen Sättigungsgrad der Porendruck den Scherwiderstand des Asphalts verringert, weil dieser nur durch die wirksamen Spannungen zwischen den Körnern erzeugt werden kann.

Die Grundidee ist also, dass bei hohen Temperaturen der Scherwiderstand des Asphalts durch die hohe Flüssigkeitssättigung mit Bitumen und der entstehenden Porenüberdrücke, genauso verringert werden kann, wie es beim Boden infolge hoher Wassersättigung der Fall ist. Der Abbau des Scherwiderstandes begünstigt die Entstehung der bleibenden Verformungen und somit schließlich die Spurbildung.

1.2 Das Ziel der Arbeit

Wie eingangs bereits erläutert, besteht eines der Ziele dieser Arbeit in der wissenschaftlichen Klärung des Zusammenhangs zwischen dem Bitumengehalt und der Spurbildung. Beim Entwurf der Zusammensetzung einer Asphaltmischung ist der Bitumengehalt von besonderer Bedeutung. Es gibt zwei gängige Methoden zur Planung von Asphalten, welche international anerkannt sind: die so genannte „Marshall Methode“ [MSZ04] und das „Superpave Mix Design“ [Sup]. In beiden Fällen spielt die Feststellung des „optimalen Bitumengehaltes“ eine erstrangige Rolle. Das ursprüngliche Ziel diene also der Verbesserung der Planung von Asphaltmischungen.

Während der Bearbeitung der Aufgabe ist es klar geworden, dass man auf ein Modell nicht verzichten kann. Dieses Modell stammt aus der Bodenmechanik und ist als „Critical State“ bekannt. In der nächsten Phase entstand der Bedarf nach einem modernen Stoffgesetz, welches sogar zur numerischen Simulation der Spurbildung geeignet ist. Dieses war das „hypoplastische Stoffgesetz“ aus Karlsruhe. Warum die Wahl auf dieses Stoffgesetz gefallen ist, wird später begründet. Hier soll nur gesagt werden, dass das „Critical-State“-Konzept in dieses Stoffgesetz eingebaut wurde.

Die Anwendung des genannten Stoffgesetzes zur Simulation der bleibenden Verformungen des Asphaltes ist der Schwerpunkt dieser Arbeit.

Stoffgesetze sind nicht nur dazu da, numerische Prognosen zu liefern. Sie dienen auch zur Klärung von Stoffeigenschaften und Zusammenhängen, zur Planung von Versuchsprogrammen und zur besseren Deutung von Versuchsergebnissen [Kol08]. Die Wirksamkeit der Stoffgesetze wird dadurch möglich, dass sie mathematisch formuliert werden. Der Anwender ist zur Strenge in der Fragestellung gegenüber dem Modell und auch in der Interpretation des Ergebnisses gezwungen.

1.3 Das Arbeitsprogramm und der Inhalt der Kapitel

Um die vorliegende Arbeit entsprechend einordnen zu können, wird im 2. Kapitel ein Überblick auf der Grundlage eines Literaturstudiums gegeben. Er beinhaltet die grundlegenden Ergebnisse der zyklischen Triaxialversuche von Francken [Cag04]. Im Anschluss daran werden die existierenden Stoffmodelle des Asphalts zusammengefasst. Dabei werden die Beziehungen hinsichtlich des Einflusses der hohen Temperatur und die des physikalischen Inhalts auf die Simulation der Spurbildung hervorgehoben.

Im 3. Kapitel wird das mechanische Verhalten der granularen Stoffe während monotoner und zyklischer Beanspruchung charakterisiert. Ebenfalls auf der Grundlage eines Literaturstudiums wird der physikalische Hintergrund für das beschriebene Verhalten dargestellt und dadurch die Anforderungen an Stoffgesetze granularer Stoffe zusammengefasst. Hervorgehoben werden dabei Phänomene der „zyklischen Mobilität“ und der „Verflüssigung“ und das „Small-Strain“-Verhalten [Kol07, Kol08].

Im 4. Kapitel wird das eigene Konzept für die bleibenden Verformungen und somit für die Spurbildung vorgestellt. Dabei wird der wesentliche Unterschied zu den existierenden Stoffgesetzen hervorgehoben. Den Schwerpunkt des Konzepts bildet das spezielle Verhalten teilgesättigter granularer Stoffe unter zyklischem Scheren.

Im 5. Kapitel wird das neue Konzept mit experimentellen Ergebnissen untermauert. Diese sind:

- der korrelative Zusammenhang zwischen den kleinmaßstäblichen Spurbildungstests im Labor und der bindemittelgehaltsabhängigen Verdichtbarkeit (analog der wassergehaltsabhängigen Verdichtbarkeit des Bodens durch den Proctor Versuch),

- triaxiale Kompressionsversuche unter monotoner Belastung bei hoher Temperatur,
- Porendruckmessungen während der Verdichtung mit dem Gyrator,
- vergleichende Steifigkeitsmessungen in einer selbstentwickelten zyklischen Torsionsscherzelle zwischen dem Asphalt hoher Temperatur und dem ölhaltigen, verdichteten Korngerüst.

Mit dem 5. Kapitel ist die Vorbereitung des eigenen Stoffmodells und damit der erste Teil der Arbeit abgeschlossen. Die zweite Hälfte umfasst die Entwicklung des Stoffmodells auf der Basis des hypoplastischen Stoffgesetzes aus Karlsruhe.

Das 6. Kapitel enthält das Notwendigste über das hypoplastische Stoffgesetz für granulare Stoffe [Wol95, Wu92]. Das „Basismodell“ wird mit der so genannten „intergranularer Dehnung“ ergänzt, damit das „Small-Strain“-Verhalten besser beschrieben werden kann [Nie06]. Die Ergänzung ist wegen der „Geschwindigkeit“ der Akkumulation bleibender Verformungen unter zyklischer Belastung erforderlich. Schließlich wird der Einbau der Wirkung des Bindemittels in Form der Viskosität und der Porendrucke in das numerische Programm beschrieben. Das hypoplastische Stoffgesetz bleibt „rate independent“.

Im 7. Kapitel wird die Ermittlung der Stoffparameter des hypoplastischen Basismodells für das Korngerüst eines konkreten Asphalts beschrieben [Her97]. Diese sind:

- der kritische Reibungswinkel,
- die Kompressionsparameter,
- die charakteristischen Porenzahlen,
- die Exponenten des Dichte- und Druckeinflusses auf den Reibungswinkel und auf die Steifigkeit [Her97].

Die Kapitel 8 und 9 bilden den Schwerpunkt dieser Arbeit. Im 8. Kapitel werden die Laborversuche mit dem oben genannten konkreten Asphalt beschrieben, welche mit dem hypoplastischen Stoffgesetz simuliert und deren Ergebnisse dann mit den numerischen Ergebnissen verglichen werden. Diese Versuche sind an der selbstentwickelten zyklischen Torsionsscherzelle und an der Triaxialanlage der Professur für Straßenbau der TU Dresden durchgeführt worden. Sie sind so gestaltet, dass der Vergleich für die nachstehenden Verhaltensmerkmale möglich wurde. Erstrangig gilt dies für den Einfluss der Bitumensättigung – als ursprünglich gestecktes Ziel – auf die Größe der akkumulierten Dehnung (triaxiale Kompression), weiterhin für den Einfluss der Dichte und des Druckes („Pyknotropie“ und „Barotropie“) auf die Steifigkeit [Kol08] (zyklisches

Einfachscheren) und für den Einfluss der Verformungsgeschwindigkeit und der Größe der Dehnungsamplitude auf die Steifigkeit [Nie97] (Einfachscheren und triaxiale Kompression).

Das 9. Kapitel umfasst den Vergleich der numerischen Simulation mit den experimentellen Ergebnissen. Für zwei Typen von „Elementversuchen“ ist der Algorithmus des mit der „intergranularen Dehnung“ erweiterten hypoplastischen Stoffgesetzes erstellt worden: für das zyklische Einfachscheren und für die zyklische triaxiale Kompression. Die Wirkung der Porendrücke und der Viskosität des Bindemittels fand dabei Berücksichtigung. Nach der Durchführung der Programmierung konnte der Effekt der Bitumensättigung (Porendruckwirkung) auf die akkumulierte Dehnung, in Übereinstimmung mit der zyklischen triaxialen Kompression, zufrieden stellend numerisch wie experimentell nachgewiesen werden. Die Pyknotropie und die Barotropie erwiesen sich für den Asphalt hoher Temperatur ebenfalls als charakteristisch. Es konnte auch der Unterschied zwischen einem kraftgesteuerten und einem dehnungsgesteuerten Versuch bei der Untersuchung des Einflusses der Beanspruchungsfrequenz auf die Steifigkeit (Viskositätseinfluss) simuliert werden.

Im 10. Kapitel werden die Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst. Darin wird festgestellt, dass das neue Konzept für die plastischen Verformungen bei hoher Temperatur als nachgewiesen angesehen werden kann. Die Anwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes ist nicht nur gerechtfertigt, sondern es ist für die Simulation plastischer Verformungen des Asphalts besser geeignet, als die bisher angewendeten Stoffgesetze. Im Ausblick werden die Möglichkeiten der Weiterentwicklung des neuen Konzeptes skizziert wie die numerische Prognose für hochzyklische Belastungen.

2 Eine Literaturübersicht über vorhandene Stoffgesetze für den Asphalt

Eine Literaturübersicht ist aus verschiedenen Gründen erforderlich.

- Die experimentellen Ergebnisse anderer Forscher werden genutzt. Damit können eigene Versuche gespart werden.
- Mit den publizierten Stoffmodellen können wichtige Stoffeigenschaften formuliert werden, wie z. B. der Einfluss der Temperatur auf die Steifigkeit und Festigkeit.
- Die Möglichkeit eines Vergleiches zu früheren Arbeiten, womit die hier angefertigte Arbeit eingeordnet werden kann.

Die in diesem Kapitel verwendeten Symbole sind nicht eigene, sie wurden aus der Literatur übernommen.

Franken's und Verstraeten's zyklische Triaxialversuche aus den siebziger Jahren bilden auch für die späteren Forscher eine Grundlage [Cag04]. Die experimentellen Ergebnisse werden zwar nicht in einem Stoffgesetz, sondern in Korrelationsbeziehungen zusammengefasst, aus denen aber u. a. der Temperatureinfluss eindeutig hervorgeht. Auch der Einfluss der Asphaltzusammensetzung auf die Steifigkeit sollte mit einer Korrelationsbeziehung beschrieben werden. Zur Realisierung des Forschungsprogrammes waren aufwändige Triaxialversuche in einer großen Anzahl erforderlich.

2.1 Francken's zyklische triaxiale Kompressionsversuche

Die Versuche betreffen ausgesprochen den Bereich hoher Temperaturen ($\geq 30^\circ\text{C}$) und die Akkumulation der plastischen Verformungen unter zyklischer Last. Die Versuche sind in einer axialsymmetrischen Triaxialzelle mit konstantem Zelldruck durchgeführt worden. Die axiale Beanspruchung hatte einen statischen und einen zyklischen Anteil. Der zyklische Anteil ist eine zeitabhängige Sinuswelle. Die Versuche sind kraftgesteuert gefahren worden [Cag04].

2.1.1 Die Spannungsbereiche von zwei verschiedenen Typen der Dehnungsakkumulation [Cag04]

Die plastischen Dehnungen eines jeden Lastzyklus werden addiert, so dass eine monoton zunehmende Kurve der Verformung als Funktion der Lastzyklen entsteht, wie beim „echten“ Kriechen. Es konnten zwei Typen der Dehnungsakkumulation festgestellt werden. Sie sind für verschiedene Spannungsbereiche charakteristisch. Die beschleunigte Dehnungsakkumulation endet mit dem „Bruch“ der Probe. Die Grenze zwischen den Spannungsbereichen wird als „threshold“ bezeichnet. Sie ist der Bruchgrenze des Bodens sehr ähnlich. Diese Spannungsgrenzbedingung lautet:

$$\tau \leq \tau_{\max} = K_1 + K_2 \cdot \sigma_{\max} \quad (2.1.1)$$

Wobei:

K_1 :	die Kohäsion
K_2 :	die innere Reibung
$\tau_{\max} = \frac{(\sigma_0 + \sigma_1) - \sigma_3}{2}$:	die maximale Scherspannung,
$\sigma_{\max} = \frac{(\sigma_0 + \sigma_1 + \sigma_3)}{2}$:	den durchschnittlichen Druck,
σ_3 :	die Stützspannung,
σ_0 :	den statischen Anteil der Axialspannung,
σ_1 :	die Amplitude der Axialspannung

bedeuten.

Die Kohäsion und auch die innere Reibung sind bei dieser Formel temperaturabhängig. Spätere Arbeiten bestätigen nur von der Kohäsion, dass sie

temperaturabhängig ist. Wichtig ist die Feststellung, dass die Temperatur die Grenzbedingung beeinflusst.

2.1.2 Die Gleichung der akkumulierten Dehnung [Cag04]

Folgende Gleichung erfasst beide Kriechphasen:

$$\varepsilon_p = A \cdot t^B + C(e^{Dt} - 1) \quad (2.1.2)$$

wobei:

- ε_p : die bleibende Kriechverformung
- $t = N / f$: die summierte Zeit
- N : die Lastzyklenzahl
- f : die Lastzyklenfrequenz
- $A; B; C; D$: Materialparameter

sind.

Wenn $C = 0$ ist, so beschreibt die Gleichung die Akkumulation mit beschränkter Rate, wenn also die Hauptspannungen innerhalb der Grenzbedingung sind. Man fand für den Parameter A :

$$A = 115 \cdot \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{|E^*(T, f)|} \quad (2.1.3)$$

Die akkumulierte plastische Dehnung ist also proportional der Deviatorspannung und umgekehrt proportional der Steifigkeit $|E^*|$:

$$\varepsilon_p = 115 \cdot \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{|E^*(T, f)|} \cdot t^B \quad (2.1.4)$$

Die Feststellung, dass die akkumulierte plastische Dehnung der Deviatorspannung proportional ist, scheint die späteren Forscher maßgeblich beeinflusst zu haben. Man konzentrierte sich später ausschließlich auf die Größe der Deviatorspannung als Ursache der bleibenden Verformungen. Aus dem Nachfolgenden wird diese Feststellung hervorgehen.

Die Steifigkeit $|E^*|$ ist der Absolutwert des Komplexmoduls:

$$|E^*| \equiv |E^*(T, f)|. \quad (2.1.5)$$

Neben der Grenzbedingung beeinflusst die Temperatur auch die Steifigkeit. Franken und Verstraeten haben später den so genannten „plastischen Deformationsmodulus“ zur Spurbildungsprognose eingeführt [Cag04]:

$$E_p = f(v) \cdot |E^*|; \quad f = 2,716 \cdot 10^{-3} + 1,432 \cdot 10^{-3} \cdot v.$$

v bedeutet den Hohlraumgehalt im Asphalt.

2.1.3. Die temperaturabhängige Steifigkeit [Cag04]

Der Temperatureinfluss wird auf das Bitumen zurückgeführt. Die Viskosität des Bindemittels ist stark temperaturabhängig. Man fand, dass für das Bitumen die so genannte Frequenz-Temperatur-Äquivalenz gilt und hat dieses Prinzip auf den Asphalt ausgedehnt. Danach lässt sich die bei einer gegebenen Temperatur und Frequenz f gemessene Steifigkeit bei einer anderen Temperatur mit einer korrigierten Frequenz f_{kor} erreichen:

$$f_{kor} = f \cdot \alpha_T \text{ [BAS07]}. \quad (2.1.6)$$

α_T ist der so genannte „schift“-Faktor. Er lässt sich mit der Arrhenius-Gleichung berechnen:

$$\alpha_T = e^{\frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right)} \text{ [Cag04]}. \quad (2.1.7)$$

Hier sind:

- R : die universelle Gaskonstante,
- ΔH : die Aktivationsenergie (experimentell zu bestimmen)
- T_R : die Referenztemperatur,
- T : die aktuelle Temperatur.

2.1.4 Der Einfluss der Asphaltzusammensetzung auf die Steifigkeit [Cag04]

Es wurden folgende empirische Beziehungen aufgestellt [Cag04]:

$$|E^*| = |E_\infty| \cdot R^* \quad (2.1.8)$$

Wobei:

E^* : der Komplexmodul des Asphalts,

E_∞ : der, bei sehr hoher Frequenz und niedriger Temperatur gemessene „Glasmodul“ des Asphalts,

R^* : der reduzierte Modul des Asphalts

ist.

Der reduzierte Modul ist wiederum Funktion der Bitumensteifigkeit und der Mischungszusammensetzung [Cag04]:

$$\log_{10}|R^*| = \log_{10}|F^*| \cdot \left\{ 1 - 1,35 \cdot \left[1 - e^{(-0,13 \frac{V_A}{V_B})} \right] \cdot (1 + 0,11 \cdot \log_{10}|F^*|) \right\}, \quad (2.1.9)$$

wobei:

F^* : der reduzierte Gleitmodul des Bitumens,

V_A : der Volumenanteil des Korngerüsts in der verdichteten Mischung,

V_B : der Volumenanteil des Bitumens

ist.

Die letzte Beziehung zeigt die Bestrebung der Forscher, die Steifigkeit als Funktion der Zusammensetzung zu bestimmen. Dem Verfasser ist es nicht bekannt, wie gut die Beziehung (2.1.9) sich bei der Prognose der Spurbildung oder bei dem Entwurf von stabilen Asphaltmischungen bewährt hat.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass sich aus den experimentellen Ergebnissen von Franken und Verstraeten ein viskoelastisch-plastisches Modell ableiten lässt. Die plastische Grenzbedingung ist wegen dem festgestellten Reibungsanteil eine kegelförmige Grenzbedingung im Hauptspannungsraum. Der Kohäsionsanteil der Bruchbedingung ist temperaturabhängig, und selbstverständlich auch die Steifigkeit. Die Akkumulation der plastischen Dehnungen wird folglich durch die Deviatorspannungen ausgelöst, welche die Bruchbedingung annähern. Die Temperaturerhöhung verstärkt den Effekt, indem sie einerseits durch

Verminderung der Kohäsion den Bereich der Grenzbedingung einengt, und andererseits die Steifigkeit verringert. Die Dehnungsakkumulation mit abklingender Rate spricht für den nicht linearen Bereich der Plastifizierung mit Verfestigung. Die Gleichung der Dehnungsakkumulation enthält trotzdem denselben Steifemodul wie für den elastischen Bereich, der aber als „Materialkonstante“ höchstens für sehr kleine Dehnungen Gültigkeit hat. In späteren Entwicklungsphasen wurde zur Korrektur der plastische Deformationsmodulus eingeführt.

Alle Stoffmodelle, welche nachfolgend zusammengefasst werden, folgen in groben Zügen dieser Vorstellung. Verbessert wird die mathematische Formulierung dadurch, dass sie die Hilfsmittel der Plastizität mit notwendigen Ergänzungen zur Erfassung viskoser Eigenschaften benutzen.

2.2 Aus der Fachliteratur bekannte Stoffmodelle

Die Beschreibung der Stoffmodelle ist in der Anlage **A1-A5** zu finden. Sie sind nur bis zu der Tiefe dargestellt, dass daraus der physikalisch-mechanische Inhalt eindeutig hervorgeht. Wegen dem Vorrang der physikalischen Modellvorstellung wird hier der Begriff „Stoffmodell“ statt „Stoffgesetz“ verwendet. Die Tabelle 2.2.1 enthält fünf Modelle. Als Ergänzung zu der Tabelle werden die Stoffmodelle wie folgt charakterisiert.

2.2.1 Der viskoelastische Bereich

Mit Ausnahme des bodenmechanischen Cam-Clay-Modells [Hue04] zur Asphaltverdichtung haben alle Modelle auch viskosen Charakter [Ben07, Bon93, Med, Shr94]. Man kann in jedem Fall über den viskoelastischen Festkörper sprechen. Im Bereich kleiner Dehnungen ($\varepsilon \leq 10^{-4}$) sind die Deformationen elastisch und somit reversibel. Aus der Sicht der anzuwendenden rheologischen Modelle ist diese Feststellung wichtig, sie müssen ein „viskoelastic solid“ darstellen [Ben07]. Das einfache Maxwell-, oder das Burger-Modell entsprechen dieser Forderung nicht. Die angewendeten Modelle sind das allgemeine Kelvin- und das allgemeine Maxwell (SHRP)-Modell [Ben07], [Shr94].

Es gilt das Frequenz-Temperatur-Äquivalenz-Prinzip, dessen physikalischer Hintergrund durch die Rate-Prozess-Theory erklärt wird und mit der Arrhenius-Gleichung formuliert ist [Ben07, Bon93, Hue04, Med, Shr94].

Tabelle 2.2.1: Eigenschaften existierender Stoffgesetze

MERKMALE	BONNIER, VERMEER (DELFT)	DI BENEDETTO (LYON)	„A C R e“ Modell (DELFT)	„S H R P“ (USA)	TER HUERNE (TWENTE, NL)
Bereich „kleiner Dehnungen“	„Viskoelastic solid“	„Viskoelastic solid“	„Viskoelastic solid“	„Viskoelastic solid“	Elastisch
	Allgemeines KELVIN- Modell	Allgemeines KELVIN-Modell	Viskoelastisch	Allgemeines MAXWELL- Modell	Nicht viskos
„Small Strain“ Verhalten?	NEIN	NEIN	NEIN	NEIN	NEIN
Visko- plastisches Verhalten	PERZYNA- Modell	parallelgeschaltete viskose und rateunabhängige Elemente	PERZYNA- Modell	parallelgeschaltetes MAXWELL und rateunabhängiges Element	Nicht viskos
Plastische Grenz- bedingung	DI BENEDETTO (MOHR- COULOMB ähnlich)	DI BENEDETTO (MOHR- COULOMB ähnlich)	DESAI (Cap- Modell, konisch)	MISES	CAM-CLAY (Cap- Modell, konische Variante)
Verfestigung	Isotrop deviatorisch	Isotrop deviatorisch	Isotrop, deviatorisch- volumetrisch	Kombiniert: isotrop- kinematisch	Isotrop, volumetrisch
Fließregel (Normalitäts- bedingung)	Nicht assoziiert	Nicht assoziiert	Assoziiert	Assoziiert	Assoziiert
Mehrphasen- system? (Porendruck)	NEIN	NEIN	NEIN	NEIN	NEIN
Spurbildungs- prognose	JA	JA	JA	JA	Walzverdichtung, beim Einbau

2.2.2 Der Temperatureinfluss auf den viskoplastischen Bereich

Die Verallgemeinerung des Bingham-Modells ist das so genannte Perzyna-Modell [Kol08]. Die viskoplastische Dehnungsrate ist einem (der Viskosität ähnlichen) Parameter (genannt als Kriechzeitkonstante oder Fluiditätsparameter) proportional. Ein Teil der Stoffgesetze (Bonnier, ACRe) [Bon93, Gib06] verwendet direkt das

Perzyna-Modell, beim anderen Teil (Di Benedetto, SHRP) [Ben07, Shr94] ist die Serie der rateunabhängigen plastischen Körper mit viskosen Körpern parallelgeschaltet. Im zweiten Fall verringert die Temperatur die Viskosität dieses Körpers, im ersten (Perzyna-Modell) den der Viskosität ähnlicher Parameter.

Die Temperatur beeinflusst aber außerdem auch noch die Fließbedingung. Außer dem SHRP-Modell ist bei allen anderen Modellen eine auch für den Boden geeignete Fließ- oder Bruchbedingung verwendet worden. Die Temperatur verringert bei diesen den Kohäsionsteil.

2.2.3 Deviatorische und volumetrische plastische Dehnungen

Francken's Versuche haben die Bedeutung der deviatorischen Beanspruchung und Verformung als Spurbildungsursache in den Vordergrund gerückt. Die Art der Dehnungen (deviatorisch oder volumetrisch) ist für die Stoffmodellierung aus dreierlei Hinsicht interessant:

- Reversibilität – Irreversibilität,
- Verfestigung,
- Fließrichtung.

Di Benedetto's und Bonnier's Modelle haben keine Fließflächen mit volumetrischer Verfestigung [Ben07, Bon93], solche Modelle mit „Kappe“ sind das ACR- und das Cam-Clay-Modell [Cag04, Hue04]. Diese haben eine assoziierte Fließregel. Die ersten beiden dagegen eine nicht assoziierte Fließregel. Alle diese Modelle sind isotrop verfestigend [Kol08], d.h. die Fließfläche wird mit zunehmender plastischer Verformung – unabhängig von der Richtung – größer, womit auch der elastische Bereich innerhalb der Fließfläche größer wird. Alle zyklischen Spannungszustände, welche innerhalb der Fließfläche bleiben, können folglich keine bleibenden Deformationen verursachen [Kol08]. Wie es im 3. Kapitel gezeigt wird, kann dadurch das volumetrische Verhalten, verursacht durch zyklische Scherbeanspruchung, nicht richtig simuliert werden.

Mit Ausnahme des Cam-Clay-Modells, welches nur für die Verdichtungsmodellierung eingesetzt wurde, sind alle hier dargelegten Modelle entweder für die numerische Simulation der Spurbildung der Fahrbahn ausgearbeitet worden oder haben auch dafür Verwendung gefunden.

Schließlich zwei Gesichtspunkte, welche die behandelten Modelle nicht berücksichtigen.

2.2.4 Das Dreiphasensystem und das „Small-Strain“-Verhalten

Mindestens seit den Triaxialversuchen Huschek's ist bekannt, dass für die Festigkeit und den Verformungswiderstand des Asphalts wichtig ist, dass der äußere Druck nicht auf den porenfüllenden Mörtel (Bitumen mit den feinsten Mineralkörner) übertragen werden soll [Hus84]. Keines der hier vorgestellten Modelle untersucht den Asphalt als Mehrphasensystem. Porendrucke, welche die effektiven Korn-zu-Korn-Spannungen verringern würden, werden außer Acht gelassen.

Im Bereich der kleinen Dehnungen ($\varepsilon \leq 10^{-4}$) wird der Effekt des so genannten „Small-Strain“-Verhaltens nicht berücksichtigt.

2.2.5 Die Natur der Spurbildung anhand vorhandener Modelle

Die zyklische deviatorische Beanspruchung, verbunden mit hohen Temperaturen, verursacht – nach den experimentellen Ergebnissen Francken's und Verstraeten's – die Spurbildung [Cag04].

Die hier vorgestellten Stoffmodelle für den Asphalt sind diesem Ergebnis entsprechend ausgearbeitet worden.

Die hohe Temperatur bewirkt die starke Reduzierung der Viskosität des Bindemittels einerseits, andererseits aber auch die des Kohäsionsanteils der Fließbedingung. Im Extremfall bleibt nur der temperaturunabhängige Reibungsanteil der Festigkeit. Die Grenzbedingungen sind den üblichen Bedingungen der nichtkohäsiven granularen Geomaterialien – wie Sand – ähnlich oder gleich [Ben07]. Eine Ausnahme bildet das amerikanische SHRP-Modell [Shr94].

Die akkumulierten plastischen Verformungen sind in erster Linie deviatorischer Natur, mit anderen Worten Scherverformungen. Diese werden durch hohe deviatorische Beanspruchung ausgelöst. Nur das ACRE-Modell wertet die Verdichtung des Asphalts als „volumetrische Schädigung“ und sieht sie als maßgebliche Größe der Spurbildung an [Liu09].

3 Das Verhalten granularer Stoffe unter monotoner und zyklischer Belastung

Mit zunehmender Temperatur ähnelt der Asphalt immer mehr dem Lockergestein [Ben07]. Auch die dargestellten Stoffgesetze bestätigen diese Behauptung [Ben07, Bon93, Hue04]. Neben dem Studium der Stoffmodelle für den Asphalt ist es also zweckmäßig, von den wichtigen mechanischen Verhaltensmerkmalen der kohäsionslosen Lockergesteine – hier auch als granulare Stoffe genannt – einen Überblick zu verschaffen.

In diesem Kapitel werden Begriffe und Kenntnisse zusammengefasst, welche für die Anwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes zur numerischen Simulation der zyklischen Beanspruchung des Asphalts für wichtig erachtet werden.

3.1 Monotone Beanspruchung

Das Verhalten der granularen Stoffe ist unter der zyklischen Beanspruchung sehr speziell. Zum Verstehen dieser besonderen Reaktionen sind aber Kenntnisse des Verhaltens unter monotoner Belastung notwendig.

3.1.1 Der Begriff des Elementversuches

Laborversuche, welche sich dadurch auszeichnen, dass sich während der Beanspruchung im gesamten Probenkörper ein homogenes Spannungs- und Dehnungsfeld ausbildet, sind Elementversuche. Der Zustand der Probe lässt sich in jedem Zeitpunkt durch einen einzigen Spannungs- und Dehnungstensor charakterisieren [Kol08]. Ganz genau kann man die Homogenität wegen bestimmten Randstörungen nicht garantieren. Der Idealzustand sollte aber möglichst gut angenähert werden. Zu vermeiden sind inhomogene Verformungen z. B. entlang von Gleitflächen [Kol08].

Solch ein Elementversuch ist die triaxiale Kompression in einer axialsymmetrischen Triaxialzelle. Die „Güte“ des hypoplastischen Stoffgesetzes wird unter anderem mit Hilfe solcher Elementversuche überprüft, indem man die Ergebnisse von Berechnung und Experiment vergleicht (Abschnitt 9.2.).

3.1.2 Die Irreversibilität – die Wegabhängigkeit

Zitat: „Bei ein und derselben Spannung ist die inkrementelle Steifigkeit $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ größer für „Entlastung“ als für „Belastung“ und hängt daher von der Deformationsrichtung bzw. Deformationsgeschichte ab. Nach einem Spannungszyklus kehrt die Dehnung zu ihrem ursprünglichen Wert nicht zurück, und ein gewisser Dehnungsbetrag bleibt im Boden erhalten“ [Kol08].

Daraus folgt, dass Spannung und Dehnung nicht einander eindeutig zugeordnete Größen sind. Daran hat man sich in der Elastizitätstheorie gewöhnt. Für das granulare Material gibt es keinen Zusammenhang der Form [Kol07]:

$$\sigma = f(\varepsilon).$$

Es heißt aber auch, dass es für solche Stoffe keinen elastischen Bereich gibt [Kol08], abgesehen vom so genannten „Small-Strain“-Bereich, worüber später noch die Rede sein wird [Nie97].

So sind die skalaren Größen wie Dichte und Druck einander nicht eindeutig zugeordnet. Sie beeinflussen die Steifigkeit und die Festigkeit. Sie sind die wichtigsten Größen, welche den Zustand granularer Stoffe charakterisieren [Her97].

3.1.3 Die Steifigkeit und die Festigkeit

Unter Steifigkeit versteht man das Verhältnis der Spannungsänderung und der Dehnungsänderung in einer bestimmten Richtung [Her97, Kol08].

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}. \quad (3.1.1)$$

Die Festigkeit misst man z. B. in der Triaxialzelle. Sie ist die maximal erreichbare Hauptspannungsdifferenz beim konstanten Zelldruck [Her97], [Kol07].

$$q = (\sigma_1 - \sigma_2)_{\max}. \quad (3.1.2)$$

Hier sind:

σ_1 : die Axialspannung,

σ_2 : der Zelldruck.

3.1.4 Die Barotropie und Pyknotropie

Den Druckeinfluss auf die Steifigkeit und auf die Festigkeit nennt man Barotropie.

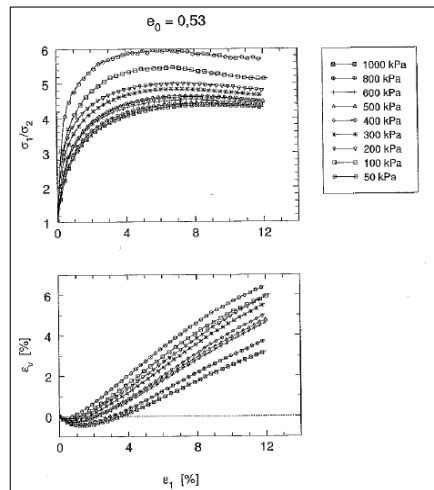


Bild 3.1.1: Triaxialversuche bei verschiedenen Zelldrücken [Kol07]

Um den Einfluss der Dichte auszuschalten, sind Sandproben derselben Einbaudichte $e_0 = 0,53$ bei verschiedenen Seitendrücken $\sigma_2 = 50 \dots 1000$ kPa in triaxialen Kompressionsversuchen untersucht worden. Die Ergebnisse sind als Axialspannung-Axialdehnung und Volumenänderung-Axialdehnungsfunktionen dargestellt (Bild 3.1.1.) [Kol07]:

$$\sigma_1 / \sigma_2 \equiv \sigma_1(\epsilon_1) / \sigma_2, \quad \epsilon_v \equiv \epsilon_v(\epsilon_1).$$

Die Porenzahl ist das Verhältnis von Porenvolumen V_p und Feststoffvolumen V_s :

$$e = V_p / V_s. \quad (3.1.3)$$

Würde die Steifigkeit

$$E = d\sigma_1 / d\epsilon_1$$

und die Festigkeit proportional zum konstantem Seitendruck σ_2 sein, so würden die Spannungs-Dehnungs-Verläufe $\sigma_1(\varepsilon_1)/\sigma_2$ zusammenfallen. In der Tat nimmt die Anfangssteifigkeit E_0 und die Festigkeit $q = (\sigma_1 - \sigma_2)_{\max}$ mit dem Zelldruck σ_c unterlinear zu [Wu92], die normierte Anfangssteifigkeit E_0/σ_c und der Reibungswinkel

$$\varphi_p = \arcsin\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}\right)_{peak} \quad (3.1.4)$$

aber ab (Bild 3.1.2.) [Her97, Wu92].

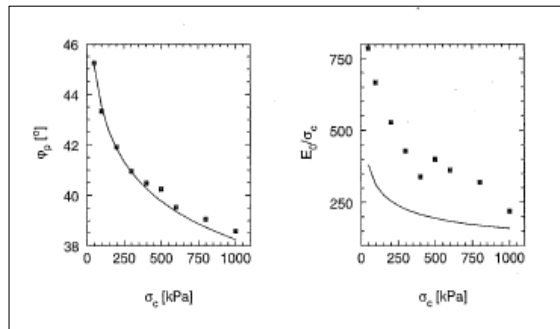


Bild 3.1.2: Reibungswinkel-Stützdruck
Rechts: Normierte Anfangssteifigkeit- Stützdruck [Her97]

Andererseits werden Steifigkeit und Festigkeit auch von der Dichte (Porenzahl e) des granularen Stoffes beeinflusst. Dieses Phänomen heißt Pyknotropie. Um den Einfluss des Seitendruckes auszuschalten, sind Sandproben beim selben Zelldruck:

$$\sigma_2 = 100 \text{ kPa},$$

bei verschiedenen Einbaudichten:

$$e_0 = 0,53 \dots 0,74$$

in triaxialen Kompressionsversuchen untersucht worden. Die Ergebnisse sind als Axialspannung-Axialdehnung und Volumenänderung-Axialdehnungs-Funktionen dargestellt (Bild 3.1.3.) [Kol07, Wu92].

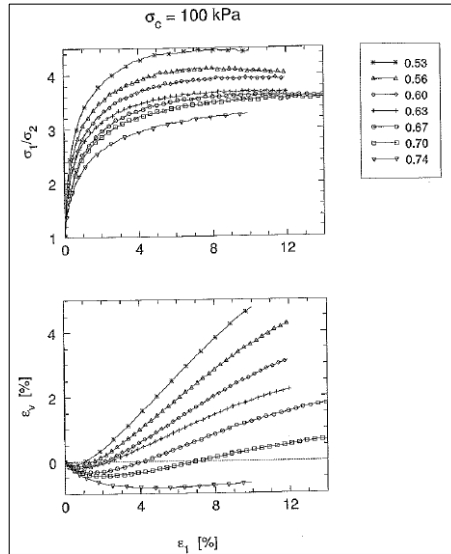


Bild 3.1.3: Triaxialversuche bei verschiedener Anfangsdichte [Kol07]

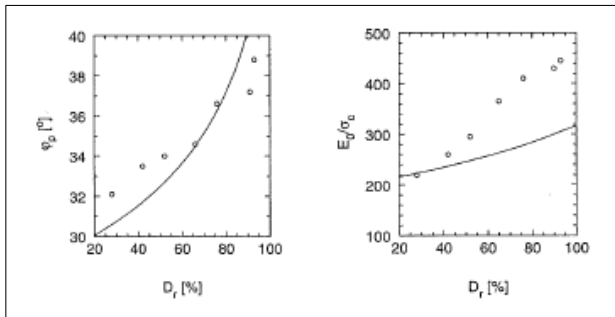


Bild 3.1.4: Abhängigkeit des Reibungswinkels (links) und der normierten Anfangssteifigkeit von der Dichte (rechts) [Her97]

Die Steifigkeit und der Reibungswinkel nehmen mit der relativen Dichte D_r zu, wobei die relative Dichte wie folgt definiert ist [DIN96]:

$$D_r = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}}, \quad (3.1.5)$$

wobei:

e : die Porenzahl,

$e_{\max}$: die maximale Porenzahl nach dem Standardverfahren,

$e_{\min}$: die minimale nach dem Standardverfahren

bedeuten.

3.1.5 Die Volumenänderung während des Schervorgangs – der kritische Zustand

Zu beobachten ist, dass die „dichten“ Proben (nahe an $e_0 = 0,53$) nach einer anfänglich kleinen Verdichtung sich auflockern und die „lockeren“ Proben (nahe an $e_0 = 0,74$) dagegen dichter werden.

Auf dem Bild 3.1.5. sind die experimentellen Ergebnisse schematisch dargestellt. Der Scherwiderstand einer „lockeren“ Probe nimmt mit zunehmender Stauchung zu, wobei sie sich zunehmend verdichtet. Der Scherwiderstand einer „dichten“ Probe erreicht einen Spitzenwert (peak), dann fällt er ab und tendiert zu demselben Restwert wie die lockere Probe. Nach einer anfänglichen Verdichtung lockert sie sich auf. Auch hier ist die Annäherung zur lockeren Probe zu beobachten. Die Begriffe „locker“ und „dicht“ sind relativ. Sie sind vom Druckniveau abhängig: eine „lockere“ Probe kann durch die Absenkung des Druckniveaus „dicht“ werden. Umgekehrt kann eine „dichte“ Probe durch Erhöhung des Druckniveaus zu „locker“ werden.

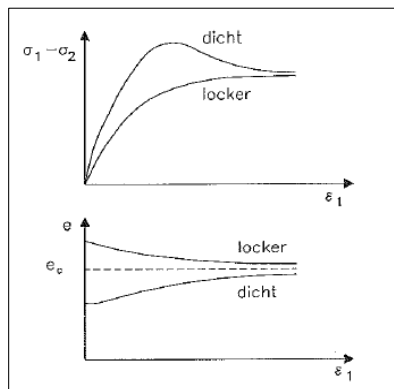


Bild 3.1.5: Dichte und lockere Probe bei triaxialer Stauchung [Kol07]

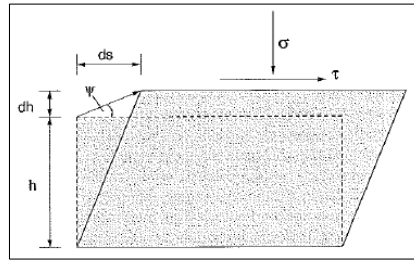


Bild 3.1.6: Dilatantes Verhalten beim Einfachscheren [Kol07]

Die Spitzenfestigkeit einer dichten Probe wird auf die Verzahnung des Korngerüsts zurückgeführt, die Überwindung führt zur Dilatanz. Der im Bild 3.1.6. dargestellte Winkel Ψ ist der Dilatanzwinkel. Seine Druck- und Dichteabhängigkeit ist dem Reibungswinkel ähnlich [Kol07, Wu92].

Nach ausreichender Scherverformung ist die anfängliche Dichte „vergessen“, der aktuelle Zustand wird nur von der aktuellen mittleren Spannung abhängen. Im asymptotisch angenäherten Zustand ändert sich weder der Spannungszustand noch die Dichte. Man bezeichnet diesen Zustand als den „kritischen“ Zustand [Kol08].

Der „kritische Reibungswinkel“ φ_c steht mit der „Steigung“ $M = \frac{q}{p}$ (oben rechts im Bild 3.1.7.) der „CSL“ (Critical-State-Line) in folgendem Zusammenhang [Kol08]:

$$M = \frac{6 \sin \varphi_c}{3 - \sin \varphi_c}. \quad (3.1.6)$$

Der kritische Reibungswinkel ist eine Stoffkonstante und ist nicht druck- oder dichteabhängig.

3.1.6 Die Porendruckentwicklung unter undrainierten Bedingungen

Betrachte man einen Triaxialversuch. Die Poren der Probe seien mit einer inkompressiblen Flüssigkeit gesättigt. Die Kanäle der Drainage seien geschlossen. Unter diesen Umständen (undrainierter Kompression) wird der konventionelle Versuch beim konstanten Volumen durchgeführt. Im Bild 3.1.8 ist der mittlere Druck p und die Hauptspannungsdifferenz q aufgetragen [Kol08].

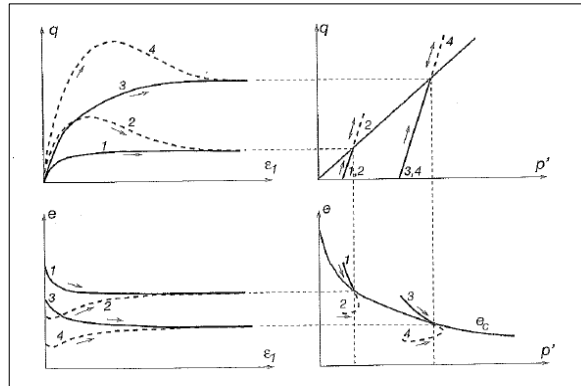


Bild 3.1.7: Kritischer Zustand [Kol08]

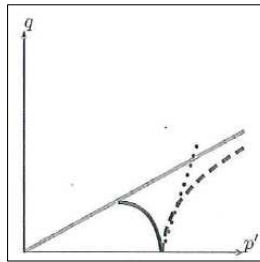


Bild 3.1.8: Spannungspfade bei undrainierten Bedingungen [Kol08]

$$p = (\sigma_1 + 2\sigma_2)/3, \quad (3.1.7)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_2.$$

Man muss zwischen den „totalen“ Spannungen σ_1, σ_2 und den „wirksamen“ Spannungen σ'_1, σ'_2 unterscheiden. Zwischen ihnen gelten die Beziehungen:

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - u, \quad (3.1.8)$$

$$\sigma'_2 = \sigma_2 - u. \quad (3.1.9)$$

Der gemessene Porendruck ist u . Alle Spannungen seien >0 , wenn sie Druckspannungen sind. Die wirksamen Spannungen verursachen die Korn-zu-Korn Spannungen. Der aus den wirksamen Spannungen berechnete mittlere Druck wird sich von denen der totalen unterscheiden, die Hauptspannungsdifferenz nicht:

$$p' = p - u = (\sigma'_1 + 2\sigma'_2)/3, \quad (3.1.10)$$

$$q' = q. \quad (3.1.11)$$

Im Bild 3.1.8 sind drei Spannungspfade dargestellt. Der punktierte Pfad ist der für totale Spannungen. Beim konstanten Zelldruck wird die Axialspannung erhöht, folglich nehmen die Spannungsdifferenz und auch der mittlere Druck zu.

Die durchgezogene Linie ist der wirksame Spannungspfad einer „lockeren“ Probe. Die Porendrucke steigen an, dadurch fällt der mittlere wirksame Druck ab. Die Hauptspannungsdifferenz erreicht sehr schnell die Festigkeitsgrenze. Der Grund für das Anwachsen des Porendruckes ist, dass die lockere Probe sich unter „drainierten“ Verhältnissen verdichten würde, die inkompressible Flüssigkeit übernimmt einen Teil des mittleren Druckes. Die Scherfestigkeit (Hauptspannungsdifferenz) ist also kleiner als unter drainierten Bedingungen.

Der gestrichelte Pfad ist der wirksame einer „dichten“ Probe. Der Vorgang ist jetzt entgegengesetzt. Unter drainierten Verhältnissen würde sich die Probe dilatant verhalten. In der Porenflüssigkeit entstehen Saugspannungen ($u < 0$), welche die wirksamen Korn-zu-Korn-Spannungen erhöhen. Die Festigkeitsgrenze wird viel später erreicht als unter drainierten Bedingungen.

3.2 Zyklische Beanspruchung

Lockere und dichte Proben verhalten sich nach einer anfänglichen Verdichtung unter monoton zunehmender Belastung und drainierten Bedingungen unterschiedlich. Liegen undrainierte Verhältnisse vor, so ist die Porendruckentwicklung dem volumetrischen Verhalten entsprechend ebenfalls unterschiedlich.

3.2.1 Über die „zyklische Mobilität“ und die „Verflüssigung“

Die zyklische Scherbeanspruchung mit hinreichend kleinen Dehnungsamplituden verursacht dagegen in beiden Fällen Verdichtung nach jeder Umkehr der Belastung [Kol07]. Durch zyklisches Scheren unter gleichzeitigem Druck erreicht man die druckabhängige „dichteste“ Lagerung [Her97]. Dieses Prinzip wird auch im Asphaltlabor zur Verdichtung der Asphaltmischung benutzt. Man nennt dieses Gerät in der Bodenmechanik „zyklisches multiaxiales Einfachschergerät“ [Gud04] und im Asphaltstraßenbau „Gyrator“ (Bild 3.2.2).

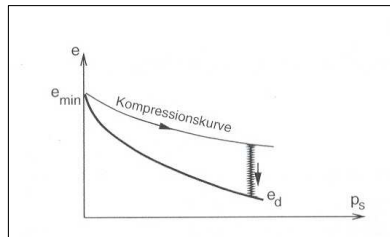


Bild 3.2.1: Die dichteste Lagerung [Her97]

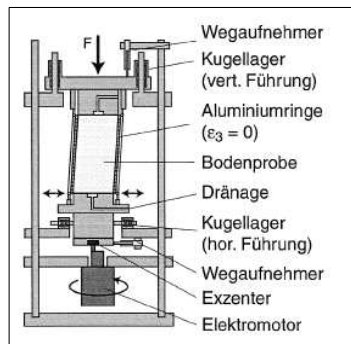


Bild 3.2.2: Zyklisches multiaxiales Einzelschergerät oder „Gyrator“ [Wic04]

Unter undrainierten Bedingungen ist ein Zuwachs des Porendrucks nach jeder Änderung der Belastungsrichtung die Folge von zyklischem Scheren [Kol07]. Wenn die wirksamen Spannungen vollkommen verschwinden (oben im Bild 3.2.3), so spricht man von einer „Verflüssigung“ oder „liquefaction“ [Kol07]. Wenn die wirksamen Spannungen nicht ganz verschwinden, sondern der Fall unten im Bild 3.2.3 eintritt, so spricht man nach Casagrande von der „zyklischen Beweglichkeit“ oder „zyklischen Mobilität“ [Kol07]. Die Erklärung für den Begriff der zyklischen Mobilität ist, dass bei einer konstanten Lastamplitude die Dehnungsamplitude zunimmt, wie es im Bild 3.2.4 dargestellt ist [Pob04].

3.2.2 Zyklische Versuchsergebnisse

Für hochzyklische Belastungen ($N > 10^3$) sind „implizite“ Berechnungen, bei welchen jeder Lastzyklus mit vielen Berechnungssinkrementen berechnet wird, wegen Akkumulation numerischer Fehler nicht mehr geeignet. Es kommen die so genannten „expliziten“ Methoden zur Anwendung, welche aber „explizite“ Stoffgesetze benötigen.

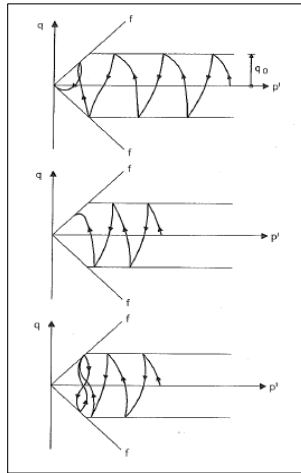


Bild 3.2.3: Wirksame Spannungspfade (p, q) bei zyklischer Belastung, ohne Drainage [Kol07]

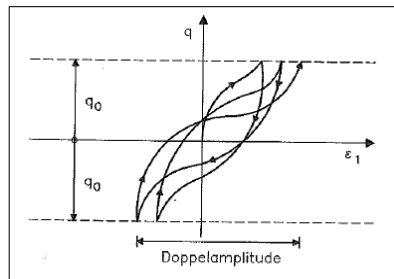


Bild 3.2.4: Zum Begriff der zyklischen Mobilität [Kol07]

Wichtmann stellte solch ein Stoffgesetz vor [Wic04]. Dieses Stoffgesetz behandelt den Akkumulationsvorgang wie den viskoplastischen Kriechprozess. Anstelle der Zeit tritt die Lastzykluszahl. Für die Rate der Dehnungsakkumulation wird folgender Ansatz gemacht [Wic04]:

$$\mathbf{D}^{\text{acc}} = f_{\text{ampl}} f_N f_p f_Y f_e f_\pi \cdot \mathbf{m}.$$

Hier sind:

$\mathbf{D}^{\text{acc}}$: die Akkumulationsrate des Dehnungstensors,
 $\mathbf{m}$: der Tensor der Akkumulationsrichtung,

f_{ampl} : der skalare Einfluss der Dehnungsamplitude,
 f_N : der skalare Einfluss der zyklischen Vorbelastung,
 f_p : der skalare Einfluss des mittleren Druckes,
 f_y : der skalare Einfluss des mittleren Spannungsverhältnisses,
 f_e : der skalare Einfluss der Porenzahl,
 f_π : der skalare Einfluss der Scherrichtungsänderung.

Die Definition des mittleren Spannungsverhältnisses ist:

$$\eta^{av} = q^{av} / p^{av}, \quad (3.2.1)$$

wobei:

$q^{av} = \sigma_1^{av} - \sigma_3^{av}$: die Differenz der statischen Anteile der Hauptspannungen,
 $p^{av} = (\sigma_1^{av} + 2\sigma_3^{av})/3$: die mittlere Spannung der statischen Anteile der Hauptspannungen

ist.

Zu den statischen und zyklischen Anteilen der Hauptspannungen ist das Bild 3.2.5 zu beachten.

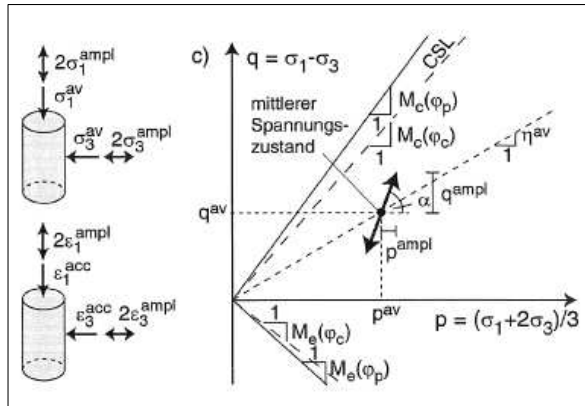


Bild 3.2.5: Zur Definition statischer und zyklischer Hauptspannungsanteile [Wic04]

Auf dem Bild 3.2.6. sind die ermittelten Akkumulationsrichtungen dargestellt.

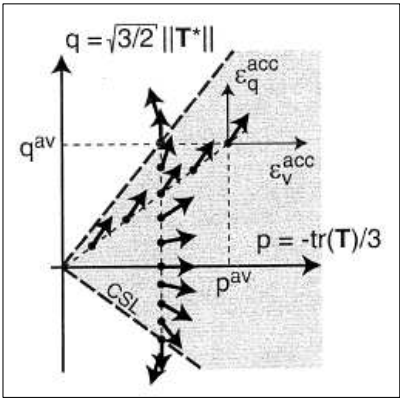


Bild 3.2.6: Die ermittelten Akkumulationsrichtungen [Wic05]

Man hat eine gute Übereinstimmung zwischen der experimentell ermittelten Akkumulationsrichtung und der Fließregel des modifizierten „Cam-Clay“-Modells bzw. der Fließrichtung des hypoplastischen Stoffgesetzes gefunden [Wic04]. Auf der „p“ Achse ist die Dehnungsakkumulation rein volumetrisch, im kritischen Grenzzustand rein deviatorisch, außerhalb davon hat man dilatantes Verhalten beobachtet [Wic05].

3.2.3 Das „Small-Strain“-Verhalten

Man hat erkannt, dass die Steifigkeit der Bodenproben mit der zunehmenden Dehnungsamplitude abnimmt.

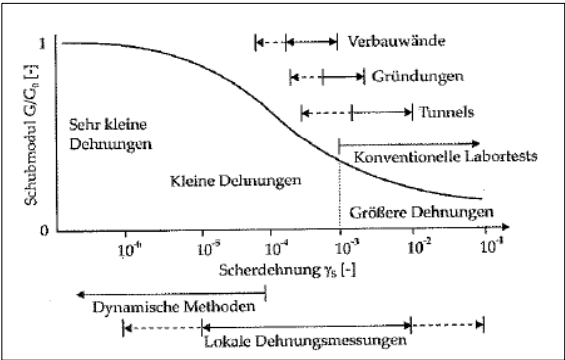


Bild 3.2.7: Die Abnahme des Schubmoduls mit zunehmender Schubdehnung [Mey08]

Im Bereich sehr kleiner Dehnungen ist der Sand enorm steif. Mit zunehmender Dehnung nimmt die Steifigkeit nichtlinear ab, bis sie dann im überwiegend plastischen Bereich ihren Restwert erreicht [Kol08, Mey08]. Der Effekt der enorm hohen Steifigkeit kann nach jedem „scharfen“ Richtungswechsel festgestellt werden [Kol08].

Die Berücksichtigung dieser Eigenschaft ist für zyklische Berechnungen wichtig, weil ohne das „Small-Strain“-Verhalten die Akkumulation der bleibenden Verformung „zu schnell“ ist [Nie97].

3.3 Die Asphaltmodelle aus der Sicht granularer Stoffe

In diesem Abschnitt werden die vorgestellten, existierenden Asphaltmodelle aus der Sicht kommentiert, ob mit ihnen das dargestellte Verhalten der granularen Stoffe simuliert werden kann.

Die zitierte Anwendung [Hue04] des Cam-Clay-Modells durch den Verfasser Ter Huerne wird in diese Wertung nicht einbezogen, da es nicht die Spurbildung betraf. Es sollte doch bemerkt werden, dass die mögliche Porendruckentwicklung bei der Asphaltverdichtung in die Fahrbahn keine Berücksichtigung fand.

Die in den vorigen Abschnitten 3.1. und 3.2. vorgestellten Eigenschaften der granularen Stoffe sind nicht viskoser Natur. In diesem Kapitel werden also nur die ratenunabhängigen plastischen Eigenschaften der Asphaltmodelle mit denen der granularen Stoffe verglichen.

Aus der in der Einleitung (Abschnitt 1.1.) skizzierten Grundidee und aus den kurz dargestellten Besonderheiten der granularen Stoffe folgt, dass die Wertung der Stoffmodelle nach folgenden Gesichtspunkten geschieht:

- die Modellierung der Volumenänderung,
- die Modellierung des undrainierten Verhaltens,
- das Spezifikum der zyklischen Beanspruchung mit dem „Small-Strain“-Verhalten.

Bereits in der Zusammenfassung der Modelle (Abschnitt 2.2.) wird festgestellt, dass die Porendruckentwicklung nicht berücksichtigt ist. Die Stoffmodelle beziehen sich auf die wirksamen Spannungen. Zur Simulation der korrekten Porendruckentwicklung ist die richtige Modellierung des volumetrischen

Verhaltens notwendig. Ist dies der Fall, so ist die Ergänzung des Modells durch die Porendrücke möglich.

Mit Ausnahme des amerikanischen SHRP-Modells [Shr94] sind sie alle isotrop verfestigende Modelle. Der elastische Bereich wird mit zunehmender plastischer Verformung größer. Alle zyklischen Dehnungen innerhalb des sich vergrößernden elastischen Bereiches modellieren ein falsches volumetrisches Verhalten im Gegensatz zum granularen Material, welches sich nach jedem Richtungswechsel ein bleibendes, kontrahantes Verhalten zeigt, ganz besonders, wenn der statische Teil des Spannungszustandes nahe dem isotropen Druck ist. Diese Wertung folgt aus den Ergebnissen für hochzyklische Versuche [Gud05].

Im elastischen Bereich bleibt natürlich auch die Steifigkeit konstant, die Richtungs-, die Druck- und Dichteabhängigkeit (Barotropie und Pyknotropie) kommt nicht zur Geltung.

Das „Small-Strain“-Verhalten, welches nach jedem Richtungswechsel auftritt, wird von keinem der Modelle erfasst.

Die numerische Simulation der Entstehung der „zyklischen Mobilität“ ist nicht möglich, weil das volumetrische Verhalten während der zyklischen Scherbelastung nicht richtig simuliert wird.

Die Modelle Bonnier's [Bon93] und Di Benedetto's [Ben07] ermöglichen eine volumetrische Verfestigung gar nicht, sondern nur eine deviatorische. Stoffe mit unterschiedlicher Anfangsdichte müssten mit unterschiedlichen Stoffparametern (Steifigkeit, Reibungswinkel, Dilatanzwinkel) modelliert werden. Nach ausreichender Anzahl von Belastungszyklen müssten sie wegen der Pyknotropie geändert werden, weil wegen der Dichteänderung ein anderer Stoff „entstanden“ ist. Die Verfolgung des Vorganges ist aber wegen fehlender volumetrischer Verfestigung nicht möglich.

Das ACRE-Modell [Liu09, Med] lässt eine volumetrische Verfestigung zu. Die Fließrichtung müsste durch die Ergebnisse der zyklischen Versuche überprüft werden können. Das Volumenverhalten bestimmender Parameter müsste weiterhin mit dem „Critical State Theory“ im Einklang stehen. Inwieweit dieser Einklang besteht, ist dem Verfasser nicht bekannt. Wenn aber dieser Einklang besteht, so müsste das Desai-Modell mit einem „Critical- State“-Modell ersetzbar sein. In diesem Fall bleibt aber auch das Problem der falschen Berechnung der Volumenänderung im elastischen Bereich.

Zusammenfassend muss man feststellen, dass eine realistische Simulation des volumetrischen Verhaltens des zyklischen Scherens durch die vorgestellten Asphaltmodelle nicht möglich ist. Die Erweiterung dieser Modelle mit den Porendrücken ist dadurch nicht sinnvoll.

4 Ein neues Konzept der Spurbildung

Die triaxialen Kompressionsversuche Francken's und Verstraeten's sind mit dem Ziel durchgeführt worden, das Wesen der Spurbildung als die Akkumulation plastischer Dehnungen zu erfassen und die grundsätzlichen Zusammenhänge aufzudecken [Cag04].

Sie haben festgestellt, dass die Deviatorspannung ein Mindestmaß (threshold) überschreiten muss, damit die Akkumulationsphase mit zunehmender Rate der Deformationen eintritt. Das Mindestmaß ist die Festigkeitsgrenze des Asphaltes, welches dem Mohr-Coulomb'schen Festigkeitskriterium ähnlich ist [Cag04].

Die Temperatur verringert die Viskosität des Bindemittels, dadurch die Steifigkeit, und verursacht auch die Verringerung der Kohäsion, damit die der Festigkeit (Abschnitt 2.2.5.). Die existierenden Stoffgesetze des Asphalts ähneln denen der granularen Materialien und sind bei hohen Temperaturen mit denen im Wesentlichen gleich [Ben07, Bon93]. Abgesehen von dem amerikanischen SHRP-Modell sind die visko-elastoplastischen Stoffgesetze isotrop verfestigend mit einem elastischen Bereich der Beanspruchung (Abschnitt 2.2.3.) [Ben07, Bon93, Liu09].

Aufgrund des Literaturstudiums über das Verhalten der granularen Stoffe unter zyklischer Beanspruchung [Kol07] musste festgestellt werden, dass eine realistische Simulation des volumetrischen Verhaltens während des zyklischen Scherens durch die vorgestellten existierenden Stoffgesetze nicht möglich ist. Die Erweiterung dieser Modelle mit den Porendrücken des Porenfluids ist deswegen nicht sinnvoll (Abschnitt 3.3).

Die in der Einleitung vorgestellte Grundidee ist, dass bei ausreichend hoher Sättigung durch das Bitumen die möglichen Porenüberdrücke den Widerstand gegen Scherverformung infolge dessen gegen die bleibende Verformung –

Spurbildung – verringern können. Durch die Wirkung der Porenüberdrücke ist die Grundidee mit dem Phänomen der zyklischen Mobilität verknüpft [Kol07]. Dieses spezielle Verhalten stellt im Fall des Asphalts ein neues Phänomen dar. Als mögliche Ursache der Spurbildung ist dies bisher noch nicht untersucht worden. Das Ziel dieser Arbeit ist es zu überprüfen, ob die zyklische Mobilität beim Straßenbauasphalt der Realität entspricht.

Im Gegensatz zu den bisher existierenden Stoffmodellen begünstigt der hydrostatische Druckanteil des Spannungszustandes das Eintreten dieser besonderen Erscheinung [Wic05]. Deswegen kann der statische Teil des Spannungszustandes sehr weit von der Grenzbedingung (threshold) entfernt sein.

Für die neue Erscheinung musste ein geeignetes Stoffgesetz gesucht werden. Hierzu ist das „Karlsruher hypoplastische Stoffgesetz“ ausgewählt worden [Wol95, Wu92]. Es ist in der Lage, die Neigung zur Verdichtung nach jeder Richtungsänderung der Beanspruchung zu modellieren. Im Gegensatz zu den elastoplastischen Stoffgesetzen des Asphalts gibt es hier keinen elastischen Bereich. Der mathematische Aufbau unterscheidet sich grundlegend von den hier vorgestellten „klassischen“ elastoplastischen Stoffgesetzen. Es besteht aus einer einzigen tensoriellen Gleichung und stellt die Beziehung zwischen den Raten der Dehnung und der wirksamen Spannung her. Das hypoplastische Stoffgesetz ist geschwindigkeitsunabhängig.

Die Basisversion muss mit der „intergranularen Dehnung“ erweitert werden, um das „Small-Strain“-Verhalten zu simulieren [Nie97]. Dieses Stoffgesetz wird im Kapitel 6. vorgestellt.

Mit dem hypoplastischen Stoffgesetz wird das mineralische Korngerüst des Asphalts modelliert. Im Algorithmus muss das hypoplastische Stoffgesetz zwecks der Berücksichtigung der Wirkung des Bitumens wie folgt ergänzt werden.

- Die Porendruckrate muss nach jedem Belastungssinkrement im Porenfluid unter Berücksichtigung der Bitumensättigung der Poren berechnet werden, um die Entwicklung der wirksamen Spannungen zu ermitteln.
- Mit der Berücksichtigung der Deformationsgeschwindigkeit müssen die viskosen Spannungen berechnet werden, welche die Schersteifigkeit erhöhen.

Dabei muss darauf geachtet werden, dass die hypoplastischen Stoffparameter des Korngerüsts nicht unbedingt identisch mit denen des Asphalts sein müssen. Wegen

fehlenden Messgeräten (wie z.B. der heizbare Ödometer) können anderseits nicht alle Parameter mit dem Asphalt bestimmt werden. Aus diesem Grund werden viele Parameter mit dem Korngerüst bestimmt und dann für den Asphalt als repräsentativ angesehen. An der entsprechenden Stelle des Kapitels 7. wird darauf eingegangen.

5 Experimentelle Erfahrungen mit dem Asphalt – Versuchsergebnisse zur Entwicklung der Grundidee

In diesem Kapitel werden Versuchsergebnisse gezeigt, welche das Ziel haben, den physikalischen Inhalt über den Baustoff Asphalt als granulares Material und den der Grundidee zu unterstützen.

5.1 Die Beziehung zwischen dem Bitumengehalt, der Verdichtbarkeit und der Spurbildung

Das Verdichtungsgerät „Gyrator“ arbeitet nach dem Prinzip des zyklischen Einfachscherens (Abschnitt 3.2.2.). Mit dieser Verdichtungsmethode kann man die dichteste Lagerung eines Korngerüsts erreichen [Her97]. Die zur Spurbildung führende Beanspruchung ist dem zyklischen Scheren ähnlich [Shr94]. Nach der Grundidee wird die Ursache der Spurbildung darin gesehen, dass das Bitumen die Verdichtung des Korngerüsts hindert, die entstehenden Porendrücke können dann zur zyklischen Mobilität führen.

Während der Verdichtung der Asphaltproben mit verschiedenen Bitumengehalten ist die Sättigung der Hohlräume dann erreicht, wenn die Mischung nicht weiter verdichtbar ist. Es besteht eine Analogie zum Proctor-Versuch der Bodenmechanik. Den Bitumengehalt, bei welchem das Korngerüst am besten verdichtbar ist, bezeichnet man zweckmäßig als den „optimalen“ Bitumengehalt. Eine weitere Erhöhung des Bitumengehalts führt einerseits zur Erhöhung des Hohlraumgehalts, andererseits zur Porendruckerhöhung oder zur zyklischen

Mobilität beim zyklischen Scheren, d.h. zur erhöhten Spurbildung beim Spurbildungstest im Labor.

Zwischen dem optimalen Bitumengehalt bei der Verdichtung mit dem Gyrator und der Neigung zur Spurbildung im kleinmaßstäblichen Labor-Spurbildungsgerät müsste folglich ein Zusammenhang bestehen. Dieser Zusammenhang kann mit den nachfolgend dargestellten Ergebnissen experimentell bestätigt werden [Gaj09].

5.1.1 Verdichtung mit dem Gyrator

In der Tabelle 5.1.1. sind Dichte, Hohlraumgehalte ($VMA[\%] = 100 \cdot \frac{e}{1+e}$) und die Bitumensättigung der Poren nach 233 Scherzyklen (Umdrehungen) des Gyrators einer verdichteten Asphaltmischung AC-12 bei verschiedenen Bitumengehalten zusammengefasst.

Tabelle 5.1.1: Volumenanteile der Asphaltmischung

Bitumengeh.	DICHTE	HOHLRAUMVOLUMEN	BITUMENGEFÜLLTES	LUFTGEFÜLLTES	SÄTTIGUNG
		VMA	HOHLRAUMVOLUMEN	HOHLRAUMVOLUMEN	
[%]	³ [g/cm]	[%]	[%]	[%]	[%]
3,5	2,423	14,6	8,99	5,61	61,6
3,7	2,455	13,6	8,90	4,70	65,6
3,9	2,456	13,8	9,25	4,55	67,1
4,1	2,483	13,0	10,22	2,78	78,7
4,3	2,493	12,8	10,41	2,39	81,4
4,5	2,491	13,1	10,79	2,31	82,3
4,7	2,493	13,2	11,50	1,70	87,2
4,9	2,482	13,8	11,75	2,05	85,1
5,1	2,483	14,0	11,99	2,01	85,6
5,3	2,482	14,2	12,85	1,35	90,5
5,5	2,477	14,5	13,11	1,39	90,4
5,7	2,472	14,9	13,74	1,16	92,2
5,9	2,470	15,1	14,10	1,00	93,4
6,1	2,457	15,7	14,41	1,29	91,8
6,3	2,460	16,4	14,92	1,48	91

Ausgehend vom Ergebnis nach 233 Scherzyklen lässt sich das Porenvolumen auch für alle kleinere Zyklenzahlen zurückrechnen. Das Verdichtungsgerät registriert die Probenhöhe für jeden Scherzyklus, woraus – mit dem bekannten Probendurchmesser – das Probenvolumen und daraus – mit dem inkompressiblen Stoffvolumen – das Hohlraumvolumen berechenbar ist. Im Bild 5.1.1 ist das Hohlraumvolumen auch für kleinere Scherzyklen enthalten.

Der optimale Bitumengehalt nimmt mit zunehmender Verdichtung geringfügig ab. Nach der Zyklenzahl 68 liegt das Optimum bei 4,9%, wobei das Porenvolumen VMA ~16,5% des Gesamtprobenvolumens ist. Nach 233 Zyklen ist der optimale Bitumengehalt 4,5%, das Porenvolumen VMA ~13,1%. Der optimale Bitumengehalt ist im Prozent der Gesamtmasse (m%) ausgedrückt. Wenn das Bitumenvolumen beim optimalen Wert 10,79% des Probenvolumens liegt, so bleibt 2,31% des Gesamtvolumens mit Luft gefüllt (siehe Tabelle 5.1.1). Aus dem Diagramm ist zu erkennen, dass das Luftvolumen mit zunehmender Zyklenzahl und zunehmendem Bitumengehalt abnimmt, 1% kann aber nicht aus der Probe gepresst werden.

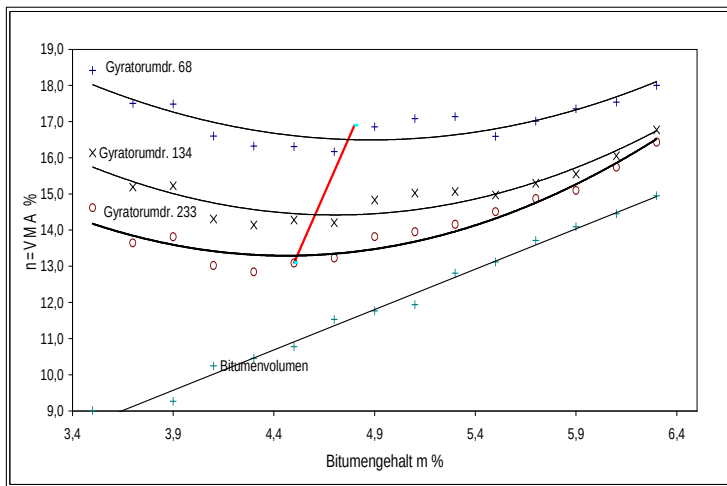


Bild 5.1.1: Die bitumengehaltsabhängige Verdichtbarkeit

Hinweis: Die Volumenmessungen sind unter atmosphärischem Druck durchgeführt worden. Wie im Abschnitt 9.2. gezeigt wird, erreicht die Sättigung der Proben unter Auflast über dem optimalen Bitumengehalt praktisch 100%.

5.1.2 Spurbildungsuntersuchungen im Labormaßstab

Es wurden Proben mit verschiedenem Bitumengehalt und Hohlraumvolumen (VMA) hergestellt. Die Proben sind Asphaltplatten, welche durch das Rad des standardisierten Spurbildungsgerätes bei 60°C Lufttemperatur beansprucht werden. Das hin- und her rollende Rad simuliert die Verkehrsbeanspruchung. Die Bitumengehalte und Hohlraumvolumen (VMA) der Asphaltplatten sind auf dem Diagramm der Verdichtungsergebnisse (Bild 5.1.2) durch die rotgefärbten Kreise dargestellt.

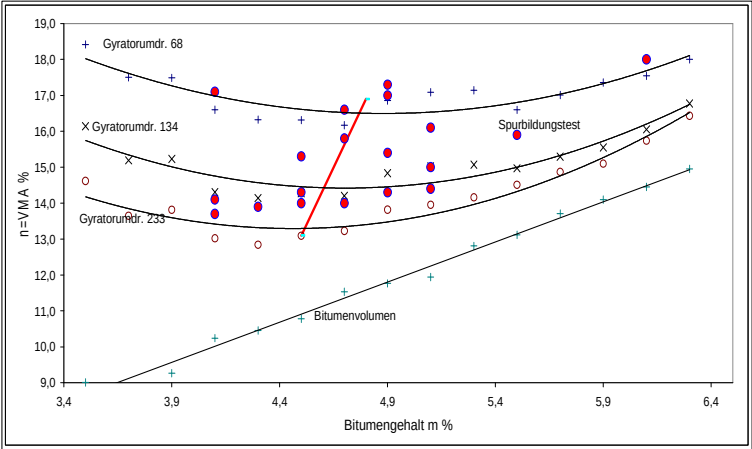


Bild 5.1.2: Asphaltplatten des Spurbildungsversuches

Der vermutete Zusammenhang wird durch die Versuche bestätigt. Auf den Asphaltplatten mit höchstens 4,7% Bitumengehalt entstand eine Spurtiefe < 6% (=2,4 mm) der Plattenstärke. Auf der Oberfläche der Platten mit dem Bitumengehalt $\geq 4,7\%$ entstand dagegen eine eindeutig größere Spurtiefe. Mit zunehmendem Bitumengehalt nahm dabei die Spurtiefe auch noch zu. Nach ungarischer Norm betrug für die untersuchte Asphaltart (AC-12) zum Zeitpunkt der Durchführung der Versuche (2006) die zulässige Spurtiefe 6%. Im Bild 5.1.3 sind deswegen die Spurtiefen < 6% als „zulässig“, die größeren als „unzulässig“ bezeichnet worden.

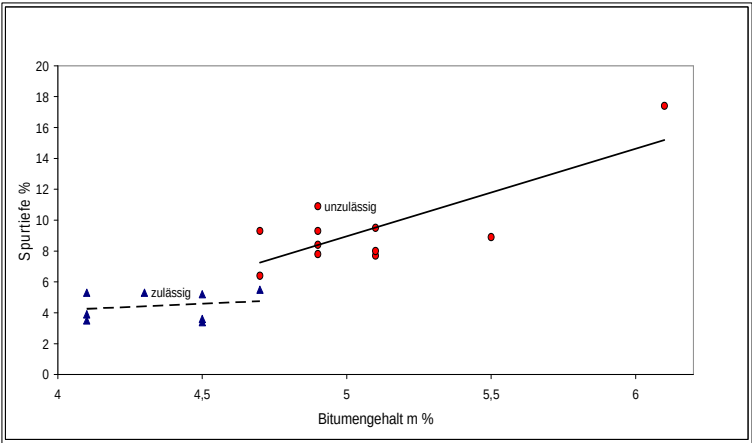


Bild 5.1.3: Spurbildungstiefe in Abhängigkeit des Bitumengehaltes

5.2 Triaxiale Kompression bei monotoner Belastung

Die triaxialen Kompressionsversuche sind an der Professur für Straßenbau der TU Dresden durchgeführt worden. Die Versuchstemperatur lag bei 60°C. Mit diesen Versuchen sollte bewiesen werden, dass sich bei der genannten Temperatur der Asphalt als verdichtetes granulares Material mit den charakteristischen Eigenschaften der Barotropie und der Pyknotropie (Abschnitt 3.1.4.) sich verhält.

Die Versuche sind bei drei verschiedenen konstanten Zelldrücken von:

$$\sigma_3 = 0,05 \text{ MPa},$$

$$\sigma_3 = 0,13 \text{ MPa} \text{ und}$$

$$\sigma_3 = 0,40 \text{ MPa}$$

mit einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit von 0,02 mm/s des Laststempels durchgeführt worden.

Die zylindrischen Triaxialproben aus der Asphaltmischung AC-12 hatten den Durchmesser von 150 mm und eine Höhe von 230 mm. Um Porendrücke generell ausschließen zu können, betrug ihr Bindemittelgehalt 4,3%. Die Probekörper sind im Gyrator verdichtet worden. Die Hohlraumgehalte enthält die nächste Tabelle:

VMA	POROSITÄT n	PORENZAHL e
[%]	[-]	[-]
13,6	0,136	0,157
16,9	0,169	0,203

Der erste Hohlraumgehalt entspricht fast der dichtesten Lagerung, was bei diesem Korngerüst überhaupt durch zyklisches Scheren erreichbar ist. Der zweite entspricht der üblichen Einbaudichte in die Fahrbahn. Mit beiden Lagerungsdichten sind drei Versuche bei den angegebenen Zelldrücken durchgeführt worden, insgesamt also sechs Versuche.

In der Triaxialanlage konnte keine Volumenänderung gemessen werden. Um darüber ein Bild zu bekommen, sind vor und nach dem Versuch die Dichten der Probekörper mittels Tauchwägung bestimmt worden. Es ist eine im Asphaltlabor übliche Methode. Aus der Dichteänderung konnte dann die Volumenänderung der Probe, unter der Voraussetzung der konstanten Masse, berechnet werden.

Die nachfolgenden zwei Diagramme (Bilder 5.2.1. und 5.2.2) enthalten die Ergebnisse der Triaxialversuche in Form der Axialbeanspruchung als Funktion der axialen Verkürzung mit dem Parameter des Zelldrucks für unterschiedliche Einbaudichten.

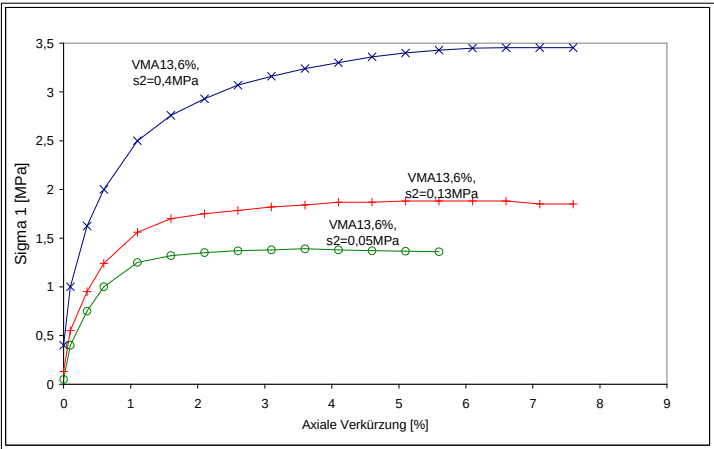


Bild 5.2.1: Triaxiale Kompression bei der dichtesten Lagerung

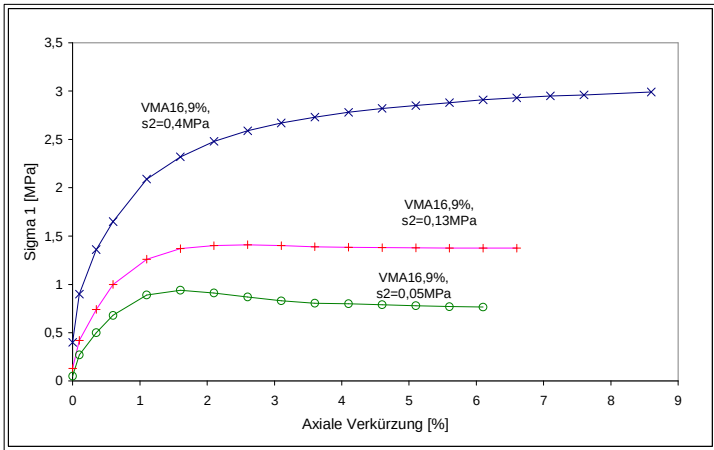


Bild 5.2.2: Triaxiale Kompression mit der beim Einbau üblichen Dichte

5.2.1 Die Barotropie

Um die Druckabhängigkeit auf die Steifigkeit und auf die Festigkeit darzustellen, werden Versuche gleicher Einbaudichte mit unterschiedlichen Zelldrücken

untereinander verglichen [Kol07]. Aus den Bildern 5.2.1 und 5.2.2 ist erkennbar, dass mit steigendem Druck auch die Anfangssteifigkeit und auch die Festigkeit wachsen. Um die Abhängigkeit genauer zu untersuchen, wird die mit dem Zelldruck normierte Anfangssteifigkeit:

$$\frac{E_0}{\sigma_3} = \frac{\Delta\sigma_{1,0}}{\Delta\varepsilon_{1,0} \cdot \sigma_3} \text{ und}$$

der Spitzenreibungswinkel:

$$\varphi_p = \arcsin\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}\right) \quad (5.2.1)$$

berechnet.

Aus den Diagrammen (Bild 5.2.3) ist zu erkennen, dass diese Größen mit zunehmendem Zelldruck abfallen. Dieses Ergebnis stimmt mit den im Abschnitt 3.1.4. geschilderten Abhängigkeiten überein.

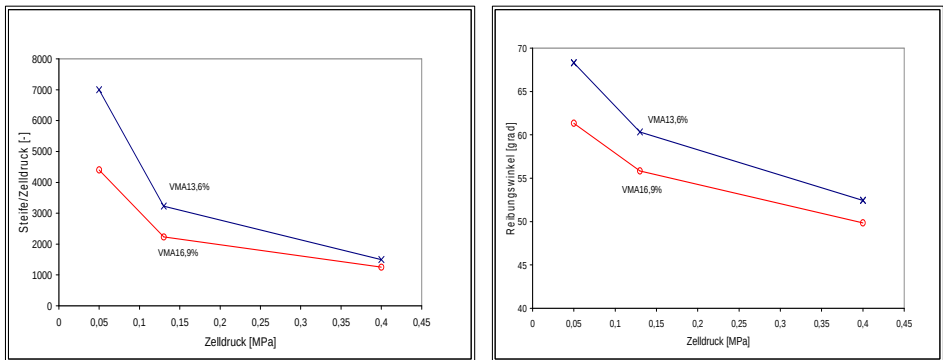


Bild 5.2.3: Normierte Anfangssteifigkeit und Reibungswinkel als Funktion des Zelldruckes

5.2.2 Die Pyknotropie

Um die Dichteabhängigkeit darzustellen, werden die zum gleichen Zelldruck gehörenden Ergebnisse in Abhängigkeit der Einbaudichte miteinander verglichen [Kol07].

Auf dem Bild 5.2.4. ist zu erkennen, dass die Anfangssteifigkeit und der Spitzenreibungswinkel mit zunehmendem Hohlraumgehalt abnehmen oder dass sie mit zunehmender Dichte zunehmen. Auch diese Eigenschaft entspricht denen der granularen Stoffe.

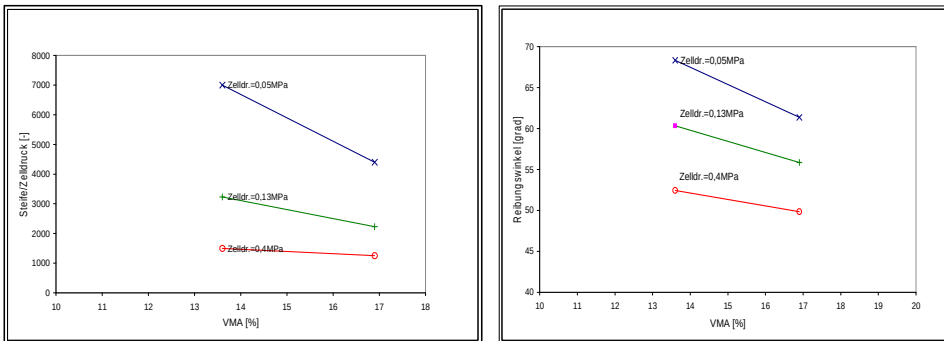


Bild 5.2.4: Die dichteabhängige normierte Anfangssteifigkeit und der Reibungswinkel

In die Untersuchung der Barotropie und Pyknotropie wird der Dilatanzwinkel üblicherweise noch in die Betrachtung mit einbezogen [Her97], [Wu92]. Für diese Untersuchungen standen aber entsprechenden Ergebnisse nicht zur Verfügung. Die Dichtemessungen sind nur für die Proben mit der höheren Dichte durchgeführt worden. Wie aus dem Bild 5.2.5 ersichtlich ist, sind die Messwerte auch noch fehlerbehaftet. Es kann nur die generelle Tendenz vermutet werden, dass die Dilatanz mit dem zunehmenden Druck abnimmt. Um diese Vermutung zu stärken, sind die Ergebnisse einer Serie mit dem Bitumengehalt von 5,3% in die Auswertung mit einbezogen worden. Diese zeigen ebenfalls den vermuteten Verlauf, wie es aus dem Bild 5.2.5 zu entnehmen ist.

Damit kann vermutet werden (durch experimentelle Ergebnisse hinreichend untermauert), dass die Dilatanz und damit auch der so genannte Dilatanzwinkel mit dem zunehmendem Druck abnimmt. Auch dieses Verhalten ist für die granularen Stoffe charakteristisch [Her97, Wu92].

5.3 Porendruckmessungen im Gyrator

Den Porendruck im Asphalt nachzuweisen, hat für die Berechtigung der Grundidee

und Hypothese eine vorrangige Bedeutung. Verdichtet man den Asphalt mit dem Bitumen, welcher über dem optimalen Wert liegt, so kann man beobachten, wie das Bindemittel aus der Probe gepresst wird. Es wurde der Versuch unternommen, den Porendruck zu messen. In diesem Kapitel wird über diese Ergebnisse berichtet.

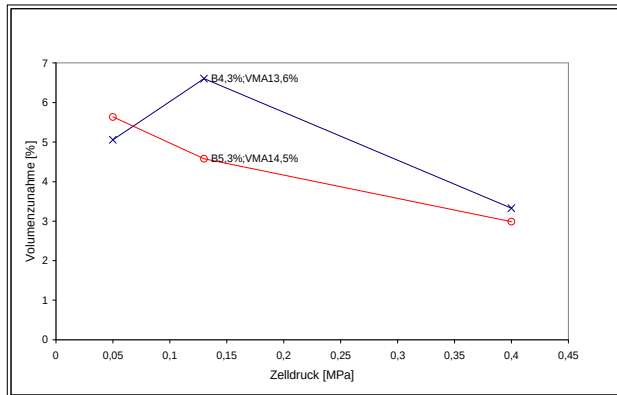


Bild 5.2.5: Druckabhängigkeit der Dilatanz

Als Porenfluid wurde erst Fahrzeug-Getriebeöl und dann Bitumen genommen. Weil das heiße Bitumen technisch einige Schwierigkeiten bereitete, ist die Messtechnik mit dem Getriebeöl entwickelt und getestet worden. Schließlich konnten auch Messungen mit dem Bitumen durchgeführt werden, von denen ein Ergebnis an dieser Stelle auch gezeigt wird.

Die Druckmessungs-Einrichtung entsprach denen in der Bodenmechanik üblichen Einrichtungen. Der Druck des Porenfluids wird über ein „Filterstein“ zur Membrane eines elektronischen Messgebers geführt und die Signale werden mit einem PC registriert. Der Anhang **B** enthält die Beschreibung der Anlage. Der Filterstein ist in die Bohrung eingebaut worden, welche sich in der Wandung des Gyratorgefäßes (Bild 5.3.1) befindet. Es ist der Porenfluid (Mörtel)-Druck gemessen worden, welche an der Manteloberfläche des zylindrischen Probenkörpers während der Verdichtung entstand.

5.3.1 Mit Öl gefülltes Korngerüst

Der Verdichtungsdruck des Gyrators beträgt 0,6 MPa. Nach jeder Gyratorumdrehung wird die zu verdichtende Probe in zwei aufeinander senkrecht stehenden Richtungen hin und zurück geschert. Bei allen Messungen ist die Anzahl der Umdrehungen auf 400 erhöht worden, damit auch bei niedrigen Porenfluidgehalten ein messbarer Druckanstieg festgestellt werden kann.

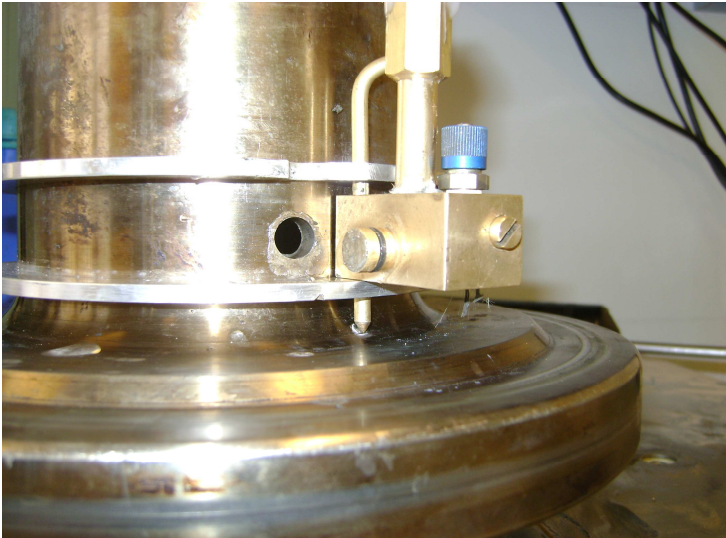


Bild 5.3.1: Die Druckmessstelle mit „Filterstein“ am Verdichtungsgefäß des Gyrators

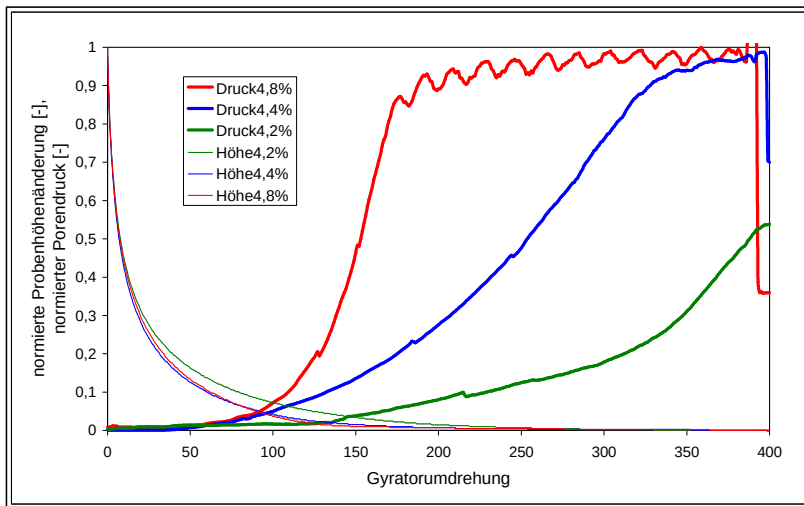


Bild 5.3.2: Gemessener Porendruck im ölhaltigem Korngerüst

Auf dem Bild 5.3.2 sind der normierte Porendruck und die normierte zu erwartende Stauchung des ölgefüllten Korngerüsts zu sehen. Die normierte zu

erwartende Stauchung ist wie folgt berechnet worden:

$$\frac{\text{Stauchung}(\text{Umdrehung} = 400) - \text{Stauchung}(\text{aktuelle Umdrehung})}{\text{Stauchung}(\text{Umdrehung} = 400)}$$

Der Porendruck wird mit dem Verdichtungsdruck 0,6 MPa normiert. Es ist feststellbar, dass der Porendruck bei 4,2% Ölgehalt etwas über die Hälfte des Verdichtungsdruckes gestiegen ist, bei 4,4% Ölgehalt nach 350 Umdrehungen praktisch den Verdichtungsdruck erreicht und sich schließlich bei 4,8% Ölgehalt dieser Wert bereits mit 200 Umdrehungen einstellt. Man sieht aus der normierten Stauchung, dass die Verdichtbarkeit der Probe endet, wenn der Porendruck den vollen Verdichtungsdruck erreicht. Die Probe mit dem kleinsten Ölgehalt bleibt bis zum Schluss verdichtungsfähig, bei den anderen mit höherem Ölgehalt verläuft die Kurve der normierten Stauchung nahe zur Horizontalen von der Umdrehung beginnend, wo der Porendruck den Wert der Auflast erreicht.

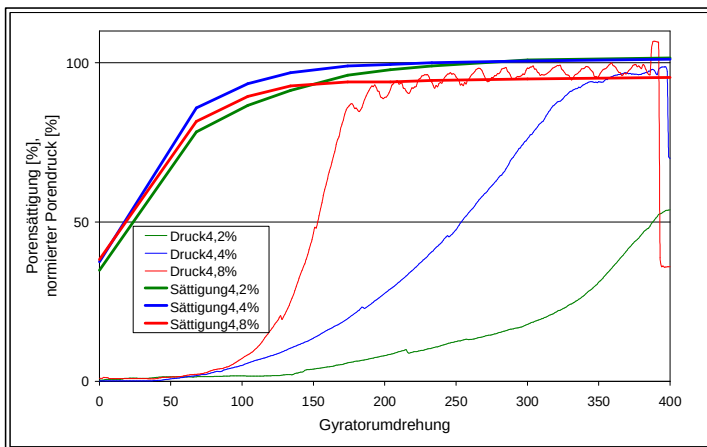


Bild 5.3.3: Porenfluidsättigung des verdichteten ölhaltigen Kornerüsts

Im Bild 5.3.3 werden zu den Druckverläufen die aus den Stauchungen berechneten Sättigungsgrade dargestellt. Solange die Probe verdichtungsfähig ist, steigt auch die Sättigung der Poren, und sie endet theoretisch bei 100%. Dies trifft nur für die beiden Proben mit den kleineren Ölgehalten zu. Die Sättigungskurve überschreitet bei ihnen sogar leicht die 100%-Grenze. Bei der Probe mit 4,8% Ölgehalt endet die Verdichtung mit ~95% Sättigung. Eine Erklärung dafür wird am Ende des Kapitels gegeben.

Im Bild 5.3.4 wird das aus der Druckänderung und der zugehörigen

Porenvolumenänderung als Quotient der beiden Änderungen berechnete volumetrische Kompressionsmodul der Porenfüllung dargestellt. Zu erkennen ist, dass bei den Proben mit dem niedrigeren Ölgehalt der Kompressionsmodul der Porenfüllung den Wert von 30 MPa erreicht, mit dem höheren Ölgehalt dagegen nur den Wert von 20 MPa. Diese Werte stehen mit den Sättigungsgraden im Einklang, denn je höher die Sättigung ist, desto höher muss theoretisch auch der Kompressionsmodul sein. Von diesem Gesichtspunkt her ist 20 MPa sogar zu hoch für die Sättigung von 95%.

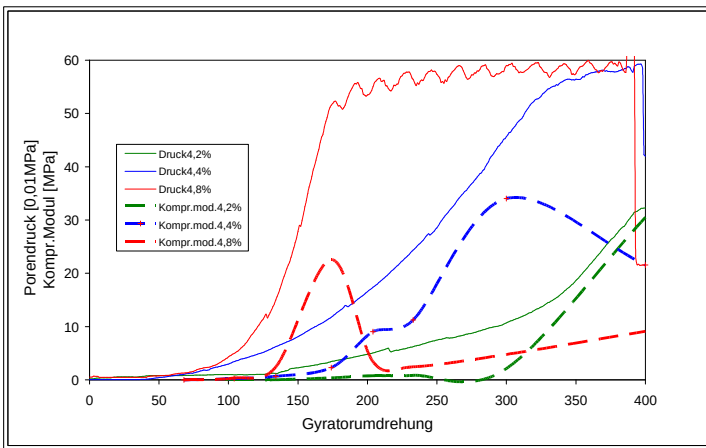


Bild 5.3.4: Kompressionsmodule der ölhaltigen Porenfüllung

5.3.2 Mit Bitumen gefülltes Korngerüst

Um einen Vergleich zu haben, wird das Ergebnis des bitumenhaltigen Korngerüsts mit dem Ergebnis des mit 4,8 % Öl gefüllten Korngerüsts zusammen dargestellt (Bild 5.3.5). Der Porendruck der bitumengefüllten Poren erreicht 70 % des Verdichtungsdruckes. Die Probe bleibt während der Verdichtung verdichtungsfähig, weil die Stauchung monoton zunehmend bleibt. Im Einklang mit der Stauchung nimmt auch die Sättigung ständig zu. Sie ist aber um 10 % geringer als bei der Probe mit Ölfüllung und erreicht zum Schluss nur den Wert von ~85 % (siehe Bild 5.3.6.). Trotzdem erreicht der Kompressionsmodul des Porenfluids etwa noch den Wert von 15 MPa (siehe Bild 5.3.7.).

In der Tabelle 5.3.1 werden die volumetrischen Verhältnisse am Ende der Verdichtung zusammengefasst.

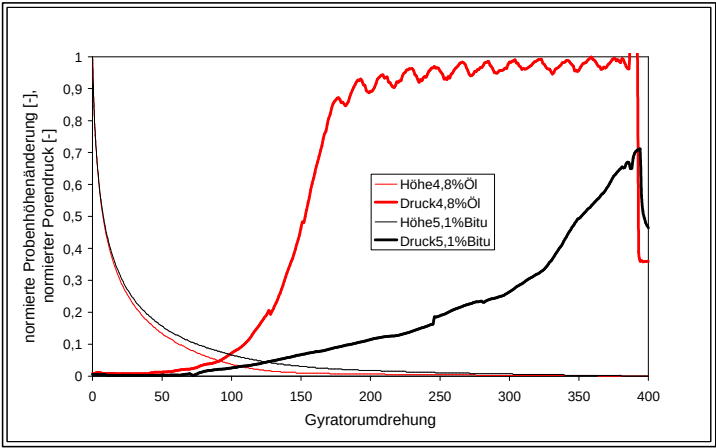


Bild 5.3.5: Porendruckmessung im bitumenhaltigen Korngerüst

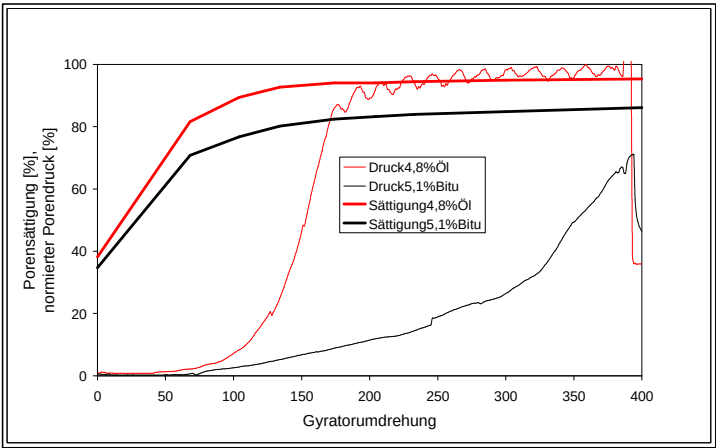


Bild 5.3.6: Bitumensättigung der Poren des Korngerüsts

Tabelle 5.3.1: Porenvolumen und deren Sättigung bei der Porendruckmessung

PORENFLUID	FLUID-GEHALT	VMA	PORENSÄTTIGUNG	LUFTHALTIGER PORENANTEIL
	[%]	[%]	[%]	[%]
Öl	4,2	11,60	101,5	-0,18
Öl	4,4	12,15	101,1	-0,14
Öl	4,8	13,86	95,4	0,64
Bitumen	5,1	14,35	86,1	2,00

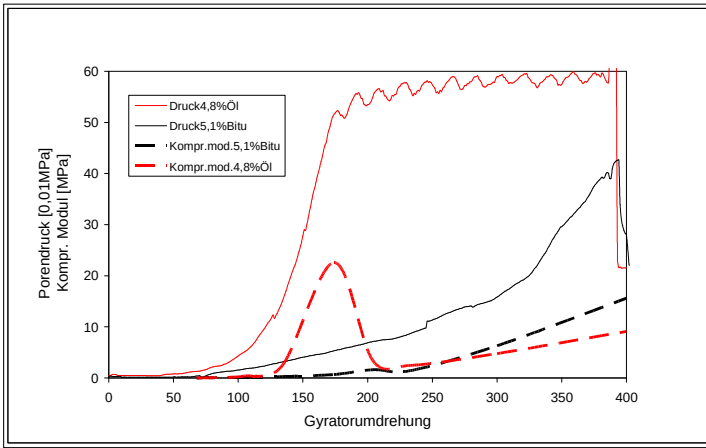


Bild 5.3.7: Kompressionsmodul des bitumenhaltigen Porenfluids

Mit den ölhaltigen Proben von 4,2 und 4,4 % Fluidgehalt lassen sich noch dichtere Proben als mit dem optimalen Bitumengehalt erreichen. Dafür sprechen die VMA-Fluidgehalt Werte. In diesen Fällen wird durch die Verdichtung die volle Sättigung erreicht. Die Sättigungswerte über 100 % und die negativen Porenanteile mit Luftfüllung können als Messungenauigkeit gedeutet werden.

Es fehlt die Erklärung dafür, dass bei den höheren Öl- und Bitumengehalten die Verdichtungsfähigkeit trotz der niedrigen Porensättigung nicht erhalten bleibt. Andererseits auch dafür, dass die aus den Messwerten abgeleiteten Kompressionsmodule so hoch sind, dass solch hohe Werte nur bei wesentlich höheren Sättigungsgraden berechnet werden können.

Der Kompressionsmodul des Porenfluids kann wie folgt berechnet werden [PLA]:

$$K = \frac{K_{Fluid} \cdot K_{Air}}{s \cdot K_{Air} + (1-s) \cdot K_{Fluid}}, \quad (5.3.1)$$

wobei:

K : der resultierende Modul,
 s : die Porensättigung,
 K_{Fluid} : der Kompressionsmodul der Flüssigkeit,
 K_{Air} : der Kompressionsmodul der Luft

sind.

Setzt man für die Flüssigkeit und für die Luft die Werte

$$K_{Fluid} = 1000 \text{ MPa},$$

$$K_{Air} = 0,2 \text{ MPa}$$

ein, so bekommt man in Abhängigkeit der Sättigung resultierende Kompressionsmodule, welche im Bild 5.3.8 dargestellt sind.

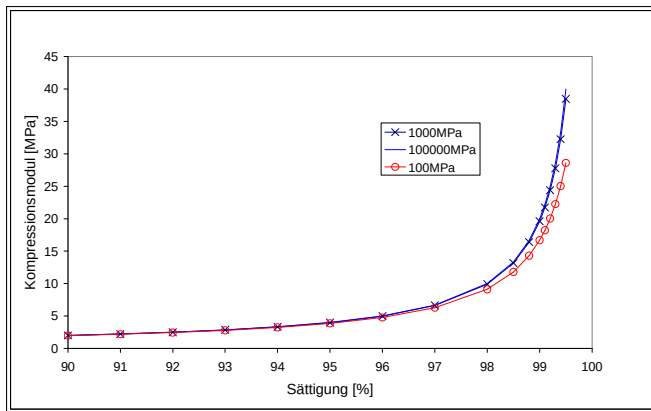


Bild 5.3.8: Gerechneter Kompressionsmodul

Um rechnerisch auf die experimentell ermittelte Kompressionsmodule zu kommen, müssen die Sättigungswerte über 99 % sein. Bei den höheren Ölgehalten liegen die Werte der Sättigung im Experiment aber nicht höher als 95 %, beim Bitumengehalt sogar nur als 86%. Variiert man die Kompressionsmodule des Porenfluids (Öl oder Bitumen) von 100 MPa bis 100 000 MPa, so ändert sich der resultierende Modul kaum, wie es auf dem Bild 5.3.8 zu erkennen ist. Der wichtigste Einflussparameter ist also die Sättigung.

Der beschriebene Widerspruch zwischen dem experimentell ermittelten und dem berechenbaren Kompressionsmodul kann nur wie folgt aufgehoben werden. Rein formal ist der Widerspruch schon dadurch aufgehoben, dass man zur Berechnung der Sättigung nicht den gesamten Porenraum betrachtet, sondern nur einen verringerten Teil, in welchem sich das Fluid-Luft-Gemisch befindet:

$$s = \frac{\text{Fluid} - \text{Luft} - \text{Gemisch Volumen}}{\text{Porenvolumen} - \text{luftgefülltes Porenvolumen}} \quad (5.3.2)$$

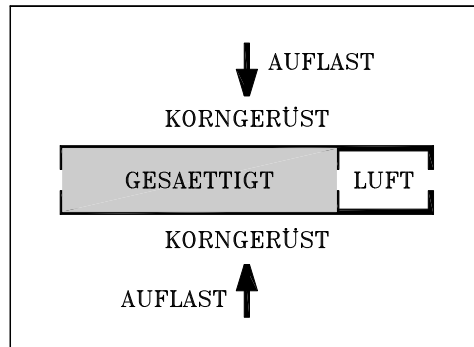


Bild 5.3.9: Aufteilung des Porenraumes

In den Nenner des obigen Bruches setzt man nicht den gesamten Porenraum, sondern einen reduzierten Teil desselben ein. Dadurch wird der Ausdruck für die Sättigung größer, womit man die experimentell bestimmten großen Kompressionsmodule auch rechnerisch erreichen kann.

Dieses formale Vorgehen kann, entsprechend dem Bild 5.3.9, physikalisch sinnvoll folgendermaßen interpretiert werden. Die äußere Auflast wird durch den schraffierten, „gesättigten“ Porenraumteil (gefüllt mit dem Fluid-Luft-Gemisch) getragen. Trotz großer, induzierter Porendrücke im Porenfluid kann der gesättigte Teil nicht „drainiert“ werden, weil er gleichzeitig in hohem Maß mit Feinteilen des Korngerüsts (z.B. Kalkmehl, und Feinsandkorn) gefüllt ist. Diese feinen Teile „blockieren“ die „Ausgänge“ zu den leeren Hohlräumen. Dadurch steht der mit Luft gefüllte Porenraum für die Flüssigkeit nicht zur Verfügung.

Diese Beobachtung und die dafür gefundene physikalische Interpretation sind für den Entwurf von Mischungen von besonderer Bedeutung und helfen den richtigen Feinanteil einer Asphaltmischung zu finden [Gaj11].

5.4 Steifigkeitsmessungen bei verschiedenen Temperaturen

Diese Messungen haben das Ziel zu prüfen, ob die Gesetzmäßigkeiten des mechanischen Verhaltens der granularen Stoffe auch für niedrigere Temperaturen gültig sind. Neben der Temperatur sind auch die Auflast, die Torsionsgeschwindigkeit und die Torsionsamplitude geändert worden. Dadurch konnte außer dem Temperatureinfluss auf die Steifigkeit auch

- die Barotropie,
- die Geschwindigkeitsabhängigkeit und
- das „Small-Strain“-Verhalten

untersucht werden.

Die Versuche sind mit einer selbstentwickelten Einrichtung namens zyklische Torsionsscherzelle durchgeführt worden. Die Steuer- und Messelektronik samt der Servopneumatik ist aus einer veralteten 4-Punkt-Biegeeinrichtung des Typs UTM der Firma „ELE“ übernommen worden. Das Gerät war geeignet, den Komplexmodul von Asphaltbalken bei vorgeschriebener Frequenz zu messen. Für diese gegebene Basis ist die Mechanik der Torsionsscherzelle entworfen und gebaut worden. Eine Beschreibung der Anlage ist im Anhang C zu finden.

Die Probe hat einen Durchmesser von 100 mm. Sie wird im Gyrator mit vorgeschriebener Dichte und Höhe (~50 mm) hergestellt. In der Scherzelle können Proben entweder mit Ring- oder mit Vollzylinderform untersucht werden. Die Ringform entsteht aus dem Vollzylinder nachträglich durch Ausbohren.

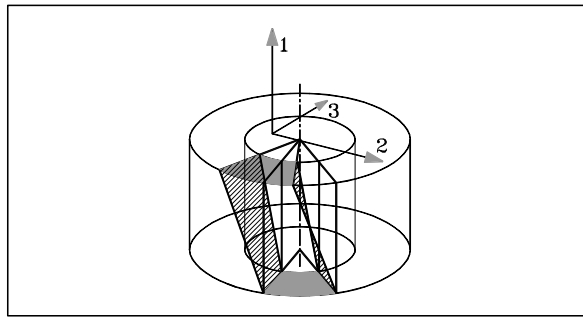


Bild 5.4.1: Beanspruchung in der zyklischen Torsionszelle

Die mechanische Beanspruchung der Probe (siehe Bild 5.4.1.) kann folgendermaßen zusammengefasst werden:

- Die Torsion der zylindrischen Probe erfolgt, indem die Amplitude der Verdrehung vorgeschrieben ist (dehnungskontrolliert).
- In axialer Richtung (1) wird die Probe mit einer konstanten Normalspannung belastet.

- In radialer Richtung (3) wird keine Dehnung zugelassen. Diese Vorschrift wird durch Stützringe realisiert. Nicht nur der äußere Mantel, sondern auch der innere wird starr abgestützt. Dieses wird über Ringe realisiert, die übereinander reibungsfrei verdrehbar sind (Bild 8.1.1).

Eine mathematische Beschreibung der Beanspruchung ist im Abschnitt 8.1.1. zu finden. Die Steifigkeit der Probe wird durch den Torsions-, Gleit- oder Schubmodul G repräsentiert. Für die Torsionsfrequenzen von 4 und 10 Hz und für die Scherdehnungsamplituden an der äußeren Mantelfläche von: $\gamma(R) = 0,1\%$ und $0,025\%$ ist der gemessene Gleitmodul als Funktion der Temperatur im Bild 5.4.2 dargestellt.

Die Normalspannung beträgt hier 4 bar. Bild 5.4.3 enthält den gemessenen Gleitmodul nach der Erhöhung der Normalspannung auf 8 bar. Anhand der Diagramme können folgende Regelmäßigkeiten festgestellt werden:

- mit zunehmender Temperatur fällt der Gleitmodul ab, über $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ aber nur langsam,
- mit zunehmender Temperatur wird die Geschwindigkeitsabhängigkeit geringer, bei $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ ist sie bei den angewandten Frequenzen kaum noch messbar,
- die Barotropie bleibt auch bei niedrigeren Temperaturen erhalten, und auch
- das „Small-Strain“-Verhalten.

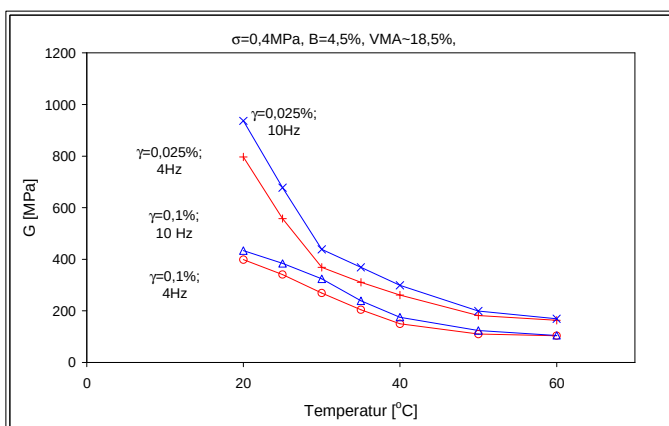


Bild 5.4.2: Temperatur -und frequenzabhängiger Gleitmodul

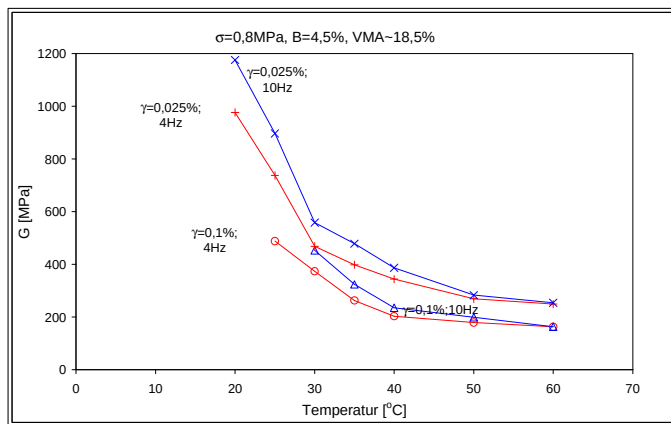


Bild 5.4.3: Temperatur- und frequenzabhängiger Gleitmodul

Aus den Messergebnissen folgt, dass der Beitrag des Bitumens zum Gleitmodul über 40 °C sehr gering ist.

Im Bild 5.4.4. wird die Schubsteifigkeit eines ölfüllten Korngerüsts mit der des Asphalts bei 60 °C dargestellt. Auch dieser Vergleich zeigt, dass die Steifigkeit des Asphalts bei hoher Temperatur in entscheidendem Maß durch das Korngerüst erzeugt wird.

Die Steifigkeitsmessungen zeigen, dass der untersuchte Asphalt AC-12 im Temperaturintervall 20 – 60 °C die mechanischen Eigenschaften eines granularen Stoffes hat.

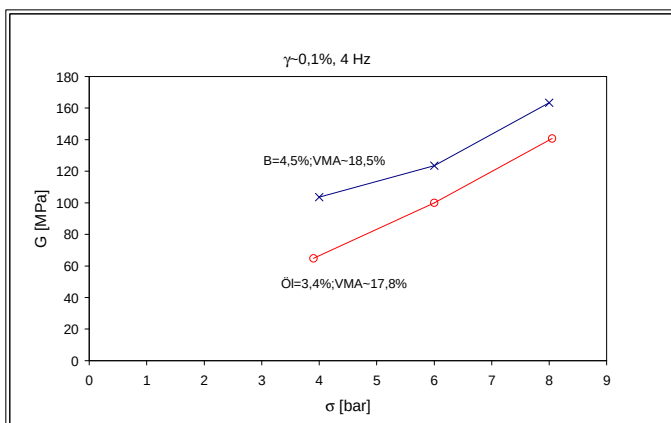


Bild 5.4.4: Gleitmodule von bitumen- und ölfüllten Korngerüsten

Die nachgewiesene Barotropie lässt eine weitere Folgerung über die physikalische Natur der Temperaturabhängigkeit der Steifigkeit des Asphalts zu. Die Zunahme der Steifigkeit kann auch auf die inneren Zugspannungen zurückgeführt werden, welche durch die Volumenverkleinerung des Bitumens infolge Temperaturabfalls entstehen. Diese Vorspannung entspricht dem „Pseudodruck“ im Stoffmodell Bonnier's [Bon93]. Die Einschränkung der Gültigkeit der Temperatur-Frequenz-Äquivalenz ausschließlich auf die Viskosität durch Di Benedetto [Ben07] wird damit verständlich: nur ein Teil der Steifigkeitszunahme ist auf die Viskositätserhöhung zurückzuführen, ein Teil wird möglicherweise durch die Erhöhung der Kornkontaktkräfte erzeugt, welche mit dem obigen Äquivalenzprinzip physikalisch nichts zu tun hat.

6 Das hypoplastische Stoffgesetz aus Karlsruhe

In diesem Kapitel werden die notwendigsten Kenntnisse über das hypoplastische Stoffgesetz zusammengefasst, welche zur Modellierung des Asphalts erforderlich sind. Ausführlichere Darstellungen sind in der Literatur zu finden [Wol95, Wu92].

Zur numerischen Simulation der zyklischen Belastung ist die Erweiterung des Basismodells mit der „intergranularen Dehnung“ erforderlich [Nie97]. Diese bildet den Inhalt des zweiten Teils dieses Kapitels.

Die Schersteifigkeit erhöhende viskose Spannungen, welche durch das Bitumen entstehen, müssen mit der Berücksichtigung der Deformationsgeschwindigkeit gesondert berechnet und zu den Spannungen des hypoplastischen Basismodells addiert werden. Die mathematische Formulierung wird im dritten Teil dieses Kapitels angegeben.

Ebenfalls im dritten Teil dieses Kapitels werden die Zusammenhänge für den Algorithmus zur Berücksichtigung der Porendrücke zusammengestellt. Mit dem hypoplastischen Stoffgesetz wird das mineralische Korngerüst des Asphalts modelliert, es gilt grundsätzlich für die wirksamen Spannungen.

6.1 Das hypoplastische Basismodell

In dieser Arbeit wird die vollständige Version des hypoplastischen Stoffgesetzes nach von Wolffersdorff verwendet [Wol95]:

$$\dot{\mathbf{T}} = f_b(p_s) f_e(e) \frac{1}{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{T}})} \left[F^2 \mathbf{D} + a^2 \hat{\mathbf{T}} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) + f_a(e) a F (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \|\mathbf{D}\| \right]. \quad (6.1.1)$$

$\overset{\circ}{\mathbf{T}}$ ist die objektive Spannungsrate von Jaumann, $\hat{\mathbf{T}} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{T} / \text{tr} \mathbf{T}$ ist die normierte Spannung, $\hat{\mathbf{T}}^* \stackrel{\text{def}}{=} \hat{\mathbf{T}} - \frac{1}{3} \mathbf{I}$ die normierte Deviatorspannung. $\|\mathbf{D}\| = \sqrt{\mathbf{D} : \mathbf{D}}$ ist die euklidische Norm der Deformationsrate $\mathbf{D}$. $\|\mathbf{D}\|$ dient als Schaltfunktion zur Unterscheidung von „Be- und Entlastung“ [Her97]. F ist eine Funktion der Spannungsinvarianten. Für kleine Verzerrungen ist die Deformationsrate der Zeitableitung der linearisierten Verzerrungen gleich $\mathbf{D} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ [13].

f_b, f_e, f_d, a sind skalare Koeffizientenfunktionen mit Stoffparametern, welche den Druck $p_s (= -\text{tr} \mathbf{T} / 3)$ und Dichteeinfluss (Porenzahl e) zum Ausdruck bringen [Sch06].

Die 8 Stoffparameter des Stoffgesetzes (6.1.1.) sind in der nächsten Tabelle enthalten:

STOFFPARAMETER DES HYPOPLASTISCHEN BASISMODELLS	
Symbol	Benennung
φ_c	Kritischer Reibungswinkel
h_s	Granulathärte
n	Exponent des Kompressionsgesetzes
e_{i0}	Porenzahl der lockersten stabilen Lagerung beim Druck Null
e_{c0}	Porenzahl des kritischen Zustandes beim Druck Null
e_{d0}	Porenzahl der dichtesten Lagerung beim Druck Null
α	Exponent des Dichteeinflusses auf den Reibungs- und Dilatanzwinkel
β	Exponent des Dichteeinflusses auf die Steifigkeit

Kapitel 7. enthält die Beschreibung der Bestimmung der zustandsunabhängigen Stoffkonstanten des Stoffgesetzes für das Korngerüst einer gegebenen Asphaltmischung.

Das Stoffgesetz (6.1.1) stellt ein dreidimensionales Kompressionsgesetz dar, wobei für die Dreidimensionalität der in der eckigen Klammer stehende, tensorielle Teil sorgt. Der skalare Faktor $f_b f_e$ basiert auf dem Kompressionsgesetz nach Bauer:

$$e_c = e_{c0} \cdot \exp \left[- \left(\frac{3 p_s}{h_s} \right)^n \right]$$

(6.1.2)

Der Stoffparameter h_s ist die so genannte Granulathärte, welche als der einzige Stoffparameter mit einer physikalischen Dimension versehen ist [Her97]. Sie hat die Dimension des Druckes und wird mit einem proportionalen Kompressionsversuch (zum Beispiel Ödometerversuch) zusammen mit der des Exponenten n bestimmt [Her97].

Nach Gudehus wird die Annahme gemacht, dass dieses Gesetz auch für die Porenzahlen e_i und e_d gilt [Sch06]:

$$\frac{e_i}{e_{i0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \exp \left[- \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^n \right] \quad (6.1.3)$$

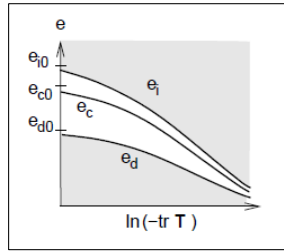


Bild 6.1.1: Der Definitionsbereich [Fel02]

Der Definitionsbereich des Stoffgesetzes ist im Bild 6.1.1 dargestellt. Er liegt zwischen den Grenzkompressionskurven e_i und e_d . e_i ist die größtmögliche Porenzahl, welche unter isotropem Druck noch stabil erhalten bleibt [Her97]. e_d ist die Porenzahl der dichtesten Lagerung, welche durch zyklisches Scheren mit kleinen Deformationsamplituden unter dem konstanten Druck erreicht werden kann [Her97].

Die so genannte Barotropiefunktion ist [Her97, Wol95]:

$$f_b^{\text{def}} = \frac{h_s}{n} \left(\frac{e_{i0}}{e_{c0}} \right)^\beta \frac{1 + e_i}{e_i} \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^{1-n} \left[3 + a^2 - a\sqrt{3} \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1}. \quad (6.1.4)$$

Sie hängt vom mittleren Druck $p_s = -\text{tr} \mathbf{T} / 3$ ab. Wegen $1 > n > 0$ hängt die Steifigkeit unterlinear vom mittleren Druck ab, was der Tatsache entspricht, dass mit dem mittleren Druck normierte Steifigkeit mit zunehmendem Druck abfällt (Abschnitt 3.1.4.).

Die Barotropiefunktion wird aus der so genannten Konsistenzbedingung abgeleitet, welche besagt, dass das hypoplastische Stoffgesetz (6.1.1.) für den Fall der

„idealen isotropen Kompression“ das gleiche Ergebnis liefern muss wie das Kompressionsgesetz nach Bauer [Her97, Wol95].

Mit der Pyknotropiefunktion f_e in der Gleichung (6.1.1.) wird die Spannungsrate direkt beeinflusst. Mit zunehmender Dichte (abnehmende Porenzahl e) nehmen die Spannungsantwort und die Steifigkeit zu.

$$f_e = \left(\frac{e_c}{e} \right)^\beta \quad [\text{Wol95}], \quad (6.1.5)$$

Der skalare Faktor im tensoriellen Teil des Stoffgesetzes (6.1.1.) ist die so genannte Pyknotropiefunktion [Fel02, Her97, Wol95, Wu92]:

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (6.1.6)$$

α ist der Exponent, welcher den Dichteinfluss auf den Reibungswinkel und auf den Dilatanzwinkel bewirkt [Her97]. Im dichtesten Zustand ist $f_d = 0$. Der in **D** nichtlineare Teil des Stoffgesetzes (6.1.1.) wird dann ausgeschaltet, der Stoff verhält sich hypoelastisch [Her97]. Die Irreversibilität steigt mit zunehmender Porenzahl [Sch06].

Die skalare Koeffizientenfunktion a in der Gleichung (6.1.1.) hängt nur vom kritischen Reibungswinkel ab [Wol95]:

$$a = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)}{2\sqrt{2} \sin \varphi_c} \quad (6.1.7)$$

Die Spannungsfunktion F des Stoffgesetzes (6.1.1.) wird mit dimensionslosen Winkelfunktionen der Invarianten der normierten Deviatorspannung ausgedrückt [Wol95]:

$$F = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cos 3\theta}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \psi, \quad (6.1.8)$$

$$\tan \psi = \sqrt{3} \|\hat{\mathbf{T}}^*\|, \quad \cos 3\theta = -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*)}{[\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*)]^{3/2}}. \quad (6.1.9)$$

Die geometrische Bedeutung der Winkelfunktionen im Raum der Hauptspannungen ist im Bild 6.1.2 zu sehen. θ ist der so genannte Lode-Winkel [Her97].

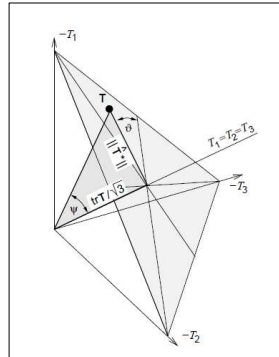


Bild 6.1.2: Die Winkelfunktionen im Hauptspannungsraum [Fel02]

Die CSS (Critical State Surface) hat von Wolffersdorff der Matsuoka-Nakai-Grenzbedingung (Bild 6.1.3.) [Fel02, Wol95]:

$$f = \frac{1}{2} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*) - F^2 \frac{4 \sin \varphi_c}{3(3 - \sin \varphi_c)^2} = 0 \quad (6.1.10)$$

angepasst.

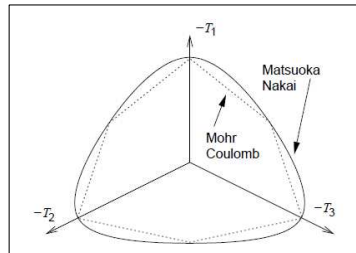


Bild 6.1.3: Die Matsuoka-Nakai-Grenzbedingung [Fel02]

Bei der Anwendung des Stoffgesetzes entstehen in dieser Arbeit drei Aufgaben. Erstens müssen die hypoplastischen Stoffparameter für das Korngerüst des Asphalts bestimmt werden (Kapitel 7.), zweitens besteht die rechnerische Anwendung in der Aufstellung der Matrizen der Spannungs- und Dehnungsratentensoren für den entsprechenden Elementversuch und der anschließenden Durchführung der Matrizenmultiplikationen (Kapitel 9., Anlagen

F-G), welche durch das Stoffgesetz (6.1.1) vorgeschrieben sind. Neben der Ermittlung der Spannungsrate $\dot{\mathbf{T}}$ und der Rate der Porenzahl $\dot{e} = (1+e)\text{tr}\mathbf{D}$ müssen diese dreifach integriert werden (Kapitel 9., Anlagen **F-G**), um die Zustandsgrößen, den Spannungstensor $\mathbf{T}$ und die Porenzahl e zu erhalten. Die Jaumann'sche Spannungsrate wird aus der Zeitableitung der Cauchy-Spannung $\dot{\mathbf{T}}$ mit der Beziehung $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{W}$ berechnet, wobei $\mathbf{W}$ der Drehungsratestensor ist [Her97, Par03, Sch06].

An dieser Stelle wird noch darauf hingewiesen, dass man mit dem hypoplastischen Stoffgesetz (6.1.1) alle Eigenschaften der granularen Stoffe, welche im Kapitel 3. dargestellt sind, zu simulieren in der Lage ist. Hervorgehoben sei der irreversible Charakter der Verformungen. Das Stoffgesetz ist deswegen ein inkrementelles Gesetz und bringt die Spannungsrate mit der Deformationsrate in Beziehung [Kol07].

Für die richtige Beschreibung des Verhaltens granularer Stoffe sorgen die von Gudehus als „Attraktoren“ bezeichneten asymptotischen Zustände [Wol95]. Zwei asymptotische Zustände werden durch monotone Belastung erreicht. Diese sind: der kritische Zustand (Abschnitt 3.1.5.) und der Zustand der „proportionalen Dehnungs- und Spannungspfade“ [Her97, Wol95]. Der dritte ist der der dichtesten Lagerung, welche durch das zyklische Scheren unter Auflast erreicht wird [Her97, Wol95]. Diese Eigenschaft des hypoplastischen Stoffgesetzes hat ausschlaggebende Bedeutung für die vorliegende Arbeit, weil dadurch das Phänomen der „zyklischen Mobilität“ (Abschnitt 3.2.1.) simuliert werden kann.

6.2 Die Erweiterung des Basismodells mit der intergranularen Dehnung

Beim hypoplastischen Basismodell wird der Bodenzustand durch den effektiven Spannungstensor und durch die Porenzahl charakterisiert. Für die Wiederbelastung und für zyklische Belastungen reicht diese Beschreibung nicht aus (Bild links). Nach jedem Richtungswechsel verhält sich das reale Material so steif, dass es sich allein durch die höhere Dichte, die Steifigkeitserhöhung (Bild 6.2.1. rechts) nicht erklären lässt [Kol08]. Die Akkumulation der bleibenden Deformationen verläuft wegen der übergangsweise erhöhten Steifigkeit – auch als „Small-Strain“-Verhalten bezeichnet – in Wirklichkeit nicht so schnell, wie es durch das hypoplastische Stoffgesetz vorausgesagt wird. Um dieses Verhalten besser

simulieren zu können, haben Niemunis und Herle [Nie97] eine neue interne Variable namens „intergranulare Dehnung“ eingeführt, welche die Belastungsgeschichte in das Stoffgesetz mit einbezieht. Diese wird zur dritten Zustandsvariable [Nie97].

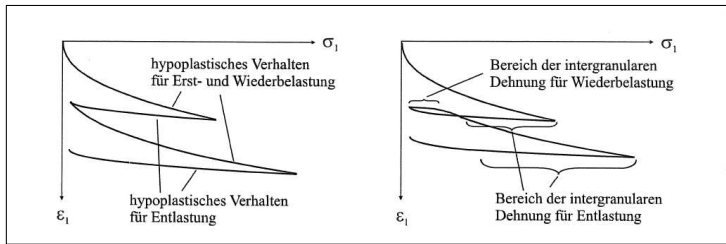


Bild 6.2.1: Dehnungsakkumulation ohne und mit intergranularer Dehnung [Hin08]

Zur physikalischen Interpretation des „Small-Strain“-Verhaltens wird in der Literatur folgende anschauliche Erklärung gegeben. Mit dem hypoplastischen Basismodell werden Verformungen modelliert, bei denen die Deformationen ausschließlich aus Kornumlagerungen resultieren [Her97]. Die intergranulare Dehnung dagegen ist ein makroskopisches Maß für die Deformationen, welche aus der Deformation der Kornkontakte resultieren [Nie97]. Die Steifigkeit der Kornkontakte ist größer als die Steifigkeit, welche den Kornumlagerungen entspricht. Mit zunehmenden monotonen Deformationen fällt die Steifigkeit kontinuierlich auf das Niveau der hypoplastischen Steifigkeit ab.

Man benötigt zu dieser Erweiterung des Basismodells 5 weitere Stoffparameter. In Abhängigkeit der Dehnungsrichtung verwendet man anstatt der einzigen hypoplastischen Stoffgleichung zwei Stoffgleichungen. In diesem Sinn ähnelt das erweiterte Modell der „klassischen“ Beschreibung der Plastizität [Nie97].

Die Entwicklung der intergranularen Dehnung wird durch die folgenden zwei Gleichungen bestimmt [Nie97]:

$$\dot{\delta} = \mathbf{D} - \hat{\delta} \hat{\delta} \rho^{\beta_r} : \mathbf{D} \quad \text{für } \hat{\delta} : \mathbf{D} > 0 \quad (6.2.1.a)$$

$$\dot{\delta} = \mathbf{D} \quad \text{für } \hat{\delta} : \mathbf{D} \leq 0 \quad (6.2.1.b)$$

Die intergranulare Dehnung δ ist ein Tensor 2. Stufe, $\dot{\delta}$ ihre objektive Rate. Die normierte Länge ρ wird mit Hilfe des maximalen Wertes ihrer absoluten Größe R definiert:

$$\rho \stackrel{\text{def}}{=} (\|\delta\| / R). \quad (6.2.2)$$

Das Maximum der intergranularen Dehnung $R(>0)$ ist eine neue Materialkonstante, über deren Bestimmung auf die Literaturstelle [Nie97] hingewiesen wird. Das betrifft auch den skalaren Exponent $\beta_r(>0)$, der als der zweite neue Materialparameter die Entwicklungsgeschwindigkeit beeinflusst. Die Richtung wird durch die Gleichungen:

$$\hat{\delta} \stackrel{\text{def}}{=} \delta / \|\delta\| \quad \text{für } \delta \neq \mathbf{0} \quad (6.2.3.a)$$

$$\hat{\delta} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{0} \quad \text{für } \delta = \mathbf{0} \quad (6.2.3.b)$$

definiert.

Das „erweiterte hypoplastische Stoffgesetz“ ist [Nie97]:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathcal{M}(\mathbf{T}, \delta, e) : \mathbf{D}, \quad (6.2.4)$$

wobei die Steifigkeit $\mathcal{M}(\mathbf{T}, \delta, e)$ (Tensor 4. Stufe) auch von der neuen Zustandsvariable der intergranularen Dehnung abhängt. Sie wird in Abhängigkeit der Dehnungsrichtung durch zwei Ausdrücke bestimmt [Nie97]:

für $\hat{\delta} : \mathbf{D} > 0$ gilt:

$$\mathcal{M} = \left[\rho^{\chi} m_T + (1 - \rho^{\chi}) m_R \right] f_b f_e^{\mathcal{J}} + \rho^{\chi} (1 - m_T) f_b f_e^{\mathcal{J}} : \hat{\delta} \hat{\delta} + \rho^{\chi} f_b f_e f_d \mathbf{N} \hat{\delta} \quad (6.2.5.a)$$

für $\hat{\delta} : \mathbf{D} \leq 0$ gilt:

$$\mathcal{M} = \left[\rho^{\chi} m_T + (1 - \rho^{\chi}) m_R \right] f_b f_e^{\mathcal{J}} + \rho^{\chi} (m_R - m_T) f_b f_e^{\mathcal{J}} : \hat{\delta} \hat{\delta}. \quad (6.2.5.b)$$

Alle drei neuen Symbole sind hier skalare Materialkonstanten:

$m_R > m_T > 1$: die hypoplastische Steifigkeit erhöhenden Faktoren,
 $\chi(>0)$: beschreibt den Abbau der Steifigkeit von m_R bis zum Wert 1.

In dieser Arbeit werden die Stoffkonstanten $m_R, m_T, \chi, R, \beta_r$ der intergranularen Dehnung experimentell nicht bestimmt. Über die Methode der Bestimmung dieser Parameter wird auf Literaturstelle [Nie97] hingewiesen. Die Anlage **F4** enthält die Definition des 2-stufigen Tensors $\mathbf{N}$ und des 4-stufigen Tensors $\mathcal{J}$. Die skalaren

Faktoren f_b , f_e und f_d sind die im Abschnitt 6.1. definierten Barotropie- und Pyknotropiefunktionen.

Zu den numerischen Elementversuchen (Kapitel 9) wird die Dehnungsrate bezüglich der Richtung der intergranularen Dehnung in zwei Komponenten aufgeteilt [Nie97]:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_n + \mathbf{D}_t. \quad (6.2.6)$$

Die „Normalkomponente“ ist:

$$\mathbf{D}_n = \hat{\delta} \hat{\delta} : \mathbf{D}, \quad (6.2.7)$$

sie zeigt in Richtung der intergranularen Dehnung. Folglich ist die „Tangentialkomponente“ $\mathbf{D}_t = \mathbf{D} - \hat{\delta} \hat{\delta} : \mathbf{D}$. Die objektive Spannungsrate ist folgende Summe [Nie97]:

$$\dot{\mathbf{T}}(\mathbf{D}) = \dot{\mathbf{T}}(\mathbf{D}_n) + \dot{\mathbf{T}}(\mathbf{D}_t). \quad (6.2.8)$$

Mit dieser Aufteilung der Dehnungsrate wird in den numerischen Elementversuchen die objektive Spannungsrate durch die Gleichungen (6.2.9) und (6.2.10.a) bis (6.2.10.e) berechnet. Sie sind in der Anlage **F4** erklärt.

$$\dot{\mathbf{T}}(\mathbf{D}) = a f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_n + b f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_t + c f_b f_e f_d \mathbf{N} \hat{\delta} : \mathbf{D}_n. \quad (6.2.9)$$

Dabei sind:

$$a = (1 - \rho^\chi) m_R + \rho^\chi \quad \text{für } \hat{\delta} : \mathbf{D} > 0, \quad (6.2.10.a)$$

$$a = m_R \quad \text{für } \hat{\delta} : \mathbf{D} \leq 0, \quad (6.2.10.b)$$

und

$$b = (1 - \rho^\chi) m_R + \rho^\chi m_T, \quad (6.2.10.c)$$

weiterhin:

$$c = \rho^\chi \quad \text{für } \hat{\delta} : \mathbf{D} > 0, \quad (6.2.10.d)$$

$$c = 0 \quad \text{für } \hat{\delta} : \mathbf{D} \leq 0. \quad (6.2.10.e)$$

Der Abschnitt 9.1. und die Anlagen **F2-F3** enthalten die mathematischen Beziehungen für den Algorithmus zur Berechnung der numerischen Elementversuche des zyklischen Einfachscherens und der triaxialen Kompression. Die Mathcad Programmausdrucke sind in den Anlagen **G3-G6** enthalten.

6.3 Die Berücksichtigung der Viskosität und der Porendrücke des Bitumens

Damit für den Asphalt ein geeignetes numerisches Modell zur Verfügung steht, müssen in den Algorithmus die Viskosität und die Porendrücke des Bitumens eingearbeitet werden (siehe Kapitel 4.). In diesem Kapitel werden die Grundlagen dafür zusammengestellt.

6.3.1 Die Berücksichtigung der Viskosität

Auf der Sprache der rheologischen Modelle wird der viskose Widerstand des Bitumens mit dem rateunabhängigen hypoplastischen Stoffmodell parallelgeschaltet. Mathematisch bedeutet es, dass zu den Spannungen des hypoplastischen Stoffgesetzes die viskosen Spannungen addiert werden. Im eindimensionalen Fall spricht man vom Kelvin- oder vom Bingham-Modell [Som70].

Sommerfeld gibt die „Reibungsdrücke“ für kompressible Flüssigkeiten mit folgender Gleichung an [Som70]:

$$p_{ik} = -2\mu \dot{\varepsilon}_{ik} - \lambda \delta_{ik} \dot{\Theta}. \quad (6.3.1)$$

Wobei:

- μ : die „Schichtviskosität“,
- λ : die, der Volumenänderungsgeschwindigkeit zugeordnete Viskosität,
- $p_{ik} = -T_{ik}$: der „Reibungsdruck“ (die Spannung mit dem entgegengesetzten Vorzeichen),
- $\dot{\varepsilon}_{ik} = \frac{d\varepsilon_{ik}}{dt}$: die Zeitableitung der Dehnung,
- $\dot{\Theta} = \frac{d\Theta}{dt} = \frac{d(\text{tr } \varepsilon)}{dt}$: die Zeitableitung der Volumenänderung

sind.

Die Bezeichnung für die Dehnung und für deren Zeitableitung wird im Gegensatz zum hypoplastischen Stoffgesetz beibehalten. Die analoge Beziehung der Elastizitätstheorie ist [Som70]:

$$\sigma_{ik} = 2\mu \varepsilon_{ik} + \lambda \delta_{ik} \Theta. \quad (6.3.2)$$

Wobei:

$\sigma_{ik} = T_{ik}$: die Spannung,

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} = G$: der Gleit- oder Torsionsmodul (die erste Lamé'sche Elastizitätskonstante),

$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{\nu}{(1+\nu)} \cdot 3K$: die zweite Lamé'sche Elastizitätskonstante,

$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$: der Kompressionsmodul,

ε_{ik} : die Dehnung,

$\Theta = \text{tr } \varepsilon$: die Volumenänderung

sind.

Man erkennt, dass die Schichtviskosität μ dem Torsionsmodul G entspricht. Für inkompressible Flüssigkeiten gibt Sommerfeld das Viskositätsgesetz:

$$p_{ik} = -2\mu \dot{\varepsilon}_{ik}$$

an [Som70].

Schreibt man die Gleichung (6.3.1) ausführlich für den allseitig gleichen Druck $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = p$ und isotrope Kompression $\dot{\varepsilon}_{11} = \dot{\varepsilon}_{22} = \dot{\varepsilon}_{33} = \dot{\Theta}/3$ auf, so erhält man:

$$\begin{bmatrix} p = \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & p = \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & p = \sigma_{33} \end{bmatrix} =$$

$$= - \begin{bmatrix} 2\mu \dot{\varepsilon}_{11} + \lambda(\dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{33}) & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu \dot{\varepsilon}_{22} + \lambda(\dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{33}) & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu \dot{\varepsilon}_{33} + \lambda(\dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{33}) \end{bmatrix} =$$

$$= - \begin{bmatrix} 2\mu \frac{\dot{\Theta}}{3} + \lambda \dot{\Theta} & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu \frac{\dot{\Theta}}{3} + \lambda \dot{\Theta} & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu \frac{\dot{\Theta}}{3} + \lambda \dot{\Theta} \end{bmatrix}$$

Damit ist: $-\frac{p}{\dot{\Theta}} = \frac{2}{3}\mu + \lambda$. Das ist die so genannte Volumenviskosität [Som70] (das Analogon des Kompressionsmoduls) im Gegensatz zur „Schichtviskosität“ μ .

6.3.1.1 Die Berücksichtigung der Viskosität beim Einfachscheren

Die Aufteilung der Zeitableitung des Deformationstensors auf den Deviatorortensor und auf den Kugeltensor ist:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_K + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_K = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_D + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_K, \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \delta_{ik} \left(\text{tr} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \right) / 3 + \delta_{ik} \left(\text{tr} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \right) / 3 = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11} & \dot{\varepsilon}_{12} & 0 \\ \dot{\varepsilon}_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\dot{\varepsilon}_{11}/3 & \dot{\varepsilon}_{12} & 0 \\ \dot{\varepsilon}_{21} & -\dot{\varepsilon}_{11}/3 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\varepsilon}_{11}/3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11}/3 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon}_{11}/3 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{11}/3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Durch Multiplikation der Glieder $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_D$ und $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_K$ mit den entsprechenden Viskositäten 2μ und $\left(\text{wegen } \frac{p}{\dot{\Theta}} = 3 \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda \right) \right)$ mit dem 3-fachen der Volumenviskosität $3 \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda \right)$ entsteht folgende viskose Spannung:

$$\mathbf{T}^v = \begin{bmatrix} T_{11}^v & T_{12}^v & 0 \\ T_{21}^v & T_{22}^v & 0 \\ 0 & 0 & T_{33}^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\mu \dot{\varepsilon}_{11}/3 & 2\mu \dot{\varepsilon}_{12} & 0 \\ 2\mu \dot{\varepsilon}_{12} & -2\mu \dot{\varepsilon}_{11}/3 & 0 \\ 0 & 0 & -2\mu \dot{\varepsilon}_{11}/3 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right)\dot{\varepsilon}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right)\dot{\varepsilon}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right)\dot{\varepsilon}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2\mu + \lambda)\dot{\varepsilon}_{11} & 2\mu\dot{\varepsilon}_{12} & 0 \\ 2\mu\dot{\varepsilon}_{21} & \lambda\dot{\varepsilon}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda\dot{\varepsilon}_{11} \end{bmatrix} \quad (6.3.3)$$

Im selbstgebauten weggeregelten Einfeldscherschergerät ist $\dot{\varepsilon}_{12}$ vorgeschrieben. Es kann die Scherspannung T_{12}^v gemessen werden, die Komponenten $T_{11}^v, T_{22}^v, T_{33}^v$ und $\dot{\varepsilon}_{11}$ dagegen nicht. Aus der Gleichung (6.3.3) folgt, dass die Schichtviskosität μ wie folgt bestimmt werden kann:

$$\mu = \frac{T_{12}^v}{2 \cdot \dot{\varepsilon}_{12}} \quad [\text{MPa} \cdot \text{s}]. \quad (6.3.4)$$

Die Bestimmung von λ ist mit der selbstgebauten Torsionszelle nicht möglich, es muss darauf verzichtet werden. Das bedeutet, dass bei der Ausarbeitung des Rechenprogramms für Elementversuche ausschließlich der Viskositätsanteil berücksichtigt wird, welcher aus der reinen Scherdeformation oder der Gleitung resultiert, ohne Volumenänderung. Das ist μ , die Schichtviskosität.

6.3.1.2 Die Berücksichtigung der Viskosität bei der triaxialen Kompression

In der axialsymmetrischen Triaxialzelle sind die Zeitableitungen der radialen Hauptdehnungen einander gleich $\dot{\varepsilon}_{22} = \dot{\varepsilon}_{33}$. Die Aufteilung des Tensors der Deformationsgeschwindigkeit auf den Deviator und auf den Kugeltensor ist wie folgt:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \dot{\varepsilon} - \delta_{ik} \left(\text{tr} \dot{\varepsilon} \right) / 3 + \delta_{ik} \left(\text{tr} \dot{\varepsilon} \right) / 3 = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{33} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \left(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{22} \right) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \left(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{22} \right) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \left(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{22} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \left(\dot{\varepsilon}_{11} + 2\dot{\varepsilon}_{22} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \left(\dot{\varepsilon}_{11} + 2\dot{\varepsilon}_{22} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \left(\dot{\varepsilon}_{11} + 2\dot{\varepsilon}_{22} \right) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Nach Multiplikation mit den entsprechenden Viskositäten erhält man die viskose Scherspannung.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T}^v &= \begin{bmatrix} T_{11}^v & 0 & 0 \\ 0 & T_{22}^v & 0 \\ 0 & 0 & T_{33}^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}\mu\left(\dot{\varepsilon}_{11}-\dot{\varepsilon}_{22}\right) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3}\mu\left(\dot{\varepsilon}_{11}-\dot{\varepsilon}_{22}\right) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3}\mu\left(\dot{\varepsilon}_{11}-\dot{\varepsilon}_{22}\right) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \left(\frac{2}{3}\mu+\lambda\right)\left(\dot{\varepsilon}_{11}+2\dot{\varepsilon}_{22}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{2}{3}\mu+\lambda\right)\left(\dot{\varepsilon}_{11}+2\dot{\varepsilon}_{22}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{2}{3}\mu+\lambda\right)\left(\dot{\varepsilon}_{11}+2\dot{\varepsilon}_{22}\right) \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} 2\mu\varepsilon_{11}+\lambda\left(\dot{\varepsilon}_{11}+2\dot{\varepsilon}_{22}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu\varepsilon_{22}+\lambda\left(\dot{\varepsilon}_{11}+2\dot{\varepsilon}_{22}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu\varepsilon_{22}+\lambda\left(\dot{\varepsilon}_{11}+2\dot{\varepsilon}_{22}\right) \end{bmatrix} \quad (6.3.5)
 \end{aligned}$$

Der volumetrische Anteil muss jetzt vernachlässigt werden und die zugeordnete Viskosität wird gleich Null gesetzt: $\frac{2}{3}\mu+\lambda=0$. Dadurch ist die viskose Scherspannung allein das Resultat des reinen Scherens:

$$\mathbf{T}_D^v = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}\mu\left(\dot{\varepsilon}_{11}-\dot{\varepsilon}_{22}\right) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3}\mu\left(\dot{\varepsilon}_{11}-\dot{\varepsilon}_{22}\right) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3}\mu\left(\dot{\varepsilon}_{11}-\dot{\varepsilon}_{22}\right) \end{bmatrix}. \quad (6.3.6)$$

Der Fehler, welcher durch die Vernachlässigung der Viskosität $\frac{2}{3}\mu+\lambda$ verursacht wird, nimmt mit zunehmender Sättigung durch das Bitumen ab und verschwindet im undrainierten Zustand, also bei vollständiger Sättigung.

In diesem Zustand ist: $\dot{\varepsilon}_{22} = -\dot{\varepsilon}_{11}/2$, und deswegen:

$$\mathbf{T}^v = \mathbf{T}_D^v = \begin{bmatrix} 2\mu \dot{\varepsilon}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -\mu \dot{\varepsilon}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & -\mu \dot{\varepsilon}_{11} \end{bmatrix}. \quad (6.3.7)$$

Man kommt auf das gleiche Ergebnis, wenn man für den Fall der volumenkonstanten Verformung das von Sommerfeld oben zitierte Viskositätsgesetz $p_{ik} = -2\mu \dot{\varepsilon}_{ik}$ für inkompressible Flüssigkeiten anwendet.

6.3.2 Die Berücksichtigung des Porendruckes

Die Poren sind teilweise mit Flüssigkeit gefüllt. Die Sättigung ist nach (5.3.2):

$$s = \frac{\text{flüssigkeitsgefüllter Porenraum}}{\text{Porenraum}},$$

wenn keine Reduktion des Porenraumes vorgenommen wird. Der resultierende Kompressionsmodul K lässt sich wie folgt entsprechend der Gleichung (5.3.1) berechnen [PLA]:

$$K = \frac{K_{Bit} K_{Air}}{s K_{Air} + (1-s) K_{Bit}},$$

Hierbei bedeuten:

- K_{Bit} den Kompressionsmodul des Bitumens (= 1000 MPa)
- K_{Air} den Kompressionsmodul der Luft (= 0,2 MPa).

Bei der Kompression des Porenraumes steigt die Sättigung und somit auch der „resultierende“ Kompressionsmodul K . Vernachlässigt man die Kompressibilität des Bitumens, so lässt sich die aktuelle Sättigung folgendermaßen bestimmen:

$$s = s_0 \frac{e_0}{e}, \text{ wobei:} \quad (6.3.8)$$

s_0 : die Sättigung zu einem Anfangszeitpunkt,

e_0 : die Porenzahl zu einem Anfangszeitpunkt,

s : die Sättigung zum aktuellen Zeitpunkt,

e : die Porenzahl zum aktuellen Zeitpunkt

bedeuten.

Die Entwicklungsgleichung des Porendruckes ist:

$$\dot{\mathbf{u}} = \delta_{ik} K \frac{\dot{e}}{e} = \delta_{ik} K \frac{(1+e) \operatorname{tr} \mathbf{D}}{e} = \begin{bmatrix} \dot{u} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{u} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{u} \end{bmatrix}; \quad (6.3.9)$$

Zwischen den so genannten effektiven Spannungen und dem Porendruck besteht der Zusammenhang:

$$\mathbf{T}_{\text{total}} = \mathbf{T} + \mathbf{u}, \quad (6.3.10)$$

wobei:

$\mathbf{T}_{\text{total}}$: die totale Spannung,

$\mathbf{u}$: der Porendruck,

$\mathbf{T}$: die wirksame Spannung

sind.

Bei einem undrainierten Versuch kommt es vor, dass der Zelldruck, d.h. der äußere totale Seitendruck konstant bleibt, sich aber der Porendruck ändert, was automatisch die Änderung der wirksamen Spannung nach sich zieht:

$$\dot{T}_2 = -\dot{u}. \quad (6.3.11)$$

7 Die Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter

Die experimentelle Bestimmung erfolgt auf der Grundlage der Literatur [Her97], wo auch eine ausführliche Begründung der Verfahren zu finden ist. Mit dem Bild 7.0.1. erhält man einen Eindruck über das untersuchte Korngerüst.



Bild 7.0.1: Das Korngerüst des Asphalts AC-12

Der mineralische Zusatzstoff des untersuchten Asphalts besteht aus den in der Tabelle 7.0.1. zusammengestellte Fraktionen:

Tabelle 7.0.1: Mineralisches Korngerüst des AC-12

GESTEIN	GEWICHTSANTEIL [%]	KORNGRÖÖE [MM]
Kalkstein („Filler“)	8	0 - 0,063
Kalkstein	26	0 - 2,0
Andesit	20	2 – 5
Andesit	20	5 – 8
Basalt	26	8 - 12

Durch die Mischung obiger Fraktionen entsteht die im Bild 7.0.2. dargestellte Kornverteilung

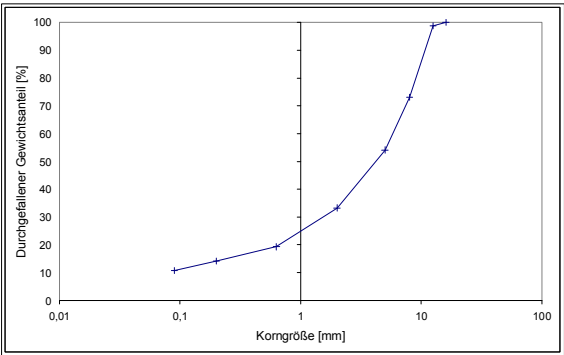


Bild 7.0.2: Die Kornverteilung des AC-12

Dem sehr breiten Spektrum der Korngröße entsprechend ist auch der Ungleichförmigkeitsgrad sehr groß:

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \approx \frac{5,5}{0,09} > 60.$$

In der Tabelle 7.0.2. sind alle Untersuchungen zusammengefasst, welche zur Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter erforderlich waren und über die in den nächsten Abschnitten dieses Kapitels berichtet wird.

Tabelle 7.0.2: Versuchsarten zur Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter

VERDICHTUNG MIT DEM GYRATOR	ÖDOMETRISCHE KOMPRESSIION	TRIAXIALE KOMPRESSIION OHNE DRAINAGE UND RAHMENSCHERVERSUCH	TRIAXIALE KOMPRESSIION MIT DRAINAGE
e_{d0} Porenzahl der dichtesten Lagerung	h_s Granulathärte	φ_c Kritischer Reibungswinkel	α Exponent (Dichteeinfluss auf die Reibung, und Dilatanz)
	n Exponent des Kompressionsgesetzes	e_{c0} Porenzahl der kritischen Dichte	
	β Exponent (Dichteeinfluss auf die Steifigkeit)	e_{i0} $(e_{i0} \approx 1,15 \cdot e_{c0})$ Porenzahl der lockersten, isotropen Lagerung	

7.1 Der kritische Reibungswinkel φ_c

Der Begriff wurde bereits in den Abschnitten 3.1.5. und 6.1. geklärt, und seine Rolle ist im hypoplastischen Basismodell erläutert worden.

In [Her97] ist gezeigt worden, dass der Einfluss des kritischen Reibungswinkels auf das numerische Ergebnis entscheidend ist. Deswegen war der Verfasser bestrebt, diesen Stoffparameter möglichst genau zu bestimmen. Das ist die Erklärung für die Durchführung der aufwändigen Scherversuche. Eine Abschätzung ist auch mit dem so genannten Schüttkegelversuch möglich [Her97]. Beim Schüttkegelversuch ergab sich ein Reibungswinkel um ca. 37° , welcher niedriger ist, als die mit den Scherversuchen ermittelten Werte.

Der kritische Zustand granularer Stoffe entsteht nach sehr großen Deformationen. Dieser Zustand wird durch das Korngerüst asymptotisch erreicht. Beim Rahmenscherversuch waren möglichst große Scherwege zu realisieren. Bei der so genannten undrainierten triaxialen Kompression ist die große Deformation nicht erforderlich. Durch die volumentreue Verformung stellt sich der „quasi-kritische“ [Her97] Zustand relativ schnell ein.

Die Großrahmenscherversuche (mit einer Probenfläche von 900 cm^2), sind im Institut für Geotechnik der TU Dresden für trockenes und für ölhaltiges Korngerüst durchgeführt worden. Der Ölgehalt betrug $3\text{ m\%}$.

Die Normaldrücke im Rahmenschergerät betrugen $0,1\text{ MPa}$, $0,3\text{ MPa}$ und $0,45\text{ MPa}$. Die Proben wurden in sehr lockerem Zustand eingebaut. Die Versuchsprotokolle sind in der Anlage **D1** enthalten. Nach einem Scherweg von $28 - 45\text{ mm}$ sind die ermittelten kritischen Reibungswinkel:

für das trockene Korngerüst: $\varphi_c = 42,5^\circ$,

für das ölhaltige Korngerüst: $\varphi_c = 41,6^\circ$.

Wie man es erwartet hat, beeinflusst der Ölgehalt den Reibungswinkel nicht. Der kritische Reibungswinkel wird durch die granularen Eigenschaften bestimmt, wie Korngröße, Kornform und die Kornverteilung [Her97].

Eine weitere Bestimmungsmöglichkeit für den kritischen Reibungswinkel sind die undrainierten Triaxialversuche. Diese Versuche sind am Institut für Geotechnik der TU Bergakademie Freiberg, an der Triaxialanlage des Lehrstuhls für Bodenmechanik durchgeführt worden. Dieser Versuch war auch wegen der Bestimmung der kritischen Porenzahl e_{c0} erforderlich (Abschnitt 7.3.2.). In diesem Fall konnte nur das „reine“ (wassergesättigte) Korngerüst untersucht werden.

Die mit dem Stützzylinder hergestellten Proben hatten einen Durchmesser von $d = 100$ mm und eine Höhe von $h \approx 200$ mm. Es konnten zwei Versuche mit konstanten Zelldrücken gefahren werden, wobei die wirksamen mittleren Anfangsdrücke auf 0,1 MPa und 0,3 MPa eingestellt wurden. Um den Zusatzstoff möglichst locker einbauen zu können, ist das Material ein wenig angefeuchtet worden. Dadurch konnten die lockeren Proben durch die Wirkung von Kapillarkräften vom Kollabieren geschützt werden. Nach der Überflutung ist der Wasserdruck innerhalb und außerhalb der Probe erhöht worden, damit sich die Luftblasen auflösen. Anschließend wurde der Zelldruck erhöht und die Probe konsolidiert, bis sich der gewünschte wirksame isotrope Druck eingestellt hat. Es ist auch der so genannte „B-Test“ zur Überprüfung der ausreichenden Wassersättigung gemacht worden. Die Zusammenfassung der wichtigsten Daten bis vor dem eigentlichen Versuchsbeginn, einschließlich Konsolidation, ist in der nächsten Tabelle enthalten.

VERSUCH NR.	PORENZAHL BEIM EINBAU e [-] (VMA [%])	PORENDRUCK NACH DER KONSOLIDATION [kPa]	ZELLD RUCK NACH DER KONSOLIDATION [kPa]	WIRKSAMER ISOTROPER DRUCK [kPa]	PORENZAHL NACH DER KONSOLIDATION e [-] (VMA [%])
1	0,65 (39)	200	300	100	0,52 (34)
2	0,62 (38)	200	500	300	0,45 (31)

Die Axialspannung ist nach Abschluss der Konsolidation und Schließen der Drainage weggeregelt gesteigert worden. Gemessen wurden die Axialbeanspruchung, die Axialverformung und der Porendruck. Die Verformungen verliefen – wegen der geschlossenen Drainage – volumenkonstant. Die wirksame radiale Spannungsänderung resultierte allein aus der Porendruckänderung, weil die totale Druckänderung wegen des konstant gehaltenen Zelldruckes gleich 0 war. Die wirksamen Spannungspfade sind im Bild 7.1.1. dargestellt.

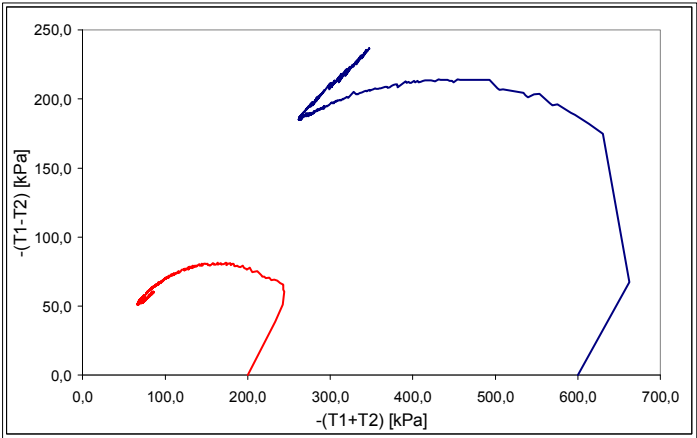


Bild 7.1.1: Wirksame Spannungspfade

In der Tabelle 7.1.1. sind die Angaben der Spannungen und des Reibungswinkels für den quasi-kritischen Zustand zusammengefasst.

Tabelle 7.1.1: Das Ergebnis der undrainierten triaxialen Kompression

VERSUCH NR.	PORENDRUCK u [kPa]	WIRKS. AXIALSP. σ'_1 [kPa]	WIRKS. RADIALSP. σ'_3 [kPa]	REIBUNGSWINKEL $\varphi_c = \arcsin\left(\frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}\right)$
1	92	60	8	$49,9^0$
2	260	224	39	$44,7^0$

Vergleicht man diese Werte für den kritischen Reibungswinkel mit denen von den Rahmenscherversuchen, so stellt man eine Abweichung bis zu 8^0 fest. Vermutlich sind die in der undrainierten triaxialen Kompression bestimmten kritischen Reibungswinkel zu hoch. Es war dem Verfasser nicht möglich, der Klärung dieser Frage nachzugehen. Aufgrund der vorliegenden Ergebnisse wird für den kritischen Reibungswinkel der Wert:

$\varphi_c = 41^0$

festgelegt. Darstellungen der Versuchsergebnisse sind in der Anlage **D2** enthalten.

7.2 Die Granulathärte h_s und Exponent n

Das Kompressionsgesetz nach Bauer ist (Glg. 6.1.2) [Her97, Wol95]:

$$\frac{e_p}{e_{p0}} = \exp \left[- \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^n \right], \text{ mit } p_s = -\text{tr } \mathbf{T} / 3.$$

e_p ist die Porenzahl einer proportionalen Kompression [Her97]. Es wird nicht empfohlen, die gesuchten Parameter (h_s, n) aus dem Kompressionsgesetz von Bauer direkt zu bestimmen, weil die mathematische Regression zur Bestimmung der Unbekannten h_s, n und e_{p0} nicht unbedingt ein eindeutiges Ergebnis liefert [Her97]. Stattdessen benützt [Her97] den ödometrischen Kompressionsbeiwert zur Bestimmung der gesuchten Stoffparameter. Nach Differenzierung folgt aus dem Kompressionsgesetz [Her97]:

$$\dot{p}_s = -\frac{1}{3} \frac{h_s}{n} \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^{1-n} \left(\frac{1+e_i}{e_i} \right) \frac{\dot{e}_i}{1+e_i}. \quad (7.2.1)$$

Mit $K \stackrel{\text{def}}{=} -\dot{p}_s / (\dot{e}_i / (1+e_i))$ ist der Kompressionsmodul [Her97]:

$$K = \frac{1}{3} \frac{h_s}{n} \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^{1-n} \left(\frac{1+e_i}{e_i} \right). \quad (7.2.2)$$

Der Kompressionsmodul ist in der Barotropiefunktion des hypoplastischen Stoffgesetzes Glg. (6.1.4) enthalten:

$$\begin{aligned} f_b &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{h_s}{n} \left(\frac{e_{i0}}{e_{c0}} \right)^\beta \frac{1+e_i}{e_i} \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^{1-n} \left[3 + a^2 - a\sqrt{3} \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} = \\ &= 3K \cdot \left(\frac{e_{i0}}{e_{c0}} \right)^\beta \left[3 + a^2 - a\sqrt{3} \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1}. \end{aligned}$$

Wegen $p_s = -\text{tr} \mathbf{T} / 3$, und der Porenzahl $e_i(p_s)$ ist der Kompressionsmodul druckabhängig (Barotropie). Der Kompressionsbeiwert ist [Her97]:

$$C_c \stackrel{\text{def}}{=} de / d \ln(T_1 / T_0) . \quad (7.2.3)$$

Die Beziehung zwischen dem Kompressionsbeiwert C_c und dem Kompressionsmodul K erhält man mit der Definition des Kompressionsmoduls

$K = \frac{dp_s}{d\varepsilon_v}$ (wobei die Volumendehnungsrate $d\varepsilon_v = de / (1 + e)$ ist) [Her97]:

$$C_c = \frac{de}{d(\ln p_s)} = de \frac{p_s}{dp_s} \frac{(1+e)}{(1+e)} = \frac{de}{dp_s (1+e)} (1+e) p_s = \frac{1}{K} (1+e) p_s$$

$$C_c = \frac{1}{K} (1+e) p_s \quad (7.2.4)$$

Setzt man für K (7.2.2.) in (7.2.4.) ein, so erhält man für $e = e_p$ die Granulathärte:

$$h_s = 3 p_s \left(\frac{n e_p}{C_c} \right)^{\frac{1}{n}} . \quad (7.2.5)$$

Hierzu muss aber erst der Exponent n aus der Beziehung (siehe Bild 7.2.1) [Her97]:

$$n = \frac{\ln \frac{e_{p1} C_{c2}}{e_{p2} C_{c1}}}{\ln \frac{p_{s2}}{p_{s1}}} \quad (7.2.6)$$

bestimmt werden, wobei:

$$C_c \approx \frac{\Delta e_p}{\Delta \left(\ln \frac{p_s}{p_0} \right)}$$

gesetzt wird.

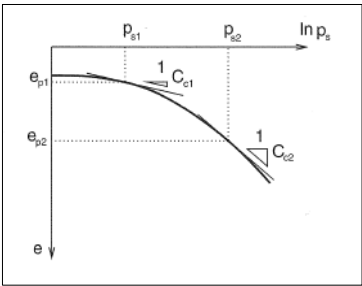


Bild 7.2.1: Zur Bestimmung der Kompressionsparameter [Her97]

Die in dieser Arbeit verwendeten Beziehungen sind also die Gleichungen (7.2.5.) und die (7.2.6.).

Das für das Korngerüst der Asphaltmischung benutzte Ödometer (TU Budapest) hatte den Durchmesser von 150 mm (siehe Anlage **D3**). Neben dem trockenen Korngerüst ist auch eines mit dem Ölgehalt von 4,3 Massenprozent untersucht worden. Die Kompressionskurven zeigen, dass das ölhaltige Korngerüst lockerer eingebaut werden konnte $e = 0,67$ ($n = VMA = 40\%$) als das trockene Korngerüst $e = 0,57$ ($n = VMA = 36,3\%$). Zur Bestimmung der gesuchten Kompressionsbeiwerte sind folgende Messwerte benutzt worden:

TROCKENES KORNGERÜST			
$T_1 = 30 \text{ kPa}$	$p_s = 17,3 \text{ kPa}$	$e = 0,564$ VMA=36 %	$C_c = 0,003$
$T_1 = 1650 \text{ kPa}$	$p_s = 942,6 \text{ kPa}$	$e = 0,473$ VMA=32 %	$C_c = 0,054$
Ölhaltiges Korngerüst (4,3%)			
$T_1 = 30 \text{ kPa}$	$p_s = 17,3 \text{ kPa}$	$e = 0,651$ VMA=39 %	$C_c = 0,015$
$T_1 = 1650 \text{ kPa}$	$p_s = 942,6 \text{ kPa}$	$e = 0,472$ VMA=32 %	$C_c = 0,087$

Der mittlere Druck ist mit Hilfe der Jáký-Formel: $T_2 / T_1 = 1 - \sin 41^\circ$ berechnet worden [Her97]. Aus den Messwerten ergaben sich folgende Kompressionsparameter:

KORNGERÜST	EXPONENT	GRANULATHÄRTE
AC-12	n [–]	h_s [MPa]
Trocken	0,76	26
Ölhaltig (4,3%)	0,52	23

Die berechneten Kompressionsparameter sind durch Probieren so verbessert worden, dass die im Bild 7.2.2. zu sehende Deckung gemessener und berechneter Werte erreicht werden konnte. Die verbesserten Werte sind in der Tabelle 7.2.1. enthalten.

Tabelle 7.2.1: Die ermittelten Kompressionsparameter

KORNGERÜST	EXPONENT	GRANULATHÄRTE
AC-12	n [–]	h_s [MPa]
Trocken	0,602	43
Ölhaltig (4,3%)	0,485	22,5

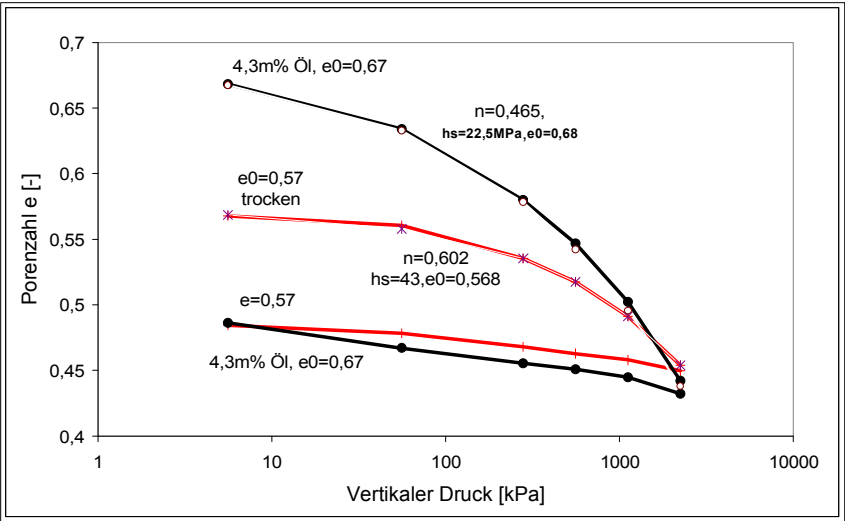


Bild 7.2.2: Einaxiale Kompression zur Bestimmung der Kompressionsparameter

Als gültige Stoffparameter werden die folgenden Werte angesehen:

Granulathärte: $h_s = 22 \text{ MPa}$,

Exponent: $n = 0,5$.

Photos über das Gefäß des Ödometers mit dem ölhaltigen Korngerüst sind in der Anlage **D3** enthalten.

7.3 Die charakteristischen Porenzahlen

7.3.1 Die dichteste Lagerung e_{d0}

Diese Porenzahl wird durch zyklisches Scheren unter gleichzeitigem Druck [Her97] mit dem Gyrator ermittelt. In diesem Fall betrug der Vertikaldruck im Gyrator $T_1 = 0,6 \text{ MPa}$. Die Dichte der Proben des trockenen Korngerüsts ist aus den geometrischen Abmessungen bestimmt worden. Die Dichte der Asphaltproben dagegen mit der üblichen Methode der Tauchwägung. Aus der Dichte konnte, durch Rückrechnung, das Porenvolumen bestimmt werden:

Trockenes Korngerüst: $e_{d0} = 0,266$, entspricht: $VMA_{d0} = 21\%$;

Bitumenhaltiges Korngerüst: $e_{d0} = 0,14$, entspricht: $VMA_{d0} = 12\%$.

7.3.2 Der kritische Zustand e_{c0}

e_c kann zusammen mit dem kritischen Reibungswinkel φ_c aus einer undrainierten triaxialen Kompression im quasi kritischen Zustand bestimmt werden [Her97]. Aus den entsprechenden Ergebnissen des Abschnittes 7.1. werden die Porenzahlen der undrainierten triaxialen Kompressionsversuche und die zugehörigen effektiven Spannungen entnommen. Mit dem Kompressionsgesetz von Bauer und den bereits bestimmten Kompressionsparametern wurde e_{c0} bestimmt. Das Ergebnis ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

	VMA_c [%]	e_c [-]	p_s [MPa]	h_s [MPa]	n [-]	e_{c0} [-]	VMA_{c0} [%]
1Versuch	34,2	0,52	0,025	43	0,6	0,532	34,7
1Versuch	34,2	0,52	0,025	22	0,49	0,553	35,6
2Versuch	31,0	0,45	0,101	43	0,6	0,474	32,1
2Versuch	31,0	0,45	0,101	22	0,49	0,509	33,7

Nach [21] ist die Annahme $e_{c0} \approx e_{\max}$ in der Regel gerechtfertigt. Zur Bestimmung von $e_{\max}$ ist das öl- oder bitumenhaltige Korngerüst ungeeignet. Mit dem trockenen Korngerüst sind folgende Werte erreicht worden.

KAPITEL	VERSUCHSTYP	$e_{\max}$ (VMA [%])
7.1.1.	Rahmenscherversuch	0,565 – 0,609 (36% - 38%)
7.1.1.	Undrain. triax. Kompress.	0,62 – 0,65 (38% - 39%)
7.1.2.	Ödometr. Kompress.	> 0,56 (36 %)

Die Einbauporenzahlen der triaxialen Kompression sind am größten. Die lockere Struktur der angefeuchteten Proben konnte durch die Oberflächenspannung des Wassers erzeugt werden. Deswegen werden die Werte des Rahmenscherversuchs als maßgeblich angesehen: $e_{\max} = 0,57 - 0,61$ (36% – 38%). Die Übereinstimmung mit dem ersten Triaxialversuch kann als zufrieden stellend angesehen werden.

Als maßgeblicher Wert gilt im Weiteren: $e_{c0} = 0,6$, entspricht: $VMA_{c0} = 38\%$;

7.3.3 Die lockerste isotrope Lagerung e_{i0}

Dieser Zustand (spannungsfrei und isotrop) kann physikalisch nicht realisiert werden. Nach [Her97] darf dieser Wert aus der lockersten Lagerung wie folgt berechnet werden:

$e_{c0} \approx e_{\max}$	$e_{i0} \approx 1,15 \cdot e_{c0}$
0,60 (VMA=38 %)	0,69 (VMA=41 %)

7.4 Der Exponent α

Der Parameter α steuert den Dichteinfluss über die Pyknotropiefunktion (Glg. 6.1.6.)

$$f_d^{\text{def}} = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha$$

auf den Peak Reibungswinkel φ_p und auf den Dilatanzwinkel ν_p (Abschnitt 3.1.5). Zu seiner Bestimmung ist ein drainierter triaxialer Kompressionsversuch mit einer dicht eingebauten Probe erforderlich. Es müssen die effektiven Spannungen und die Dichte im Peak-Zustand gemessen werden. Weiterhin müssen die bisher bestimmten hypoplastischen Stoffparameter bekannt sein [Her97].

φ_c [°]	h_s [MPa]	n [-]	e_{d0} [-] VMA [%]	e_{c0} [-] VMA [%]	e_{i0} [-] VMA [%]
41	22	0,5	0,14 12	0,6 38	0,69 41

Im Peak-Zustand verschwindet die inkrementelle Steifigkeit, folglich die Spannungsrate $\dot{\mathbf{T}}$, und dadurch der tensorielle Teil des hypoplastischen Stoffgesetzes (6.1.1):

$$F^2 \mathbf{D} + a^2 \hat{\mathbf{T}} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) + f_d(e) a F (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \|\mathbf{D}\| = \mathbf{0}, \quad (7.4.1)$$

wobei für die axialsymmetrische Triaxialprobe $F=1$ gilt. Es ergeben sich zwei skalare Gleichungen. Aus einer von beiden folgt [Her97]:

$$\alpha = \frac{\ln \left[6 \frac{(2 + K_p)^2 + a^2 K_p (K_p - 1 - \tan \nu_p)}{a(2 + K_p)(5K_p - 2) \sqrt{4 + 2(1 + \tan \nu_p)^2}} \right]}{\ln(r_e)}, \quad (7.4.2)$$

wobei:

$r_e = \frac{e - e_d}{e_c - e_d}$ die druckabhängige relative Porenzahl, e die Porenzahl im Peak Zustand,

$p_s = \frac{1}{3}(T_1 + 2T_2)$ der mittlere Druck, $K_p = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)_p = \frac{1 + \sin \varphi_p}{1 - \sin \varphi_p}$, das

Hauptspannungsverhältnis im Peak Zustand, φ_p der Peak Reibungswinkel sind.

Der Grenzzustand wird in einer einzigen Deformationsrichtung erreicht. Folglich können aus den beiden Gleichungen der verschwindenden Steifigkeit die Hauptdehnungsraten $D_1; D_2$ berechnet werden. Der Dilatanzwinkel ν_p ist wie folgt definiert [Her97]:

$\tan \nu_p \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{D_1 + 2D_2}{D_1}$, daraus folgt dann [Her97]

(7.4.3)

$\tan \nu_p = 2 \frac{K_p - 4 + 5AK_p^2 - 2AK_p}{(5K_p - 2)(1 + 2A)} - 1,$

(7.4.4)

wobei:

$A = \frac{a^2}{(2 + K_p)^2} \left[1 - \frac{K_p(4 - K_p)}{5K_p - 2} \right],$

(7.4.5)

und $a = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)}{2\sqrt{2} \sin \varphi_c}$ (Glg. 6.1.7.) sind [Her97].

Die Versuchsergebnisse der triaxialen Kompressionsversuche an dichten öl- und bitumenhaltigen Proben sind in der Tabelle 7.4.1. enthalten.

Tabelle 7.4.1: Die Ermittlung des Stoffparameters α

	TU BUDAPEST ÖLHALTIGE PROBEN		TU DRESDEN BITUMENHALTIGE PROBEN			
Öl-bzw.Bitumengehalt [%]	4,3	4,3	4,3	5,3	4,3	5,3
e_{einbau}	0,165	0,170	0,157	0,170	0,203	0,205
VMA_{einbau} [%]	14,2	14,5	13,6	14,5	16,9	17

e_{peak}	0,19	0,19	0,205	0,205	0,205	0,205
VMA_{peak}	16	16	17	17	17	17
$\varphi_p [^\circ]$	72	65	69	67	64	62
T_1 [MPa]	1,94	2,08	1,45	1,18	0,95	0,8
T_2 [MPa]	0,05	0,1	0,05	0,05	0,05	0,05
K_p	38,8	20,8	29	23,6	19	16
r_e	0,182	0,185	0,242	0,238	0,233	0,230
$\tan \nu_p$	1,06	0,87	0,98	0,92	0,84	0,76
$\nu_p [^\circ]$	47	41	45	43	40	37
α	0,102	0,093	0,118	0,112	0,106	0,099

Die Versuche sind an der TU Budapest und an der TU Dresden durchgeführt worden. Leider war es aus technischen Gründen nicht möglich, die Volumenänderung der Proben exakt zu messen. Die Werte e_{peak} und VMA_{peak} in der Tabelle stellen nur sehr gute Schätzwerte dar. Bei den bitumenhaltigen Proben ist nach dem Versuch an zwei Proben ($e_{einbau} = 0,157$ und $e_{einbau} = 0,170$) die Dichte gemessen worden (siehe Abschnitt 5.2), bei den anderen beiden erfolgte keine Dichtebestimmung.

Die Einbauporenzahlen und die Hauptspannungen stellen genaue Werte dar. Die Berechnungsergebnisse für den gesuchten Exponenten sind im Intervall: $\alpha = 0,093 - 0,118$. Für das untersuchte Korngerüst wird der Wert:

$$\alpha = 0,1$$

als maßgeblich angesehen.

Die Anlage **D4** enthält das Photo der ölhaltigen Triaxialproben.

7.5 Der Exponent β

Der Exponent β drückt den Einfluss der Dichte über die Pyknotropiefunktion (Glg. 6.1.5)

$$f_e^{\text{def}} = \left(\frac{e_c}{e} \right)^\beta$$

auf die Steifigkeit (z. B.: $E_s = \dot{T}_1 / D_1$, bei ödometrischer Kompression) aus. Seine Bestimmung ist erst möglich, nachdem alle übrigen Stoffparameter bereits bestimmt sind [Her97].

φ_c [°]	h_s [MPa]	n [–]	e_{d0} [–] VMA [%]	e_{c0} [–] VMA [%]	e_{i0} [–] VMA [%]	α [–]
41	22	0,5	0,14 12	0,6 38	0,69 41	0,1

Man kann den Exponenten aus zwei Steifigkeiten bestimmen, welche man bei denselben Drücken, aber bei verschiedenen Dichten ermittelt hat. Zu diesem Zweck können Ergebnisse ödometrischer Kompressionsversuche dienen. Zur numerischen Bestimmung benötigt man nach [Her97] die nachstehenden Zusammenhänge:

$$\beta = \frac{\ln \left[\frac{E_{s2}(m_1 - n_1 f_{d1})}{E_{s1}(m_2 - n_2 f_{d2})} \right]}{\ln \left(\frac{e_1}{e_2} \right)}, \quad (7.5.1)$$

wobei

$$\frac{E_{s2}}{E_{s1}} = \frac{C_{e1}}{C_{e2}} \frac{1 + e_2}{1 + e_1} \quad (7.5.2)$$

ist. Weiterhin sind:

$$m_i = (2 + K_{0i})^2 + a^2; \text{ und } n_i = a(2 + K_{0i})(5 - 2K_{0i})/3. \quad (7.5.3)$$

f_{di} ist die Pyknotropiefunktion für die Porenzahlen e_i . Der Seitendruckbeiwert wird auch hier mit der Jáky-Formel $K_{0i} = 1 - \sin \varphi_{pi}$ geschätzt. Für den Spitzenreibungswinkel sind die aktuellen und geschätzten dichteabhängigen Werte einzusetzen. Zur Bestimmung des Exponenten β sind die Messwerte der ödometrischen Kompression des Abschnittes 7.2. verwendet worden. Die Ergebnisse sind, wie folgt tabellarisch zusammengefasst.

Tabelle 7.5.1: Die Ermittlung des Exponenten β

KENNZAHL, STOFFPARAMETER	„LOCKER“	„DICHT“
Porenzahl e [-]	0,65	0,48
Vertikalspannung T_1 [kPa]	31,4	31,4
Mittl. Druck p_s [kPa]	18,4	17,0
Kompressionsbeiwert C_c [MPa]	0,0148	0,0083
Ruhedruckbeiwert K_0 [-]	0,4	0,33
f_d [-]	1,01	0,97
e_1 / e_2	1,37	
$\frac{E_{s2}}{E_{s1}}$ [-]	1,47	
$\frac{m_1 - n_1 f_{d1}}{m_2 - n_2 f_{d2}}$ [-]	1,01	
Exponent β [-]	1,54	

Die Stoffkonstanten des hypoplastischen Basismodells für das Korngerüst des Asphalts AC-12 sind in der Tabelle 7.5.2. enthalten.

Tabelle 7.5.2. : Die hypoplastischen Stoffparameter des Asphaltes AC-12

φ_c [°]	h_s [MPa]	n [-]	e_{d0} [-] VMA [%]	e_{c0} [-] VMA [%]	e_{i0} [-] VMA [%]	α [-]	β [-]
41	22	0,5	0,14 12	0,6 38	0,69 41	0,1	1,5

7.6 Der Einfluss des Bitumengehalts auf die Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter

Die Stoffparameter sind Konstanten, welche vom Stoffzustand (Spannungszustand und Porenzahl) unabhängig sind. Sie werden allein durch die Granulometrie (Kornverteilung, Kornform, Korngröße, Kornmaterial) bestimmt [Her97]. Der

Asphalt setzt sich neben dem Korngerüst aus dem Bindemittel Bitumen zusammen. Die Stoffparameter können durch das Bitumen beeinflusst werden.

Am eindeutigsten kann man den Einfluss auf die Porenzahl der dichtesten Lagerung e_{d0} feststellen. Das Bitumen funktioniert vermutlich als Schmierstoff. Eine analoge Rolle ist auch bei den Kompressionsparametern h_s und n denkbar, wodurch der Einfluss auf den Exponenten β nicht ausgeschlossen werden kann. Daraus folgt, dass diese Parameter nicht mit dem trockenen, sondern mit einem „Schmiermittel“ gemischten Korngerüst bestimmt werden sollten. Mit einem heizbaren Ödometer können die Kompressionsparameter direkt für den Asphalt gemessen werden. In dieser Arbeit konnte diese Messung nicht durchgeführt werden, weil der heizbare Ödometer nicht zur Verfügung stand.

Im Abschnitt 7.1. wurde festgestellt, dass das Öl auf den kritischen Reibungswinkel φ_c keinen Einfluss hat. Folglich wird auch die Porenzahl im kritischen Zustand e_{c0} durch die granulometrischen Eigenschaften (Korngröße, Kornform und Kornverteilung) bestimmt, ähnlich wie die Porenzahl der lockersten isotropen Lagerung e_{i0} .

An dieser Stelle sei bemerkt, dass die Porenzahl der lockersten Lagerung $e_{\max}$ ohne Schmiermittel (Öl) bestimmt werden sollte, weil dadurch zusätzliche Oberflächenkräfte auftreten können. Damit kann sich eine Makroporenstruktur bilden. Diese Struktur sollte vermieden werden, weil dadurch nach [Her97] ein nicht „einfaches Korngerüst“ entsteht, welches die Methode der Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter in unbekannter Weise beeinflusst und verfälscht [Her97].

8 Die experimentelle Arbeit zur Überprüfung des Stoffgesetzes

Die Experimente, welche in diesem Kapitel vorgestellt werden, sind der unter Abschnitt 1.1. dargestellten Grundidee entsprechend geplant worden. Durch ihre Ergebnisse soll einerseits nachgewiesen werden, dass sich der Asphalt hoher Temperatur tatsächlich nach den Gesetzen der Mechanik der granularen Stoffe verhält. Andererseits soll die Wirkung des hohen Bitumengehaltes infolge einer zyklischen Beanspruchung auf die Zunahme der akkumulierten plastischen Verformung nachgewiesen werden.

Zur Untersuchung der vorausgesetzten Gesetzmäßigkeiten wie Pyknotropie und Barotropie (Abschnitt 3.1.4), sowie das „Small-Strain“-Verhalten (Abschnitt 3.2.3) und geschwindigkeitsabhängiger Verformungswiderstand (Abschnitt 6.3.1.1.) wurden Versuche mit einer selbstentwickelten Torsionsscherzelle durchgeführt. Mit dieser sollte auch geprüft werden, ob der Zustand der zyklischen Mobilität (Abschnitt 3.2.1.) in der Scherzelle erreicht und ob die Wirkung des Porenüberdruckes auf den Gleitmodul nachgewiesen werden können. Die weggeregelte zyklische Scherzelle ist zur Messung des Gleitmoduls geeignet. Akkumulierte deviatorische Verformungen, bedingt durch die weggeregelte zyklische Beanspruchung, können im Torsionsprobekörper nicht entstehen.

Zur Untersuchung der vorausgesagten Auswirkung des Bitumengehaltes auf die akkumulierte plastische Verformung war die Triaxialanlage der TU Dresden vorgesehen. Das „Small-Strain“-Verhalten und auch die Geschwindigkeitsabhängigkeit während der triaxialen Kompression sollten mit den Ergebnissen der Torsionszelle verglichen werden.

Durch die Versuche entsteht die Möglichkeit, die theoretischen Überlegungen anhand der experimentellen Ergebnisse zu überprüfen, andererseits dienen sie dem Vergleich der numerischen Simulation des 9. Kapitels.

8.1 Steifigkeitsmessungen in der zyklischen Torsionsscherzelle

Stoffgesetze können experimentell am einfachsten durch die so genannten Elementversuche (Abschnitt 3.1.1.) überprüft werden [Her97]. Neben der Triaxialzelle an der TU Dresden gab es keine Möglichkeit, Versuche an Asphaltproben unter triaxialem Spannungszustand zu realisieren. Der Zugang zu dieser Triaxialanlage war jedoch stark begrenzt. Um Versuche in einer größeren Anzahl durchführen zu können, ist die zyklische Torsionsscherzelle entworfen und gebaut worden. Im Abschnitt 5.4. ist die Scherzelle erwähnt und einige durch sie ermittelten Ergebnisse sind dort auch gezeigt worden.

Der Nachteil der Torsionszelle ist, dass in ihr kein Elementversuch verwirklicht werden kann, weil der Spannungs- und Deformationszustand innerhalb des Probenkörpers nicht homogen ist. Er hängt näherungsweise linear vom Radius ab. In der Mitte der Probe gehen die Scherdeformationen und Schubspannungen gegen Null. Diese Tatsache wirkt sich auf die Qualität der Versuchsergebnisse negativ aus, bei welchen die Größe der Scherdehnung das Ergebnis beeinflusst, also besonders bei der Untersuchung des „Small-Strain“-Verhaltens (Abschnitt 3.2.3.) und der der zyklischen Mobilität (Abschnitt 3.2.1.).

Um den Einfluss der Mitte der Kreisscheibe zu reduzieren, wurde sie ausgebohrt. So entstand die Kreisringscheibe, ganz ähnlich dem Kreisringschergerät der Bodenmechanik. Auch die Beanspruchung entspricht dem eines Kreisringschergerätes.

Einzelheiten über die selbstentwickelte Torsionsscherzelle enthält die Anlage C.

8.1.1 Die Beschreibung der Beanspruchung

Der Kreisring oder Kreisscheibe ist so eingespannt, dass unter der Axiallast und der Torsionsbeanspruchung außer der Torsionbewegung nur die axiale Stauchung zugelassen ist (siehe Bilder 8.1.1 und 8.1.2). Die Normalspannungen sind in axialer, tangentialer und radialer Richtung alle nicht verschwindend.

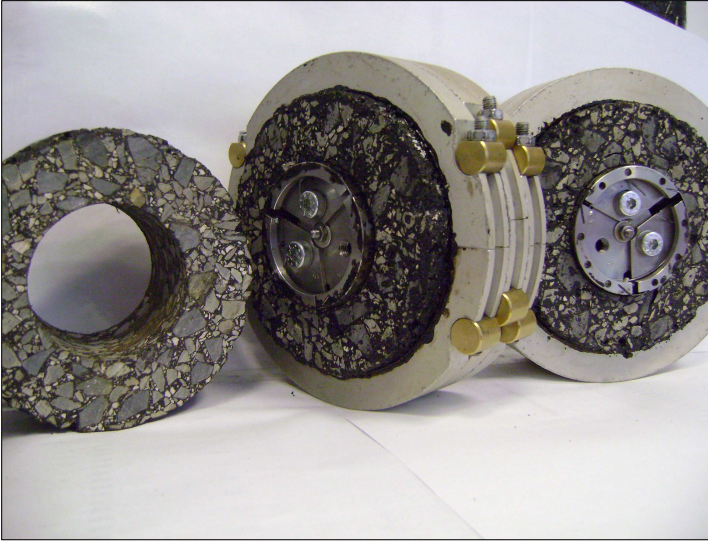


Bild 8.1.1: Torsionsprobekörper mit inneren und äußeren Stützringen

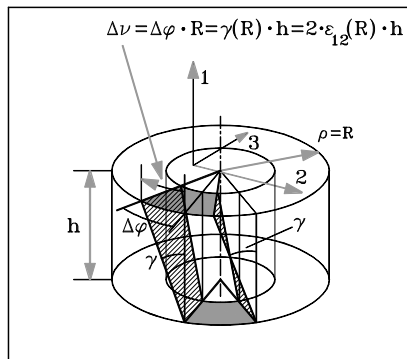


Bild 8.1.2: Die Beanspruchung in der zyklischen Torsionszelle

Die Berechnung des Gleitmoduls aus den Messwerten basiert auf zwei Annahmen. Die erste Annahme ist die lineare Beziehung zwischen der Scherspannung und der Scherdehnung. Die zweite ist die Annahme der linearen Verteilung der Schubspannung in radialer Richtung als Folge der Coulomb'schen Annahme, dass sich „die Kreis- oder Kreisringquerschnitte eines auf Torsion beanspruchten Stabes als Ganzes verdrehen“ [Rüd62]. Die erste Annahme bedeutet, dass die zyklische Torsionsamplitude so klein ist, dass innerhalb deren Grenzen die Voraussetzung des linearen Zusammenhangs zwischen der Scherdehnung und Scherspannung als

zulässig angesehen werden kann. Weiterhin wird auch die Annahme eines einheitlichen Stoffzustandes – zumindest innerhalb des Kreisringes für einen gegebenen Zeitpunkt – auch als zulässig angesehen. Daraus folgt die Annahme eines einheitlichen Gleitmoduls. Änderungen des Zustandes in der Zeit sind möglich, nach der Annahme sind sie aber auch wieder einheitlich innerhalb des Probekörpers. Diese Annahmen gelten nur für die Auswertung der experimentellen Ergebnisse und nicht für die numerische Simulation, wobei aber dann nur ein Punkt im Raum (numerisches Einfeldscheren, als Elementversuch) betrachtet wird. Im Fall des „Small-Strain“-Verhaltens und der zyklischen Mobilität kann man die letzte Annahme des einheitlichen Stoffzustandes nur für die Kreisringscheibe aufrecht erhalten.

Das lineare Stoffgesetz der Scherbeanspruchung ist [Rüd62]:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (8.1.1)$$

Wobei:

τ : die Schubspannung,
 G : der Gleit- oder Schubmodul,
 γ : die Scherdehnung

bedeuten. Für die Geometrie der Torsionsbewegung gilt die Beziehung [Rüd62]:

$$\Delta\varphi \cdot \rho = \gamma \cdot h \quad (8.1.2)$$

Wobei:

$\Delta\varphi$: der Torsionswinkel,
 ρ : der Radius (Koordinate),
 γ : die Scherdehnung (Gleiten) und
 h : die Höhe der Scheibe (Asphaltprobe)

sind (Bild 8.1.2.). Aus beiden Gleichungen folgt [Rüd62]:

$$\tau(\rho) = G \cdot \rho \cdot \frac{\Delta\varphi}{h}. \quad (8.1.3)$$

Das Torsionsmoment ergibt sich durch Integration des Drehmomentes der Scherspannung $dM = \rho \cdot \tau \cdot df$ (df ist die infinitesimale Fläche auf der die Spannung wirkt) [Rüd62]:

$$M = G \cdot \frac{\Delta\varphi}{h} \cdot I, \quad (8.1.4)$$

wobei das polare Trägheitsmoment:

$$I = \frac{\pi \cdot R^4}{2} \text{ (Vollscheibe)}, \quad I = \frac{\pi \cdot (R^4 - r^4)}{2} \text{ (Kreistringscheibe)} \quad (8.1.5)$$

sind [Rüd62]. Aus der Gleichung (8.1.4.) wird der Gleitmodul mit den aus dem Versuch bekannten Variablen M und $\frac{\Delta\varphi}{h}$ bestimmt:

$$G = \frac{M(F)}{I} \cdot \frac{h}{\Delta\varphi(\Delta v)}. \quad (8.1.6)$$

Das Torsionsmoment $M(F)$ ist der am Umfang der Scheibe tangential angreifenden Kraft F proportional: $M = F \cdot R$, wobei die Proportionalitätskonstante R der Radius der äußeren Mantelfläche der Scheibe ist. Der Torsionswinkel ist der vorgegebenen Umfangsverschiebung Δv proportional $\Delta\varphi = \frac{\Delta v}{R}$. Aus (8.1.6.) folgt für den Gleitmodul:

$$G = \frac{F \cdot h}{\Delta v} \cdot \frac{R^2}{I}. \quad (8.1.7)$$

Das polare Trägheitsmoment I , der Radius R der äußeren Mantelfläche und die Scheibenhöhe h sind durch die Abmessungen der Scheibe gegeben, die Umfangsverschiebung Δv ist durch die Wegregelung vorgegeben, die erforderliche Umfangskraft F wird gemessen. Die Schubspannung τ ist eine lineare Funktion des Radius ρ . Für den äußeren Rand mit dem Radius der äußeren Mantelfläche ist sie eine Funktion der tangentialen Einzelkraft, welche die Torsion erzeugt:

$$\tau(\rho = R) = G \cdot \gamma(\rho = R) = F \cdot \frac{R^2}{I}. \quad (8.1.8)$$

Die Scherverformung an der äußeren Zylinderfläche ist eine Funktion der vorgegebenen tangentialen Umfangsverschiebung Δv :

$$\gamma(\rho = R) = R \cdot \frac{\Delta\varphi}{h} = \frac{\Delta v}{h}. \quad (8.1.9)$$

Es sei bemerkt, dass die Kraft F und die Umfangsverschiebung Δv aus der Versuchsdatei nicht direkt entnommen werden können. Die zu bestimmenden Größen, wie der Gleitmodul G , die Schubspannung τ und die Scherdehnung γ werden durch Umrechnung aus analogen Größen des so genannten Balkenbiegeversuches bestimmt. Die Umrechnungsformeln sind in der Anlage C2 enthalten.

An dieser Stelle seien noch der Deformations- und der Spannungstensor eines Punktes innerhalb der Torsionscheibe angegeben. Das Koordinatensystem ist orthogonal, die Richtung „1“ soll in axialer Richtung, „2“ in tangentialer und „3“ in radialer Richtung zeigen (Bild 8.1.2). Die Tensoren sind (siehe auch Abschnitt 6.3.1.1; Glg.-en 6.3.3 und 6.3.4.) wie folgt:

der Spannungstensor:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \tau_{12} & 0 \\ \tau_{12} & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}, \quad (8.1.10)$$

der Deformationstensor:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & (1/2)\gamma & 0 \\ (1/2)\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8.1.11)$$

8.1.2 Die Pyknotropie und die Barotropie

Um den Einfluss der Dichte (Abschnitt 3.1.4.) und des Bitumengehaltes auf den Gleitmodul zu untersuchen, ist eine Serie Asphaltproben hergestellt worden. Die Verdichtung erfolgte im Gyrator. Der Hohlraum- und Bitumengehalt kann aus dem Bild 8.1.3 entnommen werden. Die Photos der Probekörper ist in der Anlage C3 zu finden.

Es ist erkennbar, dass der Hohlraumgehalt VMA=13% von den Asphalten über 5,5% Bitumengehalt nicht mehr erreicht werden kann, weil das Bitumen mehr als 13% des Volumens beansprucht. Das für das Bitumen notwendige Hohlraumvolumen ist im Bild 8.1.3. durch die schräge Gerade dargestellt. Im Bild 8.1.4 sind die Gleitmodule als Funktion des Hohlraumgehaltes für den Normaldruck von $\sigma_{11} = 0,6 \text{ MPa}$ dargestellt.

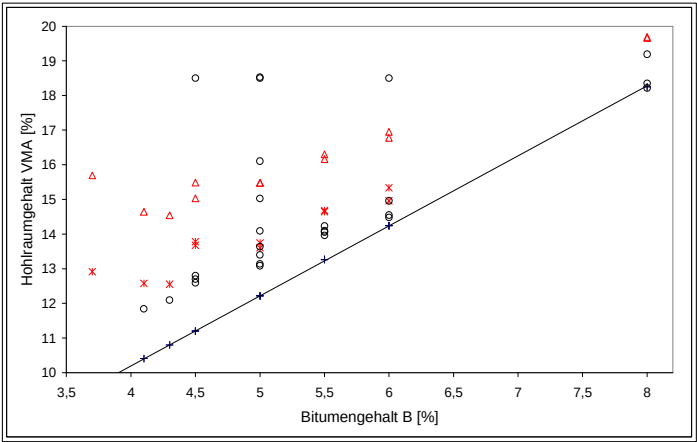


Bild 8.1.3: Hohlraumgehalt (VMA) der untersuchten Asphaltproben des Typs AC-12

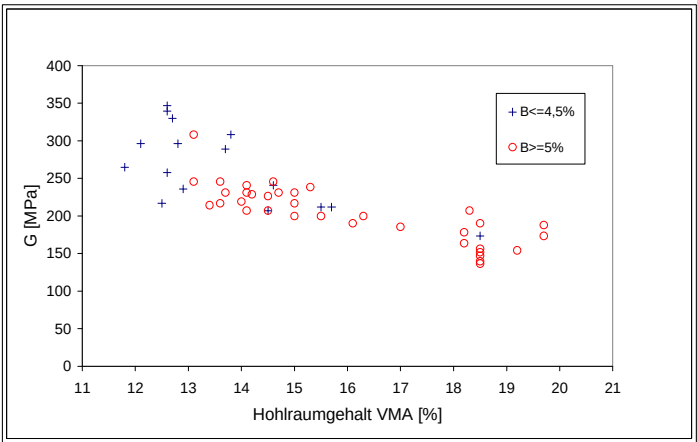


Bild 8.1.4: Die experimentell bestimmten Gleitmodule als Funktion des Hohlraumgehaltes (VMA) des Korngerüsts

Der Einfluss des Bitumengehaltes, d.h. des Porendruckes, wird im Abschnitt 8.1.3. untersucht.

In den nachfolgenden Diagrammen werden die Hohlraumgehalte (VMA) des Korngerüsts durch die Porenzahl e angegeben. Diese Vereinbarung ist wegen der Anwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes der Bodenmechanik zweckmäßig. In der Tabelle 8.1.1. werden deswegen einander entsprechende Hohlraumgehalte

(VMA) des Korngerüsts und Porenzahlen e zusammengefasst. Sie können mit den Formeln $e = \frac{VMA[\%]}{100 - VMA[\%]}$ und $VMA[\%] = 100 \cdot \frac{e}{1+e}$ ineinander umgerechnet werden.

Tabelle 8.1.1: Einander entsprechende Hohlraumgehalte und Porenzahlen

VMA [%]	PORENZAHL e [-]
12	0,136
13	0,149
14	0,163
15	0,176
16	0,190
17	0,205
18	0,220
19	0,235
20	0,25

Das Bild 8.1.5 ist die Wiederholung des Bildes 8.1.4, mit dem Unterschied, dass jetzt die unabhängige Variable die Porenzahl e_0 ist.

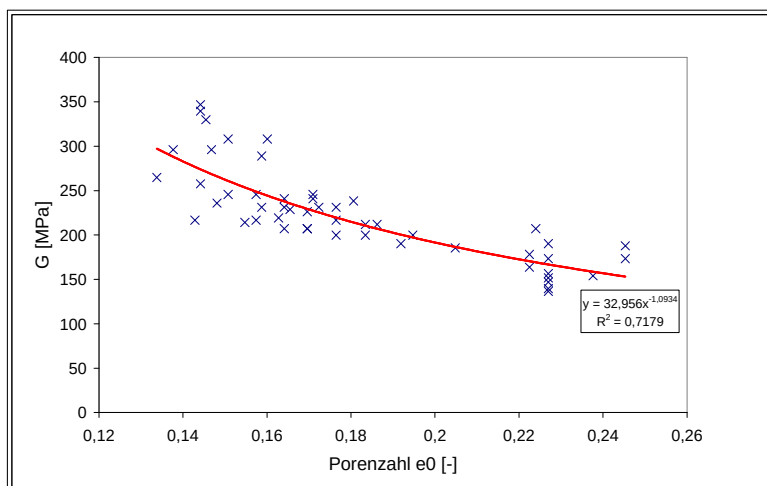


Bild 8.1.5: Die experimentell bestimmten Gleitmodule als Funktion der Porenzahl e_0 .

Die Hohlraumgehalte werden nach dem Versuch oder nach der Verdichtung unter atmosphärischem Druck gemessen, deswegen der Fußindex „0“ bei der Porenzahl. Dieselben Steifigkeiten (Gleitmodule) werden als Funktion des Quotienten $e_i(\sigma_{11} = 0,6 \text{ MPa})/e(\sigma_{11} = 0,6 \text{ MPa})$ im Bild 8.1.6 dargestellt.

Im Abschnitt 7.3. ist für die Porenzahl der dichtesten Lagerung dieses Korngerüsts (AC-12) der Wert $e_{d0} = 0,14$ und für die lockerste isotrope Lagerung der Wert $e_{i0} = 0,69$ ermittelt worden.

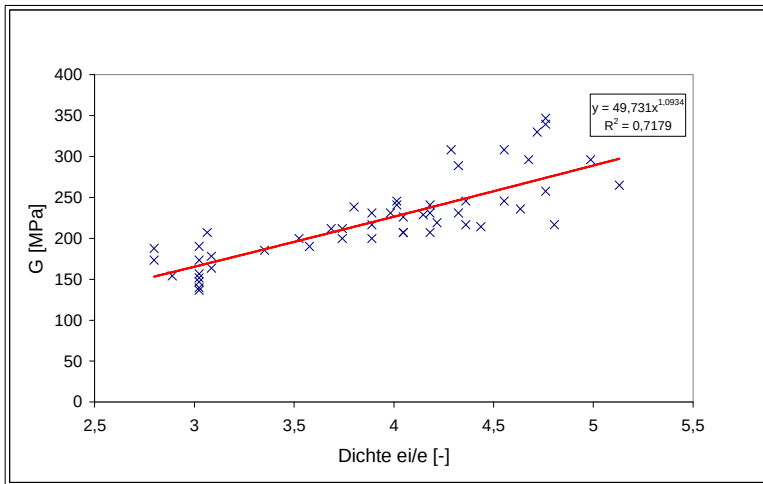


Bild 8.1.6: Die Pyknotropie des Schubmoduls

Der Quotient e_i/e wird wegen der Pyknotropiefunktion $f_e = \left(\frac{e_c}{e}\right)^\beta$ des hypoplastischen Stoffgesetzes (Glg. 6.1.1), als unabhängige Variable gewählt, um den Dichteinfluss auf die Steifigkeit auszudrücken (Abschnitte 6.1. und 7.5.). Der Gleitmodul, als Ausdruck der Steifigkeit gegen die Scherdeformation, nimmt mit zunehmender Dichte fast linear zu. Dieses Ergebnis bestätigt den früher ermittelten Wert für den Exponent β . Im Abschnitt 7.5. ist für diesen Parameter aus der ödometrischen Kompression der Wert $\beta = 1,5$ ermittelt worden. Die Literaturstelle [Her97] gibt an, dass für sehr viele granulare Stoffe der Wert $\beta = 1,0$ zutreffend ist.

Um die Druckabhängigkeit der Steifigkeit (Abschnitt 3.1.4) zu demonstrieren, werden einige Ergebnisse im Bild 8.1.7 dargestellt.

Die Torsionsversuche zur Bestimmung des Gleitmoduls sind mindestens bei drei Normalspannungen durchgeführt worden, diese waren: $\sigma_{11} \approx 4$ bar; ≈ 6 bar; ≈ 8 bar. Die im Diagramm 8.1.7 dargestellte eindeutige Abhängigkeit ist in jedem Fall feststellbar. Es ist erkennbar, dass mit zunehmender Dichte auch die Druckabhängigkeit – zu sehen an der Steigung der Kurven – wächst.

Es ist auch zu erkennen, dass die Steifigkeit mit dem Druck unterlinear wächst. Auch diese Beobachtung entspricht der Erwartung entsprechend dem hypoplastischen Stoffgesetz (Abschnitt 6.1.).

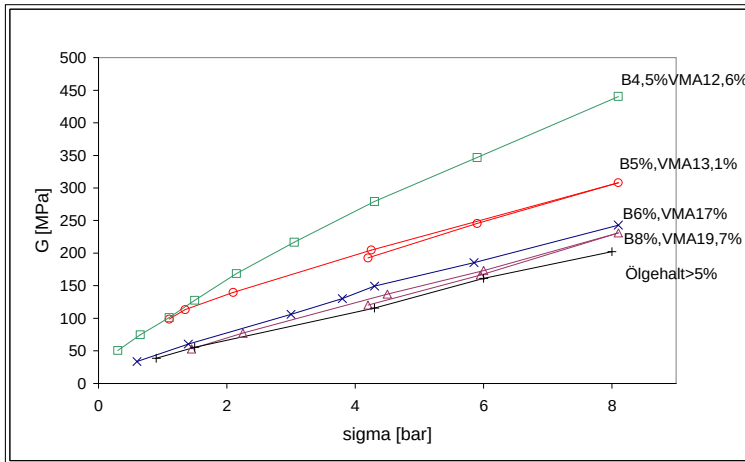


Bild 8.1.7: Die Druckabhängigkeit des Gleitmoduls

Alle Torsionsversuche sind bei 60°C , bei einer Frequenz der Torsionszyklen von $f = 4 \text{ Hz}$ und einer Dehnungsamplitude von $\gamma = 0.07\%$, gemessen am äußeren Radius der Kreis- oder Kreistringscheibe $R = 50 \text{ mm}$, durchgeführt worden. Die Scheibenhöhe der Asphaltprobekörper betrug $h \approx 50 \text{ mm}$. Diese Probekörper sind im Gyrator als Zylinder bis ca. 100 mm Höhe verdichtet worden. Sie wurden dann anschließend durch Sägen in der Höhe halbiert.

Die experimentell bestätigte Abhängigkeit des Gleitmoduls von der Dichte und vom Druck entspricht ganz genau den Phänomenen der Pyknotropie und Barotropie granularer Stoffe.

8.1.3 Der Einfluss des Bitumengehaltes auf die Steifigkeit

Mit dem Porendruck ist dann zu rechnen, wenn der Bitumengehalt den optimalen Wert überschreitet. Bei dem untersuchten Asphalt des Typs AC-12 ist das Optimum bei $B \approx 4,5\%$ (Abschnitt 5.1.1.). Im Bild 8.1.8 werden deshalb die Gleitmodule für die Proben bis zum Optimum $B \leq 4,5\%$ und über dem Optimum $B \geq 5\%$ getrennt dargestellt.

Die nächsten zwei Bildern 8.1.9 und 8.1.10 gelten für die Axialdrücke von $\sigma_{11} = 4 \text{ bar}$ und $\sigma_{11} = 8 \text{ bar}$. Zu sehen ist, dass bei einer gegebenen Dichte des Korngerüstes die Steifigkeit etwas geringer ist, wenn der Bitumengehalt über dem optimalen Wert ($B \sim 4,5\%$) liegt. Das kann – wegen der eindeutig existierenden Barotropie – nur als die Wirkung des Porendruckes im Bitumen interpretiert werden.

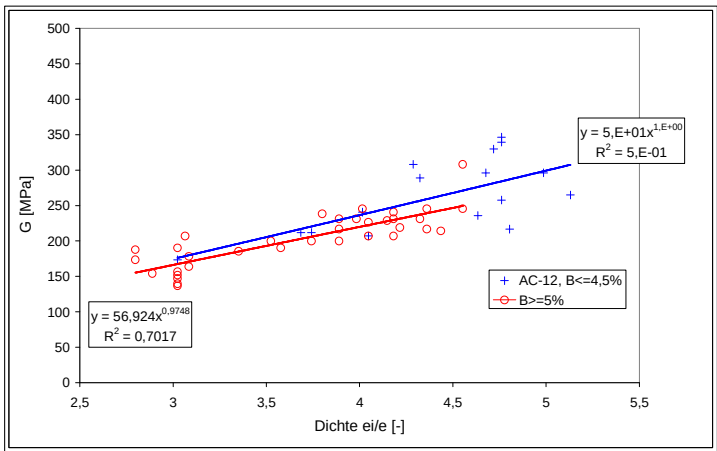


Bild 8.1.8: Einfluss des Bitumengehaltes auf die Steifigkeit
beim Normaldruck $\sigma_{11} = 6 \text{ bar}$

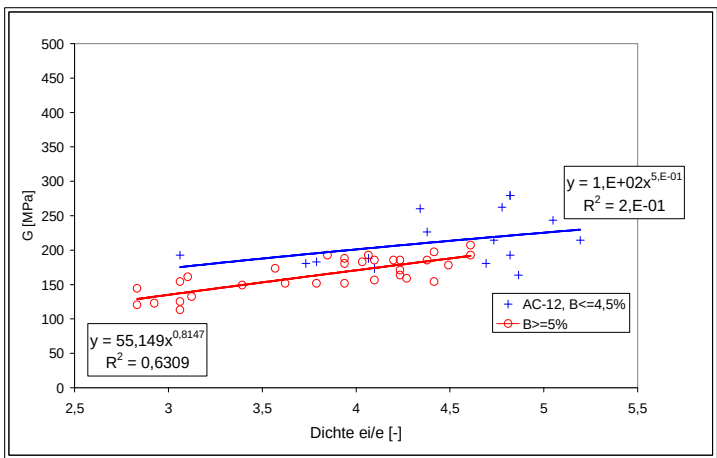


Bild 8.1.9: Einfluss des Bitumengehaltes auf die Steifigkeit
beim Normaldruck $\sigma_{11} = 4 \text{ bar}$

Der Einfluss des Bitumengehalts auf die Änderung des Gleitmoduls wegen der Änderung des Druckes (infolge Auflaständerung $\Delta\sigma_{11}$) wird im Bild 8.1.11 dargestellt.

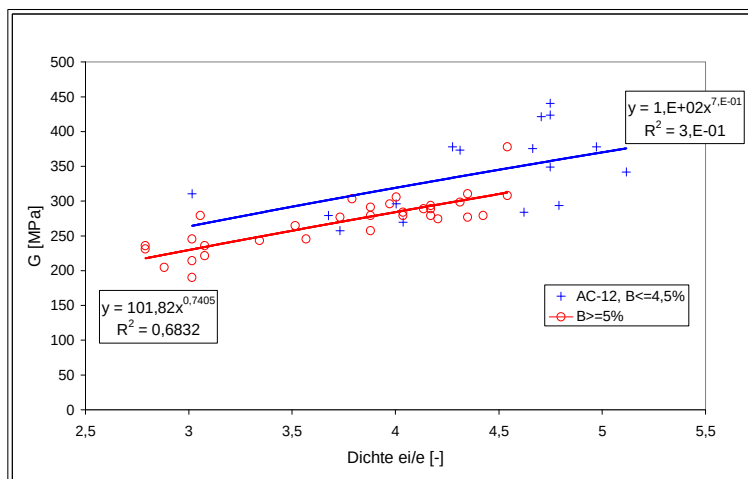


Bild 8.1.10: Einfluss des Bitumengehaltes auf die Steifigkeit beim Normaldruck $\sigma_{11} = 8$ bar

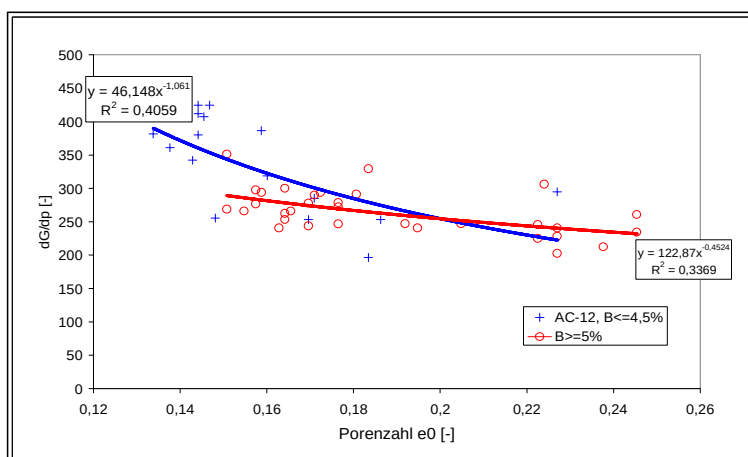


Bild 8.1.11: Einfluss des Bitumengehaltes auf die Druckabhängigkeit des Gleitmoduls bei Auflastzunahme

Die Ableitung $dG/dp \sim \Delta G / \Delta p$ drückt auch die Barotropie aus. Er ist die Änderungsgeschwindigkeit des Gleitmoduls mit dem isotropen Druck, verursacht

durch Auflaständerung $\Delta\sigma_{11}$. Aus dem Bild 8.1.11 ist zuerkennen, dass diese „Druckempfindlichkeit“ mit abnehmender Porenzahl – das heißt mit zunehmender Dichte des Korngerüsts – zunimmt. Die Änderung des Gleitmoduls zeigt den Einfluss des Bitumengehaltes eindeutiger als der Modul selbst. Dieses Versuchsergebnis kann so gedeutet werden, dass mit zunehmendem Bitumengehalt über dem optimalen Wert ein Teil der Auflaststeigerung wegen der Inkompressibilität des Bitumens den Porendruck erhöht, um dessen Betrag der wirksame Druck kleiner wird. Dadurch ist, wegen der Barotropie, eine kleinere Schubsteifigkeitszunahme zu registrieren. Diese Überlegung wird später durch die numerische Simulation unter Abschnitt 9.2.1.2. untermauert.

Die Erfahrungen in Verbindung mit dem Entwurf des untersuchten AC-12 Asphaltgemisches sind mit dem obigen Ergebnis im Einklang. Die Mischung sollte bei der Porenzahl $e \approx 0,19$ ($VMA \approx 16\%$) mit 5,1% Bitumengehalt in die Straßendecke eingebaut werden. Mit diesen Werten (Bitumengehalt über den optimalen Wert) war der Widerstand gegen plastische Deformationen nicht ganz ausreichend. Aus dem Diagramm 8.1.11 ist ablesbar, dass die negative Auswirkung des überdosierten Bitumengehaltes auf die Druckempfindlichkeit allein durch Auflaststeigerung von dieser Porenzahl ab tatsächlich nachweisbar ist.

Die Messwerte der Gleitmodule zeigen eine vielleicht zu große Unsicherheit. Bei dem Größtkorn (12 mm) des untersuchten Asphalts hätte man Probekörper mit größerem Durchmesser (150 mm) herstellen sollen. Die Torsionzelle ist aus einem alten „4-Punkt-Biegegerät“ durch Umbau entstanden. Ein größerer Probendurchmesser war bei dieser technischen Ausführung aber nicht möglich.

Beim dem Normaldruck von 6 bar überschreiten die gemessene Gleitmodule der Proben, mit dem Bitumengehalt von $B \geq 5\%$ – mit einer Ausnahme – den Wert von $G = 250 \text{ MPa}$ nicht (Bild 8.1.4). Aus den Diagrammen ist erkennbar, dass dieser Ausnahmewert die am höchsten verdichtete Probe mit dem Bitumengehalt von $B = 5\%$ und dem Hohlraumgehalt von $VMA \approx 13\%$; $e \approx 0,15$ hat. Der Gleitmodul ist in diesem Fall bei $G = 308 \text{ MPa}$.

Auf dem Bild 8.1.12 ist diese Ausnahme dargestellt. Es ist das der zyklischen Mobilität entgegengesetzte Phänomen zu sehen: die Verfestigung der Probe unter konstanter Auflast infolge Verdichtung (Zunahme des Gleitmoduls) durch das zyklische Scheren. Die Verfestigung mit dem Bitumengehalt über dem Optimum konnte nur einmal beobachtet werden. Das Bitumen verzögerte – durch induzierte Porendrucke – die Verdichtung, bis sie schließlich eingetreten ist. Dass diese Probe

eventuell zu wenig Bitumen enthielt, ist denkbar, sie ist an der Grenze des optimalen Bitumengehaltes ($B \sim 4,5\%$).

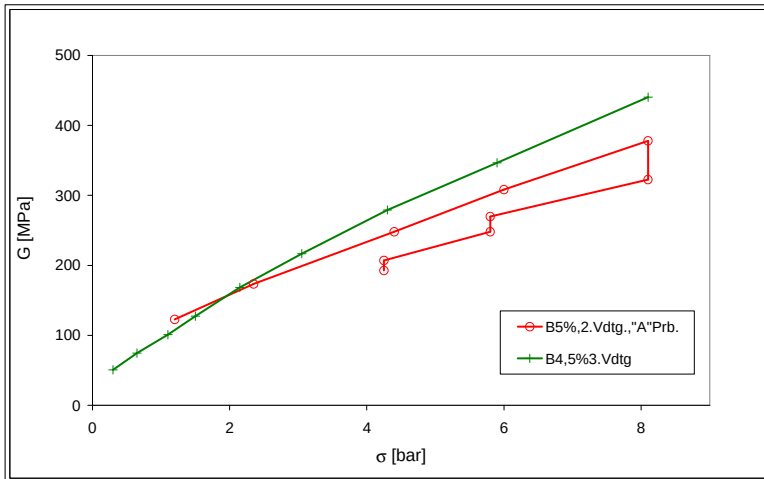


Bild 8.1.12: Wirkung des Bitumengehaltes

Der Einführung dieses Kapitels entsprechend ist versucht worden, den Zustand der zyklischen Mobilität herzustellen. In dieser weggeregelten Torsionszelle gelang es nicht. Es musste festgestellt werden, dass trotz Variation aller möglichen Dehnungsamplituden, Geschwindigkeiten und Normaldrücke dieses Phänomen nicht zu beobachten ist, zumindest bei den Korngerüstichten, welche für den Asphalteinbau realistisch sind. Es kann nicht ausgeschlossen werden, dass man bei einem stärkeren servohydraulischen Antrieb, mit größeren Scherdehnungsamplituden, die zyklische Mobilität hätte erzwingen können.

Grundsätzlich ist das Phänomen dadurch gekennzeichnet, dass im Fall der Kraftsteuerung die deviatorische Dehnungsamplitude rapide zunimmt. Durch den Anstieg des Porendrucks im gesättigten Korngerüst fallen die wirksamen Spannungen ab, folglich wird die Steifigkeit geringer (Abschnitt 3.2.1.) [Kol07, Pob04]. In einer weggeregelten zyklischen Scherzelle könnte nur der Abfall des Gleitmoduls zu beobachten sein.

Die wichtigsten Einflussfaktoren der zyklischen Mobilität bzw. der verwandten Erscheinung der Verflüssigung sind wie folgt [Kol07, Pob04]:

- Der hohe isotope Druck beeinflusst ungünstig das Eintreten.
- Die hohe Dichte ist ungünstig für das Eintreten.

- Aus der Fachliteratur ist zu entnehmen, dass bei einer Scherdehnungsamplitude $\gamma \leq 10^{-4}$ mit keiner Verflüssigung zu rechnen ist.
- Die zyklische Vorbelastung erhöht den Widerstand gegen die zyklische Mobilität, auch wenn die Dichte durch die Vorbelastung nicht erhöht wird.
- Die breitgestufte Kornverteilung und die kantige Kornform erhöhen ebenfalls den Widerstand.

Beim hochverdichteten Asphalt mit vielen kantigen Splittkörnern, breitgestufter Kornverteilung und auch nicht vollkommener Sättigung ist das Eintreten der zyklischen Mobilität erst nach sehr vielen Belastungszyklen – was allerdings im Straßenverkehr realistisch ist – denkbar.

In den nächsten vier Bildern (8.1.13. bis 8.1.16.) wird ein Versuch gezeigt, bei welchem ein Abbau – wenn auch in einem geringem Maß – des Gleitmoduls trotz Verdichtung des Korngerüstes beobachtet werden konnte. Der Bitumengehalt des Probekörpers ist auf 8 %, der Hohlraumgehalt auf $VMA \approx 19\%$ ($e \approx 0,23$) erhöht worden. Die Sättigung der Poren durch das Bitumen erreichte 96%. Die Scherdehnung am äußeren Radius des Kreisringprobekörpers betrug $\gamma \approx 0,07\%$ und die Scherfrequenz $f = 4 \text{ Hz}$.

Der Verlauf der Axialspannung (Bild 8.1.13) wird nur gezeigt, damit durch ihre sichtbare Korrektur zwischen den Lastzyklen 100 000 und 150 000 die Empfindlichkeit der Messeinrichtung demonstriert werden kann. Die Auswirkung dieses Eingriffs auf die anderen Messgrößen ist in den folgenden Diagrammen erkennbar.

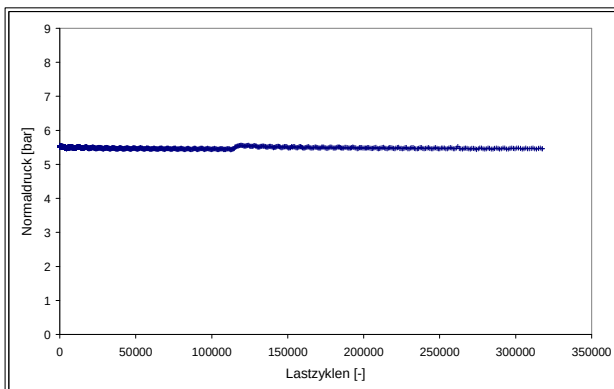


Bild 8.1.13: Verlauf der Normalspannung

Die axiale Stauchung von nur 0,05 mm zeugt vom hohen Widerstand gegen die Kompressibilität.

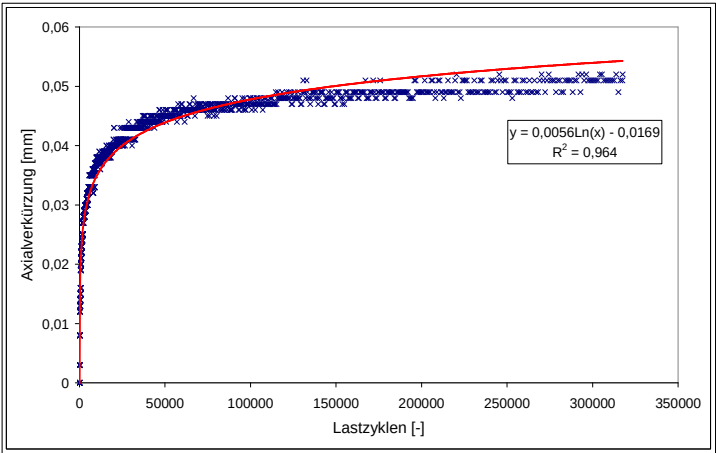


Bild 8.1.14: Axiale Stauchung in der Torsionsscherzelle

Aus dem Quotient der Scherspannung am äußeren Rand des Kreisringes und aus der Axialspannung wird die mobilisierte Reibung berechnet. Der erkennbare Abfall der mobilisierten Reibung wird als der Aufbau des Porenüberdruckes im Bitumen interpretiert.

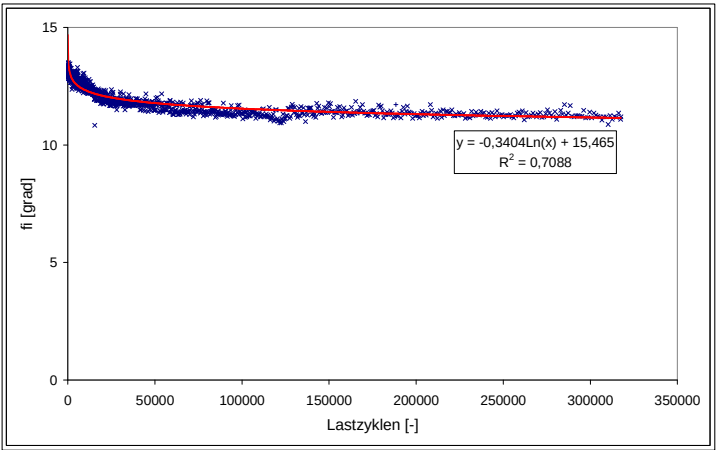


Bild 8.1.15: Abfall der aktivierten Reibung

Der Aufbau des Porenüberdrucks bewirkt – bei konstanter totaler Normalspannung – den Abbau der effektiven Spannungen und dadurch den Abfall des Gleitmoduls. Dieser Versuch kann als der Beginn zur zyklischen Mobilität gedeutet werden. Die Erscheinung ist nur wenig ausgeprägt und dadurch nicht sehr eindeutig.

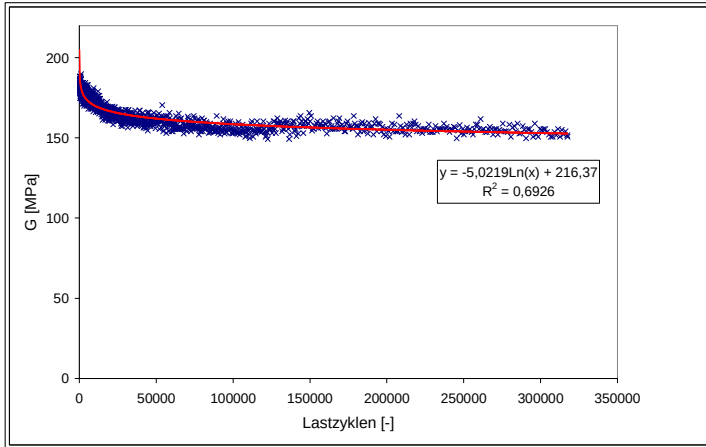


Bild 8.1.16: Abfall des Torsionsmoduls

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass in der weggeregelten zyklischen Scherzelle mit den verwendeten Dehnungsamplituden die zyklische Mobilität zwar nicht ausgelöst werden konnte, die negative Auswirkung des Bitumengehaltes – über den optimalen Wert – auf die Schubsteifigkeit jedoch durch mehrere Versuchsergebnisse eindeutig nachgewiesen werden konnte.

8.1.4 Die Messung der Viskosität

Im Abschnitt 6.3.1.1. ist beschrieben worden, dass zur Bestimmung der Schichtviskosität, welche aus der reinen Scherung resultiert, mit der Gleichung (6.3.4):

$$\mu = \frac{T_{12}^v}{2 \cdot \dot{\epsilon}_{12}} = \frac{T_{12}^v}{\dot{\gamma}}$$

bestimmt werden kann. Die Bedeutung der Symbole ist wie folgt:

μ : die Viskosität,
 T_{12}^v : die Scherspannung, resultierend aus der Scherdeformationsgeschwindigkeit,

$\frac{d\gamma}{dt} = \dot{\gamma}$: die Scherdeformationsgeschwindigkeit.

In der servopneumatisch gesteuerten zyklischen Torsionsscherzelle wird den Torsionscheiben eine weggeregelte harmonische Scherverformung γ aufgezwungen:

$$\gamma = \gamma_0 \cos(\omega t). \quad (8.1.12)$$

Hier bedeuten:

$\omega = 2\pi f$: die Kreisfrequenz,
 t : die Zeit.

Es ist eine Erfahrungstatsache, dass die Spannung der Verformung mit dem so genannten Phasenwinkel δ vorausleitet [Tót98]:

$$T_{12} = \overset{0}{T}_{12} \cos(\omega t + \delta) = \overset{0}{T}_{12} [\cos \delta \cos(\omega t) - \sin \delta \sin(\omega t)]. \quad (8.1.13)$$

Führt man den so genannten Komplexmodul G^* :

$$G^* = G' + iG'', \quad (8.1.14)$$

mit dem reellen:

$$G' = \frac{\overset{0}{T}_{12}}{\gamma_0} \cos \delta, \quad (8.1.15)$$

und imaginären Teil:

$$G'' = \frac{\overset{0}{T}_{12}}{\gamma_0} \sin \delta \quad (8.1.16)$$

ein, so schreibt man für die Scherspannung [Tót98]:

$$T_{12} = \overset{0}{T}_{12} \cos(\omega t + \delta) = \gamma_0 [G' \cos(\omega t) - G'' \sin(\omega t)].$$

Wegen:

$$\dot{\gamma} = -\gamma_0 \omega \sin(\omega t) \quad (8.1.17)$$

folgt für die Spannung [Tót98]:

$$T_{12} = \gamma G' + \dot{\gamma} \frac{G''}{\omega}. \quad (8.1.18)$$

Der Absolutwert:

$$|G^*| = \frac{\overset{0}{T}_{12}}{\gamma_0} \quad (8.1.19)$$

des Komplexmoduls und der Phasenwinkel δ werden durch die Auswertungssoftware der servopneumatischen Einrichtung automatisch berechnet und gespeichert.

Bereits im Abschnitt 2.2. im Rahmen des Literaturüberblickes ist es gezeigt worden, dass der Asphalt ein „viscoelastic solid“ ist. Die Messungen mit der Scherzelle, bestätigten, dass mit der Verringerung der Kreisfrequenz der Phasenwinkel gegen Null geht. Der Absolutwert des Komplexmoduls konvergiert dann zum reellen Teil, gleichzeitig verschwindet der imaginäre Teil: $T_{12}(\omega \rightarrow 0) \rightarrow \gamma G'$. Der Realteil des Gleitmoduls ist andererseits dem Gleitmodul des rateunabhängigen Stoffgesetzes gleich $G' = G$. Es folgt aus dem Abschnitt 6.3.1., wonach die viskosen Spannungen zu denen des rateunabhängigen granularen Materials addiert werden. Erhöht man die Frequenz, so misst man: $T_{12}(\omega) = \gamma G' + \dot{\gamma}(\omega) \frac{G''(\omega)}{\omega}$ entsprechend der Gleichung (8.1.18). Folglich ist die Spannung der parallelgeschalteten Viskosität: $T_{12}^v = \dot{\gamma} \frac{G''(\omega)}{\omega}$. Für die Viskosität ergibt sich wegen der Gleichung (6.3.4):

$$\mu = \frac{T_{12}^v}{\dot{\gamma}} = \frac{G''(\omega)}{\omega}.$$

(8.1.20)

Zur experimentellen Bestimmung der Viskosität wurde mit Kreisringproben des Asphalts AC-12 bei einem Bitumengehalt von 8%, einem Porenvolumen VMA~18,5% (e~0,23) und einer Scherdehnungsamplitude $\gamma \sim 0,07\%$, am äußeren Rand der Ringscheibe bei den vorgeschriebenen Dehnungsfrequenzen ($f = 4$ Hz und $f = 10$ Hz) Torsionsversuche durchgeführt. Die dabei ermittelten Messwerte sind in der Tabelle 8.1.2 mit den abgeleiteten einschließlich der Viskosität enthalten:

Tabelle 8.1.2: Die Frequenzabhängigen Messwerte und die Viskosität

Frequenz	MESSWERTE			ABGELEITETE WERTE		
	Komplexmodul $ G^* $ [MPa]	Phasenwinkel $\delta \begin{bmatrix} 0 \\ \end{bmatrix}$	Kreisfrequenz ω [sec ⁻¹]	G' [MPa]	G'' [MPa]	Viskosität μ [MPa·sec]
4 Hz [sec ⁻¹]	150	13	25	146	34	1,34
10 Hz [sec ⁻¹]	160	19	63	151	52	0,83

Der Absolutwert und die Komponenten des Gleitmoduls sind im Bild 8.1.17 dargestellt. Bemerkt sei, dass die ermittelte Viskosität des vorausgesetzten Kelvin-Modells keine Konstante ist, sie ist frequenzabhängig. Diese Tatsache folgt daraus,

dass die Annahme eines einfachen dreidimensionalen Kelvin-Körpers für den Asphalt eine Vereinfachung darstellt. Eine konstante Viskosität würde eine experimentell nicht belegbare Zunahme der Schersteifigkeit und des Phasenwinkels mit der zunehmenden Frequenz verursachen ($\delta \rightarrow \pi/2$, wenn $\omega \rightarrow \infty$).

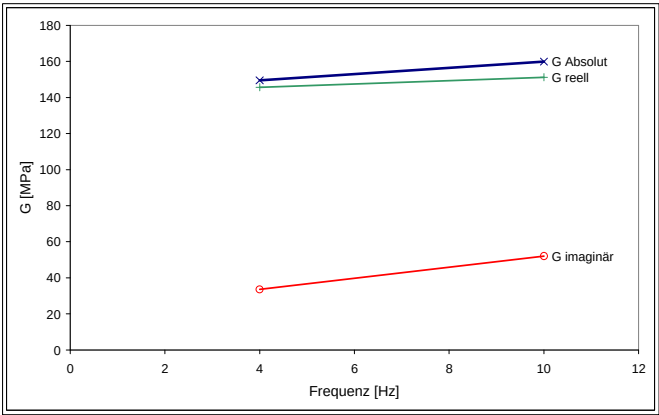


Bild 8.1.17: Geschwindigkeitsabhängige Steifigkeit

8.1.5 Das „Small-Strain“-Verhalten

Im Abschnitt 3.2.3. ist über dieses Verhalten berichtet worden. Mit der selbstgebauten Torsionszelle konnte die amplitudenabhängige Steifigkeit sehr gut und eindeutig festgestellt werden.

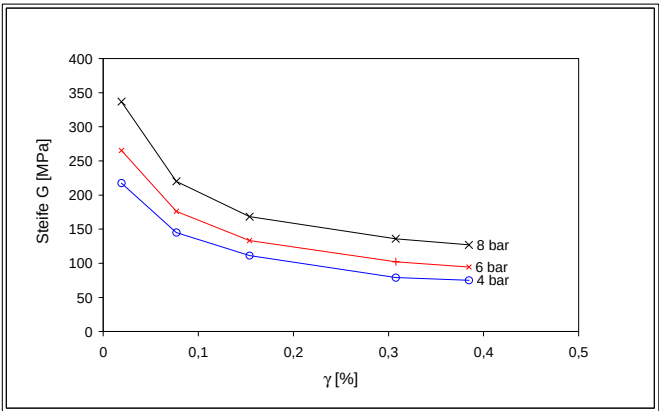


Bild 8.1.18: Das „Small-Strain“-Verhalten

Auf dem Bild 8.1.18 dargestellte Steifigkeiten sind an einer Probe mit der Porenzahl von $e_0 \approx 0,23$; VMA $\approx 18,5\%$ und dem Bitumengehalt $B=4,5\%$ gemessen worden.

Bemerkt sei, dass die vorgestellten Messergebnisse der Abschnitte 8.1.2 bis 8.1.4. mit der Dehnungsamplitude von $\gamma = 0,07\%$ durchgeführt worden sind. Diese Größe ist also an der Grenze des „Small-Strain“-Bereiches, wie es aufgrund des Bildes 8.1.18 festgestellt werden kann. Zur Erzeugung der zyklischen Mobilität sind auch Versuche mit einer Amplitude bis zu $\gamma = 0,28 - 0,35\%$ getestet worden. Da diese Versuche auch nicht zum Auslösen der zyklischen Mobilität geführt haben, lohnte es sich nicht, diese Versuche weiter fortzuführen, weil diese eine wesentlich höhere Beanspruchung der Anlage verursachten.

8.2 Die zyklische triaxiale Kompression

Die Triaxialversuche hatten das Ziel, zu beweisen, dass der Bitumengehalt über dem optimalen Wert (Abschnitt 5.1.1.) die Zunahme der akkumulierten plastischen Verformung verursachen kann. Aus praktischer Sicht ist dieser Beweis das Hauptanliegen dieser Arbeit. Für die Zusammenstellung der Asphaltrezepturen ergibt sich daraus ein wesentliches Kriterium für den Bitumengehalt eines gegebenen Korngerüsts [Gaj11, Gaj09].

Geeignete Ergebnisse, betreffend des „Small-Strain“-Verhaltens und der Größe der Viskosität, werden mit den Ergebnissen der zyklischen Torsionszelle verglichen. Alle Triaxialversuche sind generell bei 60°C durchgeführt worden. Für eine begrenzte Anzahl der Versuche ist die Triaxialanlage der Professur für Straßenbau der TU Dresden zur Verfügung gestellt worden.

8.2.1 Die Beschreibung der Beanspruchung

Die Steuerung der zylindersymmetrischen Triaxialzelle ist grundsätzlich für kraftgeregelte Versuche geeignet. Dabei können der axiale und auch der radiale Stützdruck zyklisch pulsieren. Bei den hier beschriebenen Versuchen handelt es sich immer um einen konstanten radialen Stützdruck:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \text{const. und}$$

um eine zyklische axiale Druckspannung mit einem „mittleren“ und einem zyklisch veränderlichen Anteil:

$$\sigma_1 = \sigma_{1Mittel} + \overset{0}{\sigma_1} \cos(2\pi f \cdot t) = \sigma_{1Min} + \overset{0}{\sigma_1} (1 + \cos(2\pi f \cdot t)) = \sigma_{1Min} + \Delta\sigma_1(t). \quad (8.2.1)$$

Hier bedeuten:

- t : die Zeit,
 - f : die Frequenz des Spannungszyklus,
 - $\overset{0}{\sigma_1}$: die Spannungsamplitude,
 - $\sigma_{1Mittel}$: den mittleren Wert der Axialspannung,
 - σ_{1Min} : den Kleinstwert der Axialspannung, die so genannte Unterspannung,
 - $\Delta\sigma_1(t)$: den zeitlich veränderlichen Teil der Axialspannung, sein Wert ist:
- $$0 \leq \Delta\sigma_1(t) \leq \overset{0}{\sigma_1}. \quad (8.2.2)$$

Die Frequenz der axialen Spannungszyklen war in der Regel 4 Hz, um einerseits relativ viele Zyklen in einer bestimmten Zeit verwirklichen zu können, andererseits, die Wirkung viskoser Spannungen ausschließen zu dürfen und nicht zuletzt, damit die Frequenz mit der der Torsionszelle identisch ist. Die Ausnahme bilden Versuche zur Untersuchung der Größe der Viskosität unter dem Abschnitt 8.2.3.

Die Messung der Dehnung erfolgte in axialer Richtung über die Endflächen des Probekörpers mit induktiven Messgebern. Die Messung der Querdehnung geschieht auch mit induktiven Gebern, die am zylindrischen Umfang in 120° verteilt sind, in drei Reihen übereinander. Die Querdehnung wird nicht direkt an der Oberfläche des Probekörpers gemessen. Die Geber berühren die äußere Fläche einer 2-3 mm dicken Gummimembrane, welche den Zelldruck auf die Probe überträgt.

Die Abmessungen der Probekörper betrugen bei den beschriebenen Versuchen:

Durchmesser = 150 mm ,

Höhe $\approx$ 234 – 250 mm .

Diese Probekörper bestanden aus zwei Hälften gleicher Höhe. Die Hälften wurden im Gyrator für den vorgeschriebenen Porenanteil des Korngerüsts verdichtet. Für den Triaxialversuch sind die ebenen Endflächen der Hälften abgeschliffen worden und wurden ohne Bindemittel aufeinander gestellt.

Die axialen und radialen Spannungen und Dehnungen sind Hauptspannungen und Hauptdehnungen:

$$\boldsymbol{\sigma} + \Delta\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{bmatrix} \sigma_{1Min} + \Delta\sigma_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 \end{bmatrix}, \quad (8.2.3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_2(t) \end{bmatrix}. \quad (8.2.4)$$

Die Änderungen derselben werden in die deviatorischen und kugeltensoriellen Teile aufgeteilt:

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} (2/3) \cdot \Delta\sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & -(1/3) \cdot \Delta\sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & -(1/3) \cdot \Delta\sigma_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1/3) \cdot \Delta\sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & (1/3) \cdot \Delta\sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & (1/3) \cdot \Delta\sigma_1 \end{bmatrix} \quad (8.2.5)$$

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}(\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}(\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}(\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(\Delta\varepsilon_1 + 2\Delta\varepsilon_2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}(\Delta\varepsilon_1 + 2\Delta\varepsilon_2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}(\Delta\varepsilon_1 + 2\Delta\varepsilon_2) \end{bmatrix} \quad (8.2.6)$$

Die Änderung der Spannungsphase eilt der Dehnungsphase mit dem Phasenwinkel voraus. Dieser Umstand braucht nur bei der Bestimmung der Viskosität durch den Phasenwinkel (Abschnitt 8.2.3.) berücksichtigt zu werden.

8.2.2 Die akkumulierte plastische Dehnung

Die im Abschnitt 2.1. vorgestellten Ergebnisse Francken's zeigten, dass die Akkumulation der Scherdehnung dann zunehmend bleibt, wenn die Deviatorspannung die Festigkeitsgrenze (threshold) hinreichend annähert [9]. Die im Abschnitt 3.2.2. zitierten Ergebnisse Wichtmanns zeigten, dass die

Akkumulationsrichtung der Verformung unter solchen Spannungsbedingungen überwiegend deviatorisch ist. Das Volumen nimmt dabei zu (Bild 3.2.6.) [Wic05, Wic04].

Im Gegensatz zum Ansatz Francken’s ist im Kapitel 4. das neue Konzept für die Ursache der verstärkten Spurbildung vorgestellt worden, wonach diese durch den Bindemittelgehalt über den optimalen Wert verursacht wird, wenn infolge zyklisches Scherens das granulare Material zur Kontraktanz neigt. Dann induziert die volumetrische Fließrichtung Porenüberdrücke, welche letztlich als die Ursache der Spurbildung angesehen werden. Die plastische Fließrichtung wird im kraftgesteuerten Fall durch einen Spannungszustand bestimmt, in welchem durch die durchschnittlichen (average) Spannungen bestimmte Parameter p, q einen Punkt in der Nähe der Achse des isotropen Druckes festlegen [Wic05].

Die durchgeführten Versuche sind den oben dargestellten, unterschiedlichen Konzeptionen entsprechend, gestaltet worden.

Die erste Serie der Versuche ist bei niedrigem Zelldruck: $\sigma_2 = \sigma_3 = 0.05 \text{ MPa} = \text{const.}$ und großer Schwingungsamplitude $\overset{0}{\sigma}_1 = 0.375 \text{ MPa}$ der Axialspannung durchgeführt worden. Es besteht eine große Differenz zwischen der „Oberspannung“: $\sigma_{1Max} = 0.8 \text{ MPa}$ und der „Unterspannung“: $\sigma_{1Min} = 0.05 \text{ MPa}$. Die Belastung ähnelt einer zyklischen einaxialen Kompression, ohne seitlichen Stützdruck. Die Tabelle 8.2.1 enthält charakteristische Werte der Hauptspannungen für drei Versuchsserien.

Tabelle 8.2.1: Die vorgeschriebenen Spannungen

VERSUCH	$\sigma_2 = \text{const}$ [MPa]	σ_{1Min} [MPa]	σ_{1Max} [MPa]	$\sigma_{1Mittel}$ [MPa]	$\overset{0}{\sigma}_1$ [MPa]
1	0,05	0,05	0,8	0,425	0,375
2	0,05	0,05	1.0	0,525	0,475
3	0,05	0,05	1.2	0,625	0,575

Aus den Hauptspannungen werden der isotrope Druck: $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2)$ und die Hauptspannungsdifferenz: $q = \sigma_1 - \sigma_2$ berechnet. Für die drei Spannungsbedingungen sind die aktuellen Werte in der Tabelle 8.2.2 dargestellt.

Tabelle 8.2.2: Die vorgeschriebenen Spannungsparameter

VERSUCH	p_{Min} [MPa]	p_{Mittel} [MPa]	p_{Max} [MPa]	q_{Min} [MPa]	q_{Mittel} [MPa]	q_{Max} [MPa]
1	0,050	0,175	0,300	0,000	0,375	0,750
2	0,050	0,208	0,367	0,000	0,475	0,950
3	0,050	0,242	0,433	0,000	0,575	1,150

Zur Abschätzung der zu erwartenden akkumulierten Fließrichtung unter zyklischer Beanspruchung ist es zweckmäßig, die Spannungspfade des kraftregelten Versuches im Bild 8.2.1 entsprechend dem Bild 3.2.5. der Literaturstelle [Wic05] darzustellen.

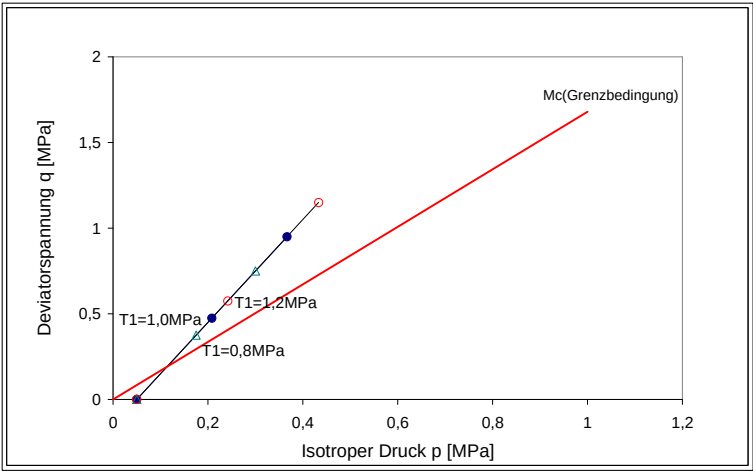


Bild 8.2.1: Spannungspfade mit niedrigem Zelldruck und hoher axialer Oberspannung

Zu sehen ist, dass diese Beanspruchung dem Konzept Francken's entspricht [Cag04]. Nach den veröffentlichten Experimenten Wichtmann's ist unter diesen Umständen die zu erwartende Fließrichtung überwiegend deviatorisch. Volumetrisch ist dilatantes Verhalten zu erwarten, folglich werden keine Porenüberdrücke induziert. Dadurch ist in der Größe der akkumulierten plastischen Verformung in Abhängigkeit des Bitumengehalts kein großer Unterschied zu erwarten. Die Versuchsergebnisse der ersten Serie bestätigen diese Voraussage und damit auch die veröffentlichten Ergebnisse bezüglich des zyklischen Verhaltens der granularen Stoffe [Wic05].

Die Tabelle 8.2.3 fasst die wichtigsten Daten der untersuchten Proben zusammen.

Tabelle 8.2.3: Hohlraumgehalt der Triaxialproben

BITUMENGEHALT [%]	VMA [%]	PORENZAHL e [-]
4,5	14,7	0,17
5,0	14,7	0,17
5,5	15,2	0,18

Alle drei Proben sind jeweils den drei unterschiedlichen Beanspruchungen ausgesetzt worden.

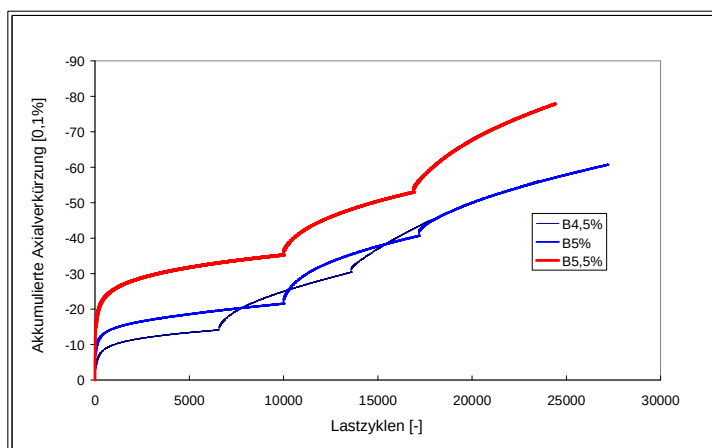


Bild 8.2.2: „Impulskriechkurven“ bei niedrigem Zelldruck

Die so genannten „Impulskriechkurven“ der axialen Stauchung sind im Bild 8.2.2 dargestellt. Obwohl die akkumulierte axiale Stauchung des Probekörpers mit 5,5% Bindemittelgehalt größer ist als die der anderen beiden Probekörper, ist der Unterschied nicht sehr bedeutend.

Der Torsionsmodul wird auf der Grundlage nachstehender Überlegungen berechnet. Er verbindet den Deviatortensor des Dehnungsinkrementes $\Delta \epsilon_D$ mit dem Deviatortensor des Spannungsinkrementes $\Delta \sigma_D$ [Sch68]:

$$\Delta \sigma_D = 2G \cdot \Delta \epsilon_D . \quad (8.2.7)$$

Das Doppelte der Amplituden der Hauptspannung $2\sigma_1^0$ und der Hauptdehnungen $2\varepsilon_i^0$ ($i=1,2$) werden als Inkremente angesehen, für die eine lineare Beziehung mit konstantem Schubmodul G vorausgesetzt wird. Den Beziehungen (8.2.2), (8.2.5) und (8.2.6) entsprechend ist die gültige Beziehung der Deviator tensoren wie folgt:

$$\begin{bmatrix} \frac{4}{3} \cdot \sigma_1^0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} \cdot \sigma_1^0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \cdot \sigma_1^0 \end{bmatrix} = 2G \begin{bmatrix} \frac{4}{3} (\varepsilon_1^0 - \varepsilon_2^0) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} (\varepsilon_1^0 - \varepsilon_2^0) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} (\varepsilon_1^0 - \varepsilon_2^0) \end{bmatrix} \quad (8.2.8)$$

Der Gleitmodul (als Sekantenmodul) kann dann aus folgender Gleichung bestimmt werden:

$$G = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1^0}{\left(\varepsilon_1^0 - \varepsilon_2^0 \right)}. \quad (8.2.9)$$

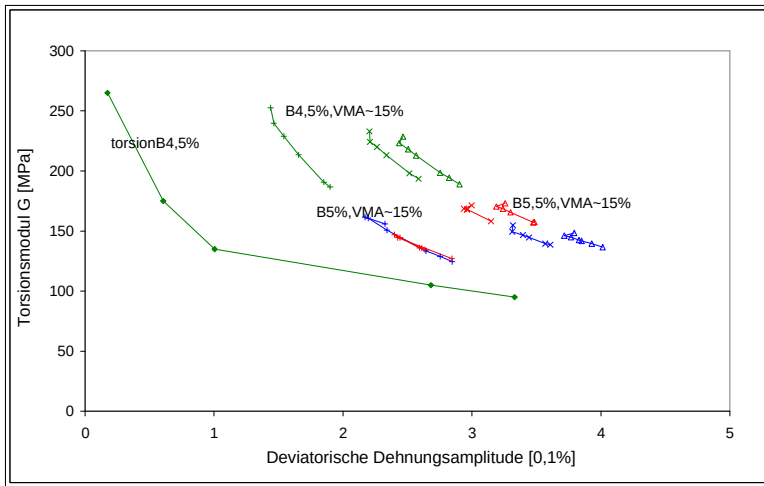


Bild 8.2.3: Die Torsionsmodule bei niedrigem Zelldruck

Die berechneten Schubmodule sind als Funktion einer Komponente der Deviatordehnung: $2 \left(\varepsilon_1^0 - \varepsilon_2^0 \right) = \sqrt{3/2} \|\varepsilon_D\|$ im Bild 8.2.3 dargestellt.

Als Vergleich enthält das Diagramm auch ein Ergebnis (Abschnitt 8.1.5., Bild 8.1.18, Normalspannung 0,6 MPa) eines weniger stark verdichteten Probekörpers

mit einem Hohlraumvolumen von $VMA \sim 18,5\%$ bzw. $e \sim 0,23$ aus der Torsionszelle. Zur gleichen Dehnung gehörende Schubmodule der Torsionszelle sind kleiner. Das kann neben der kleineren Dichte auch mit der Richtungsabhängigkeit der Steifigkeit erklärt werden. Die Deformationsrichtung, einschließlich der Dilatanz, ist in der Triaxialzelle ganz anders als in der Torsionszelle. Auch die Druckabhängigkeit kommt zum Ausdruck. Mit jeder Erhöhung der axialen Spannungsamplitude springt die Steifigkeit in der Triaxialprobe hoch. Mit zunehmender Verformung fällt sie aber genauso rapid ab wie in der Torsionszelle.

Aus dem Vergleich der Proben mit unterschiedlichem Bitumengehalt ist zu erkennen, dass der Schubmodul der Probe mit dem Bitumengehalt 4,5% am größten ist. Mit zunehmender Akkumulation der Verformung nimmt in jedem Fall die Amplitude der Dehnungszyklen zu und der Schubmodul zwangsläufig ab.

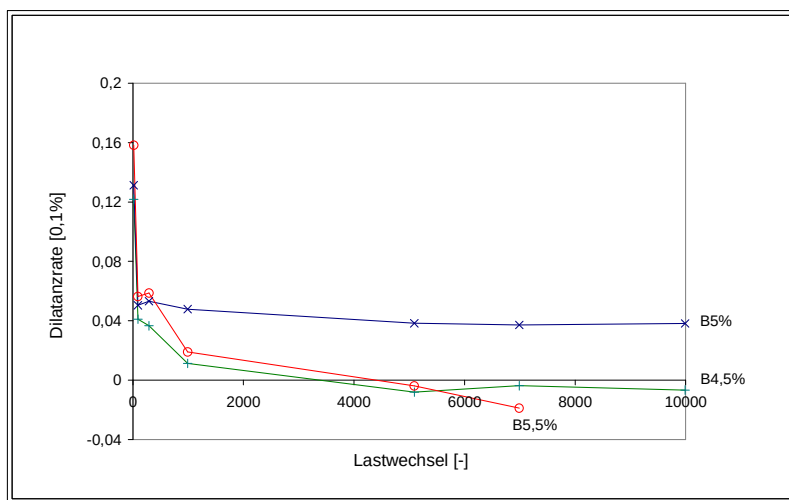


Bild 8.2.4: Lastwechselabhängige Volumenänderungsrate bei niedrigem Zelldruck

Zur Auswertung der Ergebnisse betrachte man noch das Bild 8.2.4, in welchem die akkumulierte Volumenänderungsrate:

$$\dot{\Theta} = \dot{\varepsilon}_1 + 2\dot{\varepsilon}_2$$

pro Lastwechsel als Funktion der Lastwechselzahl dargestellt ist. Das positive Vorzeichen deutet darauf hin, dass während der zyklischen Belastung das Probenvolumen zunimmt, weshalb keine Porendrücke entstehen konnten. Die Querdehnungsmessung der Triaxialanlage ist nicht ganz zuverlässig. Dieses

Ergebnis, wie auch das der nachfolgenden Versuchsserie, wird aber in der Tendenz mit der Voraussage der akkumulierten Fließrichtung übereinstimmen.

Damit dem neuen Konzept entsprechend (Kapitel 4.) der Einfluss des Bindemittelgehalts durch die induzierten Porenüberdrücke besser zur Wirkung kommt, sind in der zweiten Versuchsserie Spannungsbedingungen geschaffen worden, aus welchen man auf ein kontrahantes volumetrisches Verhalten schließen kann. Dazu brauchte nur der Zelldruck erhöht zu werden: $\sigma_2 = \sigma_3 = 0.5 \text{ MPa} = \text{const.}$ Die Hauptspannungen sind in der Tabelle 8.2.4 enthalten.

Tabelle 8.2.4: Die vorgeschriebenen Spannungen

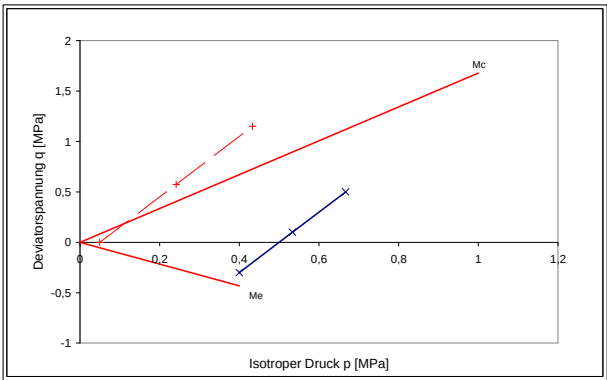
VERSUCH	$\sigma_2 = \text{const}$ [MPa]	σ_{1Min} [MPa]	σ_{1Max} [MPa]	$\sigma_{1Mittel}$ [MPa]	σ_1^0 [MPa]
1	0,5	0,2	1,0	0,6	0,4

Die vorgeschriebenen Spannungen bestimmen folgende mittleren Drücke und Spannungsdifferenzen (siehe Tabelle 8.2.5).

Tabelle 8.2.5: Die vorgeschriebenen Spannungsparameter

VERSUCH	p_{Min} [MPa]	p_{Mittel} [MPa]	p_{Max} [MPa]	q_{Min} [MPa]	q_{Mittel} [MPa]	q_{Max} [MPa]
1	0,400	0,533	0,667	-0,300	0,100	0,500

Die Darstellung ist im Bild 8.2.5 enthalten. Neben dem Spannungspfad des aktuellen Versuches ist auch die erste Versuchsserie dargestellt.



Folglich ist die zu erwartende akkumulierte Fließrichtung die volumetrische Kompression [Wic05]. In den Proben mit dem Bindemittelgehalt über dem Optimum ($B = 5 - 5,5\%$) werden dadurch erwartungsgemäß Porenüberdrücke induziert, wodurch ein anderes Ergebnis zu erwarten ist als bei der ersten Versuchsserie. Die wichtigsten Angaben der Probenkörper sind in der Tabelle 8.2.6 zusammengefasst.

Tabelle 8.2.6: Die Angaben der Triaxialproben

BITUMENGEHALT [%]	VMA [%]	PORENZAHL e [-]
4,5	16,1	0,19
5,0	15,8	0,19
5,5	15,7	0,19

Die Impulskriechkurven der axialen Stauchung und der Querdehnung sind in den Bildern 8.2.6 und 8.2.7 zu sehen.

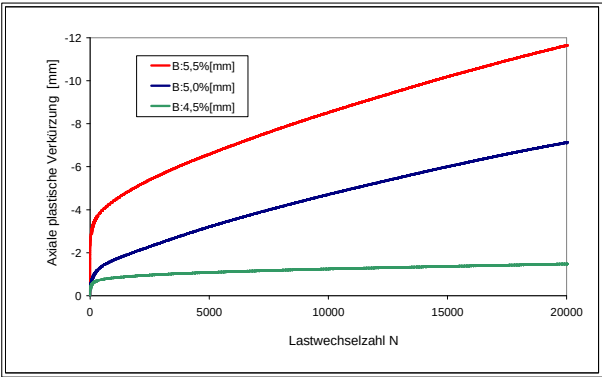


Bild 8.2.6: Akkumulierte axiale Stauchung – Lastwechselzahl

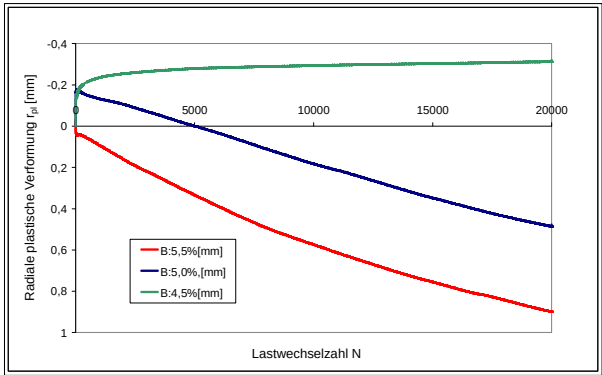


Bild 8.2.7: Akkumulierte Querdehnung – Lastwechselzahl

Der Bitumengehalt beeinflusst sehr stark und eindeutig die Größe der bleibenden Dehnungen. Die Anlage E enthält Fotos über die Probekörper.

Die berechneten Schubmodule zeigen denselben starken und eindeutigen Einfluss des Bindemittelgehalts.

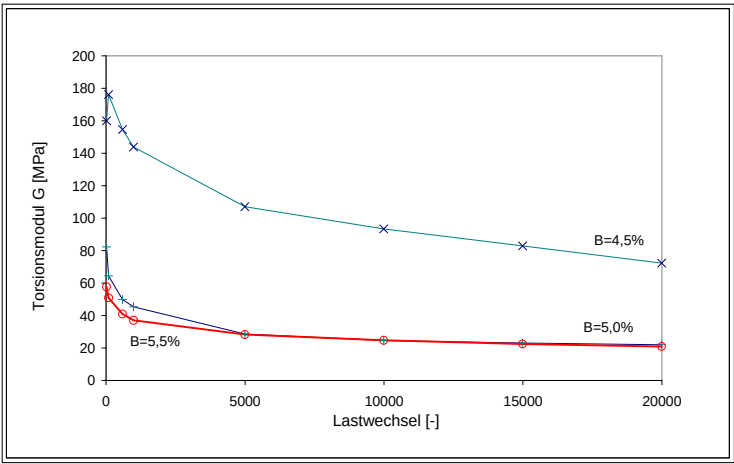


Bild 8.2.8: Die Steifigkeiten in Abhängigkeit der Lastwechselzahl

Der Schubmodul der Probe mit dem Bitumengehalt von 4,5% ist in jeder Phase des Versuches größer als das Doppelte des Moduls der beiden anderen, wobei die anderen beiden fast die gleiche Steifigkeit haben (Bilder 8.2.8 und 8.2.9).

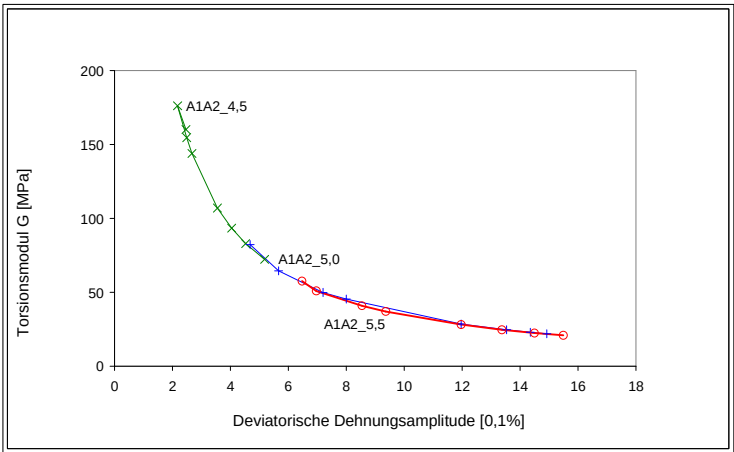


Bild 8.2.9: Die Steifigkeiten in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude

Die Asphalte mit dem Bitumengehalt von 5% und 5,5% haben bei der Kraftsteuerung eine viel größere Dehnungsamplitude, folglich eine viel kleinere Steifigkeit. Auf dem Bild 8.2.10 sind die Schubmodule der Versuche mit niedrigem und höherem Zelldruck einschließlich der Torsion als Funktion der Dehnungsamplitude dargestellt.

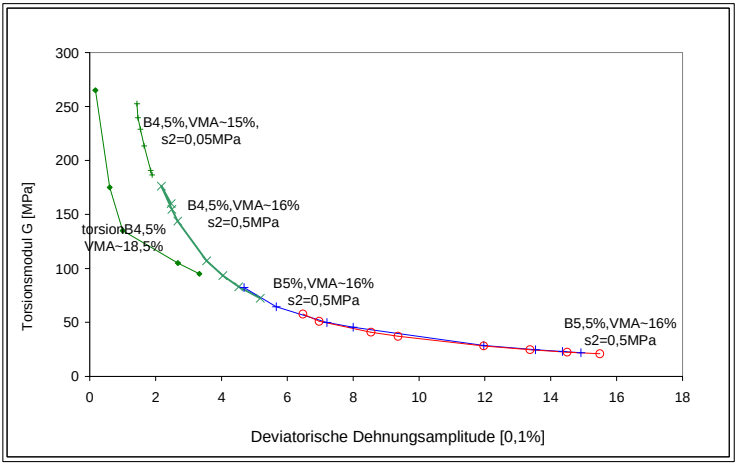


Bild 8.2.10: Dehnungsamplitudenabhängige Steifigkeit verschiedener Versuche

Die nächsten Bilder 8.2.11 und 8.2.12 zeigen die Volumenänderungsrate als Funktion der Lastwechselzahl.

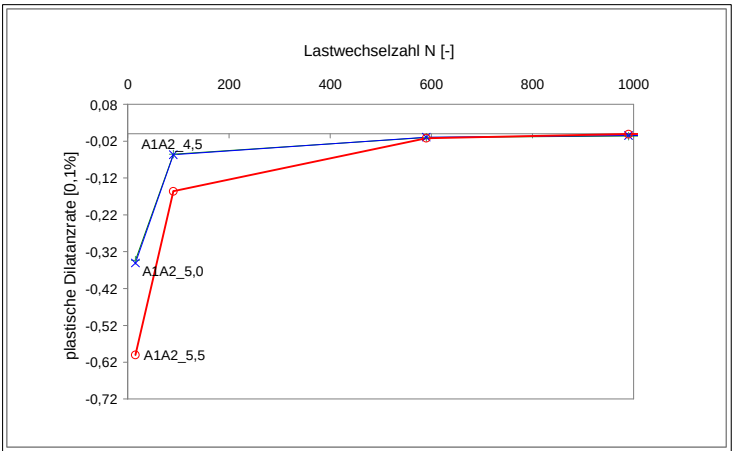


Bild 8.2.11: Lastwechselabhängige Volumenänderungsrate

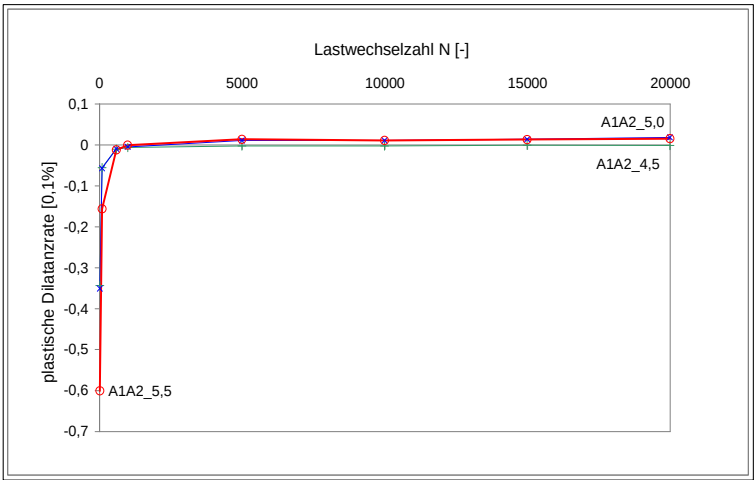


Bild 8.2.12: Lastwechselabhängige Volumenänderungsrate

Das negative Vorzeichen zeigt, dass unter diesen Spannungsbedingungen das volumetrische Verhalten erwartungsgemäß tatsächlich kontrahant ist.

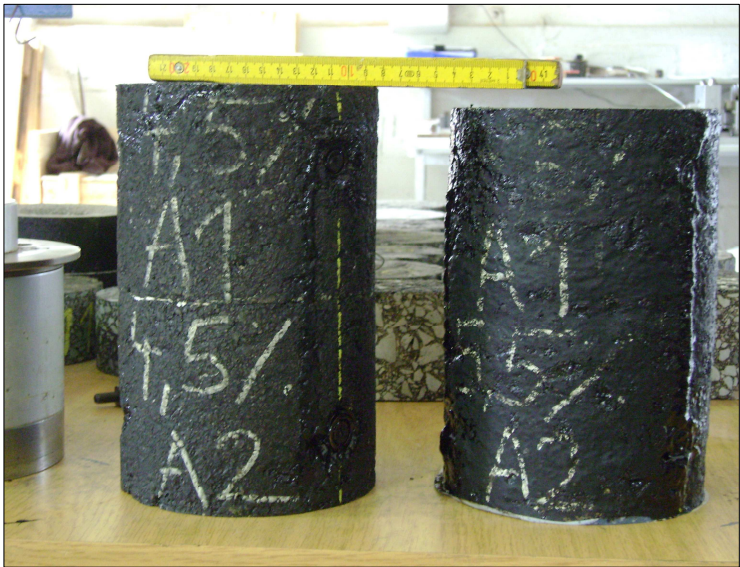


Bild 8.2.13: Asphaltproben nach der zyklischen triaxialen Kompression

Der Schubmodul der Probe mit dem Bitumengehalt über den optimalen Wert ist von $G \approx 60 \text{ MPa}$ bis auf $G \leq 25 \text{ MPa}$ gefallen, wobei die Deviatorspannungsamplitude konstant blieb und die Dehnungsamplitude von 0,4% bis über 1% wuchs. Die Messungen mit der Torsionscherzelle (Abschnitt 8.1.5.) zeigten bei der „großen“ Dehnung (0,4%) ein Schubmodul von $G \approx 100 \text{ MPa}$, wenn die Normalspannung $\sigma_1 = 0.6 \text{ MPa}$ betrug. Die wesentlich kleineren, gemessenen Werte der Schubsteifigkeit im zyklischen triaxialen Kompressionsversuch deuten auf die Erscheinung der zyklischen Mobilität, zumindest im Sinne der Definition der Literaturstelle [Kol07] (Abschnitt 3.2.1.), hin.

Die vorgestellten Triaxialversuche bestätigen das neue Konzept bezüglich des Einflusses des Bitumengehaltes auf die akkumulierte plastische Verformung. Der Einfluss des Bitumengehaltes kommt dann zur Geltung, wenn der Asphalt durch die zyklische Beanspruchung die Neigung zur Kontraktion hat. Diese Neigung tritt unter solchen Spannungsbedingungen ein, bei denen der isotrope Druckanteil neben dem Deviatoranteil groß genug ist. Die dargestellten Versuchsergebnisse stehen mit den veröffentlichten Ergebnisse Wichtmanns im Einklang [Wic05, Wic04].

8.2.3 Die frequenzabhängige Steifigkeit

In einer kraftgesteuerten Triaxialanlage ist die Untersuchung der frequenzabhängigen Steifigkeit wegen der gleichzeitigen Dehnungsabhängigkeit problematisch. Im Bild 8.2.14 sind Steifigkeiten als Funktion

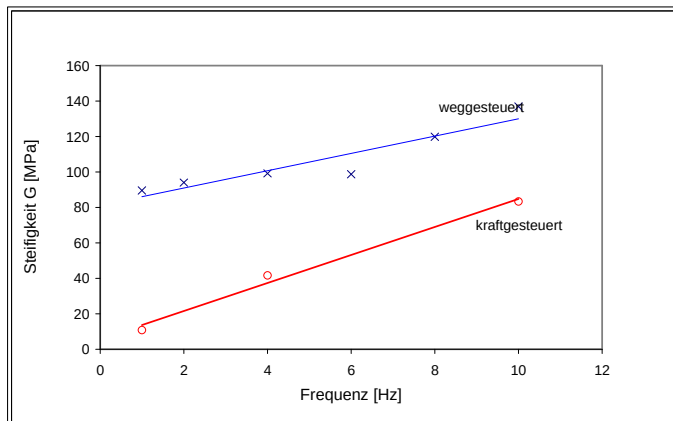


Bild 8.2.14: Unterschiedliche Frequenzabhängigkeiten

der Belastungsfrequenz dargestellt. Bei der Kraftsteuerung ist die Frequenzabhängigkeit viel ausgeprägter als bei der Wegsteuerung. Die Asphaltprobe hatte den Bitumengehalt $B=5\%$ und die Porenzahl $e_0 = 0,19$; $VMA = 16\%$. Die Spannungsbedingungen waren der vorangehenden zweiten Serie mit dem Zelldruck von $\sigma_2 = 0,5 \text{ MPa}$ gleich. Beim weggesteuerten Versuch ist die Dehnungsamplitude $\varepsilon_1^0 = 0.1\%$ vorgegeben worden.

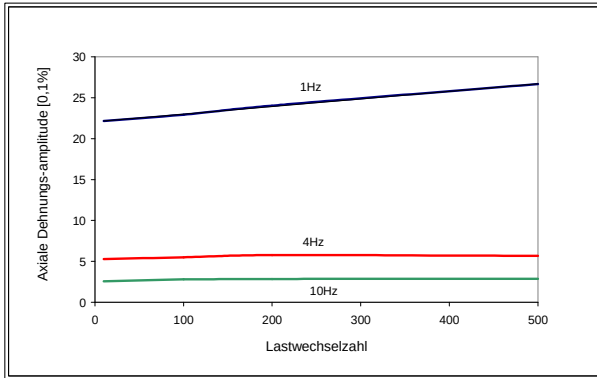


Bild 8.2.15: Dehnungsamplituden bei der Kraftsteuerung

Die Erklärung für die Differenz der Steifigkeit bei verschiedenen Steuerungen ist aus dem Diagramm des Bildes 8.2.15 ersichtlich. Im Fall der Kraftsteuerung nehmen die Dehnungsamplituden mit abnehmender Frequenz stark zu. Der Grund für das Anwachsen der Dehnung liegt sicherlich in den kleineren viskosen Spannungen. Durch die zunehmende Dehnungsamplitude kann aber der Schubmodul entweder wegen dem „Small-Strain“-Verhalten oder wegen zyklischer Mobilität stark abnehmen (Bilder 8.2.10 und 8.2.16). Die frequenzabhängige Steifigkeit kann beim kraftgesteuerten Versuch auch auf die Abhängigkeit von der Dehnungsamplitude zurückgeführt werden. Bei einem weggesteuerten Versuch kann die Abhängigkeit von der Dehnungsamplitude ausgeschlossen werden. Nur in diesem Fall (bei gleich großen Dehnungsamplituden) kann die Änderung des Schubmoduls wegen der Frequenzänderung allein auf die Viskosität zurückgeführt werden. Zur Berechnung der Viskosität aus dem dehnungskontrollierten Triaxialversuch gehen wir von den Zusammenhängen des Abschnitts 8.1.4. (Glg. 8.1.16 und 8.1.20) und 8.2.1. (Glg.8.2.7, und 8.2.8) aus:

$$\Delta\sigma_D = 2|G^*|\Delta\varepsilon_D, \quad \text{bzw.:} \quad |G^*| = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1^0}{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \end{pmatrix}},$$

und

$$\mu = \frac{G''}{\omega} = \frac{|G^*| \sin \delta}{\omega}.$$

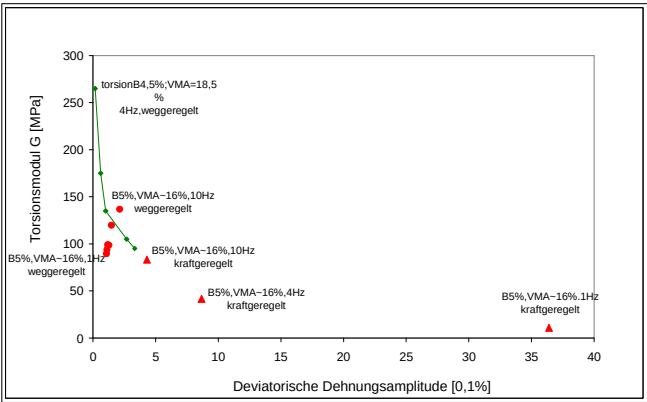


Bild 8.2.16: Vergleich der Steifigkeiten

Diese Zusammenhänge besagen, dass die Viskosität aus der imaginären Komponente des komplexen Schubmoduls (Sekantenmodul [Vre08]) berechnet wird. Die Ergebnisse werden für verschiedene Frequenzen des dehnungskontrollierten Versuches in der Tabelle 8.2.7 zusammengefasst.

Tabelle 8.2.7: Schubmodule und Viskosität

FREQUENZ	$ G^* $ [MPa]	PHASENWINKEL δ [°]	$G' = G^* \cos \delta$ [MPa]	$G'' = G^* \sin \delta$ [MPa]	VISKOSITÄT μ [MPa·s]
1	89,5	30,1	77,5	44,9	44,9
2	94,0	38,5	73,6	58,4	29,2
4	99,2	40,8	75,0	64,8	16,2
6	98,7	46,9	67,5	72,0	12,0
8	119,8	46,5	82,5	87,0	10,9
10	136,8	55,4	77,8	112,6	11,3

Das Bild 8.2.17 veranschaulicht diese Ergebnisse. Es ist zu erkennen, dass die Viskosität frequenzabhängig ist und dass sie höhere Werte annimmt als bei dem Torsionsversuch. Zu beachten ist, dass die untersuchte Probe bei der Torsionszelle 4,5% Bitumengehalt hatte, in der Triaxialzelle dagegen 5%. In der Triaxialzelle sind 1000 Lastzyklen vor der Untersuchung als „Vorbelastung“ aufgebracht worden. Die Spannungsbedingungen sind mit denen des vorhergehenden

Versuches gleich. Es ist erkennbar, dass bei gleicher Frequenz die gemessenen Schubsteifigkeiten der Triaxialprobe geringer sind als in der Torsionszelle, aber durch die höheren gemessenen Phasenwinkel größere Viskositäten berechnet werden.

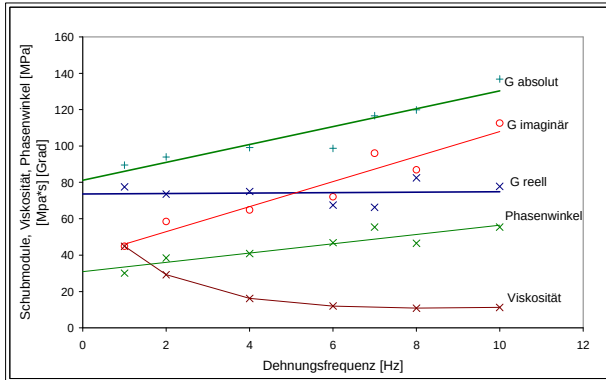


Bild 8.2.17: Schubmodule und Viskosität

Die Abhängigkeit des Schubmoduls von der Frequenz kann in diesem Rahmen nicht ausreichend geklärt werden. Wegen dem Einfluss der gezeigten Abhängigkeit auch von der Dehnungsamplitude und des möglichen Auftretens der beginnenden zyklischen Mobilität (großer Phasenwinkel), müssen hierzu weitere gezielte Untersuchungen durchgeführt werden. Die Bedeutung der Viskosität spielt in Verbindung mit härteren und mit den so genannten „modifizierten“ Bitumensorten eine wichtige praktische Rolle.

9 Numerische Elementversuche mit dem hypoplastischen Stoffgesetz

In diesem Kapitel wird die Anwendung des erweiterten hypoplastischen Stoffgesetzes numerisch überprüft, indem ein Vergleich zu den experimentellen Ergebnissen gezogen wird. Die numerischen Elementversuche werden auch zur besseren Interpretation der Versuchsergebnisse verwendet.

Antworten auf folgende Fragen werden gesucht:

- Können die experimentellen Ergebnisse des 8. Kapitels mit dem hypoplastischen Stoffgesetz (Kapitel 6) und den Stoffkonstanten des 7. Kapitels numerisch simuliert werden?
- Können die beobachteten Phänomene, wie Barotropie, Pyknotropie, Einfluss des Bitumengehaltes auf die akkumulierte Dehnung, Geschwindigkeitseinfluss, „Small-Strain“-Verhalten des Asphalts numerisch wiedergegeben werden?
- In welchem Maß kann das reale Verhalten nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ numerisch richtig modelliert werden?
- Wo ist eine Verbesserung erforderlich, um eventuell praktische Fragen beantworten zu können?

9.1 Mathematische Grundlagen der numerischen Simulation

Die numerischen Elementversuche des zyklischen Einfachscherens und der zyklischen triaxialen Kompression sind auf Mathcad 14.0 programmiert worden (Anlagen **G1-G6**). In diesem Abschnitt und in den Anlagen **F1-F3** werden alle

mathematischen Beziehungen des Berechnungsalgorithmus der Elementversuche zusammengefasst.

9.1.1 Das Einfachscheren

Die weggeregelte Torsionszelle, wie sie im Abschnitt 8.1.1. beschrieben wurde, dient zur Messung der Steifigkeit. Sie ist weggeregelt, das heißt, die Beanspruchung wird als eine vorgegebene Deformationsrate realisiert. Ziel der numerischen Simulation ist die Spannungsrate als Antwort mit dem hypoplastischem Stoffgesetz zu berechnen, woraus dann die Steifigkeit ermittelt werden kann und dadurch ein Vergleich mit den Messergebnissen möglich ist.

9.1.1.1 Das hypoplastische Basismodell beim Einfachscheren mit Wegsteuerung

Im Abschnitt 8.1.1. ist der Spannungs- und Dehnungstensor dieses Elementversuches angegeben. Mit der Dehnungsrate $\mathbf{D}$ und der Drehungsrate $\mathbf{W}$ gilt wie folgt [Som70, Wu92]:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 \\ T_{21} & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -D_{12} & 0 \\ D_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.1.1)$$

Die Versuchsbedingungen lauten:

- Durch die Wegsteuerung ist die Dehnungsrate D_{12} gegeben.
- Die totale Normalspannung T_{11} ist gegeben und konstant, womit die Rate dieser Spannungskomponente verschwindet, d.h. $\dot{T}_{11} = 0$.

Im Ergebnis des numerischen zyklischen Scherens werden folgende Tensorkomponenten im gegebenen Koordinatensystem gesucht (Bild 9.1.1):

- die Dehnungsrate D_{11}
- die Spannungsraten $\dot{T}_{12}; \dot{T}_{22}; \dot{T}_{33}$.

Gegeben sind die Anfangswerte: $\varepsilon_{11}; \varepsilon_{12}; T_{12}; T_{22}; T_{33}; e; u$.

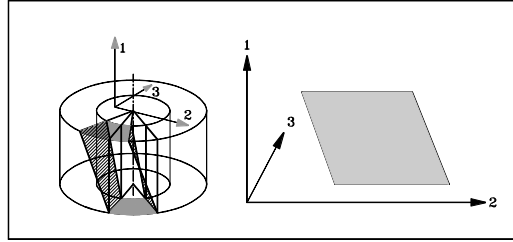


Bild 9.1.1: Koordinatensystem beim Einfachscheren

Aus dem hypoplastischen Stoffgesetz (6.1.1) folgt für die Cauchy'sche Spannungsrate:

$$\dot{\mathbf{T}} = f_b(\text{tr} \mathbf{T}) f_e(e) \frac{1}{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{T}})} \left[F^2 \mathbf{D} + a^2 \hat{\mathbf{T}} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) + f_d(e) a F (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \|\mathbf{D}\| \right] - \mathbf{T} \cdot \mathbf{W} + \mathbf{W} \cdot \mathbf{T}. \quad (9.1.2)$$

Mit den Bezeichnungen:

$$f_s = f_b f_e = \frac{h_s}{n} \left(\frac{e_i}{e} \right)^\beta \frac{1+e_i}{e_i} \left(\frac{\text{tr} \mathbf{T}}{h_s} \right)^{1-n} \left[3 + a^2 - a\sqrt{3} \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad \text{und} \quad (9.1.3)$$

$$Q = \frac{f_s}{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{T}})} \quad \text{bzw.} \quad R = \frac{f_d a}{3}$$

entsteht – entsprechend der Anlage **F1** – für die gesuchte Spannungsrate folgende skalare Gleichung:

$$\dot{T}_{11} = Q \left[F^2 D_{11} + a^2 \hat{T}_{11} (\hat{T}_{11} D_{11} + 2 \hat{T}_{12} D_{12}) + R F (6 \hat{T}_{11} - 1) \sqrt{D_{11}^2 + 2 D_{12}^2} \right] - 2 T_{12} D_{12} = 0, \quad (9.1.4)$$

in welcher als einzige Unbekannte die gesuchte Dehnungsrate D_{11} auftaucht. Alle anderen Größen sind durch die Einbauporenzahl, den genannten Versuchsbedingungen für Spannung und Dehnung und nicht zuletzt durch die bestimmten Stoffparameter bekannt. Die Auflösung der Gleichung 2. Grades für die gesuchte Dehnungsrate liefert:

$$D_{11} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \quad \text{wobei die einzelnen Großbuchstaben an dieser Stelle folgende Bedeutung haben:}$$

$$A = (F^2 + a^2 \hat{T}_{11}^2) - R^2 F^2 (6\hat{T}_{11} - 1)^2 \quad (9.1.5.a)$$

$$B = 4\hat{T}_{12} D_{12} (F^2 + a^2 \hat{T}_{11}^2) (a^2 \hat{T}_{11} - T_{12} Q^{-1}) \quad (9.1.5.b)$$

$$C = 2\hat{T}_{12}^2 D_{12}^2 \left[2(a^2 \hat{T}_{11} - T_{12} Q^{-1})^2 - R^2 F^2 (6\hat{T}_{11} - 1)^2 \right]. \quad (9.1.5.c)$$

Auf die Frage, welche Lösung zu nehmen ist, bedenke man, dass umgekehrt die Dehnungsraten die Spannungsraten eindeutig bestimmen. Deswegen ist diejenige der Lösungen zu nehmen, welche die vorgeschriebene Bedingung für die Hauptspannung $T_{11} = \text{const}$ befriedigt. In diesem Fall ist es die Lösung:

$$D_{11} = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \text{ Mit der anderen Lösung ergeben sich Spannungsraten } \dot{T}_{11} \neq 0.$$

Mit der so bestimmten Dehnungsrate ergeben sich die gesuchten Spannungsraten:

$$\dot{T}_{12} = Q \left[F^2 D_{12} + a^2 \hat{T}_{12} (\hat{T}_{11} D_{11} + 2\hat{T}_{12} D_{12}) + 6R\hat{T}_{12} \sqrt{D_{11}^2 + 2D_{12}^2} \right] + (T_{11} - T_{22}) D_{12}; \quad (9.1.6.a)$$

$$\dot{T}_{22} = Q \left[a^2 \hat{T}_{22} (\hat{T}_{11} D_{11} + 2\hat{T}_{12} D_{12}) + R(6\hat{T}_{22} - 1) \sqrt{D_{11}^2 + 2D_{12}^2} \right] + 2T_{12} D_{12}; \quad (9.1.6.b)$$

$$\dot{T}_{33} = Q \left[a^2 \hat{T}_{33} (\hat{T}_{11} D_{11} + 2\hat{T}_{12} D_{12}) + R(6\hat{T}_{33} - 1) \sqrt{D_{11}^2 + 2D_{12}^2} \right]. \quad (9.1.6.c)$$

Die Spannung selbst ergibt sich nach dem Zeitschritt Δt (Zeitintegration) zu:

$$T_{ij}(k+1) = T_{ij}(k) + \dot{T}_{ij}(k) \Delta t. \quad (9.1.7)$$

Der tangential Schubmodul wird für jedes Inkrement wie folgt berechnet:

$$G = \frac{\dot{T}_{12}}{2D_{12}} \quad (9.1.8)$$

Die Anlage **G1** enthält den entsprechenden Mathcad Programmausdruck.

9.1.1.2 Die Porendrucke

Von den bisher genannten Spannungen ist (stillschweigend) vorausgesetzt worden, dass sie die so genannten effektiven Spannungen sind (Abschnitt 3.1.6.). Im Abschnitt 6.3.2. ist gezeigt worden, dass die Porendruckrate:

$$\dot{\mathbf{u}} = \delta_{ik} K \frac{\dot{e}}{e} = \delta_{ik} K \frac{(1+e) \operatorname{tr} \mathbf{D}}{e} = \begin{bmatrix} \dot{u} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{u} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{u} \end{bmatrix} \quad (9.1.9)$$

von der Deformationsrate abhängt. Andererseits ist die totale Spannung gleich der Summe der wirksamen Spannung und des Porendruckes (Abschnitt 6.3.2.). Folglich ist die wirksame Spannungsrate die Differenz der beiden Anderen. Aus der obigen Bedingung, dass die Rate der totalen Spannung verschwindet $\left(\dot{T}_{11}\right)_{total} = 0$, folgt für die wirksame Spannungsänderung, dass sie dem Negativen

der Porendruckänderung gleich sein muss: $\dot{T}_{11} = -\dot{u}$. Weil die Dehnungsraten in der Diagonale außer D_{11} alle verschwinden, hängt die Porendruckänderung nur von dieser Komponente ab:

$$\dot{\mathbf{u}} = \delta_{ik} K \frac{\dot{e}}{e} = \delta_{ik} K \frac{(1+e)D_{11}}{e}. \quad (9.1.10)$$

In der Bestimmungsgleichung der gesuchten Dehnungsrate wird dieser Umstand wie folgt berücksichtigt:

$$\left(\dot{T}_{11}\right)_{total} = Q \left[F^2 D_{11} + a^2 \hat{T}_{11} (\hat{T}_{11} D_{11} + 2 \hat{T}_{12} D_{12}) + RF (6 \hat{T}_{11} - 1) \sqrt{D_{11}^2 + 2 D_{12}^2} \right] - 2 T_{12} D_{12} + K \left(1 + \frac{1}{e} \right) D_{11} = 0 \quad (9.1.11)$$

Die Auswirkung auf die Lösungsformel ist durch folgende Gleichungen gegeben:

$$A = \left(F^2 + a^2 \hat{T}_{11}^2 + K \left(1 + \frac{1}{e} \right) Q^{-1} \right)^2 - R^2 F^2 (6 \hat{T}_{11} - 1)^2 \quad (9.1.12.a)$$

$$B = 4 \hat{T}_{12} D_{12} \left(F^2 + a^2 \hat{T}_{11}^2 + K \left(1 + \frac{1}{e} \right) Q^{-1} \right) (a^2 \hat{T}_{11} - T_{12} Q^{-1}). \quad (9.1.12.b)$$

Für die wirksame Normalspannungsänderung gilt dann:

$$\dot{T}_{11} = -K \left(1 + \frac{1}{e} \right) D_{11}. \quad (9.1.13)$$

Der Kompressionsmodul (Abschnitt 5.3) des Porenfluids ist eine Funktion der

Sättigung (Abschnitt 6.3.2.), welche für jedes Inkrement wie folgt neu berechnet wird:

$$s_k = s_{k=0} \frac{e_{k=0}}{e_k}. \quad (9.1.14)$$

Der entsprechende Mathcad Programmausdruck ist in Anlage **G2** enthalten.

9.1.1.3 Die *intregranulare Dehnung*

Für das Einfeldscheren hat der neue Tensor folgende Gestalt:

$$\mathbf{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & 0 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.1.15)$$

Die zweite Koordinate in der Hauptdiagonale entsteht durch die Berechnung der Zeitableitung aus der objektiven Rate [Nie97]:

$$\dot{\mathbf{\delta}} = \dot{\mathbf{\delta}} + \mathbf{W} \cdot \mathbf{\delta} - \mathbf{\delta} \cdot \mathbf{W} = \dot{\mathbf{\delta}} + \begin{bmatrix} -2\delta_{12}D_{12} & (\delta_{11} - \delta_{22})D_{12} & 0 \\ (\delta_{11} - \delta_{22})D_{12} & 2\delta_{12}D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.1.16)$$

Entsprechend der Gleichung (6.2.9) ergibt sich für die objektive Spannungsrate:

$$\dot{\mathbf{T}} = aq[F^2 \mathbf{D}_n + A^2 \hat{\mathbf{T}} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n)] + bq[F^2 \mathbf{D}_t + A^2 \hat{\mathbf{T}} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_t)] + cq3r(\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \text{tr}(\hat{\mathbf{\delta}} \cdot \mathbf{D}_n) \quad (9.1.17)$$

Für die Tensoren $\mathbf{D}_n$ und $\mathbf{D}_t$ gelten die Gleichungen (6.2.6) und (6.2.7). Weiterhin gelten an dieser Stelle folgende Definitionen für die skalaren Faktoren:

$$q = \frac{f_b f_e}{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{T}})}; \quad A = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)}{2\sqrt{2} \sin \varphi_c}; \quad r = \frac{f_d AF}{3}. \quad (9.1.18)$$

Die Faktoren a, b und c in (9.1.17) sind durch die Beziehungen (6.2.10.a) bis (6.2.10.e) definiert. Die Anlage **F2** enthält die skalare Gleichung der Koordinate $\dot{T}_{11}$ der objektiven Spannungsrate, in welcher durch die Wegsteuerung D_{12} vorgeschrieben wird und D_{11} die zu bestimmende Unbekannte ist.

Mit der Beachtung der Starrkörperrotation gilt für die wirksame (Cauchy) Spannungsrate:

$$\left(\dot{T}_{11} \right)_{\text{wirksam}} = q \cdot [(a \cdot S_{11} + b \cdot P_{11} + c \cdot r \cdot W_{11}) \cdot D_{11} + (a \cdot S_{12} + b \cdot P_{12} + c \cdot r \cdot W_{12}) \cdot D_{12}] - 2T_{12}D_{12}$$

Die Großbuchstaben $S; P; W$ haben die in der Anlage **F2** angegebene Bedeutung. Sie sind Funktionen der Zustandsvariablen der normierten Spannung $\hat{\mathbf{T}}$ und der normierten intergranularen Dehnung $\hat{\delta}$. Die totale Spannungsrate verschwindet. Mit der Berücksichtigung des Porendruckes (6.3.11) erhält man:

$$\left(\dot{T}_{11} \right)_{\text{total}} = \left(\dot{T}_{11} \right)_{\text{wirksam}} + K \left(1 + \frac{1}{e} \right) D_{11} = 0 \quad (9.1.19)$$

Die Lösung für D_{11} erhält man durch die Berechnung der Größe des nachstehenden Ausdrucks:

$$D_{11} = -D_{12} \frac{aS_{12} + bP_{12} + crW_{12} - 2\frac{T_{12}}{q}}{aS_{11} + bP_{11} + crW_{11} + \frac{K}{q} \left(1 + \frac{1}{e} \right)}. \quad (9.1.20)$$

Nach der Bestimmung der Unbekannten D_{11} muss die Annahme betreffend der Größe des Skalarproduktes $\hat{\delta} : \mathbf{D}$ überprüft und (sofern erforderlich) die Berechnung mit den richtigen Werten für a und c wiederholt werden. Anschließend können die folgenden Komponenten der wirksamen (Cauchy) Spannungsrate berechnet werden:

$$\dot{T}_{11} = -K \left(1 + \frac{1}{e} \right) D_{11}; \quad (9.1.21.a)$$

$$\begin{aligned} \dot{T}_{12} = qa [F^2 D_{n12} + A^2 \hat{T}_{12} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n)] + qb [F^2 (D_{12} - D_{n12}) + A^2 \hat{T}_{12} (\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) - \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n))] + \\ qcr 6 \hat{T}_{12} \text{tr}(\hat{\delta} \cdot \mathbf{D}_n) + (T_{11} - T_{22}) D_{12} \end{aligned} \quad (9.1.21.b)$$

$$\dot{T}_{22} = qa [F^2 D_{n22} + A^2 \hat{T}_{22} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n)] + qb [-F^2 D_{n22} + A^2 \hat{T}_{22} (\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) - \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n))] + \\ qcr (6 \hat{T}_{22} - 1) \text{tr}(\hat{\delta} \cdot \mathbf{D}_n) + 2T_{12} D_{12} \quad (9.1.21.c)$$

$$\dot{T}_{33} = qa A^2 \hat{T}_{33} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n) + qb A^2 \hat{T}_{33} (\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) - \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n)) + qcr (6 \hat{T}_{33} - 1) \text{tr}(\hat{\delta} \cdot \mathbf{D}_n) \quad (9.1.21.d)$$

Auch die Änderung der intergranularen Dehnung muss mit Berücksichtigung der Starrkörperrotation berechnet werden:

- für $\hat{\delta} : \mathbf{D} \leq 0$

$$\dot{\delta}_{11} = D_{11} - 2\hat{\delta}_{12}D_{12}; \quad (9.1.22.a)$$

$$\dot{\delta}_{12} = D_{12} + (\hat{\delta}_{11} - \hat{\delta}_{22})D_{12} \quad (9.1.22.b)$$

$$\dot{\delta}_{22} = 2\hat{\delta}_{12}D_{12} \quad (9.1.22.c)$$

- für $\hat{\delta} : \mathbf{D} > 0$

$$\dot{\delta}_{11} = D_{11} - \hat{\delta}_{11}(\hat{\delta}_{11}D_{11} + 2\hat{\delta}_{12}D_{12})\rho^{\beta_r} - 2\hat{\delta}_{12}D_{12} \quad (9.1.22.d)$$

$$\dot{\delta}_{12} = D_{12} - \hat{\delta}_{12}(\hat{\delta}_{11}D_{11} + 2\hat{\delta}_{12}D_{12})\rho^{\beta_r} + (\hat{\delta}_{11} - \hat{\delta}_{22})D_{12} \quad (9.1.22.e)$$

$$\dot{\delta}_{22} = 2\hat{\delta}_{12}D_{12} \quad (9.1.22.f)$$

Die Änderung der Porenzahl ergibt sich mit:

$$\dot{e} = (1 + e)D_{11}. \quad (9.1.23)$$

Mit den berechneten Raten der Zustandsvariablen wie die Spannung, die Porenzahl, die intergranulare Dehnung, des Porendrucks und der Dehnung, werden die am Ende des Inkrementes aktuellen Werte dieser Variablen berechnet (Zeitintegration):

$$\mathbf{T}_{k+1} = \mathbf{T}_k + \dot{\mathbf{T}}; \quad \dot{\delta}_{k+1} = \dot{\delta}_k + \dot{\delta}; \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_k + \mathbf{D}; \quad (9.1.24)$$

$$u_{k+1} = u_k + \dot{u} \quad e_{k+1} = e_k + \dot{e};$$

Der entsprechende Mathcad Programmausdruck ist in der Anlage **G3** enthalten.

9.1.1.4 Die Viskosität

Nach dem Abschnitt 6.3.1.1. (Glg. 6.3.4) ergibt sich die viskose Scherspannung:

$$T_{12}^v = 2\mu \frac{D_{12}}{\Delta t}. \quad (\mu \text{ ist die Schichtviskosität}) \quad (9.1.25)$$

Bemerkung: Beim rateunabhängigen Modell wird D_{ij} als die Zeitableitung der Deformation verstanden: $D_{ij} = \Delta(\varepsilon_{ij})/\Delta t$, wobei aber das Zeitinkrement der Zeiteinheit $\Delta t = 1$ gleich gesetzt wird. Bei der Rateunabhängigkeit folgt damit

zahlenmäßig $D_{ij} = \Delta(\varepsilon_{ij})$. Beim geschwindigkeitsabhängigen Modell muss mit der physikalischen Zeit gerechnet werden. Deswegen gilt bei Berücksichtigung der Viskosität für die Deformationsrate immer die Definition: $(\Delta(\varepsilon_{ij}) / \Delta t) = D_{ij} / \Delta t$.

Beim zeitabhängigen weggeregelten Versuch ist auch die Zeit Δt und dadurch auch die Schergeschwindigkeit $\frac{2D_{12}}{\Delta t}$ (durch die vorgegebene Frequenz f der periodischen Scherverformung) vorgeschrieben. Die Berechnung des imaginären Teils der Steifigkeit G'' erfolgt nach dem Abschnitt 8.1.4. der Gleichung 8.1.20 entsprechend mit der Formel:

$$G'' = \mu\omega = \mu 2\pi f. \quad (9.1.26)$$

Der Phasenwinkel (Gleichungen 8.1.15 und 8.1.16) ist:

$$\delta = \text{atan}\left(\frac{G''}{G'}\right) \frac{360}{2\pi}. \quad (9.1.27)$$

$$G' = \frac{\dot{T}_{12}}{2D_{12}} \quad (9.1.28)$$

ist – entsprechend (9.1.8) – der Schubmodul (Tangentenmodul), d.h., der Realteil des komplexen Moduls G^* . Der Absolutwert des komplexen Moduls ist schließlich:

$$|G^*| = \sqrt{(G')^2 + (G'')^2}. \quad (9.1.29)$$

Den entsprechenden Mathcad Programmausdruck enthält die Anlage **G3**.

9.1.2 Die triaxiale Kompression

Unter 8.2. ist der Versuch beschrieben worden. Ziel der numerischen Simulation ist, den Einfluss des Bitumengehaltes zu berücksichtigen und die akkumulierte Dehnung mit den experimentellen Ergebnissen zu vergleichen. Ein weiterer Vergleich betrifft die unterschiedliche Wirkung der Verformungsgeschwindigkeit bei weggeregelten und kraftgeregelten Versuchen.

9.1.2.1 Mit der intergranularen Dehnung erweitertes Modell

Der Triaxialversuch wird nur mit dem – mit der intergranularen Dehnung – erweiterten Modell simuliert.

Die Spannungs- und Dehnungstensoren und die der intergranularen Dehnung sind:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix}. \quad (9.1.30)$$

Es gilt weiterhin: $T_2 = T_3$; $D_2 = D_3$ $\delta_2 = \delta_3$.

Eine Starrkörperdrehung findet bei diesem Versuch nicht statt. Die Versuchsbedingungen lauten:

- Der Zelldruck wird konstant gehalten: $T_2 = T_3 = \text{const.}$ Diese totale Spannungsrate verschwindet: $\left(\dot{T}_2 \right)_{\text{total}} = \left(\dot{T}_3 \right)_{\text{total}} = 0$.
- Beim kraftgesteuerten Versuch wird die totale Axialspannung T_1 auf der vorgeschriebenen Weise zyklisch verändert und damit wird die totale Spannungsrate $\left(\dot{T}_1 \right)_{\text{total}}$ als bekannte Größe behandelt.
- Beim weggesteuerten Versuch wird die Axialdehnung ε_1 auf der vorgeschriebenen Weise zyklisch verändert und damit die Dehnungsrate D_1 als bekannte Größe behandelt.

Das Koordinatensystem der triaxialen Kompression ist auf dem nächsten Bild zu sehen.

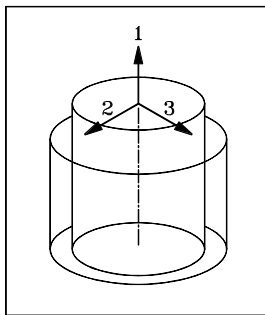


Bild 9.1.2 : Triaxiale Kompression

Es werden folgende Größen gesucht:

- beim kraftgesteuerten Versuch die Hauptdehnungsraten: D_1 und D_2 .

- beim weggeregelten Versuch die wirksame und totale Hauptspannungsrate $\dot{T}_1$ und die Hauptdehnungsrate D_2 ,
- die Porendruckrate $\dot{u}$.

Gegeben sind die Anfangswerte: $T_1; T_2; \varepsilon_1; \varepsilon_2; \delta_1; \delta_2; e; u$.

Analog zum Einfeldscheren wird die Spannungsrate (die objektive, gleich der Cauchy-Rate) entsprechend der Gleichung (6.2.9) berechnet:

$$\dot{\mathbf{T}} = aq[\mathbf{D}_n + A^2 \hat{\mathbf{T}} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n)] + bq[\mathbf{D}_t + A^2 \hat{\mathbf{T}} \text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_t)] + cq3r(\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \text{tr}(\hat{\delta} \cdot \mathbf{D}_n) \quad (9.1.31.a)$$

$$F = 1. \quad (9.1.31.b)$$

Die skalaren Größen $q; r; A$ sind durch (9.1.18) definiert. Mit der Berücksichtigung der Porendrücke und der Bedingung des konstanten Zelldrucks entstehen folgende Raten der Hauptspannungen:

$$\frac{\left(\dot{T}_1\right)_{total}}{q} = \left(aS_{11} + bP_{11} + crW_{11} + \frac{K}{q}\left(1 + \frac{1}{e}\right)\right)D_1 + \left(aS_{12} + bP_{12} + crW_{12} + 2\frac{K}{q}\left(1 + \frac{1}{e}\right)\right)D_2 \quad (9.1.32.a)$$

$$0 = \left(aS_{21} + bP_{21} + crW_{21} + \frac{K}{q}\left(1 + \frac{1}{e}\right)\right)D_1 + \left(aS_{22} + bP_{22} + crW_{22} + 2\frac{K}{q}\left(1 + \frac{1}{e}\right)\right)D_2. \quad (9.1.32.b)$$

Die Großbuchstaben $S; P; W$ haben die in der Anlage **F3** angegebene Bedeutung. Sie sind Funktionen der Zustandsvariablen der normierten Spannung $\hat{\mathbf{T}}$ und der normierten intergranularen Dehnung $\hat{\delta}$.

In den letzten Gleichungen sind je nach Kraft- oder Wegsteuerung die Unbekannten verschieden.

- *Die kraftgesteuerte Lösung*

In diesem Fall ist die totale Spannungsrate $\left(\dot{T}_1\right)_{total}$ gegeben und die Deformationsraten D_1 und D_2 sind die Unbekannten. Das lineare Gleichungssystem wird dementsprechend aufgelöst. Nach der Bestimmung der Unbekannten muss die Annahme betreffend der Größe des Skalarproduktes $\hat{\delta} : \mathbf{D}$

überprüft und gegebenenfalls die Berechnung mit den richtigen Werten für a und c wiederholt werden.

Die Änderung der Porenzahl ergibt sich mit:

$$\dot{e} = (1 + e)(D_1 + 2D_2) \quad \text{und} \quad (9.1.33)$$

die Porendruckrate mit:

$$\dot{u} = K \frac{(1 + e)}{e} (D_1 + 2D_2). \quad (9.1.34)$$

Die aktuelle Porensättigung wird mit der Beziehung (9.1.14) berechnet.

Die Porendruckänderung bewirkt die wirksame Hauptspannungsänderungen. Aus der Gleichung (6.3.10) folgt:

$$\dot{T}_1 = \left(\dot{T}_1 \right)_{total} - \dot{u}, \quad \text{und} \quad (9.1.35.a)$$

$$\dot{T}_2 = -\dot{u}. \quad (9.1.35.b)$$

Auch die Änderung der intergranularen Dehnung muss den Gleichungen (6.2.1.a) und (6.2.1.b) entsprechend berechnet werden:

- für $\hat{\delta} : \mathbf{D} \leq 0$

$$\dot{\delta}_1 = D_1, \quad (9.1.36.a)$$

$$\dot{\delta}_2 = D_2 \quad (9.1.36.b)$$

- für $\hat{\delta} : \mathbf{D} > 0$

$$\dot{\delta}_1 = D_1 - \hat{\delta}_1 (\hat{\delta}_1 D_1 + 2\hat{\delta}_2 D_2) \rho^{\beta_r} \quad (9.1.36.c)$$

$$\dot{\delta}_2 = D_2 - \hat{\delta}_2 (\hat{\delta}_1 D_1 + 2\hat{\delta}_2 D_2) \rho^{\beta_r}. \quad (9.1.36.d)$$

Mit den berechneten Raten der Zustandsvariablen wie die Spannung, die Porenzahl, die intergranulare Dehnung, des Porendrucks und der Dehnung werden die am Ende des Inkrementes aktuellen Werte dieser Variablen gemäß Gleichung (9.1.24) berechnet.

Der Definition (Glg. 8.2.7) des Schubmoduls entsprechend gilt:

$$G = \frac{\dot{T}_1}{2(D_1 - D_2)}. \quad (9.1.37)$$

Den entsprechenden Mathcad Programmausdruck enthält die Anlage **G4**.

- *Die weggesteuerte Lösung*

In diesem Fall ist D_1 gegeben. Gesucht werden D_2 und die totale Spannungsrate $\left(\dot{T}_1\right)_{total}$. Aus der Gleichung (9.1.32.b) ergibt sich für die Unbekannte:

$$D_2 = -D_1 \frac{aS_{21} + bP_{21} + cW_{21} + \frac{K}{q} \left(1 + \frac{1}{e}\right)}{aS_{22} + bP_{22} + cW_{22} + 2 \frac{K}{q} \left(1 + \frac{1}{e}\right)}. \quad (9.1.38)$$

Die totale Spannungsrate ergibt sich dann aus der ersten Gleichung (9.1.32.a) durch Einsetzen der bereits bestimmten Dehnungsrate D_2 .

Auch hier muss die Annahme betreffend des Skalarproduktes $\hat{\delta} : \mathbf{D}$ überprüft und bei Erfordernis die Lösungsprozedur wiederholt werden [Her00]. Das weitere Vorgehen ist entsprechend der kraftgesteuerten Lösung.

Der Schubmodul ist dem vorangehenden Punkt entsprechend zu berechnen. Das Gleiche gilt für die Aktualisierung der entsprechenden (Zustands-) Variablen am Ende des Zeitinkrementes.

9.1.2.2 Die Viskosität

Wie eingangs beschrieben, führt die Viskosität zu unterschiedlichen Steifigkeiten, je nachdem ob der Versuch kraft- oder weggeregelt gesteuert wird.

- *Die kraftgesteuerte Lösung*

In diesem Fall wird der zeitliche Verlauf der äußeren Spannung vorgeschrieben und die Deformationen stellen sich dem Materialverhalten entsprechend ein. Im Abschnitt 6.3. ist die Annahme getroffen worden, dass im Rahmen dieser Arbeit die viskose Eigenschaft des Asphalts in Form eines einfachen Kelvin-Modells berücksichtigt wird. Es gilt folgende Differentialgleichung (Glg. 8.1.18):

$$T_{12} = \gamma G' + \dot{\gamma} \frac{G''}{\omega}, \quad (9.1.39)$$

wobei $\frac{d\gamma}{dt} = \dot{\gamma}$ und die Definition der Schichtviskosität wie folgt ist $\mu = \frac{T_{12}^v}{\dot{\gamma}} = \frac{G''}{\omega}$.

Für den dreidimensionalen Fall folgt:

$$\dot{\epsilon}_D = \frac{\sigma_D}{2\mu} - \frac{G}{\mu} \epsilon_D, \quad (9.1.40)$$

mit der Zeitableitung: $\dot{\epsilon}_D = \frac{d\epsilon_D}{dt}$.

Der Index „D“ deutet auf die Deviatoranteile der entsprechenden Tensoren hin. Der zustandsabhängige Gleitmodul G wird durch das hypoplastische Stoffgesetz bestimmt. Die Lösungsstrategie besteht darin, dass am Anfang des Zeitintervalls Δt die Spannung σ_D aufgebracht und konstant gehalten wird. Die Lösung der obigen Differentialgleichung wird in Form einer Kriechdehnung $\Delta\epsilon_D$ gesucht, welche durch numerische Zeitintegration gefunden wird. Aus der numerischen Zeitintegration folgt [Bon93]:

$$\Delta\epsilon_D = \frac{\sigma_D}{2\mu} \cdot \Delta t - \frac{G}{\mu} (\epsilon_0 \cdot \Delta t + C \cdot \Delta\epsilon_D \cdot \Delta t); \quad [\epsilon_0 = \epsilon_D(t=0)]. \quad (9.1.41)$$

Der Buchstabe $(0 \leq C \leq 1)$ ist die Integrationskonstante, welche bei Anwendung der „Trapezregel“ den Wert von 0,5 hat. Nach Umstellung der Gleichung erhält man:

$$\Delta\epsilon_D = \frac{\sigma_D - 2G\epsilon_0}{2\left(\frac{\mu}{\Delta t} + CG\right)}. \quad (9.1.42)$$

Der Ausdruck $2G\epsilon_0$ gibt die Vorspannung zu Beginn des Zeitintervalls an. Mit der Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_D = \sigma_D - 2G\epsilon_0$ wird die Kriechdehnung als Funktion der sprunghaft aufgebrachten und dann konstant gehaltenen Spannungsstufe $\Delta\sigma_D$ und der Kriechzeit Δt angegeben:

$$\Delta\epsilon_D = \frac{\Delta\sigma_D}{2\left(\frac{\mu}{\Delta t} + CG\right)}. \quad (9.1.43)$$

Zur Berechnung der Kriechdehnung muss der Zeitschritt Δt begrenzt werden. Die Kriechdehnung des Kelvin-Körpers ist begrenzt. Nachdem das Kriechen abgeklungen ist, stellt sich die Kriechenddehnung $\varepsilon_\infty = \varepsilon(t \rightarrow \infty)$ ein, so dass $\Delta \sigma_D = 2G(\varepsilon_\infty - \varepsilon_0) = 2G \cdot \Delta \varepsilon_D$ ist. Damit ist die neue Form der letzten Gleichung:

$$\Delta \varepsilon_D = \frac{\Delta \varepsilon_D}{\left(\frac{\mu}{\Delta t \cdot G} + C \right)}. \quad (9.1.44)$$

Folglich ist der Nenner =1. Damit gibt es eine Beziehung zwischen dem zulässigen Zeitintervall und der Integrationskonstanten [Bon93]:

$$\Delta t \leq \frac{\mu}{G(1-C)}. \quad (9.1.45)$$

Ist die Viskosität μ im Vergleich zum Schubmodul G sehr klein, so muss die Zeit Δt sehr klein gewählt werden oder die Integrationskonstante muss fast =1 sein [Bon93].

Zum numerischen Elementversuch ist die Viskosität gegeben. Es muss noch der zustandsabhängige Schubmodul für den Spannungszustand und die Dichte, welche im aktuellen Zeitinkrement herrschen, aus dem Stoffgesetz bestimmt werden. Zur vollständigen Beschreibung des hypoplastischen Stoffes ist neben dem Schubmodul G auch die Bestimmung des Kompressionsmoduls K erforderlich.

Durch die Gleichungen (9.1.32.a) und (9.1.32.b) ist folgende lineare Beziehung zwischen den Komponenten der Dehnungsrate und der Spannungsrate definiert worden:

$$L_{11}D_1 + L_{12}D_2 = \dot{T}_1 \quad (9.1.46.a)$$

$$L_{21}D_1 + L_{22}D_2 = \dot{T}_2 = 0. \quad (9.1.46.b)$$

Löst man diese nach den Dehnungsraten, so erhält man:

$$D_1 = \dot{T}_1 \frac{L_{22}}{L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12}}, \quad \text{und} \quad D_2 = \dot{T}_1 \frac{-L_{21}}{L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12}}.$$

Unter Beachtung der Definitionen der Deviator tensoren und der Module [Sch06, Som70] und weiterhin der Tatsache, dass der Seitendruck im numerischen

Triaxialversuch konstant gehalten wird, ergeben sich folgende Ausdrücke für die zustandsabhängigen Module:

$$G = \frac{1}{2} \frac{\dot{T}_1}{(D_1 - D_2)} = \frac{1}{2} \frac{(L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12})}{(L_{21} + L_{22})}, \quad \text{und} \quad (9.1.47.a)$$

$$K = \frac{1}{3} \frac{\dot{T}_1}{(D_1 + 2D_2)} = \frac{1}{3} \frac{(L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12})}{(L_{22} - 2L_{21})}. \quad (9.1.47.b)$$

Im Abschnitt 6.3. musste die Annahme getroffen werden, dass die Volumenviskosität gleich Null ist. Der Asphalt verhält sich somit im numerischen Versuch volumetrisch ($D_1 + 2D_2$) ohne Zeitverzögerung. Das zeitverzögerte Kriechen gilt nur für die Scherdeformationen ($D_1 - D_2$). Daraus resultiert, dass die Dehnungsraten einen „Sofort“- (Instant) und einen zeitverzögerten (Kriech-) Anteil haben. Der Scheranteil des „Sofort“-Anteils der Deformationsrate verschwindet: $D_1^i - D_2^i = 0$, woraus $D_1^i = D_2^i$ folgt. [Der hochgestellte Index „i“ für „instant“.] Die „Sofort“-Dilatanzrate ist dadurch: $D_1^i + 2D_2^i = 3D_1^i = 3D_2^i$. Aus (9.1.47.b) folgt, dass der „Sofort“-Anteil der Hauptdehnungen, infolge der Dilatanzrate $3D_1^i = 3D_2^i$ innerhalb des Zeitinkrements Δt :

$$D_1^i = D_2^i = \frac{\dot{T}_1}{9K} = \frac{\dot{T}_1}{3} \frac{(L_{22} - 2L_{21})}{(L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12})} \quad \text{ist.} \quad (9.1.48)$$

Die Scherdehnungsrate hat beim Kelvin-Modell keinen „Sofort“-Anteil, sie ist ausschließlich eine Kriechrate. Die Dilatanzrate muss verschwinden: $D_1^k + 2D_2^k = 0$, woraus für die Hauptkriechdehnungsraten die Beziehung: $D_2^k = -\frac{1}{2}D_1^k$ folgt. [Der hochgestellte Index „k“ für „kriech“.] Die deviatorische Kriechdehnungsrate ist: $D_1^k - D_2^k = \frac{3}{2}D_1^k$. Durch Anwendung der Gleichung $\Delta \epsilon_D = \frac{\Delta \sigma_D}{2\left(\frac{\mu}{\Delta t} + CG\right)}$ lässt sich der

Kriechanteil der Hauptdehnungen bestimmen:

$$D_1^k = \frac{\dot{T}_1}{3\left(\frac{\mu}{\Delta t} + CG\right)} \quad \text{und} \quad D_2^k = -\frac{\dot{T}_1}{6\left(\frac{\mu}{\Delta t} + CG\right)}. \quad (9.1.49)$$

Durch die zu Anfang des Zeitinkrementses sprunghaft aufgebrachte Spannungsstufe $\Delta \sigma_D$ entstehen bis Ende des Zeitinkrementses folgende Hauptdehnungen:

$$D_1 = D_1^i + D_1^k = \dot{T}_1 \left[\frac{1}{9K} + \frac{1}{3\left(\frac{\mu}{\Delta t} + CG\right)} \right] \text{ und} \quad (9.1.50.a)$$

$$D_2 = D_2^i + D_2^k = \dot{T}_1 \left[\frac{1}{9K} - \frac{1}{6\left(\frac{\mu}{\Delta t} + CG\right)} \right]. \quad (9.1.50.b)$$

Für jedes Zeitinkrement, d.h. für jede Laststufe muss für die intergranulare Dehnung die Größe des Skalarproduktes $\hat{\delta} : \mathbf{D}$ überprüft und der kraftgesteuerten Lösung des Abschnitts 9.1.2.1. entsprechend verfahren werden. In jeder anderen Hinsicht verfährt man genauso wie in diesem letztgenannten Abschnitt.

Bemerkung:

Bei verschwindender Viskosität $\mu = 0$ oder bei „unendlich kleiner“ Frequenz ist die Integrationskonstante $C = 1$ zu setzen, wodurch die Dehnungsraten der rateunabhängigen Lösung gleich werden:

$$D_1 = D_1^i = \dot{T}_1 \left[\frac{1}{9K} + \frac{1}{3G} \right] \quad \text{und} \quad D_2 = D_2^i = \dot{T}_1 \left[\frac{1}{9K} - \frac{1}{6G} \right].$$

Für die Dilatanzrate und für die Hälfte der Scherdehnungsrate erhält man also:

$$D_1 + 2D_2 = \frac{\dot{T}_1}{3K} \text{ bzw. } D_1 - D_2 = \frac{\dot{T}_1}{2G}.$$

Der Absolutwert der komplexen Schubsteifigkeit ist sinngemäß der Quotient der deviatorischen Spannungsrate und der deviatorischen Kriechdehnung (siehe (9.1.37)):

$$|G^*| = \frac{\dot{T}_1}{2(D_1 - D_2)}.$$

Der Imaginärteil ist (siehe (9.1.29)): $G'' = \sqrt{|G^*|^2 - G^2}$, der Phasenwinkel (siehe (9.1.27)): $\delta = \text{atan}(G''/G)$.

Den entsprechenden Mathcad Programmausdruck enthält die Anlage **G6**.

- *Die weggesteuerte Lösung*

Ist die weggesteuerte Lösung des rateunabhängigen Stoffes entsprechend dem Punkt 9.1.2.1. bekannt, so ändert sich daran nichts, außer dass zur berechneten Spannung $\int \left(\dot{T}_1 \right)_{total} = T_{1total}$ die viskose Spannung (siehe 6.3.6):

$$\mathbf{T}^v = \begin{bmatrix} T_1^v & 0 & 0 \\ 0 & T_2^v & 0 \\ 0 & 0 & T_2^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}\mu \frac{(D_1 - D_2)}{\Delta t} & & \\ & -\frac{2}{3}\mu \frac{(D_1 - D_2)}{\Delta t} & \\ & & -\frac{2}{3}\mu \frac{(D_1 - D_2)}{\Delta t} \end{bmatrix} \quad (9.1.51)$$

des Kelvin-Körpers addiert wird, wobei D_1 und D_2 die Lösungen des rateunabhängigen Modells sind. Die Differenz der viskosen Hauptspannungen ist:

$$T_1^v - T_2^v = 2\mu \frac{D_1 - D_2}{\Delta t} = 2\mu \left(\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_2 \right), \quad (9.1.52)$$

mit der für die Geschwindigkeitsabhängigkeit gültigen Definition $\dot{\varepsilon}_i = \frac{D_i}{\Delta t}$ der Deformationsrate. Der Zelldruck ist in der Triaxialzelle konstant, die Änderung der Hauptspannungsdifferenz wird durch die Änderung der Axialspannung realisiert:

$$T_1^{ratenabhängig} = T_1^{ratenunabhängig} + 2\mu \left(\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_2 \right). \quad (9.1.53)$$

Der Imaginärteil des Komplexmoduls beträgt (siehe 9.1.39):

$$G'' = \mu\omega = 2\mu\pi f.$$

Der Schubmodul des rateunabhängigen Modells ist gleich dem reellen Teil des Komplexmoduls (siehe (9.1.37)):

$$G = G' = \frac{\dot{T}_1}{2(D_1 - D_2)}.$$

Daraus folgt für den Absolutwert des Komplexmoduls und für den Phasenwinkel (siehe Gleichungen 9.1.27 und 9.1.29):

$|G^*| = \sqrt{(G')^2 + (G'')^2}; \quad \delta = \text{atan}(G''/G').$

Den entsprechenden Mathcad Programmausdruck enthält die Anlage **G5**.

9.2 Der Vergleich der numerischen und experimentellen Ergebnisse

Im Kapitel 7. sind die Stoffparameter des hypoplastischen Basismodells bestimmt worden. In der Tabelle 9.2.1 sind sie noch mal zusammengefasst:

Tabelle 9.2.1: Die hypoplastischen Stoffparameter

φ_c [°]	h_s [MPa]	n [–]	e_{d0} [–] VMA [%]	e_{c0} [–] VMA [%]	e_{i0} [–] VMA [%]	α [–]	β [–]
41	22	0,5	0,14 12	0,6 38	0,69 41	0,1	1,5

Bereits der Abschnitt 6.2. beinhaltet, dass Experimente zur Bestimmung der Parameter der intergranularen Dehnung im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt wurden. Orientierungswerte werden aus der Literaturstelle [Nie97] entnommen, diese sind:

Tabelle 9.2.2: Die Parameter der intergranularen Dehnung

R	m_R	m_T	β_r	χ
1×10^{-4}	5,0	2,0	0,5	6,0

Infolge Testrechnungen werden diese Parameter so geändert, dass dadurch eine bessere Anpassung an die Versuchsergebnisse erreicht wird.

Mit diesen Stoffparametern werden die numerischen Elementversuche durchgeführt und dann mit den experimentellen Ergebnissen des Kapitels 8. verglichen.

9.2.1 Der Einfachscherversuch

Der Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Ergebnissen erfolgt in erster Linie durch den Schubmodul.

9.2.1.1 Die Pyknotropie und die Barotropie

Der Vergleich wird zwischen den mit dem hypoplastischen Basismodell berechneten und den gemessenen Schubmodulen durchgeführt. Der Effekt des Porendruckes sowie der Viskosität wird nicht berücksichtigt. Im ersten numerischen Scherversuch werden folgende Anfangswerte angesetzt.

Tabelle 9.2.3: Versuchsbedingungen

PORENZAHL (e) [-]	0,198 ($p_s = 4 \text{ bar}$)
Hohlraumgehalt (VMA) [%]	17
Normaldruck T_{11} [Pa]	$6 \times 10^5 (= 6 \text{ bar})$
Seitendruck T_{22} und T_{33} [Pa]	$3 \times 10^5 (= 3 \text{ bar})$
Scherdehnung $\gamma = 2\varepsilon_{12}$ [-]	7×10^{-4}
Scherverschiebung	0,035 mm
Probenhöhe	$\approx 50 \text{ mm}$

Die Anfangsporenzahl $e = 0,198$ unter dem Anfangsdruck (resultierend aus dem Vertikal- und Seitendruck zu Anfang des Versuches) von $p_s = (6 + 2 \cdot 3) \text{ bar} / 3 = 4 \text{ bar}$ entspricht nach dem gültigen Kompressionsgesetz nach Bauer (Gleichung (6.1.2)) einer Porenzahl von $e_0 = 0,25$ bei verschwindendem Druck, vorausgesetzt der Granulathärte $h_s = 22 \text{ MPa}$ und dem Exponenten $n = 0,5$. Mit diesen Werten ist die Porenzahl der dichtesten Lagerung unter dem obigen Druck $e_d = 0,11$. Sie entspricht der charakteristischen Porenzahl $e_{d0} = 0,14$. Die Scherversuche sind mit diesen Porenzahlen durchgeführt worden, wie aus dem Abschnitt 8.1.2. hervorgeht. Beginnend von $e = 198$ wird im numerischen Versuch nach ca. 65 Scherzyklen die Porenzahl der dichtesten Lagerung $e \approx 0,11$ erreicht (Bild 9.2.1). Mit abnehmender Porenzahl nimmt die Setzungsrate D_{11} infolge Scherdehnungsrate D_{12} ab (Bild 9.2.2).

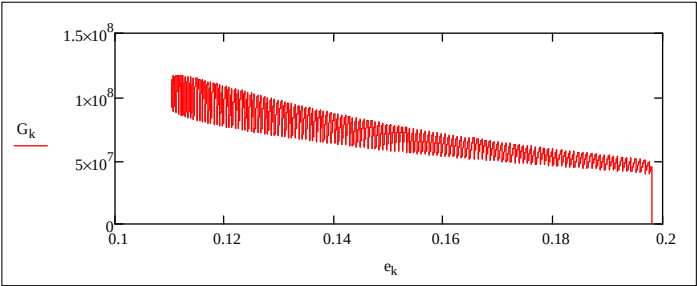


Bild 9.2.1: Mit dem Basismodell berechneter Schubmodul G

Bemerkung:

In jedem Diagramm ist die Dimension des Druckes (Steifigkeit) Pa ($1 \text{ MPa} = 10^6 \cdot \text{Pa} = 10 \text{ bar}$). Die Druckspannungen sind weiterhin mit dem negativen Vorzeichen versehen. In den Diagrammen des Abschnittes 9.2. werden weiterhin mit dem Buchstaben „k“ die Berechnungssinkremente bezeichnet (siehe Bild 9.2.3). Meistens erscheinen sie im Fußindex einer Variablen; im Bild 9.2.1 als Index der Porenzahl e .

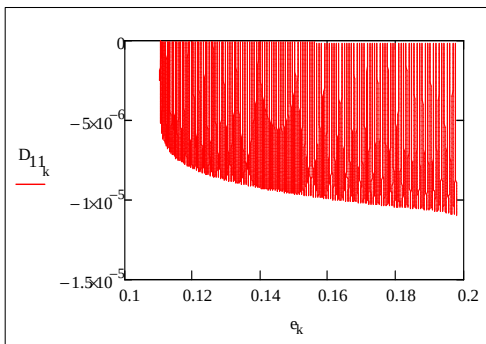


Bild 9.2.2: Abnehmende Setzungsrate mit zunehmender Verdichtung

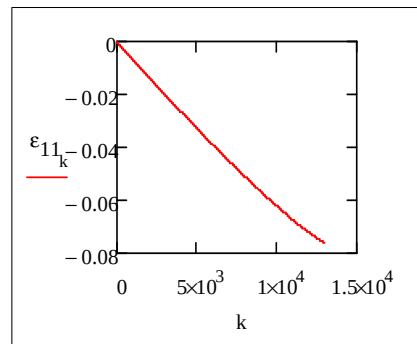


Bild 9.2.3: Die Setzungsakkumulation

Mit fortschreitender Zeit (Scherdehnungssinkrement k) nähert die akkumulierte Setzung ε_{11} den Endwert nicht asymptotisch an (Bild 9.2.3). Die Ursache liegt im numerischen Problem der Anwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes, welches in der Literatur [Her00] behandelt wird. Dort wird erklärt, dass der nichtlineare Teil des Stoffgesetzes an der Grenze zur dichtesten Lagerung verschwindet, beim Entlasten verletzt die Porenzahl dadurch die Bedingung: $e \geq e_d$. So kommt der Stoffzustand in den nicht definierten Bereich. Das Bild 9.2.4 zeigt, dass der Seitendruck asymptotisch den Wert $-3,2 \times 10^5 \text{ Pa}$ sehr schnell erreicht, welcher sich vom angenommenen Anfangswert kaum unterscheidet. Sehr ähnlich verläuft auch die Normalspannung T_{33} .

Zur Konklusion der ersten Berechnung:

- die Verdichtungsrate ist sehr schnell, die dichteste Lagerung wird etwa nach 65 Scherzyklen erreicht,

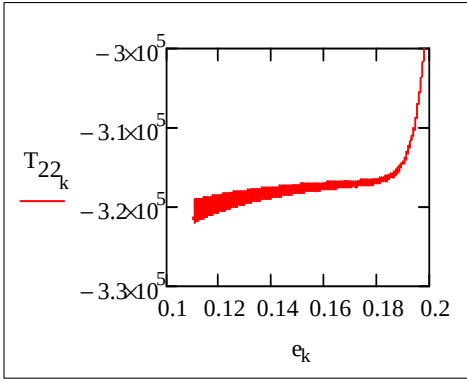


Bild 9.2.4: Seitendruckentwicklung

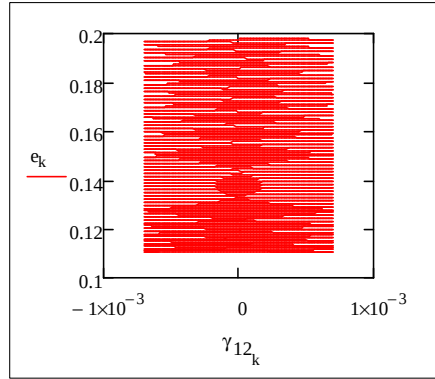


Bild 9.2.5: Verdichtung durch Scheren

- die berechnete Steifigkeit ist deutlich geringer als die experimentell bestimmte: 50-100 MPa (Bild 9.2.1) gegenüber dem gemessenen 150-350 MPa (Bild 8.1.5); es entspricht dem Wesen des hypoplastischen Basismodells.

Ändert man die Granulathärte auf $h_s = 50$ MPa, so wird der Schubmodul etwas größer (Bild 9.2.6), erreicht aber nicht die Messwerte. Dem Anfangswert der Porenzahl $e_0 = 0,25$ entspricht aber bei dieser Granulathärte die Porenzahl $e = 0,214$.

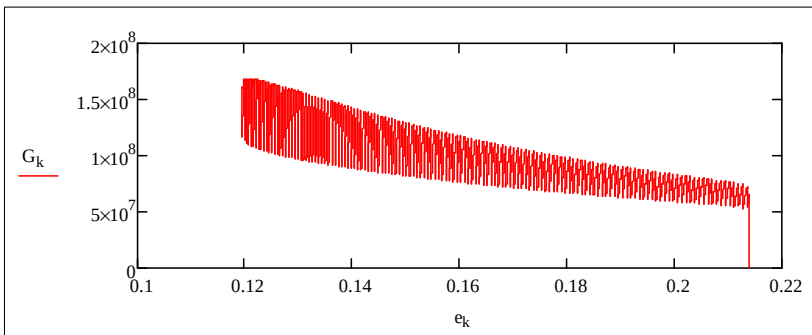


Bild 9.2.6: Mit dem Basismodell berechnetes Schubmodul G mit $h_s = 50$ MPa

Nach mehr als 65 Scherzyklen wird die Porenzahl etwa der dichtesten Lagerung $e_d = 0,12$ erreicht (Bild 9.2.10). Beim Basismodell bleiben die zu große Verdichtungsrate und die zu niedrige Schubsteifigkeit als die nicht realistischen Eigenschaften des Stoffgesetzes. Diese negativen Eigenschaften sollen durch die intergranulare Dehnung verbessert werden. Es wird im nächsten Abschnitt (9.2.1.2.) untersucht.

Nach den ersten Berechnungen kann aber festgestellt werden, dass die Pyknotropie des Schubmoduls durch das Basismodell sehr gut wiedergegeben wird.

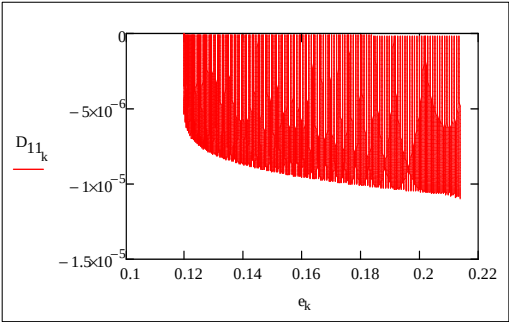


Bild 9.2.7: Die abnehmende Setzungsrate

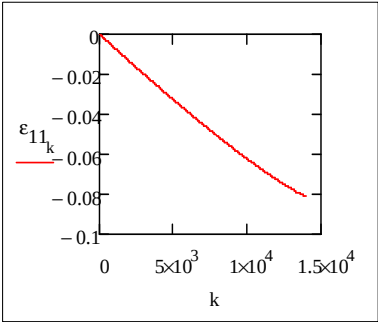


Bild 9.2.8: Die Setzungsakkumulation

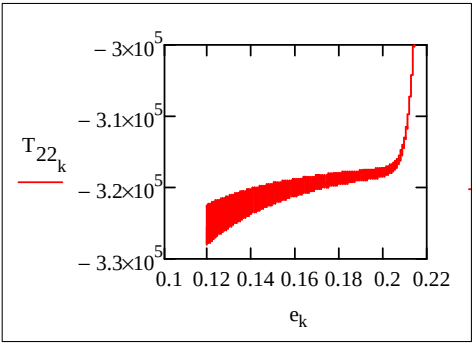


Bild 9.2.9: Die Seitendruckentwicklung

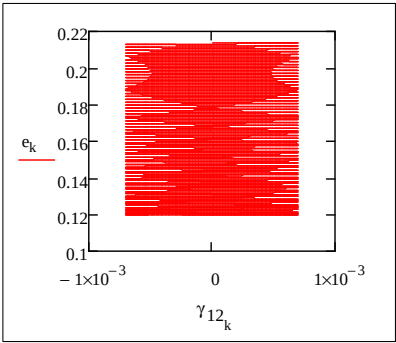


Bild 9.2.10: Verdichtung durch Scheren

Auch zur Untersuchung der Barotropie muss bei der Angabe der Anfangsporenzahl beachtet werden, dass sie druckabhängig ist. Für die Berechnungsfälle werden sie in der Tabelle 9.2.4 zusammengefasst. Es ist erkennbar, dass sowohl die lockersten Proben wie auch die dichtesten erfasst wurden (Bilder 8.1.4 und 8.1.5).

Tabelle 9.2.4: Druckabhängige Porenzahlen

$h_s = 22\text{MPa}$						
$\sigma_{11} = -T_{11} [\text{MPa}]$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8
$e_0 = 0,25, \text{VMA}=20\%$	0,227	0,218	0,212	0,207	0,198	0,191
$e_0 = 0,15, \text{VMA}=13\%$	0,136	0,131	0,127	0,124	0,119	0,115
$e_0 = 0,14, \text{VMA}=12,6\%$	0,127	0,122	0,119	0,116	0,111	0,107
$h_s = 50\text{MPa}$						
$\sigma_{11} = -T_{11} [\text{MPa}]$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8
$e_0 = 0,25, \text{VMA}=20\%$	0,235	0,229	0,224	0,220	0,214	0,209
$e_0 = 0,15, \text{VMA}=13\%$	0,141	0,137	0,134	0,132	0,128	0,125
$e_0 = 0,14, \text{VMA}=12,6\%$	0,131	0,128	0,125	0,123	0,120	0,117

Diese Porenzahlen sind im Bild 9.2.11 auch graphisch dargestellt.

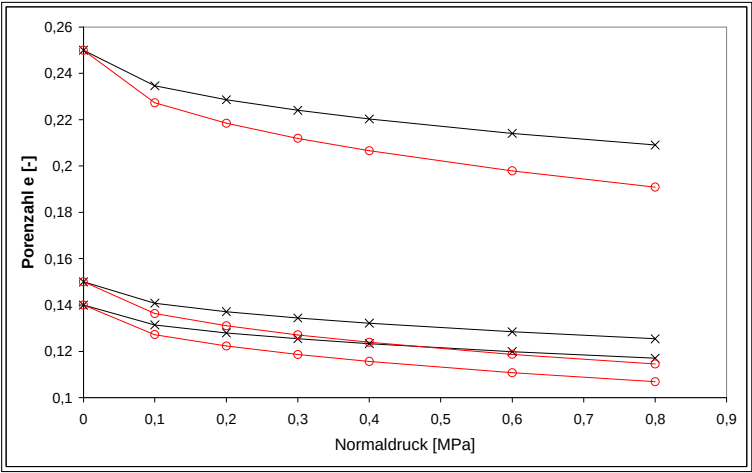


Bild 9.2.11: Druckabhängige Porenzahlen

Die berechneten Schubmodule sind in den nächsten zwei Diagrammen (Bild 9.2.12 und 9.2.13) getrennt für die Granulathärte $h_s = 22\text{ MPa}$ und für $h_s = 50\text{ MPa}$ dargestellt.

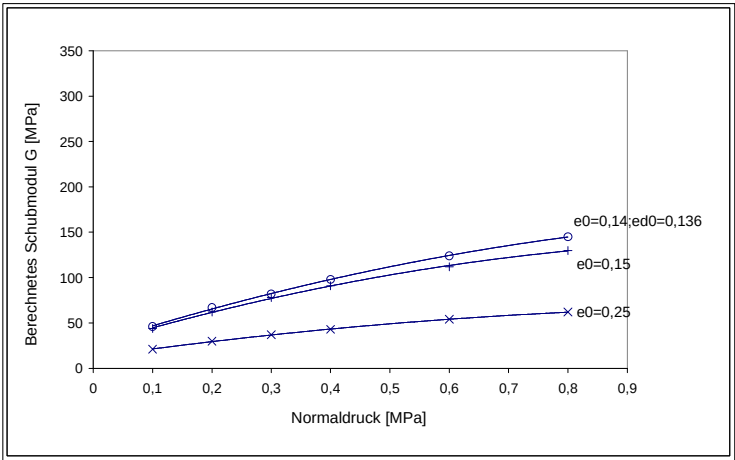


Bild 9.2.12: Mit dem Basismodell berechnete Schubmodule für $h_s = 22$ MPa

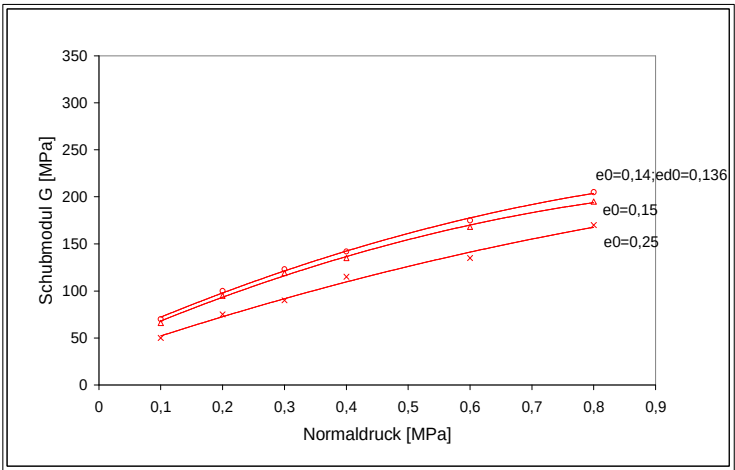


Bild 9.2.13: Mit dem Basismodell berechnete Schubmodule für $h_s = 50$ MPa

Wie bei der Untersuchung der Pyknotropie sind mit beiden Granulathärten ($h_s = 22$ MPa und $h_s = 50$ MPa) berechnete Gleitmodule gegenüber den Messwerten des Punktes 8.1.2. zu niedrig. Das Basismodell spiegelt aber die Barotropie ebenfalls hervorragend wieder. Bei den beiden dichtesten Proben ($e_0 = 0,14$,

VMA=12,6% $e_0 = 0,15$, VMA=13%) fällt auf, dass der Unterschied, welcher sich aus der Dichte ergibt, viel kleiner ist als die Messwerte zeigen (Bild 8.1.7). Diese Tatsache wird, wie im Abschnitt 9.2.1.2. gezeigt, auf den Porendruck, d.h., ebenfalls auf die Druckabhängigkeit zurückzuführen sein.

Für die weiteren Berechnungen des Einfeldscherens wird für die Granulathärte der Wert $h_s = 50$ MPa genommen.

9.2.1.2 Der Porendruck und das „Small-Strain“-Verhalten

Entsprechend den Abschnitten 6.3. und 9.1.1.2. muss zur Berechnung des Porendruckes auch die zu Anfang herrschende Sättigung angegeben werden. Im Bild 9.2.14 werden die druckabhängigen Porenzahlen mit dem Volumenanspruch des inkompressiblen Bitumens dargestellt. Die vollständige Sättigung ist erreicht, wenn der Volumenanspruch der Porenzahl gleich ist.

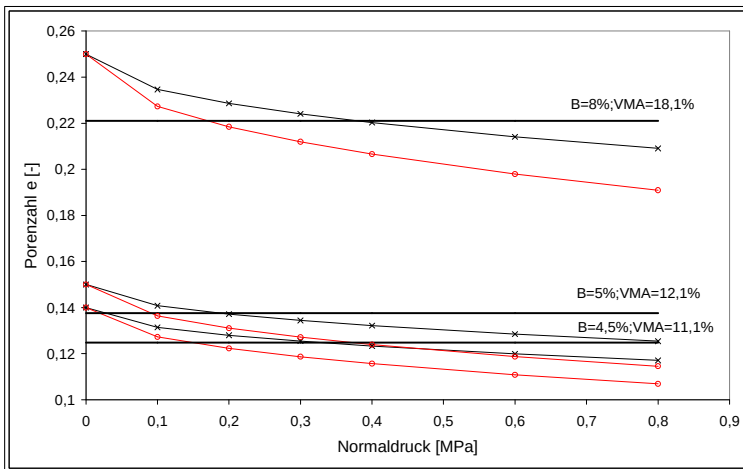


Bild 9.2.14: Volumenanspruch des Bitumens

In der Tabelle 9.2.5 werden Werte der Sättigung für bestimmte Anfangsporenzahlen und Bitumengehalte zusammengefasst, welche dann für die numerischen Elementversuche verwendet werden.

Das Bild 9.2.15 veranschaulicht diese Werte.

Tabelle 9.2.5: Porensättigung

BITUMENSÄTTIGUNG DER POREN

$h_s = 50 \text{ MPa}$

Normalspannung [MPa]	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8
B=4,5%; $e_0 = 0,15$	88,7	91,0	92,9	94,5	97,2	99,5
B=5,0%; $e_0 = 0,15$	97,8	100,4	102	104	107	110
B=8,0%; $e_0 = 0,25$	94,2	96,7	98,6	100,3	103	106

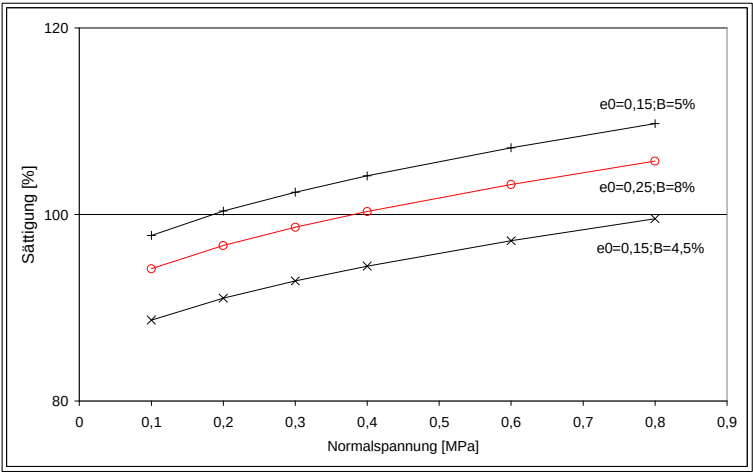


Bild 9.2.15: Druckabhängige Porensättigung

Es ist zu erkennen, dass beim Normaldruck von 0,6 MPa nur für einen Bitumengehalt von $B=4,5\%$ Platz ist, sofern die Anfangsporenzahl $e_0 = 0,15$ beträgt. Beim Bitumengehalt von $B=5,0\%$ wird durch die Kompression des Porenraumes bereits bei der Normalspannung von $T_{11} = 0,2 \text{ MPa}$ die vollständige Sättigung erreicht, bevor die volle Auflast erreicht ist. Bei der lockersten Probe mit dem Bitumengehalt von $B=8\%$ wird der Porenraum auch bereits bei $T_{11} = 0,4 \text{ MPa}$ vollständig gesättigt. Der hohe Wert des gemessenen Schubmoduls der dichtesten Probe mit dem Bitumengehalt von $B=4,5\%$ wird dadurch verständlich. Vermutlich spielte bei allen anderen Messwerten der Abschnitte 8.1.2. und 8.1.3. (Proben mit höherem Bitumengehalt) die Wirkung des Porendruckes allein durch die Auflast eine Rolle. Die numerischen Berechnungen werden diese Interpretation begründen.

Die erste Berechnung wird mit dem Basismodell durchgeführt. Setzt man einen Bitumengehalt von $B=4,5\%$ voraus, so muss bei einer Anfangsporenzahl von $e=0,128$ ($e_0=0,15$) unter der Normalspannung $T_{11}=0,6$ MPa eine Sättigung von $s(t=0)=97,2\%$ angegeben werden.

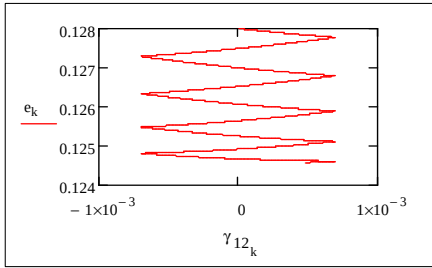


Bild 9.2.16: Die Verdichtung

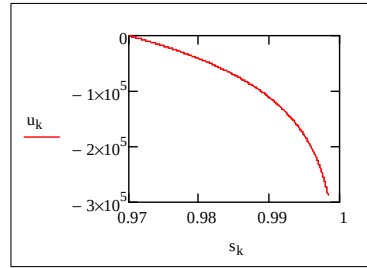


Bild 9.2.17: Der Porendruckanstieg

Durch die hohe Verdichtungsrate steigt der Porendruck sehr schnell an (Bild 9.2.17), welches zur Folge hat, dass durch den raschen Abbau der effektiven Spannungen die druckabhängige dichteste Lagerung sehr schnell erreicht wird (Bild 9.2.18), was zum Abbruch der Berechnung führt.

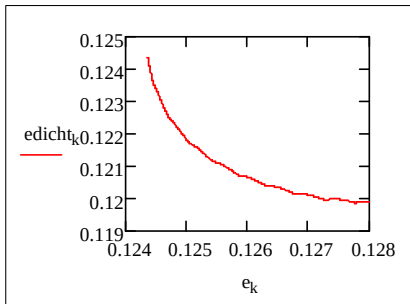


Bild 9.2.18: Entwicklung der dichtesten Lagerung

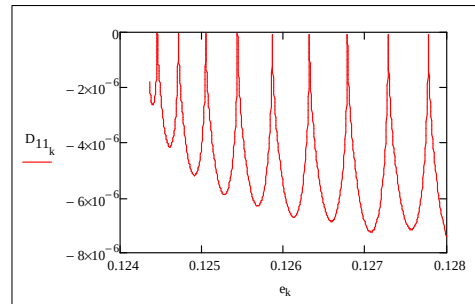


Bild 9.2.19: Verringerung der Verdichtungsrate

Dieses führt selbstverständlich bereits nach fünf Scherzyklen zur Verringerung des Schubmoduls (Bild 9.2.20). Die experimentellen Ergebnisse stimmen mit diesem Rechenergebnis nicht überein. Die Ursache der zu schnellen Verdichtung kann mit der Erweiterung des Basismodells mittels der intergranularen Dehnung behoben werden [Nie97]. Um eine gute Anpassung an das experimentelle Ergebnis zu

bekommen, wurden die ursprünglich angenommenen Parameter wie folgt, gemäß Tabelle 9.2.6 geändert:

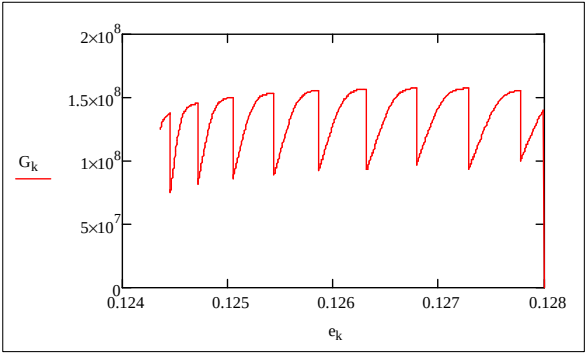


Bild 9.2.20: Schubmodulreduktion

Tabelle 9.2.6: Verwendete Parameter der intergranularen Dehnung

R	m_R	m_T	β_r	χ
4×10^{-4}	2,7	1,2	0,5	6,0

Diese Änderung ist das Ergebnis von mehreren Proberechnungen. Die zweite Berechnung ($B=5\%$, $VMA=13\%$, $e_0 = 0,15$) wird bereits mit dem Porenüberdruck $u = -0,4$ MPa gestartet: bei $T_{11} = -0,2$ MPa Auflast wird die Kompression bei der Porenzahl von $e = 0,137$ (Bild 9.2.21) durch die „Inkompressibilität“ des Bitumens gestoppt, der Rest der totalen Auflast $T_{11total} = -0,6$ MPa geht in den Porendruck über (Bild 9.2.23).

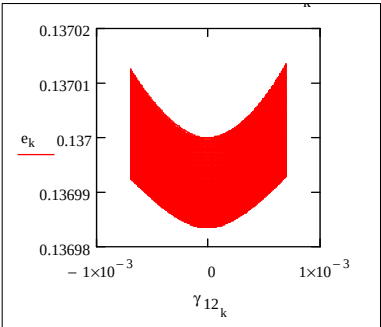


Bild 9.2.21: Die Scherverdichtung

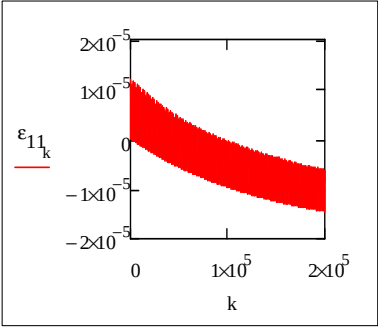


Bild 9.2.22: Die Setzung in der Zeit

Nach 100 Scherzyklen ist aus dem Zeit-Setzungsverlauf zu sehen, dass die Verdichtung abklingenden Charakter hat (Bild 9.2.22).

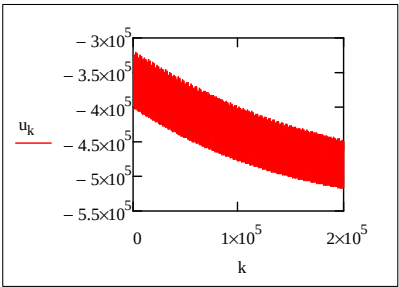


Bild 9.2.23: Die Porendruckentwicklung

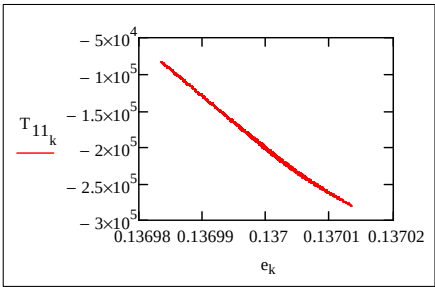


Bild 9.2.24: Die wirksame Auflast

Der Porendruck „steigt“ um $\approx 0,1$ MPa, die wirksame Normalspannung wird mit diesem Wert weniger (Bilder 9.2.23 und 9.2.24).

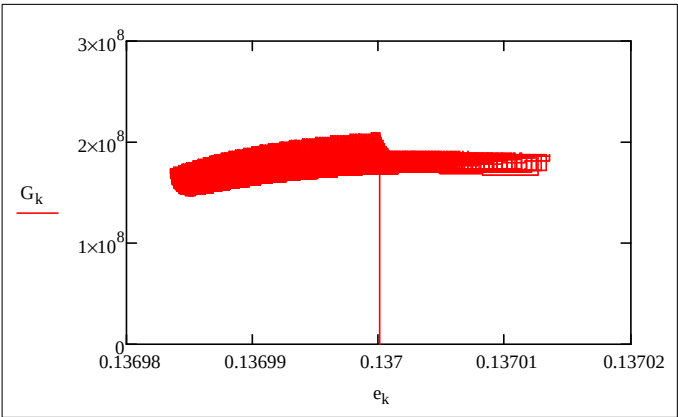


Bild 9.2.25: Die Steifigkeit

Dem Anstieg des Porendrucks entsprechend muss der Schubmodul, trotz Verdichtung, wegen der Barotropie abfallen (Bild 9.2.25). Der Wert des Schubmoduls zu Anfang der Berechnung ist $G \approx 200$ MPa . Nach 100 Scherzyklen fällt er auf den Wert von $G \approx 160$ MPa . Der gemessene Wert liegt bei $G \approx 250$ MPa bei der totalen Auflast von 0,6 MPa (Bild 8.1.4). Der numerische Elementversuch

führt noch zu einer niedrigeren Schubsteifigkeit als der reale Versuch, welcher wiederum deutlich kleiner ist als die gemessene Steifigkeit der Probe mit dem optimalen Bitumengehalt von $B=4,5\%$, denn diese besitzt eine gemessene Steifigkeit von $G \approx 350 \text{ MPa}$ (Bild 8.1.4). Bereits im vorangehenden Abschnitt ist darauf hingewiesen und als Ursache dafür der Porendruck vermutet worden. Bei der letzten Berechnung dieses Abschnitts wird gezeigt, dass es so ist.

Eine ähnliche Berechnung wird mit der „lockeren“ Probe ($e_0 = 0,25$, $VMA = 20\%$, $B=8\%$) mit der Anfangsporenzahl $e = 0,22$, einem Anfangsporendruck $u = -0,2 \text{ MPa}$ und einer wirksamen Auflast von $T_{11} = -0,4 \text{ MPa}$ durchgeführt (Bilder 9.2.26 und 9.2.27).

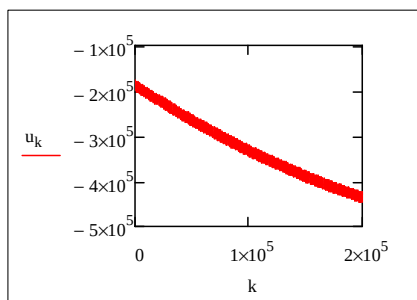


Bild 9.2.26: Die Porendruckentwicklung

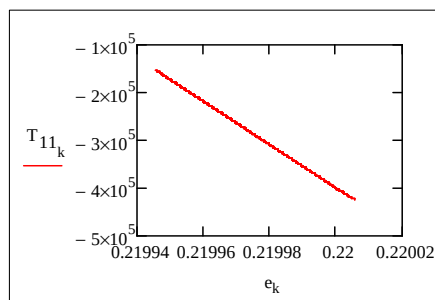


Bild 9.2.27: Die wirksame Auflast

Nach 100 Scherzyklen „steigt“ der Porendruck auf über $u = -0,4 \text{ MPa}$, die wirksame Auflast fällt dementsprechend unter $T_{11} = -0,2 \text{ MPa}$.

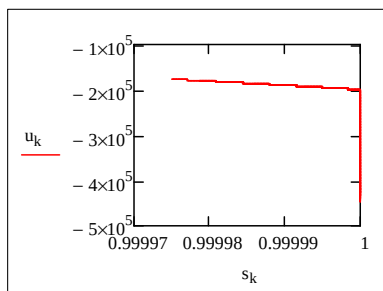


Bild 9.2.28: Porendruck – Sättigung

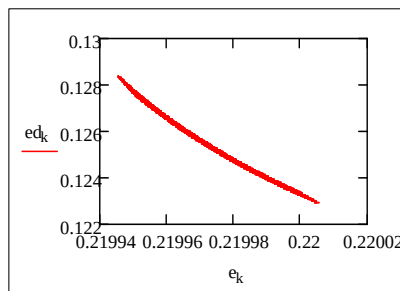


Bild 9.2.29: Die dichteste Lagerung

Die Porenzahl der dichtesten Lagerung steigt geringfügig an (Bild 9.2.29). Der Schubmodul fällt von $G \approx 130 \text{ MPa}$ auf den Wert $G \approx 100 \text{ MPa}$ (Bild 9.2.30). Im Versuch ist $G \approx 150 \text{ MPa}$ gemessen worden (Bild 8.1.4).

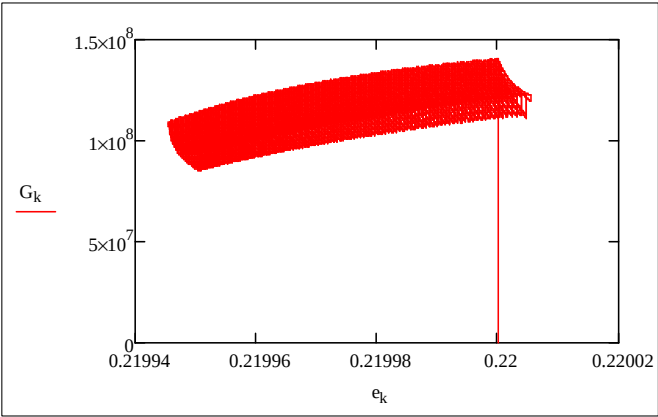


Bild 9.2.30: Die Steifigkeit

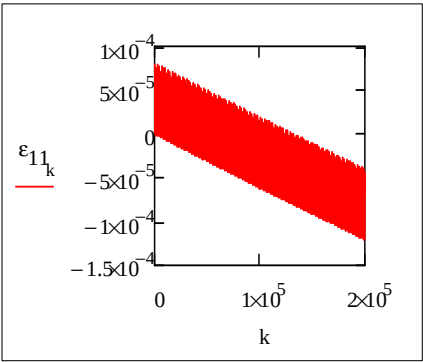


Bild 9.2.31: Die Scherentwicklung

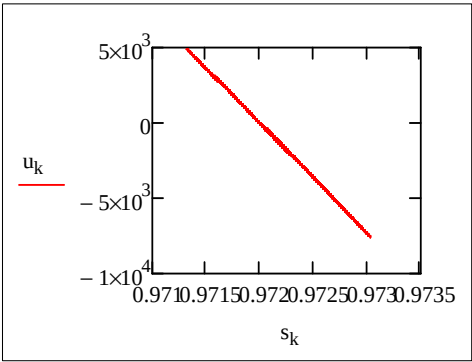


Bild 9.2.32: Die Porendruckverdichtung

In der vierten Berechnung ($B=4,5\%$, $e=0,128$, $s(t=0)=97,2\%$) wird der Vergleich auch zur ersten Berechnung mit dem Basismodell gezogen. Auch hier sind 100 Scherzyklen berechnet worden. Die Porenzahl verringert sich nur um $\Delta e \approx -0,001$, also um ein Viertel gegenüber der ersten Berechnung mit nur 5 Scherzyklen. Der Porendruck „steigt“ auch wesentlich weniger, um $\Delta u \approx -5 \times 10^3 \text{ Pa}$ (Bild 9.2.32), wodurch die wirksame Auflast genauso wenig fällt (Bild 9.2.33). Die Porenzahl

der druckabhängigen dichtesten Lagerung wird wegen der Verdichtung geringfügig kleiner (Bild 9.2.34).

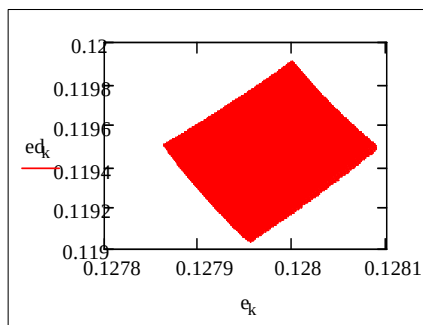
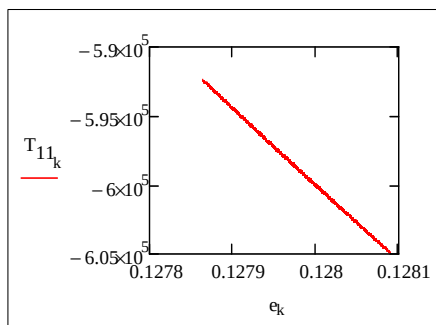


Bild 9.2.33: Die wirksame Auflast Bild 9.2.34: Die dichteste Lagerung

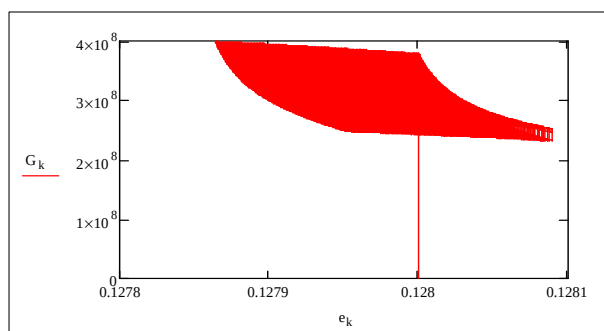


Bild 9.2.35: Die Steifigkeit

Gegenüber dem Ergebnis des Basismodells ist dieser Schubmodul zu Beginn der Scherverdichtung etwa 225 MPa größer (Bild 9.2.20), er beträgt etwa $G \approx 350$ MPa (Bild 9.2.35). Nach 100 Scherzyklen steigt dieser Wert ein wenig. Der gemessene Wert liegt bei $G \approx 350$ MPa (Bild 8.1.4), also dem berechneten gleich.

Der vierte numerische Versuch simulierte die Probe ($e = 0,128$) mit dem optimalen Bitumengehalt ($B=4,5\%$). Die berechnete Steifigkeit $G \geq 350$ MPa war größer gegenüber dem Ergebnis ($G \leq 160$ MPa) der zweiten Berechnung ($e = 0,137$) (Bild 9.2.25) mit dem Bitumengehalt von $B=5\%$, als aus dem minimalen Unterschied der Porenzahlen hätte folgen können. Rechnet man die Steifigkeit dieser etwas weniger verdichteten Probe ohne Voraussetzung eines bereits am Anfang existierenden

Porendruckes und mit der Bitumensättigung von $s = 91,1\%$ ($B = 4,5\%$) aus, erhält man das Ergebnis, welches auf dem Bild 9.2.36 zu sehen ist. Die berechnete Schubsteifigkeit beträgt $G \geq 300 \text{ MPa}$. Diese ist viel größer als $G \leq 160 \text{ MPa}$ (Bild 9.2.25), andererseits nur wenig kleiner als $G \geq 350 \text{ MPa}$ (Bild 9.2.35).

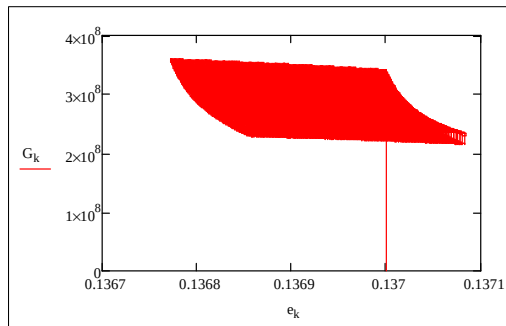


Bild 9.2.36: Steifigkeit bei der Porenzahl $e = 0,137$ und mit dem Bitumengehalt von $B=4,5\%$ ($s = 91,1\%$)

Damit wird der relativ große Unterschied der gemessenen Steifigkeiten zwischen den Proben der Bitumengehalte über dem Optimum und der mit dem optimalen Bitumengehalt verständlich. Hiermit ist ein Beispiel dafür gegeben worden, wie numerische Ergebnisse bei der Interpretation von Messergebnissen helfen können.

Zusammenfassend wird festgestellt, dass sich mit der intergranularen Dehnung die Steifigkeit gegenüber dem Basismodell hinreichend erhöht und den Messergebnissen angepasst werden konnte. Damit ist auch die Verdichtungsrate wesentlich verringert worden und kann durch die entsprechende Wahl der Parameter der intergranularen Dehnung noch weiter verkleinert werden. Es kann festgestellt werden, dass mit dem erweiterten hypoplastischen Modell die Wirkung des Porendruckes und dadurch die des Bitumengehaltes ausgezeichnet modelliert werden kann. Die numerischen Ergebnisse stimmen qualitativ mit den Versuchsergebnissen überein, und sie nähern diese auch quantitativ sehr gut an.

9.2.1.3 Die Viskosität

Beim weggeregelten Versuch wird die viskose Scherkraft, welche der Schergeschwindigkeit und dadurch der Frequenz der Scherdehnung proportional ist (die Proportionalitätskonstante ist die Viskosität μ), zur rateunabhängigen Scherkraft des hypoplastischen Modells addiert. Im Abschnitt 8.1.4. ist für die Viskosität der Wert $\mu = 1 \text{ MPa} \cdot \text{s}$ anhand der Versuchsergebnisse bestimmt worden.

Der numerische Versuch erfolgt mit einer sehr ähnlichen Probe wie im Labor. Er wird mit der „lockeren Probe“ des vorangehenden Punktes ($e_0 = 0,25$, VMA = 20%, B = 8%) durchgeführt. Die druckabhängige Anfangsporenzahl ist $e = 0,22$. Die totale Auflast ist $T_{11} = -0,6$ MPa. Wegen dem hohen Bitumengehalt erreichen die Poren bei der Auflast von $T_{11} = -0,4$ MPa die vollständige Sättigung, dadurch entsteht vor dem zyklischen Scheren der Anfangsporendruck $u = -0,2$ MPa. Die Ergebnisse der Berechnung sind wie folgt:

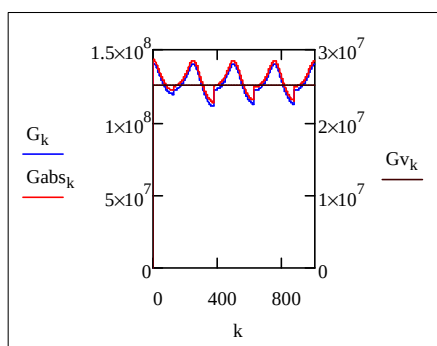


Bild 9.2.37: Der Schubmodul und der Komplexmodul

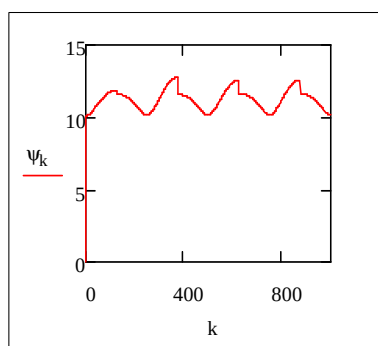


Bild 9.2.38: Der Phasenwinkel

Bei der Scherdehnungsfrequenz von 4 Hz beträgt der Absolutwert des Komplexmoduls $S = |G^*| \approx 125$ MPa, kaum größer als der Schubmodul $G \approx 124$ MPa. Die entsprechenden Messwerte sind: $|G^*| = 150$ MPa und $G = 146$ MPa (Tabelle 8.1.2). Im numerischen Versuch ist der Phasenwinkel $\psi = 12^\circ$, im echten Experiment ebenfalls bei $\delta = 13^\circ$.

Die Scherspannungs-Scherdehnungs-Kurve ist auf dem Bild 9.2.39 zu sehen. Die „geneigte Ellipse“ entsteht durch Addition der Scherspannungen.

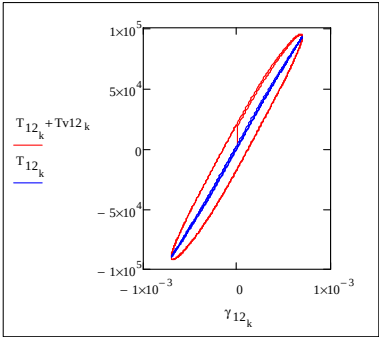


Bild 9.2.39: Scherspannung als Funktion der Scherdehnung ($f = 4 \text{ Hz}$)

Mit der Frequenz von $f = 10 \text{ Hz}$ wächst der Imaginärteil auf $G'' = G_v \approx 64 \text{ MPa}$, im echten Experiment nur auf $G'' = 52 \text{ MPa}$. Der berechnete Phasenwinkel wird dadurch bedeutend größer $\psi = 27^\circ$ als der gemessene $\delta = 19^\circ$.

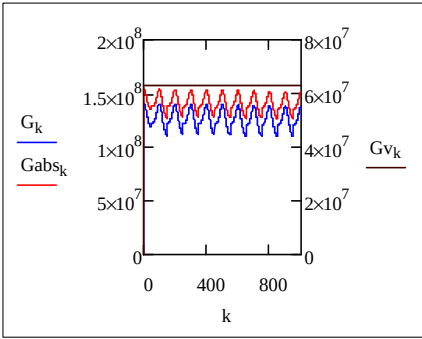


Bild 9.2.40: Die Komponenten des Komplexmoduls

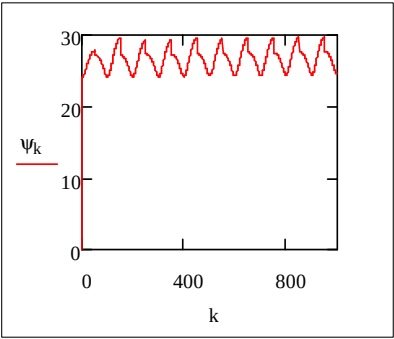


Bild 9.2.41: Der Phasenwinkel

In der Tabelle 9.2.7 werden die berechneten und die gemessenen Werte einander gegenübergestellt.

Tabelle 9.2.7: Komponenten des komplexen Schubmoduls

		GERECHNET		GEMESSEN	
Name	Bezeichnung	4 Hz	10 Hz	4 Hz	10 Hz
Absolutwert des Komplexmoduls	$G_{abs} = G^* \text{ [MPa]}$	125	140	150	160
Realteil: Schubmodul	$G' = G \text{ [MPa]}$	124	124	146	151
Imaginärteil	$G'' = G_v \text{ [MPa]}$	26	64	34	52
Phasenwinkel	$\psi \text{ [}^\circ \text{]}$	12	27	13	19

Auf dem Bild 9.2.42 ist die berechnete viskose Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die Frequenz von $f = 10 \text{ Hz}$ dargestellt.

Aus dem Vergleich ist zu erkennen, dass durch die Anwendung des Kelvin-Modells der viskose Anteil des Moduls und dadurch der Phasenwinkel in der Berechnung stärker wächst als in der Realität. Das liegt in der Natur des Kelvin-Modells.

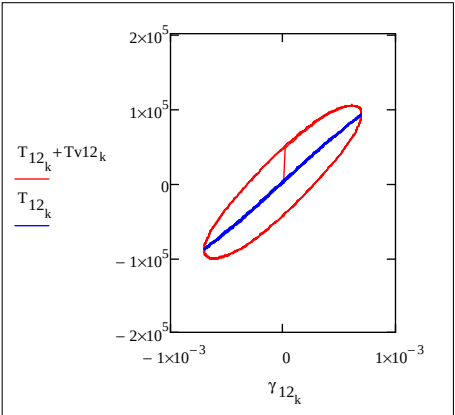


Bild 9.2.42: Scherspannung als Funktion der Scherdehnung ($f = 10 \text{ Hz}$)

9.2.2 Die triaxiale Kompression

Im Abschnitt 8.2.2. sind Ergebnisse von zwei Versuchsserien vorgestellt worden. In diesem Kapitel werden die numerischen Ergebnisse mit beiden Serien des genannten Kapitels verglichen. Im ersten Abschnitt wird die akkumulierte plastische Dehnung in Abhängigkeit des Bitumengehaltes und damit des

Porendruckes untersucht und mit den Messergebnissen der zweiten Versuchsserie verglichen.

Im zweiten Abschnitt wird das volumetrische Verhalten an der Spannungsgrenzbedingung berechnet und das Ergebnis mit der ersten reellen Versuchsserie verglichen.

Im dritten Abschnitt wird der Unterschied des Einflusses der Viskosität bei dem kraft- und bei dem weggesteuerten Versuch numerisch simuliert.

9.2.2.1 Die *akkumulierte plastische Dehnung und der Porendruck*

Zum numerischen Elementversuch wird in diesem Abschnitt das rateunabhängige, mit der intergranularen Dehnung erweiterte Stoffgesetz verwendet. Wie im echten Triaxialversuch wird „kraftgeregelt gefahren“. Der seitliche Stützdruck bleibt bei $T_2 = -0,5 \text{ MPa}$ konstant, die Axialspannung schwingt zwischen dem Minimum ($-0,2 \text{ MPa}$) und dem Maximum (-1 MPa) um den Mittelwert ($-0,6 \text{ MPa}$). In der Tabelle 9.2.8 sind die dem echten Versuch gleichen Hauptspannungswerte zusammengefasst.

Tabelle 9.2.8: Die vorgeschriebenen Hauptspannungen

VERSUCH	$\sigma_2 = \text{const}$ [MPa]	σ_{1Min} [MPa]	σ_{1Max} [MPa]	$\sigma_{1Mittel}$ [MPa]	σ_1^0 [MPa]
1	0,5	0,2	1,0	0,6	0,4

Unter atmosphärischem Druck hat die simulierte Asphaltprobe die Porenzahl $e_0 = 0,19$ (VMA = 16%). Wie im realen Versuch werden drei Bitumengehalte untersucht: B=5,5%, B = 5,0% und B = 4,5%. Mit dem zunehmenden durchschnittlichen Druck nimmt die Porenzahl ab, die Sättigung der Poren zu. Die Druckabhängigkeit der Porenzahlen und die numerischen Triaxialversuche sind mit der ursprünglich bestimmten Granulathärte $h_s = 22 \text{ MPa}$ berechnet worden, weil mit diesem Wert eine bessere Anpassung an die Versuchsergebnisse erzielt werden konnte (Bild 9.2.43). Zu Beginn des Versuches herrscht der mittlere Druck $-(0,6 + 2 \cdot 0,5) \text{ MPa} / 3 = -0,533 \text{ MPa}$. In diesem Zustand entstehen durch die Bitumengehalte folgende Porensättigungen (Bild 9.2.44 und Tabelle 9.2.9):

Tabelle 9.2.9: Die Sättigung der Triaxialproben beim Druck von $p = 0,533 \text{ MPa}$

$p_s = 0,533 \text{ MPa}$	B=5,5%	B=5,0%	B=4,5%
Sättigung [%]	103,9	94,9	86,0

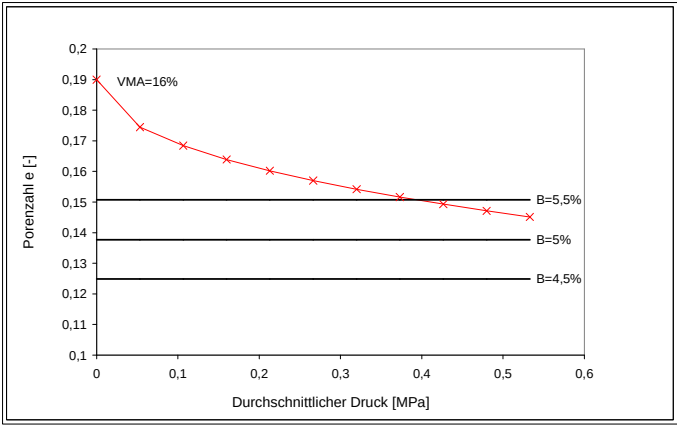


Bild 9.2.43: Die druckabhängige Porenzahl und das Bitumenvolumen ($h_s = 22 \text{ MPa}$)

Die Parameter der intergranularen Dehnung sind mit der Ausnahme des Parameters m_R den Werten gleich, welche auch für den Einzelscherversuch gültig waren.

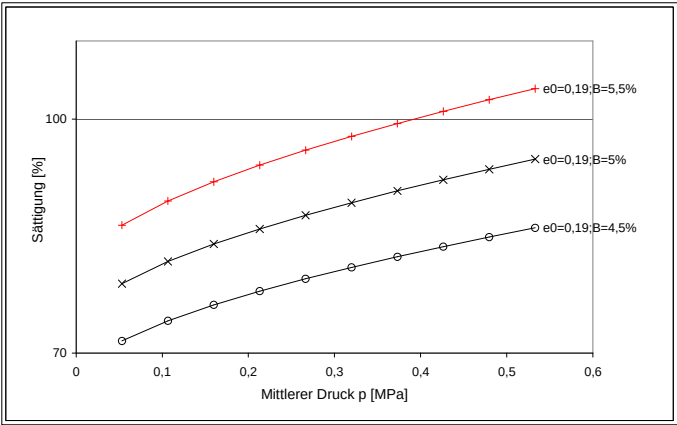


Bild 9.2.44: Die druckabhängige Porensättigung bei verschiedenen Bitumengehalten

Tabelle 9.2.10: Verwendete Parameter der intergranularen Dehnung

R	m_R	m_T	β_r	χ
4×10^{-4}	2,0	1,2	0,5	6,0

Mit der druckabhängigen Porenzahl $e = 0,145$ und den oben angegebenen Werten der Sättigung sind die Anfangswerte der Berechnungen gegeben. Die erste Berechnung ist die mit dem höchsten Bitumengehalt. Bei diesem Versuch ist der Anfangsporendruck nicht verschwindend, sondern hat den Wert von $u = -0,143 \text{ MPa}$, weil bei der Aufbringung des durchschnittlichen Anfangsdruckes bei $p = 0,39 \text{ MPa}$ die volle Sättigung der Poren erreicht ist. Dadurch geht der bis zum Maximalwert von $p = 0,533 \text{ MPa}$ noch fehlende Druck in den Porendruck über.

Nach 100 Lastwechseln erreicht die axiale Verkürzung über 12 %, in radialer Richtung nimmt die Probe etwa 6% zu (Bild 9.2.45). Dabei kann sie nur in dem sehr kleinen Maß der Kompressibilität des Bitumens verdichtet werden. Der Porendruck steigt nur bis Ende der ersten 8 Lastzyklen, bis dort der Wert von etwa $u = -0,44 \text{ MPa}$ erreicht ist. Dann bleibt er dort (Bild 9.2.46). Der Zustand (Spannung und Porenzahl) wird stationär, nur die akkumulierte Dehnung nimmt im Weiteren zu.

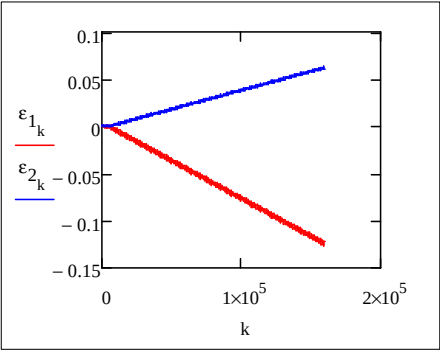


Bild 9.2.45: Die akkumulierte Dehnungen

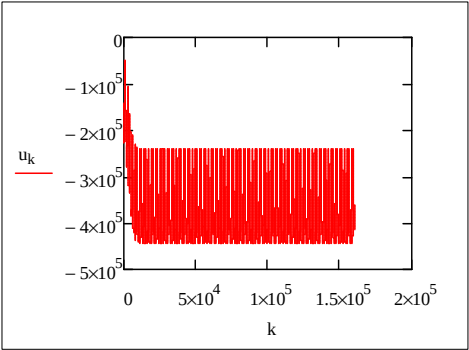


Bild 9.2.46: Die Porendruckentwicklung

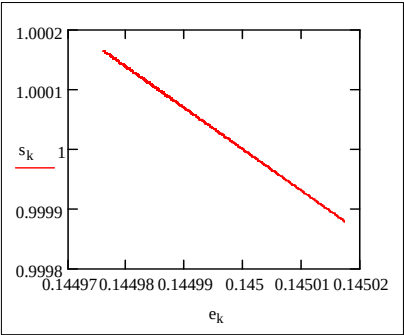


Bild 9.2.47: Die Sättigung

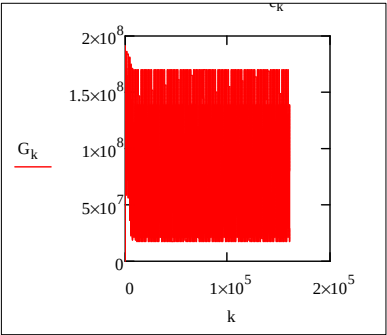


Bild 9.2.48: Der Schubmodul

Die Sättigung bleibt bei 100%. Das Maximum des Schubmoduls fällt von Anfang an bis der Porendruck den konstanten Wert erreicht hat, im Durchschnitt unter den Wert von ca. $G \leq 100 \text{ MPa}$ (Bild 9.2.48).

Nach der anfänglichen, sehr kleinen Kompression ist der Charakter der weiteren Deformationen ausschließlich deviatorischer Natur. Dies wird im Bild 9.2.49 dargestellt. Die Versuchsergebnisse der zweiten Serie des Abschnittes 8.2.2 zeigen ähnliches Verhalten (siehe Bilder 8.2.6 und 8.2.7, weiterhin 8.2.12).

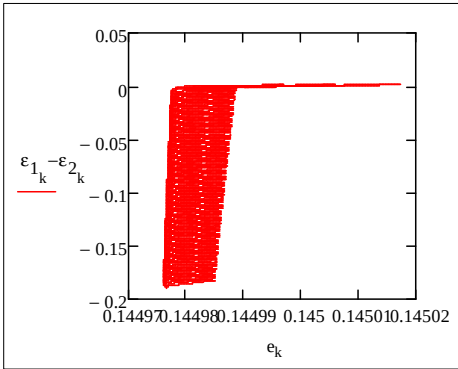


Bild 9.2.49: Der Charakter der Deformationen

Dieses volumetrische Verhalten stimmt sehr gut mit den Versuchsergebnissen überein.

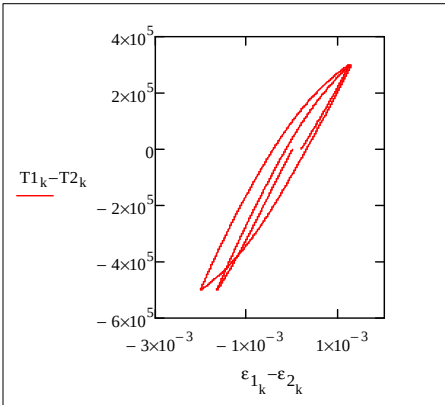


Bild 9.2.51: Spannung-Dehnung zu Beginn der Schwellbelastung

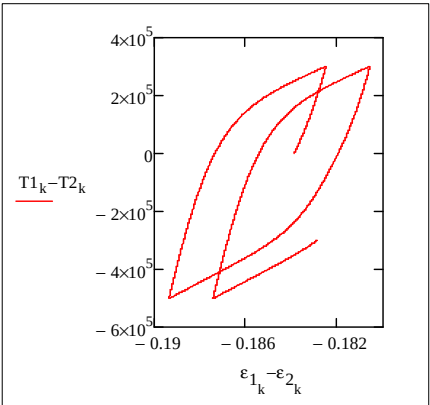


Bild 9.2.52: Spannung-Dehnung zu Ende der Schwellbelastung

Die Tendenz des monoton fallenden Schubmoduls mit der Lastwechselzahl stimmt auch mit dem realen Experiment überein. Die gemessenen Schubmodule sind aber bedeutend kleiner als die berechneten. Sie fallen am Ende des Versuches nach 15000 Lastwechseln etwa auf $G \approx 20 \text{ MPa}$, wobei die deviatorische Dehnungsamplitude bis auf den Wert $\varepsilon \geq 10^{-2}$ ansteigt (Bild 8.2.9).

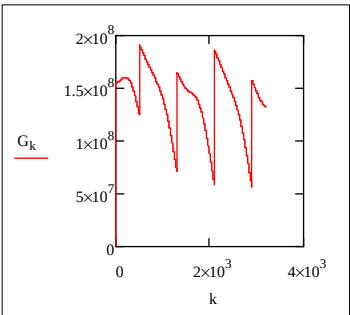


Bild 9.2.53: Der Tangentenmodul zu Beginn der Schwellbelastung

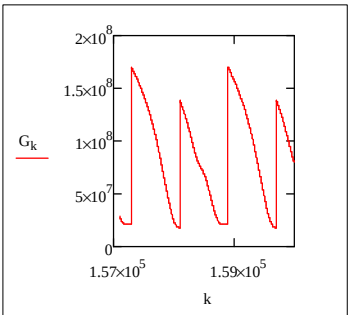


Bild 9.2.54: Der Tangentenmodul zu Ende der Schwellbelastung

Die entsprechenden berechneten Dehnungen betragen $\varepsilon \approx 6 \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^{-3}$, wie auf dem Bild 9.2.52 dargestellt ist. Die berechneten Schubmodule sind Tangentenmodule. Im realen Versuch wird der Schubmodul als Sekantenmodul bestimmt. Aus den Bildern 9.2.53 und 9.2.54 ist zu sehen, dass sich der entsprechende Sekantenmodul des numerischen Versuches etwa als der Mittelwert der berechneten Tangentenmodule ergibt. Der berechnete Sekantenmodul beträgt etwa $G \approx 80 \text{ MPa} - 90 \text{ MPa}$. Dieser Wert entspricht der bereits genannten gemessenen Schubsteifigkeit.

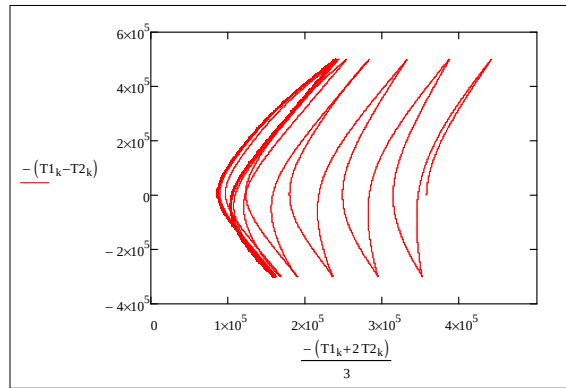


Bild 9.2.55: Die Deviatorspannungs-Zyklen und der effektive Druck

Auf dem Diagramm 9.2.55 sind die deviatorischen Spannungszyklen als Funktion des wirksamen mittleren Druckes p_s dargestellt. Mit der Zunahme des Porendruckes fällt der effektive Druck ab. Die deviatorischen Zyklen werden in Richtung der Spannungsgrenzbedingung gedrückt, wo sie dann einen stationären Platz einnehmen. Es ist ersichtlich, dass der Zustand der „zyklischen Mobilität“ angenähert wird. Die wirksamen Spannungen verschwinden zwar nicht, jedoch nehmen die Dehnungsamplituden zu. Die Zunahme der Dehnungszyklen ist aber deutlich geringer als in der Realität.

Die zweite Berechnung unterscheidet sich von der ersten nur im Bindemittelgehalt, er liegt bei $B=5\%$. Am Beginn der zyklischen Belastung erreicht die Sättigung $s = 95\%$.

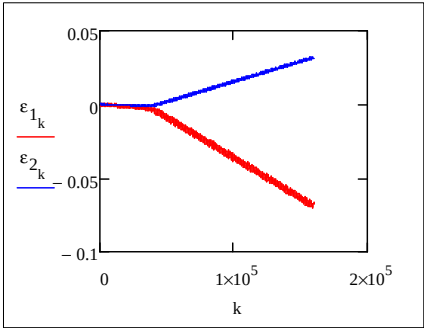


Bild 9.2.56: Die akkumulierte Dehnungen

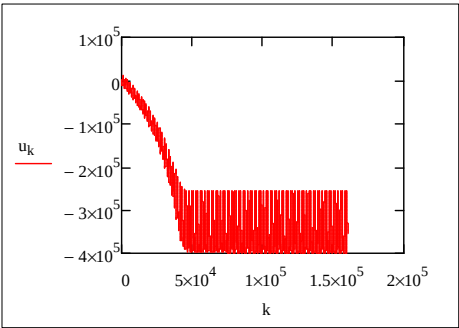


Bild 9.2.57: Die Porendruckentwicklung

Etwa 30 Lastwechsel sind erforderlich, bis der Porendruck den stationären Wert $u = -0,4 \text{ MPa}$ erreicht. Das kontraktante Verhalten mit geringen bleibenden Dehnungen dauert bis zu dieser Zeit an.

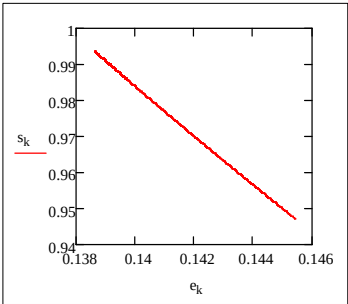


Bild 9.2.58: Die Sättigung

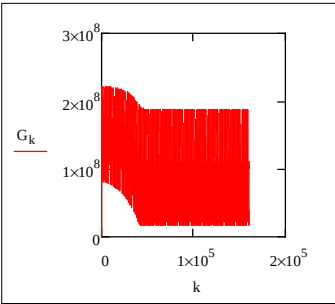


Bild 9.2.59: Der Schubmodul

Durch die Barotropie wirkt der langsamere Aufbau des Porendruckes günstig auf die Schubsteifigkeit aus. Die bleibenden Verformungen sind überwiegend deviatorisch. In Übereinstimmung mit dem reellen Versuchsergebnis (Bilder 8.2.6 und 8.2.7) erreichen sie nur etwa die Hälfte des vorangehenden Versuches. Die bleibende Verkürzung in axialer Richtung beträgt hier $\varepsilon_1 \approx 7\%$, die Ausdehnung in radialer Richtung $\varepsilon_1 \approx 3\%$ (Bild 9.2.56).

Durch den geringeren Abbau des wirksamen mittleren Druckes nähert die Beanspruchung die Grenzbedingung weniger an als beim ersten Versuch (Bild 9.2.60).

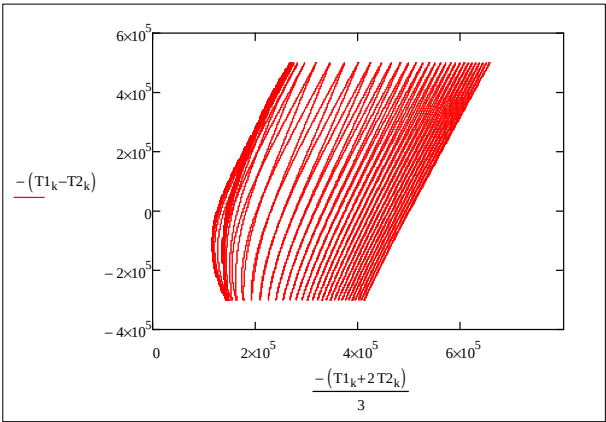


Bild 9.2.60: Die Deviatorspannungs-Zyklen und der effektive Druck

Im dritten numerischen Versuch ist der Bitumengehalt 4,5%. Zu Beginn der zyklischen

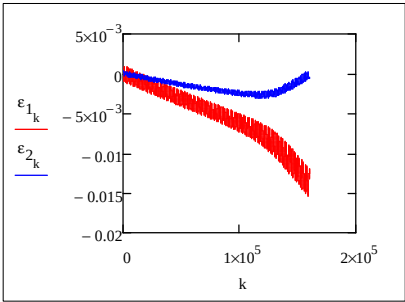


Bild 9.2.61: Die akkumulierte
Dehnungen

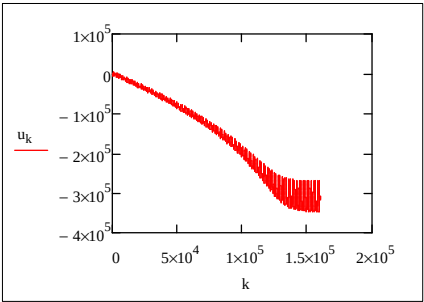


Bild 9.2.62: Die Porendruckentwicklung

Belastung beträgt die Sättigung infolge dessen nur $s = 86\%$. Der Porendruck erreicht nur $u \approx -0,35 \text{ MPa}$ kurz vor dem 100. Lastwechsel (Bild 9.2.62). Die Verfestigung

infolge der Verdichtung (Pyknotropie) ist erkennbar am ansteigenden Sekantenschubmodul ($G \approx 140 \text{ MPa}$) (Bild 9.2.64). Dieser Wert, und die Verfestigung selbst, sind dem realen Versuch ähnlich (Bild 8.2.8).

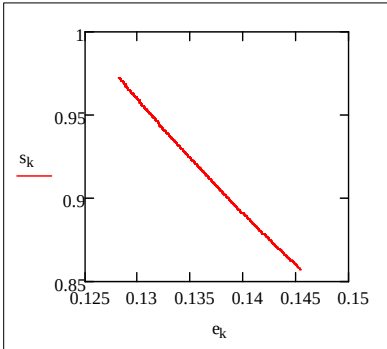


Bild 9.2.63: Die Sättigung

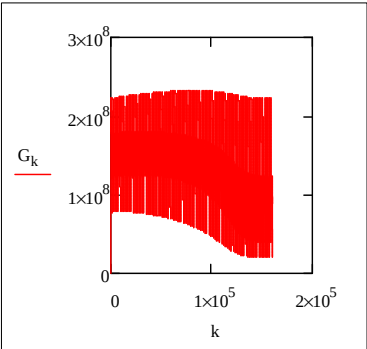


Bild 9.2.64: Der Schubmodul

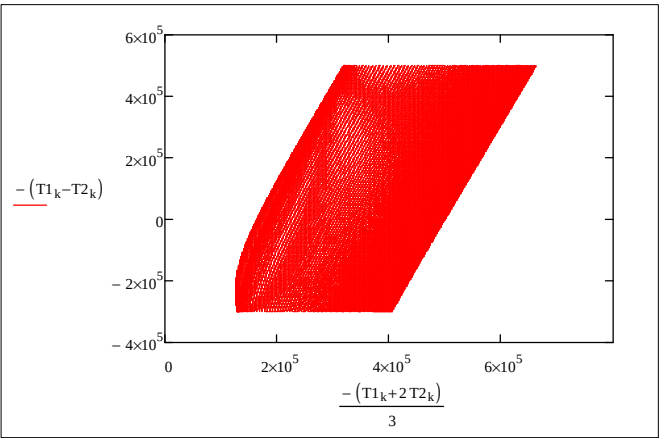


Bild 9.2.65: Die Deviatorspannungs-Zyklen und der effektive Druck

Die Axialverkürzung erreicht nur $\varepsilon_1 \approx 1,5\%$. Durch die Querkontraktion ist die radiale Dehnung verschwindend klein (Bild 9.2.61). Auch die bleibenden Deformationen betreffend ist der numerische Versuch dem realen sehr ähnlich (Bilder 8.2.6 und

8.2.7). Der berechnete Zustand ist dem der zyklischen Mobilität weit entfernt (Bild 9.2.65).

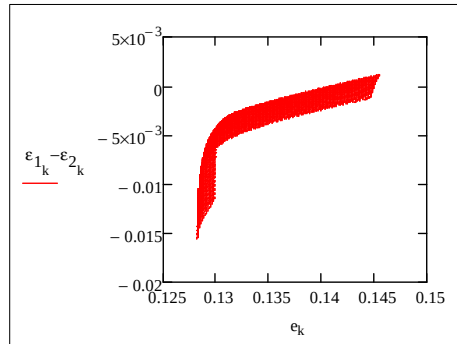


Bild 9.2.66: Der Charakter der Deformationen

Im Gegensatz zu den ersten beiden Versuchen mit den Proben über dem optimalen Bitumengehalt zeigt das Bild 9.2.66, dass hier nicht die deviatorische, sondern die volumetrische Verfestigung dominierend ist.

Zusammenfassend kann festgestellt werden:

- In Übereinstimmung mit den Versuchen beeinflusst der Porendruck auch im numerischen Versuch sehr stark die bleibende Verformung, und der früher ausgewiesene optimale Bitumengehalt wird bestätigt.
- In qualitativer Hinsicht stimmt der numerische Versuch sehr gut mit dem realen Versuch überein.
- In quantitativer Hinsicht ist die Übereinstimmung nicht vollständig. Praktische Fragen können vermutlich hinreichend genau beantwortet werden, wenn die Parameter der intergranularen Dehnung korrekt bestimmt werden.
- Zur Untersuchung des Einflusses des Bitumengehaltes hat sich der gewählte Spannungszustand mit dem entsprechend hohen Zelldruck als geeignet erwiesen.
- Durch die numerischen Versuche konnte das aufgestellte Konzept zur Klärung der physikalischen Ursache der Spurbildung theoretisch untermauert werden.

9.2.2.2 Die Richtung der Dehnungsakkumulation an der Grenzbedingung

In der ersten Serie der zyklischen triaxialen Kompressionsversuche, welche im Abschnitt 8.2.2. vorgestellt wurden, waren folgende Hauptspannungen vorgeschrieben:

Tabelle 9.2.11: Die vorgeschriebenen Spannungen

VERSUCH	$\sigma_2 = const$ [MPa]	σ_{1Min} [MPa]	σ_{1Max} [MPa]	$\sigma_{1Mittel}$ [MPa]	σ_1^0 [MPa]
1	0,05	0,05	0,8	0,425	0,375

Der konstante Zelldruck ist also wesentlich niedriger als bei der zweiten Serie. Die Proben waren etwas dichter als die der zweiten Serie.

Tabelle 9.2.12: Hohlraumgehalt der Triaxialproben

BITUMENGEHALT [%]	VMA [%]	PORENZAHL e_0 [-]
4,5	14,7	0,17
5,5	15,2	0,18

Die Tabelle 9.2.12 enthält die Angaben der Proben mit dem optimalen Bitumengehalt und die mit dem höchsten Bitumengehalt. Die Versuchsergebnisse haben im Verhalten der Proben keinen großen Unterschied gezeigt, weder die bleibenden Dehnungen (Bild 8.2.2) noch das volumetrische Verhalten betreffend (Bild 8.2.4). Der Fachliteratur entsprechend ist in der Nähe der Grenzbedingung (Bild 8.2.1) Dilatanz zu erwarten [Wic05]. Im numerischen Triaxialversuch wird dieser Umstand simuliert.

Zuerst wird die Probe mit dem Bitumengehalt von $B=5,5\%$ untersucht. Unter dem mittleren Druck von $p = 0,05 \text{ MPa}$ beträgt die druckabhängige Porenzahl $e = 0.166$ und die Sättigung $s = 91\%$. Die berechnete bleibende Dehnung (Bild 9.2.67) ist viel höher als die gemessene (Bild 8.2.2). In den Poren entstehen jetzt keine Drücke, sondern Zugspannungen. Der Grund liegt in der Dilatanz der Probe. Die Zugspannung steigt von Null auf $u = 0,1 \text{ MPa}$ (Bild 9.2.68). Diese wirkt positiv auf die Entwicklung der Schubsteifigkeit aus, indem die Porenspannung jetzt die wirksamen Spannungen erhöht.

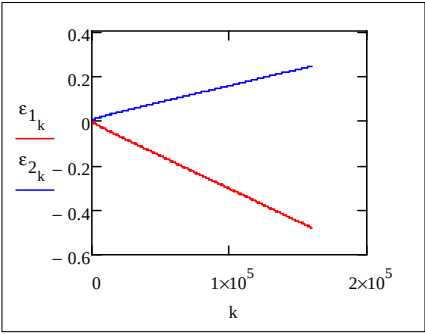


Bild 9.2.67: Die akkumulierten Dehnungen

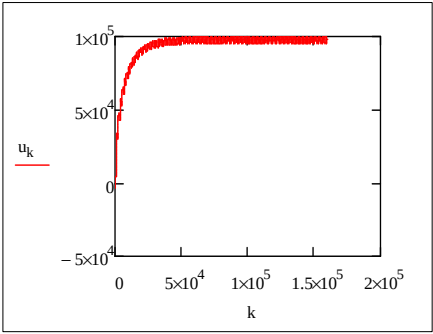


Bild 9.2.68: Die Porendruckentwicklung

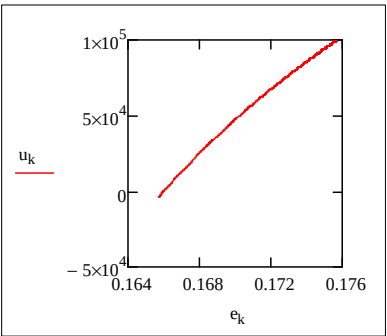


Bild 9.2.69: Die Zugspannungsentwicklung im Bitumen

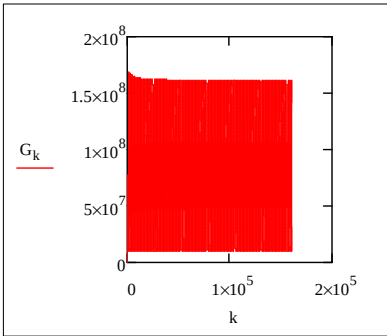


Bild 9.2.70: Der Schubmodul

Trotz abnehmender Dichte (Pyknotropieeinfluss) fällt die Steifigkeit wegen des zunehmenden mittleren Drucks (Barotropieeinfluss) kaum (Bild 9.2.70). Aus dem Charakter der Deformationen ist zu sehen, dass sich die Scherdehnungen überwiegend bei einer konstanten Porenzahl ausbilden (Bild 9.2.71). Auf dem Bild 9.2.72 ist zu sehen, dass sich die Deviatorspannungszyklen, trotz Dilatanz, von der Grenzbedingung wegbewegen, der mittlere Druck nimmt also zu.

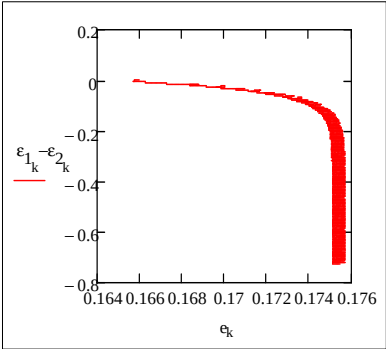


Bild 9.2.71: Der Charakter der Deformationen

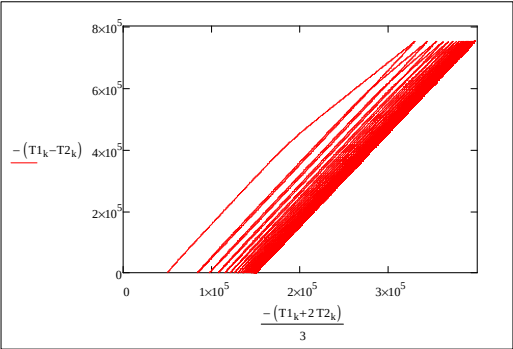


Bild 9.2.72: Deviatorspannungszyklen und der effektive Druck

Die zweite Berechnung erfolgt für den Asphalt mit $B=4,5\%$ Bitumengehalt. Die Porenzahl beträgt in diesem Fall $e = 0,156$ und die Porensättigung $s = 0,80$.

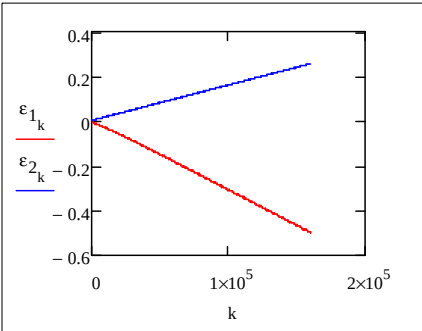


Bild 9.2.73: Die akkumulierten Dehnungen

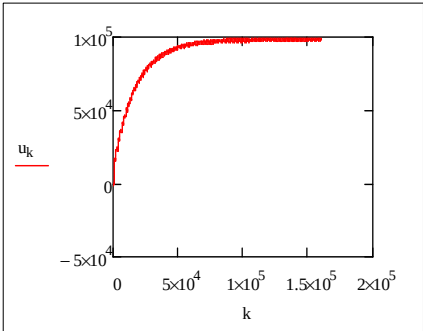


Bild 9.2.74: Die Porendruckentwicklung

Die Ergebnisse unterscheiden sich kaum von dem der ersten Berechnung. Wegen der geringeren Sättigung ist eine etwas größere Dilatanz erforderlich, um dieselben Zugspannungen zu erzeugen (Bild 9.2.75).

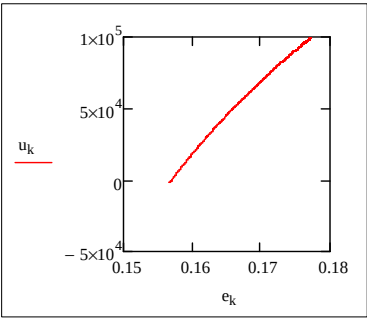


Bild 9.2.75: Zugspannungsentwicklung im Bitumen

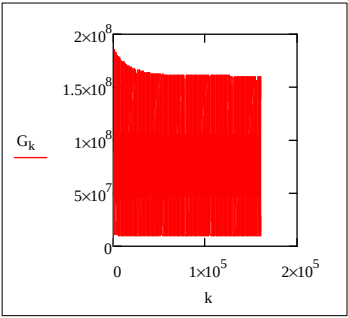


Bild 9.2.76: Der Schubmodul

Die Schubsteifigkeit ist infolge der höheren Anfangsdichte etwas höher und fällt später geringfügig, etwa auf denselben Wert (Bild 9.2.76).

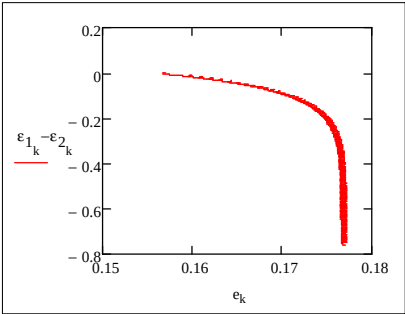


Bild 9.2.77: Der Charakter der Deformationen

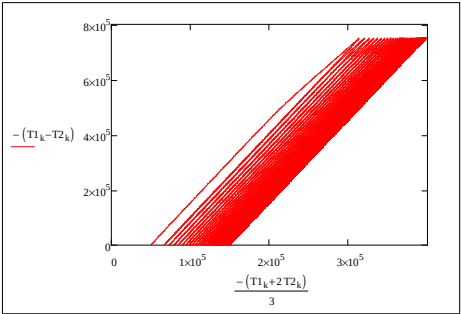


Bild 9.2.78: Deviatorspannungszyklen und der effektive Druck

Der Charakter der Deformationen und die deviatorischen Spannungszyklen sind von dem ersten Ergebnis kaum zu unterscheiden (Bilder 9.2.77 und 9.2.78).

Das Ergebnis der numerischen Simulation ist im Einklang einerseits mit den Versuchsergebnissen und andererseits mit der aus der Fachliteratur bekannten Akkumulationsrichtung der Dehnung an der Grenzbedingung [Wic05]. Gleichzeitig

unterstützt die Berechnung auch die gegebene Erklärung dafür, dass in diesem Spannungszustand der Bitumengehalt keinen Einfluss auf die akkumulierte Dehnung hat.

9.2.2.3 Die Viskosität und die frequenzabhängige Steifigkeit

Im Abschnitt 8.2.3. sind Ergebnisse zyklischer triaxialer Kompressionsversuche vorgestellt worden, aus denen hervorgeht, dass die Frequenzabhängigkeit der Steifigkeit unterschiedlich ist, je nachdem ob man den Versuch kraft- oder weggesteuert fährt. Die Frequenzabhängigkeit des kraftgesteuerten Versuchs ist dabei viel stärker ausgeprägt. Die Dehnungsamplitude ist bei diesem Versuch frequenzabhängig. Da die Steifigkeit andererseits – wegen des Effektes der „kleinen Dehnungen“ – auch von der Dehnungsamplitude stark abhängt, konnte bei diesem Versuch die Frequenzabhängigkeit und die Dehnungsamplitudenabhängigkeit nicht sauber auseinander gehalten werden.

Im Abschnitt 9.1.2.2. ist der Einfluss der Viskosität auf den Gleitmodul für den kraft- und auch für den weggesteuerten Fall mathematisch behandelt worden. Auf dieser Grundlage werden nachfolgend numerische Simulationen gezeigt, welche die experimentellen Ergebnisse mindestens qualitativ verständlich machen sollen. Im letzten Beispiel wird die Bedeutung der Viskosität und der Belastungsfrequenz auf die bleibende Deformationen gezeigt.

Die hier verwendeten Stoffparameter des hypoplastischen Basismodells, der intergranularen Dehnung und die Werte des Spannungszustandes stimmen mit den entsprechenden Angaben des Abschnittes 9.2.2.1. überein.

Beim realen Versuch ist ein Probekörper mit dem Bitumengehalt von 5% verwendet worden. In diesem numerischen Versuch werden dementsprechend die Anfangswerte der zweiten Berechnung des Abschnittes 9.2.2.1. eingesetzt, d.h. die Porenzahl $e = 0,145$ und die Sättigung $s = 95\%$.

In dem nachfolgenden weggeregelten Versuch wird für die Viskosität der Wert $\mu = 1 \text{ MPa} \cdot \text{s}$ angenommen, welcher bereits im Abschnitt 9.2.1.3. verwendet wurde. Im kraftgeregelten Versuch wurde neben der verwendeten Integrationskonstante von $C = 0,99$ (siehe Gleichung 9.1.42) ein viel kleinerer Wert von $\mu = 0,01 \text{ MPa} \cdot \text{s}$ angenommen.

In der ersten Berechnung mit der simulierten Wegsteuerung wird die Dehnungsamplitude der axialen Hauptdehnung für einen Lastzyklus mit $\varepsilon_1 = 10^{-3}$ vorgeschrieben. Aus den ersten Bildern 9.2.79 und 9.2.80 ist zu erkennen, dass sich mit dieser Dehnung tatsächlich dieselben minimalen und maximalen axialen Hauptspannungsdifferenzen ergeben, wie in der kraftgeregelten Serie des Abschnitts 9.2.2.1. Der konstante Zelldruck ist auch hier $T_2 = -0,5 \text{ MPa}$. In Anlehnung an den realen Versuch werden zwei Lastwechselfrequenzen simuliert: $f = 4 \text{ Hz}$ und $f = 10 \text{ Hz}$.

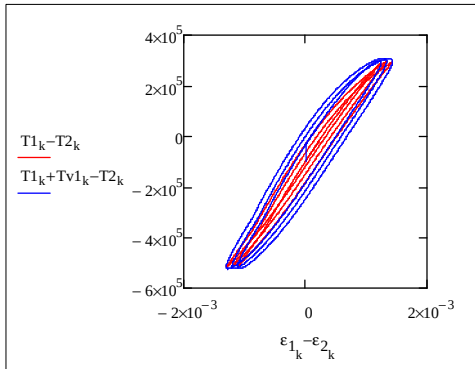


Bild 9.2.79: Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei der Frequenz $f = 4 \text{ Hz}$

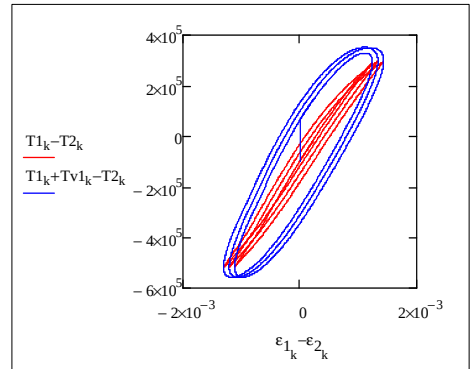


Bild 9.2.80: Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei der Frequenz $f = 10 \text{ Hz}$

Aus den dargestellten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ist zu sehen (Bilder 9.2.79 und 9.2.80), dass beim weggesteuerten Versuch die Deviatorspannung des rateunabhängigen Stoffgesetzes bei beiden Frequenzen gleich ist. Die viskosen Spannungen werden dazu – dem Kelvin-Körper entsprechend – addiert. Die Deviatordehnungsamplituden sind durch die Wegsteuerung selbstverständlich gleich.

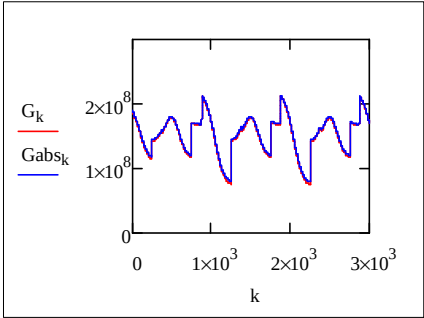


Bild 9.2.81: Der Schubmodul ($f = 4 \text{ Hz}$)

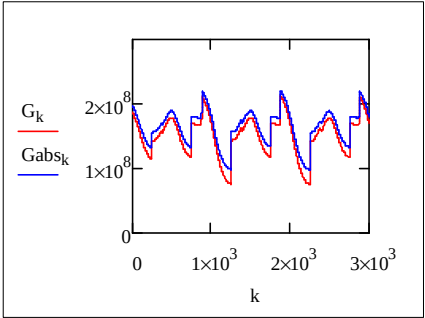


Bild 9.2.82: Der Schubmodul ($f = 10 \text{ Hz}$)

Die Tangentensteifigkeit wird durch die viskosen Spannungen nur wenig geändert (Bilder 9.2.81 und 9.2.82).

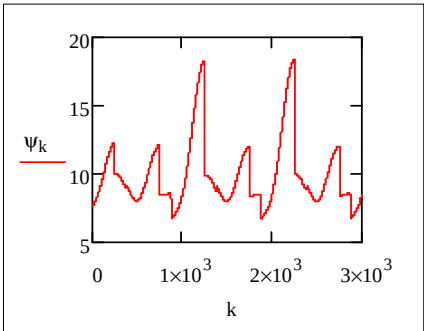


Bild 9.2.83: Der Phasenwinkel
($f = 4 \text{ Hz}$)

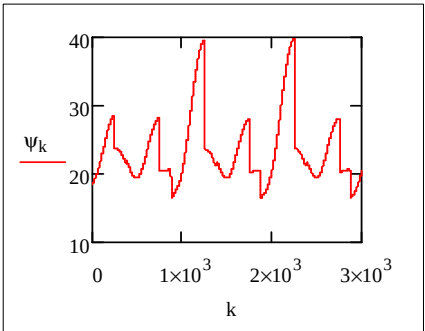


Bild 9.2.84: Der Phasenwinkel
($f = 10 \text{ Hz}$)

Die Änderung des Phasenwinkels ist schon wesentlich deutlicher (Bilder 9.2.83 und 9.2.84).

Eingangs wurde bereits gesagt, dass für die Simulationsrechnung der Kraftsteuerung die Viskosität viel kleiner gewählt wurde. Auf dem Bild 9.2.85 wird durch die

Spannungs-Dehnungs-Beziehung gezeigt, dass die Hauptdehnungsdifferenz zwei Größen-Ordnungen kleiner wird, wenn man im kraftregelten Fall mit derselben Viskosität rechnet wie im weggeregelten.

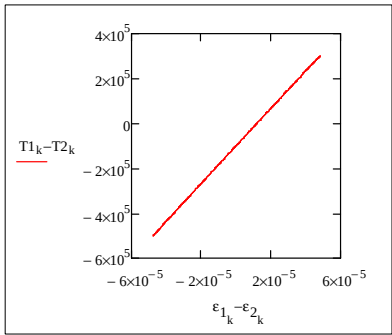


Bild 9.2.85: Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei der Frequenz $f = 4\text{ Hz}$

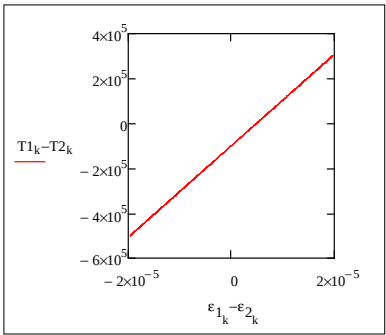


Bild 9.2.86: Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei der Frequenz $f = 10\text{ Hz}$

Der Radius für den „elastischen Bereich“ der intergranularen Dehnung beträgt $R = 4 \cdot 10^{-4}$, so dass die berechnete Dehnungsdifferenz in diesen Bereich fällt (Bild 9.2.85). Außerdem kann aber festgestellt werden, dass die Frequenzerhöhung auf 10 Hz zur starken Reduzierung der deviatorischen Dehnungsamplitude führt: $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 2 \times 10^{-5}$ (Bild 9.2.86). Das ist mit der Verdopplung der Steifigkeit verbunden.

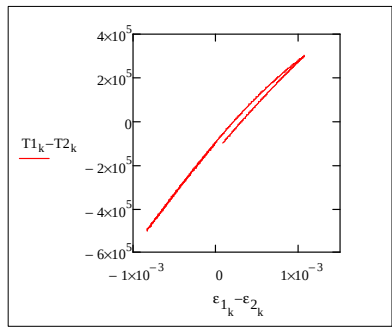


Bild 9.2.87: Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei der Frequenz $f = 4\text{ Hz}$ ($\mu \approx 0,01\text{ MPa} \cdot \text{s}$)

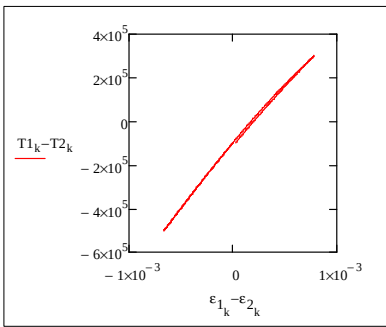


Bild 9.2.88: Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei der Frequenz $f = 10\text{ Hz}$ ($\mu \approx 0,01\text{ MPa} \cdot \text{s}$)

Der Grund liegt in der Anwendung des Kelvin-Modells. Durch dieses Modell wird die steifigkeitserhöhende Wirkung der parallelgeschalteten Viskosität gegenüber der Realität übertrieben. Schaltet man ein elastisches Element mit der Viskosität noch in Reihe, so wird dieser Effekt gemildert. Man erreicht ihn im verallgemeinerten Kelvin-Modell, indem man mehrere Kelvin-Teilkörper in Reihe schaltet [Ben07, Bon93].

Um die Auswirkung der Belastungsfrequenz und der Viskosität auf die akkumulierte Dehnung zeigen zu können, wird der kraftgesteuerte Versuch mit der verringerten Viskosität $\mu = 0,01 \text{ MPa}\cdot\text{s}$ gewählt. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung zeigt dem weggeregelter Versuch ähnlich große deviatorische Dehnungen ($\epsilon_1 \approx 10^{-3}$) (siehe Bilder 9.2.87 und 9.2.88).

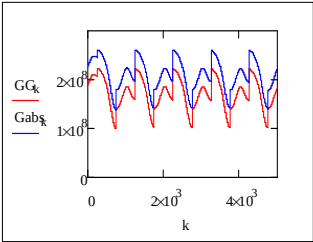


Bild 9.2.89: Die Schubmodule ($f = 4 \text{ Hz}$)
($\mu \approx 0,01 \text{ MPa}\cdot\text{s}$)

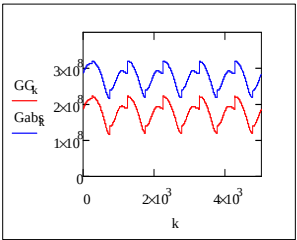


Bild 9.2.90: Die Schubmodule ($f = 10 \text{ Hz}$)
($\mu \approx 0,01 \text{ MPa}\cdot\text{s}$)

Erhöht man die Frequenz, so erhöht sich die Steifigkeit trotz geringer Viskosität fast auf $G_{abs} \approx 300 \text{ MPa}$ (Bilder 9.2.89 und 9.2.90).

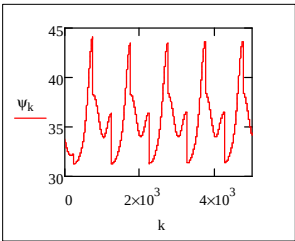


Bild 9.2.91: Der Phasenwinkel
($f = 4 \text{ Hz}$) ($\mu \approx 0,01 \text{ MPa}\cdot\text{s}$)

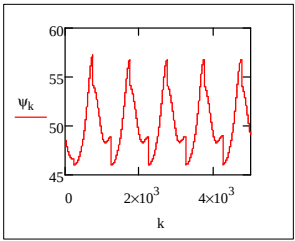


Bild 9.2.92: Der Phasenwinkel
($f = 10 \text{ Hz}$) ($\mu \approx 0,01 \text{ MPa}\cdot\text{s}$)

Durch die Erhöhung der Frequenz wird der Phasenwinkel um ca. 15° größer (Bilder 9.2.91 und 9.2.92).

Nachfolgend werden Ergebnisse nach 100 Lastwechsel gezeigt, erst mit der Frequenz von $f = 4 \text{ Hz}$, anschließend mit $f = 10 \text{ Hz}$.

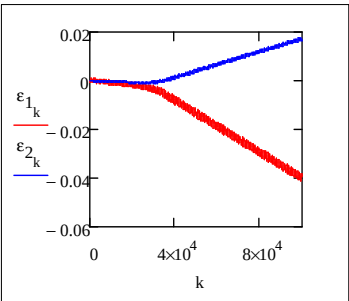


Bild 9.2.93: Die akkumulierte Dehnung

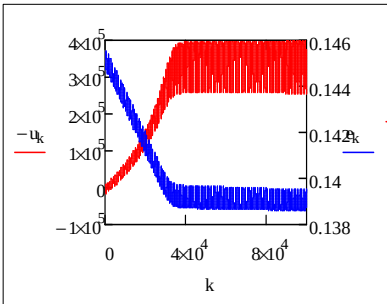


Bild 9.2.94: Verdichtung und Porendruckentwicklung

Gegenüber dem rateunabhängigen zweiten Versuch des Abschnitts 9.2.2.1. verringert sich die akkumulierte Axialdehnung von $\varepsilon_1 \approx 7\%$ auf $\varepsilon_1 \approx 4\%$ (Bild 9.2.93). Das kontraktante Verhalten, anschließend die deviatorische Verformung, ist dem geschwindigkeitsunabhängigen Vorgänger sehr ähnlich. Der Porendruck steigt auch hier bis auf $u = -0,4 \text{ MPa}$. Dazu werden wenige mehr als 30 Lastzyklen benötigt (Bild 9.2.94).

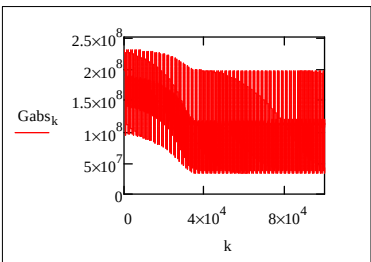


Bild 9.2.95: Die Entwicklung der Schubsteifigkeit

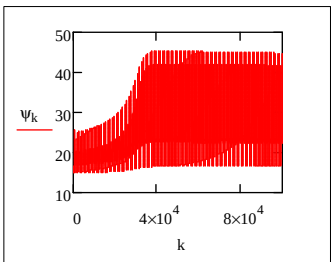


Bild 9.2.96: Die Entwicklung des Phasenwinkels

Die Steifigkeit (Bild 9.2.95) unterscheidet sich vom rateunabhängigen (Bild 9.2.59) Modell kaum. Interessant ist die Entwicklung des Phasenwinkels. Die durch den Porendruck verursachte Entfestigung ist in einer deutlichen Erhöhung des Phasenwinkels zu erkennen (Bild 9.2.96).

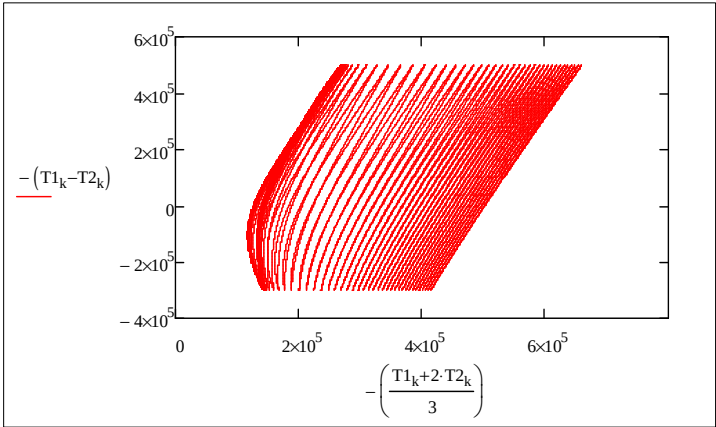


Bild 9.2.97: Die Entwicklung des Spannungszustandes

Der Verlauf der Deviatorspannungs-Zyklen zeigt (Bild 9.2.97), dass durch den Porendruck der effektive Druck stark reduziert wird.

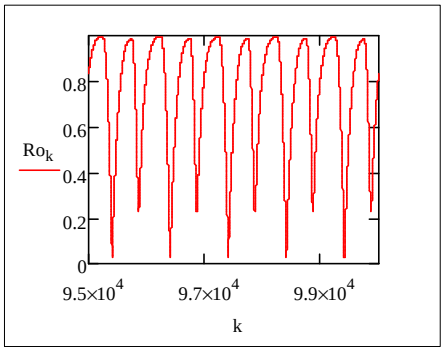


Bild 9.2.98: Die intergranulare Dehnung (die letzten 5 Lastwechsel)

Auf dem Bild 9.2.98 ist zu erkennen, dass das Maximum der intergranularen Dehnung ($\rho^{\text{def}} = \|\delta\|/R$); siehe Punkt 6.2.) erreicht wird, d.h. dass das Verhalten nach 100 Lastwechseln vor einer Dehnungsumkehr vollkommen hypoplastisch ist.

In dem zweiten Beispiel wird ein Versuch mit der Lastfrequenz von $f = 10 \text{ Hz}$ numerisch nachgerechnet.

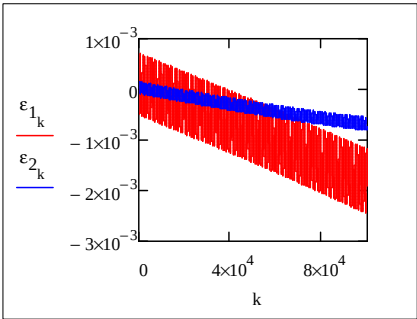


Bild 9.2.99: Die akkumulierte Dehnung

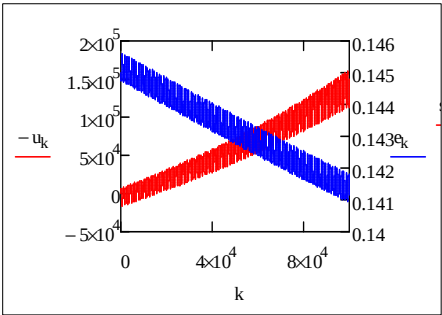


Bild 9.2.100: Die Verdichtung und die Porendruckentwicklung

Die akkumulierte Dehnung (Bild 9.2.99) hat sich auf ein Zwanzigstel reduziert. Die Porendrücke steigen immer noch auf $u = -0,15 \text{ MPa}$, entsprechend der Verringerung der Porenzahl e (Bild 9.2.100).

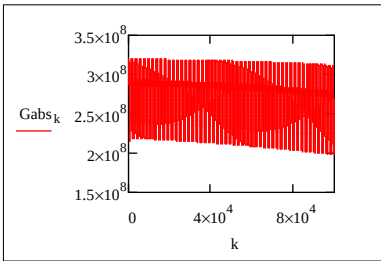


Bild 9.2.101: Die Entwicklung der Schubsteifigkeit

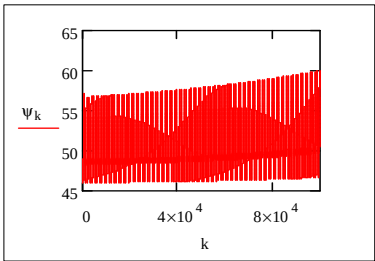


Bild 9.2.102: Die Entwicklung des Phasenwinkels

Der Absolutwert der Schubsteifigkeit (Bild 9.2.101) nimmt durch die Viskosität etwa um ein Drittel zu. Er ist am Anfangswert des Phasenwinkels zu erkennen. Dieser steigt aber wegen der kleineren Entfestigung infolge Porendruckzunahme kaum an (Bild 9.2.102).

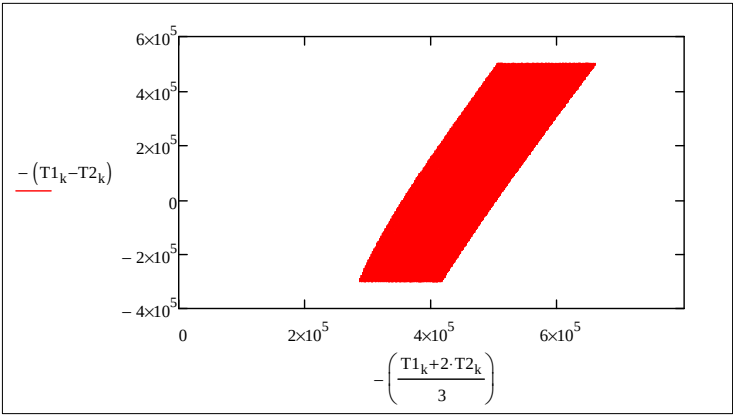


Bild 9.2.103: Die Entwicklung des Spannungszustandes

Aus dem Vergleich der Bilder 9.2.103 und 9.2.97 wird deutlich, dass der Abbau der effektiven Spannungen deutlich weniger ist, als bei der kleineren Frequenz $f = 4 \text{ Hz}$.

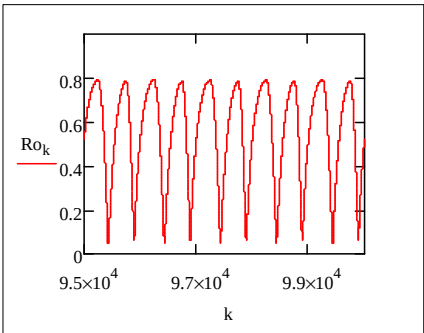


Bild 9.2.104: Die intergranuläre Dehnung (die letzten 5 Lastwechsel)

Die intergranulare Dehnung hat ihren Grenzwert ($=1$) am Ende eines Lastzyklus noch nicht erreicht (siehe Bild 9.2.104). Vor dem Richtungswechsel der Deformation ist das Verhalten noch nicht vollkommen hypoplastisch. Durch die Erhöhung der Belastungsfrequenz steht dem Kriechen weniger Zeit zur Verfügung, wodurch die Kriechdehnungen kleiner werden.

Die zwei letzten numerischen Beispiele sollten die Bedeutung der Lastfrequenz, d.h. die Wirkung des zügigen oder des stockenden Verkehrs einerseits und die Wirkung hochviskoser Bindemittel anderseits demonstrieren. Durch den numerischen Versuch wird ein qualitatives Bild gegeben.

Der Ausdruck „qualitativ“ wird betont. Das hier verwendete Kelvin-Modell ist das denkbar einfachste Modell. Für niedrige Frequenzen oder für kleine Viskositäten kann es trotzdem eine gute Näherung darstellen. Für hohe Frequenzen liefert dieses Modell kein korrektes Ergebnis [Ben07, Bon93]. Die einfachste Verbesserung dieses Modells zusammen mit dem hypoplastischen Stoffgesetz erscheint durch die Anwendung einer geschwindigkeitsabhängigen Viskosität. Der viskose Teil des Modells würde damit keine Newton'sche Flüssigkeit, sondern eine nichtlineare Strukturviskosität darstellen [Tót98].

10 Zusammenfassung – Ausblick

Die vorliegende Arbeit dient der Herstellung stabiler Asphaltmischungen und der numerischen Simulation des mechanischen Vorganges der Spurbildung, und somit der fundierten numerischen Prognose und der Dimensionierung.

Es gibt Bestrebungen, den mechanischen Vorgang der Spurbildung der Asphaltstraßen auf der Basis numerischer Modelle nachzubilden. Das Fernziel ist, eine wissenschaftlich fundierte Prognose für die Lebensdauer der Straße zu ermöglichen oder die Dimensionierung einer neuen Straße auf mechanischer Basis durchzuführen [BAS07, Leu07]. Das Kernstück solcher Modelle sind Stoffgesetze für den Baustoff Asphalt. Durch die Rezeptur der Asphaltmischung werden die mechanischen Eigenschaften des eingebauten Asphaltes beeinflusst, die wiederum die Parameter des Stoffgesetzes bestimmen. Es gibt also auch Bestrebungen, aus der Sicht der Spurbildung geeignete, im verdichteten eingebauten Zustand widerstandsfähige Asphaltmischungen zu entwerfen.

Bevor man ein Stoffgesetz anwendet oder entwickelt, muss das mechanisch-physikalische Verhalten des Stoffes verstanden werden. Das ursprüngliche Ziel war, das Wesen der Spurbildung zu erkennen. Ausgehend von den stofflichen Komponenten, wie das Gesteinskorngerüst und das bei hohen Temperaturen zähflüssige Bitumen, entstand die Idee, den Asphalt als teilgesättigtes granulares Material (Lockergestein) aufzufassen. Das Phänomen der Spurbildung sollte dann von diesem physikalischen Bild aus abgeleitet und experimentell überprüft werden. Im Mittelpunkt der Grundidee stand das kontraktante Verhalten des Korngerüsts unter zyklischem Scheren und in Verbindung damit die neutralen Porendrucke im Bitumen, welche die Schubsteifigkeit herabsetzen und somit die bleibenden Deformationen erhöhen [Gaj09].

Das Arbeitsprogramm umfasste:

- Ein Literaturstudium über die existierenden Stoffgesetze des Asphaltes.
- Eine Zusammenstellung über die Mechanik kohäsionsloser granularer Stoffe.
- Die vergleichende Überprüfung der neuen Konzeption mit den gesammelten experimentellen Erfahrungen.
- Die Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter des Korngerüstes und des Asphaltes.
- Die experimentelle Bestimmung der Steifigkeit und der akkumulierten plastischen Dehnung.
- Die numerische Simulation der Steifigkeit und der akkumulierten plastischen Dehnung.
- Die Verifikation des Stoffgesetzes auf den Baustoff Asphalt hoher Temperatur.

Durch das Literaturstudium konnte festgestellt werden, dass die existierenden Stoffgesetze für den Asphalt dem aktuellen Kenntnisstand über das volumetrische Verhalten granularer Stoffe unter zyklischer Scherbeanspruchung nicht entsprechen. Sie beinhalten nur die Spannungsgrenzbedingung und beschreiben den Asphalt ohne Berücksichtigung der neutralen Spannungen des Porenfluids.

Neben den theoretischen Kenntnissen über das mechanische Verhalten teilgesättigter granularer Stoffe trugen eine Reihe experimenteller Erfahrungen dazu bei, welche zum Teil vor dem Beginn dieser Arbeit entstanden, das skizzierte neue Konzept zu entwickeln und auch zu überprüfen. Es konnte gezeigt werden, dass es für das Korngerüst einen optimalen Bitumengehalt gibt, mit welchem die dichteste Lagerung [Her97] erreicht werden kann. Dieser Wert ist mit dem Gyrator durch zyklisches Scheren unter Auflast ermittelt worden. Bei Mischungen über dem optimalen Bitumengehalt konnte der Überdruck während des Verdichtungsvorganges im Porenfluid gemessen werden. Es konnte durch kleinmaßstäbliche Spurbildungstests im Labor bewiesen werden, dass der Bitumengehalt über dem Optimum die Widerstandsfähigkeit gegen die Spurbildung verringert [Gaj11]. Mit einer zyklisch arbeitenden Torsionscherzelle, welche im Rahmen dieser Arbeit entworfen und gebaut wurde, konnte die Schubsteifigkeit des Asphaltes bei verschiedenen Temperaturen gemessen werden. Dabei wurde festgestellt, dass sie bei 60°C mit der Schubsteifigkeit des mit Öl verdichteten Korngerüstes vergleichbar ist.

Zur mathematischen Formulierung des neuen Asphaltmodells ist das in Karlsruhe entwickelte hypoplastische Stoffgesetz herangezogen worden [Wol95]. Es ist geschwindigkeitsunabhängig und besteht aus einer einzigen tensoriellen Gleichung vom Raten-Typ. Sie stellt eine nichtlineare Beziehung zwischen der Dehnungsrate und der objektiven Spannungsrate als richtungsabhängige Spannungsantwort auf die vorgeschriebene Dehnungsrate dar. Dieses Stoffgesetz ist geeignet, die zyklischen Beanspruchungen granularer Stoffe qualitativ richtig zu beschreiben. Es ist in der Lage die Verdichtung zu berechnen, welche nach jedem Wechsel der Richtung hinreichend kleiner Scherdehnungen auftreten. Neben der Basisversion ist in dieser Arbeit auch die erweiterte Version angewendet worden, welche durch Einführung der inneren Variablen der „intergranulärer Dehnung“, das so genannte „Small-Strain“-Verhalten, mit erhöhter Steifigkeit berücksichtigt [Nie97]. Dadurch konnte die berechnete Steifigkeit erhöht und die unter zyklischer Beanspruchung unrealistisch hohe Verdichtungsrate verbessert werden. Das erweiterte hypoplastische Stoffgesetz hat drei Zustandsgrößen. Davon sind 2 tensorieller Natur: der Spannungszustand und die intergranuläre Dehnung. Die Porenzahl ist die dritte Zustandsgröße, welche die Dichte repräsentiert.

Es war notwendig, zwei Wirkungen des Bitumens in den Berechnungsalgorithmus einzubauen. Erstens war es dem neuen Konzept entsprechend erforderlich, durch die Verdichtung induzierte Porendrucke als neutrale Spannungen zu berechnen, welche die wirksame Korn zu Korn-Spannungen verringern. Zweitens musste die Viskosität wegen der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verformung berücksichtigt werden. Dies geschah mit Hilfe des Kelvin- bzw. des Bingham-Modells auf die denkbar einfachste Art für den „viscoelastic solid“ Asphalt. Die Viskosität ist in der zyklischen Einzelscherzelle gemessen worden. Im numerischen Programm ist diese Viskosität dann ausschließlich für die Scherdehnungen verwendet worden. Die volumetrischen Dehnungen sind rateunabhängig geblieben. Das erweiterte hypoplastische Stoffgesetz ist auf Mathcad 14.0 programmiert worden, wodurch es möglich war, die so genannten numerischen Elementversuche wie das zyklische Einzelscheren und die zyklische triaxiale Kompression kraft- oder weggesteuert durchzuführen.

Gemäß den Empfehlungen der entsprechenden Literaturstellen [Her97, Her99] sind die hypoplastischen Stoffparameter für den untersuchten Asphalt AC-12 bestimmt worden. Diese Stoffparameter sind nicht zustandsabhängig und können im Laboratorium bestimmt werden. Sie werden durch die Granulometrie des Korngerüsts determiniert [Her97].

- Der kritische Reibungswinkel ergab sich für das trockene und das ölgemischte Korngerüst im Großrahmenscherversuch und im undrainierten triaxialen Kompressionsversuch in der Größenordnung von $\varphi_c = 41^\circ$.
- Die Granulathärte h_s ist in Verbindung mit dem Exponenten n mit dem locker eingebauten, ölgemischten Korngerüst im Ödometer durch einaxiale Kompression ermittelt worden. Sie betragen $h_s = 22 \text{ MPa}$ und $n = 0,5$.
- Die Porenzahl der dichtesten Lagerung ist $e_{d0} = 0,14$. Sie konnte im Gyrator mit der Asphaltmischung bestimmt werden.
- Die Porenzahl der kritischen Dichte konnte aus der undrainierten triaxialen Kompression des wassergesättigten Korngerüsts bestimmt werden: $e_{c0} = 0,6$; die Porenzahl für die isotrope lockerste Lagerung erhält man aus der Beziehung: $e_{i0} = 1,15 \cdot e_{c0} = 0,69$.
- Der Exponent $\alpha = 0,1$ für den Dichteeinfluss auf den Reibungs- und Dilatanzwinkel wurde durch Auswertung triaxialer Kompressionsversuche bestimmt, wobei die Versuche mit dem ölgemischten Korngerüst und mit der Asphaltmischung durchgeführt wurden.
- Der Exponent β für den Dichteeinfluss auf die Steifigkeit ist aus dem Ödometerversuch auf einem ölgemischten, dicht eingebauten Korngerüst durch den Vergleich mit dem locker eingebauten Korngerüst bestimmt worden: $\beta = 1,5$.

Die 5 Parameter für die inneren Variablen der intergranularen Dehnung sind in dieser Arbeit experimentell nicht bestimmt worden. Aus der entsprechenden Literaturstelle [Nie97] sind diese Parameter übernommen worden. Davon sind dann 2 Parameter zur besseren Annäherung der Messwerte entsprechend geändert worden.

Die Messung der Steifigkeit mit der Torsionszelle und der akkumulierten Dehnung in der Triaxialzelle und deren Nachrechnung mit dem anschließenden Vergleich der Mess- und Rechenergebnisse bilden den wichtigsten Teil dieser Arbeit.

Durch die Messung mit der Torsionsscherzelle konnte gezeigt werden, dass die Schubsteifigkeit genauso pyknotrop und barotrop ist, wie es bei den granularen Stoffen der Fall ist. Diese prinzipielle Feststellung ist aus der Sicht der neuen Konzeption von grundlegender Bedeutung. Denn damit ist eigentlich auch der Beweis erbracht, dass die Porenüberdrücke die Steifigkeit verringern. Die Dichteabhängigkeit kann als im Allgemeinen bekannt angesehen werden. Dass die Steifigkeit aber vom Spannungszustand abhängt, dürfte in Verbindung mit dem Asphalt weniger bekannt und anerkannt sein. Das ist ein Grund für die Anwendung

des hypoplastischen Stoffgesetzes, für welches die Steifigkeit kein Stoffparameter als Eingangsgröße ist, sondern welches sich zustandsabhängig und sogar richtungsabhängig berechnen lässt.

Die Steifigkeiten sind für optimale und für größere Bitumengehalte gemessen worden. Die Messwerte allein zeigen, dass Steifigkeiten der verdichteten Mischungen mit dem optimalen Bitumengehalt etwa um ein Drittel größer sind als die der Mischungen über dem Optimum. Ein Grund dafür ist, dass Mischungen der höheren Bitumengehalte weniger verdichtbar sind, da das Volumen des Bindemittels die Verdichtung hindert. Die bessere Interpretation der Messergebnisse wird erst mit den Nachrechnungen möglich, weil die Porendruckmessungen in der Scherzelle fehlen, so dass diese Drücke nur durch die numerischen Elementversuche simuliert werden konnten.

Die Porenzahl der untersuchten Asphaltproben bewegte sich zwischen den Grenzen $e_0 = 0,14 - 0,25$ (VMA=12%-20%). Die geplante Einbaudichte in die Fahrbahn liegt bei $e_0 \approx 0,19$ (VMA~16%) bei diesem Asphalt. Die untersuchten Bitumengehalte betragen $B=4,3\%-8,0\%$. Die Versuchstemperatur der Steifigkeitsmessungen, wie aber auch bei allen anderen Versuchen einschließlich der Triaxialversuche, war 60°C . Die vorgeschriebene Scherdehnung in der Torsionszelle wurde mit $\gamma = 7 \times 10^{-4}$ bei der Frequenz von $f = 4\text{ Hz}$ angesetzt. Unter dem Normaldruck $\sigma_1 = 6\text{ bar}$ liegen je nach Dichte und Bitumengehalt die Steifigkeiten zwischen den Werten von $130\text{ MPa} \leq G \leq 350\text{ MPa}$, wobei die kleinsten Werte bei den Proben mit dem höchsten Bitumengehalt und der größten Porenzahl und die größten Werte bei den Proben mit dem optimalen Bitumengehalt und der kleinsten Porenzahl gemessen wurden.

Durch die Änderung der Dehnungsamplitude zwischen den Werten $2 \times 10^{-4} \leq \gamma \leq 3,5 \times 10^{-3}$ der dehnungsgesteuerten Scherversuche konnte die Amplitudenabhängigkeit der Steifigkeit, anders gesagt das „Small-Strain“-Verhalten, untersucht werden. Die Ergebnisse waren sehr eindeutig. Im Fall einer relativ lockeren Probe der Porenzahl $e_0 = 0,23$ (VMA~19%) unter dem Normaldruck $\sigma_1 = 6\text{ bar}$ fiel die Steifigkeit von $G \approx 260\text{ MPa}$ mit der kleinsten Dehnungsamplitude bis zum Wert von $G \approx 100\text{ MPa}$ mit der größten Dehnungsamplitude. Die Torsionsfrequenz war dabei $f = 4\text{ Hz}$. Bei der Amplitude $\gamma = 7 \times 10^{-4}$ ist die Steifigkeit $G \approx 170\text{ MPa}$. Diese, in dieser Arbeit meist verwendete Dehnungsamplitude, befindet sich also gerade im Übergangsbereich zu den „kleinen“ Dehnungen.

An einer Probe mit der Porenzahl wie oben beschrieben, jedoch mit dem Bitumengehalt von $B=8\%$ ist unter den oben genannten Spannungs- und Dehnungsbedingungen bei $f = 4 \text{ Hz}$ und $f = 10 \text{ Hz}$ die Viskosität gemessen worden. Diese ergab sich zu $\mu \approx 1 \text{ MPas}$.

Neben Steifigkeitsmessungen bildeten die Messungen der akkumulierten plastischen Dehnung in der Triaxialzelle den experimentellen Prüfstein für die Theorie und auch für die Richtigkeit der Anwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes auf den Asphalt. Dazu sind 3 Probekörper derselben Dichte $e_0 = 0,190$ (VMA=16%), jedoch mit verschiedenen Bitumengehalten: $B=4,5\%$ (Optimum); $B=5,0\%$ und $B=5,5\%$ verwendet worden. Der Zelldruck ist auf dem Wert $\sigma_2 = 5 \text{ bar}$ konstant gehalten worden, der Axialdruck wechselte zwischen $2 \text{ bar} \leq \sigma_1 \leq 10 \text{ bar}$ um den Mittelwert von $\sigma_1 = 6 \text{ bar}$. Die Versuche sind kraftgesteuert mit der Frequenz der Wechselbelastung von $f = 4 \text{ Hz}$ bis zur Lastwechselzahl $\text{LWZ}=20\,000$ gefahren worden. Die gemessene akkumulierte axiale Stauchung der Probe mit dem Bitumengehalt von $5,5\%$ betrug $\varepsilon_1 = -5,2\%$, die radiale Dehnung $\varepsilon_2 = 0,6\%$. Die entsprechenden bleibenden Dehnungen der Probe mit dem optimalen Bitumengehalt von $4,5\%$ waren dagegen nur $\varepsilon_1 = -0,6\%$ und $\varepsilon_2 = -0,2\%$. Der Durchmesser der Probe ist nicht größer, sondern kleiner geworden! Die Schubsteifigkeit der ersten Probe fiel bei einer konstanten Lastwechselamplitude wegen der Zunahme der Dehnungsamplitude auf den Wert $G \leq 25 \text{ MPa}$. Diese Erscheinung ist das Kennzeichen der zyklischen Mobilität [Kol07]. Die bleibende Axialstauchung der Probe mit dem optimalen Bitumengehalt ist eine Größenordnung kleiner. Die Probe hat sich eigentlich nur verdichtet, und die deviatorische Verformung spielte eine untergeordnete Rolle. Diese Messung kann als die anschaulichste experimentelle Bestätigung für die Richtigkeit der neuen Konzeption gedeutet werden.

Mit den oben genannten hypoplastische Stoffparametern sind die gemessene Steifigkeit und die akkumulierte Dehnung, als Elementversuch, nachgerechnet worden. Neben den Stoffparametern bildeten die Einbauporenzahl (Dichte des Korngerüsts), der Anfangsspannungszustand und der Sättigungsgrad (Bitumengehalt) der Poren die Eingangsgrößen, wobei diese mit den entsprechenden Größen der realen Proben gleich gewählt worden sind. Die Scherversuche zur Steifigkeitsberechnung sind weggeregelt und die Triaxialversuche für die Berechnung der akkumulierten Dehnung (den realen Versuchen entsprechend) kraftgeregelt berechnet worden.

Für die größere gemessene Steifigkeit der Proben mit dem optimalen Bitumengehalt bedeutete allein die größere Dichte keine ausreichende Erklärung, weil die Steifigkeitsdifferenz größer war als es aus der Dichtedifferenz hätte folgen können. Mit dem programmierten, erweiterten hypoplastischen Stoffgesetz konnte gezeigt werden, dass Steifigkeiten der Proben gleicher Dichte, jedoch unterschiedlichen Bitumengehaltes, wegen des Porendruckes eine große Differenz aufweisen müssen. Die berechnete Steifigkeit der Probe mit dem Bitumengehalt über dem Optimum ist in Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen wesentlich geringer. Die neue Konzeption ist durch die gemessene und hypoplastisch berechnete Schubsteifigkeitsergebnisse bestätigt worden.

Genauso eindeutig wie der reale Versuch ist auch das Ergebnis des numerischen Triaxialversuches. Die berechnete akkumulierte Dehnung der Probe mit dem optimalen Bitumengehalt ist eine Größenordnung kleiner als die Dehnungen der Proben mit Sättigungsgraden, welche den Bitumengehalten über dem optimalen Wert entsprechen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das erweiterte hypoplastische Stoffgesetz in der Lage ist, die Versuchsergebnisse nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ zufrieden stellend wiederzugeben.

Mit der Berücksichtigung der viskosen Spannungen im Rechenprogramm, konnte gezeigt werden, dass die Steifigkeit des kraftgesteuerten Versuches wesentlich empfindlicher auf die Frequenzänderung reagiert als die des weggeregelterten. Diese Erfahrung ist experimentell beim Triaxialversuch gemacht worden.

Ausblick

Um genaue Prognosen geben und stabile Asphaltmischungen herstellen zu können, sollten Untersuchungen, welche im Wesentlichen alle mit der Hochzyklicität in Verbindung stehen, gefördert werden:

- Die Entwicklung von so genannten expliziten Berechnungsverfahren, welche hochzyklische Prognosen ermöglichen. Solche hochzyklische Verfahren gibt es bereits auf dem Gebiet der Bodenmechanik [Nie06].

- Die Bestimmung der hypoplastischen Stoffparameter für verschiedene Asphaltmischungen mit besonderer Rücksicht auf das „Small-Strain“-Verhalten.
- Die Durchführung hochzyklischer Scherversuche, welche die Dehnungsakkumulation und den „dichtesten Zustand“ untersuchen.
- Die Entwicklung von Entwurfsmethoden für Asphaltmischungen, welche es ermöglichen, den optimalen Bitumengehalt durch bewusste Gestaltung der Kornverteilung beeinflussen zu können [Gaj11].
- Die optimale Gestaltung der Verdichtung hinsichtlich der Scherdehnungsamplitude und der Scherdehnungsfrequenz beim Einbau des Asphalts in die Fahrbahn [Gaj11, Her00].
- Die Untersuchung des Viskositätseinflusses und verbesserter Einbau in die hochzyklische numerische Prognose.
- Die Untersuchung eines notwendigen minimalen Bitumengehalts aus der Sicht der Ermüdung und der Alterung.

Die Klärung dieser Fragen hat eine direkte praktische Bedeutung.

Literaturverzeichnis

- [Aur] V. Aurilio, W. J. Pine, & P. Lum. The Bailey Method achieving volumetrics and HMA Compactability. 50. S. 159-184.
- [Ben07] H. Di Benedetto, N. Mondher, C. Sauzéat, F. Olard. Three-dimensional thermo-viscoplastic behaviour of bituminous materials. Lvoisier, Paris 2007
- [Ben07] T. Benz. Small-Strain Stiffnes of Soils and its Numerical Consequences. Universität Stuttgart, Mitteilungen des Instituts für Geotechnik. Herausgeber P.A. Vermeer, 2007
- [Ber06] A.B.L. Bertini. Hypo-und viskohypoplastische Modellierung von Kriech- und Rutschbewegungen, besonders infolge Starkbeben. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft f165, 2006.
- [Bert06] A. Bertram. Vorlesungsmanuskript zur Festigkeitslehre I+II. WS 2006 - SS 2007, Otto-von-Guerecke-Universität Magdeburg.
- [Bon93] P. G. Bonnier. Testing, modelling an numerical analysis of the mechanical behaviour of bituminous concrete. Proefschrift, TU Delft, 1993
- [BAS07] Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt). Bemessungsmodell zur Förderung der Innovations- und Wettbewerbsfähigkeit kleiner und mittelständischer Straßenbauunternehmen. Schlussbericht. Bergisch-Gladbach 2007

- [BAS] Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt). Stoffmodelle zur Voraussage des Verformungswiderstandes und Ermüdungsverhaltens von Asphaltbefestigungen. Straßenbau Heft S 45.
- [Cag04] B. Cagliano, R. Blab, K. Kappl. Models for permanent deformation for bituminous bound materials in flexible pavements. SAMARIS, SAM-05-DE11, 2004
- [Cor00] B.J. Coree, W.P. Hislop. A laboratory investigation into effects of aggregate-related factors of critical VMA in asphalt paving mixtures, Iowa DOT project TR-415 Iowa State University, Center for Transportation Research and Education, 2000
- [DIN96] DIN 18 126. Bestimmung der Dichte nichtbindiger Böden bei lockerster und dichtester Lagerung. Deutsches Institut für Normung. 1996
- [Fel99] W. Fellin Ein erster Einblick in die Hypoplastizität. ÖIAZ, 144. Jg., Heft 11-12/1999, S. 434-436.
- [Fel02] W. Fellin, D. Kolymbas. Hypoplastizität für leicht Fortgeschrittene. Bautechnik. 79 2002, H. 12. S. 830-841.
- [Gaj11] Gy. Gajári. Das Funktionsprinzip eines neuen Asphaltverdichters. Anmeldung des Autorenrechtes beim Ungarischen Patentamt, 07.04.2011.
- [Gaj11] Gy. Gajári, T. Sieler. Erläuterung zum Asphaltdesign, unveröffentlicht, TPA interne Mitteilung, 2011.
- [Gaj09] Gy. Gajári, F. Wellner, I. Herle: „Liquefaction” of asphalt caused by cyclic loading, as a potential reason of extreme rutting. In: Loizos, Partl, Scarpas & Al-Qadi (eds). Proceedings of the 7th international RILEM symposium ATCBM09 on Advanced testing and characterisation of bituminous Materials, Rhodes 2009, S. 409-422.
- [Gib06] N. H. Gibson. A viscoplastic continuum damage model for the compressive behavior of asphalt concrete. Dissertation, University of Maryland, 2006
- [Gud03] G. Gudehus. Kritische Zustände und Hypoplastizität. Geolex 2.03, Seite 21-25.

- [Gud04] G. Gudehus. Prognose und Kontrolle von Kriechen und Relaxation in weichem Baugrund mittels Visko-Hypoplastizität. Bauingenieur, Band 79, September 2004.
- [Gud05] G. Gudehus. Seismo-Hypoplastische Zustandsgrenzen. Veröffentlichungen des Grundbauinstitutes der Technischen Universität Berlin, Heft Nr. 38, Berlin 2005, 21-37. Vorträge zum 1. Hans-Lorenz-Symposium.
- [Her97] I. Herle. Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft 142, 1997
- [Her00] I. Herle. Granulometric limits of hypoplastic models. Task quarterly 4 No 3 (2000), 389-4008
- [Her00] I. Herle. Influence of pressure level and stress amplitude on the compaction of granular soils, International Workshop on compaction of soils, granulates and powders. Edited by D. Kolymbas & W. Fellin, A.A.Balkema/Rotterdam/Brookfield/2000.
- [Her99] I. Herle, G. Gudehus. Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies. Mechanics of cohesive-frictional materials. 4, 461-486 (1999)
- [Her07] I. Herle, J. Wehr, M. Arnold. Einfluß von Druck und Lagerungsdichte auf den Reibungswinkel des Schotters in Rüttelstopfsäulen. Bauingenieur, 2007, 82(2), A23-A24
- [Her881] H. Hertz. Über die Berührung fester elastischer Körper. Journal für die reine und angewandte Mathematik 92, 156-171 (1881)
- [Hin08] J. Hintner. Analyse der Fundamentverschiebungen infolge vertikaler und geneigter Belastung. Institut für Geotechnik der Universität Stuttgart, 2008.
- [Hue04] H. L. ter Huerne. Compaction of asphalt road pavements, using finite elements and critical state theory. Proefschrift. University of Twente, Enschede 2004

- [Hus84] S. Huschek. Az aszfaltbeton alakváltozási viselkedése triaxiális nyomás alatt. Mélyépítéstudományi Szemle, XXXIV. évfolyam, Budapest, 1984, 2.szám.
- [Kéz70] Á. Kézdi. Handbuch der Bodenmechanik. Band 2. Bodenmechanik im Erd-, Grund-, und Straßenbau. Akadémia Kiadó Budapest 1970.
- [Kol88] D. Kolymbas. Eine konstitutive Theorie für Böden und andere körnige Stoffe. Veröffentlichungen des Institutes für Boden- und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 109, 1988
- [Kol07] D. Kolymbas. Geotechnik (Bodenmechanik, Grundbau und Tunnelbau), 2. Korrigierte und ergänzte Auflage. Springer Verlag, Berlin Heidelberg 2007
- [Kol08] D. Kolymbas, I. Herle. Stoffgesetze für Böden. In: K. J. Witt (ED.): Grundbau – Taschenbuch, Teil 1 Geotechnische Grundlagen, Aufl. Ernst & Sohn, Berlin 2008
- [Kre99] J. Kretz. Zur Zeitfestigkeit von Verbundträgern mit Profilblechen, Dissertation, Bauingenieurwesen der Universität Kaiserslautern, 1999
- [Lei76] H. Leinenkugel. Deformations- und Festigkeitsverhalten bindiger Erdstoffe. Veröffentlichungen des Institutes für Boden- und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 66, 1976
- [Leu07] R. Leutner. F. Wellner. Prognose der Lebensdauer von Asphaltbefestigungen auf der Grundlage struktureller Eigenschaften. Straße und Autobahn 5. 2007. S 241-250.
- [Liu09] X. Liu & A. Scarpas. 3D finite element modeling of polymer modified asphalt base course mixes. Advanced testing and characterization of bituminous materials. Loizos, Partl, Scarpas, & Al-Qadi (eds). 2009 Taylor&Francis Group, London, ISBN 978-0-415-55854-9
- [Mae04] M. Maehr, I. Herle. Volume loss and soil dilatancy. Rivista Italiana di geotecnica 4/2004.
- [Med] T. O. Medani, A. Scarpas, M. H. Kolstein, A. Bosch, A. A. A. Molenaar. Estimation of the ACR material model parameters of mastc asphalt for orthotropic steel deck bridges. Faculty of civil engineering and geosciences, TU Delft,

- [Mey08] A. Mey, P. A. von Wolffersdorff. Die Bedeutung der Stoffmodelle für dynamische Berechnungen zur Standsicherheit von Staudämmen mit der Finite-Element-Methode. Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik der TU Bergakademie Freiberg, Heft 2008-2, Freiberg 2008
- [MSZ04] MSZ EN 12697-30: 2004+A1: Bituminous mixtures. Test methods for hot mix asphalt. Part 30: Specimen preparation by impact compactor.
- [Neh08] H.P. Neher. Zeitabhängiges Materialverhalten und Anisotropie von weichen Böden – Theorie und Anwendung, Universität Stuttgart, Doktorarbeit, Institut für Geotechnik, 2008.
- [Neu03] O. Neubauer, M. N. Partl: Einfluß des Bindemittelgehaltes auf ausgewählte Eigenschaften von Splittmastixasphalt. (Marshallverdichtung versus Gyrator). BITUMEN, 65. Jahrgang, Heft 4, 2003
- [Neu02] O. Neubauer, M.N. Partl. (EMPA, Abteilung Straßenbau und Abdichtungen). Volumetrische und mechanische Optimierung von Splittmastixasphalt, Dübendorf, 2002
- [Nie97] A. Niemunis and I. Herle. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. Mechanics of cohesive-frictional materials, Vol.2, 279-299 (1997)
- [Nie06] A. Niemunis T. Wichtmann A. T. Triantafyllidis. A high-cycle accumulation model for sand. Faculty of Civil Engineering, University of Patras, Greece, October 2006
- [Par03] H. Parisch Festkörper-Kontinuumsmechanik. B. G. Teubner Stuttgart – Leipzig - Wiesbaden, 2003
- [Pob04] M. Poblete: Abschätzung der zyklischen Vorbelastungsgeschichte eines Bodens mit Hilfe des Verflüssigungspotentials. Diplomarbeit, Ruhr Universität Bochum 2004
- [PLA] PLAXIS Version 8. Material models manual, 2.4. Undrained analysis with effective parameters, Seite 2-8 bis 2-12

- [Ric09] T. Richter. Zur Prognose der Gebrauchstauglichkeit von Gründungen mit Pfählen – Rechnung versus Erfahrung. OHDE Kolloquium 2009, TU Dresden
- [Rüd62] D. Rüdiger, A. Kneschke. Technische Mechanik, Band 2 Festigkeitslehre. Teubner Verlagsgesellschaft. Leipzig 1962
- [Sch68] A. Schofield & P. Wroth. Critical state soil mechanics McGraw-Hill London 1968.
- [Sch06] A. Schünemann. Numerische Modelle zur Beschreibung des Langzeitverhaltens von Eisenbahnschotter unter alternierender Beanspruchung. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft 168, 2006.
- [Som70] A. Sommerfeld. Vorlesungen über theoretische Physik Band II. Mechanik der deformierbaren Medien. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig 1970.
- [Shr94] Strategic highway research program. Permanent deformation response of asphalt aggregate mixes. SHRP-A-415 University of California, Berkeley. National research council. Washington, DC 1994
- [Sup] Superpave Level 1-3 Mix Design, Asphalt Institute (SP-2)
- [Tót98] S. Tóth. Reológia, reometria. Veszprémi Egyetemi Kiadó, 1998.
- [Tri04] Th. Triantafyllidis, T. Wichtmann, A. Niemunis. Kumulatives und dynamisches Verhalten von Böden, in Entwicklungen in der Bodenmechanik, Bodendynamik und Geotechnik (hrsg. F. Rackwitz). Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Savidis, TU Berlin, November 2004, Springer Verlag, S. 173-191.
- [Vos09] J. L. M. Voskuilen, M F. C. van de Ven. Rutting resistance of SMA determined with triaxial an wheel-tracking tests. In: Loizos, Partl, Scarpas & Al-Qadi (eds). Proceedings of the 7th international RILEM symposium ATCBM09 on Advanced testing and characterisation of bituminous Materials, Rhodes 2009, S. 1029-1038

- [Vre08] Ch. Vrettos. Bodendynamik. In: K. J. Witt (ED.): Grundbau – Taschenbuch, Teil 1 Geotechnische Grundlagen, Aufl. Ernst & Sohn, Berlin 2008
- [Wic05] T. Wichtmann A. Niemunis T. Triantafyllidis. FE-Prognose der Setzung von Flachgründungen auf Sand unter zyklischer Belastung. Bautechnik 82 Heft 12, Berlin 2005
- [Wic04] T. Wichtmann A. Niemunis T. Triantafyllidis. Setzungsakkumulation in nichtbindigen Böden unter hochzyklischer Belastung. Bautechnik 82, Heft 1, S. 18-27, Berlin 2004
- [Wol95] P.-A. von Wolffersdorff. Ein hypoplastisches Stoffgesetz für granulare Materialien mit einer plastischen Fließbedingung für kritische Zustände. 5. Oktober 1995.
- [Wu92] W. Wu. Hypoplastizität als mathematisches Modell zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft 129, 1992.
- [You73] T. Youd. Factors controlling maximum and minimum densities of sands. In Evaluation of relative density and its role in geotechnical projects involving cohesionless soils, STP 523, S. 98-112. ASTM 1973.

Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Bedeutung	Abschnitt
A	-	Parameter der quadratischen Gleichung	9.1.1.1
A	-	Parameter der Grenzbedingung	9.1.1.3
B	[%]	Bitumengehalt	5.4
B	-	Parameter der quadratischen Gleichung	9.1.1.1
C	-	Parameter der quadratischen Gleichung	9.1.1.1
C	-	Konstante der Zeitintegration	9.1.2.2
C_c	-	Kompressionsbeiwert	7.2
D_{ik}	-	Koordinate von D	9.1.1.1
D_r	-	Relative Dichte	3.1.4
E	[MPa]	Steifigkeit	3.1.3
E	[MPa]	Elastizitätskonstante	6.3.1
E_0	[MPa]	Anfangssteifigkeit	3.1.4
E_s	[MPa]	Steifemodul	7.5
F	-	Spannungsfunktion der Grenzbedingung von Matsuoka-Nakai	6.1
F	[N]	Kraft	8.1.1
G	[MPa]	Schubmodul	5.4
G^*		Komplexmodul	8.1.4
$ G^* $	[MPa]	Absolutwert von G^*	8.1.4
G'	[MPa]	Realteil von G^*	8.1.4
G''	[MPa]	Imaginärteil von G^*	8.1.4
I	[mm ⁴]	Polares Trägheitsmoment	8.1.1
K	[MPa]	Kompressionsmodul	5.3.2
K_{Air}	[MPa]	Kompressionsmodul der Porenluft	5.3.2

K_{Fluid}	[MPa]	Kompressionsmodul der Porenflüssigkeit	5.3.2
K_{Bit}	[MPa]	Kompressionsmodul des Bitumens	6.3.2
K_0	-	Ruhedruckbeiwert	7.5
K_p	-	Peakspannungsverhältnis T_1/T_2	7.4
L_{mn}	[MPa]	Koeffizienten im linearen Gleichungssystem	9.1.2.2
M	-	Grenzspannungsparameter	3.1.5
M	[N·m]	Torsionsmoment	8.1.1
P	-	Koeffizienten im linearen Gleichungssystem	9.1.1.3
Q	[MPa]	Druck und porenzahlabhängiger Faktor	9.1.1.1
R	-	Absolute Größe von δ	6.2
R	[mm]	Radius des Probekörpers	8.1.1
R	-	Druck und porenzahlabhängiger Faktor	9.1.1.1
S	-	Koeffizienten im linearen Gleichungssystem	9.1.1.3
T_{ik}	[MPa]	Koordinate von $\mathbf{T}$	6.3.1
$\dot{T}_{ik}$	[MPa]	Zeitableitung von T_{ik}	9.1.1.1
$\left(\dot{T}_{ik}\right)_{total}$	[MPa]	Zeitableitung der Koordinate von $\mathbf{T}_{total}$	9.1.1.2
$\overset{\circ}{T}_{ik}$	[MPa]	Jaumann'sche Rate von T_{ik}	9.1.1.3
$\hat{T}_{ik}$	-	Koordinate von $\hat{\mathbf{T}}$	9.1.1.1
T_{ik}^V	[MPa]	Koordinate von $\mathbf{T}^V$	6.3.1.1
$\overset{0}{T}_{12}$	[MPa]	Amplitude von T_{12}	8.1.4
U	-	Ungleichförmigkeitsgrad	7
VMA	[%]	Hohlraumgehalt	5.1.1
V_p	[mm ³]	Porenvolumen	3.1.4
V_s	[mm ³]	Feststoffvolumen	3.1.4
W	-	Koeffizienten im linearen Gleichungssystem	9.1.1.3
W_{ik}	-	Koordinate des Drehungsratetensors	9.1.1.1
a	-	Parameter im hypoplastischen Stoffgesetz	6.1
a	-	Skalarer Faktor im erweiterten hypoplastischen Stoffgesetz	6.2
b	-	Skalarer Faktor im erweiterten hypoplastischen Stoffgesetz	6.2
c	-	Skalarer Faktor im erweiterten hypoplastischen Stoffgesetz	6.2

d_{60}	[mm]	Zu 60% der durchgefallenen Masse gehörende Siebmaschenweite	7
d_{10}	[mm]	Zu 10% der durchgefallenen Masse gehörende Siebmaschenweite	7
e_0	-	Porenzahl unter Druck Null	3.1.4
e_0	-	die Porenzahl zu einem Anfangszeitpunkt	6.3.2
e	-	Porenzahl	3.1.4
e_c	-	Kritische Porenzahl	6.1
e_d	-	Porenzahl bei maximaler Verdichtung	6.1
e_i	-	Maximale Porenzahl bei isotroper Verdichtung	6.1
e_p	-	Porenzahl beim proportionalem Spannungspfad	7.2
e_{p0}	-	Porenzahl beim proportionalem Spannungspfad unter Druck Null	7.2
$e_{\max}$	-	Maximale Porenzahl nach dem Standardverfahren	3.1.3
$e_{\min}$	-	Minimale Porenzahl nach dem Standardverfahren	3.1.3
e_{c0}	-	Kritische Porenzahl unter Druck Null	6.1
e_{d0}	-	Porenzahl bei maximaler Verdichtung unter Druck Null	6.1
e_{i0}	-	Max. Porenzahl bei isotroper Verdichtung unter Druck Null	6.1
Δe	-	Porenzahländerung	7.2
$\dot{e}$	-	Zeitableitung der Porenzahl	6.3.2
f	[s ⁻¹]	Frequenz	8.1.2
f_b	[MPa]	Druck und porenzahlabhängiger Faktor	6.1
f_d	-	Druck und porenzahlabhängiger Faktor	6.1
f_e	-	Druck und porenzahlabhängiger Faktor	6.1
f_s	[MPa]	Druck und porenzahlabhängiger Faktor	9.1.1.1
f_{ampl}	-	der skalare Einfluss der Dehnungsamplitude	3.2.2
f_N	-	der skalare Einfluss der zyklischen Vorbelastung	3.2.2
f_p	-	der skalare Einfluss des mittleren Druckes	3.2.2
f_Y	-	der skalare Einfluss des mittleren Spannungsverhältnisses	3.2.2
f_e	-	der skalare Einfluss der Porenzahl	3.2.2
f_π	-	der skalare Einfluss der Scherrichtungsänderung	3.2.2

h	[mm]	Probenhöhe	8.1.1
h_s	[MPa]	Granulathärte	6.1
i	-	Imaginäre Einheit	8.1.4
m_T	-	Hypoplastische Steifigkeit erhöhender Faktor	6.2
m_R	-	Hypoplastische Steifigkeit erhöhender Faktor	6.2
n	-	Exponent im Stoffgesetz	6.1
p	[MPa]	Mittlerer Druck	3.1.5
$\dot{p}_s$	[MPa]	Zeitableitung des mittleren Drucks	7.2
p_s	[MPa]	Mittlerer Druck	6.1
p_{ik}	[MPa]	Koordinate des Reibungsdrucktensors	6.3.1
p_{Mittel}, q_{Mittel}	[MPa]	Mittelwert von p, q	8.2.2
p_{Min}, q_{Min}	[MPa]	Minimum von p, q	8.2.2
p_{Max}, q_{Max}	[MPa]	Maximum von p, q	8.2.2
q	[MPa]	Deviatorspannung	3.1.3
q	[MPa]	Druck und porenzahlabhängiger Faktor	9.1.1.3
r	[mm]	Innerer Radius der Torsionsringprobe	8.1.1
r	-	Druck und porenzahlabhängiger Faktor	9.1.1.3
r_e	-	Relative Porenzahl	7.4
s	[%]	Sättigung	5.3.2
s_0	[%]	die Sättigung zu einem Anfangszeitpunkt	6.3.2
t	[s]	Zeit	8.1.4
Δt	[s]	Kriechzeitintervall	9.1.2.2.1
u	[MPa]	Porendruck	3.1.6
$\dot{u}$	[MPa]	Porendruckrate	6.3.2
Δv	[mm]	Umfangsverschiebung	8.1.1
α	-	Exponent im Faktor f_d	6.1
β	-	Exponent im Faktor f_e	6.1
β_r	-	Exponent in der Entwicklungsgleichung von δ	6.2
χ	-	Exponent des Steifigkeitsabbaus	6.2
δ	[°]	Phasenwinkel	8.1.4
δ_{ik}	-	Koordinate des intergranularen Dehnungstensors δ	9.1.1.3
δ_{ik}	-	Kronecker Symbol	6.3.1
$\dot{\delta}_{ik}$	-	Zeitableitung δ_{ik} Koordinate des intergranularen	9.1.1.3

		Dehnungstensors $\hat{\delta}$	
$\hat{\delta}_{ik}$	-	Koordinate der Richtung $\hat{\delta}$ des intergranularen Dehnungstensors	9.1.1.3
ε	-	Dehnung	3.1.2
ε_1	-	Axiale Dehnung	3.1.4
ε_v	-	Volumendehnung	3.1.4
ε_{ik}	-	Koordinate des Dehnungstensors	6.3.1
$\dot{\varepsilon}_{ik}$	-	Zeitableitung der Koordinate des Dehnungstensors	6.3.1
ε_i^0	-	Amplitude von ε_i	8.2.2
φ_c	$\left[^\circ\right]$	Kritischer Reibungswinkel	3.1.5
ϕ	$\left[^\circ\right]$	Reibungswinkel	3.1.4
φ_p	$\left[^\circ\right]$	Peakreibungswinkel	5.2.1
$\Delta\varphi$	$\left[^\circ\right]$	Torsionswinkel	8.1.1
γ	-	Scherdehnung	5.4
$\dot{\gamma}$	-	Zeitableitung von γ	8.1.4
γ_0	-	Amplitude von γ	8.1.4
η^{av}	-	mittleres Spannungsverhältnis	3.2.2
λ	[MPa·s]	Der Dilatanz zugeordnete Viskositätskonstante; Lamé-Parameter	6.3.1
μ	[MPa·s]	Viskosität, Lamé-Parameter	6.3.1
ν	-	Poisson-Zahl	6.3.1
ν_p	$\left[^\circ\right]$	Peakdilatanzwinkel	7.4
ω	$\left[s^{-1}\right]$	Kreisfrequenz	8.1.4
θ	$\left[^\circ\right]$	Lode-Winkel	6.1
ρ	-	Normierte Länge des intergranularen Dehnungstensors $\hat{\delta}$	6.2
ρ	[mm]	Radius	8.1.1
σ	[MPa]	Spannung	3.1.2
σ_1	[MPa]	Axiale Hauptspannung	3.1.3
σ_2	[MPa]	Radiale Hauptspannung	3.1.3
σ_3	[MPa]	Zelldruck	5.2
σ_{ik}	[MPa]	Koordinate des Spannungstensors	6.3.1
$\Delta\sigma_1$	[MPa]	Doppelte der Amplitude von σ_1	8.2.1

σ_c	[MPa]	Zelldruck	3.1.4
σ_{1Min}	[MPa]	Unterspannung von σ_1	8.2.2
$\sigma_{1Mittel}$	[MPa]	Mittelwert von σ_1	8.2.2
σ_{1Max}	[MPa]	Oberspannung von σ_1	8.2.2
$\overset{0}{\sigma}_1$	[MPa]	Amplitude von σ_1	8.2.1
σ'_1, σ'_2, p'	[MPa]	Wirksame Spannungen	3.1.6
$\sigma^{av}_1, \sigma^{av}_2$	[MPa]	statische Anteile der Hauptspannungen	3.2.2
τ	[MPa]	Scherspannung	8.1.1
ψ	$\left[\begin{smallmatrix} 0 \\ \end{smallmatrix} \right]$	Winkel in der Spannungsfunktion F	6.1
ψ	$\left[\begin{smallmatrix} 0 \\ \end{smallmatrix} \right]$	Phasenwinkel	9.2.1.3
Θ	-	Dilatanz	6.3.1
$\dot{\Theta}$	-	Zeitableitung der Dilatanz	6.3.1
$\mathbf{D}^{acc}$		die Akkumulationsrate des Dehnungstensors	3.2.2
$\mathbf{D}$		Tensor der Deformationsrate	6.1
$\mathbf{D}_n$		In Richtung δ zeigende Komponente von $\mathbf{D}$	6.2
$\mathbf{D}_t$		Von $\mathbf{D}_n$ unabhängige Komponente von $\mathbf{D}$	6.2
$\mathbf{I}$		Einheitstensor 2. Stufe	6.1
$\mathbf{N}$		Tensorwertige Funktion	Anlage F4
$\mathbf{T}$		Cauchy'scher Spannungstensor	6.1
$\dot{\mathbf{T}}$		Zeitableitung von $\mathbf{T}$	6.1
$\overset{\circ}{\mathbf{T}}$		Jaumann'sche Rate von $\mathbf{T}$	6.1
$\hat{\mathbf{T}}$		Auf den mittleren Druck bezogener Spannungstensor	6.1
$\hat{\mathbf{T}}^*$		Deviator von $\hat{\mathbf{T}}$	6.1
$\mathbf{T}^V$		Viskoser Spannungstensor	6.3.1.1
$\mathbf{T}^V_D$		Deviatorischer Teil von $\mathbf{T}^V$	6.3.1.2
$\mathbf{T}_{total}$		Totaler Spannungstensor	6.3.2
$\mathbf{W}$		Drehungsratetensor	6.1
$\mathbf{M}$		Tensor der Akkumulationsrichtung	3.2.2
$\mathbf{u}$		Tensor des Porendruckes	6.3.2
$\dot{\mathbf{u}}$		Zeitableitung des Porendrucktensors	6.3.2
δ		Intergranularer Dehnungstensor	6.2

$\dot{\delta}$		Zeitableitung von δ	6.2
$\overset{\circ}{\delta}$		Jaumann'sche Rate von δ	6.2
$\hat{\delta}$		Richtung von δ	6.2
$\dot{\epsilon}$		Zeitableitung des Dehnungstensors	6.1
ϵ		Dehnungstensor	6.3.1
$\dot{\epsilon}_D$		Deviatorischer Teil von $\dot{\epsilon}$	6.3.1.1
$\dot{\epsilon}_K$		Kugeltensorieller Teil von $\dot{\epsilon}$	6.3.1.1
$\Delta\epsilon$		Der zeitlich veränderliche Teil des Dehnungstensors	8.2.2
$\Delta\sigma$		Der zeitlich veränderliche Teil des Spannungstensors	8.2.2
$\Delta\epsilon_D$		Deviator von $\Delta\epsilon$	8.2.2
$\Delta\sigma_D$		Deviator von $\Delta\sigma$	8.2.2
$\Delta\epsilon_D$		Deviatorischer Kriechdehnungstensor	9.1.2.2.1
σ		Spannungstensor	8.1.1
σ_D		Deviator von σ	9.1.2.2.1
$\mathcal{I}$		Einheitstensor 4. Stufe	Anlage F4
$\mathcal{J}$		Tensorwertige Funktion	6.2
$\mathcal{M}$		Tensorwertige Funktion	6.2

Anlagenverzeichnis

		Seite
1. ANLAGE A	Stoffmodelle für den Asphalt aus der Fachliteratur	
ANLAGE A1	Das Modell von Bonnier	209
ANLAGE A2	Das DBN-Modell (Die Benedetto & Neifar)	221
ANLAGE A3	Das ACRé-Modell (TU Delft)	228
ANLAGE A4	Das SHRP-Modell (USA)	233
ANLAGE A5	Die Anwendung der Critical-State-Theory für die Asphaltverdichtung von Ter Huerne	236
2. ANLAGE B	Die Porendruckmessanlage	240
3. ANLAGE C	Das Torsionsschergerät	
ANLAGE C1	Der Aufbau	242
ANLAGE C2	Die Umrechnung der Messwerte für den Scherversuch	245
ANLAGE C3	Die Fotos der Probekörper	249
4. ANLAGE D	Die Versuche zu den hypoplastischen Stoffparametern	
ANLAGE D1	Rahmenscherversuchsprotokoll	250
ANLAGE D2	Diagramm der Ergebnisse der undrainierten triaxialen Kompression	252
ANLAGE D3	Fotos über die ödometrische Kompression	253
ANLAGE D4	Fotos über Triaxialproben zur Bestimmung des Parameters α	254
5. ANLAGE E	Bestimmung der akkumulierten Dehnung im Triaxialversuch	
	Fotos der deformierten Triaxialproben	255

6. ANLAGE F	Mathematische Zusammenhänge zu den Elementversuchen	
ANLAGE F1	Einfachscher Versuch Basismodell	257
ANLAGE F2	Einfachscher Versuch Erweitertes Modell	258
ANLAGE F3	Triaxialversuch Erweitertes Modell	259
ANLAGE F4	Ergänzung zum Kapitel 6.2	260
7. ANLAGE G	Mathcad-Ausdrucke für hypoplastische zyklische Elementversuche	
	Einfachscher Versuche	
ANLAGE G1	Basismodell für dehnungsgesteuertes Einfachscheren	261
ANLAGE G2	Basismodell für dehnungsgesteuertes Einfachscheren mit Porendruck	265
ANLAGE G3	Erweitertes dehnungsgesteuertes Einfachschermodell mit Porendruck und Viskosität	270
	Triaxialversuche	
ANLAGE G4	Erweitertes Stoffgesetz für kraftgesteuerte triaxiale Kompression mit Porendruck	276
ANLAGE G5	Erweitertes Stoffgesetz für weggesteuerte triaxiale Kompression mit Porendruck und Viskosität	281
ANLAGE G6	Erweitertes Stoffgesetz für kraftgesteuerte triaxiale Kompression mit Porendruck und Viskosität	286

ANLAGE A1

Die Zusammenfassung des Modells von Bonnier [Bon93]

Das Modell beschreibt den Asphalt bei mittleren und hohen Temperaturen als viskoelastisch-viskoplastisches Material mit isotroper Verfestigung und nicht assoziierter Fließregel.

Der Ausgangspunkt ist die Aufspaltung der Dehnung in elastische und plastische Anteile:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p.$$

Den viskoelastischen Bereich des Asphalts formuliert Bonnier als „viscoelastic solid“ mit einer diskreten Kelvin-Serie. Der viskoplastische Bereich wird auf der Grundlage der klassischen Plastizitätstheorie nach dem „Perzyna-Modell“ mit nichtassoziierter Fließregel und deviatorischer isotroper Verfestigung formuliert. Wegen der inneren Reibung ist die Fließbedingung kegelförmig im Hauptspannungsraum, und sie ist der Bedingung von Di Benedetto sehr ähnlich. Drei Größen sind stark temperaturabhängig:

- die Viskosität im elastischen Bereich,
- die Kriech-Zeit-Konstante (die Viskosität des plastischen Bereiches) und
- der Kohäsionsteil der Fließ- (Bruch-) Bedingung.

Dadurch bewirkt die Temperaturerhöhung einerseits die Verringerung der Steifigkeit im elastischen sowie im plastischen Bereich, andererseits verringert sich die Kohäsion des Materials, wodurch die Bruchbedingung im Extremfall allein durch die Reibung bestimmt wird.

Der linear viskoelastische Bereich

Spannungen innerhalb der Fließbedingung verursachen elastische bzw. viskoelastische Dehnungen. Der Absolutwert des Komplexmoduls charakterisiert die Steifigkeit:

$$|E^*| \equiv |E^*(T, f)|.$$

Durch Anwendung der Temperatur-Frequenz-Äquivalenz wird der Absolutwert mit dem „shift“-Faktor auf eine Referenztemperatur umgerechnet und erhält die sogenannte „Master-Kurve“ (siehe Bild 1). Sie hat eine typische „S“ Form.

Die viskoelastische Steifigkeit wird bei kleinen Dehnungen ($\varepsilon \approx 10^{-4}$) meist unter einaxialer Beanspruchung bestimmt.

Bei einer Flüssigkeit müsste die Steifigkeit, also auch die Master-Kurve, gegen Null gehen, wenn die Frequenz gegen Null geht. Beim Asphalt ist dies nicht der Fall. Die Steifigkeit hat auch bei verschwindender Verformungsgeschwindigkeit einen nichtverschwindenden Wert. Deswegen ist er ein Festkörper, „viscoelastic solid“ (Bild 2). Diese Bedingung erfüllen die „Burgers“-und „Maxwell“-Modelle nicht, im Gegensatz zum so genannten „Zener“-Modell bzw. „Kelvin-Vogt“-Modell oder der generalisierten Kelvin-Serie.

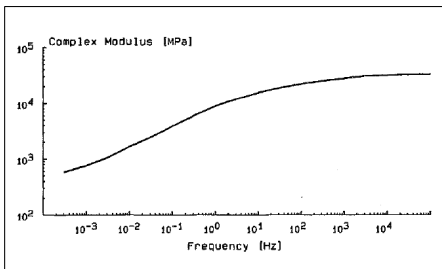


Bild 1: Die „Master-Kurve“ des Komplexmoduls [Bon93]

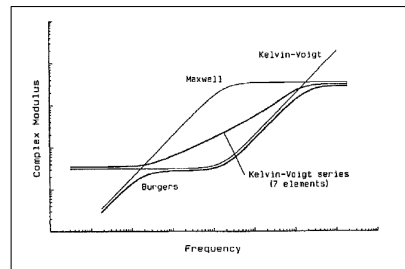


Bild 2: Antwortfunktionen gebräuchlicher Modelle [Bon93]

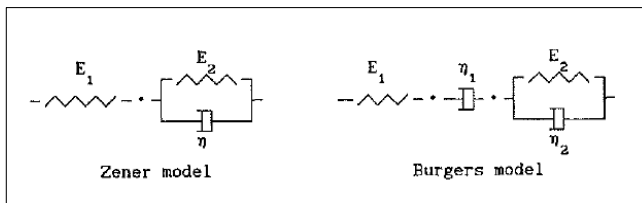


Bild 3: Rheologische Modelle [Bon93]

Das Zener-Modell hat nur 3 Parameter. Auf dem Bild 4 ist der Verlauf der Antwortfunktion des Zener-Modells für 3 verschiedene Frequenzintervalle eingezeichnet, wobei jeder Frequenzintervall nur 100 Hz groß ist.

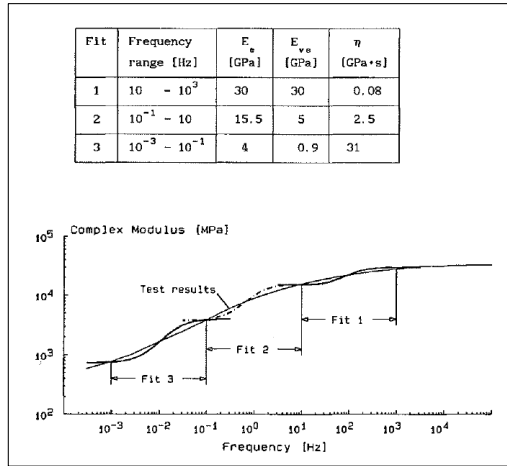


Bild 4: Die Annäherung der experimentellen Ergebnisse mit einem diskreten Modell [Bon93]

Um eine bessere Anpassung zu erreichen, erhöhte Bonnier die Anzahl der Modellparameter.

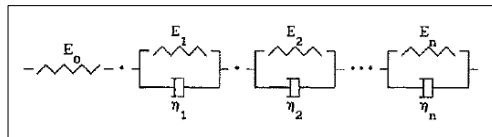


Bild 5: Das generalisierte Kelvin-Modell [Bon93]

Eine sehr gute Annäherung konnte mit einer aus 8 Elementen (15 Parameter) bestehenden Kelvin-Serie erreicht werden. Aus den Parametern der Serie lassen sich der Absolutwert des Komplexmoduls und der Phasenwinkel mit Hilfe folgender Ausdrücke berechnen:

$$(E^*)^2 = \frac{1}{\left(\sum_{i=0}^n \frac{\eta_i \cdot \omega}{E_i^2 + \eta_i^2 \cdot \omega^2} \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^n \frac{E_i}{E_i^2 + \eta_i^2 \cdot \omega^2} \right)^2} \quad \text{und}$$

$$\delta = \arctan \left(\frac{\sum_{i=0}^n \eta_i \cdot \omega / (E_i^2 + \eta_i^2 \cdot \omega^2)}{\sum_{i=0}^n E_i / (E_i^2 + \eta_i^2 \cdot \omega^2)} \right),$$

wobei:

- E_i : die Federkonstanten der Elemente der Kelvin-Serie,
 η_i : die Newtonsche Viskosität der Elemente der Serie,
 $\varpi = 2\pi f$: die Kreisfrequenz der harmonischen Zyklen,
 δ : der Phasenwinkel
 sind.

Die Viskosität ist stark temperaturabhängig. Der physikalische Hintergrund wird auch hier mit der Arrhenius-Gleichung formuliert. Bonnier gibt folgende Umrechnungsbeziehung an:

$$S(T) = \eta_i / \eta_i^r = e^{B(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r})},$$

(die Shift-Funktion wird hier mit $S(T)$ bezeichnet).

Die experimentell ermittelte Konstante beträgt:

$$B = 25000 - 30000 K.$$

Der Verfasser bezieht sich auf die Angaben von Terrell et al. (1973) bzw. auf Chauvin (1990) und Dumont (1992).

Mit der shift-Funktion kann man die Viskosität η_i bei einer beliebigen Temperatur von einem Referenzwert η_i^r berechnen:

$$\eta_i = S(T) \cdot \eta_i^r = e^{B(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r})} \cdot \eta_i^r.$$

Setzt man im obigen Ausdruck des Absolutwertes des Komplexmoduls für die Viskosität diesen Umrechnungsausdruck ein, so erhält man für die viskosen Spannungen:

$$x_i = \eta_i \cdot \varpi = \eta_i \cdot 2\pi f = S(T) \cdot \eta_i^r \cdot 2\pi f = \eta_i^r \cdot 2\pi f \cdot S(T).$$

Mit der Bezeichnung:

$$f_r = f \cdot S(T)$$

$$x_i = \eta_i^r \cdot 2\pi f_r = \eta_i \cdot 2\pi f .$$

Die viskosen Spannungen, gemessen an einer Referenztemperatur und Frequenz, sind mit den Spannungen bei einer anderen Temperatur und einer anderen entsprechenden Frequenz gleich. Der Komplexmodul ändert sich also nicht. Diese theoretische Überlegung bestätigen auch die experimentellen Ergebnisse, womit die Temperatur-Frequenz-Äquivalenz, erweitert auf die Steifigkeit des linear elastischen Bereiches, auch aus theoretischer Sicht verständlich wird. Zu beachten ist, dass es nur für den linear elastischen Bereich gilt, also für die Dehnungen der früher genannten Größenordnung.

Bonnier stellte bei der Erweiterung für den dreidimensionalen Fall mit den entsprechenden elastischen und viskosen Konstanten für jedes Element der Kelvin-Serie die elastischen und viskosen Stoffmatrizen auf.

Die Dehnungen der Kelvin-Serie sind reversibel, d.h. elastisch. Die Kriechdeformationen sind nicht mehr reversibel, d.h. sie sind plastischer Natur.

Das Sekundärkriechen auf der Grundlage Perzyna's „overstress theory“

Nach dem Modell von Bingham ist die Fließgeschwindigkeit eine Funktion der Spannung, welche einen bestimmten Grenzwert überschreitet [Kol08]. Man kann mit dem Norton'schen Exponentialgesetz für Fließen schreiben:

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{1}{\tau} (\sigma - \sigma_{sct})^\beta, \text{ für } \sigma > \sigma_{sct}$$

Hierbei sind:

- $\dot{\epsilon}^{vp}$: die Kriechverformungsrate,
- σ_{sct} : die „Spannungs-Schwelle“,
- τ : die Kriechzeitkonstante,
- β : der Kriechexponent.

Die Kriech-Zeit-Konstante τ ist eine der Viskosität ähnlichen Größe. Sie ist von der Temperatur stark abhängig. Der Kriechexponent β ist dagegen unabhängig von der Temperatur.

Erweitert man den Zusammenhang auf drei Dimensionen, so spricht man von vom „Perzyna-Modell“ [Kol08]. Für den Fall des axialsymmetrischen Triaxialversuchs hat das Gesetz folgende Form:

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{1}{\tau} \left(\frac{q - q_{sct}}{q_0} \right)^\beta$$

für $q > q_{sct}$, wobei q_0 frei wählbar ist, z. B. $q_0 = 1 \text{ MPa}$

Hier sind:

$q = \sigma_1 - \sigma_3$: die Hauptspannungsdifferenz,

$q_{sct} = (p + a_{sct}) M_{sct}$: die Festigkeit,

$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3)$: der durchschnittliche Druck,

$a_{sct} = c_{sct} \cot \phi_{sct}$: der „Pseudodruck“,

ϕ_{sct} : der Reibungswinkel,

c_{sct} : die Kohäsion

$$M_{sct} = \frac{6 \sin \phi_{sct}}{3 - \sin \phi_{sct}}.$$

Für den Reibungswinkel wird für einen Asphalt $\phi_{sct} = 39^\circ$ angegeben, wobei sich der Verfasser auf Di Benedetto's Angaben (1987) bezieht. Neben der Kriechzeitkonstante τ ist die Kohäsion c_{sct} temperaturabhängig. Ausgehend von einem Referenzwert, gemessen an der Referenztemperatur, werden folgende Beziehungen angegeben:

$$\tau = \tau_r \cdot e^{16500 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right)} \quad \text{und}$$

$$c = c_r \cdot e^{3200 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right)}.$$

Der Verfasser bezieht sich auch hier auf Angaben von Di Benedetto. Diese Relationen basieren ebenfalls auf der Arrhenius-Gleichung bzw. auf der Rate-Process-Theory [Bon93].

Das Primärkriechen, der Bereich der plastischen Verfestigung

Auch unter der Festigkeitsgrenze: $\sigma < \sigma_{sct}$ sind plastische Deformationen in der Phase der plastischen Verfestigung möglich. Die Kriech-Dehnungs-Rate kann mit dem Norton'schen Fließgesetz durch folgenden Beziehung beschrieben werden:

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{1}{\tau} \left(\frac{\sigma}{\sigma_o} - h(\varepsilon^{vp}) \right)^\beta, \quad \text{für } \frac{\sigma}{\sigma_o} > h(\varepsilon^{vp})$$

Wobei:

$h(\varepsilon^{vp})$: die Verfestigungsfunktion,
 σ_o : eine frei wählbare Spannung,
 τ : die Kriechzeitkonstante,
 β : der Kriechexponent

sind. Beim Primärkriechen ist der Maximalwert der Beanspruchung die Festigkeitsgrenze:

$$\sigma_{Max} = \sigma_{sct}.$$

Für die axialsymmetrische triaxiale Kompression angewendet gilt folgende Beziehung:

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{1}{\tau} \left(\frac{q}{p^*} - h(\varepsilon^{vp}) \right)^\beta$$

Wobei:

$h(\varepsilon^{vp})$ die Verfestigungsfunktion: $h(\varepsilon^{vp}) \leq M_{sct}$,

$q = \sigma_1 - \sigma_3$ die Hauptspannungsdifferenz,

$$p^* = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) + a_{sct}$$

sind.

Der monoton zunehmende Verlauf der Verfestigung ist auf dem Bild 6 zu erkennen.

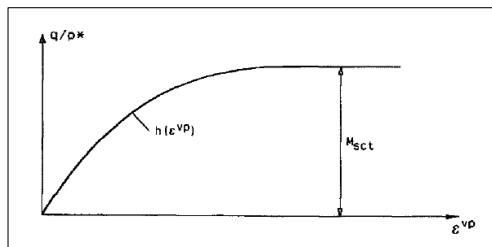


Bild 6: Die axialsymmetrische Verfestigung [Bon93]

Erhöht man die angelegte Spannung stufenweise unterhalb der Festigkeitsgrenze, so erhält man einzelne Primärkriechphasen, wie es auf dem Bild 7 schematisch dargestellt wird.

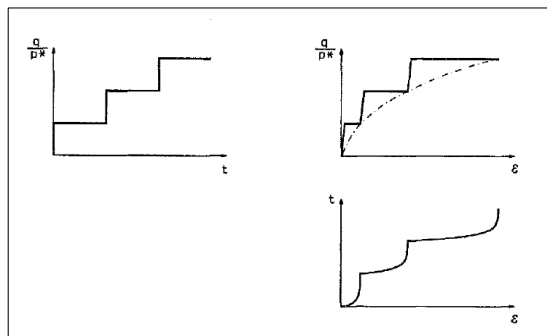


Bild 7: Das Primärkriechen [Bon93]

Die Verfestigungsfunktion wird mit der folgenden Exponentialfunktion definiert:

$$h(\varepsilon^{vp}) = M_{sct} \frac{\varepsilon^{vp}}{\varepsilon_{sct}} \exp(1 - \varepsilon^{vp} / \varepsilon_{sct}),$$

wobei:

ε_{sct} die Bruchdehnung ist, wo M_{sct} den Maximalwert erreicht, hier: $\sim 3\%$.

Die letzte Kriechgleichung für die plastische Dehnungsrate gilt für beide Kriechphasen, also für das Primär- und auch für das Sekundärkriechen. Auf dem Bild 8 sind neben der theoretischen auch die gemessenen Kurven dargestellt.

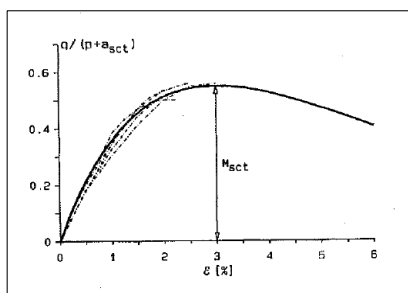


Bild 8: Die gemessene Verfestigung im axialsymmetrischen Fall [Bon93]

Bonnier macht zwei Korrekturen. Der Grund ist auf dem Bild 9 zu erkennen.

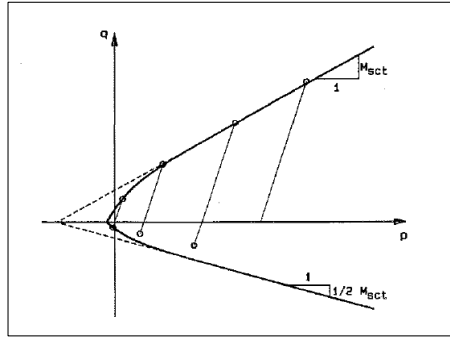


Bild 9: Die Grenzbedingung im Zugbereich [Bon93]

Erstens: für die Beschreibung der Extensionsversuche, wenn der Zelldruck größer ist als die Axialspannung, gilt:

$$|\dot{\varepsilon}^{vp}| = \frac{1}{\tau} \left(2 \frac{|q|}{p^*} - h(\varepsilon^{vp}) \right)^\beta \quad \text{und}$$

$$h(\varepsilon^{vp}) = M_{sct} \frac{|\varepsilon^{vp}|}{\varepsilon_{sct}} \exp(1 - |\varepsilon^{vp}| / \varepsilon_{sct}).$$

Zweitens: für den axialen Zug beziehungsweise für den Fall kleiner Zelldrücke:

$$M_{sct}^* = M_{sct} \frac{(p+p_1)}{p_2}.$$

Der Bereich der Grenzbedingung wird druckabhängig eingeengt. Der durchschnittliche Druck p_1 ist der Schnittpunkt mit der p -Achse. Die Druckwerte p_1 und p_2 werden aus einaxialen Zug- und Druckversuchen bestimmt.

Die Verallgemeinerung für den dreidimensionalen Zustand

Der Vektor der viskoplastischen Kriechrate $\underline{\dot{\varepsilon}}^{vp}$ kann im allgemeinen Fall mit den mathematischen Mitteln der Plastizitätstheorie wie folgt berechnet werden:

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{vp} = \frac{1}{\tau} f^\beta \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}, \text{ für } f > 0.$$

Hierbei sind:

f : die Fließfunktion,

g : die plastische Potentialfunktion,

$\underline{\sigma}$: der Spannungsvektor,

τ : die Kriechzeitkonstante,

β : der Kriechexponent.

In der Fließfunktion $f = \frac{\tilde{q}}{p^*} - h(\kappa, p)$ sind:

$$\tilde{q} = \sigma_1 + \sigma_2 - 2\sigma_3,$$

$$p^* = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) + a_{sct},$$

$$a_{sct} = c_{sct} \cot \phi_{sct},$$

$$h(\kappa, p) = M^*_{sct} \cdot \frac{K}{K_{sct}} e^{1-\kappa/K_{sct}},$$

$$M^*_{sct} = M_{sct} \left(1 - e^{-\frac{(p+p_1)}{p_2}} \right),$$

κ : ist der innere Verfestigungsparameter.

Die Fließbedingung $f = 0$, dargestellt im Raum der Hauptspannungen, enthält das Bild. 10.

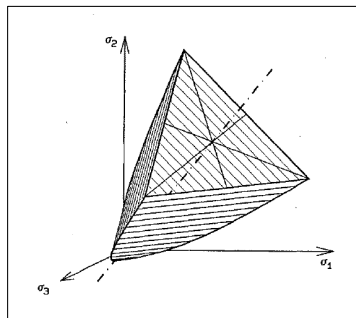


Bild 10: Die Fließbedingung im Hauptspannungsraum [Bon93]

Mit der Ausnahme der Modifizierung im Bereich der kleinen durchschnittlichen Drücke ist die Fließbedingung der von Di Benedetto gleich [Ben07].

Die Rate des Verfestigungsparameters wird als die Norm der deviatorischen plastischen Dehnungsrate definiert:

$$\dot{\kappa} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_1^{vp^2} + \dot{\epsilon}_2^{vp^2} + \dot{\epsilon}_3^{vp^2})}, \text{ mit}$$

$$\dot{\epsilon}_i^{vp} = \dot{\epsilon}_i^{vp} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon}_{vol}^{vp},$$

$$\dot{\epsilon}_{vol}^{vp} = \dot{\epsilon}_1^{vp} + \dot{\epsilon}_2^{vp} + \dot{\epsilon}_3^{vp},$$

wobei $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2, \dot{\epsilon}_3$, die Hauptdehnungsraten sind.

Die Verfestigung ist also isotrop und deviatorisch. Die noch fehlende Richtung des viskoplastischen Fließens wird durch die Normalenrichtung

$$\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}$$

des plastischen Potentials bestimmt. Die Fließregel ist nicht assoziiert, d.h. das plastische Potential ist nicht mit der Fließbedingung identisch. Folglich steht die Fließrichtung nicht normal zur Fließbedingung, wie es auf dem Bild 11 zu erkennen ist.

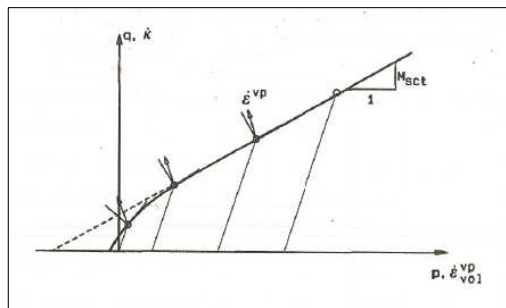


Bild 11: Die plastische Fließrichtung [Bon93]

Die plastische Potentialfunktion unterscheidet sich von der Fließbedingung in der Verfestigungsfunktion $h'(\kappa, p)$, in welcher der Parameter M'_{sct} :

$$h'(\kappa, p) = M'_{sct} \frac{\kappa}{\kappa_{sct}} e^{\frac{\kappa_{sct} - \kappa}{\kappa_{sct}}},$$

nicht den Reibungswinkel, sondern den Dilatanzwinkel ψ_{sct} ($< \phi_{sct}$) enthält:

$$M'_{sct} = \frac{6 \sin \psi_{sct}}{3 - \sin \psi_{sct}}.$$

ANLAGE A2

Die Zusammenfassung des Modells von Di Benedetto & Neifar [Ben07]

Die Benedetto's Modell ist universell einsetzbar. Es beschreibt den Asphalt auch im Fall niedriger Temperaturen.

Damit ist es dem Modell von Bonnier ähnlich. Vom physikalischen Inhalt her unterscheiden sie sich nur in Einzelheiten, die sich aus den Differenzen der mathematischen Formulierung ergeben. Im Bereich der Viskoelastizität gibt es keine nennenswerten Differenzen. Die Kelvin-Serie beschreibt ein „viscoelastic solid“, für welche das Prinzip der Frequenz-Temperatur-Äquivalenz gilt. Di Benedetto betont, dass das Prinzip eigentlich nur für die viskosen Elemente mit Newton'scher Viskosität gültig ist.

Die diskreten Elemente werden durch Di Benedetto auch für den viskoplastischen Bereich beibehalten, die Funktion der viskosen Elemente bleibt unverändert. Die rateunabhängigen elastoplastischen Teilkörper werden gesondert mit den Mitteln der Plastizitätstheorie behandelt, wobei für sie in der Fließbedingung nur die Kohäsionsanteile unterschiedlich sind. Der Reibungsanteil, welcher temperaturunabhängig ist, ist für alle Elemente gleich. Die kegelförmige Fließbedingung, die nichtasoziierte Fließregel sind den üblichen Gesetzmäßigkeiten für granulare Materialien, wie Sand, ähnlich. Die Spannungen der viskosen Elemente werden zu den Spannungen der parallelgeschalteten elastoplastischen Körper addiert. Das Perzyna-Modell wird hier nicht angewendet. Die Verfestigung ist isotrop und deviatorisch. Die Kohäsionsanteile der Fließbedingung der elastoplastischen Körper sind temperatursensitiv.

Die Temperaturerhöhung verringert die Viskosität, d.h. die Steifigkeit im elastischen wie im plastischen Bereich. Andererseits wird auch die Fließbedingung durch die temperatursensitive Kohäsion negativ beeinflusst.

Die Bereiche der mechanisch-thermischen Beanspruchungen des Asphalts

Das nächste Bild gibt einen guten Überblick vorkommender Beanspruchungen des Asphaltes in der Straßendecke.

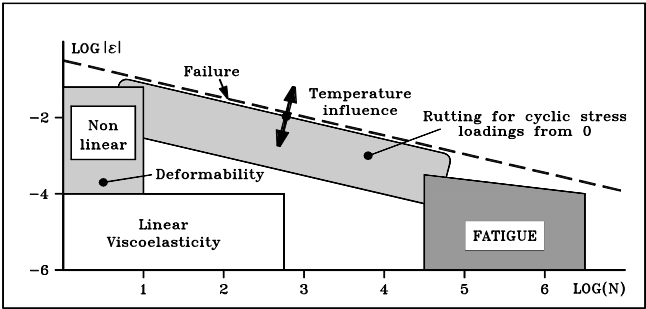


Bild 1: Beanspruchungen in der Straßendecke [Ben07]

Zu entnehmen ist, dass die Spurbildung bei mehr als zehntausend Belastungszyklen und außerhalb des linear-elastischen Dehnungsbereiches eingeordnet ist, wobei der Temperatureinfluss eine Rolle spielt.

Im Einklang mit dem Modell von Bonnier beschreibt Di Benedetto den viskoelastischen Bereich auch als „viskoelastic solid“. Der Bereich der plastischen Dehnungen wird – im Gegensatz zu Bonnier – auch mit dem diskreten Modell beschrieben, so dass die viskosen Elemente genauso funktionieren wie im elastischen Bereich. Die elastoplastischen Teilkörper funktionieren rateunabhängig, das Perzyna-Modell wird hier nicht angewendet. Die elastoplastischen Teilkörper werden alle für sich behandelt und zusammengefügt.

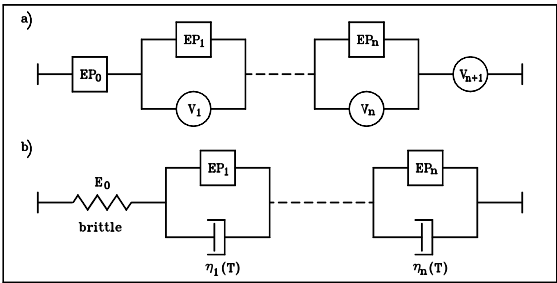


Bild 2: Der Aufbau des diskreten Modells [Ben07]

Das Prinzip der Frequenz-Temperatur-Äquivalenz gilt generell nur für die viskosen Teilkörper mit Newtonscher Viskosität.

Der eindimensionale, linear viskoelastische Bereich

Der linear viskoelastische Bereich ist nicht nur für kleine Dehnungen ($\varepsilon \leq 10^{-4}$), sondern gleichzeitig auch bis für einige hundert Lastzyklen begrenzt.

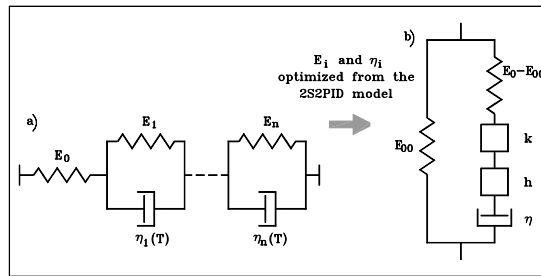


Bild 3: Die Kalibrationsstufen [Ben07]

Mit den experimentellen Ergebnissen wird erst das „Huet-Sayegh-Modell“ (2S2P1D) für eine gegebene Temperatur kalibriert:

$$E^{*2S2P1D}(j\omega, \tau) = E_{00} + \frac{E_0 - E_{00}}{1 + \delta(j\omega\tau)^{-k} + (j\omega\tau)^{-h} + (j\omega\eta\tau)^{-1}}.$$

„k“ und „h“ sind nichtlineare Elemente dieses Modells. Die 7 Parameter des Modells sind:

- $E_{00}; E_0$: die Federkonstanten,
- $\delta; k; h$: die Konstanten der nichtlinearen Elemente,
- τ : der Zeitfaktor,
- η : die Viskosität.

Das nichtlineare Modell wird mit der linearen Kelvin-Serie ersetzt, indem die Parameter der Serie mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt werden. Die Erhöhung der Anzahl der Elemente der Serie macht keine zusätzlichen experimentellen Ergebnisse erforderlich, da das „Huet-Sayegh-Modell“ ein kontinuierliches Spektrum der „Messergebnisse“ liefert. Die Steifigkeit der Kelvin-Serie ist:

$$E^{*DBN}(j\omega, T) = \left(\frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i + j\omega\eta_i(T)} \right)^{-1}$$

Wobei:

$$j^2 = -1;$$

$\eta_i(T)$: die lineare Viskosität,

$\omega = 2\pi f$: die Kreisfrequenz der Belastung,

T : die absolute Temperatur,

E_o, E_i : die linear elastische Federkonstanten
sind.

Der eindimensionale, nichtlinear viskoplastische Bereich

Die viskosen Elemente arbeiten genauso wie im elastischen Bereich. Das Verhalten der elastoplastischen Körper ist, Zitat: „qualitativ mit dem, der granularen, nichtkohäsiven Materialien, wie der Sand, identisch“ [Ben07]. Daraus folgt, dass zur Beschreibung inkrementelle Gesetze geeignet sind:

$$\Delta\sigma = f(\Delta\varepsilon).$$

Für den eindimensionalen Fall wird die „Masing-Regel“ für zyklische Belastungen verwendet, welche besagt, dass nach der Beanspruchungsumkehr der neue Pfad einer Kurve folgt, die der in den Spannungen und Dehnungen verdoppelten Erstbelastungskurve entspricht [Kre99]. Der hyperbolische Kurvenverlauf bestimmt die Verfestigung.

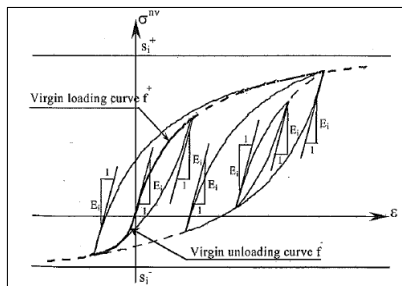


Bild 4: Die Masing-Regel [Ben07]

Für die eindimensionale Festigkeit σ_p , welche unmittelbar mit s_i^+ im Zusammenhang steht, gilt:

$$\sigma_p = \beta_c \ln \left(\frac{a_T \dot{\varepsilon} + \delta_c}{\dot{\varepsilon}_0} \right) + \gamma_c$$

Wobei:

a_T : der „shift“-Faktor,
 $\dot{\epsilon}_0$: die Referenzverformungsgeschwindigkeit,
 $\beta_C; \delta_C; \gamma_C$: Materialkonstanten

sind.

Die Festigkeitsgrenze ist für jeden Teilkörper unterschiedlich groß und ist temperatur- bzw. verformungsgeschwindigkeitsabhängig.

Der dreidimensionale plastische Bereich

Für die Dehnungsrate eines Elementes der Kelvin-Serie gilt die übliche Aufspaltung auf elastische und plastische Anteile:

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \underline{\dot{\epsilon}}^e + \underline{\dot{\epsilon}}^p = \underline{M} \cdot \underline{\dot{\sigma}}.$$

$\underline{M}$ ist der „nicht viskose rheologische“ Tensor, die Inverse des Steifigkeits-tensors $\underline{K}$:

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{K} \cdot \underline{\dot{\epsilon}}.$$

Mit dem Formalismus der Plastizitätstheorie wird die Dehnungsrate wie folgt berechnet:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \left(M_{ijkl}^e + \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \right) \cdot \dot{\sigma}_{kl} \quad \text{bei Belastung und}$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = M_{ijkl}^e \cdot \dot{\sigma}_{kl}$$

bei Entlastung.

Hier ist:

M_{ijkl}^e : der elastische Tensor,
 H : der Verfestigungsmodul,
 f : die Fließbedingung,
 g : das plastische Potential.

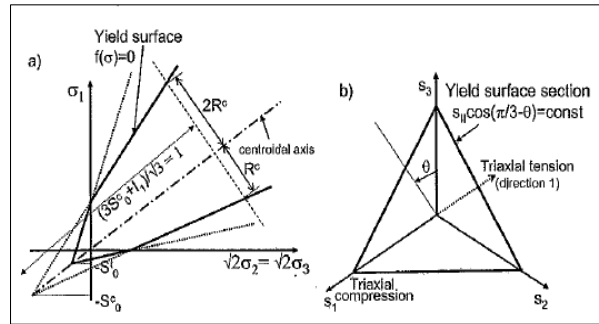


Bild 5: Die Fließbedingung [Ben07]

Die Fließbedingung, welche einen Kegel im Hauptspannungsraum darstellt, wird allgemein wie folgt formuliert:

$$f(\sigma_{ij}, R) = s_{II} h(\theta) - \frac{R(I_I + 3S_0)}{\sqrt{3}}$$

Wobei:

$I_I = \text{tr}(\sigma)$: die erste Spannungsinvariante,
 $s_{II} = (s_{ij}^2)^{0,5}$: die Norm der Deviatorspannung,
 θ : der so genannte Lode Winkel,
 R : die Verfestigungsvariable ($R=0$ beim isotropen Druck und $R = R_{fail}$ an der Fließbedingung)

sind.

Weiterhin gelten folgende Beziehungen:

$$\cos(3\theta) = 3\sqrt{6} \frac{\text{Det}(s)}{s_{II}^3} \quad \text{und} \quad h(\theta) = \cos(\pi/3 - \theta).$$

Die Querschnittsform der Fließbedingung in der Deviatorenebene ist ein regelmäßiges Dreieck. Für die Spannungswerte S_0 sind zwei Fälle zu unterscheiden:

s_0^c : für den Druckbereich, wenn alle Hauptspannungen > 0 sind;

S'_0 : für Zugbereich, wenn eine der Hauptspannungen < 0 ist.

Das Modell hat eine nichtassoziierte Fließregel, die Potentialfunktion g ist nicht gleich der Fließbedingung. Sie wird wie folgt definiert:

$$g(\sigma_{ij}) = s_{II} + \tan(\beta_g) I_1 / \sqrt{3}$$

Dabei ist:

$$\tan(\beta_g) = - \frac{\dot{\epsilon}_{vol}^p}{\dot{\epsilon}_{II}^p \sqrt{3}}.$$

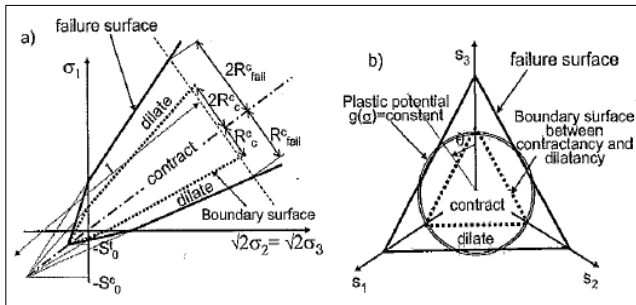


Bild 6: Plastisches Potential, Bereiche der Kontraktanz und Dilatanz [Ben07]

Es gibt zwei Stoffparameter, die für alle Elemente „i“ der Kelvin-Serie gleich sind:

R_C^C : die Verfestigungsvariable der Grenzfläche zwischen kontrahantem und dilatantem Verhalten, und

$a_g = - \frac{\dot{\epsilon}_{vol}^p}{\dot{\epsilon}_{II}^p \sqrt{3}}$: das Verhältnis der Invarianten der plastischen Dehnungsraten

im Bruchzustand.

ANLAGE A3

Die Zusammenfassung des ACRE-Modells [Cag04, Gib06, Med]

Das ACRE-Modell benutzt einen anderen Formalismus als die ersten beiden Modelle. Es wird das „Desai-Modell“, welches ursprünglich als rateunabhängiges Modell für granulare Materiale ausgearbeitet wurde, in Verbindung mit dem Perzyna-Modell benutzt [Gib06].

Das Modell ist viskoelastisch-viskoplastisch, isotrop-deviatorisch und volumetrisch verfestigend. Für die Spurbildung wird die plastische volumetrische Kompression als maßgebende Größe ausgewertet [Liu09].

Zwischen dem plastischen Potential und der Fließbedingung wird kein Unterschied gemacht, die Fließregel ist also assoziiert.

Temperatur- und verformungsgeschwindigkeitsabhängig ist die Steifigkeit im elastischen Bereich, weiterhin der Fluiditätsparameter – eine der Viskosität ähnliche Größe – und auch die Fließbedingung im plastischen Bereich.

Die Definition der „overstress“-Funktion

Nach dem Perzyna-Modell gilt für die plastische Dehnungsrate $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ [Gib06]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \text{für } \lambda \geq 0$$

Wobei:

g : die plastische Potentialfunktion,
 σ_{ij} : der Spannungstensor,
 λ : der viskoplastische Parameter
sind.

Die Rate des viskoplastischen Parameters ist eine Funktion der „overstress“-Funktion Φ :

$$\dot{\lambda} = \Gamma \cdot \langle \Phi \rangle$$

Wobei:

Γ : der „Fluiditätsparameter“ (eine der Viskosität ähnliche Größe, sie ist temperaturabhängig),
 $\langle \Phi \rangle$: die „overstress“ Funktion

sind [Gib06].

Für den Klammerausdruck $\langle \Phi \rangle$ gilt:

$\langle \Phi \rangle = 0$ für $\Phi \leq 0$,
 $\langle \Phi \rangle \neq 0$ für $\Phi > 0$.

Die „overstress-Funtion“ wird als Funktion der Fließfläche F definiert [Gib06]:

$$\Phi(F) = A \left(\frac{F}{F'_0} - 1 \right)^N$$

Hier sind $A; N$ Materialparameter.

Die Spannungswerte $F; F'_0$ können aus dem Bild 1 entnommen werden.

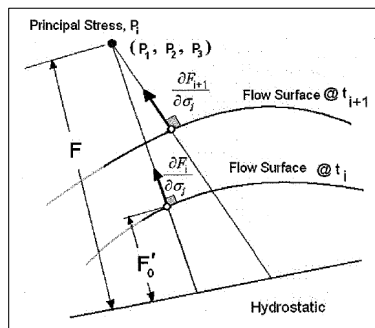


Bild 1: Definition der „overstress“-Funktion [Gib06]

Hier wird eine assoziierte Fließregel angewendet, die Funktion des plastischen Potentials g und die der Fließfläche sind einander identisch:

$$g \equiv F.$$

Die Fließbedingung nach Desai [Liu09]

Die Fließfläche (Bild 2), benannt als „HISS: hierarchical single surface“, ist ursprünglich für Geomaterialien ausgearbeitet worden.

Die Gleichung der Fließfläche ist:

$$f = \frac{I_2}{p^2} - \frac{\left[-\alpha \left(\frac{I_1 - R}{p^2} \right)^n + \gamma \left(\frac{I_1 - R}{p^2} \right)^2 \right]}{\sqrt{1 - \beta \cos(3\theta)}} = 0$$

Wobei:

p : der durchschnittliche Druck,

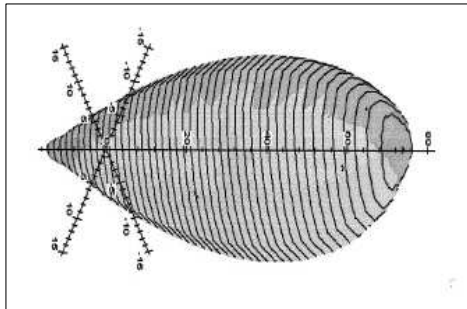


Bild 2: Die Fließfläche „HISS“ im Raum der Spannungsvarianten: $I_1; I_2$ [Liu09]

θ : der Lode Winkel ($\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{I_3}{I_2^{3/2}}$),

$I_1; I_2; I_3$: die Spannungsinvarianten,

$\alpha; \gamma; R; n$: die Materialparameter

sind.

Bei der einfachsten Anwendung der HISS-Fließfläche reichen die beiden Parameter R (für die Kohäsion) und γ (für die Reibung) als Parameter für die Bruchbedingung aus. Man kann feststellen, dass die zunehmende Dichte

Verfestigung verursacht. Das Modell ist gleichzeitig volumetrisch und auch deviatorisch isotrop verfestigend.

Die Materialparameter und deren Bestimmung

Die Parameter sind wie folgt:

- R : der „Pseudodruckparameter“ für die Kohäsion,
 γ : der Reibungsparameter,
 n : der Parameter des volumetrischen Verhaltens,
 α : der Parameter der Verfestigung.

Sie werden aus folgenden Messwerten berechnet:

- f_c : einaxiale Druckfestigkeit (R, γ),
 f_t : einaxiale Zugfestigkeit (R),
 $\sigma_{dila\ tan\ t}$: die einaxiale Druckspannung, bei der die Dilatanz der Probe beginnt (n),
 $\sigma_{plas, c}$: die einaxiale Druckspannung ist, bei welcher der elastische Bereich endet (α).

Die Temperaturabhängigkeit

Alle zur Berechnung der Materialparameter notwendigen Messwerte sowie auch die Steifigkeit

S_{Mix} , hängen von der Temperatur und von der Verformungs-geschwindigkeit ab.

Die Form der mathematischen Funktion ist für alle Größen gleich, nur die entsprechenden Parameter sind unterschiedlich:

$$f_{c,t}; \sigma_{dila\ tan\ t}; \sigma_{plas, c}; S_{Mix} = a \left(c - \frac{1}{1 + (\dot{\epsilon}) \exp \left(\left(\frac{b}{T_k} \right)^2 + d \right)^e} \right),$$

hier sind:

$f_{c,t}; \sigma_{dilatant}; \sigma_{plas,c}; S_{Mix} :$ temperatur- und geschwindigkeitsabhängige Spannungen
 und Steifigkeit, ermittelt bei dehnungskontrolliertem
 einaxialem Versuch,
 $\dot{\varepsilon} :$ die Dehnungsrate,
 $T_k :$ die Temperatur,
 $a;b;c;d;e :$ verschiedene Parameter.

ANLAGE A4

Die Zusammenfassung des SHRP-Modells [55]

Eine nachvollziehbare, genaue Beschreibung steht nicht zur Verfügung, so dass hier eine überwiegend verbale Darstellung gegeben wird.

Es gab mehrere Entwicklungsstufen. Die allererste Variante war nur viskoelastisch, ein dreidimensionales allgemeines Maxwell-Modell. Man hat das Modell dann mit einem elastoplastischen Teil ergänzt, indem man es mit diesem parallelgeschaltet hat.

Das Modell besteht aus einem viskoelastischem und einem rateunabhängigen Teil [Shr94].

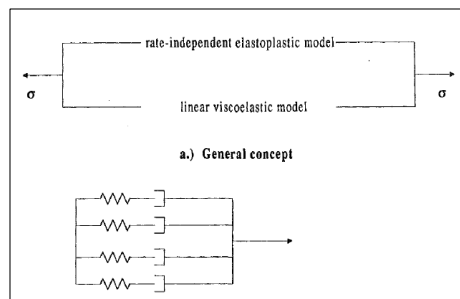


Bild 1: Die Struktur des SHRP-Modells [Shr94]

Der viskoelastische Teil

Ursprünglich bestand das allgemeine Maxwell-Modell aus nichtlinearen elastischen Elementen, und später vereinfachte man es auf lineare Elemente. Das Modell hat folgende Parameter:

- G^* : der Komplexmodul,
- δ : der Phasenwinkel,
- a_T : der shift-Faktor.

Für das Maxwell-Modell gilt das Temperatur-Frequenz-Äquivalenz-Prinzip.

Der elastoplastische Teil

Der elastische Bereich ist nichtlinear, und das Deformationspotential ist die folgende Funktion der elastischen Deformationsinvarianten:

$$W(\varepsilon^e) = \frac{1}{2}C_1I_1^2 + C_2I_2 + \frac{1}{3}C_3I_1^3 + C_4I_1I_2 + C_5I_3 + \frac{1}{4}C_6I_1^4 + C_7I_1^2I_2 + C_8I_1I_3 + \frac{1}{2}C_9I_2$$

Wobei:
 $\varepsilon^e = \varepsilon - \varepsilon^i$: der elastische Teil des Dehnungstensors,
 ε^i : der nichtelastische Anteil des Dehnungstensors,
 $I_1; I_2; I_3$; die Invarianten des elastischen Dehnungstensors,
 $C_1...C_9$: die Materialparameter
sind.

Der plastische Bereich des Modells ist isotrop und kinematisch verfestigend mit einer assoziierten Fließregel. Man hat, im Gegensatz zu den europäischen Modellen, die Fließbedingung von Mises angewendet. Die plastischen Parameter des Modells sind: $\sigma_y; \beta; \bar{H}$.

Die Bestimmung der Materialparameter

Alle Materialparameter und die Versuchsart zu ihrer Bestimmung sind in der nächsten Tabelle zusammengefasst.

Tabelle: Die Materialparameter und deren Bestimmung [Shr94]

Type of parameter	Name of parameter	Test
Nonlinear Elastic Parameters	C_2, C_4, C_9	Simple Shear Constant Height (Creep)
	C_1, C_3, C_6 and C_7	Uniaxial Strain
	C_5 and C_8	Volumetric
Viscoelastic Parameters	G^*, δ, a_T	Simple Shear Constant Height (Frequency Sweep)
Plastic Parameters	$\sigma_y, \beta, \bar{H}$	Simple Shear Constant Height (Creep)

Die Bilder enthalten die Versuchsarten, mit denen die Materialparameter bestimmt werden.

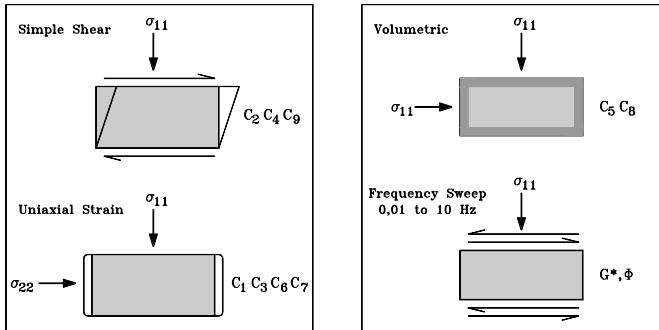


Bild 2: Versuche zur Bestimmung der Materialparameter

Einfachscheren und einaxiale Kompression (links), isotrope Kompression und zyklisches Einfachscheren (rechts) [Shr94]

Die Annahmen bei der Parameterbestimmung

Die Parameter des elastoplastischen Modells werden in Zeitintervallen bestimmt, welche länger sind als die Relaxationszeiten der Maxwell-Elemente, damit die Spannungswirkung des viskoelastische Modells abgebaut ist.

Die Parameter des Maxwell-Modells werden bei solch kleinen Dehnungen bestimmt, bei welchen keine plastischen Deformationen auftreten.

ANLAGE A5

Die Zusammenfassung der Anwendung der Critical-State-Theory durch ter Huerne für die Verdichtung des Asphaltes [Hue04]

Die genannte Theorie dient als Grundlage der so genannten Cam-Clay-Modelle, welche die ersten, direkt für den Boden konzipierten Stoffgesetze sind [Kol08]. Diese Anwendung ist aus zweierlei Hinsicht interessant:

- das Modell ist volumetrisch verfestigend mit der Porenzahl als Verfestigungsparameter [Kol08] und
- es bleibt auch in der Anwendung rateunabhängig.

Mit Ausnahme des Modells von Desai waren die anderen Modelle deviatorisch verfestigend, beim SHRP-Modell untersuchte man sogar die Verfestigung mit Einzelscheren bei konstantem Volumen (konstanter Höhe). Auch in den Untersuchungen Francken's geht es in erster Linie um die deviatorische Beanspruchung als maßgebende Ursache für die plastische Verformung.

Für alle Modelle spielte die temperaturabhängige Steifigkeit eine besondere Rolle, welche direkt berücksichtigt wurde. In dieser Anwendung untersucht man die temperaturabhängige Verdichtbarkeit auf einem indirekten Weg. Die Verdichtung der Asphaltmischung beim Einbau in die Fahrbahn erfolgt normalerweise bei hohen Temperaturen ($\geq 100^\circ\text{C}$). Durch die Abkühlung wird das Bitumen zähflüssiger. Der Abkühlungseffekt wird im Labor erreicht, indem man die Verdichtungsparameter des rateunabhängigen Modells mit Bitumensorten verschiedener Viskosität ermittelt.

Die anzustrebenden Spannungszustände bei der Verdichtung

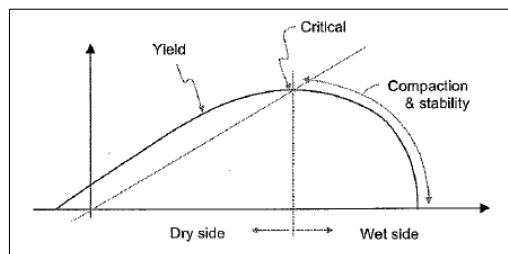


Bild 1: Die angewendete Fließfunktion im p-q Koordinatensystem [Hue04]

Wird ein granulares Material plastisch beansprucht, so unterscheidet die Theorie drei Fälle. Im kritischen Zustand bleiben der Spannungszustand und das Volumen des Materials erhalten. Alle Punkte der Geraden auf dem Bild 1, welche durch den Koordinatenursprung geht, repräsentieren solche Zustände. Die Punkte, die auf der Fließkurve und links der Geraden sind, sind auf der „trockenen“ Seite, weil das Material lockerer wird, dagegen sind die Punkte auf der Fließkurve rechts von der Geraden auf der „nassen“ Seite, weil sich das Material verdichtet.

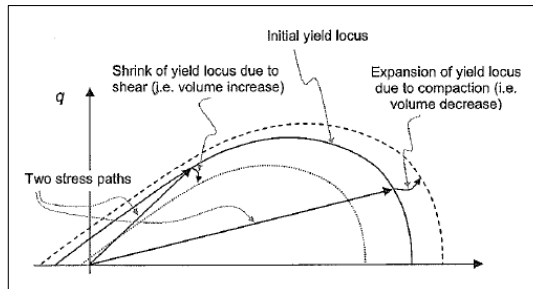


Bild 2: Verfestigung und Entfestigung [Hue04]

Beim Einbau der Asphaltmischung in die Fahrbahn sind Spannungszustände anzustreben, welche die Verdichtung des Materials auslösen. Man erreicht es durch ein Scher-druckspannungs- Verhältnis (q/p'), welches kleiner ist als der Anstieg der Geraden der kritischen Dichtezustände (Critical-State-Line). Diese Zustände sind auf der „nassen“ Seite. Die Fließfläche vergrößert sich, das Material verfestigt sich, sein Scherwiderstand wächst, es ist stabil (Kurve „A“).

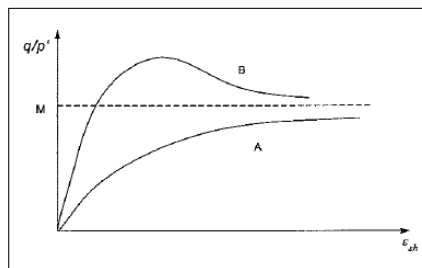


Bild 3: Stabiles und instabiles Verhalten [Hue04]

Bei Spannungsverhältnissen q/p' , welche größer als im kritischen Zustand, also auf der „trockenen“ Seite sind, erreicht man keine Verdichtung, sondern

Auflockerung, die Fließfläche schrumpft. Die Dehnung des Materials erfolgt nicht homogen, sondern entlang Diskontinuitätsflächen (Gleitflächen). Es ist instabil (Kurve B).

Bemerkung:

Die obige Beschreibung, welche aus der Literaturstelle [Hue04] stammt, gilt nur für monotone Belastungen, aber für zyklische mit hinreichend kleinen Dehnungen nicht.

Die Verdichtungsversuche und ihre Auswertung

Die vorverdichteten Asphaltproben mit einem Anfangsporenvolumen von $VMA \approx 28\%$ sind in einer axialsymmetrischen Zelle (Hveem-Stabilometer) weiter verdichtet worden. Die Änderung des Porenanteils (VMA) als Funktion des Logarithmus des durchschnittlichen Druckes ($\log p'$) ist auf dem Bild 4 dargestellt. Die schnellere Verdichtung deutet an, dass die Fließbedingung erreicht ist, bei Entlastung ist eine bleibende Volumenverkleinerung festzustellen.

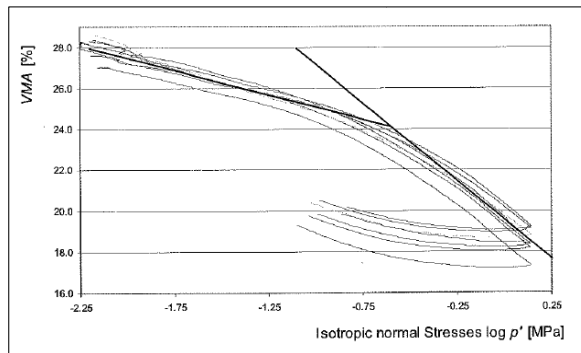


Bild 4: Ergebnisse von Verdichtungsversuchen [Hue04]

Führt man die Versuche bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen q/p durch, so stellt man verschiedene bleibende Scherverformung-Volumenänderungs-Verhältnisse $\epsilon_{sh} / \epsilon_{vol}$ fest. Setzt man assoziierte Fließregel voraus, wie es auf dem Bild 5 dargestellt ist, so kann man aus diesen Angaben den elliptischen Verlauf der Fließkurve berechnen.

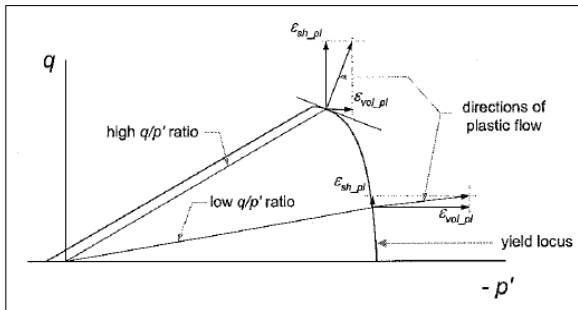


Bild 5: Die assoziierte Fließregel [Hue04]

Der simulierte Temperatureffekt

Wie eingangs erwähnt, hat man die Verdichtungsversuche nicht bei unterschiedlichen Temperaturen durchgeführt, sondern bei gleicher Zimmertemperatur mit Bitumensorten, deren Viskosität der zu simulierenden Temperatur entsprach.

Das unerwartete Ergebnis zeigte eine geringere Verdichtungsneigung in den Versuchen mit der höheren Temperatur als mit der niedrigeren.

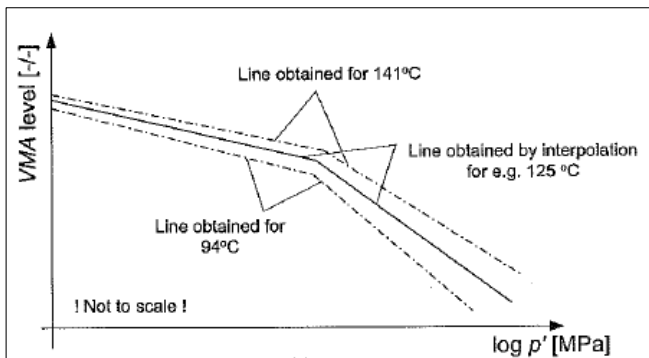


Bild 6: Der Temperatureinfluss [Hue04]

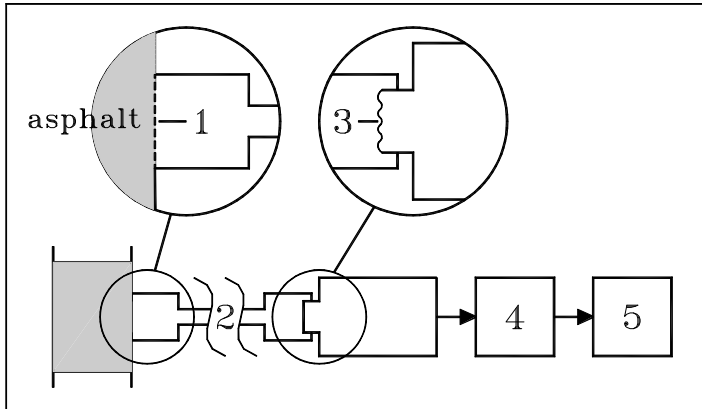
ANLAGE B**Die Porendruckmessanlage**

Bild 1: Das Schaltschema der Messeinrichtung

Teile:

1. Filterstein
2. Flexible Druckleitung
3. Membrane der Messpatrone (Firma KELLER, Schweiz)
4. Konverter
5. PC

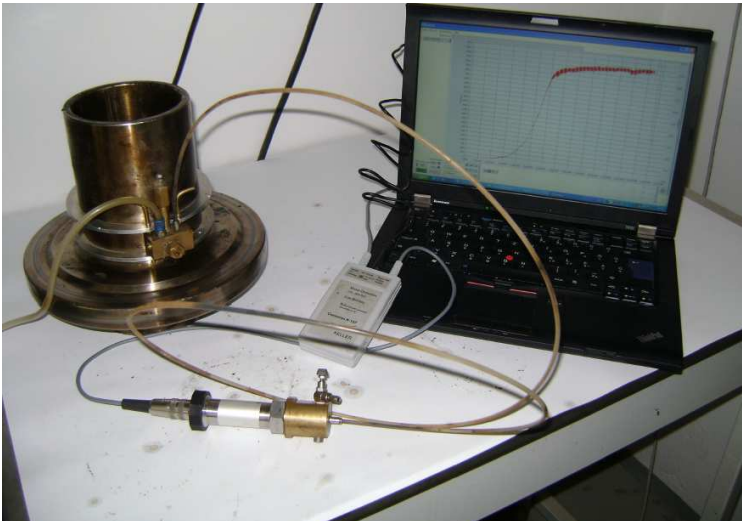


Bild 2

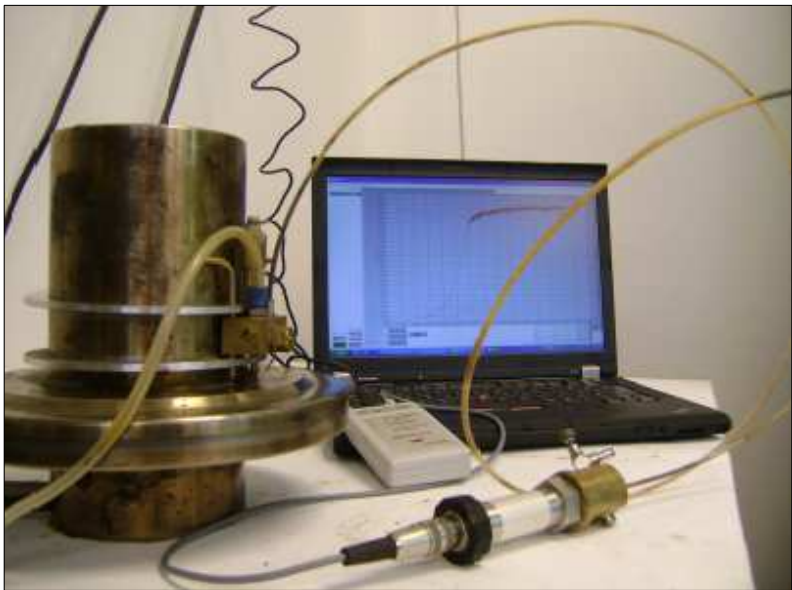


Bild 3: Die Fotos der Messeinrichtung

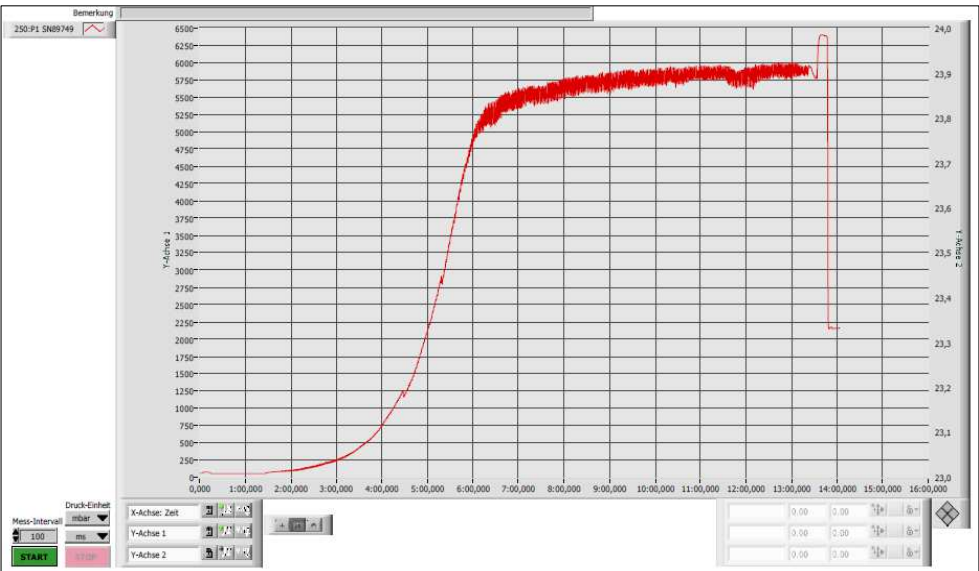


Bild 4: Das Bild einer Messung

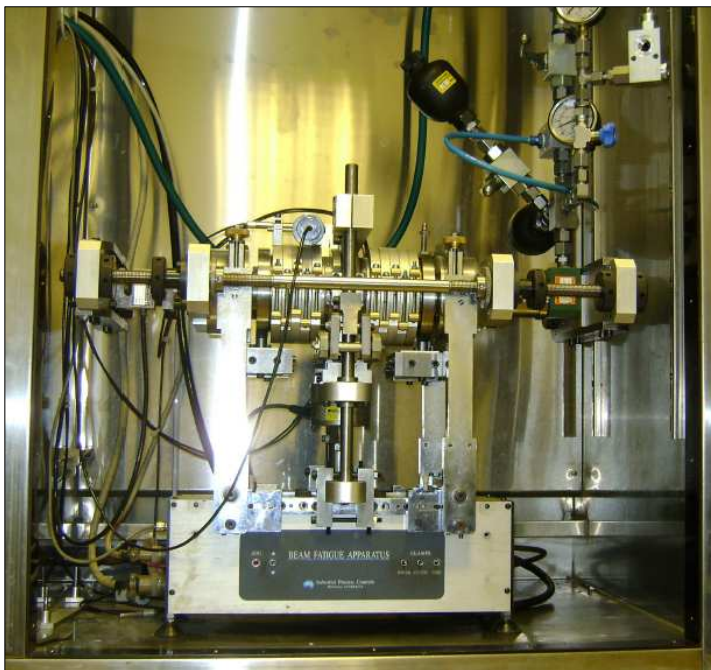
ANLAGE C1**Das Torsions-Schergerät**

Bild 1: Das Foto der Messeinrichtung, mit Temperierschrank

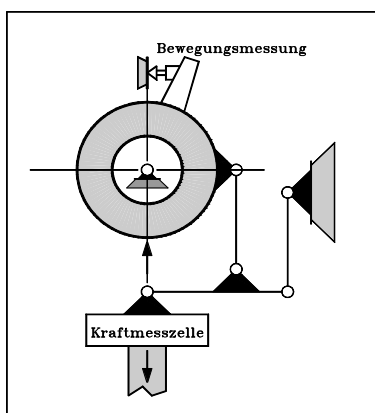


Bild 2: Geometrie des Antriebes

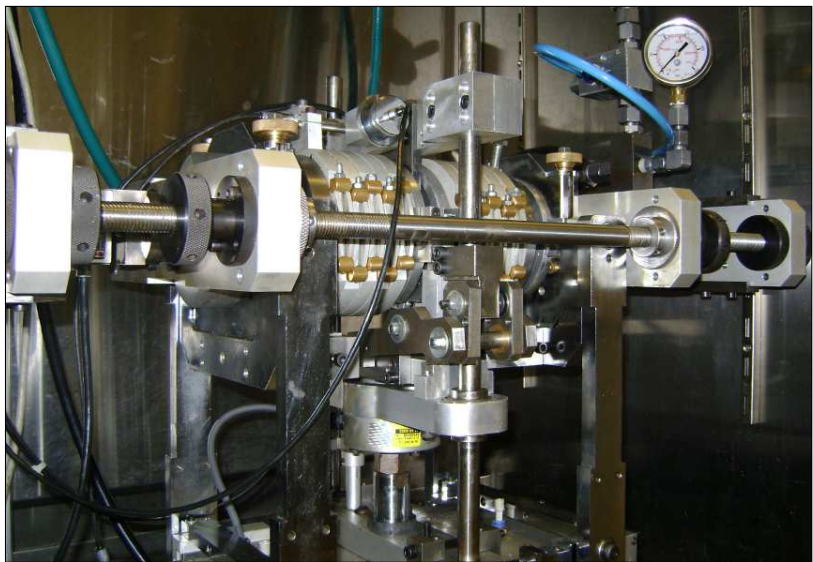


Bild 3: Die technische Ausführung des Antriebes

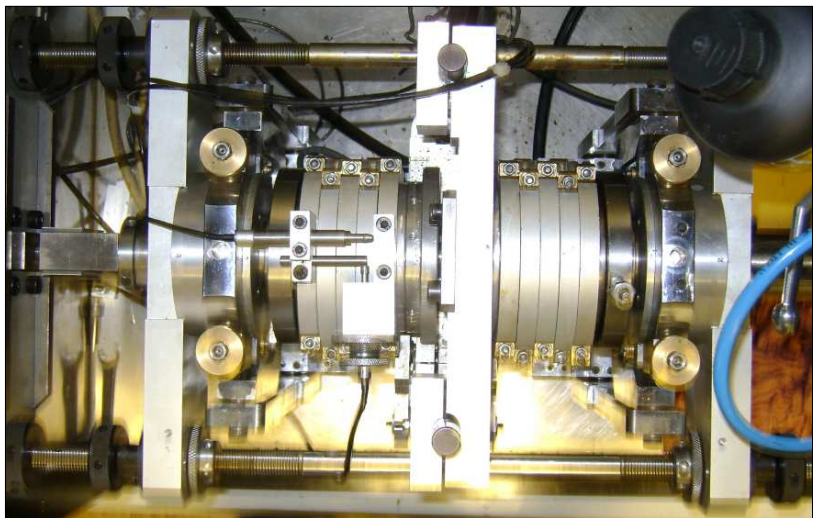


Bild 4: Axiale und tangential Bewegungsmessstellen



Bild 5: Innere Stützringe



Bild 6: Innere und äußere Stützringe

ANLAGE C2

Die Umrechnung der Messwerte der Torsionszelle

Für den „Balkenbiegeversuch“ werden folgende Ergebnisse von der Auswertungs-Software automatisch berechnet und auch gespeichert:

- a. die Nummer des Lastzyklus,
- b. die Normalspannung im äußersten Phaser des quadratischen Balkenquerschnittes,
- c. die Zugdehnung im äußersten Phaser des quadratischen Balkenquerschnittes,
- d. die Steifigkeit (Elastizitätsmodul) des gebogenen Balkens,
- e. der zeitliche Phasenwinkel zwischen der Kraft- und der Deformationsphase.

Die Spannung, die Dehnung und die Steifigkeit werden aus den primären Messwerten eines Kraftgebers und eines Verschiebungsgebers berechnet. Diese primären Messwerte können nicht aus den gespeicherten Messdateien entnommen werden, nur die aus ihnen abgeleiteten so wie die Spannung, die Dehnung und die Steifigkeit. Diese Werte werden automatisch berechnet, als ob ein Biegebalken beansprucht würde.

Der mechanische Teil der Messeinrichtung, geeignet für die zyklische Balkenbiegung, wird mit dem mechanischen Teil, geeignet für die Torsion der Kreisscheiben und Kreisringscheiben der Asphaltproben, ausgewechselt. Nachfolgend werden die Umrechnungszusammenhänge angegeben, mit denen aus dem Elastizitätsmodul aus der Normalspannung und aus der Zugdehnung eines fiktiven Balkens die entsprechenden Größen der realen Torsionscheibe, wie der Gleitmodul, die Scherspannung und die Scherdehnung am äußeren Mantelradius, berechnet werden können. Zu dieser nachträglichen Auswertung müssen die automatisch gespeicherten Dateien abgefragt werden.

Zur Verfügung stehen also die gespeicherten Werte wie:

- E : die Steifigkeit des Balkens,
 σ : die Normalspannung und
 ε : die Zugdehnung im Balken,

für den fiktiven Biegebalken. Aus dem Quotient der Messwerte der Kraft F und der Verschiebung V kann für den fiktiven Biegebalken der Elastizitätsmodul E und für die Torsionsproben (2 Stück bei jedem Versuch) der Gleitmodul G aus den folgenden Beziehungen:

$$\frac{F}{V} = E \frac{4bc^3}{23a^3},$$

für den Biegebalken mit seinen geometrischen Abmessungen (Bild 1 a)

a, b, c , und

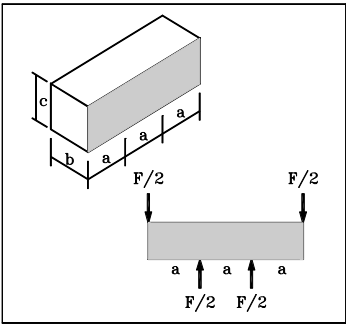


Bild 1a: Die Biegeprobe

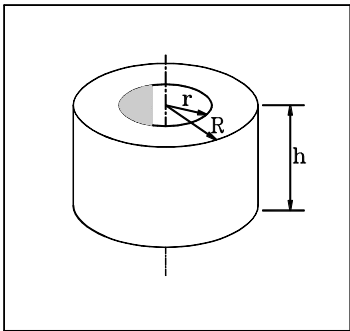


Bild1b: Die Torsionsprobe

$\frac{F}{V} = G \frac{\pi R^2}{1,3 \cdot h \cdot k_0 \cdot k_1}$ für die Torsions Scheibe mit dem Radius R und der Scheibendicke

h (Bild 1b) berechnet werden. Die Konstanten k_0 und k_1 folgen aus der Geometrie der Scherzelle (Bild 2).

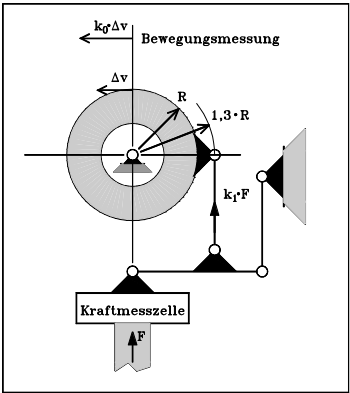


Bild 2: Die Geometrie der Scherzelle

Die Grundlage der obigen zweiten Beziehung für die Torsion ist die Gleichung (8.1.4) aus dem Kapitel 8.1.1.:

$$M = G \cdot \frac{\Delta\varphi}{h} \cdot I.$$

Aus der Geometrie der Torsionszelle folgt: $M = 1,3R \cdot k_1 F$, weiterhin $\Delta\varphi = \frac{\Delta v}{R} = \frac{V}{k_0 R}$.

Für das polare Trägheitsmoment der Vollscheibe gilt: $I = \frac{1}{2} \pi R^4$. Der Torsionswiderstand ist das Resultat der Summe der Torsionswiderstände von 2 Torsionsscheiben. Aus diesem Grund ist das Trägheitsmoment zu verdoppeln. Für das Drehmoment erhält man unter Berücksichtigung der letzteren Bedingungen:

$$M = 1,3 \cdot k_1 \cdot R \cdot F = G \cdot \frac{V}{k_0 \cdot R \cdot h} \cdot \pi \cdot R^4.$$

Aus den Messwerten des Kraftgebers und des Weggebers für die Beanspruchung der Torsionsscheibe wird der E -Modul des fiktiven Balkens durch die Einrichtung automatisch berechnet. Um den Gleitmodul der Torsion berechnen zu können, werden die obigen Quotienten der Kraft und Verschiebung einander gleichgesetzt, weil ja dieser Quotient eigentlich für den Torsionsversuch gilt, wodurch ein direkter Zusammenhang zwischen dem Elastizitätsmodul des fiktiven Balkens und dem Gleitmodul der tatsächlichen Torsionscheibe entsteht:

$$E \frac{4bc^3}{23a^3} = \frac{F}{V} = G \frac{\pi R^2}{1,3 \cdot h \cdot k_0 \cdot k_1}.$$

Der Torsionsmodul ist dann:

$$G = E \frac{4bc^3}{23a^3} \cdot \frac{1,3hk_0k_1}{\pi R^2}.$$

Der automatisch berechnete Elastizitätsmodul benötigt die geometrischen Angaben des fiktiven Biegebalkens, welche vor Versuchsbeginn eingegeben werden müssen. Um den Gleitmodul berechnen zu können, werden die Abmessungen der Scheibe bei der Abfrage der Versuchsdatei eingegeben. Die für das Torsionsgerät geltende Konstante enthält die vom Verfasser erstellte „Postprocessing“-software.

Mit einer analogen Überlegung lässt sich die maximale Schubspannung am äußeren Rand der Torsionscheibe und aus der maximalen Normalspannung des fiktiven Balkens berechnen. Für die Kraft des fiktiven Biegebalken gilt:

$$F = \sigma \frac{bc^2}{3a}. \text{ Für die Torsion ist die analoge Beziehung: } F = \tau \frac{\pi R^2}{1,3k_1}. \text{ Durch}$$

Gleichsetzen der Kraftausdrücke erhält man die gewünschte Beziehung zwischen den Spannungen:

$$\tau = \sigma \cdot \frac{bc^2}{3a} \cdot \frac{1,3k_1}{\pi R^2}.$$

Die maximale Winkeländerung bekommt man, indem man die maximale Schubspannung am äußeren Rand der Torsionscheibe durch den Gleitmodul dividiert:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{\sigma}{E} \frac{23a^2}{12k_0hc} = \varepsilon \frac{23a^2}{12k_0hc}.$$

Die geometrischen Werte des fiktiven Balkens und der Torsionscheibe müssen nicht unbedingt für jeden Versuch eingegeben werden, wenn die angebotenen „Standardwerten“ angenommen werden dürfen. Sie sind für den fiktiven Balken wie folgt: $a = 118,5 \text{ mm}$; $b = 63,5 \text{ mm}$; $c = 50 \text{ mm}$ und für die Torsionscheibe: $h = 50 \text{ mm}$; $R = 50 \text{ mm}$ (Bild 1a und 1b). Aus der Geometrie der Torsionszelle folgen die konstanten Werte: $k_0 = 1,56$; $k_1 = 2,42$ und auch der Faktor 1,3 (Bild 2). Setzt man diese Werte in die entsprechenden Umrechnungsformeln ein, so ergeben sich folgende Umrechnungsfaktoren für den Vollscheibenprobekörper:

$$\begin{aligned} G &= 0,026 \cdot E : && \text{für den Gleitmodul,} \\ \tau &= 0,179 \cdot \sigma : && \text{für die maximale Scherspannung am äußeren Rand,} \\ \gamma &= 6,9 \cdot \varepsilon : && \text{für die Scherdehnung.} \end{aligned}$$

Im Fall der Kreisringscheibe mit dem inneren Radius: $r = 25 \text{ mm}$ (Bild 1b) beträgt

das polare Trägheitsmoment: $I_{\text{Ring}} = \frac{I_{\text{Kreis}}}{1,067} = 0,937 \cdot I_{\text{Kreis}}$. Dadurch sind die

Umrechnungsfaktoren für den Kreisringprobekörper:

$$\begin{aligned} G_{\text{Ring}} &= 1,067 \cdot G = 0,028 \cdot E, \\ \tau_{\text{Ring}} &= 1,067 \cdot \tau = 0,191 \cdot \sigma, \\ \gamma &= 6,9 \cdot \varepsilon. \end{aligned}$$

ANLAGE C3

Die Probekörper der Torsionszelle



Bild 1: Die untersuchten Asphaltproben



Bild 2: Asphaltproben mit hohem Bitumengehalt

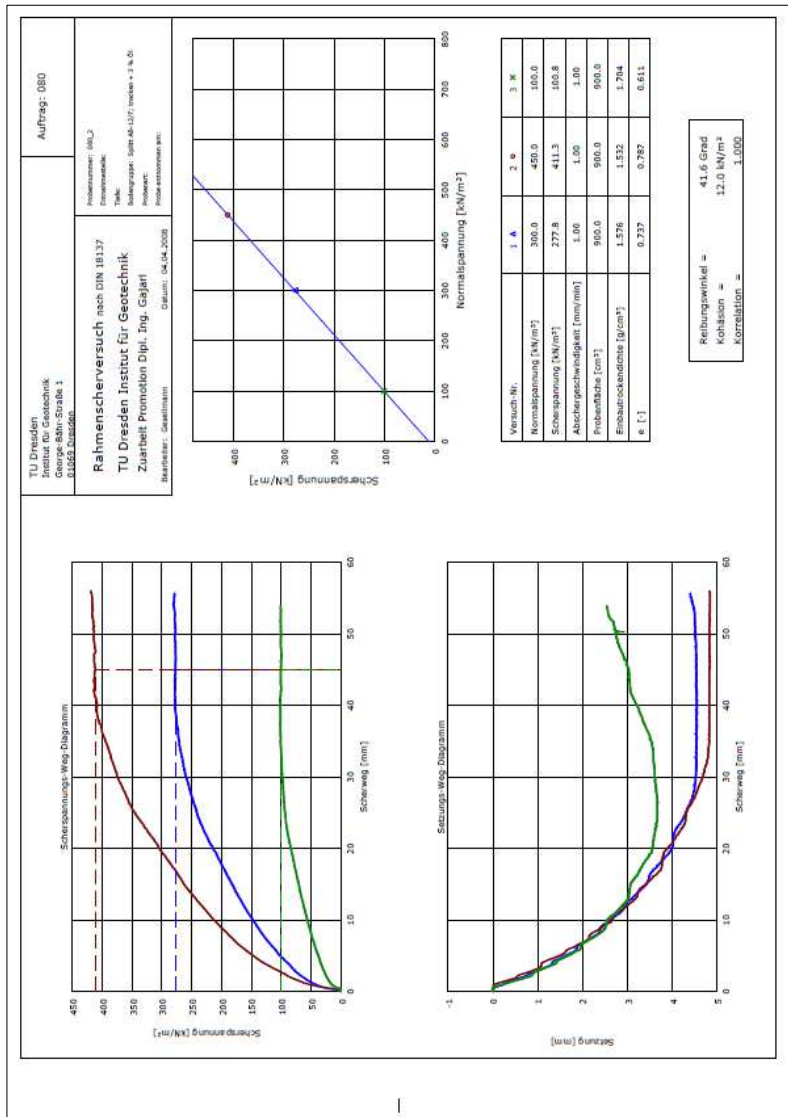


Bild 2: Versuchsergebnis mit dem ölhaltigen Korngerüst

ANLAGE D2

Undrainierte triaxiale Kompression, Bergakademie Freiberg, Institut für Geotechnik, Lehrstuhl für Bodenmechanik

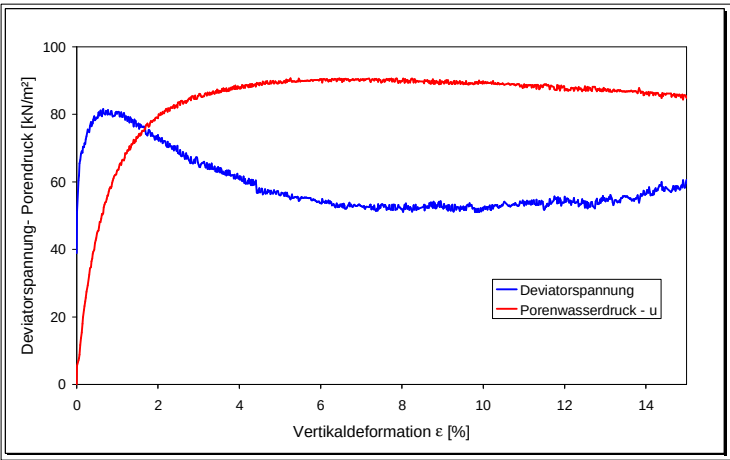


Bild 1. Undrainierte triaxiale Kompression mit dem Zelldruck 0,1MPa

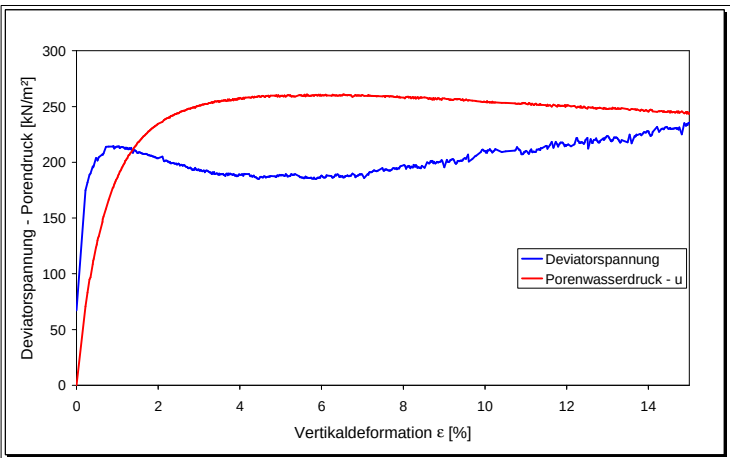


Bild 2: Undrainierte triaxiale Kompression mit dem Zelldruck 0,3MPa

ANLAGE D3

Fotos der einaxialen Kompression (Ödometer)



Bild 1: Die Probe vor der Kompression



Bild 2: Die Probe nach der Kompression

ANLAGE D4**Triaxialproben zur Bestimmung des Stoffparameters α** 

Bild 1: Triaxialanlage der TU Budapest

Bild 2: Eine wasserverdichtete
Probe

Bild 3: Ölverdichtete Proben

ANLAGE E

Die Bestimmung der akkumulierten Dehnung im Triaxialversuch Fotos der deformierten Triaxialproben



Bild 1-2: Einfluss des Bitumengehalts auf die akkumulierte Dehnung



Bild 3

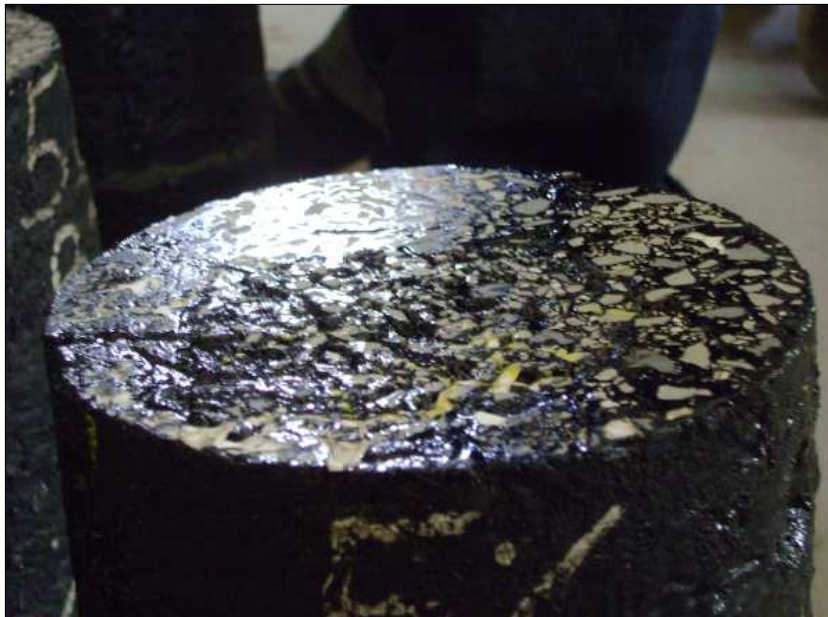


Bild 4: Der überschüssige Bitumengehalt wird infolge der Verdichtung des Korngerüsts herausgepresst

ANLAGE F1**ELEMENTVERSUCH EINFACHSCHEREN
Basismodell**

In der Gleichung (9.1.2) bedeuten die noch fehlenden Ausdrücke für die Matrizen (9.1.1) des Einfachschersens wie folgt:

$$\hat{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{11} & \hat{T}_{12} & 0 \\ \hat{T}_{21} & \hat{T}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{T}_{33} \end{bmatrix},$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{T}}) = (\hat{T}_{11})^2 + (\hat{T}_{22})^2 + (\hat{T}_{33})^2 + 2(\hat{T}_{12})^2,$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) = \hat{T}_{11} D_{11} + 2\hat{T}_{12} D_{12},$$

$$\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^* = 2\hat{\mathbf{T}} - \frac{1}{3}\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 2\hat{T}_{11} - 1/3 & 2\hat{T}_{12} & 0 \\ 2\hat{T}_{21} & 2\hat{T}_{22} - 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 2\hat{T}_{33} - 1/3 \end{bmatrix},$$

$$\|\mathbf{D}\| = \sqrt{(D_{11})^2 + 2(D_{12})^2},$$

$$-\mathbf{T} \cdot \mathbf{W} + \mathbf{W} \cdot \mathbf{T} = \begin{bmatrix} -2T_{12}D_{12} & (T_{11} - T_{22})D_{12} & 0 \\ (T_{11} - T_{22})D_{12} & 2T_{12}D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Zur Berechnung der Winkelfunktionen im skalaren Faktor F sind folgende Beziehungen erforderlich (siehe (6.1.9)):

$$\tan \psi \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{3} \|\hat{\mathbf{T}}^*\| = \sqrt{3} \sqrt{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*)}, \quad \cos 3\theta \stackrel{\text{def}}{=} -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*)}{[\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*)]^{3/2}},$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*) = (\hat{T}_{11}^*)^2 + (\hat{T}_{22}^*)^2 + (\hat{T}_{33}^*)^2 + 2(\hat{T}_{12}^*)^2,$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*) = (\hat{T}_{11}^*)^3 + (\hat{T}_{22}^*)^3 + (\hat{T}_{33}^*)^3 + 3(\hat{T}_{12}^*)^2 \cdot (\hat{T}_{11}^* + \hat{T}_{22}^*).$$

ANLAGE F2**ELEMENTVERSUCH EINFACHSCHEREN
Erweitertes Modell**

Die Berechnung der objektiven Spannungsrate (9.1.17) geschieht mit Berücksichtigung folgender Zusammenhänge:

$$\|\hat{\mathbf{d}}\| = \sqrt{\text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{d}})} = \sqrt{\delta_{11}^2 + 2\delta_{12}^2 + \delta_{22}^2}$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) = \hat{T}_{11} D_{11} + 2\hat{T}_{12} D_{12},$$

$$\hat{\mathbf{d}} : \mathbf{D} = \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}) = \hat{\delta}_{11} D_{11} + 2\hat{\delta}_{12} D_{12},$$

$$\mathbf{D}_n = \hat{\mathbf{d}} \hat{\mathbf{d}} : \mathbf{D} = \hat{\mathbf{d}} \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}) = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_{11} & \hat{\delta}_{12} & 0 \\ \hat{\delta}_{21} & \hat{\delta}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\hat{\delta}_{11} D_{11} + 2\hat{\delta}_{12} D_{12}) = \begin{bmatrix} D_{n11} & D_{n12} & 0 \\ D_{n21} & D_{n22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}_n) = \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{d}}) \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}) = \|\hat{\mathbf{d}}\|^2 \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}) = \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}),$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n) = \hat{T}_{11} D_{n11} + 2\hat{T}_{12} D_{n12} + \hat{T}_{22} D_{n22}.$$

Nach Durchführung der Matrizenmultiplikationen in der Gleichung (9.1.17) erhält man alle Komponenten des Tensors der objektiven Spannungsrate, so auch für $\overset{\circ}{T}_{11}$:

$$\overset{\circ}{T}_{11} = q \cdot [(a \cdot S_{11} + b \cdot P_{11} + c \cdot r \cdot W_{11}) \cdot D_{11} + (a \cdot S_{12} + b \cdot P_{12} + c \cdot r \cdot W_{12}) \cdot D_{12}]$$

Die Großbuchstaben $S; P; W$ haben folgende Bedeutung:

$$\begin{aligned} S_{11} &= F^2 \hat{\delta}_{11}^2 + A^2 (\hat{T}_{11}^2 \hat{\delta}_{11}^2 + 2\hat{T}_{11} \hat{T}_{12} \hat{\delta}_{11} \hat{\delta}_{12} + \hat{T}_{11} \hat{T}_{22} \hat{\delta}_{11} \hat{\delta}_{22}) \\ P_{11} &= F^2 (1 - \hat{\delta}_{11}^2) + A^2 (\hat{T}_{11}^2 - \hat{T}_{11}^2 \hat{\delta}_{11}^2 - 2\hat{T}_{11} \hat{T}_{12} \hat{\delta}_{11} \hat{\delta}_{12} - \hat{T}_{11} \hat{T}_{22} \hat{\delta}_{11} \hat{\delta}_{22}) \\ W_{11} &= (6\hat{T}_{11} - 1) \hat{\delta}_{11} \\ S_{12} &= 2[F^2 \hat{\delta}_{11} \hat{\delta}_{12} + A^2 (\hat{T}_{11}^2 \hat{\delta}_{11} \hat{\delta}_{12} + 2\hat{T}_{11} \hat{T}_{12} \hat{\delta}_{12}^2 + \hat{T}_{11} \hat{T}_{12} \hat{\delta}_{12} \hat{\delta}_{22})] \\ P_{12} &= 2[F^2 (-\hat{\delta}_{11} \hat{\delta}_{12}) + A^2 (\hat{T}_{11} \hat{T}_{12} - \hat{T}_{11}^2 \hat{\delta}_{11} \hat{\delta}_{12} - 2\hat{T}_{11} \hat{T}_{12} \hat{\delta}_{12}^2 - \hat{T}_{11} \hat{T}_{12} \hat{\delta}_{12} \hat{\delta}_{22})] \\ W_{12} &= 2(6\hat{T}_{11} - 1) \hat{\delta}_{12}. \end{aligned}$$

ANLAGE F3**ELEMENTVERSUCH TRIAXIALE KOMPRESSION
Erweitertes Modell**

Für die Berechnung der objektiven Spannungsrate (9.1.31.a) benötigt man noch folgende Zusammenhänge:

$$\|\hat{\mathbf{d}}\| = \sqrt{\text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{d}})} = \sqrt{\hat{\delta}_1^2 + 2\hat{\delta}_2^2}$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}) = \hat{T}_1 D_1 + 2\hat{T}_2 D_2,$$

$$\hat{\mathbf{d}} : \mathbf{D} = \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}) = \hat{\delta}_1 D_1 + 2\hat{\delta}_2 D_2,$$

$$\mathbf{D}_n = \hat{\mathbf{d}} \hat{\mathbf{d}} : \mathbf{D} = \hat{\mathbf{d}} \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}) = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\delta}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\delta}_3 \end{bmatrix} (\hat{\delta}_1 D_1 + 2\hat{\delta}_2 D_2) = \begin{bmatrix} D_{n1} & 0 & 0 \\ 0 & D_{n2} & 0 \\ 0 & 0 & D_{n3} \end{bmatrix},$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}_n) = \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{d}}) \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}) = \|\hat{\mathbf{d}}\|^2 \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}) = \text{tr}(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{D}),$$

$$\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}_n) = \hat{T}_1 D_{n1} + 2\hat{T}_2 D_{n2};$$

Die Großbuchstaben in den Gleichungen (9.1.32.a) und (9.1.32.b) haben folgende Bedeutung:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \hat{\delta}_1^2 + A^2 (\hat{T}_1^2 \hat{\delta}_1^2 + 2\hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2) \\ P_{11} &= 1 - \hat{\delta}_1^2 + A^2 (\hat{T}_1^2 - \hat{T}_1^2 \hat{\delta}_1^2 - 2\hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2) \\ S_{12} &= 2 [\hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 + A^2 (\hat{T}_1^2 \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 + 2\hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{\delta}_2^2)] \\ P_{12} &= 2 [-\hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 + A^2 (\hat{T}_1 \hat{T}_2 - \hat{T}_1^2 \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 - 2\hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{\delta}_2^2)] \\ S_{21} &= \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 + A^2 (\hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{\delta}_1^2 + 2\hat{T}_2^2 \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2) \\ P_{21} &= -\hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 + A^2 (\hat{T}_1 \hat{T}_2 - \hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{\delta}_1^2 - 2\hat{T}_2^2 \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2) \\ S_{22} &= 2 [\hat{\delta}_2^2 + A^2 (\hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 + 2\hat{T}_2^2 \hat{\delta}_2^2)] \\ P_{22} &= 1 - 2 [\hat{\delta}_2^2 + A^2 (-\hat{T}_2^2 + \hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{\delta}_1 \hat{\delta}_2 + 2\hat{T}_2^2 \hat{\delta}_2^2)] \\ W_{11} &= \hat{\delta}_1 (6\hat{T}_1 - 1) \\ W_{12} &= 2\hat{\delta}_2 (6\hat{T}_1 - 1) \\ W_{21} &= \hat{\delta}_1 (6\hat{T}_2 - 1) \\ W_{22} &= 2\hat{\delta}_2 (6\hat{T}_2 - 1) \end{aligned}$$

ANLAGE F4

Ergänzung zum Kapitel 6.2.

Dem hypoplastischen Stoffgesetz (6.1.1) entsprechend ist die Definition des Tensors $\mathbf{N}$ wie folgt: $\mathbf{N} \stackrel{\text{def}}{=} (\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{T}}))^{-1} a F (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*)$.

$\mathcal{J}$ wird wie folgt definiert: $\mathcal{J} \stackrel{\text{def}}{=} (\text{tr}(\hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{T}}))^{-1} (F^2 \mathcal{J} + a^2 \hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{T}})$, wobei: $\mathcal{J}$ der Einheitstensor 4. Stufe ist, weiterhin ist $\hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{T}} = \hat{T}_{ij} \hat{T}_{kl}$ auch ein Tensor 4. Stufe. Die skalaren Faktoren a und F sind durch (6.1.7) und (6.1.8) im Kapitel 6.1. definiert.

Nachfolgend werden die Beziehungen der Spannungsrate entsprechend der Gleichung (6.2.8) angegeben. Die „Tangentialkomponente“ $\mathbf{D}_t$ der Dehnungsrate liefert wegen $\hat{\delta} \hat{\delta} : \mathbf{D}_t = \hat{\delta} : \mathbf{D}_t = \mathbf{0}$ und (6.2.5.b) den Beitrag:

$$\mathring{\mathbf{T}}(\mathbf{D}_t) = \left[\rho^{\mathcal{X}} m_T + (1 - \rho^{\mathcal{X}}) m_R \right] f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_t. \quad (\text{A})$$

Die „Normalkomponente“ $\mathbf{D}_n$ der Dehnungsrate liefert wegen $\hat{\delta} \hat{\delta} : \mathbf{D}_n = \mathbf{D}_n$ und $\hat{\delta} : \mathbf{D}_n = \|\mathbf{D}_n\|$ nach (6.2.5.a):

für: $\hat{\delta} : \mathbf{D} > 0$

$$\mathring{\mathbf{T}}(\mathbf{D}_n) = \left[\rho^{\mathcal{X}} m_T + (1 - \rho^{\mathcal{X}}) m_R \right] f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_n + \rho^{\mathcal{X}} (1 - m_T) f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_n + \rho^{\mathcal{X}} f_b f_e f_d \mathbf{N} \|\mathbf{D}_n\|. \quad (\text{B})$$

und für: $\hat{\delta} : \mathbf{D} \leq 0$

$$\mathring{\mathbf{T}}(\mathbf{D}_n) = \left[\rho^{\mathcal{X}} m_T + (1 - \rho^{\mathcal{X}}) m_R \right] f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_n + \rho^{\mathcal{X}} (m_R - m_T) f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_n \quad (\text{C})$$

Nach der Vereinfachung der Gleichungen (B) und (C) gilt:

$$\mathring{\mathbf{T}}(\mathbf{D}_n) = \left[(1 - \rho^{\mathcal{X}}) m_R + \rho^{\mathcal{X}} \right] f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_n + \rho^{\mathcal{X}} f_b f_e f_d \mathbf{N} \|\mathbf{D}_n\| \quad \text{für: } \hat{\delta} : \mathbf{D} > 0, \text{ und} \quad (\text{D})$$

$$\mathring{\mathbf{T}}(\mathbf{D}_n) = m_R f_b f_e \mathcal{J} : \mathbf{D}_n \quad \text{für: } \hat{\delta} : \mathbf{D} \leq 0. \quad (\text{E})$$

Aus den Beziehungen (A) (D) und (E) folgen die Relationen (6.2.9) und (6.2.10.a) bis (6.2.10.e).

ANLAGE G1

Hypoplastisches Stoffgesetz; Basismodell

ELEMENTVERSUCH EINFACHSCHEREN

Stoffparameter:

$$\phi_c := 41$$

$$h_s := 50 \cdot 10^6$$

$$n := 0.5$$

$$e_{i0} := 0.69$$

$$e_{c0} := 0.6$$

$$e_{d0} := 0.14$$

$$\alpha := 0.1$$

$$\beta := 1.5$$

Abgeleitete Parameter:

$$\Phi_c := \frac{2 \cdot \pi}{360} \cdot \phi_c \quad a := \frac{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin(\Phi_c))}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\Phi_c)}$$

Druckeinheit: Pa

Probenhöhe:

$$\Delta h := 50 \cdot 10^{-3}$$

Längeneinheit: m

Beanspruchung:

$$\Delta t := 0.005$$

$$f := 1$$

$$v_{\max} := 0.035 \cdot 10^{-3}$$

$$v(t) := v_{\max} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

Anfangswerte:

$$p_0 := 6 \times 10^5$$

$$T_{11} := -p_0$$

$$T_{22} := -\frac{p_0}{2}$$

$$T_{33} := -\frac{p_0}{2}$$

$$T_{12} := 0$$

$$T_{21} := 0$$

$$D_{11} := 0$$

$$\epsilon_{11} := 0$$

$$\gamma_{12} := 0$$

$$e_0 := 0.214$$

```

Schritte(Stck) :=
    T110 ← T11
    T220 ← T22
    T330 ← T33
    T120 ← 0
    T210 ← 0
    e0 ← e0
    ε10 ← ε11
    D110 ← D11
    γ120 ← γ12
    for k ∈ 0..Stck - 1
        Ttot ← 
$$\begin{pmatrix} T11_k & T12_k & 0 \\ T21_k & T22_k & 0 \\ 0 & 0 & T33_k \end{pmatrix}$$

        Δv ← v[(k + 1)·Δt] - v(k·Δt)
        D12k ←  $\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$ 
        Sp ← T11k + T22k + T33k
        ps ←  $-\frac{Sp}{3}$ 
        psk ← ps
        Θ11 ←  $\frac{T11_k}{Sp}$ 
        Θ22 ←  $\frac{T22_k}{Sp}$ 
        Θ33 ←  $\frac{T33_k}{Sp}$ 
        Θ12 ←  $\frac{T12_k}{Sp}$ 
        Θ21 ←  $\frac{T21_k}{Sp}$ 
        SpΘΘ ← Θ112 + Θ222 + Θ332 + Θ122 + Θ212
        SpΘΘcs ←  $\left(\Theta_{11} - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\Theta_{22} - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\Theta_{33} - \frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \Theta_{12}^2$ 
        tanψ ←  $\sqrt{3 \cdot \sqrt{Sp\Theta\Theta cs}}$ 
        SpΘΘΘcs ←  $\left(\Theta_{11} - \frac{1}{3}\right)^3 + \left(\Theta_{22} - \frac{1}{3}\right)^3 + \left(\Theta_{33} - \frac{1}{3}\right)^3 + 3 \cdot \Theta_{12}^2 \cdot \left(\Theta_{11} - \frac{1}{3} + \Theta_{22} - \frac{1}{3}\right)$ 
        cos3θ ←  $-\sqrt{6} \cdot \frac{Sp\Theta\Theta\Theta cs}{\frac{3}{2} Sp\Theta\Theta cs}$ 
        expn ←  $\exp\left[-\left(\frac{3p_s}{h_s}\right)^n\right]$ 
        ei ← expn·ei0

```

$$\begin{aligned}
e_c &\leftarrow \exp n \cdot e_{c0} \\
e_d &\leftarrow \exp n \cdot e_{d0} \\
ed_k &\leftarrow e_d \\
f_d &\leftarrow \left(\frac{e_k - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \\
f_s &\leftarrow \frac{\frac{1 + e_i}{e_i} \cdot \left(\frac{e_i}{e_k} \right)^\beta \cdot \frac{h_s}{n} \cdot \left(\frac{3 \cdot p_s}{h_s} \right)^{1-n}}{3 + a^2 - a \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha} \\
Q &\leftarrow \frac{f_s}{Sp\Theta\Theta} \\
F &\leftarrow \sqrt{\frac{1}{8} \cdot \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \cdot \tan \psi \cdot \cos 3\theta}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \tan \psi \\
A &\leftarrow \left(F^2 + a^2 \cdot \Theta_{11}^2 \right)^2 - \frac{a^2}{9} \cdot F^2 \cdot f_d^2 \cdot (6 \cdot \Theta_{11} - 1)^2 \\
B &\leftarrow 4 \cdot D12_k \cdot \left(F^2 + a^2 \cdot \Theta_{11}^2 \right) \cdot \left(a^2 \cdot \Theta_{11} \cdot \Theta_{12} - \frac{T12_k}{Q} \right) \\
C &\leftarrow 2 \cdot (D12_k)^2 \cdot \left[2 \cdot \left(a^2 \cdot \Theta_{11} \cdot \Theta_{12} - \frac{T12_k}{Q} \right)^2 - \frac{a^2}{9} \cdot F^2 \cdot f_d^2 \cdot (6 \cdot \Theta_{11} - 1)^2 \right] \\
D11_k &\leftarrow \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \\
\Delta T_{11} &\leftarrow Q \left[F^2 \cdot D11_k + a^2 \cdot \Theta_{11} \cdot (\Theta_{11} \cdot D11_k + 2 \cdot \Theta_{12} \cdot D12_k) + F \cdot f_d \cdot \frac{a}{3} \cdot (6 \cdot \Theta_{11} - 1) \cdot \sqrt{(D11_k)^2 + 2 \cdot (D12_k)^2} \right] - 2 \cdot D12_k \cdot T12_k \\
\Delta T11_k &\leftarrow \Delta T_{11} \\
\Delta T_{12} &\leftarrow Q \left[F^2 \cdot D12_k + a^2 \cdot \Theta_{12} \cdot (\Theta_{11} \cdot D11_k + 2 \cdot \Theta_{12} \cdot D12_k) + F \cdot f_d \cdot a \cdot 2 \cdot \Theta_{12} \cdot \sqrt{(D11_k)^2 + 2 \cdot (D12_k)^2} \right] + D12_k \cdot (T11_k - T22_k) \\
\Delta T_{22} &\leftarrow Q \left[a^2 \cdot \Theta_{22} \cdot (\Theta_{11} \cdot D11_k + 2 \cdot \Theta_{12} \cdot D12_k) + F \cdot f_d \cdot \frac{a}{3} \cdot (6 \cdot \Theta_{22} - 1) \cdot \sqrt{(D11_k)^2 + 2 \cdot (D12_k)^2} \right] + 2 \cdot D12_k \cdot T12_k \\
\Delta T_{33} &\leftarrow Q \left[a^2 \cdot \Theta_{33} \cdot (\Theta_{11} \cdot D11_k + 2 \cdot \Theta_{12} \cdot D12_k) + F \cdot f_d \cdot \frac{a}{3} \cdot (6 \cdot \Theta_{33} - 1) \cdot \sqrt{(D11_k)^2 + 2 \cdot (D12_k)^2} \right] \\
T12_{k+1} &\leftarrow T12_k + \Delta T_{12} \\
T21_{k+1} &\leftarrow T12_{k+1} \\
T11_{k+1} &\leftarrow T11_k + \Delta T_{11} \\
T22_{k+1} &\leftarrow T22_k + \Delta T_{22} \\
T33_{k+1} &\leftarrow T33_k + \Delta T_{33} \\
e_{k+1} &\leftarrow e_k + \left(1 + e_k \right) \cdot D11_k \\
\varepsilon11_{k+1} &\leftarrow \varepsilon11_k + D11_k \\
\gamma12_{k+1} &\leftarrow \gamma12_k + 2 \cdot D12_k \\
G_{k+1} &\leftarrow \frac{\Delta T_{12}}{2 \cdot D12_k}
\end{aligned}$$

return (T11 T12 T22 T33 ΔT11 D11 D12 e ε11 γ12 ps ed G)

ANLAGE G2

Hypoplastisches Stoffgesetz; Basismodell

ELEMENTVERSUCH EINFACHSCHEREN MIT PORENDRUCK

Stoffparameter:

$$\phi_c := 41$$

$$h_s := 50 \cdot 10^6$$

$$n := 0.5$$

$$e_{i0} := 0.69$$

$$e_{c0} := 0.6$$

$$e_{d0} := 0.14$$

$$\alpha := 0.1$$

$$\beta := 1.5$$

Abgeleitete Parameter:

$$\Phi_c := \frac{2 \cdot \pi}{360} \cdot \phi_c$$

$$a := \frac{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin(\Phi_c))}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\Phi_c)}$$

Kompressionsparameter:

$$K_{Air} := 1 \cdot 10^5$$

$$K_{Bit} := 1 \cdot 10^9$$

Druckeinheit: Pa

Probenhöhe:

$$\Delta h := 50 \cdot 10^{-3}$$

Längeneinheit: m

Beanspruchung:

$$\Delta t := 0.001$$

$$f := 1$$

$$v_{max} := 0.035 \cdot 10^{-3}$$

$$v(t) := v_{max} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

Anfangswerte:

$$p_0 := 6.0 \times 10^5$$

$$T_{11} := -p_0$$

$$T_{22} := -\frac{p_0}{2}$$

$$T_{33} := -\frac{p_0}{2}$$

$$T_{12} := 0$$

$$T_{21} := 0$$

$$D_{11} := 0$$

$$\epsilon_{11} := 0$$

$$\gamma_{12} := 0$$

$$e_0 := 0.128$$

$$u_0 := 0$$

$$s_0 := 0.972$$

Schritte(Stck) :=

$$T11_0 \leftarrow T_{11}$$

$$T22_0 \leftarrow T_{22}$$

$$T33_0 \leftarrow T_{33}$$

$$T12_0 \leftarrow 0$$

$$T21_0 \leftarrow 0$$

$$u_0 \leftarrow u_0$$

$$s_0 \leftarrow s_0$$

$$e_0 \leftarrow e_0$$

$$\varepsilon^{11}_0 \leftarrow \varepsilon_{11}$$

$$D11_0 \leftarrow D_{11}$$

$$\gamma^{12}_0 \leftarrow \gamma_{12}$$

for $k \in 0..Stck - 1$

$$T_{tot} \leftarrow \begin{pmatrix} T11_k + u_k & T12_k & 0 \\ T21_k & T22_k + u_k & 0 \\ 0 & 0 & T33_k + u_k \end{pmatrix}$$

$$\Delta v \leftarrow v[(k+1) \cdot \Delta t] - v(k \cdot \Delta t)$$

$$D12_k \leftarrow \frac{1}{2} \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

$$K_w \leftarrow \frac{K_{Bit} K_{Air}}{s_k \cdot K_{Air} + (1 - s_k) \cdot K_{Bit}}$$

$$Sp \leftarrow T11_k + T22_k + T33_k$$

$$p_s \leftarrow -\frac{Sp}{3}$$

$$\Theta_{11} \leftarrow \frac{T11_k}{Sp}$$

$$\Theta_{22} \leftarrow \frac{T22_k}{Sp}$$

$$\Theta_{33} \leftarrow \frac{T33_k}{Sp}$$

$$\Theta_{12} \leftarrow \frac{T12_k}{Sp}$$

$$\Theta_{21} \leftarrow \frac{T21_k}{Sp}$$

$$Sp\Theta\Theta \leftarrow \Theta_{11}^2 + \Theta_{22}^2 + \Theta_{33}^2 + \Theta_{12}^2 + \Theta_{21}^2$$

$$Sp\Theta\Theta_{cs} \leftarrow \left(\Theta_{11} - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\Theta_{22} - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\Theta_{33} - \frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \Theta_{12}^2$$

$$\tan\psi \leftarrow \sqrt{3 \cdot Sp\Theta\Theta_{cs}}$$

$$Sp\Theta\Theta\Theta_{cs} \leftarrow \left(\Theta_{11} - \frac{1}{3}\right)^3 + \left(\Theta_{22} - \frac{1}{3}\right)^3 + \left(\Theta_{33} - \frac{1}{3}\right)^3 + 3 \cdot \Theta_{12}^2 \cdot \left(\Theta_{11} - \frac{1}{3} + \Theta_{22} - \frac{1}{3}\right)$$

$$\cos 3\theta \leftarrow -\sqrt{6 \cdot \frac{Sp\Theta\Theta\Theta_{cs}}{Sp\Theta\Theta_{cs}^{\frac{3}{2}}}}$$

■

$$\text{expn} \leftarrow \exp \left[- \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^n \right]$$

$$e_i \leftarrow \text{expn} \cdot e_{i0}$$

$$e_c \leftarrow \text{expn} \cdot e_{c0}$$

$$e_d \leftarrow \text{expn} \cdot e_{d0}$$

$$f_d \leftarrow \left(\frac{e_k - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha$$

$$f_s \leftarrow \frac{\frac{1 + e_i}{e_i} \cdot \left(\frac{e_i}{e_k} \right)^\beta \cdot \frac{h_s}{n} \cdot \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^{1-n}}{3 + a^2 - a \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha}$$

$$Q \leftarrow \frac{f_s}{\text{Sp}\Theta\Theta}$$

$$F \leftarrow \sqrt{\frac{1}{8} \cdot \tan\psi^2 + \frac{2 - \tan\psi^2}{2 + \sqrt{2} \cdot \tan\psi \cdot \cos 3\theta}} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \tan\psi$$

$$A \leftarrow \left(F^2 + a^2 \cdot \Theta_{11}^2 + \frac{K_w}{Q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right)^2 - \frac{a^2}{9} \cdot F^2 \cdot f_d^2 \cdot (6 \cdot \Theta_{11} - 1)^2$$

$$B \leftarrow 4 \cdot D12_k \cdot \left(F^2 + a^2 \cdot \Theta_{11}^2 + \frac{K_w}{Q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot \left(a^2 \cdot \Theta_{11} \cdot \Theta_{12} - \frac{T12_k}{Q} \right)$$

$$C \leftarrow 2 \cdot (D12_k)^2 \cdot \left[2 \cdot \left(a^2 \cdot \Theta_{11} \cdot \Theta_{12} - \frac{T12_k}{Q} \right)^2 - \frac{a^2}{9} \cdot F^2 \cdot f_d^2 \cdot (6 \cdot \Theta_{11} - 1)^2 \right]$$

$$D11_k \leftarrow \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}$$

$$(\text{edicht})_k \leftarrow e_d$$

$$\Delta T_{12} \leftarrow Q \left[F^2 \cdot D12_k + a^2 \cdot \Theta_{12} \cdot (\Theta_{11} \cdot D11_k + 2 \cdot \Theta_{12} \cdot D12_k) + F \cdot f_d \cdot a^2 \cdot \Theta_{12} \cdot \sqrt{(D11_k)^2 + 2 \cdot (D12_k)^2} \right] + D12_k \cdot (T11_k - T22_k)$$

$$\Delta T_{22} \leftarrow Q \left[a^2 \cdot \Theta_{22} \cdot (\Theta_{11} \cdot D11_k + 2 \cdot \Theta_{12} \cdot D12_k) + F \cdot f_d \cdot \frac{a}{3} \cdot (6 \cdot \Theta_{22} - 1) \cdot \sqrt{(D11_k)^2 + 2 \cdot (D12_k)^2} \right] + 2 \cdot D12_k \cdot T12_k$$

$$\Delta T_{33} \leftarrow Q \left[a^2 \cdot \Theta_{33} \cdot (\Theta_{11} \cdot D11_k + 2 \cdot \Theta_{12} \cdot D12_k) + F \cdot f_d \cdot \frac{a}{3} \cdot (6 \cdot \Theta_{33} - 1) \cdot \sqrt{(D11_k)^2 + 2 \cdot (D12_k)^2} \right]$$

$$\Delta u \leftarrow K_w \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \cdot D11_k$$

$$u_{k+1} \leftarrow u_k + \Delta u$$

$$\Delta T_{11} \leftarrow -\Delta u$$

$$T12_{k+1} \leftarrow T12_k + \Delta T_{12}$$

$$T21_{k+1} \leftarrow T12_{k+1}$$

$$T11_{k+1} \leftarrow T11_k + \Delta T_{11}$$

$$T22_{k+1} \leftarrow T22_k + \Delta T_{22}$$

$$T33_{k+1} \leftarrow T33_k + \Delta T_{33}$$

$$e_{k+1} \leftarrow e_k + (1 + e_k) \cdot D11_k$$

```

    e_0
    s_{k+1} ← s_0 · -----
                      e_{k+1}

    ε11_{k+1} ← ε11_k + D11_k
    γ12_{k+1} ← γ12_k + 2D12_k

    ΔT_12
    G_{k+1} ← -----
                2D12_k

return (T11 T12 T22 T33 D11 D12 ε11 γ12 e s u edicht G)

```

ANLAGE G3

Hypoplastisches Stoffgesetz; Erweitert mit der intergranularen Dehnung

ELEMENTVERSUCH EINFACHSCHEREN MIT PORENDRUCK UND VISKOSITÄT

Stoffparameter:

$$\phi_c := 41$$

$$h_s := 50 \cdot 10^6$$

$$n := 0.5$$

$$e_{i0} := 0.69 \quad e_{c0} := 0.6 \quad e_{d0} := 0.14$$

$$\alpha := 0.1$$

$$\beta := 1.5$$

$$\text{Abgeleitete Parameter: } \Phi_c := \frac{2 \cdot \pi}{360} \cdot \phi_c$$

$$A := \frac{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin(\Phi_c))}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\Phi_c)}$$

Kompressionsparameter:

$$K_{\text{Air}} := 2 \cdot 10^5 \quad K_{\text{Bit}} := 1 \cdot 10^9$$

Druckeinheit: Pa

Parameter der intergranularen Dehnung:

$$R := 4 \cdot 10^{-4}$$

$$m_R := 2.7 \quad m_T := 1.2$$

$$\beta_T := 0.5$$

$$\chi := 6$$

Probenhöhe:

$$\Delta h := 50 \cdot 10^{-3}$$

Längeneinheit: m

Viskosität:

$$\mu := 10^6$$

Zeiteinheit: s

Viskositätseinheit: Pa*s

Beanspruchung:

$$\Delta t := 0.0005 \quad f := 10$$

Frequenzeinheit: 1/s

$$v_{\text{max}} := 0.035 \cdot 10^{-3} \quad v(t) := v_{\text{max}} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

Anfangswerte:

$$p_0 := 6.0 \times 10^5$$

$$T_{11} := -4 \cdot 10^5 \quad T_{22} := -\frac{4 \cdot 10^5}{2} \quad T_{33} := -\frac{4 \cdot 10^5}{2} \quad T_{12} := 0 \quad T_{21} := 0$$

$$D_{11} := 0 \quad \epsilon_{11} := 0 \quad \gamma_{12} := 0 \quad e_0 := 0.22$$

$$u_0 := -2 \cdot 10^5 \quad s_0 := 1 \quad \delta_{11} := 0 \quad \delta_{12} := 0 \quad \delta_{22} := 0$$

```

Schritte(Stck) :=
  T110 ← T..11
  T220 ← T..22
  T330 ← T..33
  T120 ← 0
  T210 ← 0
  u0 ← u.0
  s0 ← s.0
  e0 ← e.0
  ε110 ← ε..11
  D110 ← D..11
  γ120 ← γ..12
  δ110 ← δ..11
  δ120 ← δ..12
  δ220 ← δ..22
  for k ∈ 0..Stck - 1
    T.tot ← 
$$\begin{pmatrix} T11_k + u_k & T12_k & 0 \\ T21_k & T22_k + u_k & 0 \\ 0 & 0 & T33_k + u_k \end{pmatrix}$$

    Δv ← v[(k + 1)·Δt] - v(k·Δt)
    D12k ←  $\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$ 
    K.w ←  $\frac{K_{\text{.Bit}} \cdot K_{\text{.Air}}}{s_k \cdot K_{\text{.Air}} + (1 - s_k) \cdot K_{\text{.Bit}}}$ 
    Sp ← T11k + T22k + T33k
    P.s ←  $-\frac{Sp}{3}$ 
    Θ.11 ←  $\frac{T11_k}{Sp}$ 
    Θ.22 ←  $\frac{T22_k}{Sp}$ 
    Θ.33 ←  $\frac{T33_k}{Sp}$ 
    Θ.12 ←  $\frac{T12_k}{Sp}$ 
    Θ.21 ←  $\frac{T21_k}{Sp}$ 
    SpΘΘ ← Θ.112 + Θ.222 + Θ.332 + Θ.122 + Θ.212
    SpΘΘcs ←  $\left(\Theta_{.11} - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\Theta_{.22} - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\Theta_{.33} - \frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \Theta_{.12}^2$ 
    tanψ ←  $\sqrt{3 \cdot \sqrt{Sp\Theta\Theta cs}}$ 
    ■
    ■

```


$$\begin{aligned}
& \text{Sp}\Theta\Theta\Theta\text{cs} \leftarrow \left(\Theta_{.11} - \frac{1}{3}\right)^3 + \left(\Theta_{.22} - \frac{1}{3}\right)^3 + \left(\Theta_{.33} - \frac{1}{3}\right)^3 + 3 \cdot \Theta_{.12}^2 \cdot \left(\Theta_{.11} - \frac{1}{3} + \Theta_{.22} - \frac{1}{3}\right) \\
& \cos 3\theta \leftarrow -\sqrt{6} \cdot \frac{\text{Sp}\Theta\Theta\Theta\text{cs}}{\frac{3}{\text{Sp}\Theta\Theta\text{cs}^2}} \\
& \delta \leftarrow \sqrt{\left(\delta_{11_k}\right)^2 + 2 \cdot \left(\delta_{12_k}\right)^2 + \left(\delta_{22_k}\right)^2} \\
& \rho \leftarrow \frac{\delta}{R} \\
& \delta\delta_{.11} \leftarrow \text{wenn} \left(\delta = 0, 0, \frac{\delta_{11_k}}{\delta} \right) \\
& \delta\delta_{.12} \leftarrow \text{wenn} \left(\delta = 0, 0, \frac{\delta_{12_k}}{\delta} \right) \\
& \delta\delta_{.22} \leftarrow \text{wenn} \left(\delta = 0, 0, \frac{\delta_{22_k}}{\delta} \right) \\
& \text{expn} \leftarrow \exp \left[- \left(\frac{3 \cdot p_{.s}}{h_{.s}} \right)^n \right] \\
& e_{.i} \leftarrow \text{expn} \cdot e_{.i0} \\
& e_{.c} \leftarrow \text{expn} \cdot e_{.c0} \\
& e_{.d} \leftarrow \text{expn} \cdot e_{.d0} \\
& ed_k \leftarrow e_{.d} \\
& f_{.d} \leftarrow \left(\frac{e_{.k} - e_{.d}}{e_{.c} - e_{.d}} \right)^\alpha \\
& f_{.s} \leftarrow \frac{\frac{1 + e_{.i}}{e_{.i}} \cdot \left(\frac{e_{.i}}{e_{.k}} \right)^\beta \cdot \frac{h_{.s}}{n} \cdot \left(\frac{3 \cdot p_{.s}}{h_{.s}} \right)^{1-n}}{3 + A^2 - A \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{e_{.i0} - e_{.d0}}{e_{.c0} - e_{.d0}} \right)^\alpha} \\
& F \leftarrow \sqrt{\max \left(\frac{1}{8} \cdot \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \cdot \tan \psi \cos 3\theta}, 0 \right)} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \tan \psi \\
& q \leftarrow \frac{f_{.s}}{\text{Sp}\Theta\Theta} \\
& r \leftarrow \frac{f_{.d} \cdot A \cdot F}{3} \\
& a \leftarrow m_{.R} \\
& b \leftarrow (1 - \rho^X) \cdot m_{.R} + \rho^X \cdot m_{.T} \\
& c \leftarrow 0 \\
& S_{.11} \leftarrow F^2 \cdot \delta\delta_{.11}^2 + A^2 \cdot \left(\Theta_{.11}^2 \cdot \delta\delta_{.11}^2 + 2 \cdot \Theta_{.11} \cdot \Theta_{.12} \cdot \delta\delta_{.11} \cdot \delta\delta_{.12} + \Theta_{.11} \cdot \Theta_{.22} \cdot \delta\delta_{.11} \cdot \delta\delta_{.22} \right) \\
& S_{.12} \leftarrow 2 \cdot \left[F^2 \cdot \delta\delta_{.11} \cdot \delta\delta_{.12} + A^2 \cdot \left(\Theta_{.11}^2 \cdot \delta\delta_{.11} \cdot \delta\delta_{.12} + 2 \cdot \Theta_{.11} \cdot \Theta_{.12} \cdot \delta\delta_{.12}^2 + \Theta_{.11} \cdot \Theta_{.12} \cdot \delta\delta_{.12} \cdot \delta\delta_{.22} \right) \right] \\
& P_{.11} \leftarrow F^2 \cdot (1 - \delta\delta_{.11})^2 + A^2 \cdot \left(\Theta_{.11}^2 - \Theta_{.11}^2 \cdot \delta\delta_{.11}^2 - 2 \cdot \Theta_{.11} \cdot \Theta_{.12} \cdot \delta\delta_{.11} \cdot \delta\delta_{.12} - \Theta_{.11} \cdot \Theta_{.22} \cdot \delta\delta_{.11} \cdot \delta\delta_{.22} \right) \\
& P_{.12} \leftarrow 2 \cdot \left[F^2 \cdot (-\delta\delta_{.11} \cdot \delta\delta_{.12}) + A^2 \cdot \left(\Theta_{.11} \cdot \Theta_{.12} - \Theta_{.11}^2 \cdot \delta\delta_{.11} \cdot \delta\delta_{.12} - 2 \cdot \Theta_{.11} \cdot \Theta_{.12} \cdot \delta\delta_{.12}^2 - \Theta_{.11} \cdot \Theta_{.12} \cdot \delta\delta_{.12} \cdot \delta\delta_{.22} \right) \right] \\
& W_{.11} \leftarrow (6 \cdot \Theta_{.11} - 1) \cdot \delta\delta_{.11} \cdot (\delta\delta_{.11}^2 + 2 \cdot \delta\delta_{.12}^2 + \delta\delta_{.22}^2)
\end{aligned}$$

```

w.12 ← 2 · (6 · Θ.11 - 1) · δδ.12 · (δδ.112 + 2 · δδ.122 + δδ.222)

D11k+1 ← -D12k ·  $\frac{a \cdot S_{.12} + b \cdot P_{.12} + c \cdot r \cdot W_{.12} - 2 \cdot \frac{T12_k}{q}}{a \cdot S_{.11} + b \cdot P_{.11} + c \cdot r \cdot W_{.11} + \frac{K_{.w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}}$ 

elastisch ← wenn(δδ.11 · D11k+1 + 2 · δδ.12 · D12k ≤ 0, 1, 0)

tark ← ρ

if ¬elastisch
    a ← (1 - ρX) · mR + ρX
    c ← ρX
    D11k+1 ← -D12k ·  $\frac{a \cdot S_{.12} + b \cdot P_{.12} + c \cdot r \cdot W_{.12} - 2 \cdot \frac{T12_k}{q}}{a \cdot S_{.11} + b \cdot P_{.11} + c \cdot r \cdot W_{.11} + \frac{K_{.w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}}$ 

SpδδD ← δδ.11 · D11k+1 + 2 · δδ.12 · D12k
SpΘD ← Θ.11 · D11k+1 + 2 · Θ.12 · D12k
Dn.11 ← δδ.11 · SpδδD
Dn.12 ← δδ.12 · SpδδD
Dn.22 ← δδ.22 · SpδδD
SpΘDn ← Θ.11 · Dn.11 + 2 · Θ.12 · Dn.12 + Θ.22 · Dn.22
SpδδDn ← SpδδD
ΔT.12 ← q · [a · (F2 · Dn.12 + A2 · Θ.12 · SpΘDn) + b · [F2 · (D12k - Dn.12) + A2 · Θ.12 · (SpΘD - SpΘDn)] + c · r · 6 · Θ.12 · SpδδDn] ...
+ D12k · (T1k - T2k)
ΔT.22 ← q · [a · (F2 · Dn.22 + A2 · Θ.22 · SpΘDn) + b · [-F2 · Dn.22 + A2 · Θ.22 · (SpΘD - SpΘDn)] + c · r · (6 · Θ.22 - 1) · SpδδDn] ...
+ 2 · D12k · T12k
ΔT.33 ← q · [a · A2 · Θ.33 · SpΘDn + b · A2 · Θ.33 · (SpΘD - SpΘDn) + c · r · (6 · Θ.33 - 1) · SpδδDn]

if elastisch
    Δδ.11 ← D11k+1
    Δδ.12 ← D12k
otherwise
    Δδ.11 ← D11k+1 - δδ.11 · (δδ.11 · D11k+1 + 2 · δδ.12 · D12k) · ρβr
    Δδ.12 ← D12k - δδ.12 · (δδ.11 · D11k+1 + 2 · δδ.12 · D12k) · ρβr
    Δδ.11 ← Δδ.11 - 2 · δ12k · D12k
    Δδ.12 ← Δδ.12 + (δ11k - δ22k) · D12k
    Δδ.22 ← 2 · δ12k · D12k
    δ11k+1 ← δ11k + Δδ.11
    δ12k+1 ← δ12k + Δδ.12
    δ22k+1 ← δ22k + Δδ.22

```

```

    ■
    Δu ← Kw ·  $\frac{1 + e_k}{e_k}$  · D11k+1
    uk+1 ← uk + Δu
    ΔT.11 ← -Δu
    T12k+1 ← T12k + ΔT.12
    T21k+1 ← T12k+1
    T11k+1 ← T11k + ΔT.11
    T22k+1 ← T22k + ΔT.22
    T33k+1 ← T33k + ΔT.33
    ek+1 ← ek + (1 + ek) · D11k+1
    sk+1 ← wenn  $\left( s_0 \cdot \frac{e_0}{e_{k+1}} \geq 1, 1, s_0 \cdot \frac{e_0}{e_{k+1}} \right)$ 
    ε11k+1 ← ε11k + D11k+1
    γ12k+1 ← γ12k + 2D12k
    Gk+1 ←  $\frac{\Delta T_{.12}}{2D12_k}$ 
    Tv12k+1 ← 2 · μ ·  $\frac{D12_k}{\Delta t}$ 
    Gvk+1 ← μ · f · 2 · π
    Gabsk+1 ←  $\sqrt{(G_{k+1})^2 + (Gv_{k+1})^2}$ 
    ψk+1 ← atan  $\left( \frac{Gv_{k+1}}{G_{k+1}} \right) \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}$ 
    return (T11 T12 T22 T33 D11 D12 ε11 γ12 e s u ed G Tv12 Gv Gabs ψ tar)

```

ANLAGE G4

Hypoplastisches Stoffgesetz; Erweitert mit der intergranularen Dehnung

ELEMENTVERSUCH KRAFTGESTEUERTE TRIAXIALE KOMPRESSION MIT PORENDRUCK

Stoffparameter:

$$\phi_c := 41$$

$$h_s := 22 \cdot 10^6$$

$$n := 0.5$$

$$e_{i0} := 0.69$$

$$e_{c0} := 0.6$$

$$e_{d0} := 0.14$$

$$\alpha := 0.1$$

$$\beta := 1.5$$

Abgeleitete Parameter:

$$\Phi_c := \frac{2 \cdot \pi}{360} \cdot \phi_c$$

$$A := \frac{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin(\Phi_c))}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sin(\Phi_c)}}$$

Kompressionsparameter:

Druckeinheit: Pa

$$K_{Air} := 2 \cdot 10^5$$

$$K_{Bit} := 1 \cdot 10^9$$

Parameter der intergranularen Dehnung:

$$R := 4 \times 10^{-4}$$

$$m_R := 2$$

$$m_T := 1.2$$

$$\beta_t := 0.5$$

$$\chi := 6$$

Beanspruchung:

$$p_{\max} := 10.0 \times 10^5$$

$$p_{\min} := 2 \times 10^5$$

$$\Delta T_1 := 1 \cdot 10^3$$

(Axialspannungsinkrement)

Anfangswerte:

$$\text{elastisch} := 1$$

$$p_0 := 5 \times 10^5$$

$$T_{\text{tot}1} := -p_0$$

$$T_{\text{tot}2} := -p_0$$

$$\varepsilon_1 := 0$$

$$\varepsilon_2 := 0$$

$$\delta_1 := 0$$

$$\delta_2 := 0$$

$$e_0 := 0.145$$

$$u_0 := -1.43 \cdot 10^5$$

$$s_0 := 1$$

```

Schritte(Stck) :=
    Ttotl0 ← Ttotl1
    ε10 ← ε1
    e0 ← e0
    δl0 ← δl1
    ε20 ← ε2
    δ20 ← δ22
    u0 ← u0
    s0 ← s0
    ΔTl0 ← -ΔT1
    D1 ← 0
    D2 ← 0
    rug0 ← elastisch
    Treddb ← 0
    for k ∈ 0.. Stck - 1
        Tlk ← Ttotlk - uk
        T2k ← Ttot2k - uk
        Kw ←  $\frac{K_{\text{Bit}} \cdot K_{\text{Air}}}{s_k \cdot K_{\text{Air}} + (1 - s_k) \cdot K_{\text{Bit}}}$ 
        ps ←  $-\frac{Tl_k + 2 \cdot T2_k}{3}$ 
        Θ1 ←  $\frac{Tl_k}{Tl_k + 2 \cdot T2_k}$ 
        Θ2 ←  $\frac{T2_k}{Tl_k + 2 \cdot T2_k}$ 
        expn ←  $\exp \left[ - \left( \frac{3 \cdot p_s}{h_s} \right)^n \right]$ 
        ei ← expn · ei0
        ec ← expn · ec0
        ed ← expn · ed0
        edk ← ed
        fd ←  $\left( \frac{e_k - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha$ 
        fs ←  $\frac{\frac{1 + e_i}{e_i} \cdot \left( \frac{e_i}{e_k} \right)^\beta \cdot \frac{h_s}{n} \cdot \left( \frac{3 \cdot p_s}{h_s} \right)^{1-n}}{3 + A^2 - A \cdot \sqrt{3} \cdot \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha}$ 
        r ←  $\frac{1}{3} \cdot A \cdot f_d$ 
        q ←  $\frac{f_s}{\Theta_1^2 + 2 \cdot \Theta_2^2}$ 

```

```

 $\delta \leftarrow \sqrt{(\delta 1_k)^2 + 2 \cdot (\delta 2_k)^2}$ 
 $\rho \leftarrow \min\left(\frac{\delta}{R}, 1\right)$ 
 $\text{tar}_k \leftarrow \rho$ 
 $\delta\delta_1 \leftarrow \text{wenn}\left(\delta = 0, 0, \frac{\delta 1_k}{\delta}\right)$ 
 $\delta\delta_2 \leftarrow \text{wenn}\left(\delta = 0, 0, \frac{\delta 2_k}{\delta}\right)$ 
 $a \leftarrow m_R$ 
 $b \leftarrow (1 - \rho^\chi) \cdot m_R + \rho^\chi \cdot m_T$ 
 $S_{11} \leftarrow \delta\delta_1^2 + A^2 \cdot (\Theta_1^2 \cdot \delta\delta_1^2 + 2 \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)$ 
 $S_{12} \leftarrow 2 \cdot [\delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 + A^2 \cdot (\Theta_1^2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 + 2 \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2^2)]$ 
 $S_{21} \leftarrow \delta\delta_2 \delta\delta_1 + A^2 \cdot (\Theta_2 \cdot \Theta_1 \cdot \delta\delta_1^2 + 2 \cdot \Theta_2^2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)$ 
 $S_{22} \leftarrow 2 \cdot [\delta\delta_2^2 + A^2 \cdot (2 \cdot \Theta_2^2 \cdot \delta\delta_2^2 + \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)]$ 
 $P_{11} \leftarrow 1 - \delta\delta_1^2 + A^2 \cdot (\Theta_1^2 - \Theta_1^2 \cdot \delta\delta_1^2 - 2 \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)$ 
 $P_{12} \leftarrow 2 \cdot [-\delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 + A^2 \cdot (\Theta_1 \cdot \Theta_2 - \Theta_1^2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 - 2 \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_2^2)]$ 
 $P_{21} \leftarrow -\delta\delta_2 \cdot \delta\delta_1 + A^2 \cdot (\Theta_2 \cdot \Theta_1 - \Theta_2 \cdot \Theta_1 \cdot \delta\delta_1^2 - 2 \cdot \Theta_2^2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)$ 
 $P_{22} \leftarrow 1 - 2 \cdot [\delta\delta_2^2 + A^2 \cdot (-\Theta_2^2 + \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 + 2 \cdot \Theta_2^2 \cdot \delta\delta_2^2)]$ 
 $W_{11} \leftarrow \delta\delta_1 \cdot (6 \cdot \Theta_1 - 1)$ 
 $W_{12} \leftarrow 2 \cdot \delta\delta_2 \cdot (6 \cdot \Theta_1 - 1)$ 
 $W_{21} \leftarrow \delta\delta_1 \cdot (6 \cdot \Theta_2 - 1)$ 
 $W_{22} \leftarrow 2 \cdot \delta\delta_2 \cdot (6 \cdot \Theta_2 - 1)$ 
 $SPWK_{11} \leftarrow a \cdot S_{11} + b \cdot P_{11} + \frac{K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}$ 
 $SPWK_{12} \leftarrow a \cdot S_{12} + b \cdot P_{12} + \frac{2 \cdot K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}$ 
 $SPWK_{21} \leftarrow a \cdot S_{21} + b \cdot P_{21} + \frac{K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}$ 
 $SPWK_{22} \leftarrow a \cdot S_{22} + b \cdot P_{22} + \frac{2 \cdot K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}$ 
 $D \leftarrow \text{llösen}\left[\begin{pmatrix} SPWK_{11} & SPWK_{12} \\ SPWK_{21} & SPWK_{22} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{\Delta T 1_k}{q} \\ 0 \end{pmatrix}\right]$ 
if  $\delta\delta_1 \cdot D_0 + 2 \cdot \delta\delta_2 \cdot D_1 > 0$ 
     $a \leftarrow (1 - \rho^\chi) \cdot m_R + \rho^\chi$ 
     $c \leftarrow \rho^\chi$ 
     $SPWK_{11} \leftarrow a \cdot S_{11} + b \cdot P_{11} + c \cdot r \cdot W_{11} + \frac{K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}$ 

```

```

    SPWK12 ← a·S12 + b·P12 + c·r·W12 +  $\frac{2 \cdot K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}$ 

    SPWK21 ← a·S21 + b·P21 + c·r·W21 +  $\frac{K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}$ 

    SPWK22 ← a·S22 + b·P22 + c·r·W22 +  $\frac{2 \cdot K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}$ 

    D ← llösen  $\begin{bmatrix} \text{SPWK}_{11} & \text{SPWK}_{12} \\ \text{SPWK}_{21} & \text{SPWK}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta T1_k}{q} \\ 0 \end{pmatrix}$ 

D1 ← D0
D2 ← D1
tarD1k ← D0
tarD2k ← D1
if rugk
     $\Delta\delta_1 \leftarrow D_1$ 
     $\Delta\delta_2 \leftarrow D_2$ 
otherwise
     $\Delta\delta_1 \leftarrow D_1 - \delta\delta_1 \cdot (\delta\delta_1 \cdot D_1 + 2 \cdot \delta\delta_2 \cdot D_2) \cdot \rho^{\beta_r}$ 
     $\Delta\delta_2 \leftarrow D_2 - \delta\delta_2 \cdot (\delta\delta_1 \cdot D_1 + 2 \cdot \delta\delta_2 \cdot D_2) \cdot \rho^{\beta_r}$ 
 $\Delta e \leftarrow (1 + e_k) \cdot (D_1 + 2 \cdot D_2)$ 
ek+1 ← ek + Δe
sk+1 ← s0 ·  $\frac{e_0}{e_{k+1}}$ 
uk+1 ← uk + Kw ·  $\frac{(1 + e_{k+1})}{e_{k+1}} \cdot (D_1 + 2 \cdot D_2)$ 
Gk+1 ←  $\frac{\Delta T1_k}{2 \cdot (D_1 - D_2)}$ 
δ1k+1 ← δ1k + Δδ1
δ2k+1 ← δ2k + Δδ2
ε1k+1 ← ε1k + D1
ε2k+1 ← ε2k + D2
εdevk+1 ← (ε1k+1 - ε2k+1)
rugk+1 ← wenn(δδ1·D1 + 2·δδ2·D2 ≤ 0, 1, 0)
ΔT1k+1 ← sign(ΔT1k) · ΔT1
ΔT1k+1 ← wenn(Ttot1k ≤ -pmax ∨ Ttot1k ≥ -pmin, -ΔT1k+1, ΔT1k+1)
Ttot1k+1 ← min(max(Ttot1k + ΔT1k+1, -pmax), -pmin)
return (Ttot1 T1 T2 ΔT1 tarD1 tarD2 ε1 ε2 εdev e s u ed tar G)

```


ANLAGE G5

Hypoplastisches Stoffgesetz; Erweitert mit der intergranularen Dehnung

**ELEMENTVERSUCH WEGGESTEUERTE TRIAXIALE KOMPRESSION
MIT PORENDRUCK UND VISKOSITÄT**

Stoffparameter:

$$\phi_c := 41$$

$$h_s := 22 \cdot 10^6$$

$$n := 0.5$$

$$e_{i0} := 0.69$$

$$e_{c0} := 0.6$$

$$e_{d0} := 0.14$$

$$\alpha := 0.1$$

$$\beta := 1.5$$

$$K_{Air} := 2 \cdot 10^5$$

$$K_{Bit} := 1 \cdot 10^9$$

Abgeleitete Parameter:

$$\Phi_c := \frac{2 \cdot \pi}{360} \cdot \phi_c$$

$$A := \frac{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin(\Phi_c))}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sin(\Phi_c)}}$$

Druckeinheit: Pa

Parameter der intergranularer Dehnung:

$$R := 4 \times 10^{-4}$$

$$m_R := 2$$

$$m_T := 1.2$$

$$\beta_T := 0.5$$

$$\chi := 6$$

Zeiteinheit: s

Viskosität:

$$\mu := 1 \cdot 10^6$$

Viskositätseinheit: Pa*s

Beanspruchung:

$$\varepsilon_{l_{max}} := 1.0 \cdot 10^{-3}$$

$$f := 1$$

$$\Delta t := t^{-1} \cdot 0.001$$

Frequenzeinheit: 1/s

Anfangswerte:

$$\text{elastisch} := 1$$

$$p_0 := 5.0 \times 10^5$$

$$T_{tot1} := -6 \cdot 10^5$$

$$T_{tot2} := -p_0$$

$$T_{v10} := 0$$

$$\varepsilon_1 := 0 \quad \varepsilon_2 := 0$$

$$\delta_1 := 0$$

$$\delta_2 := 0$$

$$u_0 := 0$$

$$s_0 := 0.95$$

$$e_0 := 0.145$$

```

Schritte(Stck) :=
  Ttotl0 ← Ttotl1
  ε10 ← ε1
  e0 ← e0
  δl0 ← δl1
  ε20 ← ε2
  δ20 ← δ2
  u0 ← u0
  s0 ← s0
  D1 ← 0
  D2 ← 0
  rug0 ← elastisch
  Treddb ← 0
  Tvl0 ← Tvl0
  Ttotl0 ← Ttotl1
  for k ∈ 0..Stck - 1
    D1 ← ε1max · [sin[2·π·f·(k + 1)·Δt] - sin(2·π·f·k·Δt)]
    Tlk ← Ttotlk - uk
    T2k ← Ttot2 - uk
    Kw ←  $\frac{K_{\text{Bit}} \cdot K_{\text{Air}}}{s_k \cdot K_{\text{Air}} + (1 - s_k) \cdot K_{\text{Bit}}}$ 
    ps ←  $-\frac{Tl_k + 2 \cdot T2_k}{3}$ 
    Θ1 ←  $\frac{Tl_k}{Tl_k + 2 \cdot T2_k}$ 
    Θ2 ←  $\frac{T2_k}{Tl_k + 2 \cdot T2_k}$ 
    expn ← exp $\left[-\left(\frac{3 \cdot p_s}{h_s}\right)^n\right]$ 
    ei ← expn · ei0
    ec ← expn · ec0
    ed ← expn · ed0
    edk ← ed
    fd ←  $\left(\frac{e_k - e_d}{e_c - e_d}\right)^\alpha$ 
    fs ←  $\frac{\frac{1 + e_i}{e_i} \cdot \left(\frac{e_i}{e_k}\right)^\beta \cdot \frac{h_s}{n} \cdot \left(\frac{3 \cdot p_s}{h_s}\right)^{1-n}}{3 + A^2 - A \cdot \sqrt{3 \cdot \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}}\right)^\alpha}}$ 
    r ←  $\frac{1}{3} \cdot A \cdot f_d$ 

```

```

q ←  $\frac{f_s}{\Theta_1^2 + 2 \cdot \Theta_2^2}$ 
δ ←  $\sqrt{(\delta 1_k)^2 + 2 \cdot (\delta 2_k)^2}$ 
ρ ←  $\min\left(\frac{\delta}{R}, 1\right)$ 
δδ1 ← wenn  $\left(\delta = 0, 0, \frac{\delta 1_k}{\delta}\right)$ 
δδ2 ← wenn  $\left(\delta = 0, 0, \frac{\delta 2_k}{\delta}\right)$ 
a ← mR
b ←  $(1 - \rho^X) \cdot m_R + \rho^X \cdot m_T$ 
S11 ←  $\delta\delta_1^2 + A^2 \cdot (\Theta_1^2 \cdot \delta\delta_1^2 + 2 \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)$ 
S12 ←  $2 \cdot [\delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 + A^2 \cdot (\Theta_1^2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 + 2 \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_2^2)]$ 
S21 ←  $\delta\delta_2 \cdot \delta\delta_1 + A^2 \cdot (\Theta_2 \cdot \Theta_1 \cdot \delta\delta_1^2 + 2 \cdot \Theta_2^2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)$ 
S22 ←  $2 \cdot [\delta\delta_2^2 + A^2 \cdot (2 \cdot \Theta_2^2 \cdot \delta\delta_2^2 + \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)]$ 
P11 ←  $1 - \delta\delta_1^2 + A^2 \cdot (\Theta_1^2 - \Theta_1^2 \cdot \delta\delta_1^2 - 2 \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)$ 
P12 ←  $2 \cdot [-\delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 + A^2 \cdot (\Theta_1 \cdot \Theta_2 - \Theta_1^2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 - 2 \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_2^2)]$ 
P21 ←  $-\delta\delta_2 \cdot \delta\delta_1 + A^2 \cdot (\Theta_2 \cdot \Theta_1 - \Theta_2 \cdot \Theta_1 \cdot \delta\delta_1^2 - 2 \cdot \Theta_2^2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2)$ 
P22 ←  $1 - 2 \cdot [\delta\delta_2^2 + A^2 \cdot (-\Theta_2^2 + \Theta_1 \cdot \Theta_2 \cdot \delta\delta_1 \cdot \delta\delta_2 + 2 \cdot \Theta_2^2 \cdot \delta\delta_2^2)]$ 
W11 ←  $\delta\delta_1 \cdot (6 \cdot \Theta_1 - 1)$ 
W12 ←  $2 \cdot \delta\delta_2 \cdot (6 \cdot \Theta_1 - 1)$ 
W21 ←  $\delta\delta_1 \cdot (6 \cdot \Theta_2 - 1)$ 
W22 ←  $2 \cdot \delta\delta_2 \cdot (6 \cdot \Theta_2 - 1)$ 
C ←  $\frac{\left(a \cdot S_{21} + b \cdot P_{21} + \frac{K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}\right)}{\left(a \cdot S_{22} + b \cdot P_{22} + \frac{2 \cdot K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}\right)}$ 
D2 ← -D1 · C
if δδ1 · D1 + 2 · δδ2 · D2 > 0
    a ←  $(1 - \rho^X) \cdot m_R + \rho^X$ 
    c ← ρX
    C ←  $\frac{\left(a \cdot S_{21} + b \cdot P_{21} + c \cdot r \cdot W_{21} + \frac{K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}\right)}{\left(a \cdot S_{22} + b \cdot P_{22} + c \cdot r \cdot W_{22} + \frac{2 \cdot K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k}\right)}$ 
    D2 ← -D1 · C
tarD1k ← D1
tarD2k ← D2

```

```

if rugk
    Δδ1 ← D1
    Δδ2 ← D2
otherwise
    Δδ1 ← D1 - δδ1 · (δδ1 · D1 + 2 · δδ2 · D2) · ρβr
    Δδ2 ← D2 - δδ2 · (δδ1 · D1 + 2 · δδ2 · D2) · ρβr
    ΔTlk ← q ·  $\left[ \left( a \cdot S_{11} + b \cdot P_{11} + c \cdot r \cdot W_{11} + \frac{K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot D_1 + \left( a \cdot S_{12} + b \cdot P_{12} + c \cdot r \cdot W_{12} + \frac{2 \cdot K_w}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot D_2 \right]$ 
    Tv1k+1 ←  $\frac{2 \cdot \mu \cdot (D_1 - D_2)}{\Delta t}$ 
    Gvk ← μ · (2 · π · f)
    Gk ←  $\frac{\Delta Tl_k}{2 \cdot (D_1 - D_2)}$ 
    Gabsk ←  $\sqrt{(Gv_k)^2 + (G_k)^2}$ 
    ψk ← atan $\left(\frac{Gv_k}{G_k}\right) \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}$ 
    Δe ← (1 + ek) · (D1 + 2 · D2)
    ek+1 ← ek + Δe
    tark ← ρ
    sk+1 ← s0 ·  $\frac{e_0}{e_{k+1}}$ 
    uk+1 ← uk + Kw ·  $\frac{(1 + e_{k+1})}{e_{k+1}} \cdot (D_1 + 2 \cdot D_2)$ 
    δ1k+1 ← δ1k + Δδ1
    δ2k+1 ← δ2k + Δδ2
    ε1k+1 ← ε1k + D1
    ε2k+1 ← ε2k + D2
    rugk+1 ← wenn(δδ1 · D1 + 2 · δδ2 · D2 ≤ 0, 1, 0)
    Ttotlk+1 ← Ttotlk + ΔTlk
return (Ttotl Tl T2 ΔTl tarD1 tarD2 ε1 ε2 e s u ed G Tv1 Gv Gabs ψ tar)

```

ANLAGE G6

Hypoplastisches Stoffgesetz; Erweitert mit der intergranularen Dehnung

**ELEMENTVERSUCH KRAFTGESTEUERTE TRIAXIALE KOMPRESSION
MIT PORENDRUCK UND VISKOSITÄT**

Stoffparameter:

$\phi_c := 41$

$h_s := 22 \cdot 10^6$

$n := 0.5$

$e_{i0} := 0.69$

$e_{c0} := 0.6$

$e_{d0} := 0.14$

$\alpha := 0.1$

$\beta := 1.5$

Abgeleitete Parameter:

$\Phi_c := \frac{2 \cdot \pi}{360} \cdot \phi_c$

$A := \frac{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin(\Phi_c))}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\Phi_c)}$

Druckeinheit: Pa

Kompressionsparameter:

$K_{Air} := 2 \cdot 10^5$

$K_{Bit} := 1 \cdot 10^9$

Parameter der intergranularen Dehnung:

$R := 4 \times 10^{-4}$

$m_R := 2$

$m_T := 1.2$

$\beta_r := 0.5$

$\chi := 6$

Zeiteinheit: s

Viskosität:

$\mu := 0.01 \times 10^6$

Viskositätseinheit: Pa*s

Beanspruchung:

$p_{max} := 10.0 \times 10^5$

$p_{min} := 2 \times 10^5$

$f := 10$

$\Delta t := f^{-1} \cdot 0.001$

Frequenzeinheit: 1/s

Anfangswerte:

$elastisch := 1$

$p_0 := 5.0 \times 10^5$

$T_{tot1} := -6 \cdot 10^5$

$T_{tot2} := -p_0$

$Tv1_0 := 0$

$\epsilon_1 := 0$

$\epsilon_2 := 0$

$\epsilon_{dev0} := 0$

$\delta_1 := 0$

$\delta_2 := 0$

$e_0 := 0.145$

$u_0 := 0$

$s_0 := 0.95$

Zeit-Integrationskonstante:

$C := 0.99$

Schritte(Stck) :=

$$\begin{aligned}
& \text{Ttot1}_0 \leftarrow \text{Ttot}_1 \\
& \varepsilon^1_0 \leftarrow \varepsilon_{.1} \\
& e_0 \leftarrow e_{.0} \\
& \delta^1_0 \leftarrow \delta_{.1} \\
& \varepsilon^2_0 \leftarrow \varepsilon_{.2} \\
& \varepsilon_{\text{dev}}_0 \leftarrow \varepsilon_{\text{dev}.0} \\
& \delta^2_0 \leftarrow \delta_{.2} \\
& u_0 \leftarrow u_{.0} \\
& s_0 \leftarrow s_{.0} \\
& D_{.1} \leftarrow 0 \\
& D_{.2} \leftarrow 0 \\
& \text{rug}_0 \leftarrow \text{elastisch} \\
& \text{Treddb} \leftarrow 0 \\
& \text{Tv1}_0 \leftarrow \text{Tv1}_{.0} \\
& \text{for } k \in 0.. \text{Stck} - 1 \\
& \quad \Delta T1_k \leftarrow \frac{-(p_{\text{max}} - p_{\text{min}})}{2} \cdot \sin[2 \cdot \pi \cdot f \cdot (k + 1) \cdot \Delta t] - \frac{-(p_{\text{max}} - p_{\text{min}})}{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot k \cdot \Delta t) \\
& \quad T1_k \leftarrow \text{Ttot1}_k - u_k \\
& \quad T2_k \leftarrow \text{Ttot}_2 - u_k \\
& \quad K_{.w} \leftarrow \frac{K_{\text{.Bit}} \cdot K_{\text{.Air}}}{s_k \cdot K_{\text{.Air}} + (1 - s_k) \cdot K_{\text{.Bit}}} \\
& \quad p_{.s} \leftarrow -\frac{T1_k + 2 \cdot T2_k}{3} \\
& \quad \Theta_{.1} \leftarrow \frac{T1_k}{T1_k + 2 \cdot T2_k} \\
& \quad \Theta_{.2} \leftarrow \frac{T2_k}{T1_k + 2 \cdot T2_k} \\
& \quad \text{expn} \leftarrow \exp \left[-\left(\frac{3 \cdot p_{.s}}{h_{.s}} \right)^n \right] \\
& \quad e_{.i} \leftarrow \text{expn} \cdot e_{.i0} \\
& \quad e_{.c} \leftarrow \text{expn} \cdot e_{.c0} \\
& \quad e_{.d} \leftarrow \text{expn} \cdot e_{.d0} \\
& \quad f_{.d} \leftarrow \left(\frac{e_k - e_{.d}}{e_{.c} - e_{.d}} \right)^\alpha \\
& \quad f_{.s} \leftarrow \frac{\frac{1 + e_{.i}}{e_{.i}} \cdot \left(\frac{e_{.i}}{e_k} \right)^\beta \cdot \frac{h_{.s}}{n} \cdot \left(\frac{3 \cdot p_{.s}}{h_{.s}} \right)^{1-n}}{3 + A^2 - A \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{e_{.i0} - e_{.d0}}{e_{.c0} - e_{.d0}} \right)^\alpha} \\
& \quad r \leftarrow \frac{1}{3} \cdot A \cdot f_{.d}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q &\leftarrow \frac{f_{\cdot s}}{\Theta_{\cdot 1}^2 + 2 \cdot \Theta_{\cdot 2}^2} \\
\delta &\leftarrow \sqrt{(\delta 1_k)^2 + 2 \cdot (\delta 2_k)^2} \\
\rho &\leftarrow \min\left(\frac{\delta}{R}, 1\right) \\
\delta\delta_{\cdot 1} &\leftarrow \text{wenn}\left(\delta = 0, 0, \frac{\delta 1_k}{\delta}\right) \\
\delta\delta_{\cdot 2} &\leftarrow \text{wenn}\left(\delta = 0, 0, \frac{\delta 2_k}{\delta}\right) \\
a &\leftarrow m_{\cdot R} \\
b &\leftarrow (1 - \rho^X) \cdot m_{\cdot R} + \rho^X \cdot m_{\cdot T} \\
S_{\cdot 11} &\leftarrow \delta\delta_{\cdot 1}^2 + A^2 \cdot (\Theta_{\cdot 1}^2 \cdot \delta\delta_{\cdot 1}^2 + 2 \cdot \Theta_{\cdot 1} \cdot \Theta_{\cdot 2} \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2}) \\
S_{\cdot 12} &\leftarrow 2 \cdot \left[\delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2} + A^2 \cdot (\Theta_{\cdot 1}^2 \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2} + 2 \cdot \Theta_{\cdot 1} \cdot \Theta_{\cdot 2} \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2}) \right] \\
S_{\cdot 21} &\leftarrow \delta\delta_{\cdot 2} \cdot \delta\delta_{\cdot 1} + A^2 \cdot (\Theta_{\cdot 2} \cdot \Theta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 1}^2 + 2 \cdot \Theta_{\cdot 2}^2 \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2}) \\
S_{\cdot 22} &\leftarrow 2 \cdot \left[\delta\delta_{\cdot 2}^2 + A^2 \cdot (2 \cdot \Theta_{\cdot 2}^2 \cdot \delta\delta_{\cdot 2}^2 + \Theta_{\cdot 1} \cdot \Theta_{\cdot 2} \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2}) \right] \\
P_{\cdot 11} &\leftarrow 1 - \delta\delta_{\cdot 1}^2 + A^2 \cdot (\Theta_{\cdot 1}^2 - \Theta_{\cdot 1}^2 \cdot \delta\delta_{\cdot 1}^2 - 2 \cdot \Theta_{\cdot 1} \cdot \Theta_{\cdot 2} \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2}) \\
P_{\cdot 12} &\leftarrow 2 \cdot \left[-\delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2} + A^2 \cdot (\Theta_{\cdot 1} \cdot \Theta_{\cdot 2} - \Theta_{\cdot 1}^2 \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2} - 2 \cdot \Theta_{\cdot 1} \cdot \Theta_{\cdot 2} \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2}) \right] \\
P_{\cdot 21} &\leftarrow -\delta\delta_{\cdot 2} \cdot \delta\delta_{\cdot 1} + A^2 \cdot (\Theta_{\cdot 2} \cdot \Theta_{\cdot 1} - \Theta_{\cdot 2} \cdot \Theta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 1}^2 - 2 \cdot \Theta_{\cdot 2}^2 \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2}) \\
P_{\cdot 22} &\leftarrow 1 - 2 \cdot \left[\delta\delta_{\cdot 2}^2 + A^2 \cdot (-\Theta_{\cdot 2}^2 + \Theta_{\cdot 1} \cdot \Theta_{\cdot 2} \cdot \delta\delta_{\cdot 1} \cdot \delta\delta_{\cdot 2} + 2 \cdot \Theta_{\cdot 2}^2 \cdot \delta\delta_{\cdot 2}^2) \right] \\
W_{\cdot 11} &\leftarrow \delta\delta_{\cdot 1} \cdot (6 \cdot \Theta_{\cdot 1} - 1) \\
W_{\cdot 12} &\leftarrow 2 \cdot \delta\delta_{\cdot 2} \cdot (6 \cdot \Theta_{\cdot 1} - 1) \\
W_{\cdot 21} &\leftarrow \delta\delta_{\cdot 1} \cdot (6 \cdot \Theta_{\cdot 2} - 1) \\
W_{\cdot 22} &\leftarrow 2 \cdot \delta\delta_{\cdot 2} \cdot (6 \cdot \Theta_{\cdot 2} - 1) \\
SK_{\cdot 11} &\leftarrow \left(a \cdot S_{\cdot 11} + b \cdot P_{\cdot 11} + \frac{K_{\cdot w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot q \\
SK_{\cdot 12} &\leftarrow \left(a \cdot S_{\cdot 12} + b \cdot P_{\cdot 12} + \frac{2 \cdot K_{\cdot w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot q \\
SK_{\cdot 21} &\leftarrow \left(a \cdot S_{\cdot 21} + b \cdot P_{\cdot 21} + \frac{K_{\cdot w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot q \\
SK_{\cdot 22} &\leftarrow \left(a \cdot S_{\cdot 22} + b \cdot P_{\cdot 22} + \frac{2 \cdot K_{\cdot w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot q \\
G &\leftarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{(SK_{\cdot 11} \cdot SK_{\cdot 22} - SK_{\cdot 21} \cdot SK_{\cdot 12})}{(SK_{\cdot 22} + SK_{\cdot 21})} \\
K &\leftarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{(SK_{\cdot 11} \cdot SK_{\cdot 22} - SK_{\cdot 21} \cdot SK_{\cdot 12})}{(SK_{\cdot 22} - 2SK_{\cdot 21})} \\
D_0 &\leftarrow \Delta T 1_k \left[\frac{1}{9 \cdot K} + \frac{2}{3 \cdot \left(\frac{2\mu}{\Delta t} + C \cdot 2G \right)} \right] \\
&\bullet \\
&\bullet
\end{aligned}$$

```

D1 ← ΔT1k  $\left[ \frac{1}{9 \cdot K} - \frac{1}{3 \cdot \left( \frac{2\mu}{\Delta t} + C \cdot 2G \right)} \right]$ 
if δδ.1 · D0 + 2 · δδ.2 · D1 > 0
    a ← (1 - ρχ) · mR + ρχ
    c ← ρχ
    SK.11 ←  $\left( a \cdot S_{.11} + b \cdot P_{.11} + c \cdot r \cdot W_{.11} + \frac{K_{.w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot q$ 
    SK.12 ←  $\left( a \cdot S_{.12} + b \cdot P_{.12} + c \cdot r \cdot W_{.12} + \frac{2 \cdot K_{.w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot q$ 
    SK.21 ←  $\left( a \cdot S_{.21} + b \cdot P_{.21} + c \cdot r \cdot W_{.21} + \frac{K_{.w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot q$ 
    SK.22 ←  $\left( a \cdot S_{.22} + b \cdot P_{.22} + c \cdot r \cdot W_{.22} + \frac{2 \cdot K_{.w}}{q} \cdot \frac{1 + e_k}{e_k} \right) \cdot q$ 
    G ←  $\frac{1}{2} \cdot \frac{(SK_{.11} \cdot SK_{.22} - SK_{.21} \cdot SK_{.12})}{(SK_{.22} + SK_{.21})}$ 
    K ←  $\frac{1}{3} \cdot \frac{(SK_{.11} \cdot SK_{.22} - SK_{.21} \cdot SK_{.12})}{(SK_{.22} - 2SK_{.21})}$ 
    D0 ← ΔT1k  $\left[ \frac{1}{9 \cdot K} + \frac{2}{3 \cdot \left( \frac{2\mu}{\Delta t} + C \cdot 2G \right)} \right]$ 
    D1 ← ΔT1k  $\left[ \frac{1}{9 \cdot K} - \frac{1}{3 \cdot \left( \frac{2\mu}{\Delta t} + C \cdot 2G \right)} \right]$ 
D.1 ← D0
D.2 ← D1
tarD1k ← D0
tarD2k ← D1
if rugk
    Δδ.1 ← D.1
    Δδ.2 ← D.2
otherwise
    Δδ.1 ← D.1 - δδ.1 · (δδ.1 · D.1 + 2 · δδ.2 · D.2) · ρβr
    Δδ.2 ← D.2 - δδ.2 · (δδ.1 · D.1 + 2 · δδ.2 · D.2) · ρβr
    Gabsk ←  $\frac{\Delta T1_k}{2(D_{.1} - D_{.2})}$ 
    Gvk ←  $\sqrt{(Gabs_k)^2 - (G)^2}$ 
    ψk ← atan $\left( \frac{Gv_k}{G} \right) \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}$ 
    Δe ← (1 + ek) · (D.1 + 2 · D.2)
    ek+1 ← ek + Δe

```

```

Rok ← ρ
v1k ←  $\frac{D_{.1}}{\Delta t}$ 
GGk ← G
TAUk ←  $\left\lceil \frac{\mu}{G \cdot (1 - C)} \right\rceil$ 
deltatk ← Δt
Tv1k ←  $\frac{4 \cdot \mu \cdot (D_{.1} - D_{.2})}{3 \cdot \Delta t}$ 
sk+1 ← s0 ·  $\frac{c_0}{c_{k+1}}$ 
uk+1 ← uk + Kw ·  $\frac{(1 + c_{k+1})}{c_{k+1}} \cdot (D_{.1} + 2 \cdot D_{.2})$ 
δ1k+1 ← δ1k + Δδ.1
δ2k+1 ← δ2k + Δδ.2
ε1k+1 ← ε1k + D.1
ε2k+1 ← ε2k + D.2
rugk+1 ← wenn(δδ.1 · D.1 + 2 · δδ.2 · D.2 ≤ 0, 1, 0)
Ttotlk+1 ← Ttotlk + ΔTlk
return (Ttotl Ttotl2 Tl T2 ΔTl tarD1 tarD2 ε1 ε2 Ro v1 e s u GG Tv1 Gv Gabs ψ TAU deltat)

```

Mitteilungen – Institut für Geotechnik, Technische Universität Dresden

ISSN 1434-3053

Herausgeber: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Dietrich Franke

Heft 1	Franke, D. (Hrsg)	1992	Das Institut für an der TU Dresden + Die Veröffentlichungen Johann Ohdes
Heft 2	Franke, D. (Hrsg)	1995	OHDE- Kolloquium 1993
Heft 3	Franke, D. (Hrsg)	1995	Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. habil. Dietrich Franke
Heft 4	Franke, D. (Hrsg)	1997	OHDE- Kolloquium 1997
Heft 5	Engel, J.	1998	Entwicklung von Datenstrukturen für bodenmechanische Anwendungen
Heft 6	Vogt, L.	1998	Untersuchungen zum Tragverhalten und zur Verbesserung der Standsicherheit von Stützmauern
Heft 7	al Diban, I.	2000	Das Tragverhalten horizontal belasteter, in nicht bindigen Boden eingespannter starrer Träger, in ebenem und geböschtem Gelände
Heft 8	Winkler, A.	2001	Ermittlung des Erddruckes im Bruchzustand Bei Drehung einer Wand um den Kopfpunkt
Heft 9	Franke, D. (Hrsg)	2001	OHDE- Kolloquium 2001
Heft 10	Engel, J.	2002	Verfahren zur Festlegung von Kennwerten für Bodenmechanische Nachweise
Heft 11	Neuberg, C.	2002	Ein Verfahren zur Berechnung des räumlichen Passiven Erddruckes vor parallel verschobenen Trägern

Herausgeber: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Ivo Herle

- | | | | |
|---------|--------------|------|--|
| Heft 12 | Bartl, U. | 2004 | Zur Mobilisierung des passiven Erddrucks
in kohäsionslosem Boden |
| Heft 13 | Arnold, M. | 2004 | Zur Berechnung des Erd- und Auflastdrucks
auf Winkelstützwände im Gebrauchszustand |
| Heft 14 | Al- Akel, S. | 2005 | Beitrag zur Berechnung von eingespannten
starren Stützkonstruktionen in kohäsionslosem
Boden |
| Heft 15 | Herle, I. | 2005 | OHDE- Kolloquium 2005 |
| Heft 16 | Herle, I. | 2009 | OHDE- Kolloquium 2009 |
| Heft 17 | Wegener, D. | 2013 | Ermittlung bleibender Verformungen infolge
dynamischer Belastungen mittels numerischer
Verfahren |