

Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern

Habilitationsschrift

von Dr. rer. nat. Hans Georg Krauthäuser
geb. am 6. Februar 1965 in Köln

zur Verleihung des akademischen Grades

**Doktor rerum naturalium habilitatus
(Dr. rer. nat. habil.)**

genehmigt von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg am 6. Juni 2007

Gutachter:

Prof. Dr. rer. nat. habil. Jürgen Nitsch
Prof. Dr.-Ing. Marco Leone
Prof. Dr. rer. nat. habil. Achim Enders
Prof. Dr.-Ing. Heyno Garbe

Wohin Denken ohne Experimentieren führt, hat uns das
Mittelalter gezeigt; aber dieses Jahrhundert läßt uns sehen,
wohin Experimentieren ohne Denken führt.

Arthur Schopenhauer (1788-1860)

Dank

Mein Dank gilt allen, die mir bei den Arbeiten der letzten Jahre geholfen haben.

Zunächst bedanke ich mich bei Prof. Nitsch für das mir entgegengebrachte Vertrauen. Es hat mir großen Spaß bereitet, den Aufbau des Lehrstuhls von Beginn an begleiten zu dürfen. Die zahllosen interessanten und lehrreichen Diskussionen waren unverzichtbar für das Gelingen dieser Arbeit und haben mich – so denke ich – positiv geprägt. Ich danke Ihnen auch für die Freiheit die Sie mir ließen, eigene Forschungsakzente frei zu setzen und nicht zuletzt dafür, dass Sie mich auf die Fährte der Modenverwirbelungskammern gesetzt haben. Prof. Leone, Prof. Garbe und Prof. Enders danke ich herzlich für die Bereitschaft, diese Arbeit zu begutachten. Mein besonderer Dank gilt auch Prof. Wollenberg der durch seine ruhige, klare Art nicht selten Ruhe und Klarheit in meine Gedanken brachte.

Ich danke meinen Studienarbeitern, meiner Studienarbeiterin, meinen Diplomanden und Doktoranden, die mich bei meinen Arbeiten unterstützt haben: Jörg Eberhardt, Andreas Hartmann, Mathias Herzig, Daniel Kürschner, Alexander Lützow, Sven Plate, Thomas Reidemeister, Antje Schafföner, Steffen Schulze, Marco Schwerdtfeger und Thomas Winzerling.

Besonderer Dank gilt natürlich auch den weiteren Kollegen der Arbeitsgruppe Moawia Al-Hamid, Frank Gronwald, Heiko Haase, Uwe Knauff, Hans-Jürgen Scheibe, Torsten Steinmetz, Sergey Tkachenko und Wolfgang Weinert. Ich habe die kollegiale Atmosphäre sehr genossen. Es sei mir erlaubt Uwe Knauff hervorzuheben, der mich und meinen Schreibtisch so lange ausgehalten hat und auf dessen Beurteilungen ich mich immer hundertprozentig verlassen konnte. Ein wenig seiner Ordnung, seiner Gewissenhaftigkeit und Gründlichkeit wünsche ich mir manchmal sehr.

Bedanken möchte ich mich auch bei den übrigen Mitarbeitern des IGET und des alten IELE. Ich denke, ich darf auch im Namen dieser Mitarbeiter besonders Petra Knauff danken, dafür, dass sie und Frau Schätzing uns so oft in ihren Gärten zum Institutsgrillen geduldet haben.

Nicht zuletzt danke ich meinen Kindern Jakob und Konstantin und meiner Frau Karin für ihre Liebe, die Wärme, den Halt und die Geduld an so manchem Wochenende. Ihr seid das Wichtigste in meinem Leben.

Magdeburg, 2007
Hans Georg Krauthäuser

Inhaltsverzeichnis

Notationsverzeichnis	xiii
Zusammenfassung und Ausblick	1
I Grundlagen	5
1 Hohlraumresonator	7
1.1 Leerer Hohlraumresonator	7
1.1.1 Beliebige Geometrie	7
1.1.2 Quaderförmige Geometrie	9
1.2 Hohlraumresonator mit Stromquelle	12
1.3 Modenanzahl und Modendichte	16
1.4 Modale Güte	24
1.4.1 Definition der Güte	24
1.4.2 Ohmsche Wandverluste	25
1.4.3 Dielektrische Verluste	26
1.4.4 Antennenverluste	27
2 Modenverwirbelungskammer	29
2.1 Eigenschaften des Feldes	29
2.1.1 Nomenklatur	29
2.1.2 Wellendarstellung	32
2.1.2.1 Fern von den Wänden	32
2.1.2.1.1 Erwartungswerte von Feldgrößen	35
2.1.2.1.2 Energiedichte	36
2.1.2.1.3 Poyntingvektor	36
2.1.2.1.4 Räumliche Korrelation	37
2.1.2.1.5 Anzahl unabhängiger innerer Punkte	41
2.1.2.1.6 Winkelkorrelation	42
2.1.2.2 In der Nähe einer Wand	44
2.1.2.3 In der Nähe einer Kante	46
2.1.2.4 In der Nähe einer Ecke	49

2.1.2.5	Verteilungsfunktion	52
2.2	Güte	53
2.2.1	Wellendarstellung	55
2.2.2	Modaler Ansatz	57
2.2.3	Thermodynamischer Ansatz	60
2.2.4	Spektraler Ansatz	63
2.3	Frequenzkorrelation	65
2.4	Einkopplung	67
2.4.1	Antennen	67
2.4.2	Testsystem	70
2.4.2.1	Höhere Momente der spektralen Winkelverteilung	70
2.4.2.2	Verteilung des eingekoppelten Stroms . . .	70
2.4.2.3	Verteilung des eingekoppelten Strombetrags (Spannungsbetrags)	71
2.4.2.4	Verteilung der eingekoppelten Leistung . .	72
2.4.2.5	Maximalwert der eingekoppelten Leistung	72
2.4.2.5.1	Maximalverteilung der normierten Leistung	72
2.4.2.5.2	Verteilung des Verhältnisses von Maximalwert und Mittelwert der Leistung für unabhängige Stichproben	73
2.4.2.5.3	Verteilung des Verhältnisses von Maximalwert und Mittelwert der Leistung für abhängige Stichproben	75
2.4.2.6	Leistungen an unterschiedlichen Positionen	77
2.4.2.6.1	Nutzung von Maximalwerten . . .	79
2.4.2.6.2	Nutzung von Mittelwerten	81
2.5	Abstrahlung	84
2.5.1	Gesamt abgestrahlte Leistung	84
2.6	Erreichbare Feldstärke	85
2.7	Transiente	88
2.8	Nicht-lineare Streuer	89
2.8.1	Anregung des unbeladenen Resonators	90
2.8.1.1	Theorie	90
2.8.1.2	Experiment	93
2.8.1.3	Genauere theoretische Analyse	94
2.8.2	Anregung des Resonators mit nichtlinearem Streuer	95

2.8.2.1	Experiment	95
2.8.2.2	Qualitative Erklärung des Experiments . . .	98
2.8.3	Wertung	99
II	Anwendungen	101
3	Messverfahren nach IEC 61000-4-21	103
3.1	Nomenklatur	103
3.2	Statistisch unabhängige Feldverteilungen	103
3.2.1	Autokorrelation	103
3.2.1.1	Verfahren nach IEC-61000-4-21	105
3.2.2	Diskussion des Verfahrens	106
3.2.2.1	Technische Kritik	107
3.2.2.2	Prinzipielle Kritik	111
3.3	Gütebestimmung	118
3.3.1	Verfahren nach Norm	118
3.3.2	Bandbreitenreduziertes Zeitbereichsverfahren	120
3.3.2.1	Anforderungen an die Messbandbreite . . .	122
3.4	Grundkalibrierung	124
3.5	EUT-Kalibrierung	128
3.6	Störfestigkeitsmessung	129
3.7	Störemissionsmessung	129
3.7.1	Methode nach IEC 61000-4-21	130
3.7.2	Alternative Methode	132
3.7.2.1	Simultane Messung von Güte und Empfangsleistung	132
3.7.2.1.1	Sensitivität	135
3.7.2.2	Vergleich mit den IEC Methoden	136
3.7.2.2.1	Rauschstrahlungsquelle »CNEIII«	138
3.7.2.2.2	Kammgenerator »RSG2000«	138
3.7.2.2.3	Abhängigkeit von der Position	140
3.7.2.2.4	Abhängigkeit von der Beladung	141
4	Korrelation mit Freiraum, Halbraum und TEM-Wellenleiter	145
4.1	Emission	145
4.1.1	Dipol im Freiraum	145
4.1.2	Dipol im Halbraum	147
4.1.3	Dipol im TEM-Wellenleiter	152

4.1.4	Dipol in der Modenverwirbelungskammer	153
4.1.5	Korrelation	155
4.2	Erwartungswert der maximale Direktivität	156
4.3	Einkopplung	160
4.3.1	Verbindungsstrukturen	161

III Anhänge 165

A Verteilungsfunktionen 167

A.1	Zufallsvariable	167
A.2	Generierung korrelierter Zufallszahlen	167
A.3	χ -Verteilung	167
A.3.1	χ_2	168
A.3.2	χ_4	170
A.3.3	χ_6	171
A.4	χ^2 -Verteilung	174
A.4.1	χ_2^2	175
A.4.2	χ_6^2	176
A.5	Verteilungsfunktionen auf der Dezibelskala	177
A.6	Multivariate Verteilung	178
A.7	Statistische Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	180
A.8	Verteilung von Funktionen von Zufallsvariablen	180
A.8.1	Verteilung von Summe und Differenz	181
A.8.2	Verteilung des Mittelwertes	181
A.8.3	Verteilung der Extremwerte	183
A.8.3.1	Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_2	185
A.8.3.2	Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_4	187
A.8.3.3	Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_6	189
A.8.3.4	Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_2^2	191
A.8.3.5	Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_6^2	193
A.8.4	Maximum zu Minimum und Maximum zu Mittelwert Quotienten	195
A.8.5	Transformationsmethode	195
A.8.6	Verteilungsfunktionstechnik	196
A.9	Bewertung von Korrelationskoeffizienten	199

B Hilfsprogramme 205

B.1	Parameter der dB-skalierten Verteilungen	205
-----	--	-----

B.2	Verteilung des Mittelwertes	207
B.3	Statistische Parameter der Extremalverteilungen	209
B.4	Verteilung von Korrelationskoeffizienten	213
B.4.1	Kritische Werte	214
Abbildungsverzeichnis		217
Tabellenverzeichnis		225
Literatur		227
Weiterführende Literatur		243
Glossar		283
Index		285

Notationsverzeichnis

3.14	Es wird ein Dezimalpunkt an Stelle eines Dezimalkommas für Zahlen verwendet.
$\hat{\mathbf{a}}$	Einheitsvektor in Richtung von $\mathbf{a}$: $\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}/ \mathbf{a} $.
A, a	Zufallsvariable: Die Zufallsvariable A und ein Wert a der Variablen.
$ \mathbf{a} $	Länge des Vektors $\mathbf{a}$
$\mathbf{a}, \mathbf{A}$	Vektor
$\mathbf{A}$	Matrix, Tensor, Dyade
a, b, c	Seitenlängen eines quaderförmigen Hohlraumresonators. Das Formelzeichen c wird auch für die Vakuumlichtgeschwindigkeit verwendet.
$\alpha_p^{\text{TE}}, \alpha_p^{\text{TM}}, \beta_p$	Modale Entwicklungskoeffizienten für das Streufeld im Falle des Hohlraumresonators mit Quelle.
$\langle \cdot \rangle$	Mittelwert bzw. Erwartungswert
$\mathbf{B}$	Vektor der magnetischer Flußdichte. In der Regel ist der ruhende Zeiger $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega)$ gemeint, d. h. die physikalische Feldstärke ist $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}(\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega)e^{-j\omega t})$.
${}_b\langle A \rangle$	Mittelwert der Zufallsvariablen A bezüglich des b -Ensembles.
${}_b^e\langle A \rangle_N$	Empirischer Mittelwert für einen Stichprobenumfang N des b -Ensembles.
${}_b^t\langle A \rangle$	Theoretischer Mittelwert (Erwartungswert) (Stichprobenumfang $N \rightarrow \infty$) des b -Ensembles.
${}_b^t\langle A \rangle_N$	Theoretischer Mittelwert (Erwartungswert) für einen Stichprobenumfang N des b -Ensembles.
${}_b[A]$	Maximum von A bezüglich des b -Ensembles.
${}_b^e[A]$	Empirisches Maximum von A bezüglich des b -Ensembles.
${}_b[A]_N$	Maximum von A bezüglich des b -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
${}_b^t[A]$	Theoretisches Maximum von A bezüglich des b -Ensembles.

$b[A]$	Minimum von A bezüglich des b -Ensembles.
$b^e[A]$	Empirisches Minimum von A bezüglich des b -Ensembles.
$b[A]_N$	Minimum von A bezüglich des b -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
$b^t[A]$	Theoretisches Minimum von A bezüglich des b -Ensembles.
$b^\dagger(A)$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der b -Ensembles.
$b^e\dagger(A)_N$	Empirisches Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der b -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
$b^\dagger(A)_N$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der b -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
$b^t\dagger(A)_N$	Theoretisches Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der b -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
BW_{Q_p}	Modale Halbwertsbreite: $BW_{Q_p} = \frac{\omega_p}{Q_p}$ bzw. $BW_{Q_p} = \frac{f_p}{Q_p}$
$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$	Vakuumlichtgeschwindigkeit: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299792458 \text{ m/s}$
c	Vakuumlichtgeschwindigkeit: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299792458 \text{ m/s}$
cdf	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen A : $\text{cdf}_A(a) = \int_{-\infty}^a \text{pdf}_A(a') da'$.
C_E	Kammerspezifische Konstante: ${}_b\langle E(\mathbf{r}) ^2 \rangle = 16\pi C_E \equiv E_0^2$
$\Delta_{l,m \leq n}$	Delta-Operator: siehe Seite 34.
δ_{ij}	Kronecker δ : $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j. \end{cases}$
δ_s	Eindringtiefe (Skintiefe): $\delta_s(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_m (\omega) \sigma_m}}$
$\delta(x)$	Diracsche Delta-Distribution: $\delta(x) = \begin{cases} 1 & x = 0 \\ 0 & x \neq 0. \end{cases}$
$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	direktes Vektorprodukt: Matrixprodukt des Zeilenvektors $\mathbf{a}$ mit dem Spaltenvektor $\mathbf{b}$.
$\frac{dN(\mathbf{k})}{dk}$	Modendichte
$D_s(f)$	Nicht-fluktuierender Anteil der Modendichte: $D_s(f) = 8\pi(abc)f^2(\varepsilon\mu)^{\frac{3}{2}} - (a + b + c)\sqrt{\varepsilon\mu} + \frac{1}{2}\delta(f)$.

$\mathbf{E}$	Elektrischer Feldvektor. In der Regel ist der ruhende Zeiger $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ gemeint, d. h. die physikalische Feldstärke ist $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}(\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)e^{-j\omega t})$.
$\text{ecdf}_A(a)$	Empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen A .
E_0	Kammerspezifische Konstante: $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) ^2 \rangle = 16\pi C_E \equiv E_0^2$
$\mathbf{E}_p$	Das elektrische Feld des p -ten Eigenmodes. Hierbei steht p für ein Tripel i, j, k .
ε	Permittivität: $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$
$\varepsilon', \varepsilon''$	Real- und Imaginärteil der Permittivität: $\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon''$.
ε_0	Permittivität des Vakuums: $\varepsilon_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$
$\mathbf{E}_p^{\text{TE}}$	Eigenfunktion des quellenfreien Hohlraumresonators
$\mathbf{E}_p^{\text{TM}}$	Eigenfunktion des quellenfreien Hohlraumresonators
E_R	Eine beliebige kartesische Komponente des Feldstärkevektors $\mathbf{E}$.
$\langle A \rangle$	Erwartungswert der Zufallsvariablen A : $\langle A \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \text{pdf}_A(x) dx$.
E^s	Streufeld
E_T	Betrag des Feldstärkevektors $\mathbf{E}$: $E_T = \mathbf{E} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$.
η	Feldwellenwiderstand $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$. Im Vakuum gilt $\eta = 120\pi \Omega$.
η_r	Empfangseffektivität einer Antenne.
$F(\hat{\mathbf{k}})$	Winkelspektrum des E-Feldes: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \iint_{4\pi} F(\hat{\mathbf{k}}) e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\Omega$
f	Frequenz
$\text{floor}(a)$	Größte ganze Zahl kleiner oder gleich a : $\text{floor}(3.14) = 3$.
F_p	Rotationsfreier Anteil des Streufeldes für den Hohlraumresonator mit Quelle: $\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_p^{\text{TE}} \mathbf{E}_p^{\text{TE}} + \alpha_p^{\text{TM}} \mathbf{E}_p^{\text{TM}} + \beta_p \mathbf{F}_p)$.
f_r	Auf die erste Resonanzfrequenz normierte Frequenz: $f_r = \frac{f}{f_0}$.
$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$	dyadische Greensche Funktion
$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$	skalare Greensche Funktion

H	Magnetischer Feldvektor. In der Regel ist der ruhende Zeiger $\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)$ gemeint, d. h. die physikalische Feldstärke ist $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}(\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)e^{-j\omega t})$.
h	Plancksches Wirkungsquantum: $h = 6.6260693 \cdot 10^{-34}$ Js.
H_p	Das magnetische Feld des p-ten Eigenmodes. Hierbei steht p für ein Tripel i, j, k.
I	dyadische Identität: $\mathbf{I} = \hat{\mathbf{x}} \otimes \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}} \otimes \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}} \otimes \hat{\mathbf{z}} = (\delta_{ij})$
J	Stromdichte
j	Imaginäre Einheit. $j = \sqrt{-1}$.
k	Wellenvektor. $ \mathbf{k} = k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c}$
κ	Aspektverhältnis: $\kappa = a/c$
k_B	Boltzmann-Konstante: $k_B = 1.3806505 \cdot 10^{-23}$ J/K.
k_p	Wellenzahl: Betrag des Wellenvektors. Der Index p steht als Platzhalter für ein Tripel i, j, k. k_p ist der Eigenwert zur Eigenlösung E_p .
λ	Aspektverhältnis: $\lambda = a/b$
λ	Wellenlänge: $\lambda \cdot f = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$
‡(A)	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A.
μ	Permeabilität: $\mu = \mu_0\mu_r$
μ₀	Permeabilität des Vakuums: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am
μ_m	Permeabilität der Wand (absolut)
n!!	$n!! = \begin{cases} n \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 4 \cdot 2 & n \text{ gerade} \\ n \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 1 & n \text{ ungerade.} \end{cases}$
n!	Fakultät von n: $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1$.
∇	Nabla-Ableitungsoperator: $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ in kartesischen Koordinaten.
¬	Logische Negation.
N_f	Modenanzahl
N_s(f)	Nicht-fluktuierender Teil der Modenanzahl: $N_s(f) = \frac{8\pi abc}{3} (f\sqrt{\epsilon\mu})^3 - (a+b+c)f\sqrt{\epsilon\mu} + \frac{1}{2}$

P_d	Umgesetzte Leistung
$\text{pdf}_A(a)$	Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Zufallsvariablen $A: \int_{a_1}^{a_2} \text{pdf}_A(a) da = \mathcal{P}\{a \in [a_1, a_2]\}$
$\mathcal{P}\{\cdot\}$	Wahrscheinlichkeit des Ereignisses ' $\cdot$ '.
Q	Güte
Q_a	Güte basierend auf Antennenverlusten
$\langle Q \rangle$	Mittlere Güte
Q_d	Güte basierend auf dielektrischen Verlusten
Q_p	Modale Güte
Q_w	Güte resultierend aus Wandverlusten
$\mathbf{r}$	Ortsvektor
${}_r\langle A \rangle$	Mittelwert der Zufallsvariablen A bezüglich des r -Ensembles.
${}_r^e\langle A \rangle_N$	Empirischer Mittelwert für einen Stichprobenumfang N des r -Ensembles.
${}_r^t\langle A \rangle$	Theoretischer Mittelwert (Erwartungswert) (Stichprobenumfang $N \rightarrow \infty$) des r -Ensembles.
${}_r^t\langle A \rangle_N$	Theoretischer Mittelwert (Erwartungswert) für einen Stichprobenumfang N des r -Ensembles.
${}_r^r[A]$	Maximum von A bezüglich des r -Ensembles.
${}_r^e[A]$	Empirisches Maximum von A bezüglich des r -Ensembles.
${}_r^r[A]_N$	Maximum von A bezüglich des r -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
${}_r^t[A]$	Theoretisches Maximum von A bezüglich des r -Ensembles.
${}_r^r[A]$	Minimum von A bezüglich des r -Ensembles.
${}_r^e[A]$	Empirisches Minimum von A bezüglich des r -Ensembles.
${}_r^r[A]_N$	Minimum von A bezüglich des r -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
${}_r^t[A]$	Theoretisches Minimum von A bezüglich des r -Ensembles.
${}_r^\uparrow(A)$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der r -Ensembles.
${}_r^e\uparrow(A)_N$	Empirisches Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der r -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
${}_r^\uparrow(A)_N$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der r -Ensembles bei Stichprobenumfang N .

$t_r^\dagger(A)_N$	Theoretisches Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der r -Ensembles bei Stichprobenumfang N .
R_s	Oberflächenwiderstand: $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_m}{2\sigma_m}} = \frac{1}{\sigma_m \delta_s}$
S_c	Skalare Leistungsdichte: $S_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \text{b}\langle w \rangle = \frac{E_0^2}{\eta}$.
σ_I	Standardabweichung des eingekoppelten Stroms: $\sigma_I = \sqrt{\langle I_r^2 \rangle} = \sqrt{\langle I_i^2 \rangle} = \sqrt{C_E \frac{\eta_r (1 - S_{22} ^2) \lambda^2}{Z_L \eta}}$.
σ_m	Wandleitfähigkeit
$\tan \delta$	Verlustfaktor (Tangens Delta): $\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$.
$\text{var}(A)$	Varianz der Zufallsvariable A : $\text{var}(A) = \langle A - \langle A \rangle \rangle$.
Ω	Raumwinkel: Flächeninhalt des betrachteten Kugelsegments dividiert durch das Quadrat des Radius.
ω	Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f$
W_p	gespeicherte Energie für die Eigenlösung p .
W_{pe}	gespeicherte elektrische Energie für die Eigenlösung p .
W_{pm}	gespeicherte magnetische Energie für die Eigenlösung p .
z^*	Zu z konjugiert-komplexe Zahl.

Zusammenfassung und Ausblick

Untersuchungen zur EMV (Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV)) von elektrischen und elektronischen Systemen müssen bei zunehmend höheren Frequenzen durchgeführt werden. So schreibt beispielsweise die im Februar 2006 erschienene IEC 61000-4-3 (IEC61000-4-3 2006) ('Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-3: Testing and measurement techniques - Radiated, radio-frequency, electromagnetic field immunity test') nun gestrahlte Störfestigkeitstests zwingend bis 2 GHz vor – und das ist sicher nicht das Ende der Entwicklung. In anderen Bereichen – beispielsweise in der Medizintechnik – werden Tests im Bereich oberhalb von 1 GHz schon seit längerem durchgeführt. Neben den klassischen EMV-Messumgebungen wie Freifeld und Absorberhalle werden alternative Messumgebungen wie TEM-Wellenleiter und Modenverwirbelungskammern (MVK) immer interessanter.

Deutlich wird das zunehmende Interesse bei einer Betrachtung der Zahl der jährlichen Veröffentlichungen. Die [Abbildung 0.1](#) zeigt dies von 1970 beginnend. Es wird deutlich, dass in den Jahren 1975 bis mindestens 2003 ein exponentielles Wachstum mit einer Verdopplung der Publikationen alle knapp fünf Jahre zu verzeichnen war. Seit 2003 (Erscheinungsjahr der IEC 61000-4-21) scheint aber eine Konsolidierung einzusetzen, was darauf hindeutet, dass nun die Anwendung mehr in den Vordergrund rückt. Das Konzept der elektromagnetischen MVK ist indes noch wesentlich älter. Die ersten Veröffentlichungen von [LAMB JR.](#) und [BECKER und AUTLER](#) aus dem Jahr 1946 ([LAMB JR. 1946](#); [BECKER und AUTLER 1946](#)) beschäftigen sich allerdings noch nicht mit Fragen der EMV. Dies geschieht erst ab 1968 nach der Arbeit von [MENDES](#) ([MENDES 1968](#)) und dann verstärkt ab 1980 durch die Arbeiten von [CORONA et al.](#) ([CORONA et al. 1980](#); [CORONA 1980](#)). Übernommen wurde das Konzept der Modenverwirbelung aus der Akustik. Als Begründer der akustischen Modenverwirbelungskammern kann [SABINE](#) gelten, der 1915 auch die erste zimmergroße Messkammer mit Modenrührer beschreibt ([SABINE 1915](#)).

Ziel dieser Arbeit ist es, zunächst den theoretischen Erkenntnisstand in einer geschlossenen Form zusammenzufassen. Dies ist nötig, da das Wissen über die Grundlagen der MVK über eine Fülle von Publikationen

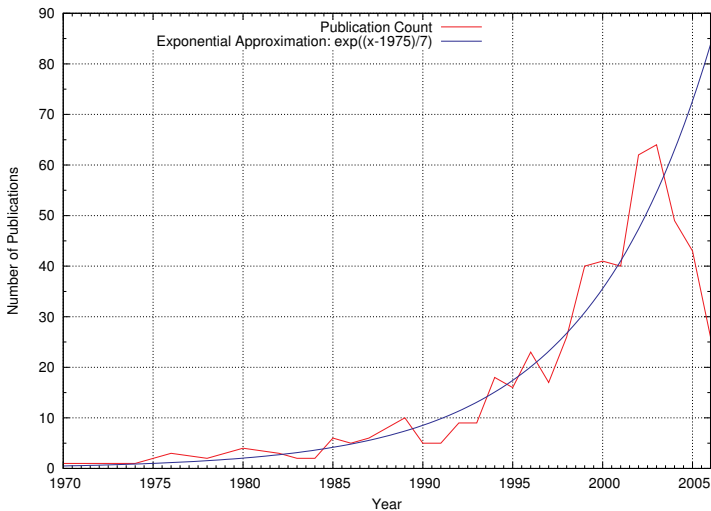


Abbildung 0.1: Anzahl der jährlichen Publikationen auf dem Themengebiet der Modenverwirbelungskammern. Die blaue Linie zeigt exponentielles Wachstum mit einer Verdoppelung alle 4.9 Jahre.

verteilt ist und sich eine Reihe von Fehlern, Vorurteilen und pauschalen Aussagen bereits tradiert hat. Der Grundlagenteil ([Teil I](#)) dieser Arbeit kann hoffentlich zusammen mit der ausführlichen Bibliographie als solide Basis für zukünftige Arbeiten dienen. Die Bibliographie ist hierbei zweigeteilt: Das Verzeichnis [Literatur](#) enthält die Referenzen dieser Arbeit; unter [Weiterführende Literatur](#) finden sich weitere Quellen.

Der Anwendungsteil ([Teil II](#)) beschäftigt sich zunächst mit der IEC Norm 61000-4-21 ([IEC61000-4-21 2003](#)). Darüber hinaus werden für den Bereich der Qualifizierung des Modenrührers sowie für die Messungen der Güte und der Emissionen neue Verfahren vorgeschlagen. Sehr aktuell ist der Abschnitt zum Vergleich verschiedener Messumgebungen ([Kapitel 4](#)): Zurzeit beziehen sich alle Grenzwerte (aus historischen Gründen) ausschließlich auf Messungen auf Freifeldern oder (Halb-) Absorberhallen. Damit zukünftig Modenverwirbelungskammern angewendet werden können benötigen die Produktnormungskomitees eine solide Grundlage zur Umrechnung der Grenzwerte bzw. Testfeldstärken. Die genaue Analyse verschiedener

Verfahren offenbart dabei zusätzlich spezifische Schwächen und Stärken, die jedes der konkurrierenden Verfahren aufweist. Aus der Sicht des Autors gibt es nicht *das eine* Verfahren, das allen anderen überlegen ist. Es zeigt sich vielmehr, dass die Verfahren aufgrund ihrer physikalischen Spezifika nur für bestimmte Messungen, für bestimmte Prüflinge oder für bestimmte Frequenzbereiche überlegen sind.

In den Anhängen findet sich Material zu den relevanten statistischen Verteilungsfunktionen sowie eine Reihe von Hilfsprogrammen, die dem Anwender den Einstieg in die statistische Analyse erleichtern sollen.

Trotz ihres Umfangs kann diese Arbeit nicht auf alle Anwendungen von Modenverwirbelungskammern eingehen. Bei exotischen Anwendungen, wie der Desinfektion von Getreide (BOZZETTI et al. 2004) oder der Exposition von Primaten (HEYNICK et al. 1976), ist dies auch sicher nicht nötig. Es gibt aber auch wichtige, geradezu boomende Anwendungen, die der Forderung nach einer gewissen Kompaktheit zum Opfer gefallen sind. Hierzu gehören

- Schirmdämpfungsmessungen (ÅKERMARK et al. 2002; COATES et al. 2002; CRAWFORD und LADBURY 1988; EITHER und BOILLOT 1992; IEC61000-4-21 2003; KÜRNER 2003; WILSON und MA 1986, 1987),
- Anwendungen für drahtlose Kommunikationsgeräte (BOURHIS et al. 2004; BYUN et al. 2002; CARLSSON et al. 2003; HEGGE et al. 2004; KILDAL 2001; KILDAL et al. 2002b; KILDAL und ROSENGREN 2004b),
- numerische Simulation von Modenverwirbelungskammern (ÅSANDER et al. 2002; BUNTING und YU 2002; BUNTING 2002; BUNTING et al. 2003; BUNTING 2003; BUNTING und YU 2004; CARLBERG et al. 2004a, 2005; CARLSSON et al. 2002; CHUNG et al. 2001; GALDI et al. 1999; GEUN 2003; HARIMA 1998; HARIMA und YAMANAKA 1999; HÖJER et al. 2000; JOSTINGMEIER et al. 1994; KARLSSON et al. 2004; KAY 2006; KOUVELIOTIS et al. 2002b, a, 2003a; KRAUTHÄUSER und NITSCH 2002a; LADBURY 1999; LAERMANS et al. 2004b; LAIL und CASTILLO 2002; LEUCHTMANN et al. 2003a; MARTIN et al. 2003; MOGLIE 2004; MOGLIE und PASTORE 2006; NGUYEN et al. 2000a; ORJUBIN et al. 2006a; PASQUINO 2003; RHEE und RHEE 2006; WEINZIERL et al. 2003, 2006; YANG et al. 2002a; ZHANG und LI 2002a)
- und die Nachbildung von single-path (Rayleigh) versus multi-path (Rice) Ausbreitungsbedingungen (OTTERSKOG und MADSEN 2004; OTTERSKOG 2005; HOLLOWAY et al. 2006b).

Obgleich es sich bei dieser Arbeit um einen Text in deutscher Sprache handelt sind die Graphen praktisch ausnahmslos englischsprachig beschriftet. Dies ist kein Versehen und soll auch nicht als Missachten gegenüber dem Leser gewertet werden. Vielmehr ist es einfach so, dass der Autor seit Jahren grundsätzlich nur noch Graphen mit englischsprachiger Beschriftung anfertigt, um diese universell verwenden zu können. In die gleiche Kategorie fällt die Verwendung des Dezimalpunktes anstelle des deutschen Dezimalkommas.

Abschließend stellt sich die Frage nach zukünftigen Forschungs- und Anwendungsperspektiven. Im Bereich der Forschung muss in den nächsten Jahren die Wechselwirkung des Testsystem (EUT) mit der MVK stärker untersucht werden: Reicht ein integrales Beladungskonzept tatsächlich aus oder muss dieses verfeinert werden? Ähnlich wie die Einkopplung auf Verbindungsstrukturen muss die Statistik von induzierten Oberflächenstromdichteverteilungen näher analysiert werden – nicht zuletzt fehlt hier auch die experimentelle Datenbasis. Darüber hinaus ist eine verstärkte theoretische und experimentelle Untersuchung der Möglichkeit der Messung im Zeitbereich unabdingbar: dies betrifft sowohl die Frage der Bewertung von pulsförmigen Emissionen als auch die Frage der Kopplung von gepulsten Signalen (echte Pulse und gepulste Träger) mit Testsysteme. Im Bereich der Anwendung ist zu hoffen, dass Modenverwirbelungskammern als Messumgebungen Einzug in die Produktnormung finden. Sinnvoll ist das vor allem im Bereich hoher Frequenzen bzw. elektrisch großer Testsysteme. Da Testsysteme, für die Frequenzen von mehreren Gigahertz interessant sind, in der Regel selbst physikalisch nicht sehr groß sind, reichen hierfür kleine Modenverwirbelungskammer (Größenordnung 1 m^3). Auf der anderen Seite werden sicher auch Tests von größeren Systemen (PKW, Flugzeug) zukünftig weiter an Bedeutung gewinnen. Auch hierbei sind die Modenverwirbelungskammern bei hohen Frequenzen, bei denen Antennen das System typischerweise nicht mehr voll ausleuchten, eine sinnvolle Alternative.

Teil I

Grundlagen

1 Hohlraumresonator

Eine MVK wird in der Regel aus einem quaderförmigen Hohlraumresonator bestehen. Andere Resonatorgeometrien sind zwar prinzipiell möglich, aber sehr selten. Dies hat natürlich einerseits praktische Gründe: quaderförmige Resonatoren sind einfach aufzubauen, passen optimal in schon vorhandene Räume. Oft werden auch bereits vorhandene Schirmräume zu MVKn umgebaut (aufgerüstet). Neben diesen praktischen Gründen gibt es auch zusätzliche Probleme bei zylindrischen oder sphärischen Resonatoren: durch die gekrümmten Oberflächen können *Kaustiken* entstehen, die die Herstellung eines statistisch homogenen Feldes erschweren. Ein Beispiel für eine nicht quaderförmige MVK ist die *Untuned Stadium Reverberation Chamber* des englischen National Physics Laboratory (NPL) ([ARNAUT und WEST 1998](#)).

Eine reale MVK ist kein reiner (leerer) Hohlraumresonator, da sie in der Regel noch einen oder mehrere Modenrührer enthält. Trotzdem bietet es sich an, die Analyse beim Hohlraumresonator zu beginnen. Tatsächlich lassen sich wichtige Größen wie etwa die *Modendichte* oder der *Qualitätsfaktor* aus der Hohlraumresonatorthorie vorhersagen.

1.1 Leerer Hohlraumresonator

1.1.1 Beliebige Geometrie

Ausgangspunkt sei ein Hohlraumresonator mit beliebiger Oberfläche wie in [Abbildung 1.1](#) dargestellt. Das Innere des Resonators sei mit einem Medium (in der Regel Luft) mit Permittivität ϵ und Permeabilität μ gefüllt. Das elektrische Feld $\mathbf{E}_p$ des p -ten Eigenmodes genügt der Helmholtz Gleichung wobei der Wellenvektor $\mathbf{k}$ diskrete Eigenwerte k_p annimmt:¹

$$(\nabla^2 + k_p^2) \mathbf{E}_p = 0 \quad (1.1)$$

Das elektrische Feld genügt darüber hinaus der Divergenzbedingung

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_p = 0. \quad (1.2)$$

¹Es werden hier zeitlich harmonische Felder angenommen und die Zeitabhängigkeit $\exp(-j\omega_p t)$ unterdrückt. Die zeitlichen Ableitungen können dann implizit ausgeführt werden.

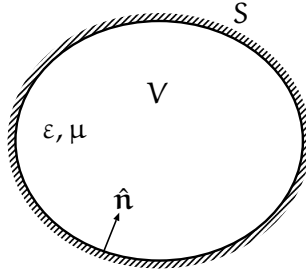


Abbildung 1.1: Hohlraumresonator mit beliebig geformter Oberfläche und perfekt leitenden Wänden.

Perfekt leitende Wände vorausgesetzt gilt weiterhin, dass die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes auf der Oberfläche verschwindet,

$$\hat{n} \times \mathbf{E}_p = 0. \quad (1.3)$$

Die Eigenvektoren $\mathbf{E}_p$ können ohne Einschränkung der Allgemeinheit so gewählt werden, dass sie rein reell sind (BORGNIIS und PAPAS 1958; GHOSE 1963), $\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_p^*$. Dies folgt unmittelbar aus den Bestimmungsgleichungen (1.1), (1.2) und (1.3): Für jeden Vektor $\mathbf{E}_p \in \mathbb{C}^3$, der die Gleichungen erfüllt, ist offensichtlich auch der Realteil (und der Imaginärteil) allein eine Lösung zum gleichen Eigenwert k_p .

Der magnetische Feldvektor $\mathbf{H}_p$ folgt dann unmittelbar aus dem Induktionsgesetz:

$$\nabla \times \mathbf{E}_p = -\frac{\partial \mathbf{B}_p}{\partial t} = -j\omega_p \mu \mathbf{H}_p = -jk_p c \mu \mathbf{H}_p = -jk_p \frac{\mu}{\sqrt{\mu \epsilon}} \mathbf{H}_p \quad (1.4)$$

$$\mathbf{H}_p = \frac{1}{jk_p \eta} \nabla \times \mathbf{E}_p, \quad (1.5)$$

wobei $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ der *Feldwellenwiderstand* ist. Der magnetische Feldvektor $\mathbf{H}_p$ ist offensichtlich rein imaginär, d. h. $\mathbf{H}_p = -\mathbf{H}_p^*$.

Für die spätere Betrachtung der Güte des Resonators in Abschnitt 1.4 ist es wichtig, die im Volumen gespeicherte Energie zu kennen. Die gesamte zeitlich gemittelte Energie $\langle W_p \rangle$ eines Modes setzt sich aus den gleich großen elektrischen und magnetischen Beiträgen $\langle W_{pe} \rangle$ und $\langle W_{pm} \rangle$ zusammen (BORGNIIS und PAPAS 1958):

$$\langle W_p \rangle = \langle W_{pe} \rangle + \langle W_{pm} \rangle \quad \text{mit} \quad \langle W_{pe} \rangle = \langle W_{pm} \rangle \quad (1.6)$$

Die elektrischen und magnetische Beiträge ergeben sich hierbei als Volumenintegrale über die Beträge der Felder (BORGNIIS und PAPAS 1958; HARRINGTON 2001):²

$$\langle W_{pe} \rangle = \frac{\varepsilon}{2} \iiint_V |E_p|^2 dV \quad \text{und} \quad \langle W_{pm} \rangle = \frac{\mu}{2} \iiint_V |H_p|^2 dV \quad (1.7)$$

Für die Augenblickswerte der gespeicherten Energien ergibt sich ein anderes Bild (BORGNIIS und PAPAS 1958). Per Definition sind diese gegeben durch

$$W_{pe}(t) = \frac{\varepsilon}{2} \iiint_V (\text{Re}(E_p e^{-j\omega_p t}))^2 dV \quad (1.8)$$

$$W_{pm}(t) = \frac{\mu}{2} \iiint_V (\text{Re}(H_p e^{-j\omega_p t}))^2 dV. \quad (1.9)$$

Wegen $E_p = E_p^*$ und $H_p = -H_p^*$ führt dies auf

$$W_{pe}(t) = 2\langle W_{pe} \rangle \cos^2 \omega_p t \quad (1.10)$$

$$W_{pm}(t) = 2\langle W_{pm} \rangle \sin^2 \omega_p t, \quad (1.11)$$

d. h. die totale Augenblicksenergie $W(t)$ ist gleich der mittleren Energie

$$W(t) = W_{pe}(t) + W_{pm}(t) = 2\langle W_{pe} \rangle = 2\langle W_{pm} \rangle = \langle W_p \rangle \quad (1.12)$$

und wechselt periodisch zwischen den Zuständen mit reiner elektrischer bzw. reiner magnetischer Energie.

1.1.2 Quaderförmige Geometrie

Für den Fall beliebiger Geometrien können die Lösungen der Gleichungen (1.1), (1.2) und (1.3) nur numerisch bestimmt werden. Für den Fall separabler Geometrien wie Kugel, Zylinder und Quader können die Eigenwerte und Eigenvektoren analytisch bestimmt werden (CHANG 1989; CHENG 1989; KUMMER 1989; SMYTHE 1989). Für komplexe Geometrien werden darüber hinaus auch *chaotische Lösungen* untersucht (CAPPETTA et al. 1998; ECKHARDT et al. 1999; McDONALD und KAUFMAN 1988; PASQUINO 2004, 2003), die hier aber nicht weiter betrachtet werden sollen. Der Fokus soll hier nun vielmehr auf quaderförmige Hohlraumresonatoren gerichtet werden.

²HARRINGTON benutzt Effektivwerte anstelle von Spitzenamplituden, d. h. die Amplitude von E_p ist $|E_p| = \sqrt{2}E_p$ (für H_p analog). Hieraus ergibt sich ein Faktor $1/2$ anstelle von $1/4$ in den Formeln für die gespeicherte Energie im Vergleich mit anderen Autoren.

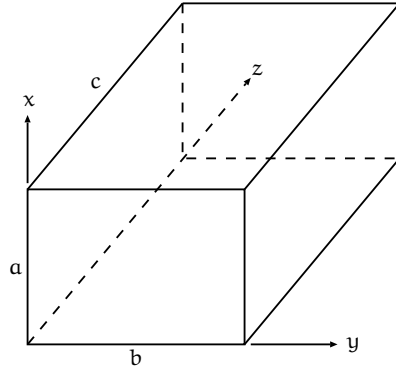


Abbildung 1.2: Leerer, quaderförmiger Hohlraumresonator mit den Dimensionen $a \times b \times c$.

Die Geometrie des leeren, quaderförmigen Rechteckresonators ist in [Abbildung 1.2](#) dargestellt. Im Gegensatz zum Wellenleiter, in dem es mit der Ausbreitungsrichtung eine eindeutige Vorzugsrichtung gibt, sind im Resonator alle drei Achsen gleichberechtigt. So können auch alle Resonatormoden als transversal-elektrisch (TE) beziehungsweise transversal-magnetisch (TM) bezüglich einer beliebigen Richtung dargestellt werden. Konvention ist es, die z -Richtung als Bezugsrichtung (analog zur Ausbreitungsrichtung in Wellenleitern) zu wählen. Mit dieser Konvention können die Felder der TM- und TE-Moden dann berechnet werden ([CHANG 1989](#); [CHENG 1989](#); [LIU et al. 1983](#); [WU und CHANG 1987](#)). In der Notation von [WU und CHANG](#) ergibt sich mit Unterdrückung der Zeitabhängigkeit ($\exp(-j\omega_p t)$) ([HILL 1998a](#); [WU und CHANG 1987](#)):³

$$\mathbf{E}_p^{\text{TE}}(\mathbf{r}) = -\hat{x}k_y\phi_p^x(\mathbf{r}) + \hat{y}k_y\phi_p^y(\mathbf{r}) \quad (1.13)$$

$$\mathbf{E}_p^{\text{TM}}(\mathbf{r}) = -\hat{x}k_xk_z\phi_p^x(\mathbf{r}) - \hat{y}k_yk_z\phi_p^y(\mathbf{r}) + \hat{z}(k_x^2 + k_y^2)\phi_p^z(\mathbf{r}) \quad (1.14)$$

³In der Gleichung (9) aus ([HILL 1998a](#)) ist ein Tippfehler: in der x -Komponente muss es $k_x k_z$ anstelle von $k_x k_y$ heißen.

mit

$$\phi_p^x = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \quad (1.15)$$

$$\phi_p^y = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \quad (1.16)$$

$$\phi_p^z = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \quad (1.17)$$

und

$$k_x = \frac{l\pi}{a}, k_y = \frac{m\pi}{b}, k_z = \frac{n\pi}{c} \quad (1.18)$$

$$\varepsilon_p = \begin{cases} 2 & \text{für } l = 0 \vee m = 0 \vee n = 0 \\ \sqrt{8} & \text{für } l, m, n \neq 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

Der Index p steht hierbei für ein Tripel nichtnegativer ganzer Zahlen, $p = (l, m, n)$.

Die hier gewählte Normierung erscheint zunächst willkürlich (was sie auch ist) und merkwürdig (da die TE- und TM-Eigenlösungen unterschiedliche physikalische Dimensionen aufweisen). Sie erweist sich aber als günstig bei der Berechnung der Greenschen Funktion für den Fall des Resonators mit Quellen im nächsten Abschnitt.

Die Gleichungen für das H-Feld ergeben sich durch Einsetzen von Gleichung (1.13) und Gleichung (1.14) in Gleichung (1.5):

$$\mathbf{H}_p^{\text{TE}} = \frac{1}{jk_p \eta} (-\hat{x} k_x k_z \psi_p^x(\mathbf{r}) - \hat{y} k_y k_z \psi_p^y(\mathbf{r}) + (k_x^2 + k_y^2) \psi_p^z(\mathbf{r})) \quad (1.20)$$

$$\mathbf{H}_p^{\text{TM}} = \frac{1}{jk_p \eta} (\hat{x} k_y k_p^2 \psi_p^x(\mathbf{r}) - \hat{y} k_x k_p^2 \psi_p^y(\mathbf{r})) \quad (1.21)$$

mit

$$\psi_p^x = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z) \quad (1.22)$$

$$\psi_p^y = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \quad (1.23)$$

$$\psi_p^z = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \cos(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \quad (1.24)$$

Durch die Separation ergibt sich der Eigenwert zu:

$$k_p = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \sqrt{\left(\frac{l\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \quad (1.25)$$

Die Resonanzfrequenzen f_p sind somit

$$\begin{aligned}
 f_p &= \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{k_p}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} \\
 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{l\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{l}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{n}{c}\right)^2} \quad (1.26)
 \end{aligned}$$

Der Faktor $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ ist hierbei die *Ausbreitungsgeschwindigkeit* (Phasengeschwindigkeit) im Medium (in der Regel also die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit c).

Die Zahlen l , m und n sind nichtnegativ und ganzzahlig. Darüber hinaus kann immer höchstens eine den Wert Null annehmen. Genauer gilt:

- Für **TE-Moden** darf n nicht Null werden, da sonst $\mathbf{H}_p^{\text{TE}}$ verschwände, obwohl $\mathbf{E}_p^{\text{TE}}$ ungleich Null wäre (Widerspruch zum Induktionsgesetz).
- Für die **TM-Moden** darf n Null werden, nicht aber l oder m . Andernfalls verschwinden sowohl $\mathbf{E}_p^{\text{TM}}$ als auch $\mathbf{H}_p^{\text{TM}}$, was nur der trivialen Lösung entspricht.

1.2 Hohlraumresonator mit Stromquelle

Im Folgenden wird der Hohlraumresonator für den Fall betrachtet, dass in seinem Inneren Stromquellen vorhanden sind. Der Strom wird auf der Oberfläche eines perfekt leitenden Körpers angenommen. Die Geometrie ist in der [Abbildung 1.3](#) dargestellt. Für die weitere Betrachtung ist es irrelevant, ob es sich bei diesen Strömen um »echte« Quellen handelt, also z. B. Antennen oder Ströme in einem Prüfobjekt (Emissionstest), oder ob bereits ein Feld im Raum vorhanden war der auf dem Streuobjekt (z. B. auf dem in MVKn in der Regel vorhandenen *Modenrührer*) den Strom induziert hat. In jedem Fall ist das Gesamtfeld die Summe aus dem inzidenten Feld und dem Streufeld (in erster Bornscher Näherung⁴).

⁴Die Bornsche Näherung ist ein Begriff aus der Streutheorie (speziell in der Quantenmechanik), bei der zur Beschreibung der Streuung das einfallende Feld und nicht das Gesamtfeld herangezogen wird. Die Bornsche Näherung entspricht der Störungstheorie erster Ordnung.

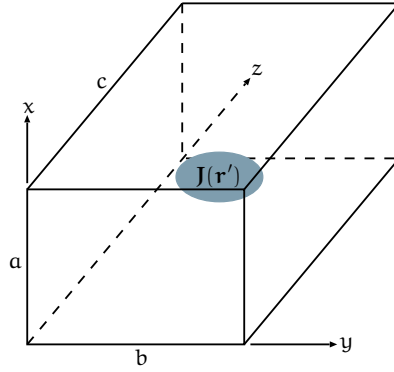


Abbildung 1.3: Hohlraumresonator mit perfekt leitendem Streuobjekt.

Das elektrische Streufeld ergibt sich als Integral über das Quellvolumen (da hier von einem perfekt leitendem Körper ausgegangen wird, ergeben sich nur Beiträge auf der Oberfläche):

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \iiint_V \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dV' \quad (1.27)$$

Hierbei ist $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ die *dyadische Greensche Funktion*. So wie die skalare Greensche Funktion $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ die Wellengleichung $(\nabla^2 + k^2) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ löst, ist die dyadische Greensche Funktion die Lösung der Differenzialgleichung (HILL 1998a; Wu und CHANG 1987)

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k^2 \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathbf{I} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (1.28)$$

wobei $\mathbf{I} = \hat{\mathbf{x}} \otimes \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}} \otimes \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}} \otimes \hat{\mathbf{z}} = (\delta_{ij})$ die dyadische Identität ist.⁵

Zur Konstruktion von $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ startet man mit einer Darstellung des Streufeldes als Entwicklung nach den Eigenfunktionen des quellenfreien Hohlraumresonators $\mathbf{E}_p^{\text{TE}}$ und $\mathbf{E}_p^{\text{TM}}$ (wegen der Quellenfreiheit sind diese

⁵ $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ bezeichnet das *direkte Vektorprodukt* der Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ und entspricht dem Matrixprodukt zwischen den Spaltenvektor von $\mathbf{a}$ und dem Zeilenvektor von $\mathbf{b}$. Das Ergebnis wird als *Dyade* bezeichnet und ist ein Tensor 2. Stufe. Im dreidimensionalen Fall ist das Ergebnis als 3×3 -Matrix darstellbar. Das Kreuzprodukt eines Vektors $\mathbf{r}$ mit einer Dyade $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ ist gegeben durch $\mathbf{r} \times (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) = (\mathbf{r} \times \mathbf{a}) \otimes \mathbf{b}$.

Beiträge divergenzfrei: $\nabla \cdot \mathbf{E}_p^{\text{TE}} = \nabla \cdot \mathbf{E}_p^{\text{TM}} = 0$) und eines rotationsfreien Anteils $\mathbf{F}_p$ ($\nabla \times \mathbf{F}_p = 0$) (GHOSE 1963; WU und CHANG 1987):

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_p^{\text{TE}} \mathbf{E}_p^{\text{TE}} + \alpha_p^{\text{TM}} \mathbf{E}_p^{\text{TM}} + \beta_p \mathbf{F}_p) \quad (1.29)$$

Wie auch schon vorher $\mathbf{E}_p^{\text{TE}}$ und $\mathbf{E}_p^{\text{TM}}$ in den Gleichungen (1.13) und (1.14) ergibt sich $\mathbf{F}_p$ durch Betrachtung der Randbedingungen zu

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_p &= \nabla \left(\frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \right) \\ &= \hat{x} \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} k_x \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \\ &\quad + \hat{y} \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} k_y \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \\ &\quad + \hat{z} \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} k_z \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \end{aligned} \quad (1.30)$$

Die modalen Koeffizienten α_p^{TE} , α_p^{TM} und β_p ergeben sich durch Einsetzen der Basisfunktionen in die Wellengleichung. Nach dem Nutzen von Orthogonalitätsbeziehungen können sie wie folgt ausgedrückt werden (HARRINGTON 2001; WU und CHANG 1987):

$$\alpha_p^{\text{TE}} = \frac{-j\omega\mu}{(k_p^2 - k^2)(k_x^2 + k_y^2)} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}_p^{\text{TE}} dV' \quad (1.32)$$

$$\alpha_p^{\text{TM}} = \frac{-j\omega\mu}{(k_p^2 - k^2)(k_x^2 + k_y^2)k_p^2} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}_p^{\text{TM}} dV' \quad (1.33)$$

$$\beta_p = \frac{j\omega\mu}{k^2 k_p^2} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{F}_p dV' \quad (1.34)$$

Setzt man (1.32), (1.33) und (1.34) in (1.29) ein, erkennt man, dass dies auch in der Form (1.27) geschrieben werden kann, wodurch sich $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ schließlich

zu

$$\begin{aligned}
 \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = & \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{k^2(k_p^2 - k^2)} \left(\hat{\mathbf{x}} \otimes \hat{\mathbf{x}}(k^2 - k_x^2) \phi_p^x(\mathbf{r}) \phi_p^x(\mathbf{r}') \right. \\
 & - \hat{\mathbf{x}} \otimes \hat{\mathbf{y}} k_x k_y \phi_p^x(\mathbf{r}) \phi_p^y(\mathbf{r}') - \hat{\mathbf{x}} \otimes \hat{\mathbf{z}} k_x k_z \phi_p^x(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}') \\
 & - \hat{\mathbf{y}} \otimes \hat{\mathbf{x}} k_y k_x \phi_p^y(\mathbf{r}) \phi_p^x(\mathbf{r}') + \hat{\mathbf{y}} \otimes \hat{\mathbf{y}} (k^2 - k_y^2) \phi_p^y(\mathbf{r}) \phi_p^y(\mathbf{r}') \\
 & - \hat{\mathbf{y}} \otimes \hat{\mathbf{z}} k_y k_z \phi_p^y(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}') - \hat{\mathbf{z}} \otimes \hat{\mathbf{x}} k_z k_x \phi_p^z(\mathbf{r}) \phi_p^x(\mathbf{r}') \\
 & \left. - \hat{\mathbf{z}} \otimes \hat{\mathbf{y}} k_z k_y \phi_p^z(\mathbf{r}) \phi_p^y(\mathbf{r}') + \hat{\mathbf{z}} \otimes \hat{\mathbf{z}} (k^2 - k_z^2) \phi_p^z(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}') \right) \quad (1.35)
 \end{aligned}$$

ergibt (HILL 1998a). Diese Lösung entspricht auch der von HUANG und EDWARDS, die sie im Zusammenhang mit der theoretischen Untersuchung einer MVK mit beweglicher Wand (HUANG und EDWARDS 1992a) und bei der Untersuchung der »Source-Stirred Chamber« angegeben haben (HUANG und EDWARDS 1992b).

Die dyadische Greensche Funktion $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ aus Gleichung (1.35) erfüllt offensichtlich die Randbedingung $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathbf{0}$, da jeder der neun Summanden diese erfüllt. Es ist bekannt (und auch leicht verständlich), dass die Konvergenz von Gleichung (1.35) in der Nähe des Quellengebiets sehr schlecht ist. Hier müssen sehr viele Glieder der Dreifachsumme ausgewertet werden. Tatsächlich konvergiert die Summe überhaupt nicht bei $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$, da $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ dann singulär wird. Grundsätzlich untersucht wurde diese Singularität von YAGHJIAN (YAGHJIAN 1980). Wesentlich verbessert werden kann die Konvergenz durch die Verwendung einer hybriden Darstellung, bei der die Modaldarstellung mit einer Strahlendarstellung gemischt wird. Erste Beiträge haben WU und CHANG hierzu 1987 geleistet (WU und CHANG 1987). Eine sehr detaillierte Behandlung des gleichen Problems erfolgt später in (GRONWALD 2003, 2006).

Wegen des Faktors $(k_p^2 - k^2)^{-1}$ ist $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ aus Gleichung (1.35) auch singulär bei allen Resonanzfrequenzen, $k = k_p$ bzw. $\omega = \omega_p$. Diese Singularität gilt aber nur für den theoretischen Fall des verlustlosen Resonators. Für den realen, verlustbehafteten Resonator kann die Gleichung (1.35) von dieser Singularität befreit werden, indem man die Ersetzung

$$k_p \rightarrow k_p \left(1 - \frac{j}{2Q_p} \right) \quad (1.36)$$

vornimmt, wobei Q_p der *Qualitätsfaktor* des jeweiligen Modes ist (BORGNIS und PAPAS 1958). Es ist hierbei angenommen, dass Q_p sehr groß,

aber endlich ist. Durch diese Ersetzung bleiben die modalen Beiträge zu $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ endlich für reelle k . Die modale Halbwertsbreite (bezogen auf die Leistung) ergibt sich dann zu

$$\text{BW}_{Q_p} = \frac{\omega_p}{Q_p}. \quad (1.37)$$

Einer der Vorteile der dyadischen Schreibweise ist, dass der Effekt von Strömen in bestimmte Koordinatenrichtungen sehr einfach analysiert werden kann. Ist beispielsweise der Strom nur in z -Richtung, $\mathbf{J}(\mathbf{r}') = \hat{\mathbf{z}}J_z(\mathbf{r}')$, so wird [Gleichung \(1.27\)](#) zu

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \iiint_V \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{z}}J_z(\mathbf{r}') dV'. \quad (1.38)$$

Das Streufeld ist also im Wesentlichen durch das Skalarprodukt der dyadischen Greenschen Funktion mit dem z -Einheitsvektor bestimmt. Dieses ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{z}} = & \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{k^2(k_p^2 - k^2)} \left(-\hat{\mathbf{x}}k_x k_z \phi_p^x(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}') \right. \\ & \left. - \hat{\mathbf{y}}k_y k_z \phi_p^y(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}') + \hat{\mathbf{z}}(k^2 - k_z^2) \phi_p^z(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}') \right). \end{aligned} \quad (1.39)$$

Hier sind alle kartesischen Komponenten enthalten, so dass auch das resultierende $\mathbf{E}$ -Feld alle Komponenten aufweist. Trotzdem ist natürlich eine solche Art der Anregung nicht optimal. Dies sieht man, wenn man aus dem $\mathbf{E}$ -Feld das $\mathbf{H}$ -Feld gemäß $\mathbf{H} = 1/jk\eta \nabla \times \mathbf{E}$ berechnet. Es ergibt sich dann eine verschwindende z -Komponente, $H_z = 0$. Der Grund hierfür ist, dass in z -Richtung orientierte Ströme nur TM-Moden, aber keine TE-Moden anregen. Letztere werden nur angeregt, wenn Ströme in x - oder y -Richtung vorliegen. Dieses theoretische Ergebnis hat direkte Auswirkungen auf die Konstruktion eines Modenrührers: damit dieser effektiv wirken kann muss er Oberflächenströme in allen Raumrichtungen leiten, was eine gewisse Komplexität impliziert.

1.3 Modenanzahl und Modendichte

Die Moden des quellenfreien quaderförmigen Hohlraumresonators sind ein guter Ausgangspunkt zum Verständnis der Funktionsweisen von MV-Kn. Reale MVKn sind zwar weder quellenfrei, noch werden sie ideale,

Bezeichnung	Beschränkung	nichtverschwindende Komponenten	Anzahl
TM _{lmn}	$l \geq 1, m \geq 1, n \geq 1$	E_x, E_y, E_z, H_x, H_y	$N_1(f)$
TE _{lmn}	$l \geq 1, m \geq 1, n \geq 1$	E_x, E_y, H_x, H_y, H_z	$N_2(f)$
TM _{lm0}	$l \geq 1, m \geq 1, n = 0$	E_z, H_x, H_y	$N_3(f)$
TE _{0mn}	$l = 0, m \geq 1, n \geq 1$	E_x, H_y, H_z	$N_4(f)$
TE _{l0n}	$l \geq 1, m = 0, n \geq 1$	E_y, H_x, H_z	$N_5(f)$

Tabelle 1.1: Eigenschaften der Moden für den quaderförmigen Hohlraumresonator

quaderförmige Hohlraumresonatoren sein, z. B. weil eine mechanischer Modenrührer vorhanden ist, aber grundsätzliche Aussagen behalten trotzdem ihre Gültigkeit. In diesem Abschnitt soll daher zunächst die kumulierte Anzahl der Moden als Funktion der Frequenz behandelt werden (Liu et al. 1983).

Die Eigenfrequenzen $f_p = f_{lmn}$ des quaderförmigen Hohlraumresonators ergeben sich aus der Gleichung (1.26)

$$f_{lmn} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{l}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{n}{c}\right)^2}. \quad (1.40)$$

Bei der Ermittlung der Modenanzahl muss die Entartung der Moden berücksichtigt werden. Wie bereits in Abschnitt 1.1.2 dargelegt, existiert für jedes Tripel (l, m, n) in der Regel sowohl ein TE- als auch ein TM-Mode. Eine Ausnahme sind die Tripel, bei denen einer der Indizes gleich Null ist: in diesem Fall gibt es entweder nur einen TE- oder nur einen TM-Mode. Insgesamt ist die Gesamtmodenanzahl $N(f)$ also eine Summe aus fünf Beiträgen:

$$\begin{aligned} N(f) &= N_1(f) + N_2(f) + N_3(f) + N_4(f) + N_5(f) \\ &= 2 \cdot N_1(f) + N_3(f) + N_4(f) + N_5(f) \end{aligned} \quad (1.41)$$

Die einzelnen Fälle sind in der Tabelle 1.1 zusammengefasst.

Die Modenanzahlen können natürlich für eine gegebene Geometrie mit Rechnerhilfe einfach ausgezählt werden. Eine analytische Vorgehensweise ist aber auch möglich (Liu et al. 1983): Aus Gleichung (1.26) ist ersichtlich, dass jeder Eigenwert k_{lmn} als Gitterpunkt in einem euklidischen Gitter mit den Koordinaten $(l\pi/a, m\pi/b, n\pi/c)$ aufgefasst werden kann. Der Wert

entspricht dann dem Abstand dieses Punktes vom Ursprung. So ergibt sich dann N_1 zu

$$N_1 = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u(k - k_{lmn}), \quad (1.42)$$

wobei

$$u(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1.43)$$

die Einheitssprungfunktion ist.

Analog ergeben sich die Terme N_3 – N_5 zu

$$N_3 = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} u(k - k_{lm0}) \quad (1.44)$$

$$N_4 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u(k - k_{0mn}) \quad (1.45)$$

$$N_5 = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u(k - k_{l0n}) \quad (1.46)$$

Zusammengefasst lässt sich die Summe aller fünf Terme schließlich in der Form

$$\begin{aligned} N(f) = & \frac{1}{4} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(k - k_{lmn}) \\ & - \frac{1}{4} \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} u(k - k_{l00}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} u(k - k_{0m0}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(k - k_{00n}) \right) \\ & + \frac{1}{2} u(k - k_{000}) \end{aligned} \quad (1.47)$$

schreiben.

Aus der [Gleichung \(1.47\)](#) für die Anzahl der Moden $N(k)$ mit Eigenfrequenzen kleiner oder gleich f folgt durch Ableiten nach der Frequenz

direkt die *Modendichte*

$$\begin{aligned} \frac{dN(k)}{dk} &= \frac{1}{4} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(k - k_{lmn}) \\ &\quad - \frac{1}{4} \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(k - k_{l00}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(k - k_{0m0}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(k - k_{00n}) \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \delta(k - k_{000}), \end{aligned} \quad (1.48)$$

wobei erwartungsgemäß für den verlustlosen Hohlraumresonator nur δ -Funktionen auftreten.

Die Gleichung (1.48) kann mit Hilfe der ein- und dreidimensionalen Poissonschen Summenformel für Fouriertransformierte überführt werden in (Liu et al. 1983)

$$\begin{aligned} \frac{dN(k)}{dk} &= abc \underbrace{\frac{k^2}{\pi^2} - \frac{a+b+c}{2\pi} + \frac{1}{2}\delta(k)}_{=D_s(k)} \\ &\quad + abc \frac{k^2}{\pi^2} \sum_{\substack{l=-\infty \\ l \neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{\sin(2r_{lmn}k)}{2r_{lmn}k} \\ &\quad - \left(\frac{a}{2\pi} \sum_{\substack{l=-\infty \\ l \neq 0}}^{\infty} \cos(2alk) + \frac{b}{2\pi} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \cos(2bm k) \right. \\ &\quad \left. + \frac{c}{2\pi} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \cos(2cnk) \right), \end{aligned} \quad (1.49)$$

mit

$$r_{lmn} = \sqrt{a^2 l^2 + b^2 m^2 + c^2 n^2} \quad (1.50)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung setzt sich offenbar aus zwei Beiträgen zusammen: die ersten drei Terme

$$D_s(k) = abc \frac{k^2}{\pi^2} - \frac{a+b+c}{2\pi} + \frac{1}{2}\delta(k), \quad (1.51)$$

bzw.

$$D_s(f) = 8\pi(abc)f^2(\varepsilon\mu)^{\frac{3}{2}} - (a + b + c)\sqrt{\varepsilon\mu} + \frac{1}{2}\delta(f), \quad (1.52)$$

entsprechen einem »glatten Beitrag«; der Rest entspricht einem »fluktuierenden Beitrag«.

Die Gesamtanzahl der Moden $N(k)$ folgt dann nach Integration über die Modendichte:

$$N(k) = \int_0^k \frac{dN(k')}{dk'} dk' \quad (1.53)$$

$$= \underbrace{\frac{abc}{3\pi^2}k^3 - \frac{a+b+c}{2\pi}k + \frac{1}{2}}_{=N_s(k)} \quad (1.54)$$

$$+ \frac{abc}{4\pi^2}k \sum_{\substack{l=-\infty \\ l \neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{r_{lmn}} \left(\frac{\sin(2r_{lmn}k)}{2r_{lmn}k} - \cos(2r_{lmn}k) \right) \\ - \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{\substack{l=-\infty \\ l \neq 0}}^{\infty} \frac{\sin(2alk)}{l} + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \frac{\sin(2bmk)}{m} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{\sin(2cnk)}{n} \right)$$

Hierbei ist

$$N_s(k) = \frac{abc}{3\pi^2}k^3 - \frac{a+b+c}{2\pi}k + \frac{1}{2} \quad (1.55)$$

bzw.

$$N_s(f) = \frac{8\pi abc}{3} (f\sqrt{\varepsilon\mu})^3 - (a + b + c)f\sqrt{\varepsilon\mu} + \frac{1}{2} \quad (1.56)$$

wieder der nicht-fluktuierende Anteil.

Für den Betrieb einer MVK ist der Verlauf der Modenanzahl und der Modendichte im Bereich oberhalb der ersten Resonanzstelle wichtig. Häufig findet man Aussagen über das optimale Aspektverhältnis von MVKn, in denen z. B. von Würfeln abgeraten wird. Es ist daher sinnvoll, sich die Modenanzahl und die Modendichte für verschiedene Aspektverhältnisse anzuschauen.

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit soll im Folgenden $a \geq b \geq c$ gelten. Für die Aspektverhältnisse $\lambda = a/b$ und $\kappa = a/c$ bedeutet das

$$\kappa = \frac{a}{c} \geq \lambda = \frac{a}{b} \geq 1. \quad (1.57)$$

Wegen der unterschiedlichen Eigenfrequenzen ist es sinnvoll, die Verläufe als Funktion der auf die erste Resonanz normierten Frequenz zu betrachten:

$$f_r = \frac{f}{f_0} \text{ mit } f_0 = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} \quad (1.58)$$

Die nicht fluktuierenden Anteile der Modendichte und der Modenanzahl ergeben sich dann zu

$$N_s(f_r, \lambda, \kappa) = \frac{\pi}{3} \frac{1}{\lambda\kappa} (1 + \lambda^2)^{3/2} f_r^3 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\kappa} \right) (1 + \lambda^2)^{1/2} f_r + \frac{1}{2} \quad (1.59)$$

$$D_s(f_r, \lambda, \kappa) = \alpha\sqrt{\varepsilon\mu} \left[\frac{2\pi}{\lambda\kappa} (1 + \lambda^2) f_r^2 - \left(1 + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\kappa} \right) \right] + \frac{1}{2} \delta(f_r) \quad (1.60)$$

Im Gegensatz zur Modenanzahl N_s ist die Modendichte D_s trotz der Normierung der Frequenz immer noch von der Größe der Kammer a abhängig. Das bedeutet jedoch, dass die Modendichte kein geeignetes Maß ist abzuschätzen, ab welcher Frequenz ein Hohlraumresonator als MVK eingesetzt werden kann. Auch die in der Literatur vorgeschlagene Normierung auf die modale Bandbreite

$$BW_Q = \frac{f}{Q}, \quad (1.61)$$

wobei Q die Güte ist (siehe [Abschnitt 1.4](#)), hilft hier nicht weiter: BW_Q ist proportional zu $\alpha/\sqrt{\omega}$ und über die Normierung der Frequenz ergibt sich insgesamt wieder eine α -Abhängigkeit. Sinnvoll wäre allenfalls die Angabe der Modendichte pro Frequenzintervall, wobei das Frequenzintervall ein Vielfaches der Startfrequenz $f_0 = \frac{1}{2\alpha\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{1 + \lambda^2}$ ist. Der Unterschied in den beiden Arten der Normierung (auf festes Frequenzintervall oder auf relatives Frequenzintervall) wird in der [Abbildung 1.4](#) deutlich: Im linken Teil (Anzahl pro MHz) sieht man einen deutlichen Unterschied zwischen 1:1:1 und 10:10:10, der in der linken Darstellung (Modenanzahl pro f_0) verschwunden ist.

In der [Abbildung 1.5](#) ist die Modenanzahl als Funktion der relativen Frequenz für unterschiedliche Aspektverhältnisse dargestellt.

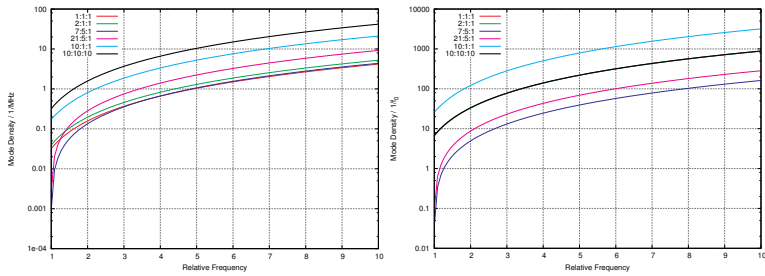


Abbildung 1.4: Vergleich der fixen (Rechts: 1 MHz) und relativen (Links: f_0) Normierung der Modendichte D_s für verschiedene Aspektverhältnisse.

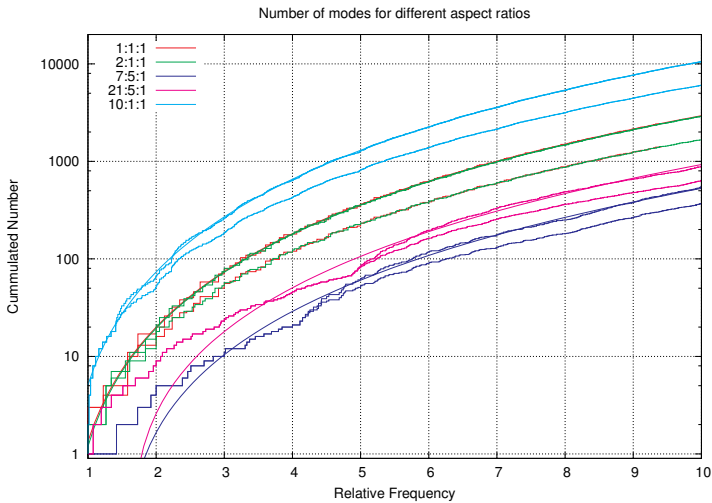


Abbildung 1.5: Verlauf der kumulierten Modenanzahl über der normierten Frequenz für verschiedene Aspektverhältnisse. Es sind je drei Kurven dargestellt: Die obere dicke Kurve ist die exakte Anzahl der Moden. Die untere dicke Kurve ist die exakte Anzahl der Resonanzfrequenzen. Die dünne Linie ist der nicht fluktuierende Anteil N_s .

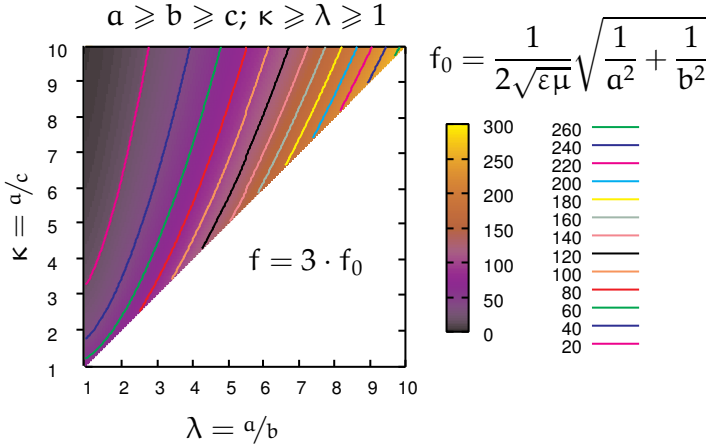


Abbildung 1.6: Verlauf des nicht fluktuierenden Anteils N_s der Modenanzahl in Abhängigkeit von den Aspektparametern λ und κ bei $f_r = 3$.

Es fällt auf, dass Abweichungen vom Würfel sowohl gut (höhere Modenanzahl) als auch schlecht sein können. Bei den krummen Verhältnissen 7:5:1 und 21:5:1 erkennt man sehr gut das lange zusammenlaufen der Modenanzahl und der Frequenzanzahl. Hier liegt jeder neue Mode auch bei einer neuen Frequenz, d. h. die – durchaus wünschenswerte – TE-TM Modenentartung tritt hier noch nicht auf.

Übersichtlicher ist eine Darstellung von N_s bei einer bestimmten relativen Frequenz f_r in Abhängigkeit von λ und κ , wie in der [Abbildung 1.6](#) für $f_r = 3$. Hier erkennt man, dass die besten Werte für N_s für $\lambda = \kappa$ – also für $b = c$ – erreicht werden. Außerdem nimmt N_s zu, wenn $\lambda \simeq \kappa$ zunimmt. Aus der Sicht der Modenanzahl sind also gestreckte Geometrien vorzuziehen. Umgekehrt wirkt sich ein kleines λ (also $a \simeq b$) negativ aus und dieser negative Effekt ist umso größer, je größer κ ist. Flache Strukturen sind also zu vermeiden.

1.4 Modale Güte

Im Zusammenhang mit MVKn ist die *Güte* sicher einer der wesentlichsten charakterisierenden Faktoren. An dieser Stelle soll zunächst nur auf die Güte der einzelnen Moden eingegangen werden. Eine detaillierte Betrachtung findet sich im [Abschnitt 2.2](#).

1.4.1 Definition der Güte

Jedes resonanzfähige System zeichnet sich durch die Eigenschaft aus, dass es Energie speichern kann. Genauer gesagt wird die im System gespeicherte Energie innerhalb eines Zyklus (Periode) zwischen mindestens zwei andersartigen physikalischen Energiespeichern ausgetauscht. Im Falle des Hohlraumresonators sind diese Energiespeicher das elektrische und das magnetische Feld (vgl. Gleichungen (1.6)–(1.12) in [Abschnitt 1.1.1](#)).

Darüber hinaus wird ein reales System auch immer Verluste aufweisen, die dem Gesamtsystem Energie entziehen. Im Falle des ansonsten leeren, perfekten Hohlraumresonators entstehen diese Verluste durch die endliche elektrische Leitfähigkeit der Wände.

Die allgemeine Definition der Güte eines Modes Q_p ergibt sich aus dem Verhältnis der mittleren gespeicherten Energie und der mittleren Verlustenergie:

$$Q_p = \omega_p \frac{\text{gesamte zeit-gemittelte gespeicherte Energie}}{\text{mittlere pro Zyklus dissipierte Leistung}} = \omega_p \frac{\langle W_p \rangle}{\langle P_d \rangle} \quad (1.62)$$

Geht man auf die zeitabhängigen Größen über, d. h. ersetzt man $\langle W_p \rangle$ durch $\langle W_p \rangle(t)$ und $\langle P_d \rangle$ durch $-\frac{d\langle W_p \rangle(t)}{dt}$, so schreibt sich dies als

$$Q_p = \omega_p \frac{\langle W_p \rangle(t)}{-\frac{d\langle W_p \rangle(t)}{dt}}. \quad (1.63)$$

Hieraus folgt, dass die totale, zeitgemittelte Energie eines Modes in einem realen Hohlraumresonator mit der Zeit abfällt:

$$\langle W_p \rangle(t) = \langle W_p \rangle e^{-\frac{\omega_p}{Q_p} t} \quad (1.64)$$

Offensichtlich kann diese Zeitabhängigkeit für große Q_p , z. B. $Q_p \gg \omega_p t$, vernachlässigt werden. Da der Prozess auf eine Periode bezogen wird,

ergibt sich die Forderung $Q_p \gg 2\pi$. Da die Energie proportional zum Quadrat der Feldgrößen ist, ergibt sich für die Zeitabhängigkeit der Felder

$$\mathbf{E}_p(t) = \mathbf{E}_p e^{-j\omega_p t} e^{-\frac{\omega_p}{2Q_p} t} = \mathbf{E}_p e^{-j\omega_p \left(1 - \frac{j}{2Q_p}\right) t} \quad (1.65)$$

$$\mathbf{H}_p(t) = \mathbf{H}_p e^{-j\omega_p t} e^{-\frac{\omega_p}{2Q_p} t} = \mathbf{H}_p e^{-j\omega_p \left(1 - \frac{j}{2Q_p}\right) t}. \quad (1.66)$$

Hierbei wurde angenommen, dass aufgrund der hohen Leitfähigkeit der Wände die Eigenlösungen $\mathbf{E}_p$ und $\mathbf{H}_p$ des idealen Hohlraumresonators immer noch gute Approximationen der wirklichen Eigenlösungen darstellen.⁶

Offensichtlich sind im Vergleich zum verlustlosen Fall die Eigenwerte nun nicht mehr rein reell, sondern komplex mit positivem Real- und negativem Imaginärteil:

$$k_p \rightarrow k_p \left(1 - \frac{j}{2Q_p}\right) \quad (1.67)$$

1.4.2 Ohmsche Wandverluste

Mit Hilfe der Gleichungen (1.6) und (1.7) und

$$\langle P_p \rangle = \underbrace{\frac{\omega_p \mu_m}{2\sigma_m}}_{= \frac{1}{\sigma_m \delta_s} = R_s} \iint_S |\mathbf{H}_p|^2 dS \quad (1.68)$$

ergibt sich die modale Güte $(Q_w)_p$ unter Berücksichtigung von Wandverlusten zu

$$(Q_w)_p = \omega_p \mu \sqrt{\frac{2\sigma_m}{\omega_p \mu_m}} \frac{\iiint_V |\mathbf{H}_p|^2 dV}{\iint_S |\mathbf{H}_p|^2 dS}. \quad (1.69)$$

Mit Hilfe der Skintiefe $\delta_s(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_m(\omega) \sigma_m}}$ wird diese Gleichung überführt in⁷

$$(Q_w)_p = \frac{2\mu}{\mu_m \delta_s} \frac{\iiint_V |\mathbf{H}_p|^2 dV}{\iint_S |\mathbf{H}_p|^2 dS}. \quad (1.70)$$

⁶Die Ermittlung der exakten Eigenlösungen des Hohlraumresonators ist schwierig. Material hierzu findet sich beispielsweise in (ILYNSKI et al. 1993).

⁷In (BORGNI und PAPAS 1958) wurde beim Einsetzen von (3.14) in (3.13) offensichtlich implizit die Annahme $\mu = \mu_m = \mu_0$ gemacht, so dass der Faktor $\frac{\mu}{\mu_m}$ in Gleichung (3.15) nicht mehr auftritt. Dies entspricht dem Fall eines mit einem unmagnetischen Dielektrikum gefüllten und von unmagnetischen Wänden begrenzten Resonators. Das Ergebnis in Gleichung (1.70) ist kompatibel mit dem von HARRINGTON in (HARRINGTON 2001), der die

Hierbei sind μ_m und σ_m die Permeabilität und Leitfähigkeit des Wandmaterials.

BORGNIS und PAPAS liefern eine erste grobe Abschätzung für Gleichung (1.70):

$$(Q_w)_p \sim \frac{2\mu}{\mu_m \delta_s} \frac{\iiint_V dV}{\iint_S dS} = \frac{2\mu}{\mu_m \delta_s} \frac{V}{S} \quad (1.71)$$

Setzt man die Lösungen des idealen Resonators aus den Gleichung (1.20) und (1.21) in (1.70) ein, so erhält man folgende Ausdrücke für die modalen Güten bei Anwesenheit von Wandverlusten $(Q_w)_p$ (HARRINGTON 2001; LIU et al. 1983):

$$(Q_w)_{0mn}^{TE} = \frac{\eta abck_p^3}{2R_s (bck_p^2 + 2ack_y^2 + 2abk_z^2)} \quad (1.72)$$

$$(Q_w)_{l0n}^{TE} = \frac{\eta abck_p^3}{2R_s (ack_p^2 + 2bck_x^2 + 2abk_z^2)} \quad (1.73)$$

$$(Q_w)_{lmn}^{TE} = \frac{\eta abck_{xy}^2 k_p^3}{4R_s [bc(k_{xy}^4 + k_y^2 k_z^2) + ac(k_{xy}^4 + k_x^2 k_z^2) + abk_{xy}^2 k_z^2]} \quad (1.74)$$

$$(Q_w)_{lm0}^{TM} = \frac{\eta abck_p^3}{2R_s (abk_p^2 + 2bck_x^2 + 2ack_z^2)} \quad (1.75)$$

$$(Q_w)_{lmn}^{TM} = \frac{\eta abck_{xy}^2 k_p}{4R_s [b(a+c)k_x^2 + a(b+c)k_y^2]} \quad (1.76)$$

mit

$$k_x = \frac{l\pi}{a} \quad k_y = \frac{m\pi}{b} \quad k_z = \frac{n\pi}{c} \quad (1.77)$$

$$k_{xy} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad k_p = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (1.78)$$

1.4.3 Dielektrische Verluste

Für den Fall, dass ein ansonsten idealer Resonator mit einem Dielektrikum mit Permittivität $\epsilon = \epsilon' + j\epsilon''$ gefüllt ist, lässt sich Gleichung (1.62) ein-

Verluste allerdings mit Hilfe des Oberflächenwiderstands $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_m}{2\sigma_m}} = \frac{1}{\sigma_m \delta_s}$ ausdrückt, $\langle P_p \rangle = R_s \iint_S |\mathbf{H}_p|^2 dS$. Das stillschweigende Weglassen von μ/μ_m findet sich auch in Gleichung (69) von (LIU et al. 1983). Da diese Quelle besonders oft zitiert wird, findet man den Fehler auch immer wieder in anderen Veröffentlichungen, worauf schon DUNN in (DUNN 1990) explizit hingewiesen hat.

facher mit Hilfe der Integrale über das Quadrat des elektrischen Feldes ausrechnen. Es folgt dann ([HARRINGTON 2001](#)):

$$(Q_d)_p = \frac{\omega_p \varepsilon' \iiint_V |\mathbf{E}_p|^2 dV}{\omega_p \varepsilon'' \iiint_V |\mathbf{E}_p|^2 dV} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''} = \frac{1}{\tan \delta} \quad (1.79)$$

1.4.4 Antennenverluste

Jede Antenne im Resonatorvolumen wird Leistung in ihrer Fußpunktimpedanz umsetzen und dem Resonator so Energie entziehen. Die sich hieraus ergebene Güte wird in [Abschnitt 2.6](#) hergeleitet. Das Ergebnis in [Gleichung \(2.227\)](#) sei hier schon einmal vorweggenommen:

$$Q_a = \frac{2\omega^3 V}{\pi c^3} = \frac{16\pi^2 f^3 V}{c^3} = 16\pi^2 \frac{V}{\lambda^3}$$

Diese Gleichung gilt nicht für beliebige Hohlraumresonatoren sondern nur für (ideale) Modenverwirbelungskammern. Darüber hinaus wurden hier Antennenfehlanschlüsse und ohmsche Verluste vernachlässigt.

2 Modenverwirbelungskammer

2.1 Eigenschaften des Feldes

In diesem Abschnitt wird die Statistik verschiedener physikalischer Größen in Modenverwirbelungskammern behandelt.

Zunächst wird hierbei eine Nomenklatur für die verwendeten Größen vorgestellt. Danach folgt die eigentliche Behandlung der Größen.

2.1.1 Nomenklatur

Bei der Betrachtung der Statistik von MVKn treten zwei Arten von Gesamtheiten immer wieder auf: Zum einen wird eine physikalische Größe – z. B. der Betrag der resultierenden elektrischen Feldstärke, $|E_T|$ – für unterschiedliche elektromagnetische Randbedingungen betrachtet. Dieser Fall soll als *b-Ensemble* bezeichnet werden. Das »b« steht hierbei für *boundary*. Für das b-Ensemble können natürlich statistische Kenngrößen wie z. B. Mittelwert, Varianz und Maximum angegeben werden. Bei diesen muss im Allgemeinen weiter zwischen den *empirischen Kenngrößen* und den *theoretischen Kenngrößen* unterschieden werden. Neben dem b-Ensemble (verschiedene elektromagnetische Randbedingungen) werden auch *räumliche Grundgesamtheiten* betrachtet. Bei diesen wird eine Größe an unterschiedlichen Orten im Raum für feste elektromagnetische Randbedingungen betrachtet. Diese Grundgesamtheit wird im Folgenden *r-Ensemble* genannt. Für die statistischen Kenngrößen gilt das oben gesagte.

Da in den Formeln Kenngrößen für verschiedene Ensemble gleichzeitig auftreten, ist eine eindeutige Kennzeichnung nötig. Im Folgenden werden folgende Bezeichner verwendet:

$\text{pdf}_A(a)$: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (engl.: probability density function) der Zufallsvariable A . Das Integral über ein Intervall¹

¹Es wird hier vorausgesetzt, dass es sich um reelle Variablen mit Wertebereich $[-\infty, \infty]$ handelt. Für andere reelle Wertebereiche sind die Integrationsgrenzen sinngemäß anzupassen. Ohne Ordnungsrelation, also z. B. für komplexwertige Größen, machen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen keinen Sinn. Der Fall diskretwertiger Größen wird ebenfalls nicht betrachtet, da im vorliegenden Fall die Größen kontinuierlich sind.

$\int_{a_1}^{a_2} \text{pdf}_A(a) da$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass a im Intervall $[a_1, a_2]$ liegt,

$$\int_{a_1}^{a_2} \text{pdf}_A(a) da = \mathcal{P}\{a \in [a_1, a_2]\}.$$

Offensichtlich ist die Wahrscheinlichkeitsdichte normiert:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_A(a) da = 1$$

$\text{cdf}_A(a)$: Wahrscheinlichkeitsverteilung (engl.: cumulative distribution function) von A . $\text{cdf}_A(a) = \int_{-\infty}^a \text{pdf}_A(a') da'$.

$\text{ecdf}_A(a)$: empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung. Sie gibt die beobachtete Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein Beobachtungswert der Zufallsvariablen A kleiner oder gleich dem Wert a ist:

$$\text{ecdf}_A(a) = \frac{|\{x|x \leq a\}|}{N}$$

Hierbei ist N die Gesamtanzahl von Beobachtungswerten (Stichprobengröße) und $|\{x|x \leq a\}|$ die Anzahl der Beobachtungswerte x , die kleiner oder gleich a sind.

$\langle A \rangle$: Erwartungswert der Zufallsvariablen A :

$$\langle A \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \text{pdf}_A(x) dx$$

${}_r\langle A \rangle$: Erwartungswert bezüglich des r -Ensembles von A . Ohne Angabe einer Stichprobengröße ist hiermit in der Regel der theoretische Wert der zugehörigen Verteilungsdichte $\text{pdf}_A(a)$ gemeint.

${}_r\langle A \rangle_N$: Je nach Kontext wird hiermit entweder der theoretische Wert ${}_t\langle A \rangle$ für den Erwartungswert eines r -Ensembles der Größe N verstanden oder der empirische Wert ${}_e\langle A \rangle$ einer tatsächlichen Stichprobe des Umfangs N . Der empirische Wert ${}_e\langle A \rangle_N$ ist selbst eine statistische Größe. Der theoretische Wert ${}_t\langle A \rangle$ ist dann der Erwartungswert des empirischen Wertes ${}_e\langle A \rangle$ unter der Voraussetzung, dass die tatsächliche Grundgesamtheit der theoretisch angenommenen entspricht.

$$\langle {}^e\langle A \rangle_N \rangle = {}^t\langle A \rangle_N$$
$$s_N = \sqrt{\frac{\text{var}(A)_N}{N}}.$$
 $\text{r}[A], \text{r}[A]_{\text{N}}$: Maximalwert des r-Ensembles von A. Da die theoretischen
$$t_r[A] = \infty$$
 $\mu_r|A|_N$: Minimalwert des r -Ensembles von A .

meint ist hier nicht N , sondern die Anzahl der Stichproben, aus denen die e/λ berechnet wird.

³Die Schreibweise $\uparrow(A)$ wurde durch LADBURY und KOEPKE eingeführt (LADBURY und KOEPKE 1999).

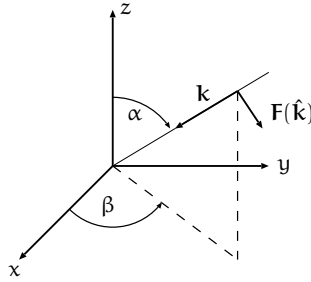


Abbildung 2.1: Ein Beitrag $F(\hat{\mathbf{k}})$ des Winkelspektrums des elektrischen Feldes. Der Wellenvektor $\mathbf{k}$ steht senkrecht auf $F(\hat{\mathbf{k}})$.

2.1.2 Wellendarstellung

Zur Beschreibung der Feldverhältnisse in einer idealen MVK verwendet [DUNN](#) ([DUNN 1990](#)) und später [HILL](#) ([HILL 1998b, 2005](#)) eine Darstellung mit sich lokal überlagernden ebenen Wellen. Dieser Ansatz liefert eine Darstellung der Felder, die die Maxwell Gleichungen erfüllen und dabei gleichzeitig die Statistik des Feldes beinhaltet. Verwendet wird dieser Ansatz auch, um Aussagen über die räumliche Korrelation des Feldes treffen zu können ([HILL 1995, 1999](#); [HILL und LADBURY 2002](#)), einen Ausdruck für die Güte Q abzuleiten ([HILL 1996](#)) sowie das Verhalten verschiedener Objekte in MVKn vorherzusagen ([HILL et al. 1993, 1994, 1996](#)).

2.1.2.1 Fern von den Wänden

Das Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ an einem Punkt $\mathbf{r}$ in einer quellenfreien Region kann als Integral über ebene Wellen über alle möglichen Winkel dargestellt werden:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \iint_{4\pi} \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\Omega \quad (2.1)$$

Der Raumwinkel Ω steht hierbei für die Elevation α und den Azimut β und es gilt $d\Omega = \sin \alpha d\alpha d\beta$. Die harmonische Zeitabhängigkeit $\exp(-j\omega t)$ ist hier wieder unterdrückt. Die geometrischen Verhältnisse sind in der [Abbildung 2.1](#) skizziert. Der Wellenvektor $\mathbf{k}$ schreibt sich als

$$\mathbf{k} = -k(\hat{\mathbf{x}} \sin \alpha \cos \beta + \hat{\mathbf{y}} \sin \alpha \sin \beta + \hat{\mathbf{z}} \cos \alpha). \quad (2.2)$$

Bezüglich des orthogonalen Dreieins $(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\boldsymbol{\beta}})$ kann $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$ in Komponenten zerlegt werden,

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) = \hat{\boldsymbol{\alpha}} F_{\alpha}(\hat{\mathbf{k}}) + \hat{\boldsymbol{\beta}} F_{\beta}(\hat{\mathbf{k}}) \quad (2.3)$$

wobei die Komponenten komplexwertig sind,

$$\begin{aligned} F_{\alpha}(\hat{\mathbf{k}}) &= F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}) + j F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}) \\ F_{\beta}(\hat{\mathbf{k}}) &= F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}) + j F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Bereits ohne Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$ können statistische Aussagen getroffen werden. Hierzu sind folgende Bedingungen zu erfüllen,

$$\langle F_{\alpha}(\hat{\mathbf{k}}) \rangle_b = \langle F_{\beta}(\hat{\mathbf{k}}) \rangle_b = 0 \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \langle F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b &= \langle F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b \\ &= \langle F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b \\ &= \langle F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b \\ &= \langle F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b \\ &= \langle F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \langle F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b &= \langle F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b \\ &= \langle F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b \\ &= \langle F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b \\ &= C_E \delta(\hat{\mathbf{k}}_1 - \hat{\mathbf{k}}_2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

was bedeutet, dass weder eine Einfallsrichtung, noch eine Polarisierung oder eine Phasenlage bevorzugt ist.

Aus den Gleichungen (2.6) und (2.7) folgen sofort die wichtigen Beziehungen

$$\langle F_{\alpha}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta}^*(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b = 0 \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \langle F_{\alpha}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\alpha}^*(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b &= \langle F_{\beta}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta}^*(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle_b \\ &= 2C_E \delta(\hat{\mathbf{k}}_1 - \hat{\mathbf{k}}_2). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Nach HÖIJER können die Gleichungen (2.6) und (2.7) auch kompakt in der Form

$${}_b \left\langle F_{A_1 B_1}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{A_2 B_2}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle = C_E \delta_{A_1, A_2} \delta_{B_1, B_2} \delta(\hat{\mathbf{k}}_1 - \hat{\mathbf{k}}_2) \quad (2.10)$$

geschrieben werden (HÖIJER 2006a, b), wobei der Index A für α oder β und der Index B für r oder i steht.

HÖIJER zeigt weiter, dass die höheren Momente der Zufallsvariablen $F_{AB}(\hat{\mathbf{k}})$ ebenfalls berechnet werden können. Es ergibt sich (HÖIJER 2006a, b):

$${}_b \left\langle \prod_{j=1}^n F_{A_j B_j}(\hat{\mathbf{k}}_j) \right\rangle = \begin{cases} C_E^{n/2} \Delta_{l, m \leq n} \delta_{A_l, A_m} \delta_{B_l, B_m} \delta(\hat{\mathbf{k}}_l - \hat{\mathbf{k}}_m) & n \text{ gerade} \\ 0 & n \text{ ungerade} \end{cases} \quad (2.11)$$

Zur Definition von $\Delta_{l, m \leq n}$ (für gerade n) betrachtet man zunächst die Menge der Permutationen $\{\sigma\}$ der Zahlen $1, 2, \dots, n$:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \sigma(3) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Hieraus bildet man die Teilmenge S_0 der Permutationen, die *nicht* durch Vertauschen von Elementen an Positionen $(2k-1)$ und $(2k)$ ($k \in \{1, \dots, n/2\}$) oder durch Vertauschen von Paaren $(2k-1, 2k) \leftrightarrow (2l-1, 2l)$ hervorgehen. Von den ursprünglich $n!$ Permutationen bleiben dann $n!!$ übrig.⁴ Für den Fall $n = 4$ ergeben sich so beispielsweise die Permutationen $(1, 2, 3, 4)$, $(1, 3, 2, 4)$ und $(1, 4, 2, 3)$. Es gilt dann

$$\Delta_{l, m \leq n} \delta_{A_l, A_m} \delta_{B_l, B_m} \delta(\hat{\mathbf{k}}_l - \hat{\mathbf{k}}_m) = \sum_{\sigma \in S_0} \prod_{i=1}^{n/2} \delta_{A_{\sigma(2i-1)}, A_{\sigma(2i)}} \delta_{B_{\sigma(2i-1)}, B_{\sigma(2i)}} \delta(\hat{\mathbf{k}}_{\sigma(2i-1)} - \hat{\mathbf{k}}_{\sigma(2i)}) \quad (2.14)$$

⁴Der Term $n!!$ bezeichnet eine abgewandelte Form der Fakultät. Sie ist definiert als

$$n!! = \begin{cases} n \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 4 \cdot 2 & n \text{ gerade} \\ n \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 1 & n \text{ ungerade.} \end{cases} \quad (2.13)$$

2.1.2.1.1 Erwartungswerte von Feldgrößen Durch Kombination der [Gleichung \(2.1\)](#) mit den obigen statistischen Beziehungen erhält man leicht statistische Aussagen für das elektrische Feld und hiervon abgeleitete Größen:

$${}_b\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle = \iiint_{4\pi} {}_b\langle \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) \rangle e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\Omega = 0 \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} {}_b\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \rangle &= \iiint_{4\pi} \iiint_{4\pi} {}_b\langle \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}_1) \mathbf{F}^*(\hat{\mathbf{k}}_2) \rangle e^{j(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\cdot\mathbf{r}} d\Omega_1 d\Omega_2 \\ &= 4C_E \iiint_{4\pi} \iiint_{4\pi} \delta(\hat{\mathbf{k}}_1 - \hat{\mathbf{k}}_2) e^{j(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\cdot\mathbf{r}} d\Omega_1 d\Omega_2 \\ &= 16\pi C_E \equiv E_0^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

$${}_b\langle |E_x(\mathbf{r})|^2 \rangle = {}_b\langle |E_y(\mathbf{r})|^2 \rangle = {}_b\langle |E_z(\mathbf{r})|^2 \rangle = {}_b\langle |E_R(\mathbf{r})|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{3} \quad (2.17)$$

Das Absolutquadrat des elektrischen Feldes ist wichtig, da es proportional zur gespeicherten Energie ist. Diese ist offensichtlich in einer idealen MVK ortsunabhängig (*Homogenität* des Feldes). Diese wichtige theoretische Eigenschaft von MVKn wurde vielfältig experimentell überprüft und bestätigt, z. B. in ([CRAWFORD und KOEPKE 1986a](#); [LADBURY et al. 1999](#)). Die Gleichheit der Erwartungswerte für die Betragsquadrate der kartesischen Komponenten des Feldes drückt die *Isotropie* des Feldes aus.

Entsprechende Aussagen für das magnetische Feld $\mathbf{H}$ ergeben sich durch

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\eta} \iiint_{4\pi} \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\Omega. \quad (2.18)$$

Es folgt

$${}_b\langle \mathbf{H}(\mathbf{r}) \rangle = 0 \quad (2.19)$$

$${}_b\langle |\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{\eta^2} = \frac{{}_b\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}')|^2 \rangle}{\eta^2}, \quad (2.20)$$

wobei letzteres bedeutet, dass die *mittleren quadratischen* E- und H-Feldstärken für beliebige Punkte $\mathbf{r}$ und $\mathbf{r}'$ über die Freiraumimpedanz η miteinander verknüpft sind. Die experimentelle Bestätigung dieser Beziehung findet sich beispielsweise in ([CRAWFORD und KOEPKE 1986a](#)).

2.1.2.1.2 Energiedichte Die *Energiedichte* $w(\mathbf{r})$ ergibt sich aus den Betragsquadraten von E- und H-Feld zu (HARRINGTON 2001)

$$w(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} [\varepsilon |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 + \mu |\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2], \quad (2.21)$$

so dass sich für den Ensemblemittelwert

$${}_b\langle w(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{2} [\varepsilon {}_b\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \rangle + \mu {}_b\langle |\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2 \rangle] \quad (2.22)$$

$$= \varepsilon E_0^2 \quad (2.23)$$

$$= 3\varepsilon {}_b\langle |E_R|^2 \rangle \quad (2.24)$$

$$= \varepsilon {}_b\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \rangle \quad (2.25)$$

ergibt. Der Ensemblemittelwert der Energiedichte in einer idealen MVK ist somit auch ortsunabhängig.

Bisher ist die Konstante E_0 noch unbestimmt. Über die Definition der Güte in Gleichung (1.62) kann sie aber bestimmt werden: Die gesamte gespeicherte Energie ist offensichtlich ${}_b\langle W \rangle = V {}_b\langle w \rangle$, und aufgrund der Energieerhaltung muss im eingeschwungenen Zustand die dissipierte Leistung gleich der der Kammer zugeführten Leistung P_t sein. So ergibt sich

$${}_b\langle w(\mathbf{r}) \rangle = {}_b\langle w \rangle = \frac{QP_t}{\omega V} \quad (2.26)$$

$$\Rightarrow E_0^2 = \frac{QP_t}{\omega \varepsilon V}. \quad (2.27)$$

2.1.2.1.3 Poyntingvektor Der *Poyntingvektor* ist gegeben durch

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}), \quad (2.28)$$

so dass

$$\begin{aligned} {}_b\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle &= \frac{1}{\eta} \iiint_{4\pi} \iiint_{4\pi} {}_b\langle \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}_1) \times [\hat{\mathbf{k}}_2 \times \mathbf{F}^*(\hat{\mathbf{k}}_2)] \rangle e^{j(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}} d\Omega_1 d\Omega_2 \\ &= \frac{1}{\eta} \iiint_{4\pi} \iiint_{4\pi} \hat{\mathbf{k}}_2 \frac{E_0^2}{4\pi} \delta(\hat{\mathbf{k}}_1 - \hat{\mathbf{k}}_2) e^{j(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}} d\Omega_1 d\Omega_2 \\ &= \frac{E_0^2}{4\pi\eta} \iiint_{4\pi} \hat{\mathbf{k}}_2 d\Omega_2 = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.29)$$

ist.

Hier wird deutlich, dass zwar der Erwartungswert der Energiedichte ${}_b\langle w \rangle$ eine zur Charakterisierung des Feldes in einer MVK geeignete Größe ist, nicht aber der Erwartungswert des Poyntingvektors ${}_b\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle$. [HILL](#) schlägt vor, die *skalare Leistungsdichte*

$$S_c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} {}_b\langle w \rangle = \frac{E_0^2}{\eta} \quad (2.30)$$

zu verwenden, wenn mit ebenen Wellenfeldern verglichen werden soll, für die die Leistungsdichte anstelle der Feldstärke spezifiziert ist ([HILL 1998b](#)).

Darüber hinaus kann auch der Erwartungswert für die Varianz der kartesischen Komponenten des Realteils des Poyntingvektors $\text{Re}(\mathbf{S}) = \hat{x}S_{xr} + \hat{y}S_{yr} + \hat{z}S_{zr}$ angegeben werden (der Mittelwert verschwindet). Mit z. B.

$$S_{xr} = E_{yr}H_{zr} + E_{yr}H_{zi} - E_{zr}H_{yr} - E_{zi}H_{yi} \quad (2.31)$$

folgt ([HILL und LADBURY 2002](#))

$${}_b\langle S_{xr}^2 \rangle = {}_b\langle S_{yr}^2 \rangle = {}_b\langle S_{zr}^2 \rangle = \left(\frac{E_0^2}{3\eta} \right)^2. \quad (2.32)$$

2.1.2.1.4 Räumliche Korrelation Die bisher dargestellten Größen bezogen sich immer nur auf einen Punkt im Raum. Tatsächliche Testobjekte wie auch reale Antennen sind aber räumlich ausgedehnt, so dass die *räumliche Korrelation* von Interesse ist ([HILL 1995, 1999; HILL und LADBURY 2002; LEHMAN 1993; MITRA und TROST 1997; WOLF 1976](#)). Die räumliche Korrelationsfunktion des komplexen elektrischen Feldvektors ist definiert als ([HILL 1995; HILL und LADBURY 2002](#))

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{{}_b\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{E}^*(\mathbf{r}_2) \rangle}{\sqrt{{}_b\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle {}_b\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle}}, \quad (2.33)$$

was sich zu

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \rho(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = \frac{\sin(k|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)}{k|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = \frac{\sin(kr)}{kr} \quad (2.34)$$

mit $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ ergibt.

Die identische Korrelationsfunktion erhält man für das magnetische Feld. Das hier dargestellte Ergebnis ergibt sich auch aus einer modalen Theorie der MVKn (LEHMAN 1993) sowie aus der sogenannten Strahlungs-Transfer-Theorie (radiation transfer theory) (WOLF 1976). Eine experimentelle Überprüfung findet sich beispielsweise in (ZACHARIAS et al. 1993).

Definiert man die *Korrelationslänge* l_c als den Abstand $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ bis zur ersten Nullstelle von $\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ erhält man

$$l_c = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}. \quad (2.35)$$

In der obigen Betrachtung wurde das gesamte E-Feld verwendet. Oft, z. B. bei der Untersuchung der Einkopplung in Linearstrukturen, ist aber vor allem eine kartesische Komponente des Feldes von Bedeutung. In diesem Fall können longitudinale und transversale Korrelationsfunktionen $\rho_l(r)$ und $\rho_t(r)$ definiert werden, die sich wie folgt ergeben (HILL und LADBURY 2002):

$$\begin{aligned} \rho_l(r) &= \frac{{}_b\langle E_l(\mathbf{r}_1) \cdot E_l^*(\mathbf{r}_2) \rangle}{\sqrt{{}_b\langle |E_l(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle} \sqrt{{}_b\langle |E_l(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle}} \\ &= \frac{3}{(kr)^2} \left[\frac{\sin(kr)}{kr} - \cos(kr) \right] \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \rho_t(r) &= \frac{{}_b\langle E_t(\mathbf{r}_1) \cdot E_t^*(\mathbf{r}_2) \rangle}{\sqrt{{}_b\langle |E_t(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle} \sqrt{{}_b\langle |E_t(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle}} \\ &= \frac{3}{2} \left\{ \frac{\sin(kr)}{kr} - \frac{1}{(kr)^2} \left[\frac{\sin(kr)}{kr} - \cos(kr) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.37)$$

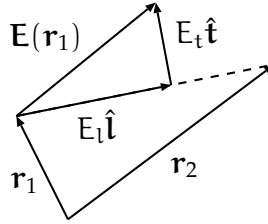
$$\rho(r) = \frac{2\rho_t(r) + \rho_l(r)}{3} \quad (2.38)$$

Die Geometrie der longitudinalen und transversalen Feldgrößen ist in [Abbildung 2.2](#) dargestellt. Die gleichen Korrelationsfunktionen folgen auch für lineare Komponenten des H-Feldes. Die longitudinalen- und transversalen Korrelationslängen ergeben sich zu

$$l_{cl} \approx \frac{4.493}{k} \approx 0.715\lambda \quad (2.39)$$

$$l_{ct} \approx \frac{2.744}{k} \approx 0.437\lambda. \quad (2.40)$$

Der Verlauf der Korrelationsfunktionen ist in [Abbildung 2.3](#) graphisch über dem normierten Abstand r/λ dargestellt.


 Abbildung 2.2: Definition von E_L und E_T .

Die in [Abbildung 2.3](#) ebenfalls dargestellte Kurve für $\rho_{xy}(r)$ zeigt einen Verlauf der *gemischten* Korrelationskoeffizienten. Hierbei wird die Korrelation zwischen Komponenten des E- und des H-Feldes betrachtet. Zur Vereinfachung der Nomenklatur sei nun angenommen, dass die longitudinale Richtung der z-Richtung entspricht, $\hat{\mathbf{l}} = \hat{\mathbf{z}}$. Bei den möglichen transversalen Richtungen reicht es dann, die x- und die y-Richtung zu betrachten. Es zeigt sich, dass alle möglichen gemischten Korrelationen für alle Abstände r (auch für $r = 0$) verschwinden. Eine Ausnahme sind nur die Korrelationen zwischen orthogonalen E- und H-Feld Komponenten, die korreliert sind für Abstände $r \neq 0$. Zum Beispiel ergibt sich

$$\begin{aligned} \rho_{xy}(r) &= \frac{{}_b \langle \mathbf{E}_x(\mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{H}_y^*(\mathbf{r}_2) \rangle}{\sqrt{{}_b \langle |\mathbf{E}_x(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle} \sqrt{{}_b \langle |\mathbf{H}_y(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle}} \\ &= -\frac{3j}{2(kr)^2} [\sin(kr) - kr \cos(kr)]. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Insbesondere kann festgehalten werden, dass alle E- und H-Feld Komponenten zueinander unkorreliert sind, wenn man sie am gleichen Punkt betrachtet.

Neben den gerade betrachteten Feldstärken sind auch die Quadrate der Feldstärkewerte von Bedeutung, da diese Größen in die Formel für Energie und Leistung eingehen. Analog zu der obigen Vorgehensweise können auch hierzu Korrelationsfunktionen für den longitudinalen Fall ($\rho_{ll}(r)$), den transversalen Fall ($\rho_{tt}(r)$) und für das Gesamtfeld ($\rho_{EE}(r)$) angegeben

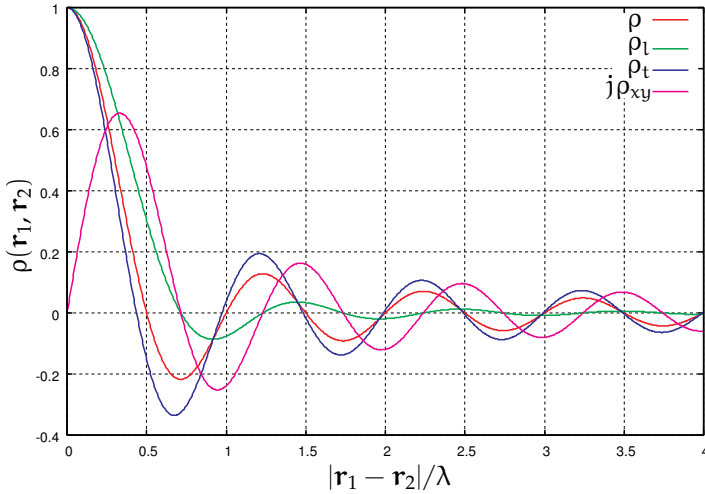


Abbildung 2.3: Verlauf der räumlichen Korrelationsfunktionen der Feldstärke in einer idealen Modenverwirbelungskammer.

werden. Nach [HILL und LADBURY](#) ergibt sich ([HILL und LADBURY 2002](#)):

$$\begin{aligned} \rho_{ll}(r) &= \frac{\langle [|\mathbf{E}_l(\mathbf{r}_1)|^2 - \langle |\mathbf{E}_l(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle] [|\mathbf{E}_l(\mathbf{r}_2)|^2 - \langle |\mathbf{E}_l(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle] \rangle}{\sqrt{\langle [|\mathbf{E}_l(\mathbf{r}_1)|^2 - \langle |\mathbf{E}_l(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle]^2 \rangle \langle [|\mathbf{E}_l(\mathbf{r}_2)|^2 - \langle |\mathbf{E}_l(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle]^2 \rangle}} \\ &= \rho_l^2(r) \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \rho_{tt}(r) &= \frac{\langle [|\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_1)|^2 - \langle |\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle] [|\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_2)|^2 - \langle |\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle] \rangle}{\sqrt{\langle [|\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_1)|^2 - \langle |\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle]^2 \rangle \langle [|\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_2)|^2 - \langle |\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle]^2 \rangle}} \\ &= \rho_t^2(r) \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \rho_{EE}(r) &= \frac{\langle [|\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2 - \langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle] [|\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2 - \langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle] \rangle}{\sqrt{\langle [|\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2 - \langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle]^2 \rangle \langle [|\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2 - \langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle]^2 \rangle}} \\ &= \frac{2\rho_{tt}(r) + \rho_{ll}(r)}{3} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Zuletzt sei die Korrelation der Energiedichte w betrachtet. Hier können die elektrische $w_E(\mathbf{r}) = \frac{\epsilon}{2} |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2$ und die magnetische Energiedichte

$w_H(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}|\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2$ untersucht werden, die zu gleichen Teilen zur gesamten Energiedichte $w(\mathbf{r}) = w_E(\mathbf{r}) + w_H(\mathbf{r})$ beitragen. Die zugehörigen Korrelationsfunktionen sind (HILL und LADBURY 2002):

$$\begin{aligned}\rho_{w_E}(\mathbf{r}) &= \frac{\langle [w_E(\mathbf{r}_1) - \langle w_E(\mathbf{r}_1) \rangle] [w_E(\mathbf{r}_2) - \langle w_E(\mathbf{r}_2) \rangle] \rangle}{\sqrt{\langle [w_E(\mathbf{r}_1) - \langle w_E(\mathbf{r}_1) \rangle]^2 \rangle \langle [w_E(\mathbf{r}_2) - \langle w_E(\mathbf{r}_2) \rangle]^2 \rangle}} \\ &= \rho_{EE}(\mathbf{r})\end{aligned}\quad (2.45)$$

$$\begin{aligned}\rho_{w_H}(\mathbf{r}) &= \frac{\langle [w_H(\mathbf{r}_1) - \langle w_H(\mathbf{r}_1) \rangle] [w_H(\mathbf{r}_2) - \langle w_H(\mathbf{r}_2) \rangle] \rangle}{\sqrt{\langle [w_H(\mathbf{r}_1) - \langle w_H(\mathbf{r}_1) \rangle]^2 \rangle \langle [w_H(\mathbf{r}_2) - \langle w_H(\mathbf{r}_2) \rangle]^2 \rangle}} \\ &= \rho_{EE}(\mathbf{r})\end{aligned}\quad (2.46)$$

$$\begin{aligned}\rho_w(\mathbf{r}) &= \frac{\langle [w(\mathbf{r}_1) - \langle w(\mathbf{r}_1) \rangle] [w(\mathbf{r}_2) - \langle w(\mathbf{r}_2) \rangle] \rangle}{\sqrt{\langle [w(\mathbf{r}_1) - \langle w(\mathbf{r}_1) \rangle]^2 \rangle \langle [w(\mathbf{r}_2) - \langle w(\mathbf{r}_2) \rangle]^2 \rangle}} \\ &= \rho_{EE}(\mathbf{r}) + \frac{2}{3}|\rho_{xy}(\mathbf{r})|^2\end{aligned}\quad (2.47)$$

Die zugehörigen Verläufe sind in der [Abbildung 2.4](#) wiedergegeben.

2.1.2.1.5 Anzahl unabhängiger innerer Punkte Betrachtet man ein Ensemble bezüglich unabhängiger Rührerpositionen (siehe [Abschnitt 3.2](#)) und ein Ensemble bezüglich unkorrelierter Raumpunkte, so sind die Statistiken dieser Ensemble im Idealfall gleich, d. h. die Ensemble sind austauschbar. Das heißt aber, dass die maximale Anzahl von erreichbaren unabhängigen Randbedingungen aus der Anzahl der unabhängigen inneren Punkte abgeschätzt werden kann. Letztere ergibt sich aber leicht aus der räumlichen Korrelationslänge $l_c = c/2f$ nach [Gleichung \(2.35\)](#). Für einen Quader der Kantenlängen $a \geq b \geq d$ ergibt sich die Anzahl N unabhängiger innerer Punkte zu

$$N = \left(\frac{2af}{c} - 1 \right) \left(\frac{2bf}{c} - 1 \right) \left(\frac{2df}{c} - 1 \right). \quad (2.48)$$

Mit den Aspektverhältnissen $\lambda = a/b$ und $\kappa = a/c$ ($1 \leq \lambda \leq \kappa$) und der auf die erste Resonanzfrequenz $f_0 = \frac{c}{2a}\sqrt{1+\lambda^2}$ normierten relativen Frequenz $f_r = f/f_0$ ergibt sich dies zu

$$N = \left(\sqrt{1+\lambda^2}f_r - 1 \right) \left(\frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{\lambda}f_r - 1 \right) \left(\frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{\kappa}f_r - 1 \right). \quad (2.49)$$

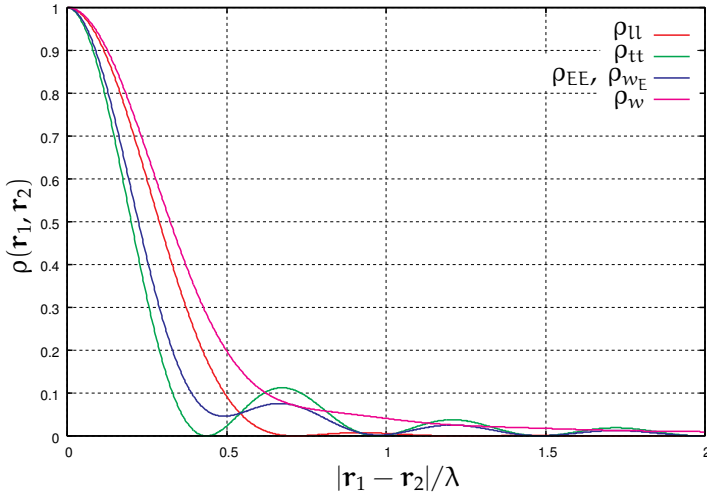


Abbildung 2.4: Verlauf der räumlichen Korrelationsfunktionen des Feldstärkequadrats und der Energiedichte in einer idealen Modenverwirbelungskammer.

Werte für N sind in [Abbildung 2.5](#) dargestellt. Es wird deutlich, dass besonders günstige Verläufe erreicht werden, wenn $\lambda \approx \kappa$ ist und beide groß werden. Wie bei der Diskussion der Modendichte in [Abschnitt 1.3](#) ergibt sich auch hier die Aussage, dass langgezogene Strukturen günstiger als flache Strukturen sind. Wichtig sind die Verläufe hinsichtlich der Qualifizierung von Modenrührern: Es ist nicht zu erwarten, dass ein Modenrührer mehr unabhängige Randbedingungen erzeugt, als durch [Gleichung \(2.49\)](#) vorgegeben.

2.1.2.1.6 Winkelkorrelation Analog zu $\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ kann auch eine *Winkelkorrelationsfunktion* $\rho(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2)$ betrachtet werden, wobei die Einheitsvektoren $\hat{\mathbf{s}}_1$ und $\hat{\mathbf{s}}_2$ zwei Richtungen im Raum definieren und einen Winkel $\gamma = \angle(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2)$ einschließen:

$$\rho(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2) = \frac{\int_{\mathbf{b}} \langle \mathbf{E}_{s1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_{s2}^*(\mathbf{r}) \rangle}{\sqrt{\int_{\mathbf{b}} \langle |\mathbf{E}_{s1}(\mathbf{r})|^2 \rangle \int_{\mathbf{b}} \langle |\mathbf{E}_{s2}(\mathbf{r})|^2 \rangle}}, \quad (2.50)$$

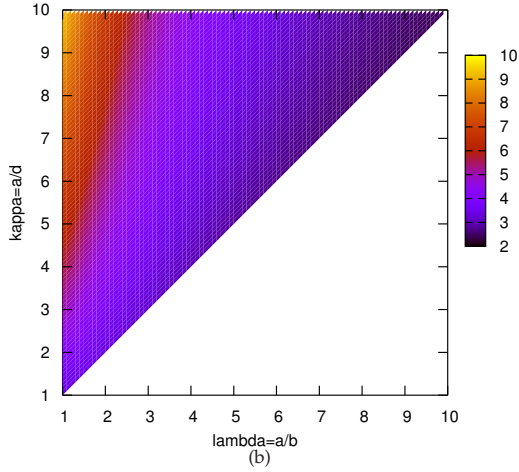
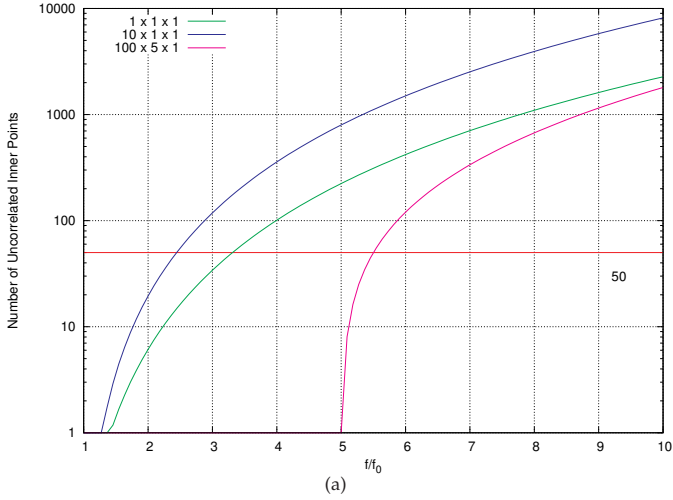


Abbildung 2.5: (a) Anzahl der unkorrelierten inneren Punkte als Funktion der normierten Frequenz für verschiedene Aspektverhältnisse. (b) Relative Frequenz, bei der die Anzahl der unabhängigen inneren Punkte den Wert 50 erreicht als Funktion der Aspektverhältnisse λ und κ .

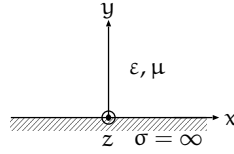


Abbildung 2.6: In der Nähe einer einzelnen Wand.

Hierbei sind E_{s1} und E_{s2} die Komponenten $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ in Richtung von $\hat{s}_1$ bzw. $\hat{s}_2$, also

$$E_{s1} = \hat{s}_1 \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \text{ und } E_{s2} = \hat{s}_2 \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (2.51)$$

Es ergibt sich (HILL 1998b):

$$\rho(\hat{s}_1, \hat{s}_2) = \hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 = \cos \gamma \quad (2.52)$$

Das Resultat ist konsistent mit der Theorie von KOSTAS und BOVERIE, nach der die kartesischen Feldkomponenten ($\gamma = 90^\circ$) unkorreliert sind (KOSTAS und BOVERIE 1991).

2.1.2.2 In der Nähe einer Wand

Im vorigen Abschnitt wurde der Fall fern von allen Wänden des Resonators betrachtet.⁵ Insbesondere auch in Hinblick auf die Frage nach dem maximal möglichen Prüflingsvolumen (wie nah darf man sich den Wänden nähern) ist auch die Untersuchung der Feldeigenschaften in der Nähe von Wänden, Kanten und Ecken interessant. HILL hat hierzu seinen oben dargestellten Wellenansatz erweitert (HILL 2005). Zunächst wird der Fall betrachtet, dass sich der Feldaufpunkt in der Nähe einer Wand, aber weit entfernt von anderen Wänden befindet. Die Geometrie ist in Abbildung 2.6 skizziert. Im Unterschied zur Anwendung des Wellenansatzes fern von den Wänden, muss nun das Gesamtfeld $\mathbf{E}^t(x, y, z)$ als Überlagerung von einfallendem Feld $\mathbf{E}^i(x, y, z)$ und reflektiertem Feld $\mathbf{E}^r(x, y, z)$ dargestellt werden,

$$\mathbf{E}^t(x, y, z) = \mathbf{E}^i(x, y, z) + \mathbf{E}^r(x, y, z). \quad (2.53)$$

Wie in Gleichung (2.1) kann das einfallende E-Feld wieder in einer Winkelspektraldarstellung geschrieben werden, wobei die Integration diesmal

⁵ARNAUT und WEST nennt dies das »deep field« (ARNAUT und WEST 2006).

aber nur über den halben Raumwinkelbereich erstreckt werden darf, da nur die zur Wand propagierenden Wellen betrachtet werden:

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = \iint_{2\pi} \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) e^{i\mathbf{k}^i \cdot \mathbf{r}} d\Omega \quad (2.54)$$

Die Vektoren $\mathbf{k}^i$ und $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$ sind wie in [Gleichung \(2.2\)](#) und [\(2.3\)](#) definiert. Die Wände werden im Folgenden als perfekt leitend angenommen, d. h. $\sigma = \infty$. Eine alternative Betrachtung, die auch nicht perfekte Wände einschließt, liefern [ARNAUT und WEST](#) ([ARNAUT und WEST 2006](#)).

Gemäß der Bildtheorie können einfallende (Index i), reflektierte (Index r) und Gesamtfelder (Index t) wie folgt geschrieben werden ([HILL 2005](#)):

$$\mathbf{E}^i(x, y, z) = \begin{pmatrix} E_x^i(x, y, z) \\ E_y^i(x, y, z) \\ E_z^i(x, y, z) \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{E}^r(x, y, z) = \begin{pmatrix} -E_x^i(x, -y, z) \\ E_y^i(x, -y, z) \\ -E_z^i(x, -y, z) \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{E}^t(x, y, z) = \begin{pmatrix} E_x^i(x, y, z) - E_x^i(x, -y, z) \\ E_y^i(x, y, z) + E_y^i(x, -y, z) \\ E_z^i(x, y, z) - E_z^i(x, -y, z) \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

$$\mathbf{E}^t(x, 0, z) = 2\hat{\mathbf{y}}E_y^i(x, 0, z) \quad (2.58)$$

$$\mathbf{H}^i(x, y, z) = \begin{pmatrix} H_x^i(x, y, z) \\ H_y^i(x, y, z) \\ H_z^i(x, y, z) \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

$$\mathbf{H}^r(x, y, z) = \begin{pmatrix} H_x^i(x, -y, z) \\ -H_y^i(x, -y, z) \\ H_z^i(x, -y, z) \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

$$\mathbf{H}^t(x, y, z) = \begin{pmatrix} H_x^i(x, y, z) + H_x^i(x, -y, z) \\ H_y^i(x, y, z) - H_y^i(x, -y, z) \\ H_z^i(x, y, z) + H_z^i(x, -y, z) \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

$$\mathbf{H}^t(x, 0, z) = 2[\hat{\mathbf{x}}H_x^i(x, 0, z) + \hat{\mathbf{z}}H_z^i(x, 0, z)] \quad (2.62)$$

Wie bereits vorher können statistische Aussagen nun wieder aus den Eigenschaften des Winkelspektrums in den Gleichungen [\(2.5\)–\(2.9\)](#) abgeleitet werden ([HILL 2005](#)). Für das vektorielle Gesamtfeld ergibt sich wie

gewohnt

$${}_b\langle E^t(x, y, z) \rangle = {}_b\langle H^t(x, y, z) \rangle = 0. \quad (2.63)$$

Für das Quadrat der kartesischen Feldkomponenten ergab sich nach [Gleichung \(2.17\)](#) fern von den Wänden ein ortsunabhängiger Wert $\frac{E_0^2}{3}$. Betrachtet man diese Größen in der Nähe der Wand, so müssen natürlich die Randbedingungen eingehalten werden, was zu einer Ortsabhängigkeit führt, in der die räumlichen longitudinalen und transversalen Korrelationsfunktionen wieder auftauchen:

$${}_b\langle |E_y^t(x, y, z)|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{3} [1 + \rho_l(2y)] \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} {}_b\langle |E_x^t(x, y, z)|^2 \rangle &= {}_b\langle |E_z^t(x, y, z)|^2 \rangle = \\ &= \frac{E_0^2}{3} [1 - \rho_t(2y)] \end{aligned} \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} \lim_{ky \rightarrow \infty} {}_b\langle |E_x^t(x, y, z)|^2 \rangle &= \lim_{ky \rightarrow \infty} {}_b\langle |E_y^t(x, y, z)|^2 \rangle = \\ \lim_{ky \rightarrow \infty} {}_b\langle |E_z^t(x, y, z)|^2 \rangle &= \frac{E_0^2}{3} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Für das H-Feld ergibt sich analog:

$${}_b\langle |H_y^t(x, y, z)|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{3\eta^2} [1 - \rho_l(2y)] \quad (2.67)$$

$$\begin{aligned} {}_b\langle |H_x^t(x, y, z)|^2 \rangle &= {}_b\langle |H_z^t(x, y, z)|^2 \rangle = \\ &= \frac{E_0^2}{3\eta^2} [1 + \rho_t(2y)] \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \lim_{ky \rightarrow \infty} {}_b\langle |H_x^t(x, y, z)|^2 \rangle &= \lim_{ky \rightarrow \infty} {}_b\langle |H_y^t(x, y, z)|^2 \rangle = \\ \lim_{ky \rightarrow \infty} {}_b\langle |H_z^t(x, y, z)|^2 \rangle &= \frac{E_0^2}{3\eta^2} \end{aligned} \quad (2.69)$$

Die Verläufe sind in der [Abbildung 2.7](#) dargestellt.

2.1.2.3 In der Nähe einer Kante

Zur Berechnung der Felder in der Nähe einer Kante muss die Bildtheorie für beide begrenzenden Wände angewendet werden. Die sich hieraus ergebenden Ausdrücke für das totale E- und H-Feld, bzw. für die quadrierten

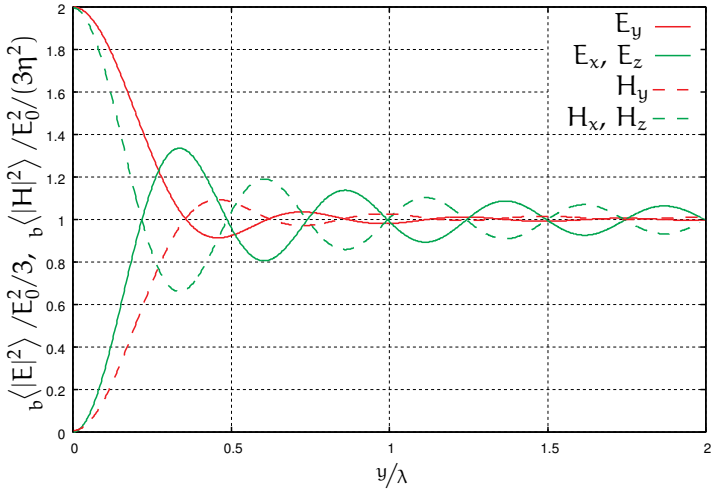


Abbildung 2.7: Verlauf der (normierten) Erwartungswerte der quadrierten longitudinalen (y) und transversalen (x, z) E- und H-Feldkomponenten als Funktion des Abstandes von einer perfekt leitenden Wand.

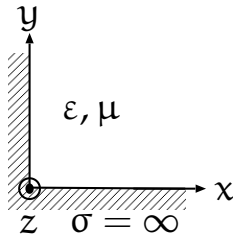


Abbildung 2.8: In der Nähe einer einzelnen Kante.

Beträge der kartesischen Komponenten werden relativ lang, so dass sie hier nicht wiedergegeben werden. Zu finden sind sie in (HILL 2005). Die Komplikation resultiert in erster Linie daraus, dass drei Bilder anstelle von einem Bild berücksichtigt werden müssen, um die Randbedingungen zu erfüllen. Die Darstellung hier beschränkt sich auf die Wiedergabe der Erwartungswerte der quadrierten Beträge der Feldkomponenten. Es ergeben sich:

- Für die (transversale) z-Komponente:

$${}_b\langle |E_z^t(x, y, z)|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{3} [1 - \rho_t(2y) - \rho_t(2x) + \rho_t(2\sqrt{x^2 + y^2})] \quad (2.70)$$

$${}_b\langle |H_z^t(x, y, z)|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{3\eta^2} [1 + \rho_t(2y) + \rho_t(2x) + \rho_t(2\sqrt{x^2 + y^2})] \quad (2.71)$$

- Für die longitudinale x-Komponente:

$$\begin{aligned} {}_b\langle |E_x^t(x, y, z)|^2 \rangle = & \frac{E_0^2}{3} [1 - \rho_t(2y) + \rho_l(2x) \\ & - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2 + y^2}) \\ & - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2 + y^2})] \end{aligned} \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} {}_b\langle |H_x^t(x, y, z)|^2 \rangle = & \frac{E_0^2}{3\eta^2} [1 + \rho_t(2y) - \rho_l(2x) \\ & - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2 + y^2}) \\ & - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2 + y^2})] \end{aligned} \quad (2.73)$$

- Für die longitudinale y-Komponente: Die Ausdrücke ergeben sich aus denen für die x-Komponente durch Vertauschen von x und y.

Aus den angegebenen Gleichungen können Spezialfälle, wie etwa das Verhalten auf der Diagonalen ($x = y$) leicht abgeleitet werden.

Der Verlauf der Erwartungswerte ist für den Fall des E-Feldes in der [Abbildung 2.9](#) dargestellt.

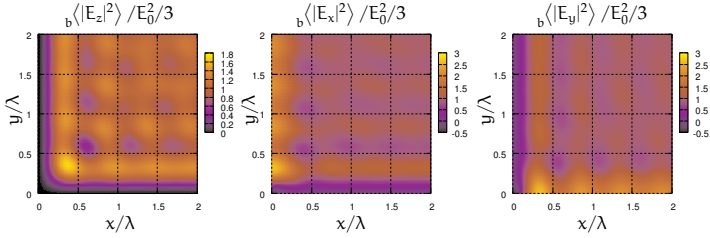


Abbildung 2.9: Verlauf der (normierten) Erwartungswerte der quadrierten E-Feldkomponenten als Funktion des Abstandes von den Wänden einer Kante. Die Verläufe für das H-Feld sind analog.

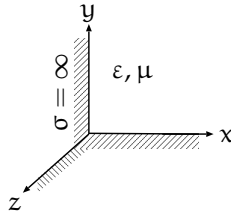


Abbildung 2.10: In der Nähe einer einzelnen Ecke.

2.1.2.4 In der Nähe einer Ecke

Für den Fall, dass der Feldaufpunkt in der Nähe einer rechtwinkligen Ecke liegt, müssen für die Berechnung des reflektierten Feldes insgesamt sieben Bilder berücksichtigt werden, so dass das Gesamtfeld insgesamt acht Beiträge enthält. Die genauen Terme sind wiederum der Literatur zu entnehmen ([HILL 2005](#)). Jede der drei kartesischen Komponenten ist nun parallel zu zwei Wänden und orthogonal zu einer dritten. Aus diesen Symmetriegründen sind die Ausdrücke für die verschiedenen Komponenten strukturgleich. Daher reicht es im Folgenden z. B. nur die z-Komponente zu betrachten.

Die Erwartungswerte für Quadrate der Absolutbeträge der kartesischen Komponenten ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
 {}_b\langle |E_z^t(x, y, z)|^2 \rangle &= \frac{E_0^2}{3} \left[1 - \rho_t(2x) - \rho_t(2y) + \rho_t(2\sqrt{x^2 + y^2}) \right. \\
 &\quad + \rho_l(2z) - \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2 + z^2}) \\
 &\quad - \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2 + z^2}) \\
 &\quad - \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} \rho_t(2\sqrt{y^2 + z^2}) \\
 &\quad - \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} \rho_l(2\sqrt{y^2 + z^2}) \\
 &\quad + \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \\
 &\quad \left. + \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \right] \quad (2.74)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 {}_b\langle |H_z^t(x, y, z)|^2 \rangle &= \frac{E_0^2}{3\eta^2} \left[1 + \rho_t(2x) + \rho_t(2y) + \rho_t(2\sqrt{x^2 + y^2}) \right. \\
 &\quad - \rho_l(2z) - \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2 + z^2}) \\
 &\quad - \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2 + z^2}) \\
 &\quad - \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} \rho_t(2\sqrt{y^2 + z^2}) \\
 &\quad - \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} \rho_l(2\sqrt{y^2 + z^2}) \\
 &\quad - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \\
 &\quad \left. - \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \right] \quad (2.75)
 \end{aligned}$$

Alle Terme in den Klammerausdrücken enthalten ihre kr -Abhängigkeit entweder durch ρ_l oder durch ρ_t , so dass sich für $kr \rightarrow \infty$ auf jeden Fall wieder der ortsunabhängige Wert fern von den Wänden ergibt ($E_0^2/3$ bzw. $E_0^2/3\eta^2$). Den langsameren Abfall hat hierbei ρ_l , so dass sich eine

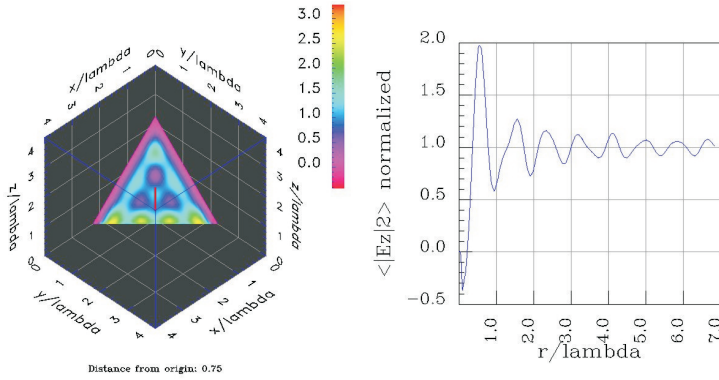


Abbildung 2.11: Verlauf von $\langle |E_z^t(x, y, z)|^2 \rangle / (E_0^2/3)$: Dargestellt ist links die Feldstärke in einer Ebene senkrecht zur Raumdiagonalen bei einem Abstand von $0.75/\lambda$ vom Ursprung. Rechts ist der Verlauf entlang der Raumdiagonalen zu sehen.

Korrelationslänge von etwa $\lambda/2$ ergibt. Auf der Hauptdiagonalen ($x = y = z = r/\sqrt{3}$) gilt für das E-Feld

$$\begin{aligned} \left\langle \left| E_z^t \left(\frac{r}{\sqrt{3}}, \frac{r}{\sqrt{3}}, \frac{r}{\sqrt{3}} \right) \right|^2 \right\rangle &= \frac{E_0^2}{3} \left[1 - 2\rho_t \left(2\frac{r}{\sqrt{3}} \right) - \rho_t \left(2\frac{\sqrt{2}r}{\sqrt{3}} \right) + \rho_l \left(2\frac{r}{\sqrt{3}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{2}\rho_t \left(2\frac{\sqrt{2}r}{\sqrt{3}} \right) - \sqrt{2}\rho_l \left(2\frac{\sqrt{2}r}{\sqrt{3}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{2}{3}}\rho_t(2r) + \frac{1}{\sqrt{3}}\rho_l(2r) \right] \end{aligned} \quad (2.76)$$

Die Verläufe sind in der [Abbildung 2.11](#) dargestellt. In der [Abbildung 2.12](#) sind zusätzlich die minimalen und maximalen Werte für alle Punkte, die mindestens den Abzissenwert als Abstand von der Ecke haben, wiedergegeben.

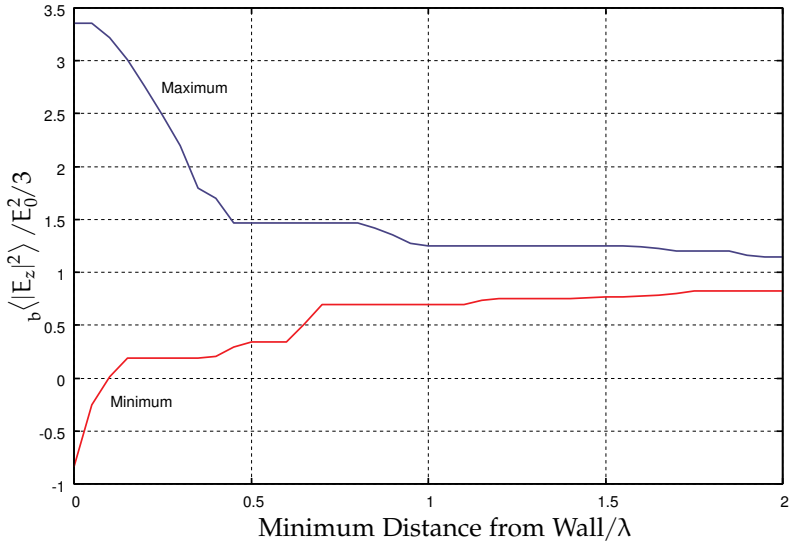


Abbildung 2.12: Verlauf des Minimal- und des Maximalwertes von $\langle |E_z(x, y, z)|^2 / (E_0^2/3) \rangle$ in einem Volumen, dessen Punkte mindestens eine gewisse Distanz zu den leitenden Wänden haben. Die Minimaldistanz entspricht der Abszisse.

2.1.2.5 Verteilungsfunktion

Die bisher aus der Wellendarstellung abgeleiteten Eigenschaften beruhen auf den Eigenschaften des Winkelspektrums $F(\hat{\mathbf{k}})$ und den Randbedingungen (an Wand, Kante, Ecke). Wissen über eine *spezielle* Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion geht hier noch nicht ein. Tatsächlich ist die Vorhersage der Wahrscheinlichkeitsdichten verschiedener Größen aber sehr hilfreich bei der Analyse von Messungen unter Berücksichtigung der Anzahl von Randbedingungen (Rührerpositionen) mit denen sie gewonnen wurden.

Im folgendem sei nur die z-Komponente des E-Feldes betrachtet. Das H-Feld und die anderen Komponenten können analog verwendet werden.

Aus Gleichung (2.1) mit (2.5) folgt direkt, dass die Erwartungswerte vom Real- und Imaginärteil der z-Komponente des Gesamtfeldes E_{zr}^t und E_{zi}^t

verschwinden:

$${}_b\langle E_{zr}^t \rangle = {}_b\langle E_{zi}^t \rangle = 0 \quad (2.77)$$

Die Varianz des Quadrats des Gesamtfeldes verteilt sich zu gleichen Teilen auf Real- und Imaginärteil. Fern von den Wänden ist sie beispielsweise durch [Gleichung \(2.17\)](#) gegeben:

$$2\sigma^2(\mathbf{r}) \equiv {}_b\langle |E_z(\mathbf{r})|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{3} \text{ (fern von den Wänden)} \quad (2.78)$$

Somit gilt für Real- und Imaginärteil:

$${}_b\langle |E_{zr}(\mathbf{r})|^2 \rangle = {}_b\langle |E_{zi}(\mathbf{r})|^2 \rangle \equiv \sigma^2(\mathbf{r}) \quad (2.79)$$

$${}_b\langle |H_{zr}(\mathbf{r})|^2 \rangle = {}_b\langle |H_{zi}(\mathbf{r})|^2 \rangle \equiv \frac{\sigma^2(\mathbf{r})}{\eta^2} \quad (2.80)$$

Ohne weitere Annahme kann mit Hilfe der *Maximum-Entropie-Methode* gezeigt werden, dass die wahrscheinlichste Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung für z. B. E_{zr} eine Normalverteilung mit Mittelwert Null und Standardabweichung σ ist:

$$\text{pdf}_{E_{zr}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\mathbf{r})} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \quad (2.81)$$

Zum gleichen Resultat kommt [HÖIJER](#) in ([HÖIJER 2006a, b](#)) indem er die höheren Momente des Winkelspektrums berechnet (siehe [Abschnitt 2.4.2.1](#)).

Es kann gezeigt werden, dass die Real- und Imaginärteile aller Feldkomponenten unkorreliert sind ([HILL 1998b](#)). Da sie auch normalverteilt sind, sind sie auch statistisch unabhängig ([PAPOULIS 1991](#)). Hieraus können die Wahrscheinlichkeitsdichten verschiedenster abgeleiteter Größen gefolgert werden. Sie sind χ bzw. χ^2 verteilt mit unterschiedlichen Anzahlen von Freiheitsgraden (Eine ausführliche Diskussion der Verteilungsfunktionen findet sich im [Anhang A.](#)). Eine Übersicht der wichtigsten resultierenden Verteilungen gibt [Tabelle 2.1](#).

2.2 Güte

Die Güte ist eine der wichtigsten Größen zur Charakterisierung von MV-Kn. An dieser Stelle soll daher ausführlicher auf verschiedene Ansätze zur Berechnung der theoretischen Güte eingegangen werden. Für die Definition der Güte und Betrachtungen zur Güte einzelner Moden sei auf

Größe	Verteilung	PDF	CDF	μ	s
$E_{R,r}, E_{R,i}$	$N(0, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right)$	0	$\sigma = \sigma(r)$ $= \frac{E_{0,a}}{\sqrt{6}}$
$H_{R,r}, H_{R,i}$	$N(0, \sigma'/n)$	$\frac{1}{\sigma'\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{n^2 x^2}{2\sigma'^2}}$	$\frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{nx}{\sigma'\sqrt{2}} \right) \right)$	0	$\sigma'/n = \sigma'(r)/n$
$ E_R $	$\chi_2(\sigma)$	$\frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma$	$\sqrt{\frac{4-\pi}{2}} \sigma$
$ H_R $	$\chi_2(\sigma'/n)$	$\frac{n^2 x}{\sigma'^2} e^{-\frac{n^2 x^2}{2\sigma'^2}} \cdot u(0)$	$1 - e^{-\frac{n^2 x^2}{2\sigma'^2}}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma'/n$	$\sqrt{\frac{4-\pi}{2}} \sigma'/n$
$ E $	$\chi_6(\sigma)$	$\frac{x^5}{8\sigma^6} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - \left[\frac{x^4}{8\sigma^4} + \frac{x^2}{2\sigma^2} + 1 \right] e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{15}{16} \sqrt{2\pi} \sigma$	$\sqrt{6 - \frac{225}{128} \pi} \sigma$
$ H $	$\chi_6(\sigma'/n)$	$\frac{n^5 x^5}{8\sigma'^6} e^{-\frac{n^2 x^2}{2\sigma'^2}} \cdot u(0)$	$1 - \left[\frac{n^4 x^4}{8\sigma'^4} + \frac{n^2 x^2}{2\sigma'^2} + 1 \right] e^{-\frac{n^2 x^2}{2\sigma'^2}}$	$\frac{15}{16} \sqrt{2\pi} \frac{\sigma}{n}$	$\sqrt{6 - \frac{225}{128} \pi} \frac{\sigma}{n}$
$ E_R ^2$	$\chi_2^2(\sigma^2)$	$\frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$2\sigma^2$	$2\sigma^2$
$ H_R ^2$	$\chi_2^2(\frac{\sigma'^2}{n^2})$	$\frac{n^2}{2\sigma'^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma'^2}} \cdot u(0)$	$1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma'^2}}$	$2\frac{\sigma'^2}{n^2}$	$2\frac{\sigma'^2}{n^2}$
$ E ^2$	$\chi_6^2(\sigma^2)$	$\frac{x^2}{16\sigma^6} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - \left[\frac{x^2}{8\sigma^4} + \frac{x}{2\sigma^2} + 1 \right] e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$6\sigma^2$	$\sqrt{12}\sigma^2$
$ H ^2$	$\chi_6^2(\frac{\sigma'^2}{n^2})$	$\frac{n^6 x^2}{16\sigma'^6} e^{-\frac{n^2 x^2}{2\sigma'^2}} \cdot u(0)$	$1 - \left[\frac{n^4 x^2}{8\sigma'^4} + \frac{n^2 x}{2\sigma'^2} + 1 \right] e^{-\frac{n^2 x^2}{2\sigma'^2}}$	$6\frac{\sigma'^2}{n^2}$	$\sqrt{12}\frac{\sigma'^2}{n^2}$

$\sigma = \frac{E_0}{\sqrt{6}}$ gilt fern von den Wänden.

Tabelle 2.1: Zusammenfassung der Verteilungsfunktionen der wichtigsten Kenngrößen von MVKn. Der Parameter σ ist immer die Standardabweichung der zugrundeliegenden Normalverteilung.

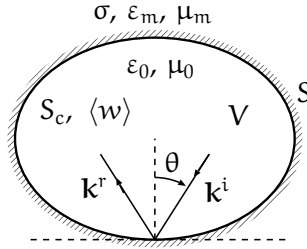


Abbildung 2.13: Geometrie zur Bestimmung der Güte Q mittels der Wellendarstellung.

[Abschnitt 1.4](#) verwiesen. Im Gegensatz zu der dortigen Darstellung geht es hier um Erwartungswerte der Güte über ein Ensemble verschiedener Randbedingungen bzw. um über Frequenzintervalle gemittelte Güten. Auf die experimentelle Bestimmung der Güte wird in [Abschnitt 3.3](#) eingegangen.

Im Allgemeinen werden verschiedene Verlustmechanismen (Wandverluste, dielektrische Verluste, Antennen, Aperturen, EUT) die Güte bestimmen. In aller Regel kann davon ausgegangen werden, dass die einzelnen Güten Q_i gemäß

$$\frac{1}{Q} = \sum_i \frac{1}{Q_i} \quad (2.82)$$

zur Gesamtgüte Q beitragen. Eine sehr ausführliche Erörterung hierzu findet sich in ([ARNAUT 2003e](#)).

2.2.1 Wellendarstellung

In [Abschnitt 2.1.2](#) finden sich die Grundzüge und wesentliche Ergebnisse der Wellendarstellung, welche zunächst von [DUNN \(DUNN 1990\)](#), dann aber vor allem von [HILL](#) entwickelt wurde ([HILL 1998b, 2005](#)). [HILL](#) verwendet diesen Ansatz auch zur Ableitung eines Ausdrucks für die Güte Q einer beliebig geformten idealen MVK ([HILL 1996](#)). Hierbei werden nur die Wandverluste berücksichtigt. Darüber hinaus gibt es aber keine Einschränkungen, z. B. an die Höhe der Wandleitfähigkeit.

Mit Hilfe der skalaren Leistungsdichte $S_c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \langle w \rangle$ ([Gleichung \(2.30\)](#))

ergibt sich die mittlere dissipierte Leistung zu⁶

$${}_b\langle P_d \rangle = \frac{1}{2} S_c S_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos \theta \rangle. \quad (2.83)$$

Hierbei ist Γ der Reflexionskoeffizient beim Übergang einer ebenen Wellen vom Medium in der Kammer (Luft, ε_0, μ_0) in das Wandmaterial ($\sigma, \varepsilon_m, \mu_m$). Der Faktor $1/2$ kommt daher, dass nur die Hälfte der Wellen auf die Wand zuläuft. Die gespeicherte Energie ist

$${}_b\langle W \rangle = V {}_b\langle w \rangle = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} S_c V, \quad (2.84)$$

so dass sich die Güte zu

$$Q = \frac{\omega {}_b\langle W \rangle}{P_d} = \frac{2kV}{S_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos \theta \rangle} = \frac{4\pi V}{\lambda S_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos \theta \rangle} \quad (2.85)$$

ergibt ($k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ ist die Wellenzahl).

Zur Berechnung des Mittelwertes im Nenner von [Gleichung \(2.85\)](#) muss auf Grund des transversalen Charakters der elektromagnetischen Wellenausbreitung zwischen den Fällen unterschieden werden, dass das E-Feld in der Ausbreitungsebene⁷ liegt (parallel, $\parallel$) oder senkrecht auf ihr steht ($\perp$). Für die beiden Fälle ergeben sich die Reflexionskoeffizienten zu ([HILL 1996](#); [STRATTON 1941](#))

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\mu_m k \cos \theta - \mu_0 \sqrt{k_m^2 - k^2 \sin^2 \theta}}{\mu_m k \cos \theta + \mu_0 \sqrt{k_m^2 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (2.86)$$

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\mu_0 k_m^2 \cos \theta - \mu_m k \sqrt{k_m^2 - k^2 \sin^2 \theta}}{\mu_0 k_m^2 \cos \theta + \mu_m k \sqrt{k_m^2 - k^2 \sin^2 \theta}}, \quad (2.87)$$

wobei

$$k_m = \omega \sqrt{\mu_m \left(\varepsilon_m + \frac{\sigma}{j\omega} \right)} \quad (2.88)$$

die Wellenzahl im Wandmedium ist.

⁶Der Mittelwert wird hier als Ensembelmittelwert über verschiedene Randbedingungen (Rührerpositionen) geschrieben, ${}_b\langle \cdot \rangle$. Genau genommen ist hier aber der Ensembelmittelwert bezüglich aller Einfallswinkel θ gemeint. Beide Mittelwerte stimmen hier jedoch überein.

⁷Die Ausbreitungsebene ist die von $\mathbf{k}^i$ und $\mathbf{k}^r$ aufgespannte Ebene.

Der Mittelwert im Nenner von [Gleichung \(2.85\)](#) ergibt sich hiermit zu

$$\langle (1 - |\Gamma|^2) \cos \theta \rangle = \int_0^{\pi/2} \left[1 - \frac{1}{2} (|\Gamma_{\perp}|^2 + |\Gamma_{\parallel}|^2) \right] \cos \theta \sin \theta d\theta. \quad (2.89)$$

Im allgemeinen Fall kann dieses Integral nur numerisch ausgewertet werden. Für den praktisch relevanten Fall $|k_m/k| \gg 1$ ergeben sich jedoch die Näherungen

$$|\Gamma_{\perp}|^2 \approx 1 - \frac{4\mu_m k \operatorname{Re}(k_m) \cos \theta}{\mu_0 |k_m|^2} \quad (2.90)$$

$$|\Gamma_{\parallel}|^2 \approx 1 - \frac{4\mu_m k \operatorname{Re}(k_m)}{\mu_0 |k_m|^2 \cos \theta}, \quad (2.91)$$

so dass sich die Güte zu

$$Q \approx \frac{3\mu_0 |k_m|^2 V}{4\mu_m S \operatorname{Re}(k_m)} \quad (2.92)$$

ergibt. Sind die Wände nun weiterhin hoch leitfähig und gilt $\sigma/(\omega \epsilon_m) \gg 1$ so folgt⁸

$$Q \approx \frac{3\mu_0 V}{2\mu_m S \delta_s}. \quad (2.93)$$

2.2.2 Modaler Ansatz

Gegenstand dieses Abschnitts ist eine Methode zur Bestimmung des sogenannten *zusammengesetzten Gütefaktors* (engl. composite quality factor), die auf [Liu et al.](#) zurückgeht ([Liu et al. 1983](#)).

Ausgangspunkt der Betrachtungen sind hierbei die Moden, ihre Eigenfrequenzen und Gütefaktoren wie sie in den Abschnitten [1.1.2](#) und [1.4](#) dargestellt wurden. Ziel der Betrachtungen von [Liu et al.](#) ist es, für die stark fluktuierenden Werte der individuellen Q-Faktoren eine glatte Approximationsformel zu finden. Er nutzt hierzu einen Summationsalgorithmus im k -Raum. Für die fünf verschiedenen Fälle aus [Tabelle 1.1](#) auf Seite 17 ergeben sich dann Anzahlen $\Delta N_1, \dots, \Delta N_5$ von Moden im Intervall $[k, k + \Delta k]$.

⁸In ([HILL 1996](#)) ist ein Schreibfehler in der Skintiefe in Formel (12). Es gilt $\delta_s = \sqrt{2/(\omega \mu_m \sigma)}$ an Stelle von $\delta_s = 2/\sqrt{\omega \mu_m \sigma}$.

Darüber hinaus bildet er in jeder Kugelschale im k -Raum die Summen I_i der $1/Q$ Werte, die er durch Integrale approximiert, also z. B. :

$$I_l = \sum_{\substack{l,m,n \\ k_{lmn} \in [k, k+\Delta k]}} \frac{1}{Q_{lmn}^{TM}} \quad (2.94)$$

$$\simeq \iiint_{k_r=k}^{k+\Delta k} \frac{1}{Q_{lmn}^{TM}} dl dm dn \quad (2.95)$$

Dieser Ansatz führt schließlich zu einem über die Frequenz gemittelten Ausdruck für die inverse Güte:

$$\left\langle \frac{1}{Q} \right\rangle_f = \frac{\sum_{i=1}^5 I_i}{\sum_{i=1}^5 N_i} \quad (2.96)$$

Diese Analyse führt dann zu dem bekannten und oft zitiertem Ausdruck⁹

$$\tilde{Q} = \frac{1}{\left\langle \frac{1}{Q} \right\rangle_f} = \frac{3}{2} \frac{V}{S \delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \frac{1}{1 + \frac{3\pi}{8k} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)}. \quad (2.97)$$

Auffällig ist hier der Zusatzterm

$$\frac{1}{1 + \frac{3\pi}{8k} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)}, \quad (2.98)$$

der in anderen Darstellungen nicht auftritt (siehe z. B. [Abschnitt 2.2.1](#)).

In ([Lyu et al. 1983](#)) wird dieser Term als Verbesserung gesehen; eine Einschätzung die auch in vielen anderen Quellen übernommen wird. Tatsächlich ist dies jedoch zweifelhaft. Man betrachte hierzu z. B. den Fall des würfelförmigen Resonators mit der Kantenlänge a . Die Formeln für die

⁹Der Faktor $\frac{\mu}{\mu_m}$ fehlt in der Originalarbeit, da die Autoren dort von $\mu_r = 1$ ausgehen.

modalen Güten (1.73)–(1.76) ergeben sich dann zu:

$$(Q_w)_{0mn}^{\text{TE}} = \frac{2V}{S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \quad (2.99)$$

$$(Q_w)_{l0n}^{\text{TE}} = \frac{2V}{S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \quad (2.100)$$

$$(Q_w)_{lmn}^{\text{TE}} = \frac{3V}{2S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \quad (2.101)$$

$$(Q_w)_{lm0}^{\text{TM}} = \frac{2V}{S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \quad (2.102)$$

$$(Q_w)_{lmn}^{\text{TM}} = \frac{3V}{2S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \quad (2.103)$$

Jeder Mittelwert muss daher zwischen den Extremwerten liegen:

$$\frac{3V}{2S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \leq \frac{1}{f(Q)} \leq \frac{2V}{S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \quad (2.104)$$

Tatsächlich gilt für den »Korrekturfaktor« jedoch

$$\frac{1}{1 + \frac{3\pi}{8k} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)} = \frac{1}{1 + \frac{3\pi}{8k} \left(\frac{3}{a} \right)} < 1 \quad (2.105)$$

für alle $k < \infty$, so dass

$$\tilde{Q} < \frac{3V}{2S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \leq \frac{1}{f(Q)} \leq \frac{2V}{S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \quad (2.106)$$

folgt. Hier besteht offensichtlich ein Widerspruch: $\tilde{Q}$ kann kein Mittelwert des modalen Gütefaktors sein.

Ein Vergleich verschiedener Ansätze ist in der [Abbildung 2.14](#) dargestellt. Neben individuellen Q-Werten für TE- und TM-Moden und der Formel nach [Liu et al.](#) ist hier auch das Ergebnis der Wellendarstellung wiedergegeben. Darüber hinaus sind der harmonische und der arithmetische Mittelwert der individuellen Q-Werte eingetragen, wobei hier die Mittelwerte über Frequenzintervalle der Breite $10 \cdot BW_Q$ gebildet wurden. Bei der hier verwendeten Leitfähigkeit ergeben sich bei der Mittelung über schmalere Frequenzintervalle zu stark variierende Kurven, da die Anzahl der Moden pro BW_Q nicht groß ist (vergleiche [Abbildung 2.15](#)). Es zeigt sich, dass

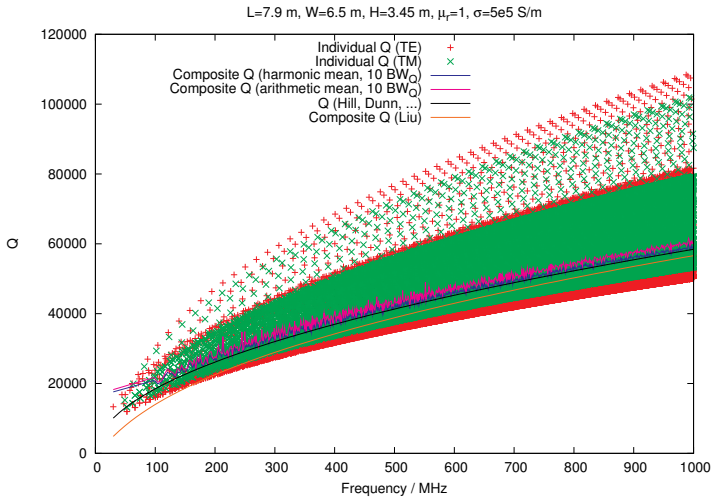


Abbildung 2.14: Vergleich der individuellen Q-Werte (für TE- und TM-Moden) mit dem 'Composite Q' nach Gleichung (2.97), dem Ergebnis aus dem Wellenansatz nach Gleichung (2.93) und dem arithmetischen und harmonischen Mittel der individuellen Q-Werte über ein Frequenzintervall der Breite $10 \cdot BW_Q$.

- arithmetischer- und harmonischer Mittelwert der individuellen Q-Werte eng beieinander liegen,
- die einfache Formel aus dem Wellenansatz eine sehr gute Näherung des harmonischen Mittelwertes darstellt,
- der »Korrekturterm« in der Formel nach Liu et al. diese Approximation deutlich verschlechtert und
- die Formel von Liu et al. bei sehr tiefen Frequenzen sogar Werte liefert, die kleiner als der kleinste individuelle Q-Wert sind.

2.2.3 Thermodynamischer Ansatz

CORONA et al. stellt schon 1980 ein thermodynamisches Modell zur Berechnung der Resonatorgüte vor (CORONA et al. 1980). Dieser Ansatz wird

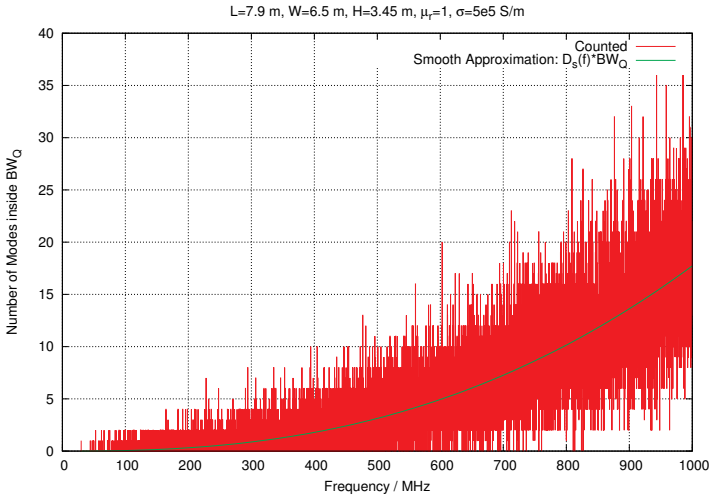


Abbildung 2.15: Verlauf der Anzahl der Moden innerhalb einer BW_Q . Rote Kurve: Ausgezählt aus den tatsächlichen Werten. Grüne Kurve: Approximation mit Hilfe des glatten Anteils der Modendichte $D_s(f)$.

hier aufgegriffen und leicht abgewandelt vorgestellt.¹⁰ Ansatzpunkt ist die Beschreibung des Hohlraumresonators als schwarzer Körper. Für schwarze Körper gilt das Plancksche Strahlungsgesetz für die im Wellenlängendifferenzial $d\lambda$ ausgesandte Leistungsdichte $S_c(\lambda)d\lambda$

$$S_c(\lambda)d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} d\lambda \quad (2.107)$$

Für den Fall großer Wellenlängen bzw. hoher Temperaturen (RAYLEIGH), d. h. für $\frac{hc}{\lambda} \ll k_B T$ folgt wegen $e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} \approx 1 + \frac{hc}{\lambda k_B T}$

$$S_c(\lambda)d\lambda = \frac{2ck_B T}{\lambda^4} d\lambda. \quad (2.108)$$

¹⁰In den Formeln im Anhang von (CORONA et al. 1980) haben sich eine Reihe von Schreibfehlern eingeschlichen. Diese sind jedoch offensichtlich, so dass sie hier nicht einzeln korrigiert werden.

Wegen $d\lambda = \frac{c}{f^2} df = \frac{\lambda^2}{c} df$ schreibt sich dies auch in der Form

$$S_c(\lambda) df = \frac{2k_B T}{\lambda^2} df. \quad (2.109)$$

Für den Fall kleiner Frequenzintervalle Δf ergibt sich somit

$$S_c(\lambda) = \frac{2k_B T}{\lambda^2} \Delta f. \quad (2.110)$$

Die durch die Oberfläche S dissipierte Leistung P_d ist gleich der zugeführten Leistung P_t und ergibt sich zu

$$P_d = P_t = S_c \cdot A \cdot S, \quad (2.111)$$

wobei A der effektive Absorptionskoeffizient des Wandmaterials ist.

Betrachtet man nun eine Empfangsantenne, die sich in thermodynamischen Gleichgewicht mit der Kammer befindet, so ist die an dieser Antenne zur Verfügung stehende Leistung nach NYQUIST

$$P_r = k_B T \Delta f. \quad (2.112)$$

Somit folgt

$$\frac{P_t}{P_r} = \frac{2AS}{\lambda^2}. \quad (2.113)$$

Hier zeigt sich wieder die fundamentale Eigenschaft einer MVK, dass die Eigenschaften von Sende- und Empfangsantennen nicht eingehen.¹¹

Setzt man in die Definition der Güte ein, so ergibt sich

$$Q = \omega \frac{w \cdot V}{P_d} = \frac{\omega V}{cAS}, \quad (2.114)$$

wobei $w = S_c/c$ die Energiedichte ist.

Aufschluss über die Größe A erhält man beispielsweise an Hand der Betrachtungen von [HILL](#), die in [Abschnitt 2.2.1](#) vorgestellt wurden. Vergleicht man die beiden Ausdrücke für die dissipierte Leistung

$$P_d = S_c A S \quad (\text{CORONA et al.}) \quad (2.115)$$

$${}_b \langle P_d \rangle = \frac{1}{2} S_c S {}_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos \theta \rangle \quad (\text{HILL}), \quad (2.116)$$

¹¹Fehlanpassungen werden hier nicht berücksichtigt.

so identifiziert man

$$A = \frac{1}{2} {}_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos \theta \rangle. \quad (2.117)$$

Verwendet man nun den tatsächlichen Wert von

$${}_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos \theta \rangle = \frac{4}{3} \frac{\mu_m \omega \delta_s}{\mu c}, \quad (2.118)$$

so ergibt sich für Q das gewohnte Ergebnis

$$Q = \frac{3}{2} \frac{\mu}{\mu_m} \frac{V}{\delta_s S}. \quad (2.119)$$

Dies unterscheidet sich aber um den Faktor $\frac{3}{2}$ von dem Wert den [CORONA et al.](#) angeben ([CORONA et al. 1980](#)). Ihr Ergebnis erhält man, wenn man bei der Betrachtung der Reflexion nur den Fall des senkrechten Einfalls betrachtet. In diesem Fall ($\cos \theta = 1$) gilt

$$(1 - |\Gamma|^2)_\perp = \frac{4\mu_m k \operatorname{Re}(k_m)}{\mu |k|^2} = \frac{2\mu_m \omega \delta_s}{\mu c} \quad (2.120)$$

und somit

$${}_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos \theta \rangle = \frac{2}{3} (1 - |\Gamma|^2)_\perp. \quad (2.121)$$

Die Berücksichtigung der Mittelung über die Einfallswinkel ist somit die physikalisch plausible Erklärung für das Auftreten des Faktors $\frac{3}{2}$ in der Formel für Q für den Fall, dass nur Wandverluste betrachtet werden.

2.2.4 Spektraler Ansatz

[CORONA et al.](#) et al. beschreiben in ([CORONA et al. 1998](#)) einen spektralen Zugang zur Güte und zur Bewertung der Effektivität von Modenrührern.¹² Sie messen hierzu bei einer festen Anregungsfrequenz f an einer Position $\mathbf{r}$ die komplexe Einfügedämpfung $S_{21}(t_i)$ für diskrete Zeiten $t_i = i\Delta t$;

¹²Tatsächlich betrachten die Autoren von ([CORONA et al. 1998](#)) ihre Arbeit vor allem als einen alternativen Zugang zur Güte, was schon am Titel der Arbeit 'A Spectral Approach for the Determination of the Reverberation Chamber Quality Factor' deutlich wird. Angesichts der Ergebnisse erscheint jedoch die Bewertung der Rührereffektivität mit Hilfe des spektralen Schätzers als der bedeutendere Teil der Arbeit.

$S_{21}(t_i) = S_i$. Hieraus bilden sie einen spektralen Schätzer indem sie das gemittelte Periodogramm $\langle \hat{S} \rangle(f_l)$ berechnen,

$$\langle \hat{S} \rangle(f_l) = \frac{1}{N_b N \Delta t} \sum_{n=1}^{N_b} |e_n(f_l)|^2, \quad l = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.122)$$

$$f_l = \frac{l}{N \Delta t} \quad (2.123)$$

$$e_n(f_l) = \frac{\Delta t}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |w_i|^2}} \sum_{i=0}^{N-1} S_i w_i \exp\left(-j \frac{2\pi l i}{N}\right), \quad (2.124)$$

wobei die Gesamtzahl der Messpunkte in N_b Abschnitte mit jeweils N Punkten unterteilt wurde. Die w_i beschreiben eine Fensterfunktion (z. B. Hanning: $w_i = 0.5 (1 - \cos[2\pi i/(N-1)])$) zur Reduktion der spektralen Verbreiterung, hervorgerufen durch die endliche Messzeit.

Es kann gezeigt werden, dass das Integral über diesen spektralen Schätzer der auf die Leistung bezogenen Einfügedämpfung P_r/P_t entspricht. Unter Nutzung von (vergleiche [Abschnitt 3.3.1](#))

$$Q = 16\pi^2 \frac{V}{\lambda^3} \frac{P_r}{P_t} \quad (2.125)$$

kann hieraus die Güte berechnet werden,

$$Q = 16\pi^2 \frac{V}{\lambda^3} \frac{1}{N \Delta t} \sum_{l=0}^{N-1} \langle \hat{S} \rangle(f_l). \quad (2.126)$$

Eine zweite Größe, die sich aus dem spektralen Schätzer ableiten lässt, ist die einseitige Bandbreite Δf , innerhalb derer 95% der gesamten Leistung liegen. [CORONA et al.](#) zeigen, dass für den Fall der von ihnen betrachteten Kammer, die Bandbreite Δf wesentlich sensitiver auf die Effektivität des Rührers reagiert, als die Güte.

Dieses Resultat ist in so fern nicht verwunderlich, da die Güte ein Maß für die Verluste in der Kammer ist. Die von [CORONA et al.](#) betrachtete Bandbreite korreliert eher mit der Fähigkeit des Rührers, die Eigenfrequenzen der Kammer zu variieren.

Um eine ausreichend große Bandbreite zu erreichen, darf Δt bei der Messung nicht allzu groß sein. [CORONA et al.](#) arbeiten mit $\Delta t = 0.23$ ms und Blöcken von 128 Punkten. Da die Modenrührer bei [CORONA et al.](#) ungewöhnlich schnell drehen (Frequenz 2 Hz–6.5 Hz), wird bereits in der relativ

kurzen Blockzeit von ca. 30 ms ein Winkerversatz von 21.6° – 70° erreicht. Die Tatsache, dass solche Geschwindigkeiten in anderen Laboren nicht verwendet werden, hat sicher dazu beigetragen, dass die Bandbreite des Schätzers als Maß für die Qualität des Rührers keine weitere Verbreitung gefunden hat.

Die Analysen, die [CORONA et al.](#) für die drei Rührer in ihrer Kammer und deren Kombinationen gemacht haben, lassen jedoch auch eine alternative Interpretation zu. Man weiß heute, dass insbesondere der Durchmesser eines Rührers für seine Effektivität maßgeblich ist ([OLOF und BÄCKSTRÖM 2002](#)). Es ist daher naheliegend, den RMS-Wert der Rührerumfangsgeschwindigkeiten den gemessenen Werten für Δf gegenüberzustellen. In [Abbildung 2.16](#) zeigt sich, dass ein einfaches lineares Modell

$$\Delta f = m \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad (2.127)$$

wobei v_i die Geschwindigkeit eines Punktes auf dem Umfang des i -ten Rührers ist, in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten steht.

2.3 Frequenzkorrelation

Durch die endliche Güte realer Resonatoren können Moden in einem Frequenzintervall um die Resonanzfrequenz herum angeregt werden. Die Breite dieses Intervalls BW_Q hängt von der Resonanzfrequenz f und der Güte Q ab (vergleiche [Gleichung \(1.61\)](#)),

$$BW_Q = \frac{f}{Q}. \quad (2.128)$$

[LEHMAN](#) berechnet den Frequenzkorrelationskoeffizienten unter den Annahmen, dass Güte und Modendichte im betrachteten Frequenzbereich konstant sind und dass ein Mode innerhalb der modalen Bandbreite voll anregbar und außerhalb gar nicht anregbar ist ([LEHMAN 1993](#)). Als Resultat erhält er so den Korrelationskoeffizienten

$$\rho(f_1, f_2) = \begin{cases} 1 - \frac{f_2 - f_1}{f_1} & \text{für } f_1 \leq f_2 \leq f_1 + \frac{f_1}{Q} = f_1 + BW_Q(f_1) \\ 1 - \frac{f_1 - f_2}{f_2} & \text{für } f_2 \leq f_1 \leq f_2 + \frac{f_2}{Q} = f_2 + BW_Q(f_2) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.129)$$

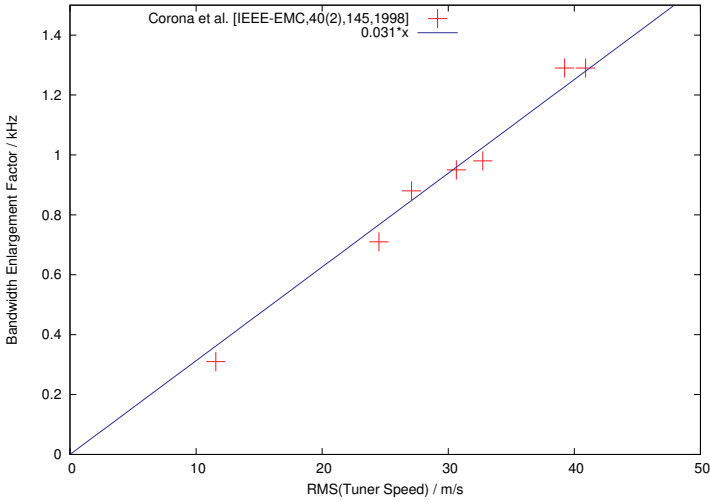


Abbildung 2.16: Vergleich der gemessenen Werte für Δf mit den RMS-Geschwindigkeit auf dem Umfang der Rührer mit einem einfachen linearen Modell.

HOLLAND und ST. JOHN geben eine andere Formel für den Korrelationskoeffizienten an, jedoch ohne diese herzuleiten (HOLLAND und ST. JOHN 1998; HOLLAND und ST. JOHN 1999).¹³ Dies wird im Folgenden hier nachgeholt.

Seien f_1 und f_2 zwei Resonanzfrequenzen mit zugehörigen Güten Q_1 und Q_2 . Weiterhin seien die Verteilungen der Resonanzen Lorentzverteilungen (Cauchyverteilung)

$$\text{pdf}_{F_i}(f) = \frac{1}{\pi} \frac{b_i}{b_i^2 + (f - f_i)^2}, \quad (2.130)$$

mit der Mittenfrequenz $f_i = f_1, f_2$ und den halben Halbwertsbreiten $b_i = 1/2BW_Q(f_i) = f_i/2Q$. Als Maß für die Korrelation kann nun der Überlapp

¹³HOLLAND und ST. JOHN beziehen sich hierbei auf (LEHMAN 1993) und auf (HILL 1998b). Wie gesagt wird in (LEHMAN 1993) eine andere Formel verwendet und (HILL 1998b) behandelt diese Thematik gar nicht.

$A(f_1 - f_2)$ der beiden Resonanzen genutzt werden:

$$\rho(f_1, f_e) = \frac{A(f_1 - f_2)}{A(0)} \quad (2.131)$$

$$= \frac{(\text{pdf}_{F_1}(f + f_1) * \text{pdf}_{F_2}(f + f_2))(f_1 - f_2)}{A(0)} \quad (2.132)$$

Die Faltung zweier Cauchyverteilungen ist wieder eine Cauchyverteilung, mit der Summe der Mittenfrequenzen als neue Mittenfrequenz und der Summe der halben Halbwertsbreiten als neue halbe Halbwertsbreite. Somit folgt

$$A(f_1 - f_2) = (\text{pdf}_{F_1}(f + f_1) * \text{pdf}_{F_2}(f + f_2))(f_1 - f_2) \quad (2.133)$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{b_1 + b_2}{(b_1 + b_2)^2 + (f_1 - f_2)^2} \quad (2.134)$$

$$A(0) = \frac{1}{\pi(b_1 + b_2)} \quad (2.135)$$

$$\rho(f_1, f_2) = \frac{(b_1 + b_2)^2}{(b_1 + b_2)^2 + (f_1 - f_2)^2} \quad (2.136)$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{(f_1 - f_2)^2}{(b_1 + b_2)^2}}. \quad (2.137)$$

Nähert man nun $Q_1 \approx Q_2 \approx Q$ gilt $b_1 + b_2 \approx (f_1 + f_2)/(2Q) = \bar{f}/Q$ und man erhält

$$\rho(f_1, f_2) = \frac{1}{1 + \left(\frac{(f_1 - f_2)Q}{\bar{f}} \right)^2}, \quad (2.138)$$

was mit der Formel bei [HOLLAND und St. JOHN](#) übereinstimmt, zusätzlich aber die bei ihm unbestimmte Konstante β festlegt. Bei dieser Festlegung zeigt sich zusätzlich, dass β frequenzabhängig ist.

Die Ergebnisse der beiden Modelle werden in der [Abbildung 2.17](#) vergleichend gegenübergestellt.

2.4 Einkopplung

2.4.1 Antennen

[HILL](#) untersucht die Frage, welche mittlere Leistung $\langle P_r \rangle$ am Fußpunkt einer Antenne in einer Modenverwirbelungskammer zur Verfügung steht ([HILL](#)

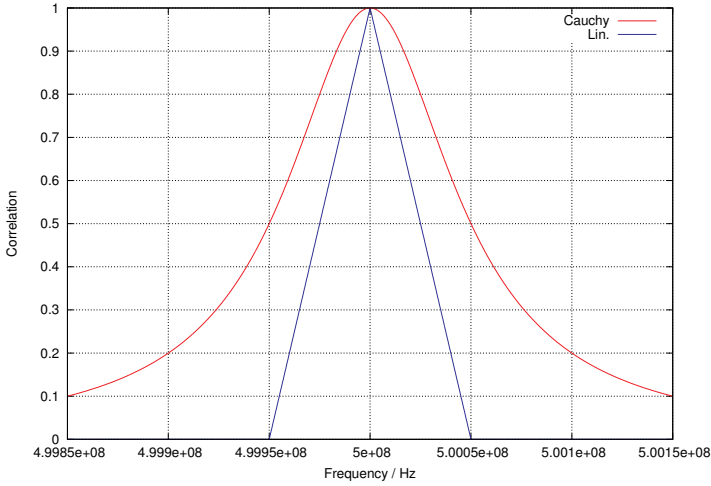


Abbildung 2.17: Korrelationsfunktionen für die Frequenz nach [LEHMAN](#) (Lin.) und [HOLLAND und St. JOHN](#) (Cauchy) für eine Mittenfrequenz $f_1 = 500$ MHz und $Q = 10000$.

[1998b](#)). Man betrachtet zunächst eine verlustlose, perfekt angepasste Antenne. Die mittlere Empfangsleistung $\langle P_r \rangle$ am Fußpunkt der Antenne ergibt sich als Produkt der (skalaren) mittleren Leistungsdichte $\langle S_c \rangle = c \langle w \rangle$ und der mittleren *effektiven Antennenfläche* $\langle A_e \rangle$,

$$\langle P_r \rangle = \langle S_c \rangle \langle A_e \rangle = c \langle w \rangle \langle A_e \rangle. \quad (2.139)$$

Die mittlere effektive Antennenfläche *jeder* Antenne in einer (idealen) MVK ist gleich der mittleren effektiven Antennenfläche einer isotropen Antenne, $\frac{\lambda^2}{4\pi}$ ([CORONA et al. 1980](#); [HILL et al. 1993](#))

$$\langle A_e \rangle = p_m \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad 0 \leq p_m \leq 1. \quad (2.140)$$

Die Größe p_m ist der Polarisationsfaktor der Antenne. Unter Freifeldbedingungen variiert dieser zwischen 0 und 1 bei perfekter Kreuz- bzw. perfekter Kopolarisation. [HÖJER](#) zeigt, dass sich die Polarisationsfehlانpassung ebenso wie der Direktivitätsverlauf herausmittelt und man somit

$$p_m = 0.5 \quad (2.141)$$

für *alle* Antenne verwenden muss (HÖIJER 2006a, b).

Die Anwendung von Gleichung (1.6) und Gleichung (2.140) auf Gleichung (2.139) ergibt schließlich

$$\langle P_r \rangle = c \cdot \frac{\lambda \langle Q \rangle \langle P_t \rangle}{2\pi c V} \cdot \frac{p_m \lambda^2}{4\pi} \quad (2.142)$$

$$= \frac{p_m \lambda^3 \langle Q \rangle}{8\pi^2 V} \langle P_t \rangle \quad (2.143)$$

$$= \frac{\lambda^3 \langle Q \rangle}{16\pi^2 V} \langle P_t \rangle, \quad (2.144)$$

bzw.

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle. \quad (2.145)$$

Im Falle realer Empfangsantennen wird die Empfangsleistung gegenüber dem idealen Fall um die ohmschen Verluste reduziert sein. Ausgedrückt wird dies durch die *Antenneneffektivität* η_r ($\in [0, 1]$). Eine weitere Reduktion ergibt sich aus der *Antennenfehlanpassung* (LADBURY et al. 1999). Letztere ist gegeben durch den Faktor $(1 - |S_{22}|^2)$ ($\in [0, 1]$), wobei S_{22} der Reflexionskoeffizient der Antenne bei Propagation in Richtung des Kabels ist. Insgesamt führt dies also zu

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle. \quad (2.146)$$

Die experimentelle Bestimmung der Antenneneffektivität ist schwierig (HALLBJÖRNER 2001; KILDAL und CARLSSON 2002c, b). Die Abschätzung ihres Wertes durch

$$\eta_r = \begin{cases} 0.75 & \text{für logarithmisch-periodische Antennen} \\ 0.9 & \text{für Hornantennen} \end{cases} \quad (2.147)$$

ist üblich.

Die Messung der Antennenfehlanpassung wird durch die Antennenverluste beeinflusst. Für nicht zu schlecht angepasste Antennen wird die Fehlanpassungskorrektur in der Regel vernachlässigt, d. h. $(1 - |S_{22}|^2) = 1$ wird angenommen.

2.4.2 Testsystem

HÖIJER erweitert das von HILL entwickelte und auf der Wellendarstellung basierende Modell (vergleiche Abschnitt 2.1.2) für die statistische Beschreibung der in Antennen eingekoppelten Leistung (HÖIJER 2006a, b). Die Erweiterungen bestehen zu einem darin, dass er die kritischen Systemkomponenten eines EUT auch wie Antennen beschreibt (wobei hier im Allgemeinen mit wesentlich geringeren Antenneneffektivitäten und größeren Antennenfehlanpassungen zu rechnen ist) und alle höheren Momente der Verteilungsfunktion der eingekoppelten Leistung berechnet. Letzteres ermöglicht schließlich die Berechnung der Verteilungsfunktion selbst. Die Vorgehensweise wird in der Folge skizziert.

2.4.2.1 Höhere Momente der spektralen Winkelverteilung

Die Erweiterung der Wellendarstellung um die höheren Momente der spektralen Winkelverteilung $F(\hat{\mathbf{k}})$ wurde bereits in Abschnitt 2.1.2 vorgestellt. In Gleichung (2.11) ergab sich

$$\left\langle \prod_{j=1}^n F_{A_j B_j}(\hat{\mathbf{k}}_j) \right\rangle = \begin{cases} C_E^{n/2} \Delta_{l,m \leq n} \delta_{A_l, A_m} \delta_{B_l, B_m} \delta(\hat{\mathbf{k}}_l - \hat{\mathbf{k}}_m) & n \text{ gerade} \\ 0 & n \text{ ungerade.} \end{cases} \quad (2.148)$$

2.4.2.2 Verteilung des eingekoppelten Stroms

Jedem EUT kann nun eine komplexe Empfangscharakteristik

$$\mathbf{Y}(\hat{\mathbf{r}}) = [\mathbf{Y}_{\theta r}(\hat{\mathbf{r}}) + j\mathbf{Y}_{\theta i}(\hat{\mathbf{r}})] \hat{\boldsymbol{\theta}} + [\mathbf{Y}_{\varphi r}(\hat{\mathbf{r}}) + j\mathbf{Y}_{\varphi i}(\hat{\mathbf{r}})] \hat{\boldsymbol{\varphi}} \quad (2.149)$$

so zugeordnet werden, dass sich der Strom I in einer EUT-Komponente zu

$$I = \iint_{4\pi} \iint_{4\pi} \mathbf{Y}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) \delta(\hat{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{k}}) d\Omega_{\hat{\mathbf{r}}} d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \quad (2.150)$$

$$= \iint_{4\pi} \mathbf{Y}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{F}(-\hat{\mathbf{r}}) d\Omega \quad (2.151)$$

ergibt.

Erwartungsgemäß verschwinden die Mittelwerte von Real- und Imaginärteil des Stromes

$$\langle I_r \rangle = \langle I_i \rangle = 0. \quad (2.152)$$

Für das zweite Moment erhält man Ausdrücke, die – bis auf die von der Kammer abhängige Konstante $C_E = \frac{1}{b} \langle |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \rangle / (16\pi)$ – ausschließlich durch das EUT vorgegeben sind:

$$\langle I_r^2 \rangle = \langle I_i^2 \rangle = C_E \iint_{4\pi} [|\mathbf{Y}_\theta(\hat{\mathbf{r}})|^2 + |\mathbf{Y}_\varphi(\hat{\mathbf{r}})|^2] d\Omega \quad (2.153)$$

$$= C_E \frac{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^2}{Z_L \eta} \quad (2.154)$$

Hierbei ist Z_L die Lastimpedanz, in der die Leistung umgesetzt wird, η_r die Effektivität der empfangenden Struktur und $(1 - |S_{22}|^2)$ die Impedanzfehlanpassung der (parasitären) Antenne. Mit der Abkürzung

$$\sigma_I = \sqrt{\langle I_r^2 \rangle} = \sqrt{\langle I_i^2 \rangle} = \sqrt{C_E \frac{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^2}{Z_L \eta}} \quad (2.155)$$

gilt für beliebige Momente des Stromes

$$\langle I_r^n \rangle = \langle I_i^n \rangle = \begin{cases} (n-1)!! \sigma_I^n & n \text{ gerade} \\ 0 & n \text{ ungerade.} \end{cases} \quad (2.156)$$

Unter Nutzung der Momente zeigt [Höijer](#), dass Real- und Imaginärteil des eingekoppelten Stroms Normalverteilt um Null mit Standardabweichung σ_I sind

$$\text{pdf}_{I_i}(i) = \text{pdf}_{I_r}(i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_I} e^{-\frac{i^2}{2\sigma_I^2}} \quad (2.157)$$

$$\text{cdf}_{I_i}(i) = \text{cdf}_{I_r}(i) = \frac{1}{2} \left(1 + \text{erf} \left(\frac{i}{\sqrt{2}\sigma_I} \right) \right). \quad (2.158)$$

2.4.2.3 Verteilung des eingekoppelten Strombetrags (Spannungsbetrags)

Aus den Verteilungsfunktionen für Real- und Imaginärteil des eingekoppelten Betrags und der Ergebnisse in [Abschnitt A.3](#) folgt, dass der Betrag des eingekoppelten Stroms (analoges gilt für die Spannung) $|I| = \sqrt{I_r^2 + I_i^2}$ χ -verteilt mit zwei Freiheitsgraden ist (Rayleigh Verteilung):

$$\text{pdf}_{|I|}(i) = \frac{i}{\sigma_I^2} \cdot \exp \left(-\frac{i^2}{2\sigma_I^2} \right) \cdot u(0) \quad (2.159)$$

$$\text{cdf}_{|I|}(i) = 1 - \exp \left(-\frac{i^2}{2\sigma_I^2} \right) \quad (2.160)$$

2.4.2.4 Verteilung der eingekoppelten Leistung

Die im Lastwiderstand umgesetzte Leistung ist

$$P = \frac{Z_L |I|^2}{2} = \frac{Z_L (I_r^2 + I_i^2)}{2}. \quad (2.161)$$

Wie in [Abschnitt A.4.1](#) dargelegt, ergibt sich für P somit eine Exponentialverteilung (χ^2 -Verteilung) in der Form

$$\text{pdf}_P(p) = \frac{1}{Z_L \sigma_I^2} \cdot \exp\left(-\frac{p}{Z_L \sigma_I^2}\right) \cdot u(0) \quad (2.162)$$

$$\text{cdf}_P(p) = 1 - \exp\left(-\frac{p}{Z_L \sigma_I^2}\right) \quad (2.163)$$

mit dem Erwartungswert

$$\langle P \rangle = Z_L \sigma_I^2 = C_E \frac{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^2}{Z_L \eta}. \quad (2.164)$$

2.4.2.5 Maximalwert der eingekoppelten Leistung

2.4.2.5.1 Maximalverteilung der normierten Leistung Bei der Durchführung eines Test in einer Modenverwirbelungskammer interessiert häufig der Maximalwert der eingekoppelten Leistung P über ein Ensemble von N statisch unabhängigen Randbedingungen (siehe [Abschnitt 3.2](#)). Zur Berechnung der Maximalwertverteilung wird zunächst die auf die Erwartungswert der Leistung normierte Zufallsvariable

$$X = \frac{P}{\langle P \rangle} \quad (2.165)$$

eingeführt. Nach [Gleichung \(2.162\)](#) und [Gleichung \(2.163\)](#) ist auch diese Größe exponentialverteilt:

$$\text{pdf}_X(x) = \exp(-x) \cdot u(0) \quad (2.166)$$

$$\text{cdf}_X(x) = 1 - \exp(-x) \quad (2.167)$$

Nach [Abschnitt A.8.3](#) ergibt sich für die Verteilung der Maximalwerte $Z(N) = {}_b[X]_N$ bei Stichprobenumfang N

$$\text{cdf}_Z(z) = (1 - \exp(-z))^N \quad (2.168)$$

$$\text{pdf}_Z(z) = \frac{\text{cdf}_Z(z)}{dz} = N (1 - \exp(-z))^{N-1} \exp(-z). \quad (2.169)$$

In diesem Ergebnis spiegelt sich eine fundamentale Eigenschaft von Modenverwirbelungskammern wider: Das Verhältnis von Maximalwert zu Mittelwert der eingekoppelten Leistung hängt *nur* von der Anzahl der realisierten statistisch unabhängigen Randbedingungen ab. Sonstige Eigenschaften der Kammer oder des EUT gehen nur in den Mittelwert ein, der durch [Gleichung \(2.164\)](#) gegeben ist.

Der Erwartungswert von Z ergibt sich zu

$$\langle Z \rangle = \int_0^\infty z \cdot \text{pdf}_Z(z) dz \quad (2.170)$$

$$= N \int_0^1 \ln\left(\frac{1}{y}\right) (1-y)^{N-1} dy \quad (2.171)$$

$$= N \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N-1}{n} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2} \quad (2.172)$$

$$= \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} \binom{N}{n} \frac{1}{n} \quad (2.173)$$

$$= \sum_{n=1}^N \frac{1}{n}. \quad (2.174)$$

Der Verlauf von $\langle Z(N) \rangle$ ist in der [Abbildung 2.18](#) dargestellt. Aus der Darstellung ist auch ersichtlich, dass in sehr guter Näherung

$$\langle Z \rangle \simeq 0.577 + \ln(N) + \frac{1}{2N} \quad (2.175)$$

gilt.

2.4.2.5.2 Verteilung des Verhältnisses von Maximalwert und Mittelwert der Leistung für unabhängige Stichproben Die oben betrachtete Maximalverteilung der Größe Z , welche die auf den Erwartungswert normierten Leistung (X) ist, hat den Nachteil, dass in sie der theoretische Erwartungswert der Leistung $\langle P \rangle = \langle P \rangle_\infty$ eingeht. Für nicht zu große N ist der experimentell zugängliche Wert $\langle P \rangle_N$ eine Zufallsvariable, die nur eine grobe Näherung des theoretischen Wertes darstellt. Es sei daher nun der *empirische* Mittelwert

$$Q(N) = \langle X \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N X_m \quad (2.176)$$

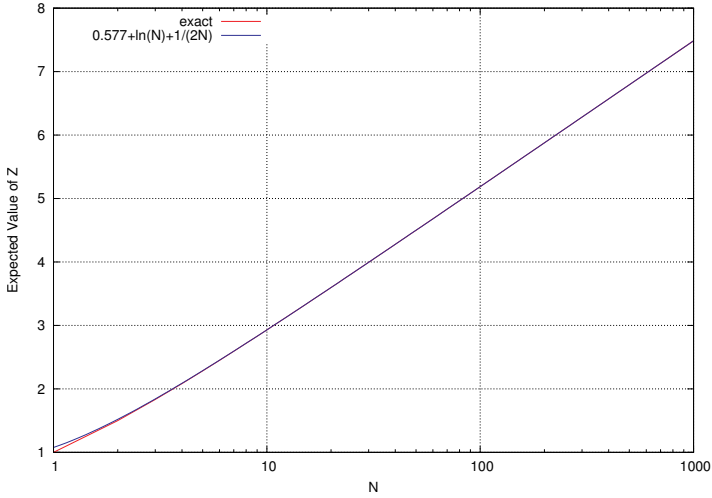


Abbildung 2.18: Der Verlauf von $\langle Z \rangle$ als Funktion von N .

der normierten Empfangsleistung zu N unabhängigen Rührerpositionen betrachtet. Nach [Abschnitt A.8.2](#) folgt für die Verteilung von Q ¹⁴

$$\text{pdf}_Q(q) = \frac{N^N}{(N-1)!} q^{N-1} \exp(-Nq) \cdot u(0) \quad (2.177)$$

$$\text{cdf}_Q(q) = 1 - \left(1 + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{N^i}{i!} q^i \right) \cdot \exp(-Nq). \quad (2.178)$$

Der Erwartungswert der Größe Q ergibt sich zu

$$\langle Q \rangle = \frac{N^N}{(N-1)!} \int_0^\infty q^N \exp(-Nq) dq = 1. \quad (2.179)$$

Mit Hilfe der bisher eingeführten Größen X , Z und Q kann nun das Verhältnis des empirischen Maximums zum empirischen Mittelwert der

¹⁴Die Formel für $\text{cdf}_Q(q)$ fehlt in ([Höijer 2006a, b](#)).

eingekoppelten Leistung betrachtet werden. Dieses sei mit T bezeichnet:

$$T(N) = {}_b\hat{\tau}(P)_N = \frac{{}_b[P]_N}{{}_b\langle P \rangle_N} \quad (2.180)$$

$$= \frac{{}_b\left[\frac{P}{\langle P \rangle}\right]_N}{{}_b\left\langle\frac{P}{\langle P \rangle}\right\rangle_N} \quad (2.181)$$

$$= \frac{Z(N)}{Q(N)} \quad (2.182)$$

Unter Nutzung der [Gleichung \(A.105\)](#) für die Verteilung des Quotienten zweier Zufallsvariabler, erhält man für den Fall, dass Zähler und Nenner *statistisch unabhängig* sind die Verteilungsfunktion

$$\text{cdf}_T(t) = \int_0^\infty \text{cdf}_Z(qt) \text{pdf}_Q(q) dq \quad (2.183)$$

$$= \frac{1}{(N-1)!} \int_0^1 \left[\ln\left(\frac{1}{y}\right) \right]^{N-1} \left(1 - y^{\frac{1}{N}}\right)^N dy \quad (2.184)$$

$$= \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} (-1)^n \left(\frac{1}{1 - \frac{n}{N}t}\right)^N \quad (2.185)$$

$$\text{pdf}_T(t) = \frac{1}{(N-1)!} \int_0^1 \left[\ln\left(\frac{1}{y}\right) \right]^{N-1} \left(1 - y^{\frac{1}{N}}\right)^{N-1} y^{\frac{1}{N}} dy \quad (2.186)$$

$$= \sum_{n=1}^N \binom{N}{n} (-1)^{n+1} n \left(\frac{1}{1 - \frac{n}{N}t}\right)^{N+1}. \quad (2.187)$$

Die Verteilungen sind in [Abbildung 2.19](#) dargestellt.

2.4.2.5.3 Verteilung des Verhältnisses von Maximalwert und Mittelwert der Leistung für abhängige Stichproben Bei praktischen Untersuchungen stammen Maximalwert und Mittelwert meist aus der selben Stichprobe und sind somit als *abhängige* Zufallsvariablen zu betrachten. Die Berechnung der Verteilungsfunktion wird dadurch erheblich erschwert, ist aber dennoch möglich ([HÖIJER 2006a, b](#)). Er ergeben sich folgende Resultate für die Zufallsvariable

$$A(N) = \frac{Z(N)}{Q(N)} \Big|_{\text{selbes Ensemble}} : \quad (2.188)$$

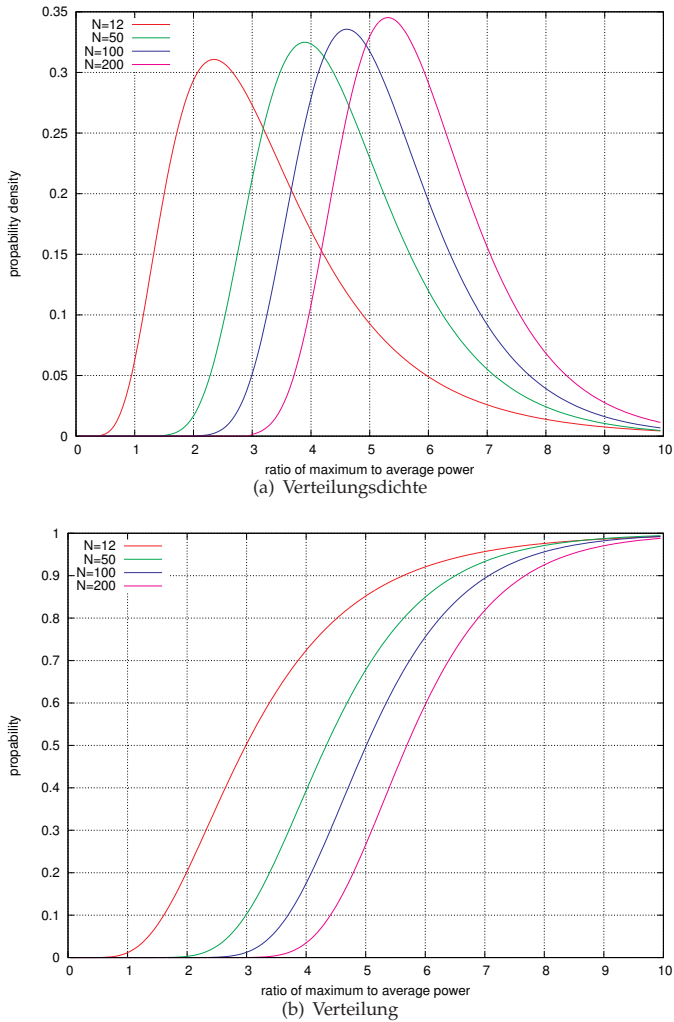


Abbildung 2.19: Verteilungsfunktionen des Maximal- zu Mittelwert Verhältnisses für unabhängige Stichproben für verschiedene Werte von N . Von links nach rechts: $N = 12, 50, 100, 200$.

$$\text{pdf}_A(a) = (N-1) \sum_{n=0}^{\text{floor}(\frac{N}{a}-1)} \binom{N-1}{n} (-1)^n \left(1 - \frac{n+1}{N}a\right)^{N-2} \quad (2.189)$$

$$\text{cdf}_A(a) = \sum_{n=0}^{\text{floor}(\frac{N}{a})} \binom{N}{n} (-1)^n \left(1 - \frac{n}{N}a\right)^{N-1} \quad (2.190)$$

Die Verteilungen von T und A sind in [Abbildung 2.20](#) für verschiedene Werte von N vergleichend dargestellt. Die größten Unterschiede ergeben sich erwartungsgemäß für kleine N. Im Falle der Zufallsvariable A (abhängige Stichprobe) sind Werte kleiner als eins nicht möglich (das Maximum ist nicht kleiner als der Mittelwert) und große Werte sind weniger wahrscheinlich als bei unabhängigen Stichproben (große Maximalwerte gehen einher mit großen Mittelwerten). Beides führt zu einer Verringerung der Streuung im Falle der abhängigen Stichprobe. Im Grenzwert $N \rightarrow \infty$ gehen die Verteilungen wieder ineinander über.

2.4.2.6 Leistungen an unterschiedlichen Positionen

Bei der praktischen Durchführung von Immunitätstests in Modenverwirbelungskammern ist neben dem EUT in aller Regel noch eine Referenzantenne im Arbeitsvolumen der Kammer vorhanden. Die Messung der Leistung an dieser Antenne dient der Abschätzung der tatsächlichen Feldexposition. Die gemessenen Leistungen an der Referenzantenne werden natürlich normalerweise wesentlich größer sein als die in eine EUT-Komponente eingekoppelte Leistung, da die Referenzantenne eine wesentlich bessere Effektivität und Impedanzanpassung hat. Tatsächlich wird ein EUT idealerweise so aufgebaut werden, dass z. B. die Empfangseffektivität möglichst gering ist, was beispielsweise durch Schirmung erreicht werden kann. Prinzipiell ist die Vorhersage der eingekoppelten Leistung durch Messung der in die Referenzantenne eingekoppelten Leistung möglich.

Ein Problem besteht allerdings darin, dass sich Referenzantenne und EUT nicht an der gleichen Position befinden. Somit werden unterschiedliche empirische Werte für Mittelwert und Maximum realisiert. Für ausreichend große Werte von statistisch unabhängigen Randbedingungen konvergieren diese Werte ([HÖIJER und BÄCKSTRÖM 2003](#)); für relativ kleine N ist jedoch die Abschätzung der Unterschiede erforderlich. Die Darstellung in den folgenden Abschnitten orientiert sich an ([HÖIJER 2006a, b](#)).

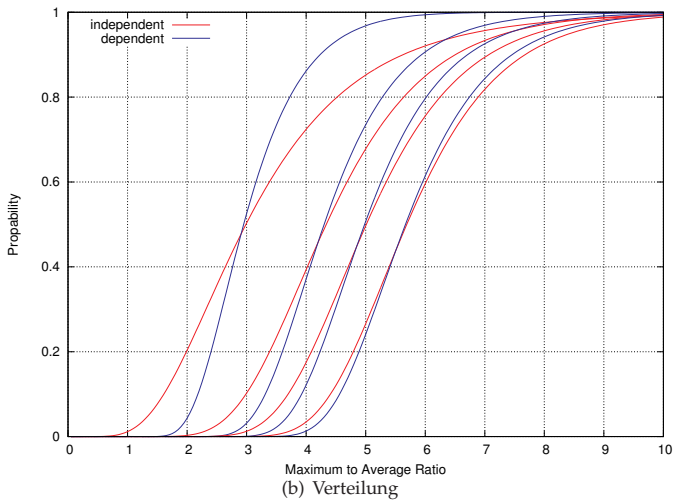
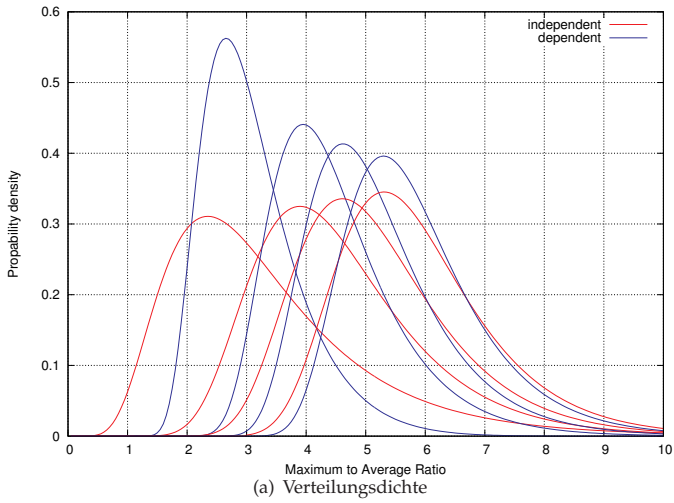


Abbildung 2.20: Verteilungsfunktionen des Maximum zu Mittelwertverhältnisses T (unabhängige Stichprobe) und A (abhängige Stichprobe) für verschiedene Werte von N . Von links nach rechts: $N = 12, 50, 100, 200$.

2.4.2.6.1 Nutzung von Maximalwerten Seien $U(N)$ und $V(N)$ die Zufallsvariablen der maximal eingekoppelten Leistungen für das EUT und die Referenzantenne. Das Verhältnis dieser Größen ist wieder eine Zufallsvariable $W(N)$,

$$W(N) = \frac{U(N)}{V(N)} = \frac{\frac{U(N)}{\langle P \rangle}}{\frac{V(N)}{\langle P \rangle}}. \quad (2.191)$$

Hierbei ist $\langle P \rangle$ der positionsunabhängige Erwartungswert der Leistung P . Die beiden auf den Erwartungswert bezogenen Zufallsvariablen sind unabhängig (wegen der räumlichen Trennung) und ihre Verteilung ist nach [Gleichung \(2.168\)](#) gegeben. Die Verteilung von W ergibt sich somit zu

$$\text{cdf}_W(w) = \int_0^\infty \text{cdf}_Z(zw) \text{pdf}_Z(z) dz \quad (2.192)$$

$$= N \int_0^1 (1-y^w)^N (1-y)^{N-1} dy \quad (2.193)$$

$$= N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N}{m} \binom{N-1}{n} \frac{(-1)^{m+n}}{mw+n+1} \quad (2.194)$$

$$\text{pdf}_W(w) = N^2 \int_0^1 1 \ln\left(\frac{1}{y}\right) y^w [(1-y^w)(1-y)]^{N-1} dy \quad (2.195)$$

$$= N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N}{m} \binom{N-1}{n} \frac{(-1)^{m+n+1} m}{(mw+n+1)^2}. \quad (2.196)$$

Die Verteilungsfunktionen sind in [Abbildung 2.21](#) für verschiedene N dargestellt.

Die kumulierte Verteilung beantwortet die Frage nach der Wahrscheinlichkeit, am Ort des EUT einen Maximalwert zu finden, der z. B. doppelt so groß wie der Maximalwert am Ort der Referenzantenne ist. Umgekehrt kann zu jeder vorgegebenen Wahrscheinlichkeit α der Wert w_α angegeben werden, so dass die Leistung am Ort des EUT mit der Wahrscheinlichkeit α kleiner als das w_α -fache der Leistung am Ort der Referenzantenne ist:

$$\alpha = \text{cdf}_W(w_\alpha) \quad (2.197)$$

$$= \mathcal{P}\{ {}_b[P_{\text{EUT}}]_N \leq w_\alpha {}_b[P_{\text{RefAnt}}]_N \} \quad (2.198)$$

Die Werte von w_α sind als Funktion von N in [Abbildung 2.22](#) für verschiedene α dargestellt.

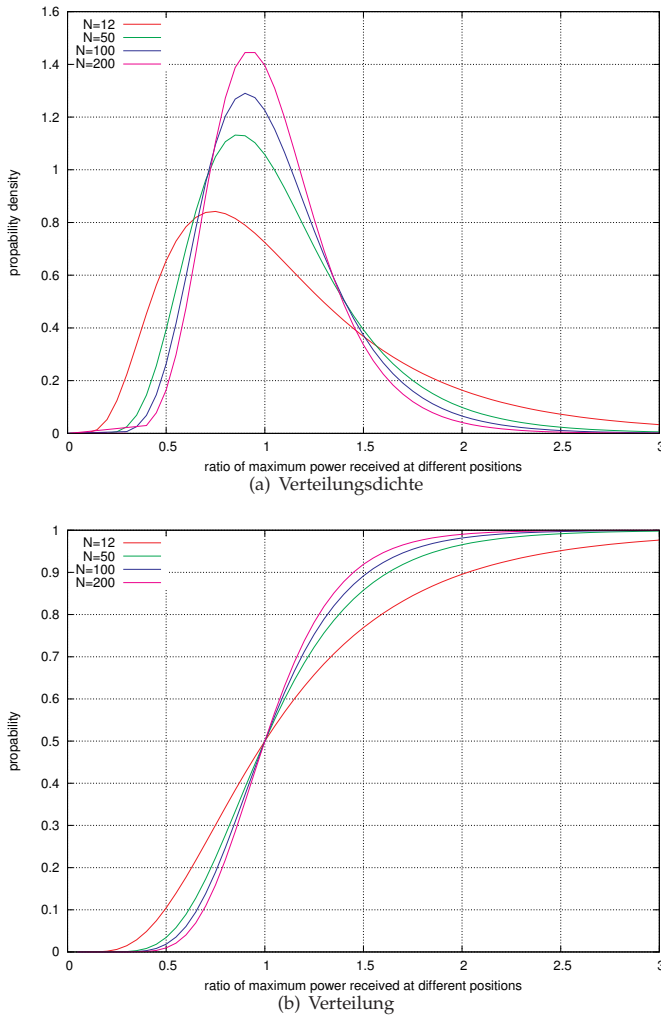


Abbildung 2.21: Verteilungsfunktionen des Verhältnisses der Maximalwerte an unterschiedlichen Raumpositionen für verschiedene Werte von N . Von links nach rechts: $N = 12, 50, 100, 200$.

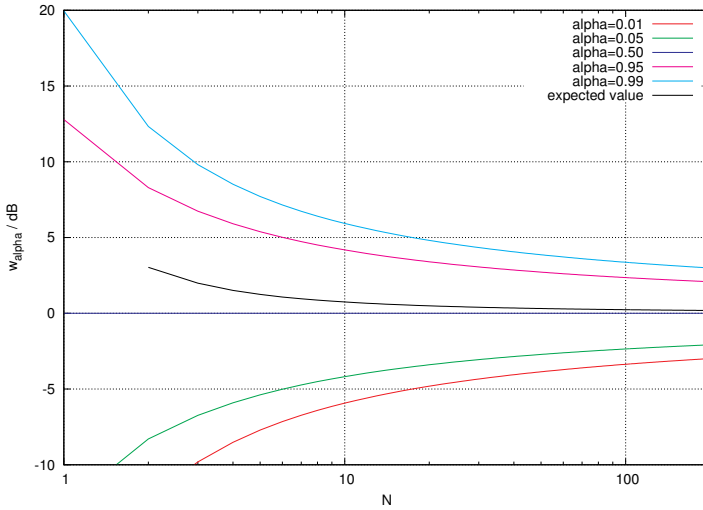


Abbildung 2.22: Verlauf von w_α als Funktion von N für verschiedene Quantilswerte α . Eingezeichnet ist auch der Erwartungswert $\langle W \rangle$, der für $N = 1$ gegen unendlich divergiert.

2.4.2.6.2 Nutzung von Mittelwerten Anstelle der Nutzung des Maximalwertes der Leistung an der Referenzantenne zur Vorhersage des Maximums am Ort des EUT kann auch die Verwendung des Mittelwertes treten. Da sich die Messungen auf unterschiedliche Orte beziehen sind die Stichproben unabhängig. Die zu betrachtenden Größe ist somit die Zufallsvariable T , deren Verteilungen in [Gleichung \(2.183\)](#) bis [Gleichung \(2.187\)](#) betrachtet wurden. Darstellungen der Verteilungen finden sich in [Abbildung 2.19](#).

Wie oben können nun auch hier wieder Quantilswerte t_α zu verschiedenen Wahrscheinlichkeiten α berechnet werden:

$$\alpha = \text{cdf}_T(t_\alpha) \quad (2.199)$$

$$= \mathcal{P}\{ \text{ }_b[P_{\text{EUT}}]_N \leq t_{\alpha \text{ }_b} \langle P_{\text{RefAnt}} \rangle_N \} \quad (2.200)$$

Die Werte von t_α sind als Funktion von N in [Abbildung 2.23](#) für verschiedene α dargestellt.

Natürlich ist die maximal in das EUT eingekoppelte Leistung unabhängig davon, ob zu seiner Vorhersage der Maximal- oder der Mittelwert

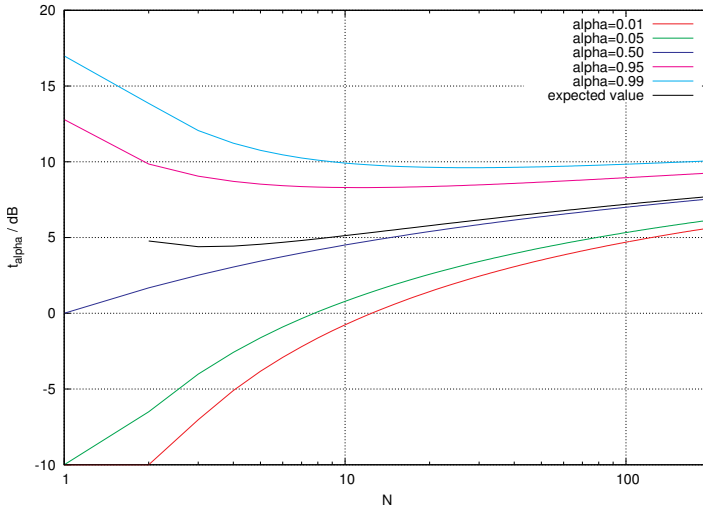


Abbildung 2.23: Verlauf von t_α als Funktion von N für verschiedene Quantilswerte α . Eingezeichnet ist auch der Erwartungswert $\langle T \rangle$, der für $N = 1$ gegen unendlich divergiert.

am Ort der Referenzantenne herangezogen wurde. Die Vorhersagewerte unterscheiden sich jedoch. Aus $W = Z_{\text{EUT}}/Z_{\text{RefAnt}}$ und $T = Z_{\text{EUT}}/Q_{\text{RefAnt}}$ ergeben sich die Vorhersagen

$$Z_{\text{EUT},W}(N, \alpha) = w_\alpha(N) Z_{\text{RefAnt}}(N) \quad (2.201)$$

$$Z_{\text{EUT},T}(N, \alpha) = t_\alpha(N) Q_{\text{RefAnt}}(N), \quad (2.202)$$

mit den Verteilungsfunktionen

$$\text{pdf}_{\text{EUT},W}(z) = \frac{1}{w_\alpha} \text{pdf}_Z\left(\frac{t}{w_\alpha}\right) \quad (2.203)$$

$$\text{cdf}_{\text{EUT},W}(z) = \text{cdf}_Z\left(\frac{t}{w_\alpha}\right) \quad (2.204)$$

sowie

$$\text{pdf}_{\text{EUT},T}(q) = \frac{1}{t_\alpha} \text{pdf}_Q\left(\frac{q}{t_\alpha}\right) \quad (2.205)$$

$$\text{cdf}_{\text{EUT},T}(q) = \text{cdf}_Q\left(\frac{q}{t_\alpha}\right). \quad (2.206)$$

Ein Maß für die Vorhersageunterschiede ist das Verhältnis der Erwartungswerte von $Z_{\text{EUT},W}(N, \alpha)$ und $Z_{\text{EUT},T}(N, \alpha)$, das auch wieder von N und α abhängt:

$$G(N, \alpha) = \frac{\langle Z_{\text{EUT},T}(N, \alpha) \rangle}{\langle Z_{\text{EUT},W}(N, \alpha) \rangle} \quad (2.207)$$

$$= \frac{t_\alpha(N) \langle Q_{\text{RefAnt}}(N) \rangle}{w_\alpha(N) \langle Z_{\text{RefAnt}}(N) \rangle} \quad (2.208)$$

$$= \frac{t_\alpha(N)}{w_\alpha(N) \langle Z(N) \rangle} \quad (2.209)$$

$$= \frac{t_\alpha(N)}{w_\alpha(N) \sum_{n=1}^N \frac{1}{n}} \quad (2.210)$$

$$\simeq \frac{t_\alpha(N)}{w_\alpha(N) \left(0.577 + \ln(N) + \frac{1}{2N}\right)} \quad (2.211)$$

Der Verlauf von G über N ist in [Abbildung 2.24](#) für verschiedene α dargestellt.

Die im Rahmen dieser Arbeit gefundenen Werte für G sind betraglich wesentlich kleiner als die in ([HÖIJER 2006a, b](#)) gegebenen Werte. Es ist zu vermuten, dass [HÖIJER](#) versehentlich die Erwartungswerte der dB-skalierten Größen miteinander verglichen hat. Die hier gefundenen Abweichungen zwischen den Vorhersagewerten basierend auf dem Maximalwert bzw. dem Mittelwert sind für $\alpha = 0.05$ kleiner als 13% ([HÖIJER](#): ca. 32%). Aus diesem Grund muss die Schlussfolgerung, das Verfahren unter Verwendung der Mittelwerte sei zu bevorzugen, relativiert werden.¹⁵

¹⁵[HÖIJER](#) wertet es als »Vorteil«, dass das Mittelwertsverfahren höhere Vorhersagewerte liefert. Der Autor kann sich dieser Sichtweise nicht anschließen.

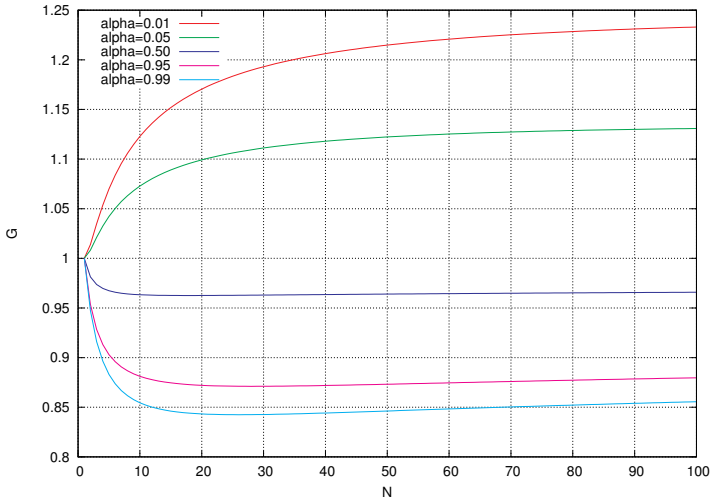


Abbildung 2.24: Verlauf von $G = \frac{\langle Z_{\text{EUT},T}(N,\alpha) \rangle}{\langle Z_{\text{EUT},W}(N,\alpha) \rangle}$ als Funktion von N für verschiedene α .

2.5 Abstrahlung

2.5.1 Gesamt abgestrahlte Leistung

Eine der wichtigsten Größen zur Charakterisierung von Modenverwirbelungskammern ist die Güte Q (ARNAUT 2003e; LADBURY et al. 1999). Die allgemeine Definition der Güte wurde bereits eingeführt als (BORGNIS und PAFAS 1958):

$$Q = \frac{\omega W}{P_d} = \frac{\omega W}{P_t}. \quad (2.212)$$

Hierbei ist $\omega = 2\pi f = 2\pi c/\lambda$ die Kreisfrequenz, W ist die im Resonator gespeicherte Energie und P_d ist die umgesetzte Leistung, die gleich der zugeführten Leistung P_t ist.

Für Modenverwirbelungskammern ist die mittlere Güte $\langle Q \rangle$ relevant, die sich mit Gleichung (2.212) zu

$$\langle Q \rangle = \frac{\omega \langle W \rangle}{\langle P_d \rangle} = \frac{\omega \langle W \rangle}{\langle P_t \rangle}. \quad (2.213)$$

ergibt. Die mittlere gespeicherte Leistung berechnet sich wiederum aus der Energiedichte und dem Volumen,

$$\langle W \rangle = \langle w \rangle \cdot V, \quad (2.214)$$

so dass man für die Energiedichte den Ausdruck

$$\langle w \rangle = \frac{\lambda \langle Q \rangle \langle P_t \rangle}{2\pi c V}. \quad (2.215)$$

erhält.

Wie in [Abschnitt 2.4.1](#) gezeigt ergibt für den Fall gut angepasster Empfangsantennen

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle. \quad (2.216)$$

Die Modenverwirbelungskammer ist somit eine Umgebung, die die direkte Messung der gesamt abgestrahlten Leistung zulässt. Voraussetzung hierfür ist jedoch, dass der Vorfaktor $\frac{16\pi^2 V}{\eta_r \lambda^3 \langle Q \rangle}$ bekannt ist bzw. bestimmt werden kann. In [Abschnitt 3.7](#) werden hierzu zwei Verfahren vorgestellt. Beim Verfahren nach der IEC 61000-4-21 wird der Faktor aus einer Vergleichsmessung bestimmt. Bei dem vom Autor entwickeltem alternativen Verfahren ([KRAUTHÄUSER 2007](#)) kann die nötige Information aus einer einzigen Messung gewonnen werden.

Der Bezug zu anderen Messverfahren zur Bestimmung der Emissionen von Testsystemen wird in [Abschnitt 4.1](#) hergestellt.

2.6 Erreichbare Feldstärke

Für die Durchführung von Störfestigkeitsuntersuchungen ist die Kenntnis der erreichbaren Feldstärke unabdingbar. Es ist ausreichend sich hierbei auf die elektrische Feldstärke zu konzentrieren, da sich die Werte für die magnetische Feldstärke durch Division mit $\eta = 120\pi\Omega$ ergeben.

Der Zusammenhang zwischen eingespeister Leistung P_t , Resonatorgüte Q und Feldstärke ist durch [Gleichung \(2.27\)](#) auf Seite 36 gegeben:

$$E_0^2 = \frac{QP_t}{\omega \epsilon V} \quad (2.217)$$

Andererseits ist E_0^2 nach den Gleichungen [\(2.16\)](#) und [\(2.17\)](#) mit den Erwartungswerten des Betragsquadrats der totalen Feldstärke ${}_b\langle |E(\mathbf{r})|^2 \rangle$ und

der kartesischen Komponente $\langle |\mathbf{E}_R(\mathbf{r})|^2 \rangle$ (R ist eine beliebige Richtung) verknüpft:

$$E_0^2 = \langle |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \rangle \quad (2.218)$$

$$= 3 \cdot \langle |\mathbf{E}_R(\mathbf{r})|^2 \rangle \quad (2.219)$$

Darüber hinaus ist E_0^2 nach [Gleichung \(2.78\)](#) mit der Standardabweichung σ der der Statistik zugrundeliegenden Normalverteilung von Real- und Imaginärteil der E-Feldkomponenten verknüpft:

$$E_0^2 = 6\sigma^2 \quad (2.220)$$

Somit sind die experimentell zugänglichen Parameter P_t und Q mit dem Parameter σ der Randverteilungen (unendlich großer Stichprobenumfang) der Größen in [Tabelle 2.1](#) gemäß

$$\frac{QP_t}{\omega \varepsilon V} = 6\sigma^2 \quad (2.221)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{QP_t}{6\omega \varepsilon V}} \quad (2.222)$$

verbunden. Somit sind die Verteilungen, Erwartungswerte, Varianzen, Quantile u.ä. dieser Größen bekannt. Die Randverteilungen weiterer Größen lassen sich mit den Verfahren in [Abschnitt A.8](#) bestimmen.

In der Praxis wichtiger als die Randverteilungen sind Stichprobenverteilungen der betrachteten Größen für unterschiedlichen Stichprobenumfang. Von besonderem Interesse sind hierbei die Verteilungen des Mittelwertes und des Maximalwertes. Die notwendigen Überlegungen hierzu finden sich in den Abschnitten [A.8.2](#) und [A.8.3](#) und den dort wiedergegeben Tabellen. Zusätzliche Werte können mit den Hilfsprogrammen aus [Abschnitt B.3](#) ermittelt werden.

Ein wichtiger Spezialfall ist der Bereich hoher Frequenzen, in dem die Güte in der Regel durch die Wandverluste gegeben ist:

$$Q \approx \frac{3\mu V}{2\mu_m \delta_s S}, \quad \delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_m \sigma_m}} \quad (2.223)$$

Einsetzen in die Formel für σ ergibt dann

$$\sigma \approx \frac{\eta \sqrt{P_t}}{2\sqrt{S}} \sqrt[4]{\frac{\sigma_m}{2\mu_m \omega}}. \quad (2.224)$$

Die hier erkennbare Abhängigkeit der normierten Feldstärke von $S^{-1/2}$ wurde in (EULIG et al. 2003) durch den Vergleich von Literaturwerten für eine Reihe von MVKn belegt.

Der andere wichtige Grenzfall tritt bei kleinen Frequenzen auf. Hier ist die Güte in der Regel durch die Antennenverluste begrenzt. Es gilt dann für die an der i -ten Antenne zur Verfügung stehenden Leistung

$$P_{r,i} = c_b \langle w \rangle \frac{1}{2} (1 - |S_{22,i}|^2) \eta_i \frac{\lambda^2}{4\pi}, \quad (2.225)$$

wobei $(1 - |S_{22,i}|^2)$ die Impedanzfehlانpassung und η_i die Antenneneffektivität ist. Für perfekte Impedanzanpassung ergibt sich somit die totale dissipierte Leistung zu

$$P_d = c_b \langle w \rangle \frac{\lambda^2}{8\pi} N, \quad (2.226)$$

wobei N die Gesamtzahl der Antennen ist.

Für die Güte ergibt sich somit

$$Q = \omega \frac{c_b \langle w \rangle V}{P_d} = \frac{2\omega^3 V}{N\pi c^3}, \quad (2.227)$$

so dass sich nach Gleichung (2.222)

$$\sigma = \frac{\omega \sqrt{P_t}}{\sqrt{3N\pi c^3 \epsilon}} \quad (2.228)$$

folgt.

Anders als in Gleichung (2.224) enthält Gleichung (2.228) keine explizite Größenabhängigkeit. Implizit ist diese aber über die Frequenz enthalten, da der Bereich großer bzw. kleiner Frequenzen natürlich von der Größe der Kammer abhängt. Es ist daher günstig, eine normierte Frequenz einzuführen.

Da es hier nur auf das prinzipielle Verhalten ankommt, seien im Folgenden würfelförmige MVKn betrachtet. Die Kantenlänge sei a . Die erste Resonanzfrequenz ergibt sich somit zu $f_0 = \frac{c}{\sqrt{2}a}$, so dass die normierte Frequenz f' als

$$f' = \frac{f}{f_0} = \frac{\sqrt{2}a}{c} f \quad (2.229)$$

geschrieben werden kann.

Setzt man in die Gleichungen (2.224) und (2.228) ein, so folgt

$$\frac{\sigma}{\sqrt{P_t}} = \frac{f'}{a} \sqrt{\frac{2\eta}{3N}} \quad (\text{kleine Frequenzen, Antennenverluste}) \quad (2.230)$$

$$= \frac{f'}{a} \sqrt{\frac{\eta}{3}} \quad (2 \text{ Antennen}) \quad (2.231)$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{P_t}} = \frac{\eta}{\sqrt{24}} \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}\sigma_m}{4\pi\epsilon\mu_m a^3 f'}} \quad (\text{große Frequenzen, Wandverluste}). \quad (2.232)$$

Die charakteristische Übergangsfrequenz folgt durch Gleichsetzen der beiden Terme (Schnittpunkt der Asymptoten) zu

$$f'_0 = \sqrt[5]{\frac{\sqrt{2}\eta^2\sigma_m a N^2}{1024\pi\epsilon\mu_m}}, \quad (2.233)$$

so dass sich das Maximum der erreichbaren Feldstärke für größere Kammern leicht zu größeren relativen Frequenzen verschiebt.

Für ausgewählte Parameter ist das Verhalten von $\sigma/\sqrt{P_t}$ in der [Abbildung 2.25](#) als Funktion der relativen Frequenz dargestellt.

2.7 Transiente

Aufgrund der hohen Güte Q von Modenverwirbelungskammern dauert es eine Weile, bis sich nach der Änderung von Randbedingungen (Modenrührer) oder von Anregungsparametern (Frequenzwechsel, Ein- bzw. Ausschalten) wieder ein stationärer Zustand einstellt. Beispielsweise ist die Zeitkonstante τ der freien Energierelaxation nach dem Abschalten der Anregung mit der Güte Q verknüpft ([CORONA et al. 1980](#)):

$$\tau = \frac{Q}{\omega} \quad (2.234)$$

In [Abschnitt 3.3.2](#) wird diskutiert, wie sich die freie Energierelaxation zur Gütebestimmung nutzen lässt.

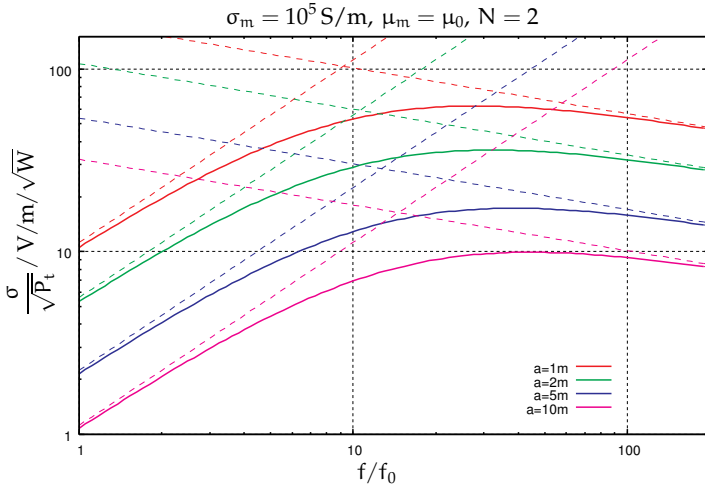


Abbildung 2.25: Verlauf von $\sigma / \sqrt{P_t}$ als Funktion der normierten Frequenz f/f_0 für verschiedene Kantenlängen a einer würfelförmigen Modenverwirbelungskammer.

Tatsächlich hat das transiente Verhalten von Modenverwirbelungskammern auch Rückwirkungen auf die Durchführung von Messungen; der Autor diskutiert dies in (KRAUTHÄUSER und NITSCH 2002c, 2003). Zusätzliche Informationen zum transienten Verhalten von Modenverwirbelungskammern finden sich bei ARNAUT (ARNAUT 2005a)

2.8 Nicht-lineare Streuer

Bekanntlich können induzierte Ströme und Spannungen in Halbleiterkomponenten elektronischer Systeme zu Fehlfunktionen oder Zerstörungen führen. Dies gilt insbesondere auch, wenn das Störsignal niederfrequente Signalanteile enthält (DION et al. 1995; OCHS 1999). Üblicherweise sind elektronische Systeme in Gehäusen untergebracht. Im Falle von Metallgehäusen oder metallisch beschichteten Gehäusen erfolgt die Einkopplung nicht nur über Zuleitungen, sondern auch durch Schlitze und andere Aperturen. Diese Einkopplung über Aperturen, die natürlich bevorzugt bei hohen

Frequenzen stattfindet, regt das innere des Gehäuses an (TAYLOR und GIRI 1994). Zur Maximierung der Wechselwirkung mit einem elektronischen System führt die Verwendung von pulsmodulierten Hochfrequenzsignalen oder Folgen von unipolaren Pulsen, da die Systeme in aller Regel auch nichtlineare Komponenten beinhalten, an denen Demodulation stattfindet (OCHS 1999). Auf diese Weise wird Energie aus den hochfrequenten Spektralanteilen in den niederfrequenten Bereich transferiert.

Im Folgenden wird die Kopplung einer pulsmodulierten, hochfrequenten Anregung mit einem System in einem Resonator näher untersucht.

Hierzu wird zunächst ein unbelasteter Resonator betrachtet. In diesem befinden sich zwei Stabantennen; eine Sendeantenne, die die Einkopplung durch Aperturen modelliert und eine Empfangsantenne, die für das System steht, in das eingekoppelt wird. Im Abschnitt 2.8.1 werden die entsprechenden experimentellen Daten vorgestellt. Gemessen wurde hierzu in der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer (mit ausgebautem Rührer). Den experimentellen Ergebnissen wird ein theoretisches Beschreibungsmodell gegenübergestellt.

Hiernach wird in den Resonator zusätzlich ein nichtlinearer Streuer eingebracht und wie vorher die Kopplung zum Empfangssystem untersucht. Die experimentellen Ergebnisse werden im Abschnitt 2.8.2 vorgestellt. Zusätzlich wird ein qualitatives Erklärungsmodell diskutiert.

Weitere Details zur hier vorgestellten Thematik findet sich in (KRAUTHÄUSER et al. 2001, 2002d, c; GRONWALD et al. 2003)

2.8.1 Anregung des unbelasteten Resonators

2.8.1.1 Theorie

Betrachtet sei ein Resonator ($l \times w \times h$), der durch eine kurze, vertikale Monopolantenne angeregt wird (Aufpunkt r_0 , vergleiche Abbildung 2.28). Die Antenne werde angeregt durch einen hochfrequenten harmonischen Träger, der mit einer niederfrequenten Folge von Rechteckpulsen moduliert ist:

$$U(t) = U_0 F(t), F(t) = \sum_{n=0}^N f(t - nT_m) \quad (2.235)$$

$$f(t) = \sin(\omega_c t) u(t) u(T_p - t) \quad (2.236)$$

wobei $N \gg 1$, $T_p \equiv NT_c$, $T_c \equiv 2\pi/\omega_c$ und $u(t)$ die Einheitssprungfunktion ist. Die Trägerfrequenz ω_c soll wesentlich größer als die erste Resonanzfre-

quenz ω_1 sein.

Die Fourier Transformierte $\tilde{F}(j\omega)$ von $F(t)$ aus Gleichung (2.235) ist

$$\tilde{F}(j\omega) = e^{-j\omega \frac{T_p}{2}} \frac{2j\omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} \frac{1 - e^{-j\omega T_m N}}{1 - e^{-j\omega T_m}} \sin \frac{\omega T_p}{2} \quad (2.237)$$

Die Antwort des Resonators auf die obige Anregung kann modelliert werden durch eine Reihe unabhängiger Oszillatoren, die durch äußere Anregungen getrieben werden:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\gamma_v \frac{\partial}{\partial t} + \omega_v^2 \right) E_{v,z}(t, \mathbf{r}_1) = E_{v,0} \omega_{v,\rho}^2 F(t) \quad (2.238)$$

Hierbei sind $E_{v,z}$ die E-Feld Moden, $\gamma_v = \omega_v/(2Q_v)$ deren Dämpfungsfaktoren,

$E_{v,0} = -\frac{U_0 C_A L}{2\epsilon_0} \Psi_v(\mathbf{r}_1) \Psi_v(\mathbf{r}_0) \sim \frac{U_0}{L} \frac{L^3}{V}$, $C_A \approx 2\pi\epsilon_0 L/(\ln(2L/\rho_0) - 2)$ die

Kapazität der Antenne, ρ_0 der Antennenradius, $\Psi_v(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{4(1+\delta_{n_z,0})}{V}}$.

$\sin(k_{v,x}x) \sin(k_{v,y}y) \cos(k_{v,z}z)$, $\omega_{v,\rho} = c\sqrt{k_{v,x}^2 + k_{v,y}^2}$,

$\omega_v = c\sqrt{k_{v,x}^2 + k_{v,y}^2 + k_{v,z}^2}$, $k_{v,x} = \pi n_x/L$, $k_{v,y} = \pi n_y/W$, $k_{v,z} = \pi n_z/h$ und $|\mathbf{v}\rangle \equiv |n_x, n_y, n_z\rangle$ (TESCHE et al. 1997; KRAVCHENKO et al. 1987).

Betrachtet sei nun der Fall, dass die Anregung $F(t)$ eine periodische Funktion mit einer Frequenz $\omega_m \equiv 2\pi/T_m$ ist. Ferner sei die kleinste Resonanzfrequenz ω_1 des Resonators ungefähr ein ganzzahliges Vielfaches der Anregungsfrequenz, d. h. $\omega_1 \approx n \cdot \omega_m$. Unter diesen Bedingungen dominiert der Term mit $|\mathbf{v}\rangle = |1, 1, 0\rangle$ das E-Feld-Spektrum bei tiefen Frequenzen ($\omega \ll \omega_c$). Die Lösung für $E_{1,z}(t, \mathbf{r}_1)$ schreibt sich dann als Faltungsintegral:

$$E_{1,z}(t, \mathbf{r}_1) = E_{1,0} \cdot \omega_1^2 \int_0^t F(t') K(t - t') dt' \quad (2.239)$$

mit

$$K(t) = \hat{\omega}_1^{-1} \exp(-\gamma_v t) \sin(\hat{\omega}_1 t) u(t) \quad (2.240)$$

$$\hat{\omega}_1 = \sqrt{\omega_1^2 - \gamma_1^2} \quad (2.241)$$

Es sei nun zunächst angenommen, dass die Anregung durch einen einzelnen Puls $U \cdot f(t)$, $0 \leq t \leq T_m$ erfolgt. Es ergibt sich dann

$$E_{1,z}(t) = E_{1,0} \begin{cases} \text{Im} [C_1 e^{j\Omega_1 t} + C_2 e^{j\omega_c t}], & t \in [0, T_p] \\ \text{Im} [C_1 (1 - e^{-j\Omega_1 T_p}) e^{j\Omega_1 t}], & t \in [T_p, T_m] \end{cases} \quad (2.242)$$

mit $\Omega_1 = \hat{\omega}_1 + j\gamma_1$ und

$$C_1 = \frac{\omega_1^2 \cdot \omega_c / \hat{\omega}_1}{\omega_c^2 - 2j\hat{\omega}_1\gamma_1 - \omega_1^2 + 2\gamma_1^2} \approx \frac{\omega_1}{\omega_c} \quad (2.243)$$

$$C_2 = \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + 2j\omega_c\gamma_1 - \omega_c^2} \quad (2.244)$$

Während der Anregung ergibt sich also eine Überlagerung einer erzwungenen Schwingung (ω_c) und der Eigenschwingung des Systems ($\hat{\omega}_1$). Nach dem Zeitpunkt T_p schwingt das System mit seiner Eigenfrequenz.

Um nun eine Kette von N Einzelimpulsen zu betrachten, nutzt man einen Ansatz von BAUM (BAUM 2000). Der betrachtete Zeitpunkt t sei im Intervall $(N-1)T_m + T_p < t < NT_m$. Da das Problem linear ist, ist die Lösung in diesem Zeitintervall eine Summe von Eigenschwingungen (Gleichung (2.242)) aller vorangegangener Pulse. Summiert man die zugehörige geometrische Reihe auf, so ergibt sich

$$E_{1,z} = E_{1,0} \operatorname{Im} \left[C_1 (1 - e^{-j\Omega_1 T_p}) e^{j\Omega_1 t} \frac{1 - e^{-j\Omega_1 NT_m}}{1 - e^{-j\Omega_1 T_m}} \right] \quad (2.245)$$

Falls $\gamma_1 T_m \gg 1$ antwortet das System nur auf den letzten Puls. Für $\gamma_1 T_m \leq 1$ überlagern sich Eigenschwingungen vieler vorangegangener Pulse. Falls nun die Pulswiederholfrequenz so gewählt wird, dass sie mit einer Resonanzfrequenz des Systems zusammenfällt, z. B. $\hat{\omega}_1 = 2/p_i/T_m$, sind die Eigenschwingungen alle in Phase und eine Resonanzanregung des Systems findet statt. Die Systemantwort nimmt hierbei für $\gamma_1 NT_m \rightarrow 1$ zu. Für $\gamma_1 NT_m \approx 1$ ergibt sich eine Sättigung der Systemantwort. In der Umgebung der Resonanzanregung des Systems, $\omega_m = \hat{\omega}_1/n + \Delta\omega$, ist dieser Sättigungswert gegeben durch

$$E_{1,z}(t) = E_{1,0} \operatorname{Im} \left[- (1 - e^{-j\Omega_1 T_p}) e^{j\Omega_1 (t - NT_m)} \cdot \frac{\omega_1^2}{2\pi n \omega_c \gamma_1 + j n \Delta\omega} \right] \quad (2.246)$$

Die Amplitude der niederfrequenten Feldkomponenten im Resonator ergibt sich so zu

$$(E_{1,z}(t, \Delta\omega = 0))_{\max} \approx E_{1,0} \frac{\omega_1^2}{2\pi n \omega_c \gamma_1} = E_{1,0} \frac{\omega_1 Q}{\pi n \omega_c} \quad (2.247)$$

Für den Fall hoher Güte (großes Q) übersteigt dies erheblich den Wert für den nichtresonanten Fall $(E_{1,z}(t))_{\max} \approx E_{1,0} \frac{\omega_1}{\omega_c}$. Die Breite der Resonanz für das E-Feld kann abgeschätzt werden durch $\Delta_{3dB} ((E_{1,z}(t))_{\max} (\Delta\omega)) \approx \gamma_1/n$.

2.8.1.2 Experiment

Alle hier vorgestellten Messungen wurden in der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer durchgeführt. Der Modenrührer war für die Messungen demontiert.

Die erste Resonanzfrequenz des Raumes liegt bei $f_1 = 30.78$ MHz. Die zugehörige Güte ist $Q(f_1) = \frac{f_1}{\Delta f_{3dB}} = 1424.8$.

Die Anregung des Raumes erfolgt mittels einer kleinen Stabantenne (Tx, $l = 0.33$ m, $d = 2$ mm, vgl. [Abbildung 2.28](#)). Die Signale werden generiert durch einen Signalgenerator »Rohde&Schwarz SMT06« mit Pulsmodulation durch eine externe Quelle »Fluke PM 5139«. Soweit erforderlich erfolgte eine Verstärkung des Signals mit einem Breitbandverstärker »Amplifier Research AR 100W1000M1«. Die Trägerfrequenz für diese Messungen betrug $f_c = 900$ MHz. Die Modulationsfrequenz $f_m = 1/T_m$ wurde über einen größeren Bereich bis hinauf zu 20 MHz variiert. Die Pulsbreite entsprach für alle Messungen der halben Periodendauer. Obere Grenze der Pulswiederholfrequenz (PRF) und das Tastverhältnis sind durch Beschränkungen der Modulationsquelle vorgegeben.

Das E-Feld im Resonator wird durch eine zweite Stabantenne (Rx) gemessen. Die Länge dieser Antenne wurde (im Vergleich zur Sendeantenne) auf $l = 0.97$ m vergrößert, um eine höhere Sensitivität zu erreichen. Die Messung der Antennenspannung erfolgte durch einen Störmessempfänger (Rohde&Schwarz ESCS30) bzw. durch einen Spektrumanalysator (Rohde&Schwarz FSP13) unter Verwendung eines guten doppelt geschirmten Kabels. Durch Vergleich mit dem über ein analog optisches Messsystem ausgekoppelten Signals (GOPI-System ([STEINMETZ 2001](#))) wurde verifiziert, dass Feldeinkopplungen in das Kabel vernachlässigt werden können.

Die unteren Kurven in [Abbildung 2.26](#) zeigen die Messergebnisse für den Fall der Kopplung des pulsmodulierten Signals mit dem ersten Mode des unbeladenen Resonators. Hierbei wurde die PRF f_m so gewählt, dass $n \cdot f_m$ (n ist in der Legende der Abbildung angegeben; $2 \leq n \leq 10$) in der Umgebung von f_1 liegt. Für jede PRF f_m erhält man eine scharfe Kurve mit Maximum bei $n \cdot f_m$. In der Abbildung sind nun diese Maximalamplituden als Funktion ihrer Frequenzposition aufgetragen. All diese

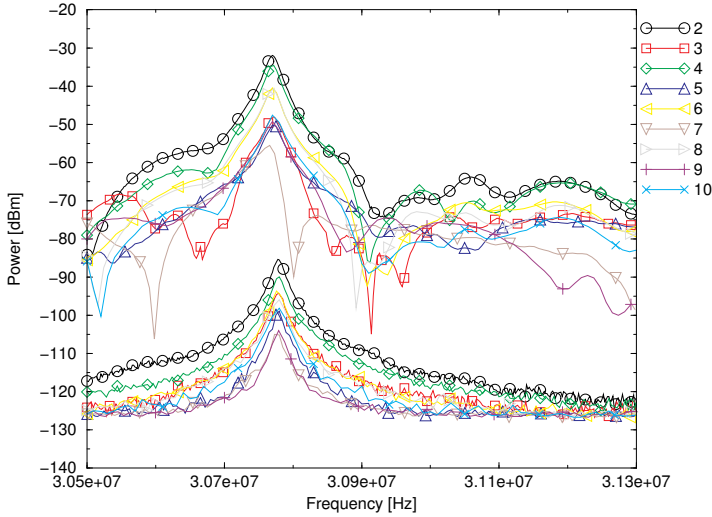


Abbildung 2.26: Maxima der niederfrequenten Spektralanteile für verschiedene Pulswiederholfrequenzen mit (obere Graphen) bzw. ohne (untere Graphen) nichtlinearen Streuer. Die Symbole sind nur für jeden zehnten Datenpunkt gezeichnet.

Frequenz-Amplituden Paare für jeweils ein n (n -te Harmonische der PRF f_m) wurden zu einer Kurve verbunden.

Die Messungen zeigen, dass die niederfrequenten Spektralanteile immer dann stark angehoben werden, wenn das n -fache der PRF f_m gerade mit einer Raumresonanz übereinstimmt. Der Effekt ist am ausgeprägtesten für $n = 2$ ($n = 1$ konnte nicht gemessen werden) und beträgt dann etwa 30 dB.

2.8.1.3 Genauere theoretische Analyse

Um einen genaueren Vergleich zwischen Theorie und Experiment für den unbeladenen Resonator durchzuführen, wird eine Frequenzbereichsdarstellung gewählt.

Der Strom in der Empfangsantenne $\tilde{I}_{Rx}$ kann dann geschrieben werden als

$$\tilde{I}_{Rx}(j\omega) = \tilde{K}_J(j\omega) \cdot \tilde{Y}_{in}(j\omega) \cdot \tilde{U}(\omega_c, \omega_m, j\omega) \quad (2.248)$$

Hierbei sind $\tilde{K}_J(j\omega)$ die Strom-Transferfunktion, definiert als das Verhältnis der Maxima der Stromverteilungen in der Empfangs- und Sendeantenne, $\tilde{Y}_{in}(j\omega)$ die Eingangsimpedanz der Sendeantenne und $\tilde{U}(\omega_c, \omega_m, j\omega)$ die Fourier-Transformierte des Generatorsignals an der Sendeantenne.

Die Größen $\tilde{K}_J(j\omega)$ und $\tilde{Y}_{in}(j\omega)$ werden analytisch berechnet. Die hierzu verwendete Technik erlaubt die Berechnung der Antwortfunktion einer elektrisch kleinen Antenne in einem rechtwinkligen Resonator, wobei die Wechselwirkung der Antenne mit den Reflexionen ihrer eigenen Abstrahlung ebenso berücksichtigt wird wie auch die gegenseitige Verkopplung von Sende- und Empfangsantenne (TKACHENKO et al. 1999).

$\tilde{U}(\omega_c, \omega_m, j\omega)$ zeigt scharfe δ -funktionsartige Maxima für $\omega = n \cdot \omega_m$ (die experimentell gemessene Breite der Linie stimmt mit der Auflösungsbandbreite der Messung von 1 Hz überein; die wahre Breite ist somit < 1 Hz). In der Nähe der ersten Raumresonanz ω_1 (wobei $n \cdot \omega_m = \omega_1$ gelten soll) ergibt sich für das Maximum von $\tilde{J}_{Rx}(j\omega)$ somit

$$\begin{aligned} |\tilde{J}_{Rx}(j\omega)|_{\max} &= |\tilde{K}_J(jn\omega_m)| \cdot \\ &\quad \cdot |\tilde{Y}_{in}(jn\omega_m)| \cdot |\tilde{U}(\omega_c, \omega_m, jn\omega_m)| \\ &= |\tilde{J}_{Rx}(nj\omega_m)| \end{aligned} \quad (2.249)$$

Zur Berechnung des Wertes von $|\tilde{J}_{Rx}(j\omega)|_{\max}$ wird nun die experimentell bestimmte Amplitude $|\tilde{U}(\omega_c, \omega_m, jn\omega_m)|$ herangezogen.

Die [Abbildung 2.27](#) zeigt den Vergleich dieser erweiterten Theorie mit den experimentellen Ergebnissen in der Nähe der ersten Resonanz für Frequenzen $n \cdot f_m$ mit $n = 3$. Die Leistung für die Frequenz $f = 3f_m$ an der Sendeantenne beträgt -68 dBm. Die [Abbildung 2.27](#) zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

2.8.2 Anregung des Resonators mit nichtlinearem Streuer

2.8.2.1 Experiment

In einer zweiten Serie von Experimenten wurde ein nichtlinearer Streuer im Resonator zwischen Sende- und Empfangsantenne platziert (Die Resultate sind qualitativ unabhängig von der Position des Streuers). Der verwendete Streuer ist eine Drahtschleife, in die acht Schottky-Dioden geringer Kapazität äquidistant in Reihe eingeschleift sind. Der Abstand der Dioden beträgt etwa 16 cm ($1/2\lambda_c = 16.7$ cm). Der Schleifendurchmesser ist etwa 40.7 cm. Der experimentelle Aufbau ist in [Abbildung 2.28](#) skizziert. Die übrigen

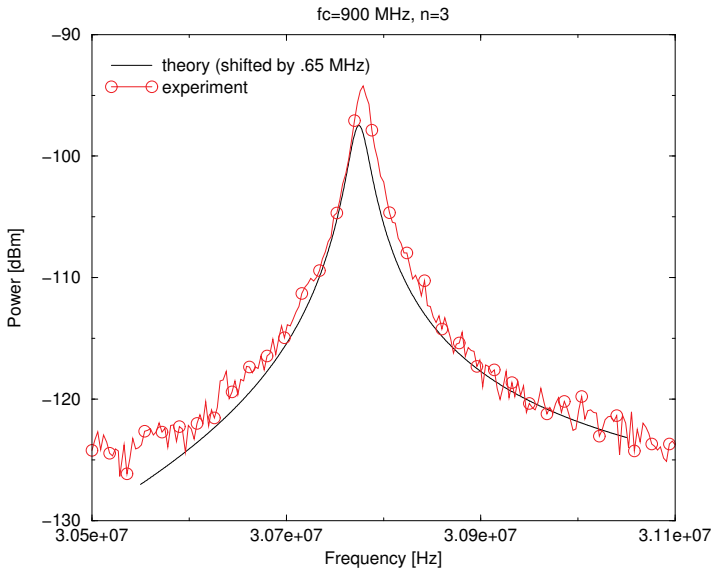


Abbildung 2.27: Vergleich der theoretischen Analyse mit den experimentellen Werten. Die theoretischen Daten wurden unter der Annahme eines quaderförmigen Resonators gewonnen. Die sich hieraus ergebende Verschiebung der Resonanzlage ist in der Legende angegeben.

experimentellen Parameter sind die gleichen wie bei den Experimenten mit der unbeladenen Kammer.

Wie vorher wurde das Spektrum für verschiedene PRF f_m vermessen. Die Resultate sind in den oberen Kurven von [Abbildung 2.26](#) zusammengefasst. Der Verlauf der Kurven ist bei diesen Experimenten wesentlich komplexer, aber wiederum treten klare Maxima für $n \cdot f_m = f_1$ auf. Im Vergleich mit den Kurven für den unbeladenen Resonator, ist eine starke zusätzliche Erhöhung (55 dB) der niederfrequenten Spektralanteile zu beobachten. Die konkreten Werte für verschiedene n und für $f = f_1$ sind in [Tabelle 2.2](#) aufgelistet.

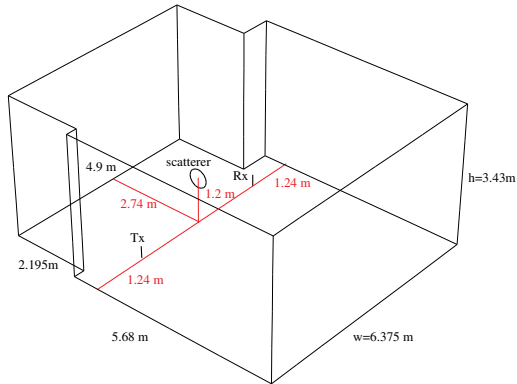


Abbildung 2.28: Skizze des experimentellen Setups. Tx: Sendeantenne (33 cm). Rx: Empfangsantenne (97 cm). Der Durchmesser der nichtlinear beladenen Leiterschleife (Streuer) ist 40.7 cm.

n	mit Streuer / dBm	ohne Streuer / dBm	Δ / dB
2	-31.96	-85.39	53.43
3	-48.08	-94.23	46.15
4	-34.61	-89.98	55.37
5	-50.20	-98.95	48.75
6	-40.47	-93.66	53.19
7	-55.50	-105.01	49.51
8	-40.63	-95.95	55.32
9	-49.23	-104.05	54.82
10	-47.64	-98.17	50.53

Tabelle 2.2: Erhöhung der niederfrequenten Spektralanteile durch den nichtlinearen Streuer.

2.8.2.2 Qualitative Erklärung des Experiments

Zur Erklärung der experimentellen Resultate muss eine Beschreibung im Zeitbereich gewählt.

Ähnlich wie im Fall der Resonatoranregung durch eine (lineare) Antenne kann die Anregung durch den nichtlinearen Streuer (Schleife mit Dioden) physikalisch modelliert werden durch harmonische Oszillatoren, die durch externe Quellen getrieben werden (vgl. Gleichung (2.238)). Die Lösung führt dann auf ein Faltungsintegral mit dem Kern $K(t)$ aus Gleichung (2).240.

Der Effekt der Leiterschleife mit den Dioden ist im Wesentlichen, dass der Strom nur in einer Richtung propagiert. Im Falle einer elektrisch kleinen Schleife ($c/f_c \gg 2R_0$, R_0 Schleifenradius) mit einer idealen Diode ergibt sich der durch ein Magnetfeld $H^{inc}(t)$ induzierte Strom $J_s(t)$ (die reflektierten Felder werden vernachlässigt) zu

$$J_s(t) = \frac{\mu S}{L_a} \frac{1}{2} \cdot [|H^{inc}(t)| - H^{inc}(t)] \cos(\alpha) \quad (2.250)$$

Hierbei ist S die Schleifenfläche, L_a die Induktivität der Schleife und α der Winkel zwischen dem einfallenden Magnetfeld und dem Normalenvektor der Schleife.

Das Faltungsintegral (Gleichung (2.239)) beinhaltet nun eine langsam veränderliche Funktion $K(t)$ und eine schnell oszillierende Funktion $J_s(t)$ (Gleichung (2.250)). Im Gegensatz zum linearen Fall muss dieses Mal aber nur der negative Teil der Funktion $f(t)$ berücksichtigt werden. Daher ist die Anregung des Resonators durch diese nichtlineare Schleife um den Faktor $\omega_c/(\pi\omega_1)$ größer als die Anregung durch eine gleichgroße lineare Schleife. Zusätzlich führt die Anregung mit einem periodisch gepulsten Signal mit $nf_m = f_1$ wie vorher zu einer Erhöhung der Antwort des Resonators.

Unter Benutzung eines einfachen Koppelmodells für eine Sendeantenne und einen nichtlinearen Streuer (kleine nichtlineare Schleife) ergibt sich das Verhältnis der Amplituden des E-Felds zu

$$\frac{E_{1,z}^{nls}}{E_{1,z}^{empty}} \sim \frac{f_{sc}(\omega_c)}{r_0} \frac{\omega_c}{\omega_1} \quad (2.251)$$

wobei $f_{sc}(\omega_c) \sim k_c^2 R_0^3 / (\ln(8 R_0/a) - 2)$ die Amplitude des an der Schleife gestreuten elektrischen Feldes ist und r_0 den Abstand zwischen Sendeantenne und Streuer bezeichnet.

Natürlich hängt das Ergebnis in [Gleichung \(2.251\)](#) davon ab, welcher Mode verwendet wird. Für kleine Streuer werden kleinere Amplituden als für große erwartet. Da im Experiment eine große Schleife verwendet wurde, ist der Wert aus [Gleichung \(2.251\)](#) sicher zu klein. Zur Behandlung großer Steuer sind zusätzliche Forschungsarbeiten nötig.

2.8.3 Wertung

Betrachtet wurde die Anregung eines Resonators hoher Güte mit einer Folge von Pulsen mit einem hochfrequenten Träger und einer Pulswiederholfrequenz, die ein ganzzahliger Teil der ersten Raumresonanzfrequenz ist. Durch das Abstimmen der Pulswiederholfrequenz auf die Resonanzfrequenz konnte die Anregung des Raumes um etwa 30 dB gesteigert werden. Eine zusätzliche Erhöhung der niederfrequenten Spektralanteile um weitere 55 dB konnte durch das Einbringen eines nichtlinearen Streuers demonstriert werden.

Diese, auf der Demodulation des induzierten Stroms beruhenden, Ergebnisse können generalisiert werden auf den Fall komplexerer elektronischer Systeme in metallischen Gehäusen. Darüber hinaus könnte dieser Koppelmechanismus auch für die Wechselwirkung von Systemen in Resonatoren mit denselbigen – und somit auch für den Test in Modenverwirbelungskammern – von Bedeutung sein.

Teil II

Anwendungen

3 Messverfahren nach IEC 61000-4-21

3.1 Nomenklatur

In diesem Kapitel werden die Messverfahren der IEC 61000-4-21 vorgestellt (IEC61000-4-21 2003). Diese Norm verwendet eine andere Nomenklatur, aus der für statistischen Größen nicht immer explizit klar wird, auf welches Ensemble sie sich gerade beziehen. Zur Übersetzung der Bezeichnungen kann Tabelle 3.1 verwendet werden.

3.2 Statistisch unabhängige Feldverteilungen

Das Funktionsprinzip einer Modenverwirbelungskammer besteht darin, dass man im Arbeitsvolumen *statistisch unabhängige* Feldverteilungen realisiert. Dies geschieht entweder durch Veränderung der elektromagnetischen Randbedingungen oder durch Veränderung der Anregung (Frequenzmodulation, Überlagerung mit bandbegrenztem weißen Rauschen) oder durch eine Kombination von beidem. Wie bisher beschränkt sich diese Arbeit auf die Veränderung der Randbedingungen. Zur Vereinfachung der Terminologie verwendet man den Begriff *unabhängige Randbedingungen* für solche Randbedingungen, die zu statistisch unabhängigen Feldverteilungen führen. Da zur Realisierung der unterschiedlichen Randbedingungen in der Regel ein Modenrührer verwendet wird, spricht man kurz auch von statistisch unabhängigen Rührerpositionen.

In den folgenden Abschnitten wird zuerst die Autokorrelation als Methode zur Abschätzung der Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen vorgestellt. Anschließend werden die Grenzen des Konzepts diskutiert und mögliche Alternativen aufgezeigt.

3.2.1 Autokorrelation

Der normative Teil von (IEC61000-4-21 2003) *verlangt* lediglich, dass statistisch unabhängige Feldverteilungen realisiert werden. Eine konkrete Methode, zur Ermittlung der Rührerpositionen, die zu statistisch unabhängigen Feldverteilungen führen (kurz: unabhängige Rührerpositionen),

IEC 61000-4-21	diese Arbeit	Bemerkungen
P_{AveRec}	$\frac{e}{b} \langle P_r \rangle_{N_t}$	Mittelwert ^a der Leistung an der Referenzantenne bezüglich N_t realisierter statistisch unabhängiger Randbedingungen.
P_{MaxRec}	$\frac{e}{b} [P_r]_{N_t}$	Maximalwert der Leistung an der Referenzantenne bezüglich N_t realisierter statistisch unabhängiger Randbedingungen.
P_{Input}	$\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}$	Mittelwert der in die Kammer transferierten Leistung ^b .
$\langle \cdot \rangle$	$\frac{e}{r} \langle \cdot \rangle_{N_p}$	Mittelwert bezüglich N_p verschiedener Positionen im Arbeitsvolumen der Kammer.
$E_{\text{Max},x,y,z}$	$\frac{e}{b} [E_{x,y,z}]_{N_t}$	Maximalwert einer kartesischen Feldkomponente bezüglich N_t realisierter statistisch unabhängiger Randbedingungen während der Grundkalibrierung.
$\overleftrightarrow{E}_{x,y,z}$	$\frac{\frac{e}{b} [E_{x,y,z}]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}}$	Auf die Eingangsleistung normierter Maximalwert einer kartesischen Feldkomponente.
$\left\langle \overleftrightarrow{E}_{x,y,z} \right\rangle$	$\frac{e}{r} \left\langle \frac{\frac{e}{b} [E_{x,y,z}]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_8$	Räumliche Mittelwerte der normierten Maximalwerte der kartesischen Feldkomponenten.
σ_r	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 \left(\overleftrightarrow{E}_{ri} - \left\langle \overleftrightarrow{E}_r \right\rangle \right)^2}{8-1}}$	Räumliche Standardabweichung der kartesischen Komponente »r«.

^aSoweit nicht anders vermerkt werden die Mittelwerte immer aus den linear skalierten Größen gebildet.

^bIn der Regel ist dies die Vorwärtsleistung am Fußpunkt der Sendeantenne.

Tabelle 3.1: Vergleich der Bezeichnungen der IEC 61000-4-21 und dieser Arbeit.

wird nicht vorgeschrieben. Es findet sich im informativen Teil jedoch ein Vorschlag, der für den Fall eines Rührers auf der Auswertung von Autokorrelationskoeffizienten (vergleiche auch [Abschnitt A.9](#)) beruht. Die Methode wird im Folgenden zunächst vorgestellt.

3.2.1.1 Verfahren nach IEC-61000-4-21

Die Methode basiert auf Messungen des Betrags der kartesischen Feldstärkekomponenten $(|E_x|, |E_y|, |E_z|)^1$ an einer Position im Arbeitsvolumen (r) für eine Zahl N_T von äquidistanten Rührerpositionen bei einer Frequenz f . Für alle drei Feldkomponenten oder auch für den Betrag des Gesamtfeldes $|E_t| = \sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2}$ erhält man also ein Tupel der Größe N_T , das im Folgenden mit $\mathcal{E}_1 = (e_1, e_2, \dots, e_{N_T})$ bezeichnet ist.

Aus $\mathcal{E}_1$ kann ein weiteres Tupel $\mathcal{E}_2$ durch Anwendung der Permutation

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & N_T \\ N_T & 1 & 2 & 3 & \dots & N_{T-1} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

erzeugt werden:

$$\mathcal{E}_2 = \sigma \mathcal{E}_1 = (N_T, 1, 2, \dots, N_{T-1}). \quad (3.2)$$

Auf diese Weise ergeben sich N_T verschiedene Tupel der Form

$$\mathcal{E}_i = \sigma \mathcal{E}_{i-1} = \sigma^i \mathcal{E}_1 \quad (3.3)$$

$$= (e_i, e_{i+1}, \dots, e_{N_T}, e_{N_T+1}, \dots, e_{i-1}). \quad (3.4)$$

Für je zwei Tupel $\mathcal{E}_i$ und $\mathcal{E}_j$ kann der Korrelationskoeffizient r_{ij} berechnet werden,

$$r_{ij} = \frac{\text{cov}(\mathcal{E}_i, \mathcal{E}_j)}{\sqrt{\text{var}(\mathcal{E}_i) \text{var}(\mathcal{E}_j)}} \quad (3.5)$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{N_T} ((\mathcal{E}_i)_k - \langle \mathcal{E}_i \rangle) ((\mathcal{E}_j)_k - \langle \mathcal{E}_j \rangle)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_T} ((\mathcal{E}_i)_k - \langle \mathcal{E}_i \rangle)^2 \sum_{k=1}^{N_T} ((\mathcal{E}_j)_k - \langle \mathcal{E}_j \rangle)^2}} \quad (3.6)$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{N_T} ((\mathcal{E}_i)_k - \langle \mathcal{E} \rangle) ((\mathcal{E}_j)_k - \langle \mathcal{E} \rangle)}{\sum_{k=1}^{N_T} ((\mathcal{E}_i)_k - \langle \mathcal{E} \rangle)^2}, \quad (3.7)$$

¹In der Regel wird das E-Feld gemessen. Prinzipiell wäre ebenso das H-Feld verwendbar.

wobei zuletzt ausgenutzt wird, dass die Erwartungswerte und Varianzen aller Tupel identisch sind.² Da in die Korrelationskoeffizienten nur Permutationen desselben Datensatzes eingehen, wird dieser als Autokorrelationskoeffizient bezeichnet.

Wenn die Werte e_i äquidistant bezüglich einer kompletten Rotation des Modenrührers sind, so entspricht der Schritt von i nach $i + 1$ einem Winkelversatz von

$$\Delta\alpha = 360^\circ / N_T. \quad (3.8)$$

Somit sind die Autokorrelationskoeffizienten r_{ij} diskrete Werte der Autokorrelationsfunktion $r(\alpha)$ an den Aufpunkten $\alpha_j = (j - 1) \cdot \Delta\alpha$. Zur exakten Darstellung der Autokorrelationsfunktion eines Rührers ist N_T daher möglichst groß zu wählen.

Der Wertebereich von (Auto-)Korrelationskoeffizienten ist das Intervall von -1 bis 1 . Der Wert $r = 1$ entspricht perfekter (positiver Korrelation), $r = -1$ perfekter (negativer) Korrelation und $r = 0$ entspricht dem Fall, dass keine Korrelation vorliegt.³

Im informativen Teil der IEC 61000-4-21 wird vorgeschlagen, die Autokorrelation als ausreichend schwach anzusehen, wenn der Betrag von r_{ij} unter den Wert $1/e \approx 0.37$ fällt. Mit dem so festgelegtem j ergibt sich die Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen zu

$$N_{T,\text{ind}} = \frac{360^\circ}{(j - 1)\Delta\alpha} = \frac{N_T}{j - 1}. \quad (3.9)$$

3.2.2 Diskussion des Verfahrens

Bei einer kritischen Diskussion des Verfahrens muss zwischen prinzipiellen und technischen Kritikpunkten unterschieden werden. Prinzipielle Kritikpunkte beleuchten die Frage, ob die Autokorrelationsfunktion prinzipiell in der Lage ist, die Leistungsfähigkeit des Modenrührers zu qualifizieren. Technische Kritikpunkte beziehen auf die konkret vorgeschlagene Anwendung. Zunächst zur technischen Kritik.

²In der im August 2003 veröffentlichten Fassung der IEC 61000-4-21 (Ed. 1) ist die Normierung des Korrelationskoeffizienten falsch (Gleichung (A.4)).

³Bei Korrelationskoeffizienten handelt es sich um eine statistische Größe. Die Aussagen zum Grad der Korrelation gelten somit streng nur für den Grenzfall $N_T \rightarrow \infty$. Die Konsequenzen für endliche N_T werden im nächsten Abschnitt diskutiert (vergleiche auch [Abschnitt A.9](#)).

	H_0 annehmen	H_0 ablehnen
H_0 richtig	kein Fehler	Fehler 1. Art (α)
H_0 falsch	Fehler 2. Art (β)	kein Fehler

Tabelle 3.2: Mögliche Fehler bei der Hypothesenprüfung.

3.2.2.1 Technische Kritik

Verbesserungsvorschläge technischer Natur wurden erstmals von [LUNDÉN und BÄCKSTRÖM](#) geäußert ([LUNDÉN und BÄCKSTRÖM 2000](#)).⁴ Die Kritik bezieht sich hierbei darauf, dass die Anzahl der vermessenen Rührerpositionen in die Bewertung der Korrelation eingehen muss. Deutlich wird das spätestens bei der Betrachtung des Extremfalls $N_T = 2$: Zwei Messwerte werden *immer* perfekt miteinander korreliert sein, egal ob sie voneinander unabhängig oder abhängig sind. Anstelle des Vergleichs mit einer festen Schranke ρ_0 ($= 0.37$ in der IEC 61000-4-21) muss somit eine vom wahren Wert der Schranke ρ und der Stichprobengröße N_T abhängige variable Grenze treten:

$$\rho_0 = \rho_0(\rho, N_T) \quad (3.10)$$

Die wahre Grenze ist hierbei die, die man bei unendlichem Stichprobenumfang wählen würde:

$$\rho_0(\rho, N_t \rightarrow \infty) = \rho \quad (3.11)$$

Zum Auffinden dieser Grenze nutzt man die Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $\text{pdf}_r(\rho, N)$ der Korrelationskoeffizienten r bei einem wahren Wert ρ und Stichprobengröße N . In [Abschnitt A.9](#) ist gezeigt, dass die Verteilungsdichte $\text{pdf}_r(\rho, N)$ auch für den Fall nicht normalverteilter Zufallsvariabler gut durch den bekannten Ausdruck für normalverteilte Variable nach [Gleichung \(A.108\)](#) auf Seite 200 approximiert werden kann.

Die quantitative Bewertung eines empirischen Korrelationskoeffizienten r ist ein Problem der statistischen Hypothesenprüfung. Hierbei stehen sich immer die Nullhypothese H_0 und ihr Gegenteil, die Hypothese $H_1 = \neg H_0$ gegenüber. Entsprechend den zwei Hypothesen ergeben sich vier Fälle bei der Prüfung der Hypothesen, die in [Tabelle 3.2](#) dargestellt sind. Der *Fehler 1. Art* entspricht Wahrscheinlichkeit α , dass die Hypothese H_0 abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist. Der *Fehler 2. Art* entspricht analog

⁴Diese Quelle findet sich auch als Referenz in der IEC 61000-4-21, ohne dass die Ergebnisse in die Norm eingeflossen sind.

der Wahrscheinlichkeit dafür, H_0 anzunehmen, obwohl H_0 richtig ist. Die gleichzeitige Minimierung beider Fehler ist unmöglich, so dass man sich auf einen Fehler konzentrieren muss.⁵ Hierbei ist der Fehler 1. Art zu wählen, da nur in diesem Fall mit einer konkreten Grundgesamtheit gerechnet werden kann. Es geht somit bei der statistischen Hypothesenprüfung immer um die Frage ob bei einer vorgegebenen oberen Schranke für den Fehler 1. Art (typisch sind die Werte $\alpha = 0.05$ und $\alpha = 0.01$, die *Signifikanzniveaus* von 95% bzw. 99% entsprechen) die Hypothese H_0 abgelehnt werden kann oder nicht. Im Falle einer Annahme von H_0 kann der Fehler nicht quantifiziert werden. Für einen vorgegebenen Wert von α ist die Hypothese H_0 dann signifikant abzulehnen, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, in der H_0 entsprechenden Grundgesamtheit einen Wert zu erhalten, der mindestens so extrem wie der empirische ist, kleiner als α ist.

Da die Streuung der Wahrscheinlichkeitsdichte für steigendes N_T kleiner wird, wird der *kritische Wert* ρ_0 , ab dem die Nullhypothese signifikant abgelehnt werden kann, bei fester Irrtumswahrscheinlichkeit α für große Populationen näher am Erwartungswert ρ liegen. Die Benutzung einer festen Grenze, wie in der IEC 61000-4-21 suggeriert, bedeutet somit, dass für verschiedene N_T die Entscheidung mit unterschiedlicher Irrtumswahrscheinlichkeit gefällt wird.

Aus der bekannten Verteilungsfunktion kann auch der *p-Wert* berechnet werden. Der p-Wert eines Beobachtungswertes einer Zufallsvariablen entspricht der Wahrscheinlichkeit einen Wert aus der Gesamtpopulation zu erhalten, der mindestens so extrem wie der Beobachtungswert ist. Die Nullhypothese ist abzulehnen, wenn der p-Wert kleiner als die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit α ist.

Im Zusammenhang mit der Bewertung von Korrelationskoeffizienten treten zwei wichtige Spezialfälle auf:

1. **Annahme einer unkorrelierten Grundgesamtheit:** Diesen Ansatz verfolgen [LUNDÉN und BÄCKSTRÖM](#) in ([LUNDÉN und BÄCKSTRÖM 2000](#)). Die Nullhypothese ist hierbei, dass der experimentelle Korrelationskoeffizient r zu einer Population mit Erwartungswert $\rho = 0$ gehört. Da auch in einer solchen Population mit Beobachtungswerten ungleich Null zu rechnen ist, kann diese Hypothese mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit α erst dann abgelehnt werden, wenn $|r| > \rho_0$,

⁵In der Regel wird der Fehler 2. Art umso größer je kleiner der Fehler 1. Art wird und umgekehrt.

wobei ρ_0 aus der Beziehung

$$\alpha/2 = \int_{-1}^{\rho_0} \text{pdf}_r(\rho = 0, N_T) dr = \int_{\rho_0}^1 \text{pdf}_r(\rho = 0, N_T) dr \quad (3.12)$$

bestimmt wird. In diesem Fall ist die Fragestellung *beidseitig* und die kritische Grenze für beide Seiten gleich, da die Verteilung für $\rho = 0$ symmetrisch ist. Der p-Wert zum Beobachtungswert r ist dann

$$p(r) = 2 \int_r^1 \text{pdf}_r(\rho = 0, N_T) dr. \quad (3.13)$$

Man könnte auch argumentieren, dass sich der experimentelle Korrelationskoeffizient von $r = 1$ kommend dem Wert $r = 0$ annähert. Die Fragestellung wäre dann *einseitig* ($r > \rho = 0?$) und der kritische Wert berechnet sich gemäß

$$\alpha = \int_{\rho_0}^1 \text{pdf}_r(\rho = 0, N_T) dr. \quad (3.14)$$

In diesem Fall ergibt sich der p-Wert zu

$$p(r) = \int_r^1 \text{pdf}_r(\rho = 0, N_T) dr. \quad (3.15)$$

Wird die Nullhypothese signifikant verworfen erhält man die Aussage, dass die Stichproben mit dem beobachteten r *nicht perfekt unkorreliert sind*.

2. **Annahme einer korrelierten Grundgesamtheit mit $\rho > 0$:** Dieser Ansatz wird von [KRAUTHÄUSER et al.](#), vorgeschlagen ([KRAUTHÄUSER et al. 2004a, b, 2005b](#)). Die prinzipielle Vorgehensweise unterscheidet sich nicht von der oben beschriebenen. Lediglich die Nullhypothese wird anders formuliert. Entsprechend ergeben sich andere kritische Werte ρ_0 und p-Werte für die einseitige ($r < \rho?$) Fragestellung zu

$$\alpha = \int_{-1}^{\rho_0} \text{pdf}_r(\rho, N_T) dr \quad (3.16)$$

$$p(r) = \int_{-1}^r \text{pdf}_r(\rho, N_T) dr \quad (3.17)$$

und die zweiseitige Fragestellung ($|r| < \rho?$) zu

$$\alpha/2 = \int_{-1}^{\rho_0} \text{pdf}_r(\rho, N_T) d\rho \quad (3.18)$$

$$p(r) = 2 \int_{-1}^r \text{pdf}_r(\rho, N_T) d\rho. \quad (3.19)$$

Im Falle der signifikanten Ablehnung der Nullhypothese ist die Aussage, dass die Stichproben mit dem beobachtetem r *schwächer als ρ korreliert sind*.

Das Problem des Ansatzes von [LUNDÉN und BÄCKSTRÖM](#) ist, dass für wachsendes N_T der kritische Wert ρ_0 fällt. Hierdurch wird bei einer größeren Stichprobe die Nullhypothese bis zu einem größerem Winkelversatz zurückgewiesen, was zu einer geringeren Anzahl von statistisch unabhängigen Rührerpositionen führen würde. Umgekehrt könnte die Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen durch Ausdünnen einer Stichprobe erhöht werden. Das Problem entsteht dadurch, dass auf Abweichungen von der perfekten Nicht-Korrelation getestet wird. Es interessiert aber nicht, ab welchem Winkelversatz die Stichproben nicht mehr signifikant von perfekt unkorrelierten unterscheidbar sind. Vielmehr interessiert – gemäß dem Ansatz von [KRAUTHÄUSER et al.](#) – ab welchem Winkelversatz die Korrelation signifikant schwächer als die gewählte Schwelle ρ ist.

Die kritischen Werte ρ_0 beider Ansätze sind in den Tabellen [3.3](#) und [3.4](#) bzw. den Abbildungen [3.1](#) und [3.2](#) dargestellt. In der [Abbildung 3.1](#) werden die experimentellen r -Werte immer zu einer Ablehnung der Nullhypothese führen – und damit zu der Aussage, dass die Stichproben nicht perfekt unkorreliert sind –, wenn sie oberhalb der gezeigten Linie (einseitige Fragestellung) bzw. außerhalb des von beiden Linien eingeschlossenen Gebiets (zweiseitige Fragestellung) liegen. Bei kleinem N_T wird das praktisch nie der Fall sein, so dass H_0 nie verworfen werden könnte. Im Falle der [Abbildung 3.2](#) wird H_0 abgelehnt – und damit die Stichproben als ausreichend schwach korreliert betrachtet –, wenn das experimentelle r unterhalb der Kurve (einseitige Fragestellung) bzw. im eingeschlossenen Gebiet (zweiseitige Fragestellung) liegt. Für die zweiseitige Fragestellung führt dies zu einem minimalen Wert N_T (in der Graphik der Kreuzungspunkt), unterhalb dessen die Statistik mit der gewählten Irrtumswahrscheinlichkeit keine Aussage mehr tätigen kann. Für größer werdendes N_T wird man auch größere Werte für r akzeptieren: der Sicherheitsabstand zum wahren

Wert verringert sich und konvergiert gegen Null für große Werte von N_T . In beide Graphen ist auch das Wertepaar $N_T = 450$, $\rho_0 = 0.37$ aus dem Beispiel der IEC 61000-4-21 eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass der Ansatz von [KRAUTHÄUSER et al.](#) et al. für $\rho = 0.37$ und $\alpha = 0.05$ recht nahe kommt. Der Ansatz von [LUNDÉN und BÄCKSTRÖM](#) kann diesen Punkt nur reproduzieren, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit extrem stark herabgesetzt würde (Schätzungsweise auf $\alpha = 5 \cdot 10^{-16}$, aber dieser Wert ist sicher schon durch numerische Ungenauigkeiten beeinflusst).

Ein Programm zur Berechnung der kritischen Werte findet sich in [Abschnitt B.4.1](#). Für die sinnvollsten Fälle $\rho = 0.37$, $\alpha = 0.05$ und einseitige bzw. zweiseitige Fragestellung findet man die einfache Approximation

$$\rho_0(N_T) \approx 0.37 \cdot \left(1 - \frac{7.22}{(N_T)^{0.64}}\right) \quad (\text{einseitige Fragestellung}) \quad (3.20)$$

und

$$\rho_0(N_T) \approx 0.37 \cdot \left(1 - \frac{7.62}{(N_T)^{0.60}}\right), \quad (\text{zweiseitige Fragestellung}) \quad (3.21)$$

die in [Abbildung 3.3](#) gemeinsam mit den exakten numerischen Werten dargestellt sind.

3.2.2.2 Prinzipielle Kritik

In den beiden vorigen Abschnitten wurde das in IEC 61000-4-21 vorgeschlagene Verfahren zur Ermittlung der Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion vorgestellt und diskutiert. Über die bereits diskutierte fehlende N_T -Abhängigkeit der kritischen Grenze des Korrelationskoeffizienten hinaus gibt es weitere wesentliche Kritikpunkte:

1. In der vorgeschlagenen Form impliziert das Verfahren, dass später mit *äquidistanten* Rührerpositionen gemessen wird, da nur *ein* Versatzwinkel berechnet wird.
2. Das Verfahren so nur auf die Situation mit einem Modenrührer anwendbar.
3. Obwohl die Frage der Korrelation von räumlichen Feldverteilungen beantwortet werden soll, gehen nur Werte einer Position im Raum ein.

N_T	I, 0.0, 0.05	II, 0.0, 0.05	I, 0.0, 0.01	II, 0.0, 0.01
4	0.9	0.95	0.98	0.99
10	0.5494	0.6319	0.7156	0.7647
20	0.3784	0.4439	0.5156	0.5615
50	0.2354	0.2788	0.3283	0.3611
100	0.1656	0.1968	0.2326	0.2568
200	0.1169	0.1389	0.1648	0.182
300	0.0955	0.1137	0.1348	0.1488
360	0.0872	0.1038	0.123	0.1362
400	0.0827	0.0984	0.1168	0.1289
450	0.0779	0.0929	0.1097	0.1217
1000	0.0525	0.0625	0.0744	0.082
10000	0.018	0.0198	0.026	0.0283
50000	0.0092	0.0097	0.0121	0.0161
100000	0.009	0.0095	0.0098	0.0099

Tabelle 3.3: Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach [LUNDÉN und BÄCKSTRÖM](#) für verschiedene Populationsgrößen N_T . Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $\alpha = 0.05$ bzw. $\alpha = 0.01$. Die Kennzeichnungen »I« bzw. »II« beziehen sich ein- bzw. zweiseitige Fragestellungen.

Alle drei Punkte sind unkritisch bei ausreichend hohen Frequenzen. In diesem Fall kann davon ausgegangen werden, dass der Rührer einen echten *stochastischen Prozess* generiert, so dass die Autokorrelationsfunktion (nach Glättung) monoton fallend bis zum Winkel von 180° ist. In diesem Fall hat man tatsächlich nur eine lokale Korrelation und die Verwendung äquidistanter Rührerpositionen minimiert die gegenseitige Korrelation. Ebenso erwartet man bei hohen Frequenzen, dass räumliche Statistik und Rührerstatistik austauschbar sind. Die Bewertung des Rührers wäre somit ausreichend. Mehrere Rührer werden bei ausreichend hohen Frequenzen nicht benötigt, da bereits ein einziger Rührer genügend viele unabhängige Feldverteilungen generiert.

Kritisch wird die Anwendung des Verfahrens im Bereich nahe der Lowest Usable Frequency (LUF), also dort, wo es besonders darauf ankommt. Eine Ausweg bietet eine erweiterte Betrachtung des Problems: Das bisher beschriebene Verfahren sucht nur nach dem Winkelpersatz, der *erstmalig* zu einer ausreichend geringen Korrelation führt. Tatsächlich ist jedoch eine

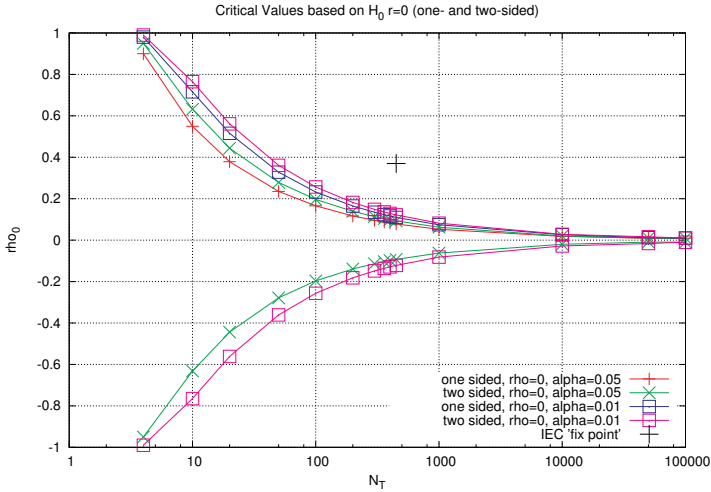


Abbildung 3.1: Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach [LUNDÉN und BÄCKSTRÖM](#) für verschiedene Populationsgrößen N_T .

Menge $\mathcal{C} = \{i\}$ gesucht, so dass gilt

$$r_{ij} < \rho_0 \quad \text{für alle } i, j \in \mathcal{C} \text{ wenn } i \neq j. \quad (3.22)$$

Hierzu ist zunächst die $N_T \times N_T$ Matrix aller r_{ij} -Werte, zu berechnen. Da die Matrix symmetrisch ist und die Hauptdiagonale mit 1 besetzt ist verbleiben $\frac{N_T(N_T-1)}{2}$ unbekannte Werte. Die Bestimmung der (maximalen) Anzahl von unabhängigen Rührerpositionen ist dann gleichbedeutend mit der Suche nach der *größten* Menge $\mathcal{C}$. Das Problem kann im Rahmen der Graphentheorie behandelt werden. Der Graph wird hierbei von den Kanten $i - j$ gebildet, für die die Bedingung (3.22) erfüllt ist. Gesucht ist dann die *maximale Clique*, wobei eine Clique eine Menge von Knoten ist, die alle paarweise miteinander verbunden sind ([BATTITI und PROTASI 2001](#)). Das Suchproblem der maximalen Cliques ist *NP-vollständig*, d. h. es kann auf einer (gedachten) nicht-deterministischen Turingmaschine in polynominell beschränkter Zeit gelöst werden. Für heutige Rechner sind aber nur Algorithmen bekannt, die exponentiell wachsende Laufzeit haben. In konkreten Fall reicht aber bereits das Auffinden einer Clique, deren

N_T	I, 0.37, 0.05	II, 0.37, 0.05	I, 0.37, 0.01	II, 0.37, 0.01
4	-0.7458	(-0.8671)	-0.9454	(-0.9724)
10	-0.1998	(-0.3178)	-0.4482	(-0.5306)
20	0.0015	(-0.0771)	-0.1687	(-0.2307)
50	0.1514	0.1057	0.0517	0.0143
100	0.2197	0.1888	0.1523	0.1271
200	0.2654	0.2443	0.2198	0.2024
300	0.2851	0.2683	0.2484	0.2344
360	0.2927	0.2773	0.2596	0.2467
400	0.2967	0.2822	0.2649	0.2532
450	0.3012	0.2873	0.2714	0.2606
1000	0.3237	0.3145	0.3039	0.2969
10000	0.3534	0.3512	0.3491	0.3444
50000	0.3609	0.3604	0.3601	0.36
100000	0.361	0.3605	0.3602	0.3601

Tabelle 3.4: Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach [KRAUTHÄUSER et al.](#), für verschiedene Populationsgrößen N_T . Als Erwartungswert wurde hier $\rho = 0.37$ gewählt. Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $\alpha = 0.05$ bzw. $\alpha = 0.01$. Die Kennzeichnungen »I« bzw. »II« beziehen sich ein ein- bzw. zweiseitige Fragestellungen.

Größe der maximalen Clique nahe kommt. Für die folgenden Analysen wurde der Reactive-Local-Search-Algorithmus von [BATTITI und PROTASI](#) verwendet ([BATTITI und PROTASI 2001](#)).

Die [Abbildung 3.4](#) zeigt Ergebnisse der Suche nach maximalen Cliquen für den Fall der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer. Dargestellt sind die Resultate für drei Frequenzen. Die Frequenz 150 MHz ist unterhalb der LUF, die bei etwa 200 MHz liegt. Die nächste dargestellte Frequenz ist 250 MHz und liegt damit knapp oberhalb der LUF. Schließlich sind noch die Ergebnisse bei 1000 MHz dargestellt, wo sich die Kammer bereits klar im Operationsgebiet befindet. Für jede Teilgraphik wurden 100 Approximationen der maximalen Clique berechnet. Aus den gefundenen Rührerpositionen wurde die Häufigkeitsverteilung der Winkelabstände ermittelt und auf die für die gefundene Cliquengröße bei äquidistanter Verteilung zu erwartenden Häufigkeiten normiert. Bei Vorliegen einer äquidistanten Verteilung ergeben sich somit äquidistante Linien der Höhe eins. Eine wichtige Zusatzinformation zur Interpretation der Resultate

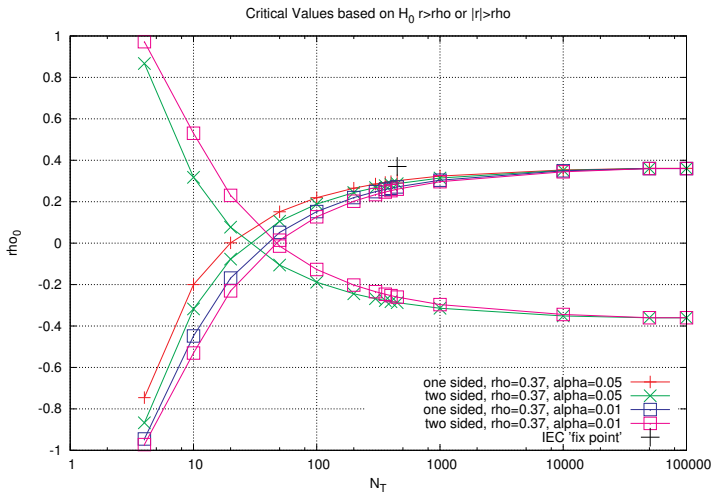


Abbildung 3.2: Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach [KRAUTHÄUSER et al.](#), für verschiedene Populationsgrößen N_T . Als Erwartungswert wurde hier $\rho = 0.37$ gewählt.

ist, dass der eingesetzte Rührer eine dreieckige Grundstruktur hat. Bei tiefen Frequenzen spielt die Irregularität der auf die Grundstruktur montierten Metallplatten keine große Rolle, so dass sich die Grundsymmetrie der Struktur auswirken kann. Genau dies beobachtet man bei 150 MHz: Die gefundene Cliquengröße beträgt 9, was einem mittleren Abstand von $360^\circ/9 = 40^\circ$ entspricht. Die aus der Symmetrie resultierenden Abstände von 120° und 240° werden von äquidistanten Rührerpositionen also exakt realisiert. Die gefundenen Cliques meiden diese Abstände aber offensichtlich. Weniger ausgeprägt – aber immer noch zu beobachten – ist diese Eigenschaft bei 250 MHz. Auch hier sind die Häufigkeiten im Bereich der Symmetriepunkte klar reduziert (die Cliquengröße beträgt hier bereits 31). Im Gegensatz dazu realisieren die Cliques bei 1000 MHz offensichtlich immer äquidistante Abstände bei einer Cliquengröße von 90.

Bei der gerade beschriebenen Verbesserung des Autokorrelationsverfahrens bleibt der Kritikpunkt, dass nicht die Feldverteilung direkt getestet wird. Auch dies wäre prinzipiell möglich. Hierzu würde man die Beträge der Vektorkomponenten des E-Feldes an mehreren Positionen im Arbeits-

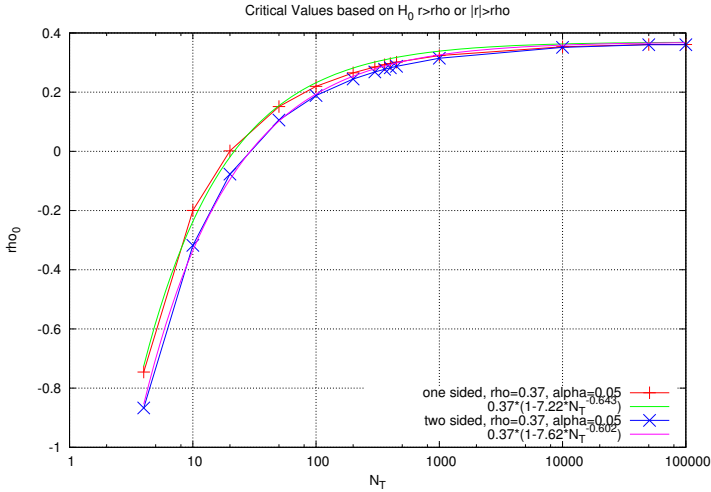


Abbildung 3.3: Approximation der kritischen Werte für $\rho = 0.37$, $\alpha = 0.05$ für einseitige- und zweiseitige Fragestellung durch eine einfache Funktion.

volumen der Kammer heranziehen und dann wieder nach der maximalen Clique suchen. Die Stichprobengröße ist dann aber nicht die Anzahl der genutzten Rührerpositionen sondern das Dreifache (drei Raumrichtungen) der Anzahl der vermessenen Raumpunkte. Letztere kann aber nicht beliebig groß gemacht werden, weil sonst (insbesondere bei tiefen Frequenzen) die Felder an diesen Punkten nicht mehr statistisch unabhängig sind (vergleiche [Abschnitt 2.1.2.1.4](#)). Typischerweise liegen Werte für acht Positionen vor, so dass der Stichprobenumfang 24 ist. Bei zweiseitiger Fragestellung, $\alpha = 0.05$ und $\rho = 0.37$ ergibt sich eine kritische Grenze nach [Gleichung \(3.21\)](#) eine kritische Grenze von

$$\rho_0 \approx -0.13, \quad (3.23)$$

so dass $|\rho| < \rho_0$ gar nicht mehr erfüllt werden kann. Die statistische Hypothesenprüfung ist bei solch kleinen Stichproben blind.

Insgesamt erscheint es sinnvoll, an der Analyse der Autokorrelationsfunktion festzuhalten, diese jedoch im Bereich der LUF um eine Suche nach der maximalen Clique zu erweitern.

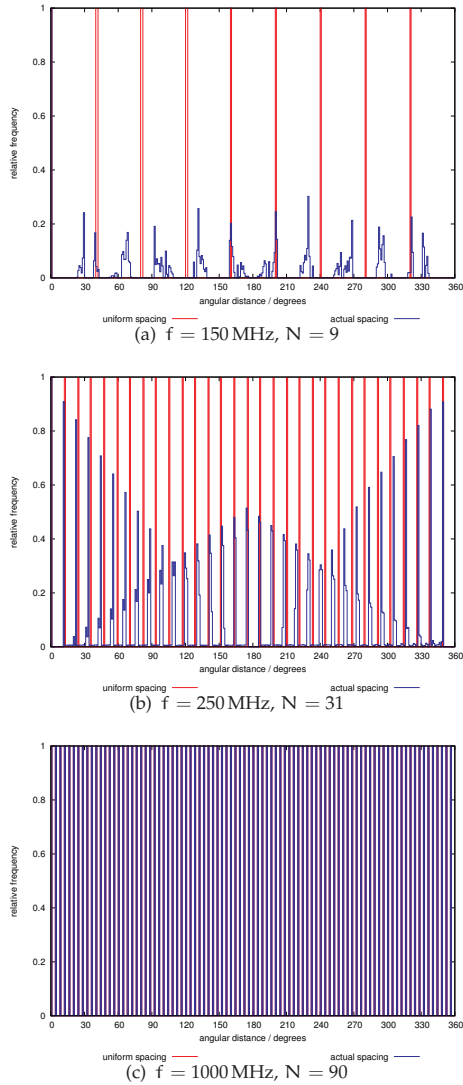


Abbildung 3.4: Relative Häufigkeiten der Winkelabstände in den schwach korrelierten Cliquen.

3.3 Gütebestimmung

3.3.1 Verfahren nach Norm

In der Norm IEC 61000-4-21 ist die Güte Q in der Form

$$\left\langle {}_r \left\langle {}_b \langle Q(\omega) \rangle_{N_t} \right\rangle_{N_p} \right\rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_{Rx} \eta_{Tx} \lambda^3} \left\langle \frac{{}_b \langle P_r \rangle_{N_t}}{{}_b \langle P_t \rangle_{N_t}} \right\rangle_{N_p} \quad (3.24)$$

definiert (IEC61000-4-21 2003), wobei P_r die Leistung am Fußpunkt der Referenzantenne, P_t die Eingangsleistung in die Sendeantenne ist.⁶ Die Größen η_{Tx} und η_{Rx} sind die Antenneneffektivitäten von Sende- (T_x) und Empfangsantenne (R_x). N_t bezeichnet die Anzahl der verwendeten Positionen des Modenrührers und N_p die Anzahl der Positionen der Empfangsantenne.

Die in dieser Formel implizit getätigten Annahmen werden offenbar, wenn man die Herleitung betrachtet. Hierzu wird zunächst nur ein Punkt im Arbeitsvolumen betrachtet, an dem die Empfangsantenne steht.

Die Güte ist per Definition

$$Q = \omega \frac{{}_r \langle w \rangle V}{{}_d P_d}, \quad (3.25)$$

so dass sich der Mittelwert zu

$${}_b \langle Q \rangle_{N_t} = \omega \frac{{}_r \langle w \rangle V}{{}_b \langle P_d \rangle_{N_t}}, \quad (3.26)$$

ergibt.⁷

Die Verlustleistung P_d muss im stationären Zustand von außen nachgeliefert werden. Ist P_t die Vorwärtsleistung am Fußpunkt der Sendeantenne, so folgt

$$P_d = \eta_{Tx} \underbrace{(1 - |S_{11,Tx}|^2)}_{P_{s,Tx}} P_t, \quad (3.27)$$

bzw.

$${}_b \langle P_d \rangle_{N_t} = {}_b \langle \eta_{Tx} P_{s,Tx} P_t \rangle_{N_t}. \quad (3.28)$$

⁶Die Eingangsleistung in die Kammer ist weder die Vorwärtsleistung noch die Nettoleistung. In der Regel wird die Fehlanpassung der Sendeantenne vernachlässigt und die Vorwärtsleistung benutzt.

⁷Die Energiedichte ${}_r \langle w \rangle$ ist bereits räumlich gemittelt, so dass die Gleichheit ${}_b \langle {}_r \langle w \rangle \rangle_{N_t} = {}_r \langle w \rangle$ vorausgesetzt werden kann

Für den Erwartungswert der Empfangsleistung gilt

$${}^e_b\langle P_r \rangle_{N_t} \stackrel{N_t \text{ groß}}{=} {}^t_b\langle P_r \rangle \quad (3.29)$$

$$= \left\langle \eta_{Rx} \underbrace{(1 - |S_{22,Rx}|^2)}_{p_{s,Rx}} S_c A_e \right\rangle_b \quad (3.30)$$

$$= {}_b\langle \eta_{Rx} \rangle \cdot {}_b\langle p_{s,Rx} \rangle \cdot c \cdot {}_b\langle w \rangle \cdot \frac{\lambda^2}{8\pi}, \quad (3.31)$$

so dass

$${}_b\langle w \rangle \stackrel{N_t \text{ groß}}{=} \frac{8\pi \cdot {}^e_b\langle P_r \rangle_{N_t}}{{}_b\langle \eta_{Rx} \rangle \cdot {}_b\langle p_{s,Rx} \rangle \cdot c \cdot \lambda^2} = {}_r\langle w \rangle \quad (3.32)$$

folgt. Setzt man nun [Gleichung \(3.32\)](#) und [Gleichung \(3.28\)](#) in [Gleichung \(3.26\)](#) ein, ergibt sich

$${}^e_b\langle Q \rangle_{N_t} = \frac{16\pi^2 V {}^e_b\langle P_r \rangle_{N_t}}{{}_b\langle \eta_{Rx} \rangle_{N_t} {}_b\langle \eta_{Tx} \rangle_{N_t} {}_b\langle p_{s,Rx} \rangle {}_b\langle p_{s,Tx} \rangle \lambda^3 {}^e_b\langle P_t \rangle_{N_t}}. \quad (3.33)$$

Mittelt man nun über Messungen an N_p verschiedenen Positionen im Raum folgt

$${}^e_r\langle {}^e_b\langle Q \rangle_{N_t} \rangle_{N_p} = \left\langle \frac{16\pi^2 V {}^e_b\langle P_r \rangle_{N_t}}{{}_b\langle \eta_{Rx} \rangle_{N_t} {}_b\langle \eta_{Tx} \rangle_{N_t} {}_b\langle p_{s,Rx} \rangle {}_b\langle p_{s,Tx} \rangle \lambda^3 {}^e_b\langle P_t \rangle_{N_t}} \right\rangle_{N_p}. \quad (3.34)$$

Die [Gleichung \(3.24\)](#) für die Güte nach IEC 61000-4-21 gilt als unter folgenden Bedingungen:

1. Die Fehlanpassungen von Sende- und Empfangsantenne werden vernachlässigt, d. h. $p_{s,Tx} = p_{s,Rx} = 1$ wird angenommen. Für die Anwendung der Norm heißt das, dass (im Freiraum) gut angepasste Antennen zu verwenden sind.
2. Es wird angenommen, dass die Antenneneffektivitäten der Sende- und Empfangsantennen, η_{Tx} und η_{Rx} , nicht von der Rührerstellung oder der Position im Raum abhängen.

3.3.2 Bandbreitenreduziertes Zeitbereichsverfahren

Gleichung (3.24) ist durchaus geeignet, die Güte während einer IEC-Kalibriermessung zu bestimmen. Soll jedoch nur die Güte bestimmt werden, so ist das Verfahren relativ aufwendig und zeitintensiv. Hauptgrund hierfür ist, dass in $\frac{b(P_r)_{N_t}}{b(P_t)_{N_t}}$ die Mittelwertbildung nicht mit der Division vertauscht werden kann. Hierdurch scheidet eine schnelle Messung mittels eines Netzwerkanalysators aus. In der Praxis werden in der Regel Leistungsmesser eingesetzt, da üblicherweise nicht zwei Spektrumanalysatoren oder Messempfänger zur Verfügung stehen. Wegen der vergleichsweise geringen Dynamik der Leistungsmessköpfe ist der Frequenzbereich für die Gütebestimmung in der Praxis somit meist auf den Frequenzbereich beschränkt, für den Leistungsverstärker zur Verfügung stehen.

In der Folge wird nun ein alternatives Messverfahren für die Bestimmung der Güte beschrieben, dass diese Nachteile nicht aufweist (KRAUTHÄUSER und NITSCH 2002c, 2003; KRAUTHÄUSER 2007). Das Verfahren basiert auf frühen Arbeiten von CORONA et al. (CORONA et al. 1980).

Im eingeschwungenen Zustand speichert der Hohlraumresonator eine konstante Energie. Schaltet man nun die Erregung ab, so wird die Energie über die Verlustmechanismen umgesetzt und die Energiedichte wird exponentiell abnehmen. Die Zeitkonstante dieser freien Energierelaxation τ hängt mit der Güte über die Formel

$$Q = \omega \cdot \tau = \frac{2\pi}{d} \quad (3.35)$$

zusammen, wobei d das sogenannte logarithmische Dekrement ist. Somit kann die Gütebestimmung über eine Bestimmung der Zeitkonstante τ erfolgen.

CORONA et al. zeigen in (CORONA et al. 1980), dass

$$d = \frac{1}{f \cdot \Delta t} \ln \left(\frac{E(t_0)}{E(t_0 + \Delta t)} \right) \quad (3.36)$$

gilt. Und somit folgt

$$d = \frac{\ln(10)}{20 \cdot f \cdot \Delta t} \Delta E_{dB} \quad (3.37)$$

$$= \frac{\ln(10)}{20 \cdot f \cdot \Delta t} \Delta P_{dB}. \quad (3.38)$$

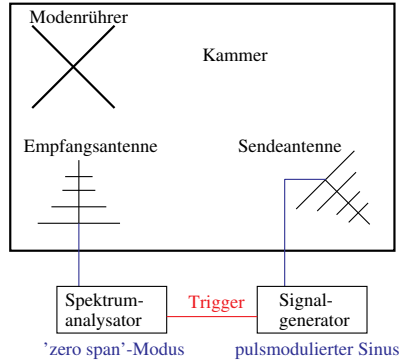


Abbildung 3.5: Messaufbau zur Bestimmung der Güte über die Messung der freien Energierelaxation.

Für die mittlere Feldstärke nach einer Zeit τ gilt somit

$$\langle E(t_0 + \tau) \rangle = (1/\sqrt{\epsilon}) \langle E(t_0) \rangle \quad (3.39)$$

$$\langle E_{dB_{V/m}}(t_0 + \tau) \rangle = \langle E_{dB_{V/m}}(t_0) \rangle - 4.34dB. \quad (3.40)$$

Aus [Gleichung \(3.38\)](#) und [Gleichung \(3.35\)](#) folgt sodann die Beziehung

$$Q = \frac{20 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta t}{\ln 10 \cdot \Delta P_{dB}} \approx 27.29 \cdot \frac{f \cdot \Delta t}{\Delta P_{dB}}. \quad (3.41)$$

Die Messung der Güte reduziert sich bei diesem Verfahren somit auf die Bestimmung die Leistungsreduzierung ΔP_{dB} (in dB) am Fußpunkt einer Messantenne im Arbeitsvolumen der Kammer und des zugehörigen Zeitintervalls Δt innerhalb des transienten Bereichs der freien Energierelaxation. Es ist wichtig, den Bereich der *freien* Relaxation zu benutzen, d. h. den Bereich des Abschwingens. Im Einschwingbereich gehört die Quelle mit ihrem Innenwiderstand zum System, sodass sich eine Zeitkonstante ergibt, die den Innenwiderstand enthält. Beim Ausschwingen ist die Quelle abgetrennt und die Zeitkonstante entspricht der Systemzeitkonstante.

Der Messaufbau zur Gütebestimmung über die Vermessung der freien Energierelaxation ist in [Abbildung 3.5](#) dargestellt. Die Anregung der Kammer erfolgt über die Sendeantenne. Das Signal kommt hierbei von einem Signalgenerator mit integriertem Pulsgenerator und Pulsmodulator.

Das Anregungssignal ist somit ein pulsmodulierter Sinus. Die Frequenz des Sinus entspricht der Frequenz, bei der die Gütebestimmung vorgenommen werden soll. Die Ein- und Auszeiten des Pulsgenerators sind so groß zu wählen, dass die Kammer sicher in den komplett eingeschwungenen bzw. komplett ausgeschwungenen Zustand kommt. Die Wahl einer Pulsperiode von 100 µs und eines Tastverhältnisses von 1:1 hat sich in der Praxis bewährt. Das Signal der Empfangsantenne wird mit Hilfe eines Spektrumanalysators erfasst. Die Mittenfrequenz des Spektrumanalysators entspricht der Anregungsfrequenz und der Analysator wird im »zero-span«-Modus betrieben. Bei dieser Betriebsart wird auf der Mittenfrequenz das Hüllkurvensignal als Funktion der Zeit dargestellt. Hierbei wird das Signal des Pulsgenerators als Trigger eingesetzt.

3.3.2.1 Anforderungen an die Messbandbreite

Bei der oben beschriebenen Messung werden nur Signale innerhalb der eingestellten Auflösungsbandbreite (RBW) erfasst. Es handelt sich somit um die Kombination einer frequenzselektiven Messung und einer Zeitbereichsmessung. Wichtig ist, dass die Bandbreite groß genug ist, um die Einhüllende nicht wesentlich zu verfälschen und andererseits klein genug um eine möglichst hohe Messdynamik zu haben. Die Flankensteilheit steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der zur vermessenden Güte: je kleiner die Güte, desto steiler die Flanke.

Die 90%-10% Abfallzeit $T_{90,10}$ und die RBW müssen der Beziehung $T_{90,10} \geq 0.35/\text{RBW}$ genügen. Mit [Gleichung \(3.36\)](#) folgt daraus unmittelbar

$$d = \frac{1}{f \cdot T_{90,10}} \ln \left(\frac{0.9E_0}{0.1E_0} \right) \quad (3.42)$$

$$= \frac{\text{RBW}}{0.35f} \ln(9) \approx \frac{6.28 \cdot \text{RBW}}{f}. \quad (3.43)$$

Dies entspricht einem theoretischen unteren Limit für die minimale Güte,

$$Q_{\min, \text{th}} = \frac{\pi}{d} \approx \frac{f}{2 \cdot \text{RBW}}. \quad (3.44)$$

Für die praktische Anwendung sollte die Anfallzeit des Signals um einen Faktor 3–5 größer als $T_{90,10}$ sein. Hieraus folgt dann ein tatsächliches Q-Limit, das um einen Faktor 3–5 größer ist:

$$Q_{\min, \text{real}} = k \cdot Q_{\min, \text{th}}, \quad k \text{ zwischen 3 und 5} \quad (3.45)$$

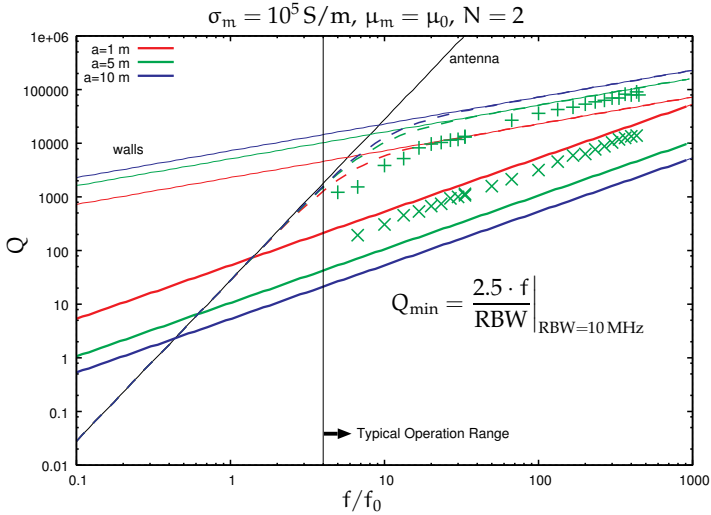


Abbildung 3.6: Vergleich der für $\text{RBW} = 10 \text{ MHz}$ und $k = 5$ berechneten Werte von $Q_{\min}$ mit tatsächlich für Modenverwirbelungskammern zu erwartenden Gütewerten. Damit eine einfache Darstellung über f/f_0 (f_0 : niedrigste Resonanzfrequenz) möglich ist, wurden die theoretischen Kurven für den Fall einer würfelförmigen Geometrie mit Kantenlänge a berechnet. Die Symbole zeigen experimentelle Güten der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer für minimale (+) und maximale Beladung (x).

Ein Wert von $k = 5$ ergibt eine hervorragende Übereinstimmung mit den in (KRAUTHÄUSER und NITSCH 2003) präsentierten experimentellen Werten.

Die Frequenzabhängigkeit von $Q_{\min, \text{real}}$ hat Konsequenzen für den Einsatzbereich der Methode. Für hohe Frequenzen erwartet man einen Schnittpunkt mit der flacheren Güte, die sich aus den Wandverlusten ergibt (siehe Gleichung (2.223)):

$$\frac{2.5 \cdot f}{\text{RBW}} = \frac{3\mu_0 V}{2\mu_m \delta_s S'} \quad \delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_m \sigma_m}} \quad (3.46)$$

$$f = \frac{9\pi (\text{RBW})^2 \mu_0^2 \sigma_m V^2}{25 \mu_m S^2} \quad (3.47)$$

Für den Fall einer würfelförmigen MVK mit Kantenlänge a ($V = a^3$, $S = 6a^2$) lässt sich die obere Frequenzgrenze auch einfach auf die erste Resonanzfrequenz $f_0 = c/(a\sqrt{2})$ beziehen:

$$f' = \frac{f}{f_0} = \frac{a\sqrt{2}}{c} f = \frac{9\pi\sqrt{2}}{25 \cdot 36} \frac{(\text{RBW})^2 \mu_0^2 \sigma_m a^3}{c \mu_m} \quad (3.48)$$

Die obere Frequenzgrenze wächst also mit a^3 . Der kritische Fall tritt somit bei kleinen Modenverwirbelungskammern ein. Bei einer Kantenlänge von $a = 1 \text{ m}$ folgt für $\mu_m = \mu_0$ und eine recht kleine Wandleitfähigkeit von $\sigma_m = 1 \cdot 10^5 \text{ S/m}$ eine obere relative Frequenzgrenze von $f' \approx 1860$. Approximiert man die LUF mit $4 \cdot f_0$, so entspricht die obere Frequenzgrenze dem 465-fachen der LUF.

Zu tiefen Frequenzen hin erwartet man eine weitere Grenze der Anwendbarkeit aufgrund der Antennenverluste (siehe [Gleichung \(2.227\)](#)):

$$\frac{2.5 \cdot f}{\text{RBW}} = \frac{(2\pi f)^3 V}{N \langle p_m \rangle \pi c^3} \quad (3.49)$$

$$f = \sqrt{\frac{2.5}{\text{RBW}} \frac{N \langle p_m \rangle c^3}{8\pi^2 V}} \quad (3.50)$$

Für den Fall der würfelförmigen MVK mit Kantenlänge a ergibt sich dann für die relative Frequenz

$$f' = \sqrt{\frac{5}{\text{RBW}} \frac{N \langle p_m \rangle c}{8\pi^2 a}}. \quad (3.51)$$

Der kritischste Fall ist somit wiederum der Fall einer kleinen MVK. Für $a = 1 \text{ m}$, $N = 2$, $\langle p_m \rangle = 0.5$ und $\text{RBW} = 10 \text{ MHz}$ ergibt sich $f' \approx 1.4$, was immer noch deutlich unter der zu erwartenden LUF liegt.

Die Ergebnisse sind in der [Abbildung 3.6](#) dargestellt. Dort sind zusätzlich noch die experimentellen Gütewerte der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer für den Fall der maximalen und der minimalen Beladung eingezeichnet.

3.4 Grundkalibrierung

Die IEC-Norm 61000-4-21 sieht eine Grundkalibrierung der Kammer vor. Ziel dieser Grundkalibrierung ist es sicherzustellen, dass eine ausreichend

geringe Feldinhomogenität im Arbeitsvolumen gewährleistet ist. Nachzuweisen ist hierbei die Einhaltung des Inhomogenitätsgrenzwertes sowohl für die leere als auch für die *maximal beladene* Kammer. Die Beladung der Kammer soll hierbei die Beladung durch ein EUT simulieren und wird in der Regel durch das Einbringen von Absorbern ins Arbeitsvolumen erreicht. Der Begriff »maximale Beladung« bezieht sich auf die spätere Beladung während einer EUT-Messung: Im Rahmen der EUT-Kalibrierung ([Abschnitt 3.5](#)) ist nachzuprüfen, dass die Beladung der Kammer durch das EUT die maximale Beladung nicht übersteigt. Nur in diesem Fall kann eine normgerechte Messung am EUT durchgeführt werden.

Die Grundkalibrierung beginnt mit einer *Schätzung* der Startfrequenz f_s . Diese Schätzung basiert in der Regel auf einer vorhergehenden Analyse des Modenrührers (vergleiche [Abschnitt 3.2](#)). Bewährt hat sich die auch in der Norm empfohlene Grenze von 50 unabhängigen Randbedingungen, die der Modenrührer hervorzubringen in der Lage sein muss. Die Richtigkeit der Annahme von f_s als Startfrequenz ist am Ende der Grundkalibrierung durch Vergleich mit dem Homogenitätskriterium zu validieren. Im Falle der Falsifikation muss die Kalibrierung mit einem angepasstem Wert für f_s erneut durchgeführt werden.

Basierend auf der Wahl von f_s wird der Frequenzbereich unterteilt und in den Intervallen mit unterschiedlichen Schrittweiten und Anzahlen von Rührerpositionen (12–50) gemessen. Aufgezeichnet werden hierbei für alle Frequenzen und alle Rührerpositionen

- Hin- und rücklaufende Leistung bezogen auf den Port der Sendeanenne,
- Empfangsleistung am Port der Referenzantenne
- und x, y, und z-Komponente des elektrischen Feldstärkebetrags.

Die Messung der Feldstärke erfolgt hierbei an den 8 Ecken des Arbeitsvolumen; die Empfangsleistung der Referenzantenne wird an 8 Positionen im Arbeitsvolumen bei unterschiedlichen und Ausrichtungen bestimmt.⁸

Aus den Messungen werden bestimmt

1. Für jeden Ort:

⁸Die Norm erlaubt eine Reduktion der Anzahl der Messpositionen auf drei oberhalb von $10f_s$.

Die mittlere Eingangsleistung P_{Input} : linearer Mittelwert der Eingangsleistung (in der Regel die Vorwärtsleistung) über die N_T (statistisch unabhängigen) Rührerpositionen,

$$P_{\text{Input}} = \frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t} \quad (3.52)$$

Die mittlere Empfangsleistung P_{AveRec} :

$$P_{\text{AveRec}} = \frac{e}{b} \langle P_r \rangle_{N_t} \quad (3.53)$$

Die maximale Empfangsleistung P_{MaxRec} :

$$P_{\text{MaxRec}} = \frac{e}{b} [P_r]_{N_t} \quad (3.54)$$

Die maximalen x,y,z-E-Komponenten $E_{\text{Max},x,y,z}$:

$$E_{\text{Max},x} = \frac{e}{b} [E_x]_{N_t} \quad (3.55)$$

$$E_{\text{Max},y} = \frac{e}{b} [E_y]_{N_t} \quad (3.56)$$

$$E_{\text{Max},z} = \frac{e}{b} [E_z]_{N_t} \quad (3.57)$$

Die normalisierte Feldstärken $\overset{\leftrightarrow}{E}_{x,y,z}$:

$$\overset{\leftrightarrow}{E}_x = \frac{E_{\text{Max},x}}{\sqrt{P_{\text{Input}}}} = \frac{\frac{e}{b} [E_x]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}} \quad (3.58)$$

$$\overset{\leftrightarrow}{E}_y = \frac{E_{\text{Max},y}}{\sqrt{P_{\text{Input}}}} = \frac{\frac{e}{b} [E_y]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}} \quad (3.59)$$

$$\overset{\leftrightarrow}{E}_z = \frac{E_{\text{Max},z}}{\sqrt{P_{\text{Input}}}} = \frac{\frac{e}{b} [E_z]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}} \quad (3.60)$$

2. Aus diesen (jeweils acht) Werten:

Die mittleren normierten Feldstärken $\langle \vec{E}_{x,y,z} \rangle$:

$$\langle \vec{E}_x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^8 \vec{E}_{x,i}}{8} = \left\langle \frac{\frac{e}{b} [E_x]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_r \quad (3.61)$$

$$\langle \vec{E}_y \rangle = \frac{\sum_{i=1}^8 \vec{E}_{y,i}}{8} = \left\langle \frac{\frac{e}{b} [E_y]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_r \quad (3.62)$$

$$\langle \vec{E}_z \rangle = \frac{\sum_{i=1}^8 \vec{E}_{z,i}}{8} = \left\langle \frac{\frac{e}{b} [E_z]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_r \quad (3.63)$$

$$\langle \vec{E} \rangle_{24} = \frac{\sum_{r=x,y,z} \sum_{i=1}^8 \vec{E}_{r,i}}{24} = \left\langle \frac{\sum_{r=x,y,z} \frac{e}{b} [E_r]_{N_t}}{\sqrt{\frac{e}{b} \langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_{24} \quad (3.64)$$

Die räumlichen Standardabweichungen $\sigma_{x,y,z}$:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 (\vec{E}_{x,i} - \langle \vec{E}_x \rangle)^2}{8 - 1}} \quad (3.65)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 (\vec{E}_{y,i} - \langle \vec{E}_y \rangle)^2}{8 - 1}} \quad (3.66)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 (\vec{E}_{z,i} - \langle \vec{E}_z \rangle)^2}{8 - 1}} \quad (3.67)$$

$$\sigma_{24} = \sqrt{\frac{\sum_{r=x,y,z} \sum_{i=1}^8 (\vec{E}_{r,i} - \langle \vec{E} \rangle_{24})^2}{24 - 1}} \quad (3.68)$$

Den Antennenkalibrierfaktor (ACF):

$$\text{ACF} = \left\langle \frac{P_{\text{AveRec}}}{P_{\text{Input}}} \right\rangle_r \quad (3.69)$$

Die Kammereinfügedämpfung (IL):

$$\text{IL} = \left\langle \frac{P_{\text{MaxRec}}}{P_{\text{Input}}} \right\rangle_r \quad (3.70)$$

Die Kalibrierprozedur ist in gleicher Weise für die leere und die maximal Beladene Kammer durchzuführen. Das Maß der Beladung (Loading) wird über das Verhältnis der Antennen Kalibrierfaktoren definiert und sollte größer als 16 (12 dB) sein:

$$\text{Loading} = \frac{\text{ACF}_{\text{leer}}}{\text{ACF}_{\text{beladen}}} \quad (3.71)$$

Die Kalibrierung gilt als erfolgreich, wenn alle Standardabweichungen (einzelne Komponenten, gesamter Datensatz, leer und beladen) kleiner als 3 dB sind. Für tiefe Frequenzen wird diese Grenze gelockert: unterhalb von 100 MHz sind 4 dB erlaubt und zwischen 100 MHz und 400 MHz fällt die Grenze linear auf den Wert von 3 dB.⁹ Des weiteren dürfen bei maximal drei Frequenzen pro Oktave Grenzüberschreitungen um maximal 1 dB auftreten.

3.5 EUT-Kalibrierung

Vor der eigentlichen EUT-Messung wird eine Kurzkalibrierung durchgeführt, bei der sich das EUT bereits im Arbeitsvolumen befindet. Der Messablauf entspricht der Durchführung der Grundkalibrierung, wobei allerdings auf Sondenmessungen ganz verzichtet werden kann. Die Position der Referenzantenne darf variiert werden, muss es aber nicht, d. h. in der Regel wird die EUT-Kalibrierung mit nur einer Position der Referenzantenne durchgeführt. Aus den Messwerten wird der *Kammerkalibrierfaktor* (CCF) bestimmt. Er entspricht dem Antennenkalibrierfaktor (ACF) der Grundkalibrierung, d. h.

$$\text{CCF} = \left\langle \frac{P_{\text{AveRec}}}{P_{\text{Input}}} \right\rangle_{1-8} \quad (3.72)$$

Aus dem ACF und dem Kammerkalibrierfaktor (CCF) bestimmt man den *Kammerbeladungsfaktor* CLF gemäß

$$\text{CLF} = \frac{\text{CCF}}{\text{ACF}} \quad (3.73)$$

⁹Die Aufweichung der Grenze zu tiefen Frequenzen hin ist historisch begründet. Zur Zeit der Entwicklung der Norm existierte bereits eine Reihe von relativ großen Kammern, die das 3 dB Kriterium bei tiefen Frequenzen nicht einhalten. Die Diskussion über eine einheitliche Grenze ist im Zuge der Überarbeitung der IEC 61000-4-21 erneut aufgeflammt, so dass eine zukünftige Änderung der Grenze nicht auszuschließen ist.

Die Beladung durch das EUT muss kleiner als die maximale Beladung, für die das Homogenitätskriterium überprüft wurde, sein. Es muss daher

$$\text{CLF} \leq \text{Loading} \quad (3.74)$$

erfüllt sein.

Aus dem CCF ergibt sich die Güte Q der Kammer bei Anwesenheit des EUT zu¹⁰

$$Q = \frac{16\pi^2 V}{\eta_{Tx} \eta_{Rx} \lambda^3} \text{CCF}. \quad (3.75)$$

3.6 Störfestigkeitsmessung

Die Festlegung der Testfeldstärke E_{Test} für Störfestigkeitsmessungen erfolgt über den räumlichen Mittelwert des Maximalwertes bezüglich der Rührerpositionen normierten kartesischen Feldkomponenten $\langle \vec{E} \rangle_{24}$ aus Gleichung (3.64). Ist P_{Input} die mittlere während des Tests zugeführte Leistung ergibt sich die Verhältnisrelation

$$\frac{E_{\text{Test}}}{\text{CCF}} = \frac{\langle \vec{E} \rangle_{24}}{\text{ACF}} \cdot \sqrt{P_{\text{Input}}}, \quad (3.76)$$

bzw.

$$P_{\text{Input}} = \left(\frac{E_{\text{Test}}}{\langle \vec{E} \rangle_{24} \cdot \sqrt{\text{CCF}}} \right)^2 \quad (3.77)$$

3.7 Störemissionsmessung

In diesem Abschnitt werden Methoden zur Messung der Emission eines EUT diskutiert. Im Gegensatz zu Freifeldern und Absorberhallen wird in der MVK die gesamte abgestrahlte Leistung und nicht die Feldstärke in einem bestimmten Anstand gemessen. Die Frage der Korrelierbarkeit dieser beiden Größen ist noch nicht abschließend beantwortet; Material hierzu findet sich beispielsweise in (HOLLOWAY et al. 2003c; KOEPKE et al. 2000; WILSON et al. 2001, 2002b, 2004).

¹⁰In gleicher Weise berechnen sich die Güten von leerer und maximal Beladener Kammer aus den Antennenkalibrierfaktoren ACF.

Hier wird es zunächst darum gehen, wie die total abgestrahlte Leistung bestimmt werden kann. Hierzu wird zunächst die Methodik der IEC 61000-4-21 vorgestellt (die in ihrer jetzigen Fassung (2003) auch eine Korrelationsformel angibt), bevor eine hierzu alternative Methode eingeführt wird.

Die gemeinsame Basis der weiteren Erörterungen ist die [Gleichung \(2.146\)](#) aus dem [Abschnitt 2.5.1](#), die aus Gründen der Übersicht hier noch einmal dargestellt wird:

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle \quad (\text{allgemein}) \quad (3.78)$$

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle \quad (\text{angepasst}) \quad (3.79)$$

3.7.1 Methode nach IEC 61000-4-21

IEC 61000-4-21 beschreibt normativ zwei alternative Methoden zur Bestimmung der total abgestrahlten Leistung P_{rad} eines EUT:¹¹

- Basierend auf der Messung der mittleren Empfangsleistung P_{AveRec} und dem CCF

$$P_{\text{rad}} = \frac{\eta_T \cdot P_{\text{AveRec}}}{\text{CCF}}. \quad (3.80)$$

Der CCF ist definiert als

$$\text{CCF} = \left\langle \frac{P_{\text{AveRec}}}{P_{\text{input}}} \right\rangle_{\text{Antennen Positionen}}. \quad (3.81)$$

Der CCF wird während der EUT-Kalibrierung bestimmt. Bei dieser Messung befindet sich das EUT im ausgeschalteten Zustand in der Kammer. Die Kammer wird angeregt mit einem Dauerstrichsignal der mittleren Leistung (bezüglicher der Variation der Randbedingungen) P_{input} und die mittlere Leistung am Fußpunkt der Empfangsantenne P_{AveRec} wird bestimmt. Die Bezeichnung $\langle \cdot \rangle_{\text{Antennen Positionen}}$ steht für eine mögliche, aber nicht normativ vorgeschriebene, Mittelung bezüglich mehrerer Positionen der Empfangsantenne im Raum.

¹¹Im Folgenden wird wieder die Notation des IEC-Standards benutzt.

- Basierend auf der Messung der maximalen Empfangsleistung

$$P_{\text{rad}} = \frac{\eta_T \cdot P_{\text{MaxRec}}}{\text{CLF} \cdot \text{IL}}. \quad (3.82)$$

Hierbei ist P_{MaxRec} die maximale Empfangsleistung bezüglich der Veränderung der Randbedingungen und der Kammerbeladungsfaktor (CLF) ist ein Faktor, sich aus der Kombination der EUT-Kalibrierung und der Grundkalibrierung ergibt. Die Definition der CLF ist

$$\text{CLF} = \frac{\text{CCF}}{\text{ACF}}, \quad (3.83)$$

wobei der ACF analog zum CCF definiert ist, sich aber auf die Ergebnisse der Grundkalibrierung der leeren Kammer bezieht. Die Kammereinfügedämpfung (IL) folgt ebenfalls aus der Grundkalibrierung der leeren Kammer und ist gegeben durch

$$\text{IL} = \left\langle \frac{P_{\text{MaxRec}}}{P_{\text{input}}} \right\rangle_{\text{Antennen Positionen}}. \quad (3.84)$$

Während der Grundkalibrierung werden acht verschiedene Antennenpositionen verwendet.

Prinzipiell sollte die Methode basierend auf P_{AveRec} bevorzugt werden, da sie auf Grund der Verwendung des Mittelwertes eine geringere Unsicherheit aufweist. Darüber hinaus geht hier nur die EUT-Kalibrierung und nicht die Grundkalibrierung ein.

Bemerkenswerterweise gehen charakteristische Eigenschaften der Empfangsantenne wie Polarisierung, Effektivität und Fehlanpassung nicht in das Ergebnis der Messung ein. Deutlich wird dies, wenn die [Gleichung \(3.80\)](#) zu

$$\frac{P_{\text{rad,EUT}}}{P_{\text{AveRec,EUT}}} = \frac{\eta_T P_{\text{input,EUTCal}}}{P_{\text{AveRec,EUTCal}}} \quad (3.85)$$

umgeschrieben wird (für eine Antennenposition). Die Größe $\eta_T P_{\text{input,EUTCal}}$ ist die abgestrahlte Leistung während der EUT-Kalibrierung *falls* $P_{\text{input,EUTCal}}$ die der Sendeantenne zur Verfügung gestellte Leistung ist. Die Ermittlung von $P_{\text{input,EUTCal}}$ ist aber durchaus problematisch, da sie weder der Vorwärtsleistung (wegen der Fehlanpassung) noch der Nettoleistung entspricht. Letzteres folgt aus der Tatsache, dass die Sendeantenne ebenfalls als Empfangsantenne wirkt und die empfangene Leistung in die in die Nettoleistung mit eingeht ([LADBURY et al. 1999](#)). In der Regel ist (für ausreichend hohe Frequenzen) die Anpassung der Sendeantenne gut genug, so dass die Vorwärtsleistung benutzt werden kann.

3.7.2 Alternative Methode

Im Gegensatz zur oben beschriebenen IEC-Methode wird nun eine Vorgehensweise zur Analyse von [Gleichung \(2.146\)](#) vorgestellt, die mit einer einzigen Messung auskommt ([KRAUTHÄUSER 2007](#)). Das bedeutet, dass $\langle P_r \rangle$ und $\langle Q \rangle$ gleichzeitig gemessen werden müssen. Das Verfahren basiert auf dem bandbreitenreduzierten Zeitbereichsmessverfahren zur Bestimmung der Güte aus [Abschnitt 3.3.2](#) ([KRAUTHÄUSER und NITSCH 2002c, 2003](#)).

3.7.2.1 Simultane Messung von Güte und Empfangsleistung

Bei der Gütebestimmung nach [Abschnitt 3.3.2](#) kann der zeitliche Signalverlauf in vier Bereiche eingeteilt werden.

- »**Ein,T**«: Unmittelbar nach den Einschalten der Leistung am Signalgenerator ist das Feld in der Kammer transient. Der Pegel der Hüllkurve wächst (im Mittel) vom Rauschpegel auf seinen stationären Wert.
- »**Ein,S**«: Liegt das Signal des Signalgenerators bereits lange genug an, befindet sich die Kammer im eingeschwungenen Zustand (stationär). Der Pegel der Hüllkurve ist konstant.
- »**Aus,T**«: Nach dem Abschalten der Leistung relaxieren die Felder. Das Feld ist transient. Die Hüllkurve fällt (im Mittel) von ihrem stationären Wert auf den Rauschpegel.
- »**Aus,S**«: Ist die Leistung des Signalgenerators bereits lange abgeschaltet, so stellt sich wieder ein stationärer Zustand ein. Das Hüllkurvensignal entspricht dem Rauschpegel.

Die Leistung an der Empfangsantenne im Zustand »Ein,S« kann immer so eingestellt werden, dass sie wesentlich größer als die vom EUT abgestrahlte Leistung ist. Daher kann das bandbreitenreduzierte Zeitbereichsmessverfahren zur Bestimmung der Güte ohne Veränderung eingesetzt werden, auch wenn das *eingeschaltete* EUT in der Kammer präsent ist. [Abbildung 3.7](#) zeigt, dass weder der Hüllkurvenpegel im Zustand »Ein,S« noch die Transiente der freien Energierelaxation (»Aus,T«) durch die Abstrahlung des EUT beeinflusst wird. Alle Parameter zur Auswertung von [Gleichung \(2.146\)](#) (Δt und ΔP_r zur Gütebestimmung sowie $\langle P_r \rangle$) können somit aus einer einzigen Aufnahme des zeitlichen Hüllkurvenverlaufs gewonnen werden. Die Werte Δt und ΔP_r werden hierzu aus dem Bereich

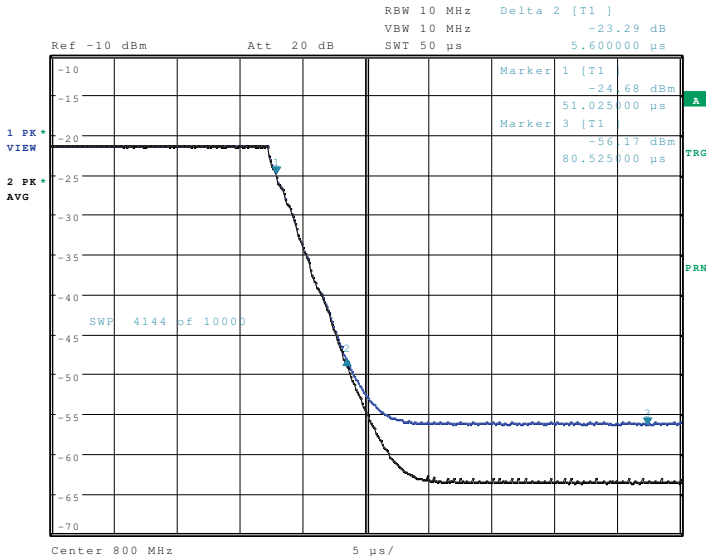


Abbildung 3.7: Gemittelte zeitliche Hüllkurvenverläufe mit dem eingeschwungenen Zustand »Ein,S«, dem Bereich der freien Energiierelaxation »Aus,T« und dem eingeschwungenen Zustand ohne äußere Anregung »Aus,S«. Rechts erkennt man die Pegelanhebung auf Grund der EUT-Abstrahlung. In den anderen Bereichen werden die Pegel durch die Abstrahlung nicht wesentlich beeinflusst.

der freien Energiierelaxation extrahiert (»Aus,T«) und $\langle P_r \rangle$ ist der Pegel im Bereich »Aus,S«. Genaugenommen stimmt dies jedoch nur für den Fall, dass auch das EUT-Signal mit größerer Auflösungsbandbreite gemessen werden kann (z. B. bei weit separierten nadelförmigen Spektrallinien). Im Allgemeinen wird jedoch für die EUT-Messung eine bestimmte Kombination von Detektor- und Auflösungsbandbreiteneinstellung vorgegeben sein. Dies stellt jedoch kein prinzipielle Problem dar, da moderne Spektrumanalysatoren mehrere Messungen mit unterschiedlichen Messeinstellungen zeitversetzt durchführen können. Ein Beispiel ist in [Abbildung 3.8](#) dargestellt. Die Erhöhung der Messzeit ist hierbei praktisch unerheblich, weil die Zeit für eine Kurve im Millisekundenbereich liegt.

3 Messverfahren nach IEC 61000-4-21

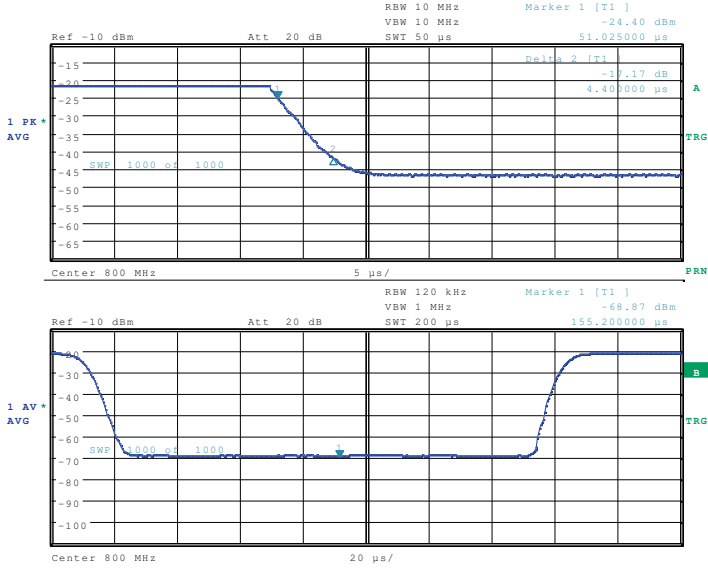


Abbildung 3.8: Quasi simultane Messung zweier Verläufe mit unterschiedlichen Einstellungen der Messparameter. Der obere Verlauf dient der Bestimmung der Güte (Spitzenwertdetektor, 10 MHz RBW). Aus dem unteren Verlauf wird die Abstrahlung des EUT bestimmt (Mittelwertsdetektor, 120 kHz RBW).

Die Kombination von Gleichung (2.146) und Gleichung (3.41) liefert

$$\langle P_t \rangle = \frac{4\pi V \ln(10) f^2 \Delta P_{dB}}{\eta_r 5c^3 \Delta t} \langle P_r \rangle. \quad (3.86)$$

In »dB«-Einheiten ausgedrückt ergibt dies¹²

$$\begin{aligned} \langle P_t \rangle |_{dBm} &= -10 \log(\eta_r) + 10 \log(V |_{m^3}) \\ &\quad -10 \log(\Delta t |_{\mu s}) \\ &\quad + 20 \log(f |_{MHz}) - 66.68 \\ &\quad + 10 \log(\Delta P_{dB}) + \langle P_r \rangle |_{dBm}. \end{aligned} \quad (3.87)$$

¹²Der Ausdruck $+10 \log(\Delta P_{dB})$ kann leicht zu Anwendungsfehlern führen. Hier ist tatsächlich das Zehnfache des Logarithmus der bereits dB-skalierten Größe zu berechnen.

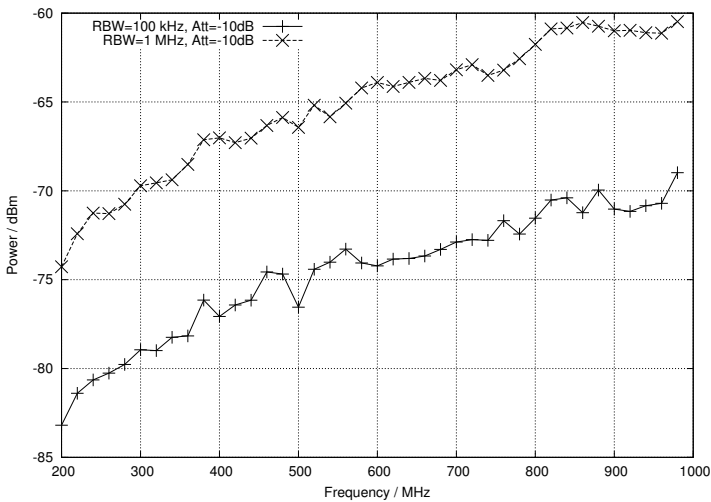


Abbildung 3.9: Rauschpegel für zwei unterschiedliche Auflösungsbandbreiten.

Für eine gegebene MVK ist $-10 \log(\eta_r) + 10 \log(V_{m^3}) - 66.68$ eine Kamerspezifische Konstante.

3.7.2.1.1 Sensitivität Die Sensitivität der neuen Messmethode kann durch Anwendung der Methode auf den Fall, dass kein EUT vorhanden ist, ermittelt werden. Ergebnisse solcher Messungen sind in der [Abbildung 3.9](#) für Auflösungsbandbreiten von 100 kHz und 1 MHz bei Verwendung einer internen Abschwächung des Spektrumanalysators von 10 dB dargestellt. Maßgeblich für die Sensitivität der Methode ist neben der Auflösungsbandbreite natürlich auch das verwendete Gerät. Die gezeigten Resultate sind daher nicht methodenspezifisch. Die Kenntnis der Sensitivität wird aber wichtig im Zusammenhang mit den in der Folge dargestellten experimentellen Ergebnissen.



Abbildung 3.10: Der Rauschgenerator »CNEIII« mit 100 mm Monopolantenne.

3.7.2.2 Vergleich mit den IEC Methoden

Zur Evaluation der neuen Messmethode wurden zwei Referenzstrahlungsquellen herangezogen. Die erste Quelle ist ein batteriegespeicherter Rauschgenerator »CNEIII« von »York Electromagnetics« mit einer 100 mm langen Monopolantenne. Die Antenne ist für den Frequenzbereich bis 1 GHz spezifiziert. [Abbildung 3.10](#) zeigt die Einheit von Generator und Antenne.

Das zweite Gerät ist ein ebenfalls batteriegespeicherter Kammgenerator »RSG2000« von »Schaffner«. Der Ausgangspegel dieses Generators wurde durch einen externen Abschwächer um 20 dB reduziert. Als Antenne kommt hier dieselbe Monopolantenne wie im ersten Fall zum Einsatz. Der Kammgenerator »RSG2000« ist in [Abbildung 3.11](#) dargestellt.

Für beide Geräte wurden drei Messungen durchgeführt:

1. Messung des Generatorausgangspegels. Im Falle des »CNEIII« erfolgte die Messung mit den Mittelwertsdetektor; beim »RSG2000« kam der Spitzenwertdetektor zum Einsatz. In beiden Fällen betrug die Auflösungsbandbreite 100 kHz.



Abbildung 3.11: Kammgenerator »RSG2000« mit Abschwächer und aufgesetzter Monopolantenne.

2. Eine Messung der Abstrahlung nach IEC 61000-4-21 wurde durchgeführt (EUT-Kalibrierung und EUT-Messung). Die gesamt abgestrahlten Leistungen basierend auf dem CCF und dem Kammerbeladungsfaktor (CLF) nach [Gleichung \(3.80\)](#) und [Gleichung \(3.82\)](#) wurden bestimmt.
3. Bestimmung der total abgestrahlten Leistung mit der neuen Methode. Hierbei wurden zwei Hüllkurven parallel vermessen. Die Bestimmung der Güte aus der freien Energierelaxation erfolgt mit maximaler Bandbreite (10 MHz) und Spitzenwertdetektor. Zur Bestimmung des EUT-Pegels im Zustand »Aus,S« fanden die gleichen Messparameter wie bei den IEC-Messungen Anwendung.

Alle dargestellten Messungen sind in der großen Magdeburger Moden-

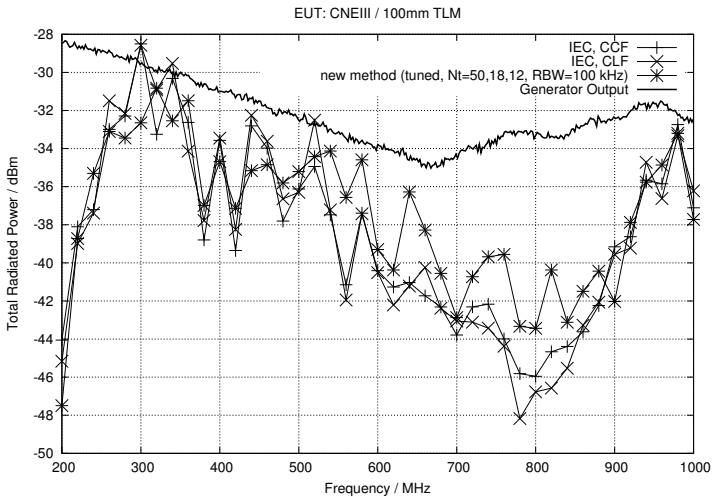


Abbildung 3.12: Ausgangspegel des Generators und total abgestrahlte Leistungen gemäß den verschiedenen Methoden für die Rauschquelle »CNEIII«.

verwirbelungskammer durchgeführt worden (LUF=200 MHz).

3.7.2.2.1 Rauschstrahlungsquelle »CNEIII« Der Rauschgenerator »CNEIII« produziert eine Pseudorandsignal mit Frequenzen bis 2 GHz. Zum Vergleich der IEC-Methoden mit der neuen Methode wurde die gesamte abgestrahlte Leistung im Frequenzbereich zwischen 200 MHz und 1 GHz bestimmt. Die Frequenzschrittweite betrug 20 MHz.

Die Ergebnisse der Messungen sind in [Abbildung 3.12](#) dargestellt. Vergleicht man die Resultate ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung für Frequenzen unterhalb von 500 MHz und oberhalb von 900 MHz. Dazwischen zeigen sich Abweichungen von bis zu 5 dB.

3.7.2.2.2 Kammgenerator »RSG2000« Der Kammgenerator »RSG2000« erzeugt ein Linienspektrum mit 100 MHz Linienabstand im Frequenzbereich bis 18 GHz. Durch die Limitierungen von Kammer (LUF) und Monopolantenne wurde auch hier nur der Frequenzbereich zwischen 200 MHz und 1 GHz untersucht. In diesem Frequenzintervall liegen neun Linien.

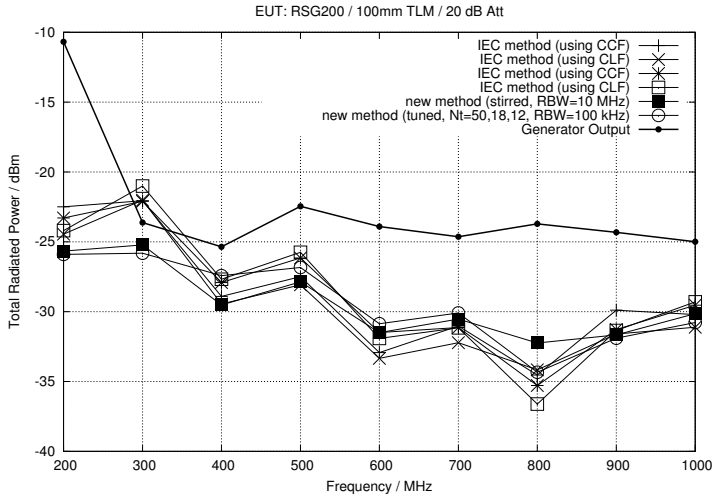


Abbildung 3.13: Ausgangspegel des Generators und total abgestrahlte Leistungen gemäß den verschiedenen Methoden für den Kammgenerator »RSG2000«.

Die Resultate der Messungen sind in [Abbildung 3.13](#) wiedergegeben. Sowohl für die IEC-Methoden als auch für die neue Methode wurden hier zwei Einzelmessungen durchgeführt um die Reproduzierbarkeit zu testen. Im Falle der neuen Methode wurde auch eine Messung im »mode-stirred«-Betrieb der Kammer durchgeführt, bei der die Mittelung der Messkurven direkt im Analysator erfolgte. Die Auswertung erfolgte dann manuell durch einsetzen von Marker-Werten in [Gleichung \(3.87\)](#). Die andere Messung mit der neuen Methode erfolgte im »mode-tuned«-Betrieb der Kammer mit unterschiedlichen Messeinstellungen für die Bestimmung von $\langle Q \rangle$ und von $\langle P_r \rangle$.

Der intramethodische Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung. Im Falle der neuen Methode ergeben sich Unterschiede bis 2.5 dB. Eine Hauptursache dieser Abweichungen ist sicher die unterschiedliche Betriebsart der Kammer (»stirred« vs. »tuned«). Im Falle des Kammgenerators ist der Einfluss der Messbandbreite vernachlässigbar. Die Unterschiede der beiden IEC-Methoden betragen ebenfalls maximal 2.5 dB.

Auch ein intermethodischer Vergleich ergibt ähnliche Resultate. Ledig-

lich bei zwei Frequenzen ergeben sich bemerkenswerte Unterschiede: bei 300 MHz liegen die IEC-Ergebnisse über dem Generatorausgangspegel und bei 800 MHz ist der Messwert für den Fall der manuellen Messung mit der neuen Methode um mehr als 2.5 dB größer als die anderen Werte.

Die Ausgangsleistung des Generators stellt die obere Grenze für die möglichen Werte der gesamt abgestrahlten Leistung dar. Festzustellen ist jedoch, dass diese Grenze in den IEC-Messungen im Bereich von 300 MHz leicht überschritten wird. Da nur bei Auswertung über den Kammerbeladungsfaktor (CLF) Information der Grundkalibrierung eingeht, der Effekt aber bei beiden Auswertungen auftritt, kann die Ursache nur im Bereich der EUT-Kalibrierung bzw. der EUT-Messung liegen. Die genaue Ursache ist zurzeit noch offen.

3.7.2.2.3 Abhängigkeit von der Position Die Anregung der MVK mit einer bestimmten Leistung wird immer zu räumlich inhomogenen Werten für die Erwartungswerte der elektrischen Größen (Feldstärke, Energiedichte, skalare Leistungsdichte, etc.) führen. Die Streuung der Werte hängt hierbei von der Anzahl der unabhängigen Randbedingungen ab; mehr unabhängige Randbedingungen führen zu einer größeren räumlichen Homogenität. Somit existiert immer eine *positionsabhängige* Kopplung zwischen einer Sende- und einer Empfangsantenne in der Kammer. Die räumliche Inhomogenität ist somit eine *intrinsische* Begrenzung für die Genauigkeit sowohl von Störfestigkeits- als auch von Emissionsmessungen. Die Variationen aufgrund der räumlichen Inhomogenität treten daher unabhängig von der konkret gewählten Messmethode auf. Unterschiede in der Streuung bei verschiedenen Methoden sind daher nur dann zu erwarten, wenn diese nicht durch Inhomogenität, sondern durch andere, methodenspezifische Faktoren nach unten limitiert ist.

Zur Untersuchung des methodischen Einfluss auf die Streuung wurden Messungen an fünf verschiedenen Positionen mit je drei unterschiedlichen EUT-Orientierungen durchgeführt. Zu Anwendung kamen wieder die beiden IEC-Methoden und die neue Methode. Die Ergebnisse (relativ zum Mittelwert der 15 Messungen) sind in den Abbildungen 3.14(a)–3.14(c) dargestellt.

Wie erwartet liegen alle Methoden im gleichen Variationsbereich. Die Standardabweichungen betragen etwa ± 1.5 dB bis ± 2 dB und die maximalen Abweichungen sind typischerweise kleiner als ± 3 dB. Für alle Methoden ist der Betrag der minimalen Abweichung signifikant größer (6 dB bis

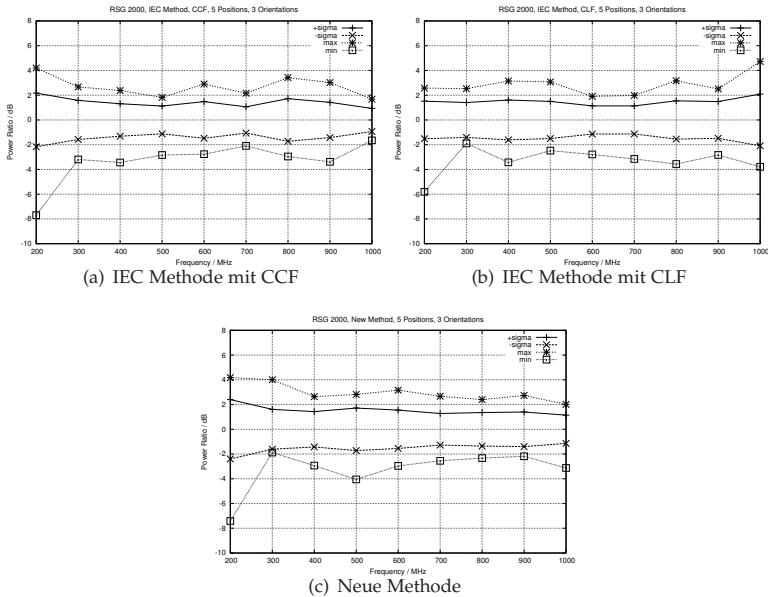


Abbildung 3.14: Abweichungen von der mittleren total abgestrahlten Leistung. Die Messungen wurden an 5 räumlichen EUT-Positionen und mit drei orthogonalen EUT-Orientierungen durchgeführt. Die vier Linien zeigen die Standardabweichung ($\pm$ sigma) sowie das Minimum (min) und das Maximum (max).

8 dB) im Bereich kleiner Frequenzen (in der Nähe der LUF).

3.7.2.2.4 Abhängigkeit von der Beladung Die beiden verwendeten Generatoren sind klein und bewirken keine signifikante Beladung der Kammer. Zur Untersuchung des Einflusses einer höheren Beladung wurden weitere Messungen mit dem »RSG2000« Kammgenerator durchgeführt, bei denen zusätzliche Absorber in der Kammer waren. Für den Fall von vier zusätzlichen Absorberblöcken ist die Konfiguration in [Abbildung 3.15](#) dargestellt. Die Gütefaktoren der Kammer bei den unterschiedlichen Beladungen ergeben sich aus [Abbildung 3.16](#).



Abbildung 3.15: Kammgenerator »RSG2000« mit vier zusätzlichen Absorberblöcken. Im Falle der Beladung mit zwei Blöcken fehlten die Absorber auf dem Boden.

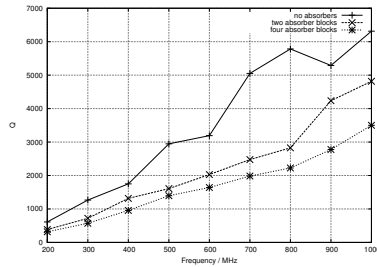


Abbildung 3.16: Gütefaktoren Q der Kammer für unterschiedliche Beladungszustände.

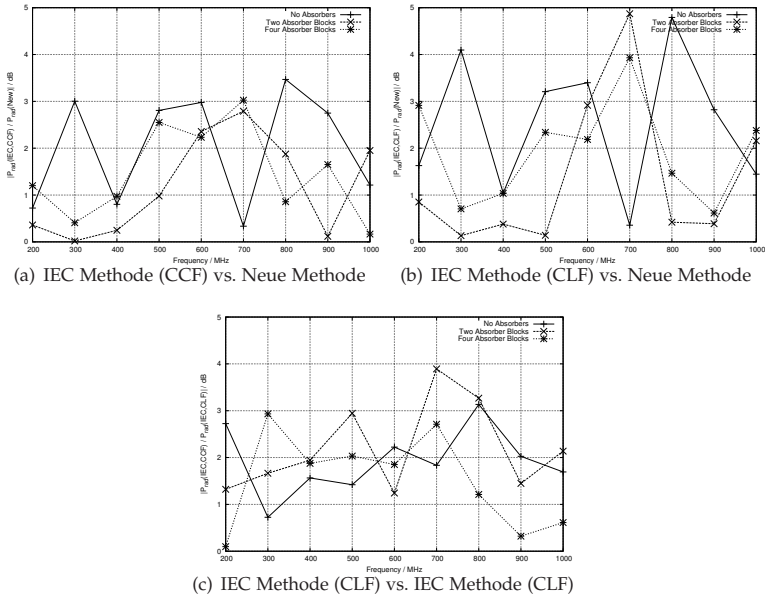


Abbildung 3.17: Verhältnis der abgestrahlten Leistungen der referenzierten Methoden für drei EUT-Beladungen.

Die Abweichungen zwischen der IEC-CCF-Methode und der neuen Methode sind kleiner als 3 dB (3.17(a)). Im Falle der IEC-CLF-Methode ergeben sich deutlich größere Abweichungen bis zu 5 dB (3.17(b)). Zur Wertung dieser größeren Abweichungen betrachtet man die Abweichung der beiden IEC-Methoden untereinander. 3.17(c) zeigt, dass diese im gleichen Bereich liegen. Die beobachteten Abweichungen sind somit auf die größeren Ungenauigkeiten der IEC-CLF-Methode zurückzuführen. Diese sind darin begründet, dass hier der (statistisch unsicherere) Maximalwert anstelle des Mittelwertes eingeht und zusätzlich Information aus der (lange zurückliegenden) Grundkalibrierung verwendet wird. Die Übereinstimmung mit der »besseren« IEC-Methode (CCF) ist gut.

4 Korrelation mit Freiraum, Halbraum und TEM-Wellenleiter

4.1 Emission

WILSON et al. fassen in (WILSON et al. 2004) den Erkenntnisstand bezüglich der Umrechenbarkeit von Emissionsmessungen zusammen. Ausgangspunkt ist hierbei die Betrachtung eines einfachen (elektrischen oder magnetischen) Dipols. Für einen beliebigen Strahler definiert man im Fernfeld die *Direktivität* $D(\theta, \phi)$ als die in Richtung (θ, ϕ) pro Raumwinkel Ω ($d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$) abgestrahlte Leistungsdichte $\Phi(\theta, \phi)$ normiert auf die mittlere abgestrahlte Leistung $P_T/4\pi$,

$$D(\theta, \phi) = \frac{\Phi(\theta, \phi)}{P_T/4\pi}, \quad (4.1)$$

wobei P_T die gesamte abgestrahlte Leistung ist.¹ Die maximalen Direktivität $D_{\max}$ ist die Direktivität in Hauptabstrahlrichtung. Für elektrisch kurze Dipole gilt $D_{\max} = 3/2 = 1.76 \text{ dBi} = 0 \text{ dBd}$. Für die Kombination eines elektrischen und einen magnetischen Dipols ergibt sich $D_{\max} = 3 = 4.77 \text{ dBi} = 3 \text{ dBd}$.

4.1.1 Dipol im Freiraum

Betrachtet wird ein kurzer elektrischer Dipol im idealen Freiraum. Die Dipollänge sei $d\ell$ und der Spitzenstrom sei I_0 . Der Dipol befindet sich im Ursprung des Koordinatensystems und sei entlang der z -Richtung ausgerichtet. Im Fernfeld existiert nur eine θ -Komponente des elektrischen Feldes E_θ und eine φ -Komponente des magnetischen Feldes H_φ und es gilt im Abstand r

$$E_\theta = \frac{j2\pi f \mu I_0 d\ell}{4\pi r} \sin \theta \exp(-jkr) \quad (4.2)$$

$$H_\varphi = \frac{j2\pi f I_0 d\ell}{4\pi r \cdot c} \sin \theta \exp(-jkr). \quad (4.3)$$

¹Der Antennengewinn G ist analog definiert, wird allerdings auf die der Antenne zugeführte Leistung normiert. Es gilt somit $G = \eta \cdot D$, wobei η die Antenneneffektivität ist.

Der Poyntingvektor hat in diesem Falle nur eine radiale Komponente. Die gesamte abgestrahlte Leistung P_T entspricht dem Integral über die Kugeloberfläche dieses Betrages:

$$P_T = \frac{2}{3} \eta \pi I_0^2 \left(\frac{d\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (4.4)$$

Ziel der Emissionsmessung im Freiraum ist die Bestimmung der maximalen Feldstärke $E_{\max}$, die bei der gewählten Geometrie beim Winkel $\theta = \pi/2$ auftritt und den Wert

$$E_{\max}^2 = \frac{(2\pi f)^2 \mu^2 I_0^2 (d\ell)^2}{(4\pi r)^2} \quad (4.5)$$

$$= \frac{3}{2} \frac{\eta}{4\pi r^2} P_T \quad (4.6)$$

annimmt. Für beliebige maximale Direktivitäten gilt dann analog

$$E_{\max}^2 = D_{\max} \frac{\eta}{4\pi r^2} P_T. \quad (4.7)$$

Gemessen wird im Experiment tatsächlich eine Spannung $U_{\max}$, die über den Antennenfaktor $AF = E/U$ mit der Feldstärke verknüpft ist.² Insgesamt ergibt sich im Freiraum im Fernfeld eines Dipolsstrahlers mit maximaler Direktivität $D_{\max}$ die maximale Spannung an einer Antenne mit Antennenfaktor AF die Spannung zu

$$U_{\max}^2 = \frac{1}{AF^2} D_{\max} \eta \underbrace{\frac{1}{4\pi r^2}}_{=PL} P_T \quad (4.8)$$

$$= \frac{1}{AF^2} \cdot D_{\max} \cdot \eta \cdot PL \cdot P_T. \quad (4.9)$$

Der Faktor PL (engl: propagation loss) bezeichnet hierbei die leistungsbezogene Streckendämpfung.

²In (WILSON et al. 2004) wird der Antennenfaktor als U/E definiert. In dieser Arbeit wird die übliche Definition verwendet, so dass die Formeln anders aussehen.

4.1.2 Dipol im Halbraum

Die meisten Emissionsuntersuchungen im Frequenzbereich bis 1 GHz werden heute im Halbraum, d. h. über einer (ideal) leitfähigen Ebene durchgeführt. Hierbei kommt es zu einer Überlagerung des direkt propagierten Anteils mit dem Teil, der an der Masseebene reflektiert wird. Im Grenzfall idealer Leitfähigkeit kann der reflektierte Anteil durch ein gespiegeltes EUT dargestellt werden. Die geometrischen Verhältnisse sind in der [Abbildung 4.1](#) skizziert. Üblicherweise befindet sich das EUT in einer Höhe von $h = 1$ m und der horizontale Abstand s beträgt 3 m, 10 m oder 30 m. In Abhängigkeit von der Höhe R_h der Empfangsantenne über der Masseebene wird die Feldstärke zwischen Null und dem zweifachen der im Freiraum gemessenen Feldstärke variieren. In der Normmessung wird angestrebt, unabhängig von der Messfrequenz einen konstanten Faktor (zwei) zu realisieren. Hierzu wird im Bereich $R_h \in [1 \text{ m}, 4 \text{ m}]$ ein Höhenscan durchgeführt und der Messwert entspricht dem Maximum der Werte über die realisierten Höhen.

Es ergibt sich ein Interferenzterm (Geometriefaktor) der Form³

$$g(R_h) = \begin{cases} \left| \frac{r}{r_1} e^{-jk r_1} - \frac{r}{r_2} e^{-jk r_2} \right| & \text{horizontale Polarisation} \\ \left| \frac{s^2}{r_1^2} \frac{r}{r_1} e^{-jk r_1} + \frac{s^2}{r_2^2} \frac{r}{r_2} e^{-jk r_2} \right| & \text{vertikale Polarisation.} \end{cases} \quad (4.10)$$

Die unterschiedlichen Vorzeichen für horizontale und vertikale Polarisation folgen aus dem Phasensprung um π bei der Reflexion in horizontaler Polarisation. Die zusätzlichen Faktoren $\frac{s^2}{r_i^2}$ für vertikale Polarisation sind notwendig, da weder der angenommene abstrahlende Dipol noch die Messantenne gekippt werden (vergleiche [Abbildung 4.1](#) unten: Es gilt $r_i/s = \cos(\phi)$). Da der Faktor sowohl beim Sende- als auch beim Empfangsdipol auftaucht folgt insgesamt ein Faktor $(r_i/s)^2$. Die Weglängen r , r_1 und r_2 sind offensichtlich gegeben durch

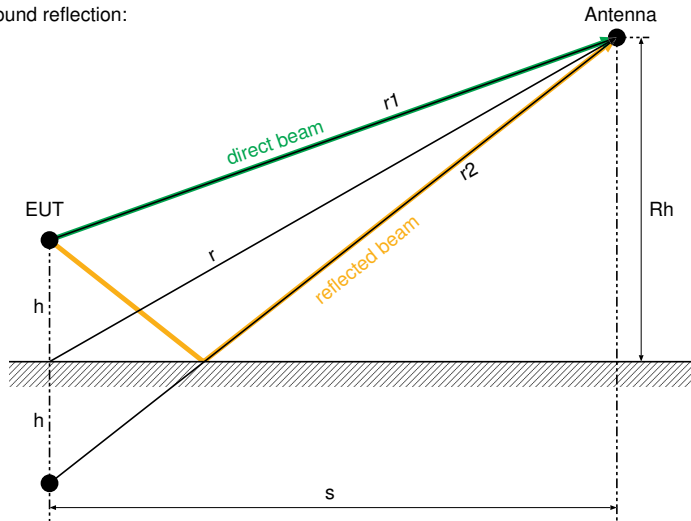
$$r = \sqrt{s^2 + R_h^2} \quad (4.11)$$

$$r_1 = \sqrt{s^2 + (R_h - h)^2} \quad (4.12)$$

$$r_2 = \sqrt{s^2 + (R_h + h)^2} \quad (4.13)$$

³In dieser Form gilt dies nur für sehr kleine Strahler. Ausgedehntere Objekte können oft durch Überlagerung mehrerer Dipole nachgebildet werden, wodurch zusätzliche Interferenzterme auftreten. Für beliebige Strahler müssten schließlich Multipolmodelle betrachtet werden.

Ground reflection:



Missalignment for vertical polarization:

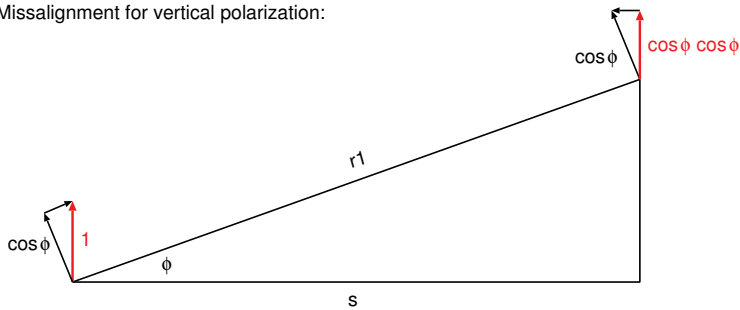


Abbildung 4.1: Geometrie bei Messungen im Halbraum.

Der Geometriefaktor $g(R_h)$ ist in [Abbildung 4.2](#) für die üblichen Messentfernungen dargestellt.

Bezeichnet man mit $g_{\max,h}$ bzw. $g_{\max,v}$ die Maximalwerte von $g(R_h)$ bezüglich des Höhenscans bei horizontale bzw. vertikaler Polarisation der Messantenne, so ergeben sich für einen beliebig orientierten Dipol horizontale und vertikale Maximalfeldstärken von

$$E_{\max,h}^2 = D_{\max} \eta \frac{g_{\max,h}^2}{4\pi r^2} P_T \quad (4.14)$$

$$E_{\max,v}^2 = D_{\max} \eta \frac{g_{\max,v}^2}{4\pi r^2} P_T \quad (4.15)$$

$$E_{\max}^2 = E_{\max,h}^2 + E_{\max,v}^2 \quad (4.16)$$

$$= D_{\max} \eta \frac{g_{\max}^2}{4\pi r^2} P_T \quad (4.17)$$

mit

$$g_{\max}^2 = g_{\max,h}^2 + g_{\max,v}^2 \quad (4.18)$$

Bei der Durchführung von Normmessungen werden die Resultate jedoch nicht nach obigen Schema (korrekt) zur Gesamtfeldstärke $E_{\max}$ zusammengefasst. Stattdessen wird das Maximum von horizontalem und vertikalem Feldstärkewert gebildet. Dies wäre korrekt, wenn außer Höhenscan und Drehung des EUT um eine Drehachse senkrecht zur Massefläche auch noch eine Drehung um eine Achse parallel zur Massefläche stattfände. Letzteres ist aber nicht der Fall. Der Unterschied zwischen $g_{\max}$ und $G_{\max} = \max(g_{\max,h}, g_{\max,v})$ beträgt offensichtlich maximal 3 dB (Faktor $\sqrt{2}$). Die verschiedenen Maximalwerte des Geometriefaktors und die Höhen, in denen sie realisiert werden, sind in [Abbildung 4.3](#) dargestellt.

Die [Abbildung 4.3](#) zeigt deutliche Abweichungen des Geometriefaktors für unterschiedliche Messentfernungen. Besonders deutlich wird dies bei horizontaler Polarisation und tiefen Frequenzen. Diese Abweichungen sind in der [Abbildung 4.4](#) zusammengefasst. Es zeigt sich beispielsweise, dass ein horizontal orientierter Dipol im Frequenzbereich unterhalb von 200 MHz verfahrensbedingt um mindestens 5 dB »günstiger« bewertet wird, wenn die Messentfernung von 10 m auf 30 m heraufgesetzt wird.

Wegen der fehlenden Drehung ist die maximale Direktivität $D_{\max}$ auch nur ein Schätzwert für die tatsächlich eingehende maximale Direktivität in der realisierten Drehebene. Betrachtet man nur Dipole, deren Zentrum auf der Drehachse liegt, wird $D_{\max}$ tatsächlich realisiert.

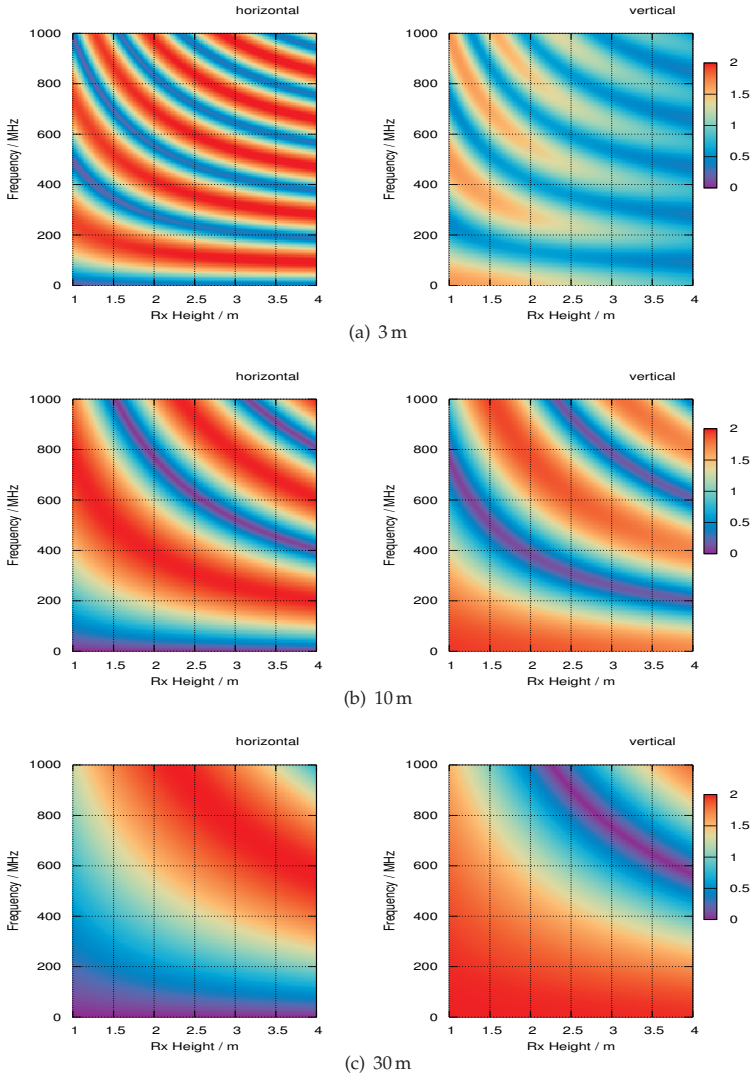


Abbildung 4.2: Werte des Geometriefaktors g für horizontale und vertikale Polarisation bei unterschiedlichen Abständen.

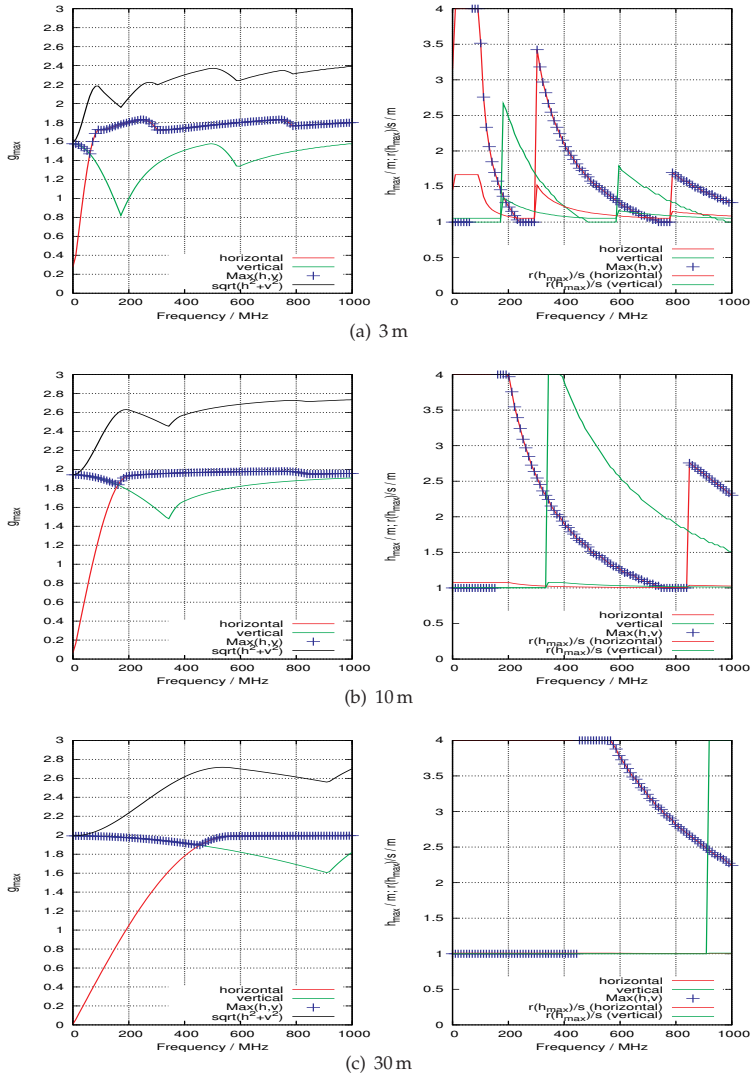


Abbildung 4.3: Werte des Maximalwertes des Geometriefaktors $g_{\max}$ für horizontale und vertikale Polarisation bei unterschiedlichen Abständen.

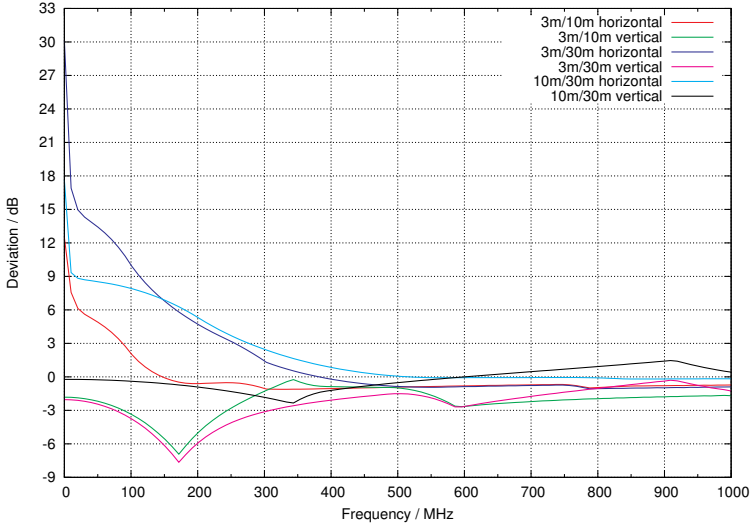


Abbildung 4.4: Abweichungen von $g_{\max}$ für verschiedene Messentfernungen.

Mit Gleichung (4.17) ergibt sich die gemessene Spannung analog zu Gleichung (4.9) zu

$$U_{\max}^2 = \frac{1}{AF^2} D_{\max} \eta \underbrace{\frac{g_{\max}^2}{4\pi r^2}}_{=PL} P_T \quad (4.19)$$

$$= \frac{1}{AF^2} \cdot D_{\max} \cdot \eta \cdot PL \cdot P_T. \quad (4.20)$$

4.1.3 Dipol im TEM-Wellenleiter

Platziert man einen Dipol, der die Leistung P_T abstrahle, in einen TEM-Wellenleiter, so misst man am Port des Wellenleiters eine Spannung U . Diese Spannung korrespondiert mit dem TEM-Mode der Zelle, der durch den Dipol angeregt wurde. Im Allgemeinen werden zusätzlich höhere Moden angeregt, die jedoch nicht zum Port propagieren können. Die in diesen Moden enthaltene Leistung steht der Messung nicht mehr zur Verfügung. Im Weiteren werden die höheren Moden vernachlässigt. Ziel der Messung

im TEM-Wellenleiter ist die Bestimmung der maximalen Spannung $U_{\max}$. Dies kann zum einen durch entsprechende Ausrichtung des Dipols geschehen, oder drei orthogonale Orientierungen werden vermessen und zu $U_{\max}$ kombiniert, $U_{\max}^2 = \sum_{i=1}^3 U_i^2$. Die genauere Analyse zeigt, dass

$$U_{\max}^2 = D_{\max} \frac{\lambda^2 e_{0y}^2 Z_0 P_T}{4\pi\eta} \quad (4.21)$$

$$= \underbrace{\left(\frac{\sqrt{Z_0} \lambda e_{0y} r}{\eta} \right)^2}_{=1/AF^2} \cdot D_{\max} \cdot \eta \cdot \underbrace{\frac{1}{4\pi r^2}}_{=PL} \cdot P_T \quad (4.22)$$

$$= \frac{1}{AF^2} \cdot D_{\max} \cdot \eta \cdot PL \cdot P_T \quad (4.23)$$

ist, wobei ein zunächst willkürlicher Abstand r eingeführt wurde. Die Größe Z_0 ist die Impedanz des Wellenleiters (typisch 50Ω). Der Faktor e_{0y} ist die auf die Wurzel der Eingangsleistung normierte TEM-Modelfeldstärke, die sich am Ort des Dipols ergäbe, wenn die Zelle mit der Eingangsleistung gespeist würde. Approximativ gilt

$$e_{0y} \approx \frac{\sqrt{Z_0}}{d}, \quad (4.24)$$

wenn d die Septumshöhe ist. Mit dieser Approximation schreibt sich [Gleichung \(4.23\)](#) als

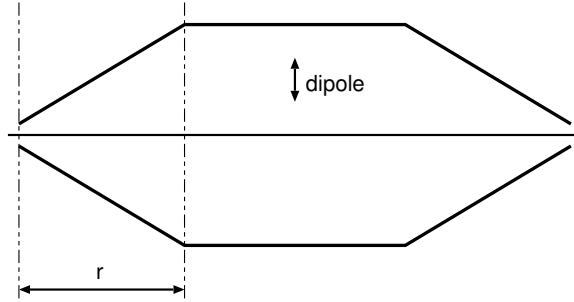
$$U_{\max}^2 \approx \underbrace{\left(\frac{Z_0 \lambda r}{\eta d} \right)^2}_{\approx 1/AF^2} \cdot D_{\max} \cdot \eta \cdot \underbrace{\frac{1}{4\pi r^2}}_{=PL} \cdot P_T. \quad (4.25)$$

Interpretiert man $\frac{\eta}{\sqrt{Z_0} \lambda e_{0y} r} \approx \frac{\eta d}{Z_0 \lambda r}$ als Antennenfaktor des TEM-Wellenleiters bietet es sich an, r so zu interpretieren, dass der Antennenfaktor sich nur ändert, wenn sich die Septumshöhe ändert. Dies ist der Fall, wenn man die Definitionen aus [Abbildung 4.5](#) verwendet.

4.1.4 Dipol in der Modenverwirbelungskammer

Emittiert ein Dipol die Leistung P_T (tatsächlich ist es hier egal, ob es sich um einen Dipol handelt), so steht an einer Empfangsantenne nach

TEM waveguide with homogeneous section:



GTEM waveguide

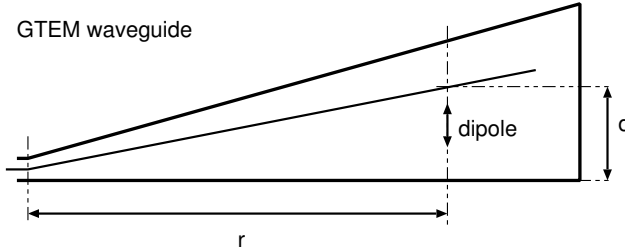


Abbildung 4.5: Definition von r bei Wellenleitern.

Gleichung (2.216)

$$P_T = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle. \quad (4.26)$$

Um die Antenneneffektivität η_r und die Güte $\langle Q \rangle$ zu eliminieren, führt man die Messung oft als Vergleichsmessung aus (vergleiche [Abschnitt 3.7](#)), bei der zunächst ein bekannter Emitter mit einer abgestrahlten Leistung P_{ref} und der zugehörigen Empfangsleistung $\langle P_{r,\text{ref}} \rangle$ vermessen wird. Es gilt dann (siehe auch [Gleichung \(3.85\)](#))

$$\frac{P_T}{\langle P_r \rangle} = \frac{P_{\text{ref}}}{\langle P_{r,\text{ref}} \rangle}, \quad (4.27)$$

was mit Hilfe der Antennenimpedanz Z_c (typisch 50Ω) zu einer Spannung umgeschrieben werden kann,

$$\langle U^2 \rangle = \langle P_r \rangle Z_c = Z_c \frac{\langle P_{r,ref} \rangle}{P_{ref}} P_T. \quad (4.28)$$

In der Modenverwirbelungskammer spielt die Winkelverteilung der Direktivität keine Rolle. Das Messergebnis ist so, als strahle das EUT isotrop, d. h. es kann

$$D_{max} = 1 \quad (4.29)$$

gesetzt werden.⁴ Analog zu den Formeln in den vorigen Abschnitten ergibt sich somit

$$\langle U^2 \rangle = Z_c \frac{\langle P_{r,ref} \rangle}{P_{ref}} P_T \quad (4.30)$$

$$= \eta \cdot \underbrace{\frac{4\pi r^2 Z_c \langle P_{r,ref} \rangle}{\eta P_{ref}}}_{=1/AF^2} \cdot D_{max} \cdot \underbrace{\frac{1}{4\pi r^2}}_{=PL} \cdot P_T \quad (4.31)$$

$$= \frac{1}{AF^2} \cdot D_{max} \cdot \eta \cdot PL \cdot P_T. \quad (4.32)$$

Der eingeführte Abstand r dient nur der Anpassung der Schreibweise und hat keine praktische Bedeutung.

4.1.5 Korrelation

Die Gleichungen (4.9), (4.20), (4.23) und (4.32) erlauben den direkten Vergleich zwischen den Messumgebungen. Für je zwei Messumgebungen »A« und »B« gilt

$$\frac{U_A^2}{U_B^2} = \frac{AF_B^2}{AF_A^2} \frac{D_{max,A}}{D_{max,B}} \frac{PL_A}{PL_B} \quad (4.33)$$

mit den Parametern aus [Tabelle 4.1](#). Hierbei bedeutet »Antenne«, das der Antennenfaktor der Empfangsantenne zu benutzen ist. Die Bemerkung »Testplan« in der Spalte für die maximale Direktivität zielt darauf ab, dass es vom Ablauf der konkreten Messung abhängt, welche maximale Direktivität die Messung »sieht«: ungünstig gewählte Messpositionen führen zu einer (ungewollten) Verringerung der beobachteten maximalen Direktivität.

⁴Die maximale Direktivität des EUT ist nicht Eins, aber es macht keinen Unterschied sie als Eins anzunehmen.

Umgebung	U	AF	D _{max}	PL
Freiraum	U _{max}	Antenne	Testplan	$\frac{1}{4\pi r^2}$
Halbraum	U _{max}	Antenne	Testplan	$\frac{g_{\max}}{4\pi r^2}$
TEM-Wellenleiter	U _{max}	$\frac{\eta}{\sqrt{Z_0 \lambda e_{0y} r}}$	Testplan	$\frac{1}{4\pi r^2}$
MVK	$\langle U \rangle$	$\sqrt{\frac{\eta P_{ref}}{4\pi r^2 Z_c \langle P_{r,ref} \rangle}}$	1	$\frac{1}{4\pi r^2}$

Tabelle 4.1: Parameter zur Korrelation von Dipolmessungen.

Experimentelle Ergebnisse zur Überprüfung der Korrelation finden sich beispielsweise in (KRAUTHÄUSER und DUNKER 2006).

4.2 Erwartungswert der maximale Direktivität

Das Fernfeld kann als Entwicklung in sphärischen Wellenfunktionen $\mathbf{K}_{smn}$ mit Koeffizienten $Q_{smn}^{(3)}$ dargestellt werden (HANSEN 1988; KOEPKE et al. 2000; WILSON et al. 2002b):⁵

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi) = k\sqrt{\eta} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{e^{jkr}}{kr} \sum_{smn} Q_{smn}^{(3)} \mathbf{K}_{smn}(\theta, \phi) \quad (4.34)$$

$$= k\sqrt{\eta} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{e^{jkr}}{kr} \sum_{s=1}^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=-n}^n Q_{smn}^{(3)} \mathbf{K}_{smn}(\theta, \phi) \quad (4.35)$$

Die n-Summation würde theoretisch bis unendlich laufen. Praktisch verschwinden jedoch die sphärischen Wellenfunktionen für $n > ka$, wobei a der Radius der minimalen, den Emitter umschließenden Kugel ist. Die Beschränkung der Summe auf

$$n \leq N \approx ka = \frac{2\pi a}{\lambda} \quad (4.36)$$

ist daher sinnvoll. Die gesamt abgestrahlte Leistung P_T ergibt sich zu

$$P_T = \frac{1}{2} \sum_{smn} |Q_{smn}^{(3)}|^2. \quad (4.37)$$

⁵Die Wellenfunktionen sind dimensionslos und die Entwicklungskoeffizienten haben die Einheit $\sqrt{W}$. In (HANSEN 1988) findet sich die Entwicklung in der Form $\mathbf{E}(r, \theta, \phi) = k/\sqrt{\eta} \dots$, was jedoch hinsichtlich der Einheiten nicht passt. Dieser Fehler ist in der Sekundärquelle (WILSON et al. 2002b) stillschweigend korrigiert.

Die totale Anzahl N_m der Moden in der Entwicklung ist

$$N_m = 2 \sum_{n=1}^N (2n + 1) = 2(N^2 + 2N). \quad (4.38)$$

Da die Koeffizienten komplex sind, benötigt man doppelt so viele Beobachtungswerte N_s zur ihrer Bestimmung,

$$N_s = 2N_m = 4(N^2 + 2N) \approx 4((ka)^2 + 2ka). \quad (4.39)$$

In (HANSEN 1988) wird gezeigt, dass eine obere Grenze für die maximale Direktivität $D_{\max}$ durch die Anzahl N der Entwicklungsterme bestimmt ist:

$$D_{\max} \leq \begin{cases} 3 & N = 1 \\ N^2 + 2N & N > 1 \end{cases} \quad (4.40)$$

und wegen $N \simeq ka$

$$D_{\max} \leq \begin{cases} 3 & ka \leq 1 \\ (ka)^2 + 2ka & ka > 1 \end{cases} \quad (4.41)$$

Für parasitäre Emittter ist diese obere Abschätzung zu grob. Es zeigt sich, dass die Direktivität – unter Annahme von normalverteilten Entwicklungskoeffizienten – χ^2_2 -verteilt sind mit Erwartungswert $\langle D \rangle = 0.5$. Der Erwartungswert des Maximalwertes $\langle \lceil D \rceil \rangle = \langle D_{\max} \rangle$ bei einer Stichprobengröße N_s ergibt sich nach Gleichung (2.174) zu

$$\langle D_{\max} \rangle = \langle D \rangle \sum_{n=1}^{N_s} \frac{1}{n} \quad (4.42)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N_s} \frac{1}{n} \quad (4.43)$$

$$\approx \frac{1}{2} \left[0.577 + \ln(N_s) + \frac{1}{2N_s} \right] \quad (4.44)$$

Für den Fall einer kompletten Messung (über den Raumwinkel 4π) ist $N_s = 2N_m$ durch Gleichung (4.39) gegeben und es ergibt sich

$$\langle D_{\max} \rangle \approx \begin{cases} 1.55 & \text{für } (ka) \leq 1 \\ 0.5 \left(0.577 + \ln(4(ka)^2 + 8(ka)) + \frac{1}{8(ka)^2 + 16(ka)} \right) & \text{für } (ka) > 1. \end{cases} \quad (4.45)$$

Art	Polarisationen	N_s
Voll	1	$4(N^2 + 2N)$
Voll	2	$8(N^2 + 2N)$
Eine Ebene	1	$2(2N + 1)$
Eine Ebene	2	$4(2N + 1)$
Drei Ebenen	1	$2(6N - 3)$
Drei Ebenen	2	$4(6N - 3)$

Tabelle 4.2: Anzahl der notwendigen unabhängigen Messwerte für verschiedene Messabläufe.

Der Verlauf ist in der [Abbildung 4.6](#) dargestellt.

Betrachtet man eine tatsächliche Emissionsmessung (z. B. auf einem Freifeld), so wird nicht der komplette Raumwinkelbereich vermessen, sondern nur ein Schnitt (Rotation um die vertikale Achse). Auch für eine solche Messung kann $\langle D_{\max} \rangle$ abgeschätzt werden. Die Bedeutung ist dann jedoch die einer bei der Messung beobachteten Direktivität und darf nicht mit der wahren Direktivität des EUT verwechselt werden. Für parasitäre Emittoren gilt [Gleichung \(4.44\)](#) weiterhin, jedoch mit reduzierten Werten für N_s . Für die wichtigsten Spezialfälle sind die Werte in [Tabelle 4.2](#) zusammengefasst und die resultierenden Erwartungswerte für die Direktivität sind in [Abbildung 4.7](#) dargestellt.

Im Experiment kommt hinzu, dass die räumliche Größe der Empfangsantenne die tatsächlich erreichbare Winkelauflösung – und damit die Anzahl der erreichbaren unabhängigen Messpunkte – limitiert. Ist A die effektive lineare Antennengröße in der Rotationsebene und s die Messdistanz, so ergibt sich eine minimale Winkelauflösung von

$$\Delta\varphi_{\min} = 2 \arctan \left(\frac{A}{2s} \right). \quad (4.46)$$

Der durch N_s gegebene maximale Winkelschritt $\Delta\varphi_{\max} = 360^\circ/N_s$ ist zusammen mit dem minimalen Winkelschritt in [Abbildung 4.8](#) für ausgewählte Parameter wiedergegeben.

Offensichtlich existiert für jedes EUT eine Grenzfrequenz, jenseits derer prinzipiell nicht mehr genügend unabhängige Messpunkte zur Verfügung stehen, um die maximal abgestrahlte Leistung korrekt zu bestimmen.

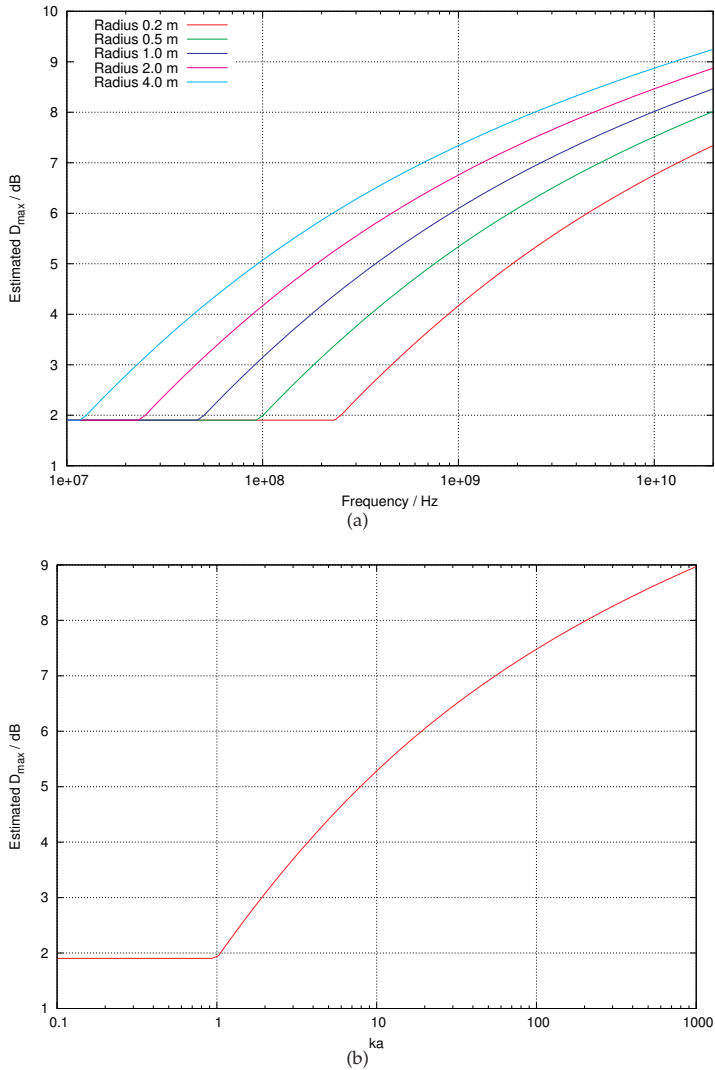


Abbildung 4.6: Erwartete maximale Direktivität für parasitäre Emittter. Links: Darstellung über der Frequenz für verschiedene Radien a der minimalen umschließenden Kugel. Rechts: Darstellung über ka .

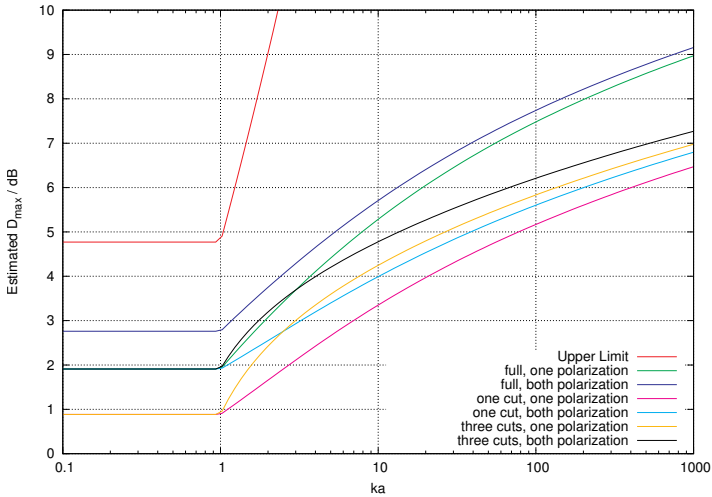


Abbildung 4.7: Erwartungswerte der Direktivität als Funktion von ka für unterschiedliche Messungen.

4.3 Einkopplung

Aus dem Prinzip der Reziprozität folgt für die Modenverwirbelungskammer, dass auch für den Fall der Störeinkopplung die effektive Direktivität eines EUT Eins ist. Die eingekoppelte Leistung ist eine Zufallsvariable mit bekannter Verteilung, so dass auch der Erwartungswert der maximal eingekoppelten Leistung bekannt ist (vergleiche Gleichung (2.174)) (HILL 2003; HÖIJER 2006a, b).

Bei EMV-Untersuchungen im Freiraum, Halbraum und in TEM-Wellenleitern ist die maximal eingekoppelte Leistung jedoch direkt proportional zur maximalen Direktivität. Es gilt daher, dass die in einer MVK in ein EUT eingekoppelte Leistung $\langle [P_{MVK}] \rangle$ um den Faktor der maximalen Direktivität kleiner als die maximal im TEM-Feld eingekoppelte Leistung $P_{TEM,max}$,

$$P_{TEM,max} = D_{max} \langle [P_{MVK}] \rangle. \quad (4.47)$$

Experimentelle Untersuchungen finden sich beispielsweise in (BÄCKSTRÖM und LORÉN 2001, 2002; FREYER und BÄCKSTRÖM 2000a, 2001; JANSSON und

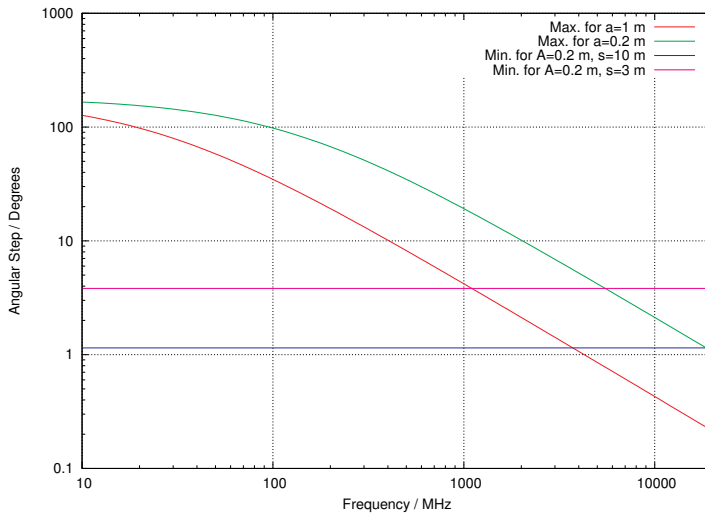


Abbildung 4.8: Maximaler (bestimmt durch N_s) und minimaler Winkelschritt (bestimmt durch die Empfangsantenne) für den Fall der Messung in einer Ebene für ausgewählte Parameter.

BÄCKSTRÖM 1999).

Wie bereits im Fall der Emissionsuntersuchungen ist auch hier $D_{\max}$ nicht unbedingt die wahre maximale Direktivität, sondern hängt von der Durchführung der Messung ab (vergleiche [Abschnitt 4.2](#)).

4.3.1 Verbindungsstrukturen

Verbindungsstrukturen (Leitungen) sind häufig die wichtigsten Einfallstore für elektromagnetische Störungen. Die Leitung dient dann als (parasitäre) Antenne. Aus der Sicht der EMV interessieren besonders die Maximalwerte elektrischer Größen (Störstrom, Störspannung, Störleistung) am Port der Leitung. Da die Nutzsignale nur in den seltensten Fällen Hochfrequenzsignale sind, muss immer mit Fehlanpassungen der Leitungen gerechnet werden. In diesem Fall kommt es bei hinreichend hohen Frequenzen zu Resonanzen und häufig sind es diese Resonanzen, die die Maximalwerte am Port bestimmen.

In TEM-Feldern ist die Korrelationslänge praktisch unendlich, so dass resonante Leitungsanregungen möglich sind. Die Maximalwerte ergeben sich dann bei geeigneter Positionierung der Struktur im Feld. In Modenverwirbelungskammern ist das anregende Feld eine Zufallsvariable in Abhängigkeit von der Positionierung des Rührers. Diese Zufallsvariable weist eine nahreichweitige Korrelation auf (vergleiche [Abschnitt 2.1.2.1.4](#)) mit einer Korrelationslänge in der Größenordnung von $\lambda/2$ auf ([HOLLAND und ST. JOHN 1998](#); [HOLLAND und ST. JOHN 1999](#)).

In einer noch laufenden Arbeit ([HERZIG 2007](#)) werden in Anlehnung an Arbeiten von [HILL et al.](#) ([HILL et al. 1996](#)) zurzeit Mikrostreifenleitungen unterschiedlicher Länge mit unterschiedlichen Leitungsabschlüssen in der GTEM-Zelle und der Modenverwirbelungskammer untersucht. Erste Ergebnisse sind in der [Abbildung 4.9](#) wiedergegeben. Dargestellt ist der Betrag der Transmission $|S_{21}|$ einer offenen Mikrostreifenleitung relativ zur angepasst abgeschlossenen Leitung für die Fälle der Feldeinkopplung in der Modenverwirbelungskammer (Maximum und Mittelwert der Verteilung) und der GTEM-Zelle (maximale Einkopplung) für Leitungslängen von 100 mm und 300 mm. Es wird deutlich, dass die Resonanzen in der GTEM-Zelle die Resonanzen in der MVK teilweise um mehr als eine Größenordnung übersteigen können.

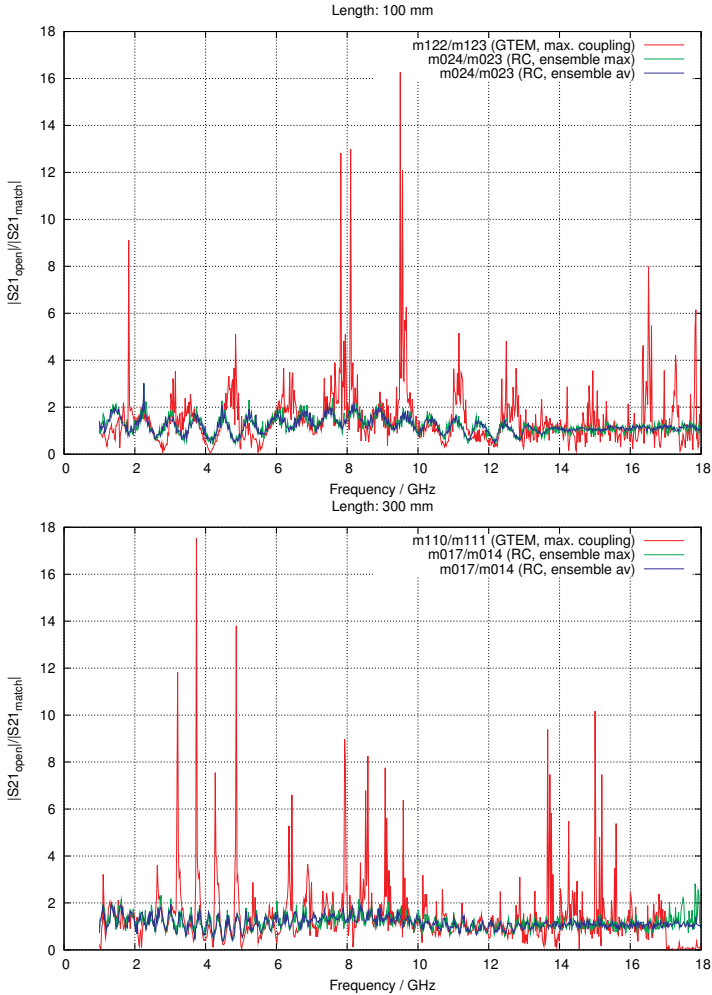


Abbildung 4.9: Betrag der Transmission $|S_{21}|$ einer offenen Mikrostreifenleitung relativ zur angepasst abgeschlossenen Leitung für die Fälle der Feldeinkopplung in der Modenverwirbelungskammer (Maximum und Mittelwert der Verteilung) und der GTEM-Zelle (maximale Einkopplung) für Leitungslängen von 100 mm und 300 mm.

Teil III

Anhänge

A Verteilungsfunktionen

A.1 Zufallsvariable

Unter einer Zufallsvariablen $X(\omega)$ versteht man eine Funktion, die den Ergebnissen ω eines Zufallsexperiments Werte (Realisationen) x zuordnet, $X(\omega) = x$.

A.2 Generierung korrelierter Zufallszahlen

Sind Z_1 und Z_2 zwei unkorrelierte Zufallszahlen, so lassen sich hieraus zwei Zufallszahlen X_1 und X_2 mit Korrelation ρ berechnen:

$$X_1 = Z_1 \quad (\text{A.1})$$

$$X_2 = \rho \cdot Z_1 + \sqrt{1 - \rho^2} \cdot Z_2 \quad (\text{A.2})$$

A.3 χ -Verteilung

Die χ -Verteilung ist eine kontinuierliche Verteilung auf dem Bereich der positiven reellen Zahlen. Sie tritt typischerweise bei der Betrachtung eines k -dimensionalen Vektors auf, dessen Komponenten unabhängig und normalverteilt sind. In diesem Fall ist die Länge des Vektors χ -verteilt mit k Freiheitsgraden. Formal ausgedrückt: Wenn k Größen X_i unabhängig sind und normalverteilt mit Mittelwerten μ_i und Standardabweichungen σ_i , so ist die Größe

$$Z = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2} \quad (\text{A.3})$$

χ -verteilt mit Freiheitsgrad k . Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist dann gegeben durch

$$\text{pdf}_Z(z; k) = \frac{2^{1-k/2} z^{k-1}}{\Gamma(k/2)} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot u(0), \quad (\text{A.4})$$

wobei Γ die Gamma Funktion bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist dann durch die (untere) regulierte Gammafunktion gegeben:

$$\text{cdf}_Z(z; k) = P(k/2, z^2/2) \cdot u(0) = \frac{\gamma(k/2, z^2/2)}{\Gamma(k/2)} \cdot u(0) \quad (\text{A.5})$$

Die Funktion $\gamma(k/2, z^2/2)$ bezeichnet hierbei die untere unvollständige Gammafunktion, d. h.

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt \quad (\text{A.6})$$

$$= \gamma(z, x) + \Gamma(z, x) \quad (\text{A.7})$$

$$\gamma(z, x) = \int_0^x t^{z-1} e^{-t} dt. \quad (\text{A.8})$$

Wichtige statistische Parameter sind

Mittelwert	$\mu = \sqrt{2} \frac{\Gamma((k+1)/2)}{\Gamma(k/2)}$
Modus	$\sqrt{k-1}$
Median	keine allgemeine Formel
Varianz	$s^2 = k - \mu^2$

A.3.1 χ_2

Im Zusammenhang mit Modenverwirbelungskammern treten der Fall $k = 2$, $k = 4$ und $k = 6$ auf. Der Fall $k = 2$ ergibt sich z. B. bei der Betrachtung des Betrags einer Feldkomponente, da hier Real- und Imaginärteil eingehen. In diesem Fall gilt außerdem, dass die Erwartungswerte von Real- und Imaginärteil verschwinden, $\mu_i = 0$, und die Varianzen gleich sind, $\sigma_i^2 = \sigma^2(\mathbf{r})$.¹

¹Hier wird das elektrische Feld betrachtet. Bei der Betrachtung des Magnetfeldes ist die Varianz $\sigma^2(\mathbf{r})/\eta^2$. Fern von den Wänden ist $\sigma^2(\mathbf{r}) = E_0^2/3$.

Unter Verwendung der Normierungsbedingung für die Wahrscheinlichkeitsdichte folgt:

$$k = 2 \Rightarrow 2^{1-k/2} = 2^0 = 1; \quad z^{k-1} = z^1 = z \quad (\text{A.9})$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(1) = 1 \quad (\text{A.10})$$

$$\text{pdf}_Z(z, k) = \text{pdf}_Z(z, 2) = z \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot u(0) \quad (\text{A.11})$$

$$1 = \int_0^\infty z \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \quad (\text{A.12})$$

$$= \int_0^\infty \frac{x}{\sigma^2(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) dx \quad (\text{A.13})$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall zweier Freiheitsgrade, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\begin{aligned} \text{pdf}_X(x; k = 2; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \\ \frac{x}{\sigma^2(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Diese Verteilung ist als *Rayleigh-Verteilung* bekannt.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\begin{aligned} \text{cdf}_X(x; k = 2; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \\ \int_0^x \frac{t}{\sigma^2(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) dt \\ = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma(\mathbf{r}) \approx 1.25 \sigma(\mathbf{r})$
Modus	$\sigma(\mathbf{r})$
Median	$\sqrt{2 \ln(2)} \sigma(\mathbf{r}) = \sqrt{\ln(4)} \sigma(\mathbf{r}) \approx 1.18 \sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = \frac{4 - \pi}{2} \sigma^2(\mathbf{r}) \approx (0.66 \sigma(\mathbf{r}))^2$

A.3.2 χ_4

Der Fall mit Freiheitsgrad $k = 4$ tritt z. B. bei der Betrachtung des Betrages des Magnetfeldes an einer ideal leitenden Oberfläche $|\mathbf{H}(\mathbf{r})|$ auf, da dieser durch

$$|\mathbf{H}| = \sqrt{\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*} = \sqrt{H_{xr}^2 + H_{xi}^2 + H_{zr}^2 + H_{zi}^2} \quad (\text{A.16})$$

gegeben ist.²

Wie oben erhält man unter Verwendung der Normierungsbedingung für die Wahrscheinlichkeitsdichte die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung:

$$k = 4 \Rightarrow 2^{1-k/2} = 2^{-1} = 1/2; \quad z^{k-1} = z^3 \quad (\text{A.17})$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(2) = 1\Gamma(1) = 1 \quad (\text{A.18})$$

$$\text{pdf}_Z(z, k) = \text{pdf}_Z(z, 4) = \frac{z^3}{2} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot u(0) \quad (\text{A.19})$$

$$1 = \int_0^\infty \frac{z^3}{2} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \quad (\text{A.20})$$

$$= \int_0^\infty \frac{x^3}{2\sigma^4(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) dx \quad (\text{A.21})$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall von vier Freiheitsgraden, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\text{pdf}_X(x; k = 4; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \frac{x^3}{2\sigma^4(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \quad (\text{A.22})$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\begin{aligned} \text{cdf}_X(x; k = 4; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) &= \int_0^x \frac{t^3}{2\sigma^4(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) dt \\ &= 1 - \left[\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})} + 1\right] \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

²Der Normalenvektor der Oberfläche sei in y-Richtung gerichtet.

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = \frac{3}{4} \sqrt{2\pi} \sigma(\mathbf{r}) \approx 1.88 \sigma(\mathbf{r})$
Modus	$\sqrt{3} \sigma(\mathbf{r}) \approx 1.73 \sigma(\mathbf{r})$
Median	$\approx 1.83 \sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = \left(4 - \frac{9}{8}\pi\right) \sigma^2(\mathbf{r}) \approx (0.68 \sigma(\mathbf{r}))^2$

A.3.3 χ_6

Der Fall mit Freiheitsgrad $k = 6$ tritt beispielsweise bei der Betrachtung des Betrags des elektrischen Gesamtfeldes $|\mathbf{E}(\mathbf{r})|$ auf, da dieser durch

$$|\mathbf{E}| = \sqrt{\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*}$$

$$= \sqrt{E_{xr}^2 + E_{xi}^2 + E_{yr}^2 + E_{yi}^2 + E_{zr}^2 + E_{zi}^2} \quad (\text{A.24})$$

gegeben ist.

Wie oben erhält man unter Verwendung der Normierungsbedingung für die Wahrscheinlichkeitsdichte die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung:

$$k = 6 \Rightarrow 2^{1-k/2} = 2^{-2} = 1/4; \quad z^{k-1} = z^5 \quad (\text{A.25})$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(3) = 2\Gamma(2) = 2 \cdot 1\Gamma(1) = 2 \quad (\text{A.26})$$

$$\text{pdf}_Z(z, k) = \text{pdf}_Z(z, 6) = \frac{z^5}{8} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot u(0) \quad (\text{A.27})$$

$$1 = \int_0^\infty \frac{z^5}{8} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \quad (\text{A.28})$$

$$= \int_0^\infty \frac{x^5}{8\sigma^6(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) dx \quad (\text{A.29})$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall von sechs Freiheitsgraden, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\text{pdf}_X(x; k = 6; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) =$$

$$\frac{x^5}{8\sigma^6(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \quad (\text{A.30})$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\begin{aligned} \text{cdf}_X(x; k=6; \mu_i=0; \sigma_i=\sigma(\mathbf{r})) &= \\ &= \int_0^x \frac{t^5}{8\sigma^6(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) dt \\ &= 1 - \left[\frac{x^4}{8\sigma^4(\mathbf{r})} + \frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})} + 1 \right] \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right). \quad (\text{A.31}) \end{aligned}$$

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = \frac{15}{16} \sqrt{2\pi} \sigma(\mathbf{r}) \approx 2.35 \sigma(\mathbf{r})$
Modus	$\sqrt{5} \sigma(\mathbf{r}) \approx 2.24 \sigma(\mathbf{r})$
Median	$\approx 2.31 \sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = \left(6 - \frac{225}{128} \pi\right) \sigma^2(\mathbf{r}) \approx (0.69 \sigma(\mathbf{r}))^2$

Die Verteilungsfunktionen für die Fälle $k=2$, $k=4$ und $k=6$ sind in der [Abbildung A.1](#) dargestellt. Dort eingezeichnet sind auch die Lagen von Median, Mittelwert, Modus und die Standardabweichung.

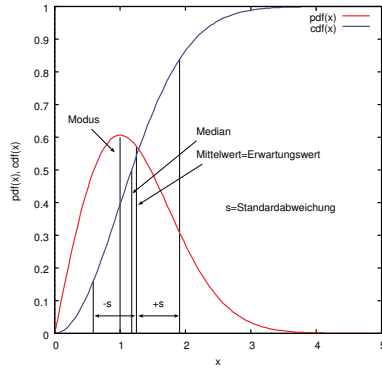
Das Verhältnis der Mittelwerte für $k=2$ und $k=6$ ist gegeben durch

$$\frac{\mu_6}{\mu_2} = \frac{\frac{15}{16} \sqrt{2\pi} \sigma}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma} = \frac{15}{8} = 1.875. \quad (\text{A.32})$$

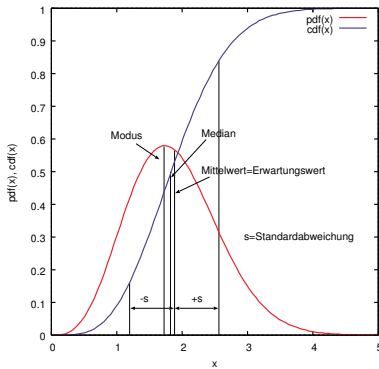
Wichtigstes Beispiel für den Bereich der Modenverwirbelungskammern sind der Betrag einer Feldkomponente ($k=2$) und der Betrag des Gesamtfeldes ($k=6$). Wegen $|\mathbf{E}| = \sqrt{|\mathbf{E}_x|^2 + |\mathbf{E}_y|^2 + |\mathbf{E}_z|^2}$ und der Gleichverteilung der Komponenten würde man intuitiv ein Verhältnis von $\sqrt{3} \approx 1.73$ erwarten. Das tatsächliche Verhältnis ist offensichtlich um rund 8% größer.

Der Mittelwert μ entspricht dem Erwartungswert ${}_b\langle x \rangle$ der Verteilung. Zieht man eine unabhängige Stichprobe der Größe N , so ist der experimentelle Mittelwert m gleich μ für sehr große N :

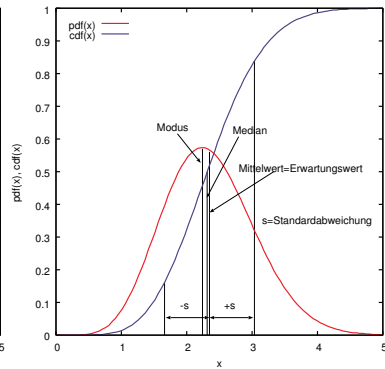
$$m = \mu = {}_b\langle x \rangle \quad \text{für } N \rightarrow \infty \quad (\text{A.33})$$



(a) Freiheitsgrad 2



(b) Freiheitsgrad 4



(c) Freiheitsgrad 6

Abbildung A.1: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (pdf) und Wahrscheinlichkeitsverteilung (cdf) für den Fall der χ -Verteilung mit Freiheitsgrad 2, 4 und 6. Der Parameter σ ist in beiden Fällen eins. Eingezeichnet sind auch die Lagen von Mittelwert, Median, Modus und die Standardabweichung.

A.4 χ^2 -Verteilung

Die χ^2 -Verteilung ist eine kontinuierliche Verteilung auf dem Bereich der positiven reellen Zahlen. Sie tritt typischerweise bei der Betrachtung eines k -dimensionalen Vektors auf, dessen Komponenten unabhängig und normalverteilt sind. In diesem Fall ist das Quadrat der Länge des Vektors χ^2 -verteilt mit k Freiheitsgraden. Formal ausgedrückt: Wenn k Größen X_i unabhängig sind und normalverteilt mit Mittelwerten μ_i und Standardabweichungen σ_i , so ist die Größe

$$Z = \sum_{i=1}^k \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (\text{A.34})$$

χ^2 -verteilt mit Freiheitsgrad k . Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist dann gegeben durch

$$\text{pdf}_Z(z; k) = \frac{(1/2)^{\frac{k}{2}}}{\Gamma(k/2)} z^{\frac{k}{2}-1} \exp\left(-\frac{z}{2}\right) \cdot u(0), \quad (\text{A.35})$$

wobei Γ die Gamma Funktion bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist dann

$$\text{cdf}_Z(z; k) = P(k/2, z/2) = \frac{\gamma(k/2, z/2)}{\Gamma(k/2)}, \quad (\text{A.36})$$

wobei $\gamma(k/2, z/2)$ die untere unvollständige Gammafunktion und $P(k/2, z/2)$ die untere regularisierte Gammafunktion ist, d. h.

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (\text{A.37})$$

$$= \gamma(z, x) + \Gamma(z, x) \quad (\text{A.38})$$

$$\gamma(z, x) = \int_0^x t^{z-1} e^{-t} dt. \quad (\text{A.39})$$

Wichtige statistische Parameter sind

Mittelwert	$\mu = k$
Modus	$k - 2$ für $k \geq 2$
Median	näherungsweise $k - 2/3$
Varianz	$s^2 = 2k$

A.4.1 χ^2_2

Wichtige Spezialfälle sind wie bei der χ -Verteilung $k = 2$ und $k = 6$. Für $k = 2$ ergibt sich:

$$k = 2 \Rightarrow (1/2)^{k/2} = (1/2)^1 = 1/2; \quad z^{k/2-1} = z^0 = 1 \quad (\text{A.40})$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(1) = 1 \quad (\text{A.41})$$

$$\text{pdf}_Z(z, k) = \text{pdf}_Z(z, 2) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{z}{2}\right) \cdot u(0) \quad (\text{A.42})$$

$$1 = \int_0^\infty \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{z}{2}\right) dz \quad (\text{A.43})$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{2\sigma(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right) dx \quad (\text{A.44})$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall zweier Freiheitsgrade, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\begin{aligned} \text{pdf}_X(x; k = 2; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \\ \frac{1}{2\sigma(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

Diese Verteilung ist als *Exponentialverteilung* bekannt.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\begin{aligned} \text{cdf}_X(x; k = 2; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \\ \int_0^x \frac{1}{2\sigma(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t}{2\sigma(\mathbf{r})}\right) dt \\ = 1 - \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = 2\sigma(\mathbf{r})$
Modus	0
Median	$2 \ln(2) \sigma(\mathbf{r}) = \ln(4) \sigma(\mathbf{r}) \approx 1.39 \sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = 4\sigma^2(\mathbf{r}) = (2\sigma(\mathbf{r}))^2$

A.4.2 χ^2_6

Der Fall mit Freiheitsgrad $k = 6$ tritt beispielsweise bei der Betrachtung des Quadrats des Betrags des elektrischen Gesamtfeldes $|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2$ auf.

Wie oben erhält man unter Verwendung der Normierungsbedingung für die Wahrscheinlichkeitsdichte die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung:

$$k = 6 \Rightarrow (1/2)^{k/2} = (1/2)^3 = 1/8; \quad z^{(k/2)-1} = z^2 \quad (\text{A.47})$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(3) = 2\Gamma(2) = 2 \cdot 1\Gamma(1) = 2 \quad (\text{A.48})$$

$$\text{pdf}_z(z, k) = \text{pdf}_z(z, 6) = \frac{z^2}{16} \cdot \exp\left(-\frac{z}{2}\right) \cdot u(0) \quad (\text{A.49})$$

$$1 = \int_0^\infty \frac{z^2}{16} \cdot \exp\left(-\frac{z}{2}\right) dz \quad (\text{A.50})$$

$$= \int_0^\infty \frac{x^2}{16\sigma^3(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right) dx \quad (\text{A.51})$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall von sechs Freiheitsgraden, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\begin{aligned} \text{pdf}_x(x; k = 6; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \\ \frac{x^2}{16\sigma^3(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\begin{aligned} \text{cdf}_x(x; k = 6; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \\ \int_0^x \frac{t^2}{16\sigma^3(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t}{2\sigma(\mathbf{r})}\right) dt \\ = 1 - \left[\frac{x^2}{8\sigma^2(\mathbf{r})} + \frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})} + 1 \right] \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = 6 \sigma(\mathbf{r})$
Modus	$4 \sigma(\mathbf{r})$
Median	$\approx 5.35 \sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = 12 \sigma^2(\mathbf{r}) \approx (3.46 \sigma(\mathbf{r}))^2$

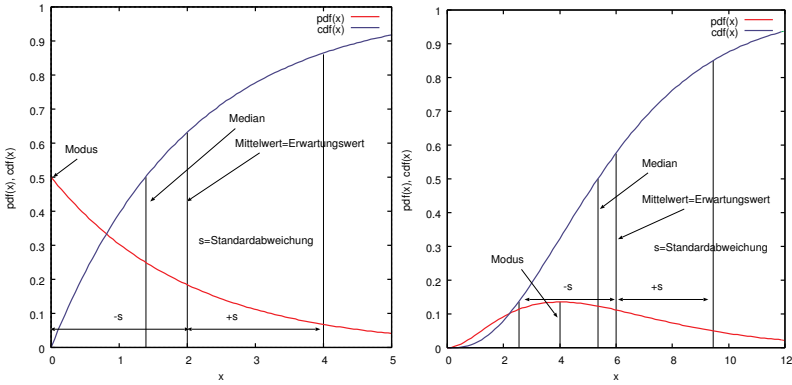


Abbildung A.2: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (pdf) und Wahrscheinlichkeitsverteilung (cdf) für den Fall der χ^2 -Verteilung mit Freiheitsgrad 2 (links) und 6 (rechts). Der Parameter σ ist in beiden Fällen eins. Eingezeichnet sind auch die Lagen von Mittelwert, Median, Modus und die Standardabweichung.

Die Verteilungsfunktionen für die Fälle $k = 2$ und $k = 6$ sind in der [Abbildung A.2](#) dargestellt. Dort eingezeichnet sind auch die Lagen von Median, Mittelwert, Modus und die Standardabweichung.

A.5 Verteilungsfunktionen auf der Dezibelskala

Im Bereich der Messtechnik werden Größen oft auf der Dezibelskala gemessen. Die daraus resultierenden Auswirkungen auf die Verteilungsfunktionen sollen hier kurz zusammengefasst werden. Detaillierte Informationen finden sich in ([LADBURY et al. 1999](#); [PAPOULIS 1991](#)).

Wenn X eine Zufallsvariable auf einer linearen Skala ist, so kann dieser eine Zufallsvariable Y zugeordnet werden, wobei

$$Y = \text{dBX} = k \cdot \log X \quad (\text{A.54})$$

ist und $k = 10$ für »Leistungsgrößen« (z. B. empfangene Leistung, skalare Leistungsdichte) bzw. $k = 20$ für »Spannungsgrößen« (z. B. Spannung, Strom, Feldstärke) ist.

Da die Logarithmusfunktion streng monoton steigend ist, gilt für $x > 0$ einfach

$$\text{cdf}_{\text{dB}X}(y) = \mathcal{P}\left\{x \leq 10^{\frac{y}{k}}\right\} = \text{cdf}_X(10^{\frac{y}{k}}). \quad (\text{A.55})$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist die Ableitung der Verteilungsfunktion:

$$\begin{aligned} \text{pdf}_{\text{dB}X}(y) &= \frac{d\text{cdf}_{\text{dB}X}(y)}{dy} \\ &= \frac{d\text{cdf}_X(10^{\frac{y}{k}})}{dy} \\ &= \frac{10^{\frac{y}{k}} \cdot \ln(10) \cdot \text{pdf}_X(10^{\frac{y}{k}})}{k} \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

Von den statistischen Parametern lassen sich nur die Perzentile – also z. B. der Median – leicht auf die dB-Skala umrechnen. So gilt beispielsweise wegen

$$\text{cdf}_{\text{dB}X}(y) \stackrel{!}{=} 0.5 = \text{cdf}_X(10^{\frac{y}{k}}), \quad (\text{A.57})$$

dass $10^{\frac{y}{k}}$ der Median von X ist, wenn y der Median von $\text{dB}X$ ist.

Die anderen statistischen Parameter können im Allgemeinen nur numerisch bestimmt werden.

Das Ergebnis dieser Vorgehensweise ist exemplarisch für die $\text{dB}\chi^2_2$ -Statistik ($k = 10$) in der [Abbildung A.3](#) dargestellt. Die [Tabelle A.1](#) fasst die Ergebnisse für die vier wichtigsten Fälle zusammen.

Auffällig ist die Unabhängigkeit der Standardabweichungen vom Parameter σ der Verteilungen. Weiterhin fällt auf, dass die Parameter der $\text{dB}X$ - und der $\text{dB}\chi^2$ -Verteilungen (für $k = 20$ bzw. $k = 10$) ineinander übergehen, wenn die Ersetzung $\sigma^2 \rightarrow \sigma$ vorgenommen wird. Tatsächlich gehen die Verteilungen ineinander über, so dass das obige Resultat offensichtlich ist.

A.6 Multivariate Verteilung

Bisher wurden nur univariate Verteilungen betrachtet, d. h. Verteilungen einer Zufallsvariablen X . Im Allgemeinen werden mehrere Zufallsvariablen X_i ($i = 1 \dots k$) von Interesse sein. In diesem Fall definiert man die *gemeinsame Verteilung* (engl.: joint distribution) der Zufallsvariablen analog zum univariaten Fall:

$$\text{cdf}_{X_1, \dots, X_k}(x_1, \dots, x_k) = \mathcal{P}\{X_1 \leq x_1; \dots; X_k \leq x_k\} \quad (\text{A.58})$$

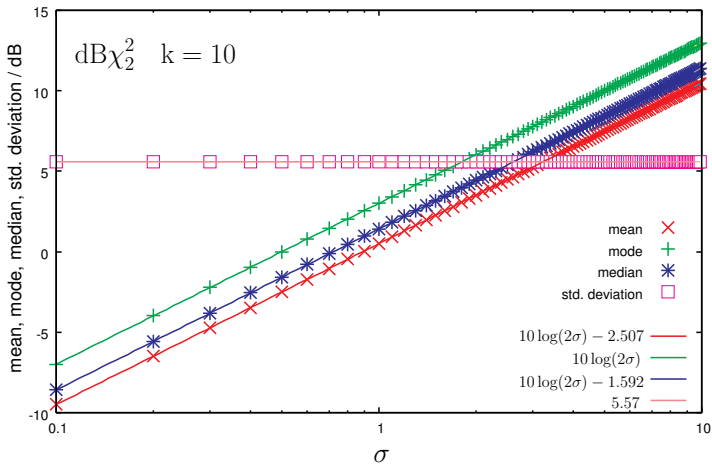


Abbildung A.3: Ermittlung der σ -Abhängigkeit der statistischen Parameter für den Fall der $\text{dB}\chi_2^2$ -Statistik ($k = 10$).

	$\text{dB}\chi_2^2$ $k = 20$	$\text{dB}\chi_6^2$ $k = 20$
Mittelwert	$10 \log(2\sigma^2) - 2.507$	$10 \log(6\sigma^2) - 0.764$
Modus	$10 \log(2\sigma^2)$	$10 \log(6\sigma^2)$
Median	$10 \log(2\sigma^2) - 1.592$	$10 \log(6\sigma^2) - 0.498$
Standardabweichung	5.57	2.729

	$\text{dB}\chi_2^2$ $k = 10$	$\text{dB}\chi_6^2$ $k = 10$
Mittelwert	$10 \log(2\sigma) - 2.507$	$10 \log(6\sigma) - 0.764$
Modus	$10 \log(2\sigma)$	$10 \log(6\sigma)$
Median	$10 \log(2\sigma) - 1.592$	$10 \log(6\sigma) - 0.498$
Standardabweichung	5.57	2.729

Tabelle A.1: Statistische Parameter der wichtigsten Fälle von dB-skalierten Zufallsvariablen.

Die *Randverteilung* (engl.: marginal distribution) wird dann definiert als:

$$\text{cdf}_{X_i}(x_i) = \mathcal{P}\{X_1 \leq \infty; \dots X_i \leq x_i \dots X_k \leq \infty\} \quad (\text{A.59})$$

Es gilt:

$$\sum_{i=1}^k \text{cdf}_{X_i}(x_i) - (k-1) \leq \text{cdf}_{X_1, \dots, X_k}(x_1, \dots, x_k) \leq \sqrt{\prod_{i=1}^k \text{cdf}_{X_i}(x_i)} \quad (\text{A.60})$$

Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte ist analog zum univariaten Fall definiert. Es gilt

$$\text{pdf}_{X_1, \dots, X_k}(x_1, \dots, x_k) = \int_{-\infty}^{x_k} \dots \int_{-\infty}^{x_1} \text{pdf}_{X_1, \dots, X_k}(u_1, \dots, u_k) du_1 \dots du_k \quad (\text{A.61})$$

Hierbei wird vorausgesetzt, dass $\text{pdf}_{X_1, \dots, X_k} \geq 0$ ist.

A.7 Statistische Unabhängigkeit von Zufallsvariablen

Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n$ sind dann und genau dann *statistisch unabhängig* wenn die gemeinsame Verteilung das Produkt der Randverteilungen ist:

$$\text{cdf}_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \text{cdf}_{X_i}(x_i) \quad (\text{A.62})$$

Die Gleichheit gilt dann auch für die Wahrscheinlichkeitsdichten:

$$\text{pdf}_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \text{pdf}_{X_i}(x_i) \quad (\text{A.63})$$

A.8 Verteilung von Funktionen von Zufallsvariablen

Häufig sind Zufallsvariablen Eingangsgrößen einer Funktion, so dass die Ergebnisgröße auch wieder eine Zufallsvariable ist. Hierbei interessiert es dann natürlich, wie die Ergebnisgröße verteilt ist. Im Folgenden werden einige für den Bereich der Modenverwirbelungskammer wichtige Ergebnisse vorgestellt. Details hierzu findet man in der Literatur ([MOOD et al. 1974](#); [PAPOULIS 1991](#)).

A.8.1 Verteilung von Summe und Differenz

Es seien zwei Zufallsvariablen X und Y betrachtet, für die die (zweidimensionale) Wahrscheinlichkeitsdichte $\text{pdf}_{X,Y}(x,y)$ bekannt sei. Für die Summe $Z = X + Y$ und die Differenz $V = X - Y$ gilt dann offensichtlich

$$\begin{aligned}\text{pdf}_Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_{X,Y}(x, z-x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_{X,Y}(z-y, y) dy\end{aligned}\quad (\text{A.64})$$

$$\begin{aligned}\text{pdf}_V(v) &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_{X,Y}(x, x-v) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_{X,Y}(v+y, y) dy,\end{aligned}\quad (\text{A.65})$$

wobei C jeweils die Normierungskonstante ist, die sich aus der Forderung $\int \text{pdf}(x) dx = 1$ ergibt.

Für den Fall, dass X und Y voneinander unabhängig sind folgt dann für die Summe

$$\begin{aligned}\text{pdf}_Z(z) &= \text{pdf}_{X+Y}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_Y(z-x) \text{pdf}_X(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_X(z-y) \text{pdf}_Y(y) dy \\ &= (\text{pdf}_X * \text{pdf}_Y)(z).\end{aligned}\quad (\text{A.66})$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe zweier unabhängiger Zufallsvariablen ist somit die *Faltung* der beiden Wahrscheinlichkeitsdichten.

Die Erweiterung auf N Zufallsvariablen ist einfach:

$$\text{pdf}_{\sum X_i} = (\dots (\text{pdf}_{X_1} * \text{pdf}_{X_2}) * \text{pdf}_{X_2} \dots) * \text{pdf}_{X_N} \quad (\text{A.67})$$

A.8.2 Verteilung des Mittelwertes

Aus der Verteilung der Summe von N unabhängigen Zufallsvariablen (mit identischer Verteilung) ergibt sich direkt die Verteilung des Mittelwertes

$$\langle X \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i = \sum_{i=1}^N \frac{X_i}{N} \quad (\text{A.68})$$

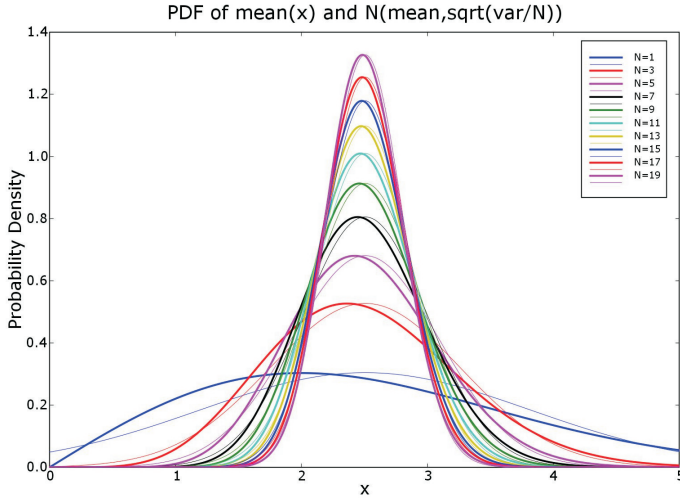


Abbildung A.4: PDF des Mittelwertes einer Rayleigh verteilten Zufallsvariable (dicke Linien) für verschiedene N . Der Parameter der Grundverteilung ($N = 1$) ist $\sigma = 2$. Die dünnen Linien zeigen Normalverteilungen mit Erwartungswert $\mu = \sqrt{\pi/2}\sigma$ und Standardabweichung $\sigma_N = \sqrt{(4 - \pi)/(2N)}\sigma$.

zu

$$\text{pdf}_{(X)} = \text{conv}(\text{pdf}_X, N)(x/N) \quad (\text{A.69})$$

In der [Abbildung A.4](#) ist die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall der Rayleigh-Verteilung dargestellt. Die Verteilung des Mittelwertes nähert sich schnell einer Normalverteilung an.³ Für ausreichend großes N (hier etwa $N > 17$) gilt

$$\text{pdf}_{(X)_N} \approx N(\mu(X), \sqrt{\text{var}(X)/N}), \quad (\text{A.70})$$

wobei $N(\mu, \sigma)$ die Normalverteilung mit Lageparameter μ und Streuparameter σ bezeichnet.

³Das gilt nicht nur für den Fall der Rayleighverteilung, sondern allgemein. Es handelt sich hierbei um eine Folge des zentralen Grenzwertsatzes der Statistik.

A.8.3 Verteilung der Extremwerte

Neben den Verteilungen einer Zufallsvariablen X selbst sind auch die Verteilungen der Extremwerte von Stichproben des Umfangs N von großem Interesse. Folgende einfache Überlegungen führen auf die gesuchten Verteilungen von Maximum (${}_b[X]_N$) und Minimum (${}_b[X]_N$):

Für $N = 1$ sind die Extremwerte gleich dem Wert selbst. Daher ist die Wahrscheinlichkeit einen Maximalwert kleiner x zu finden gleich der Wahrscheinlichkeit einen Wert kleiner x zu finden und somit

$$\text{cdf}_{{}_b[X]_1}(x) = \text{cdf}_X(x). \quad (\text{A.71})$$

Analog ist die Wahrscheinlichkeit einen Minimalwert kleiner x zu finden gleich der Wahrscheinlichkeit einen Wert kleiner x zu finden:

$$\text{cdf}_{{}_b[X]_1}(x) = \text{cdf}_X(x) \quad (\text{A.72})$$

Für den Fall $N > 1$ nehmen wir an, dass der Fall $N - 1$ bereits bekannt sei. Damit der Maximalwert von N Werten kleiner als ein Wert x ist, müssen offensichtlich alle Werte kleiner als x sein. Somit ist die zugehörige Wahrscheinlichkeit gleich der Wahrscheinlichkeit für die ersten $N - 1$ Werte multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, dass der N -te Werte auch kleiner als x ist. Somit folgt:

$$\begin{aligned} \text{cdf}_{{}_b[X]_N}(x) &= \text{cdf}_{{}_b[X]_{N-1}}(x) \cdot \text{cdf}_X(x) \\ &= (\text{cdf}_X(x))^N \end{aligned} \quad (\text{A.73})$$

Betrachtet man das Minimum von N Werten, kann wie folgt argumentiert werden: Die Wahrscheinlichkeit, dass das Minimum kleiner als ein Wert x ist, ist gleich Eins minus der Wahrscheinlichkeit, dass alle Werte größer als x sind. Somit folgt:

$$\begin{aligned} \text{cdf}_{{}_b[X]_N}(x) &= 1 - \text{cdf}_{{}_b[X]_N}(x) \cdot (1 - \text{cdf}_X(x)) \\ &= 1 - (1 - \text{cdf}_X(x))^N \end{aligned} \quad (\text{A.74})$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichten sind die Ableitungen der Wahrscheinlichkeitsfunktionen und ergeben sich zu

$$\text{pdf}_{{}_b[X]_N}(x) = N \cdot (\text{cdf}_X(x))^{N-1} \cdot \text{pdf}_X(x) \quad (\text{A.75})$$

$$\text{pdf}_{{}_b[X]_N}(x) = N \cdot (1 - \text{cdf}_X(x))^{N-1} \cdot \text{pdf}_X(x) \quad (\text{A.76})$$

Für den Fall der Rayleighverteilung mit $\sigma = 2$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte $\text{pdf}_{{}_b[X]_N}(x)$ in [Abbildung A.5](#) für einige N dargestellt.

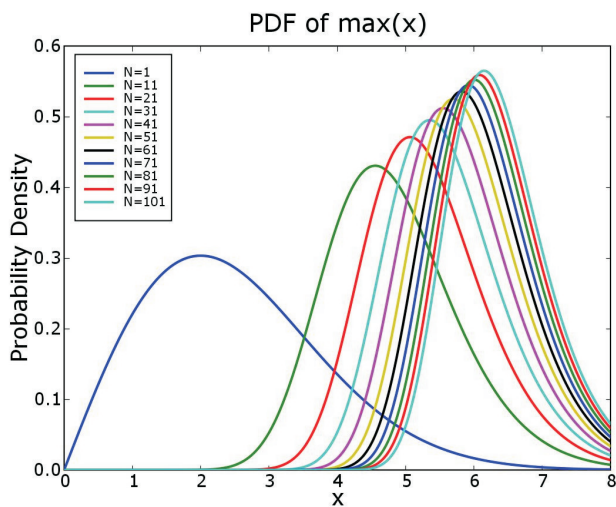


Abbildung A.5: PDF des Maximums einer Rayleigh verteilten Zufallsvariable für verschiedene N . Der Parameter der Grundverteilung ($N = 1$) ist $\sigma = 2$.

A.8.3.1 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_2

N	$\langle \cdot \rangle$	Modus	var($\cdot$)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	1.253	1.000	0.429	0.655	0.320	1.177	2.448
2	0.886	0.707	0.215	0.463	0.226	0.833	1.731
5	0.560	0.447	0.086	0.293	0.143	0.527	1.095
10	0.396	0.316	0.043	0.207	0.101	0.372	0.774
20	0.280	0.224	0.021	0.146	0.072	0.263	0.547
50	0.177	0.141	0.009	0.093	0.045	0.167	0.346
100	0.125	0.100	0.004	0.066	0.032	0.118	0.245
200	0.089	0.071	0.002	0.046	0.022	0.083	0.173
225	0.084	0.067	0.002	0.044	0.021	0.079	0.164
300	0.072	0.058	0.001	0.038	0.018	0.068	0.142
360	0.066	0.053	0.001	0.035	0.016	0.062	0.129
400	0.063	0.050	0.001	0.033	0.015	0.059	0.123
500	0.056	0.045	0.001	0.029	0.014	0.053	0.110
800	0.044	0.035	0.001	0.023	0.011	0.042	0.087
1000	0.040	0.032	0.000	0.021	0.010	0.037	0.078
1024	0.039	0.031	0.000	0.020	0.010	0.037	0.077
1600	0.031	0.025	0.000	0.016	0.007	0.029	0.062
2000	0.028	0.022	0.000	0.015	0.005	0.026	0.056
3200	0.022	0.018	0.000	0.000	0.003	0.021	0.045
5000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.017	0.036
10000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.012	0.027

Tabelle A.2: Statistische Parameter von ${}_b[\chi_2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

N	$\langle \cdot \rangle$	Modus	var($\cdot$)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	1.253	1.000	0.429	0.655	0.320	1.177	2.448
2	1.620	1.457	0.374	0.612	0.711	1.567	2.712
5	2.068	1.932	0.292	0.540	1.262	2.022	3.028
10	2.370	2.238	0.242	0.492	1.644	2.325	3.248
20	2.644	2.514	0.203	0.451	1.986	2.600	3.455
50	2.972	2.843	0.166	0.408	2.385	2.928	3.710
100	3.198	3.071	0.146	0.382	2.654	3.154	3.892
200	3.410	3.285	0.130	0.360	2.901	3.366	4.067
225	3.444	3.320	0.127	0.357	2.941	3.401	4.096
300	3.528	3.404	0.122	0.349	3.037	3.485	4.165
360	3.579	3.456	0.118	0.344	3.096	3.537	4.209
400	3.609	3.486	0.117	0.342	3.130	3.566	4.234
500	3.671	3.549	0.113	0.336	3.200	3.628	4.286
800	3.797	3.677	0.106	0.326	3.343	3.755	4.394
1000	3.856	3.737	0.103	0.321	3.409	3.814	4.445
1024	3.862	3.743	0.103	0.320	3.416	3.821	4.450
1600	3.977	3.859	0.097	0.312	3.544	3.936	4.549
2000	4.033	3.916	0.095	0.308	3.607	3.992	4.598
3200	4.148	4.033	0.090	0.299	3.735	4.108	4.699
5000	4.255	4.142	0.085	0.292	3.852	4.215	4.793
10000	4.415	4.305	0.080	0.282	4.028	4.377	4.936

Tabelle A.3: Statistische Parameter von ${}_b[\chi_2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

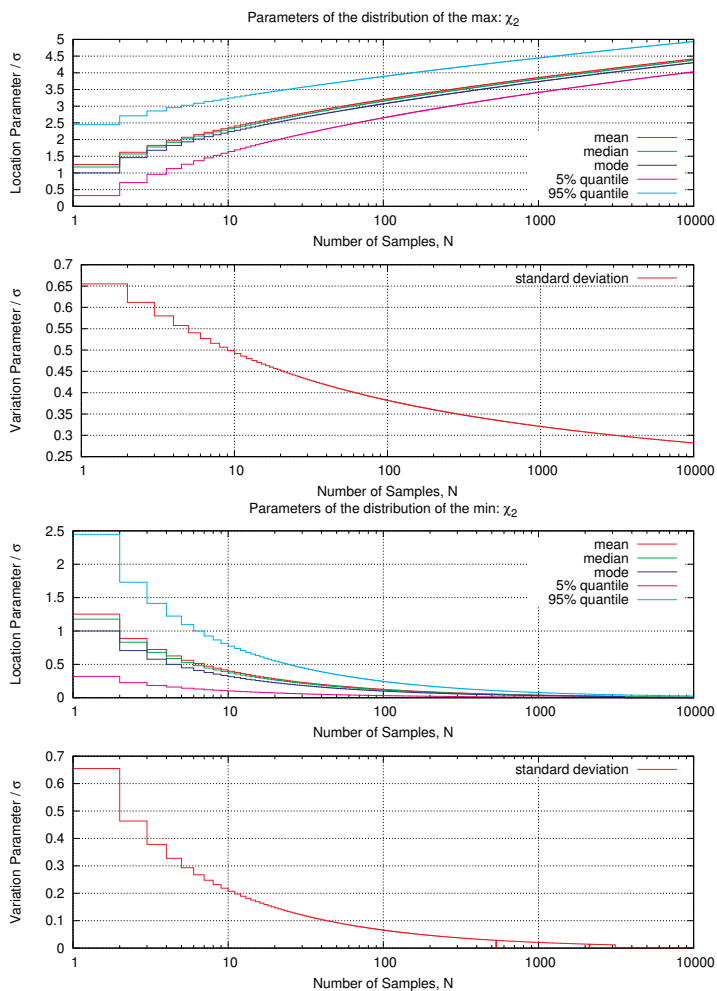


Abbildung A.6: Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_2]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_2]_N$ (unten).

A.8.3.2 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_4

N	$\langle \cdot \rangle$	Modus	$\text{var}(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	1.880	1.732	0.466	0.682	0.843	1.832	3.080
2	1.496	1.414	0.263	0.513	0.698	1.468	2.385
5	1.128	1.095	0.132	0.364	0.548	1.116	1.747
10	0.922	0.909	0.082	0.287	0.458	0.916	1.404
20	0.759	0.757	0.053	0.230	0.383	0.757	1.141
50	0.593	0.597	0.031	0.175	0.303	0.593	0.880
100	0.494	0.500	0.021	0.143	0.254	0.495	0.728
200	0.412	0.419	0.014	0.119	0.213	0.414	0.606
225	0.400	0.407	0.013	0.115	0.207	0.401	0.587
300	0.371	0.378	0.011	0.106	0.193	0.373	0.544
360	0.354	0.361	0.010	0.101	0.184	0.356	0.519
400	0.345	0.352	0.010	0.099	0.179	0.346	0.505
500	0.326	0.332	0.009	0.093	0.170	0.327	0.477
800	0.289	0.295	0.007	0.082	0.151	0.291	0.422
1000	0.273	0.279	0.006	0.078	0.142	0.275	0.399
1024	0.271	0.278	0.006	0.077	0.142	0.273	0.396
1600	0.242	0.248	0.005	0.069	0.126	0.244	0.354
2000	0.229	0.235	0.004	0.065	0.120	0.230	0.334
3200	0.204	0.208	0.003	0.057	0.106	0.205	0.297
5000	0.182	0.186	0.003	0.051	0.095	0.183	0.265
10000	0.153	0.157	0.002	0.043	0.080	0.154	0.223

Tabelle A.4: Statistische Parameter von ${}_b[\chi_4]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

N	$\langle \cdot \rangle$	Modus	$\text{var}(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	1.880	1.732	0.466	0.682	0.843	1.832	3.080
2	2.264	2.142	0.372	0.610	1.334	2.224	3.334
5	2.709	2.590	0.276	0.525	1.919	2.669	3.637
10	3.003	2.882	0.225	0.474	2.300	2.962	3.848
20	3.268	3.146	0.188	0.433	2.634	3.226	4.046
50	3.583	3.460	0.153	0.391	3.020	3.541	4.291
100	3.800	3.679	0.134	0.366	3.279	3.758	4.466
200	4.003	3.883	0.119	0.345	3.516	3.961	4.633
225	4.036	3.917	0.117	0.342	3.554	3.995	4.660
300	4.116	3.997	0.112	0.334	3.646	4.075	4.727
360	4.165	4.048	0.109	0.330	3.702	4.124	4.769
400	4.194	4.076	0.107	0.327	3.735	4.153	4.793
500	4.253	4.136	0.104	0.322	3.802	4.212	4.843
800	4.374	4.259	0.098	0.312	3.939	4.334	4.947
1000	4.431	4.316	0.095	0.308	4.003	4.391	4.996
1024	4.437	4.322	0.095	0.307	4.009	4.397	5.001
1600	4.546	4.434	0.089	0.299	4.132	4.507	5.096
2000	4.600	4.488	0.087	0.295	4.192	4.561	5.143
3200	4.711	4.601	0.083	0.288	4.314	4.672	5.240
5000	4.814	4.705	0.079	0.281	4.427	4.775	5.331
10000	4.968	4.861	0.074	0.271	4.596	4.930	5.468

Tabelle A.5: Statistische Parameter von ${}_b[\chi_4]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

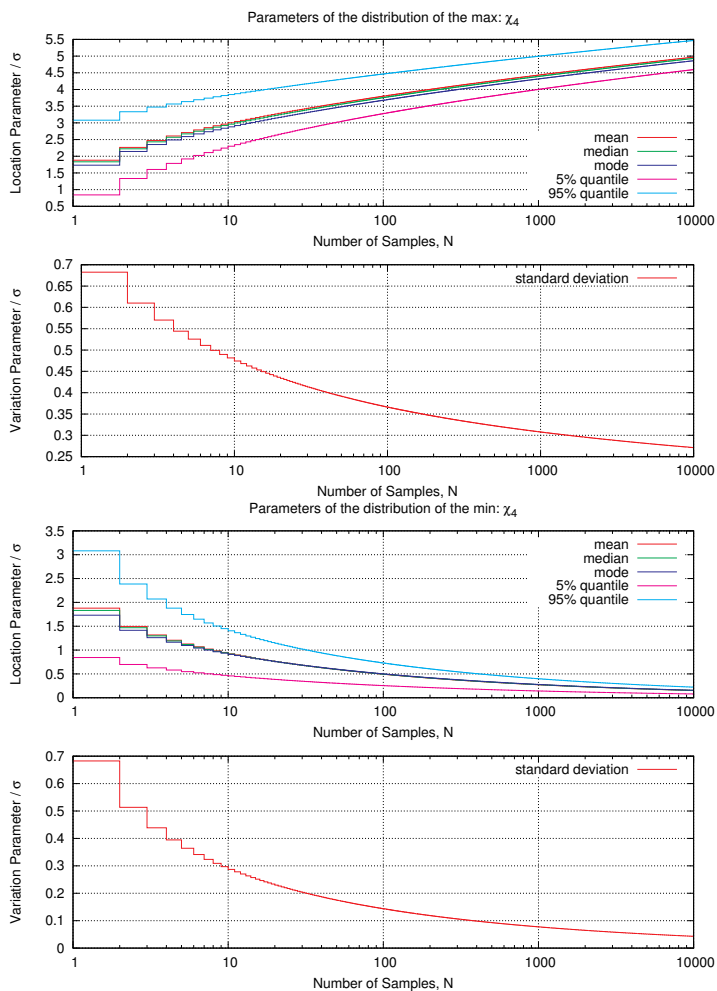


Abbildung A.7: Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_4]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_4]_N$ (unten).

A.8.3.3 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_6

N	μ	Modus	var(.)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	2.350	2.236	0.478	0.691	1.279	2.313	3.548
2	1.960	1.910	0.282	0.531	1.115	1.943	2.864
5	1.578	1.573	0.153	0.391	0.937	1.575	2.227
10	1.357	1.370	0.102	0.319	0.825	1.360	1.877
20	1.176	1.199	0.070	0.265	0.729	1.183	1.602
50	0.984	1.011	0.045	0.212	0.620	0.992	1.320
100	0.864	0.891	0.033	0.182	0.550	0.872	1.149
200	0.761	0.788	0.025	0.157	0.488	0.769	1.006
225	0.745	0.772	0.024	0.154	0.478	0.753	0.984
300	0.708	0.734	0.021	0.145	0.455	0.715	0.933
360	0.685	0.710	0.020	0.140	0.441	0.693	0.902
400	0.672	0.698	0.019	0.137	0.433	0.680	0.885
500	0.646	0.671	0.017	0.131	0.417	0.654	0.849
800	0.595	0.618	0.014	0.120	0.385	0.602	0.780
1000	0.572	0.595	0.013	0.115	0.371	0.579	0.749
1024	0.570	0.593	0.013	0.115	0.369	0.577	0.746
1600	0.527	0.549	0.011	0.105	0.342	0.534	0.689
2000	0.507	0.528	0.010	0.101	0.330	0.514	0.663
3200	0.468	0.487	0.009	0.093	0.304	0.474	0.610
5000	0.433	0.452	0.007	0.086	0.282	0.439	0.565
10000	0.385	0.402	0.006	0.076	0.251	0.390	0.501

Tabelle A.6: Statistische Parameter von ${}_b[\chi_6]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

N	μ	Modus	var(.)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	2.350	2.236	0.478	0.691	1.279	2.313	3.548
2	2.740	2.633	0.369	0.608	1.804	2.704	3.797
5	3.182	3.070	0.268	0.518	2.400	3.145	4.094
10	3.472	3.356	0.217	0.466	2.780	3.433	4.300
20	3.732	3.614	0.180	0.425	3.110	3.692	4.493
50	4.041	3.922	0.147	0.383	3.489	4.000	4.733
100	4.253	4.135	0.128	0.358	3.743	4.212	4.903
200	4.451	4.335	0.114	0.337	3.975	4.411	5.067
225	4.484	4.367	0.112	0.334	4.012	4.443	5.094
300	4.562	4.446	0.107	0.327	4.102	4.522	5.159
360	4.610	4.495	0.104	0.322	4.158	4.570	5.200
400	4.638	4.523	0.102	0.320	4.189	4.598	5.223
500	4.696	4.582	0.099	0.315	4.255	4.656	5.272
800	4.814	4.702	0.093	0.305	4.389	4.775	5.374
1000	4.869	4.757	0.090	0.301	4.451	4.830	5.421
1024	4.875	4.763	0.090	0.300	4.457	4.836	5.426
1600	4.982	4.872	0.085	0.292	4.577	4.944	5.520
2000	5.035	4.925	0.083	0.288	4.636	4.997	5.565
3200	5.143	5.035	0.079	0.281	4.756	5.105	5.660
5000	5.243	5.137	0.075	0.274	4.866	5.206	5.749
10000	5.394	5.290	0.070	0.265	5.031	5.357	5.883

Tabelle A.7: Statistische Parameter von ${}_b[\chi_6]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

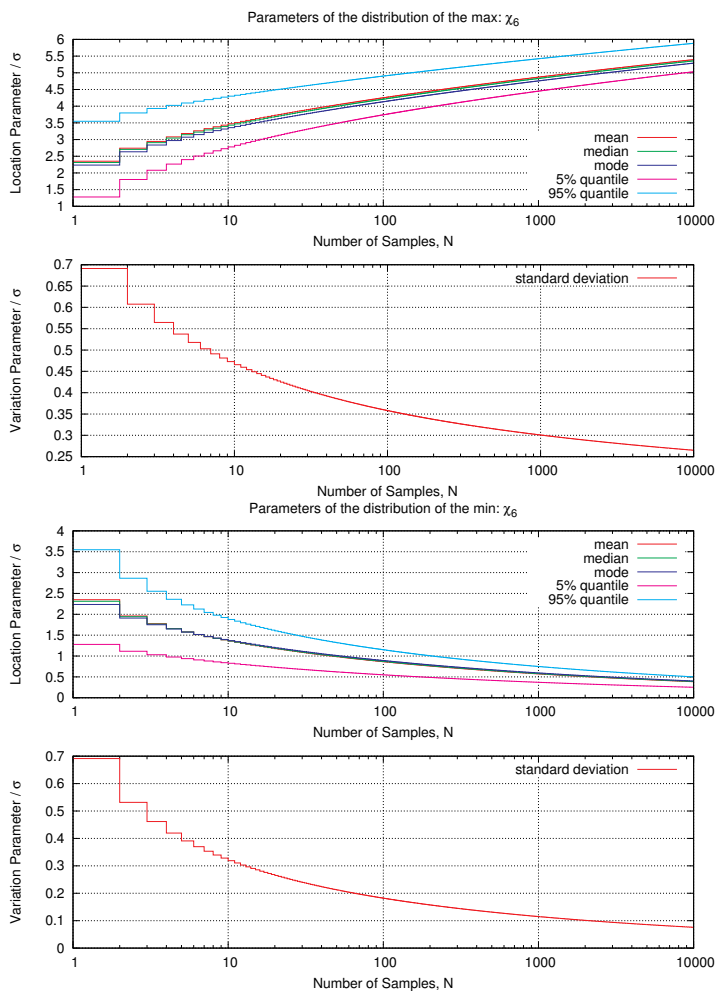


Abbildung A.8: Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_6]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_6]_N$ (unten).

A.8.3.4 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_2^2

N	μ	Modus	var(·)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	2.000	0.000	4.000	2.000	0.103	1.386	5.991
2	1.000	0.000	1.000	1.000	0.051	0.693	2.996
5	0.400	0.000	0.160	0.400	0.021	0.277	1.198
10	0.200	0.000	0.040	0.200	0.010	0.139	0.599
20	0.100	0.000	0.010	0.100	0.005	0.069	0.300
50	0.040	0.000	0.002	0.040	0.002	0.028	0.120
100	0.020	0.000	0.000	0.020	0.001	0.014	0.060
200	0.010	0.000	0.000	0.010	0.001	0.008	0.030
225	0.009	0.000	0.000	0.009	0.001	0.007	0.028
300	0.007	0.000	0.000	0.007	0.001	0.006	0.020
360	0.006	0.000	0.000	0.006	0.001	0.006	0.018
400	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.017
500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.014
800	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
1000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
1024	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
1600	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
2000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
3200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
5000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
10000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.009

Tabelle A.8: Statistische Parameter von ${}_b[\chi_2^2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

N	μ	Modus	var(·)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	2.000	0.000	4.000	2.000	0.103	1.386	5.991
2	3.000	1.386	5.000	2.236	0.506	2.456	7.352
5	4.567	3.219	5.854	2.420	1.594	4.089	9.170
10	5.858	4.605	6.199	2.490	2.703	5.407	10.551
20	7.195	5.991	6.385	2.527	3.945	6.759	11.934
50	8.998	7.824	6.501	2.550	5.689	8.571	13.765
100	10.375	9.210	6.540	2.557	7.046	9.950	15.151
200	11.756	10.597	6.560	2.561	8.417	11.333	16.537
225	11.991	10.832	6.562	2.562	8.651	11.568	16.773
300	12.565	11.408	6.566	2.563	9.223	12.143	17.348
360	12.929	11.772	6.569	2.563	9.586	12.507	17.713
400	13.140	11.983	6.570	2.563	9.796	12.718	17.923
500	13.586	12.429	6.572	2.564	10.241	13.164	18.370
800	14.525	13.369	6.575	2.564	11.179	14.103	19.310
1000	14.971	13.816	6.576	2.564	11.624	14.549	19.756
1024	15.018	13.863	6.576	2.564	11.671	14.597	19.803
1600	15.911	14.756	6.577	2.565	12.563	15.489	20.696
2000	16.357	15.202	6.578	2.565	13.009	15.935	21.142
3200	17.297	16.142	6.578	2.565	13.948	16.875	22.082
5000	18.189	17.034	6.579	2.565	14.841	17.768	22.975
10000	19.575	18.421	6.579	2.565	16.227	19.154	24.361

Tabelle A.9: Statistische Parameter von ${}_b[\chi_2^2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

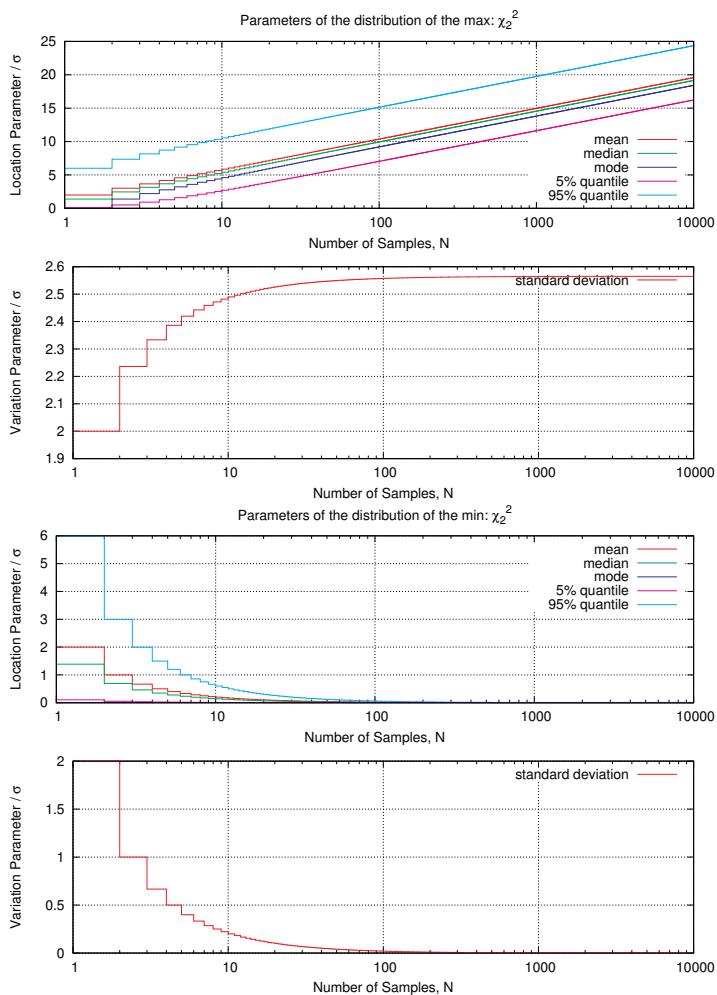


Abbildung A.9: Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi^2_2]_N$ (oben) und ${}_b[\chi^2_2]_N$ (unten).

A.8.3.5 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_6^2

N	μ	Modus	var(-)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	6.000	4.000	12.000	3.464	1.635	5.348	12.592
2	4.125	3.043	4.734	2.176	1.244	3.775	8.203
5	2.643	2.142	1.590	1.261	0.879	2.481	4.957
10	1.942	1.654	0.762	0.873	0.681	1.849	3.521
20	1.454	1.283	0.389	0.623	0.531	1.399	2.567
50	1.013	0.924	0.172	0.414	0.384	0.983	1.742
100	0.779	0.723	0.096	0.310	0.302	0.760	1.321
200	0.604	0.567	0.056	0.236	0.238	0.592	1.013
225	0.579	0.545	0.051	0.225	0.228	0.567	0.969
300	0.522	0.493	0.041	0.202	0.207	0.512	0.870
360	0.489	0.463	0.035	0.188	0.194	0.480	0.813
400	0.471	0.446	0.033	0.181	0.188	0.462	0.782
500	0.435	0.413	0.028	0.166	0.174	0.427	0.721
800	0.368	0.352	0.020	0.140	0.148	0.362	0.608
1000	0.341	0.326	0.017	0.129	0.137	0.335	0.561
1024	0.338	0.323	0.016	0.128	0.136	0.333	0.557
1600	0.289	0.278	0.012	0.109	0.117	0.285	0.475
2000	0.268	0.257	0.010	0.100	0.109	0.264	0.439
3200	0.227	0.219	0.007	0.085	0.093	0.224	0.372
5000	0.195	0.189	0.005	0.073	0.080	0.193	0.319
10000	0.154	0.149	0.003	0.057	0.063	0.152	0.251

Tabelle A.10: Statistische Parameter von $b[\chi_6^2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

N	μ	Modus	var(-)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	6.000	4.000	12.000	3.464	1.635	5.348	12.592
2	7.875	6.229	12.234	3.498	3.254	7.313	14.416
5	10.395	8.953	11.807	3.436	5.759	9.888	16.760
10	12.273	10.896	11.304	3.362	7.726	11.784	18.491
20	14.110	12.765	10.805	3.287	9.673	13.629	20.190
50	16.474	15.148	10.233	3.199	12.176	15.998	22.398
100	18.217	16.900	9.874	3.142	14.011	17.743	24.043
200	19.928	18.618	9.573	3.094	15.800	19.455	25.670
225	20.216	18.907	9.527	3.087	16.100	19.744	25.945
300	20.916	19.609	9.420	3.069	16.828	20.444	26.615
360	21.357	20.051	9.356	3.059	17.286	20.886	27.038
400	21.611	20.306	9.321	3.053	17.550	21.140	27.282
500	22.148	20.845	9.248	3.041	18.106	21.677	27.798
800	23.271	21.971	9.107	3.018	19.266	22.801	28.880
1000	23.800	22.503	9.045	3.007	19.812	23.331	29.391
1024	23.857	22.559	9.039	3.006	19.870	23.387	29.446
1600	24.910	23.615	8.924	2.987	20.953	24.441	30.465
2000	25.434	24.141	8.871	2.978	21.491	24.966	30.974
3200	26.531	25.242	8.767	2.961	22.616	26.064	32.040
5000	27.567	26.281	8.677	2.946	23.676	27.101	33.049
10000	29.165	27.884	8.552	2.924	25.307	28.700	34.609

Tabelle A.11: Statistische Parameter von $b[\chi_6^2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ .

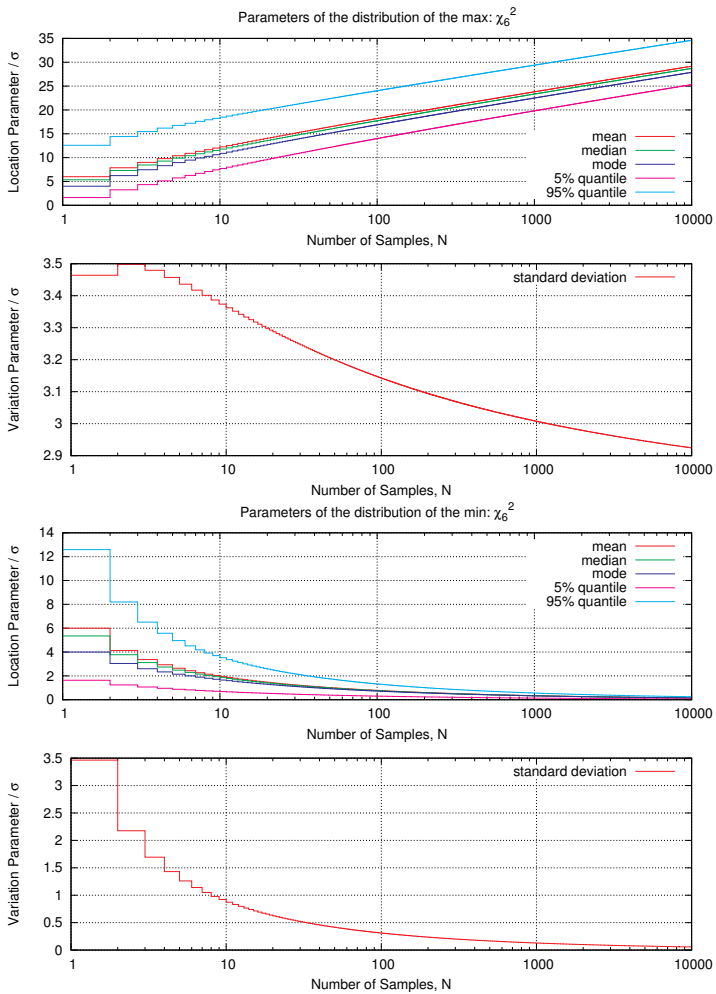


Abbildung A.10: Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_6^2]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_6^2]_N$ (unten).

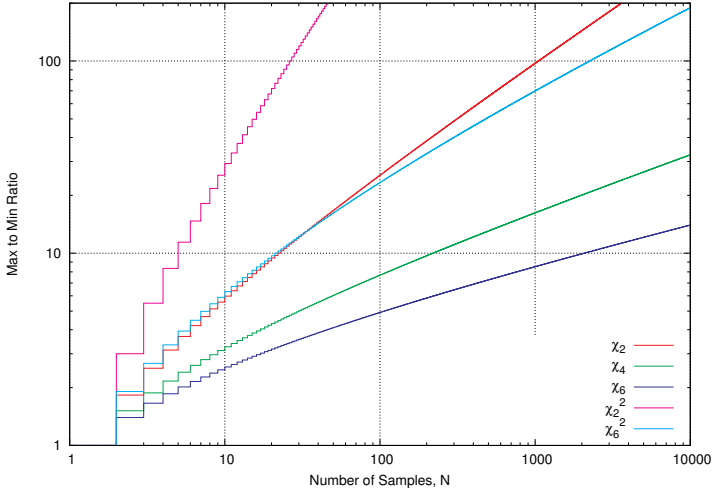


Abbildung A.11: Quotient $t\langle \cdot \rangle_N / t\langle \cdot \rangle_N$ für χ_2 , χ_4 , χ_6 , χ_2^2 und χ_6^2 .

A.8.4 Maximum zu Minimum und Maximum zu Mittelwert Quotienten

A.8.5 Transformationsmethode

Es wird nun der Fall betrachtet, dass die gemeinsame Verteilung von Zufallsvariablen gesucht ist, die ihrerseits Funktionen anderer Zufallsvariablen sind. Die Darstellung beschränkt sich auf den zweidimensionalen Fall kontinuierlichen Zufallsvariablen ([MOOD et al. 1974](#)).

Sei

$$\text{pdf}_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) \quad (\text{A.77})$$

die n-dimensionale gemeinsame Verteilungsdichte der n Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n$ und seien $y_i = g_i(x_1, \dots, x_n)$ n invertierbare Abbildungen mit mindestens einmal stetig partiell differenzierbaren Umkehrabbildungen

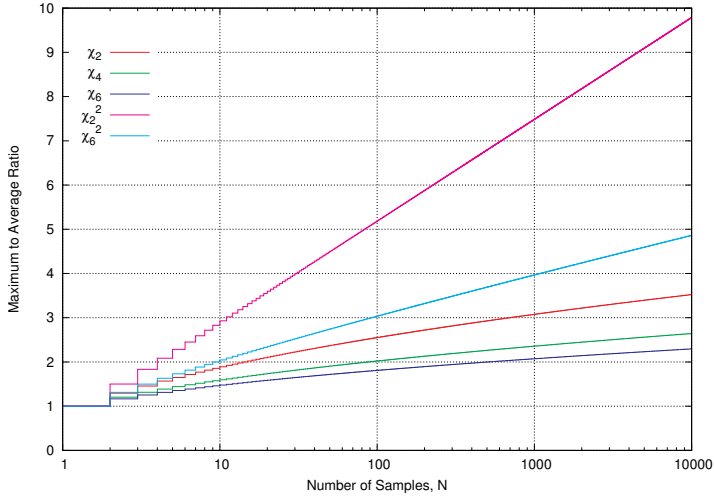


Abbildung A.12: Quotient $t\langle \cdot \rangle_N / t\langle \cdot \rangle_N$ für χ_2 , χ_4 , χ_6 , χ_2^2 und χ_6^2 .

$x_i = g^{-1}(y_1, \dots, y_n)$ und nichtverschwindender Jakobi-Determinante

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial y_n} \\ \frac{\partial x_2}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial y_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_n}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x_n}{\partial y_n} \end{vmatrix} \neq 0, \quad (\text{A.78})$$

dann ergibt sich die gemeinsame Verteilungsdichte der Zufallsvariablen Y_i zu

$$\text{pdf}_{Y_1, \dots, Y_n}(y_1, \dots, y_n) = |J| \cdot \text{pdf}_{X_1, \dots, X_n}(g_1^{-1}(y_1, \dots, y_n), \dots, g_n^{-1}(y_1, \dots, y_n)) \quad (\text{A.79})$$

A.8.6 Verteilungsfunktionstechnik

Gegeben sei die gemeinsame Verteilungsfunktion $\text{cdf}_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n)$ der Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n$. Die gemeinsame Verteilung der Variablen

$Y_1, \dots, Y_k$ mit $Y_j = g_j(X_1, \dots, X_n)$, $j = 1, \dots, k$ kann dann wie folgt ermittelt werden (Mood et al. 1974):

Per Definition ist die gemeinsame Verteilung gegeben durch

$$\text{cdf}_{Y_1, \dots, Y_k}(y_1, \dots, y_k) = \mathcal{P}\{Y_1 \leq y_1, \dots, Y_k \leq y_k\} \quad (\text{A.80})$$

$$= \mathcal{P}\{g_1(X_1, \dots, X_n) \leq y_1, \dots, g_k(X_1, \dots, X_n) \leq y_k\} \quad (\text{A.81})$$

Die letzte Zeile beschreibt die Wahrscheinlichkeit durch die Zufallsvariablen X_i und die bekannten Funktionen g_j . Da die gemeinsame Verteilung der Variablen X_i als bekannt vorausgesetzt wird, kann die Verteilungsfunktion der Y_i prinzipiell berechnet werden.

Als Beispiel für die Anwendung sei eine Rayleigh-verteilte Zufallsvariable X betrachtet. Gesucht ist die Verteilung des Quadrats $Y = X^2$. Es gilt

$$\text{pdf}_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0) \quad (\text{A.82})$$

und somit

$$\text{cdf}_Y(y) = \mathcal{P}\{Y \leq y\} \quad (\text{A.83})$$

$$= \mathcal{P}\{X^2 \leq y\} \quad (\text{A.84})$$

$$= \int_{x^2 \leq y} \text{pdf}_X(x) dx \quad (\text{A.85})$$

$$= \int_0^{\sqrt{y}} \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (\text{A.86})$$

$$= 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.87})$$

$$= 1 - e^{-\frac{y}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.88})$$

Hieraus ergibt sich $\text{pdf}_Y(y) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{y}{2\sigma^2}} \cdot u(0) = \chi_2^2(\sigma^2)$. $Y = X^2$ folgt somit einer Exponentialverteilung.

Ganz allgemein lassen sich mit der Verteilungsfunktionstechnik leicht die gemeinsamen Verteilungen von Summe, Differenz, Produkt und Quotient zweier Zufallsvariablen angeben:

Summe $Z = X + Y$: Aus der Definition der Verteilungsfunktion folgt

$$\text{cdf}_Z(z) = \mathcal{P}\{Z \leq z\} = \mathcal{P}\{X + Y \leq z\} \quad (\text{A.89})$$

$$= \iint_{x+y \leq z} \text{pdf}_{X,Y}(x, y) dx dy \quad (\text{A.90})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{z-x} \text{pdf}_{X,Y}(x, y) dy \right] dx \quad (\text{A.91})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^z \text{pdf}_{X,Y}(x, u - x) du \right] dx \quad (\text{A.92})$$

und somit

$$\text{pdf}_Z(z) = \frac{d \text{cdf}_Z(z)}{dz} \quad (\text{A.93})$$

$$= \frac{d}{dz} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^z \text{pdf}_{X,Y}(x, u - x) du \right] dx \right\} \quad (\text{A.94})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_{X,Y}(x, z - x) dx. \quad (\text{A.95})$$

Sind X und Y unabhängig folgt unmittelbar die bereits bei der Betrachtung des Mittelwertes erwähnte Faltungsidentität:

$$\text{pdf}_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_X(x) \text{pdf}_Y(z - x) dx \quad (\text{A.96})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_X(z - y) \text{pdf}_Y(y) dy \quad (\text{A.97})$$

Differenz $Z = x - y$: Mit der analogen Vorgehensweise wie oben erhält man

$$\text{cdf}_Z(z) = \mathcal{P}\{Z \leq z\} = \mathcal{P}\{X - Y \leq z\} \quad (\text{A.98})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^z \text{pdf}_{X,Y}(x, x - u) du \right] dx \quad (\text{A.99})$$

und

$$\text{pdf}_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{pdf}_{X,Y}(x, x - z) dx. \quad (\text{A.100})$$

Produkt $Z = X \cdot Y$:

$$\text{cdf}_Z(z) = \mathcal{P}\{Z \leq z\} = \mathcal{P}\{X \cdot Y \leq z\} \quad (\text{A.101})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^z \frac{1}{|x|} \text{pdf}_{X,Y}\left(x, \frac{u}{x}\right) du \right] dx \quad (\text{A.102})$$

$$\text{pdf}_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|x|} \text{pdf}_{X,Y}\left(x, \frac{z}{x}\right) dx \quad (\text{A.103})$$

Quotient $Z = \frac{X}{Y}$:

$$\text{cdf}_Z(z) = \mathcal{P}\{Z \leq z\} = \mathcal{P}\left\{\frac{X}{Y} \leq z\right\} \quad (\text{A.104})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^z |y| \text{pdf}_{X,Y}(uy, y) du \right] dy \quad (\text{A.105})$$

$$\text{pdf}_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |y| \text{pdf}_{X,Y}(zy, y) dy \quad (\text{A.106})$$

A.9 Bewertung von Korrelationskoeffizienten

Der Korrelationskoeffizient r zweier Zufallsvariablen X_1 und X_2 ist selbst wieder eine Zufallsvariable. Zur Bewertung von experimentell ermittelten Korrelationskoeffizienten ist daher die Kenntnis der Verteilungsfunktion $\text{cdf}_r(\rho, N)$ wichtig, wobei ρ die Korrelation der Grundgesamtheit und N den Stichprobenumfang bezeichnet. Für normalverteilte Zufallsgrößen (X, Y) mit der gemeinsamen Verteilungsdichte

$$\text{pdf}_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(x - \langle x \rangle)^2}{\sigma_1^2} - 2\frac{\rho(x - \langle x \rangle)(y - \langle y \rangle)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y - \langle y \rangle)^2}{\sigma_2^2} \right] \right\} \quad (\text{A.107})$$

entnimmt man die Verteilungsdichte $\text{pdf}_r(\rho, N)$ der Literatur (STANGE 1971; FISZ 1976):

$$\text{pdf}_r(\rho, N) = \frac{n-2}{\pi} (1-\rho^2)^{\frac{n-1}{2}} (1-r^2)^{\frac{n-4}{2}} \int_0^\infty \frac{x^{n-2}}{(1-\rho r x)^{n-1} \sqrt{1-x^2}} dx \quad (\text{A.108})$$

$$\approx \frac{N-2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\Gamma(N-1)}{\Gamma(N-\frac{1}{2})} \cdot \frac{(1-\rho^2)^{\frac{(N-1)}{2}} (1-r^2)^{\frac{N-4}{2}}}{(1-\rho r)^{N-\frac{3}{2}}} \cdot \left[1 + \frac{1+\rho r}{4(2N-1)} + \dots \right] \quad (\text{A.109})$$

Die Verteilungsfunktion ergibt sich hieraus durch numerische Integration. In Abschnitt B.4 finden sich hierzu Beispielprogramme.

Verteilungsdichten für verschiedene Werte von N und ρ sind in Abbildung A.13 dargestellt. Es wird deutlich, dass insbesondere für kleine Populationsgrößen mit einer großen Streuung von experimentellen Korrelationskoeffizienten zu rechnen ist. Extrem wird es für $N \leq 4$: Für $N = 4$ ist die Verteilungsdichte uniform, d. h. alle Werte für r sind gleich wahrscheinlich, für $N = 3$ ergeben sich deutliche Häufungen bei $r = \pm 1$ und für $N = 1$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte offensichtlich $\text{pdf}_r(\rho, 2) = \frac{1}{2} (\delta(r+1) + \delta(r-1))$.

Für große Werte von N strebt $\text{pdf}_r(\rho, N)$ einer Normalverteilung mit Erwartungswert $\langle r \rangle = \rho$ und Varianz $\text{var}(r) = \frac{1}{N} (1-\rho^2)^2$ zu (FISZ 1976). Die Konvergenz der Verteilung ist sehr langsam; die Näherungen für Erwartungswert und Varianz gelten etwa ab $N > 500$.

FISHER stellt fest, dass die Zufallsvariable

$$U = \frac{1}{2} \log \left(\frac{1+R}{1-R} \right) \quad (\text{A.110})$$

bereits für relativ kleine N normalverteilt mit Erwartungswert

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} \log \left(\frac{1+\rho}{1-\rho} \right) + \frac{\rho}{2(N-1)} \quad (\text{A.111})$$

und Varianz

$$\text{var}(U) = \frac{1}{N-3} \quad (\text{A.112})$$

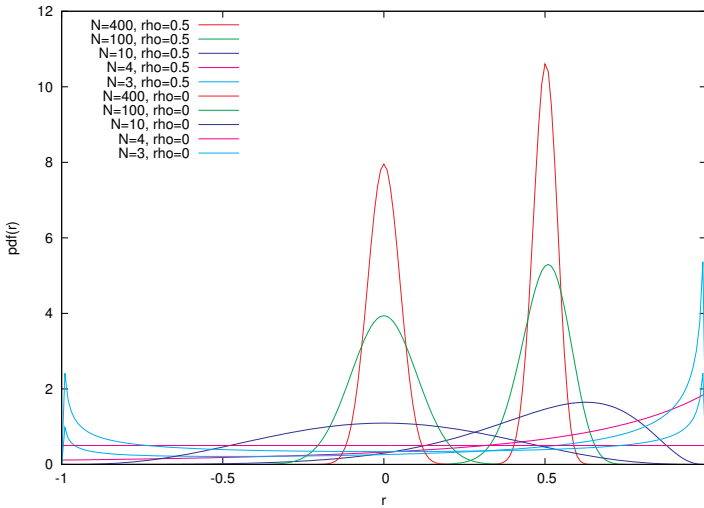


Abbildung A.13: Verteilungsdichte $\text{pdf}_r(\rho, N)$ des Korrelationskoeffizienten normalverteilter Zufallsvariabler für verschiedene ρ und N .

ist (FISHER 1954).

Aus dem Korrelationskoeffizienten r zwischen zwei Zufallsvariablen X und Y ergibt sich das *lineare Bestimmtheitsmaß*

$$B_L = r^2. \quad (\text{A.113})$$

Das lineare Bestimmtheitsmaß B_L gibt an, welcher Anteil der Varianz von Y durch die Varianz von X »erklärbar« ist, wenn man einen linearen Zusammenhang zwischen X und Y voraussetzt (STANGE 1971). Die Erklärbarkeit ist hierbei rein deskriptiv zu verstehen: aus einem hohen Bestimmtheitsgrad kann grundsätzlich nicht die Richtigkeit des linearen Modells geschlossen werden. Auch umgekehrt falsifiziert ein geringer Bestimmtheitsgrad das lineare Modell nicht, deutet aber darauf hin, dass andere Faktoren vorliegen, die einen stärkeren Einfluss auf die Streuung von Y haben.

Die durch Gleichung (A.108) gegebene Verteilungsdichte des Korrelationskoeffizienten gilt für normalverteilte Zufallsvariablen. Im Zusammenhang mit Modenverwirbelungskammern sind die experimentellen Größen

in der Regel aber χ - bzw. χ^2 -verteilt mit unterschiedlichen Freiheitsgraden (vergleiche [Tabelle 2.1](#) auf Seite 54). Es stellt sich somit zunächst die Frage, ob [Gleichung \(A.108\)](#) auch in diesen Fällen benutzt werden kann. Da theoretische Ausdrücke für andere als die Normalverteilung nicht zur Verfügung stehen bietet sich die numerische Analyse mit unterschiedlich verteilten Zufallszahlen an. Das Ergebnis einer solchen Analyse ist in [Abbildung A.14](#) dargestellt. Die Übereinstimmung der Kurven für alle Verteilungen ist sehr gut, so dass auch im Falle der Modenverwirbelungskammern mit [Gleichung \(A.108\)](#) gearbeitet werden kann.

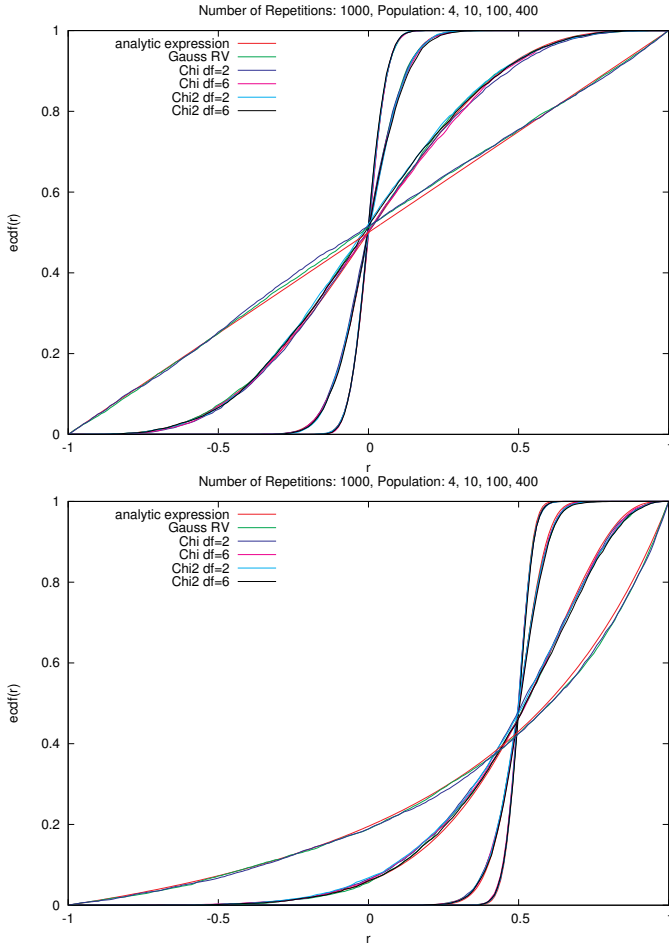


Abbildung A.14: Vergleich der Verteilungsfunktionen der Korrelationskoeffizienten zwischen Zufallsvariablen unterschiedlich verteilter Populationen (Gauss, χ_2 , χ_6 , χ_2^2 , χ_6^2) für Populationsgrößen $N = 4, 10, 100, 400$ (mit zunehmender Steilheit) mit der theoretischen Verteilung für den Fall der Normalverteilung. Oben dargestellt sind die Kurven für den Fall $\rho = 0$ und unten für den Fall $\rho = 0.5$.

B Hilfsprogramme

B.1 Parameter der dB-skalierten Verteilungen

```
1 from __future__ import division
2
3 import math
4 import scipy
5 import sys
6
7 class distributions:
8     def __init__(self,s):
9         self.s=s
10        self.k=10
11    def p_chi_2(self, x):
12        r=x/s**2*math.exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
13        return r
14    def c_chi_2(self, x):
15        c=1-math.exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
16        return c
17
18    def p_chi_6(self, x):
19        r=x**5/(8*s**6)*math.exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
20        return r
21    def c_chi_6(self, x):
22        c=1-(x**4/(8*self.s**4)+x**2/(2*self.s**2)+1)*math.exp(-(x
23            **2/(2*self.s**2)))
24        return c
25
26    def p_chi2_2(self, x):
27        r=1/(2*s)*math.exp(-(x/(2*self.s)))
28        return r
29    def c_chi2_2(self, x):
30        c=1-math.exp(-(x/(2*self.s)))
31        return c
32
33    def p_chi2_6(self, x):
34        r=x**2/(16*s**3)*math.exp(-(x/(2*self.s)))
35        return r
36    def c_chi2_6(self, x):
```

```

37         c=1-(x**2/(8*self.s**2)+x/(2*self.s)+1)*math.exp(-(x/(2*self
38             .s)))
39         return c
40     def __p_dB(self,x,k,dist):
41         y=10**(x/k)
42         r=y*math.log(10)*dist(y)/k
43         return r
44     def __c_dB(self,x,k,dist):
45         y=10**(x/k)
46         r=dist(y)
47         return r
48     def p_10dBchi_2(self,x):
49         return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_2)
50     def c_10dBchi_2(self,x):
51         return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_2)
52     def p_20dBchi_2(self,x):
53         return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_2)
54     def c_20dBchi_2(self,x):
55         return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_2)
56     def p_10dBchi_6(self,x):
57         return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_6)
58     def c_10dBchi_6(self,x):
59         return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_6)
60     def p_20dBchi_6(self,x):
61         return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_6)
62     def c_20dBchi_6(self,x):
63         return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_6)
64     def p_10dBchi2_2(self,x):
65         return self.__p_dB(x,10,self.p_chi2_2)
66     def c_10dBchi2_2(self,x):
67         return self.__c_dB(x,10,self.c_chi2_2)
68     def p_20dBchi2_2(self,x):
69         return self.__p_dB(x,20,self.p_chi2_2)
70     def c_20dBchi2_2(self,x):
71         return self.__c_dB(x,20,self.c_chi2_2)
72     def p_10dBchi2_6(self,x):
73         return self.__p_dB(x,10,self.p_chi2_6)
74     def c_10dBchi2_6(self,x):
75         return self.__c_dB(x,10,self.c_chi2_6)
76     def p_20dBchi2_6(self,x):
77         return self.__p_dB(x,20,self.p_chi2_6)
78     def c_20dBchi2_6(self,x):
79         return self.__c_dB(x,20,self.c_chi2_6)
80
81     if __name__ == "__main__":
82         typ=sys.argv[1]

```

```

83 slist=eval(sys.argv[2])
84 typdct={"chi_2": ('p_chi_2', 'c_chi_2'),
85         "chi_6": ('p_chi_6', 'c_chi_6'),
86         "chi2_2": ('p_chi2_2', 'c_chi2_2'),
87         "chi2_6": ('p_chi2_6', 'c_chi2_6'),
88         "10dBchi_2": ('p_10dBchi_2', 'c_10dBchi_2'),
89         "20dBchi_2": ('p_20dBchi_2', 'c_20dBchi_2'),
90         "10dBchi_6": ('p_10dBchi_6', 'c_10dBchi_6'),
91         "20dBchi_6": ('p_20dBchi_6', 'c_20dBchi_6'),
92         "10dBchi2_2": ('p_10dBchi2_2', 'c_10dBchi2_2'),
93         "20dBchi2_2": ('p_20dBchi2_2', 'c_20dBchi2_2'),
94         "10dBchi2_6": ('p_10dBchi2_6', 'c_10dBchi2_6'),
95         "20dBchi2_6": ('p_20dBchi2_6', 'c_20dBchi2_6')}
96
97
98 print "#_Distribution:", typ
99 print "#_s_mean_mode_median_variance"
100 for s in slist:
101     dist=distributions(s)
102     pdf=getattr(dist,typdct[typ][0])
103     cdf=getattr(dist,typdct[typ][1])
104
105     if typ in ("chi_2", "chi_6", "chi2_2", "chi2_6"):
106         xstart=0
107     else:
108         xstart=scipy.optimize.fsolve(lambda x: cdf(x)-0.0000001,
109                                     0)
110         xend=scipy.optimize.fsolve(lambda x: cdf(x)-0.9999999, 0)
111         mean=scipy.integrate.quad(lambda x: x*pdf(x), xstart, xend)
112         [0]
113         var=scipy.integrate.quad(lambda x: (x-mean)**2*pdf(x),
114                                 xstart, xend)[0]
115         median=scipy.optimize.fsolve(lambda x: cdf(x)-0.5, mean)
116         modus=scipy.optimize.fmin(lambda x: -pdf(x), mean)
117     print s, mean, modus, median, var

```

B.2 Verteilung des Mittelwertes

```

1 from __future__ import division
2 import math
3 import sys
4 import scipy
5
6 class MeanDist(object):
7     def __init__(self,x,pdf):
8         self.x=x

```

```

9         self.pdf=pdf
10        self.width=x[-1]-x[0]
11        self.fac=self.width/(len(x)-1)
12    def calc(self, N=None):
13        cdict={}
14        if N is None:
15            N=1
16        convolved=self.pdf
17        cdict[1]=convolved
18        print "%d: %e"%(1, scipy.integrate.trapz(convolved, self.x))
19        for i in range(2, N+1):
20            convolved=scipy.signal.convolve(convolved, self.pdf, 1)*
                self.fac*(i)/float(i-1)
21            cdict[i]=convolved
22            print "%d: %e"%(i, scipy.integrate.trapz(convolved, self.x
                /float(i)))
23        return cdict
24
25 if __name__ == '__main__':
26     from pylab import *
27     N=int(sys.argv[1])
28     mean=0.0
29     std=2.0
30     step=0.01
31     x=scipy.arange(-5*N, 5*N+step, step)
32     dist=scipy.stats.rayleigh(mean, std)
33     var=(4-math.pi)/2*std**2
34     mean=math.sqrt(math.pi/2)*std
35     pdf=dist.pdf(x)
36     cdf=dist.cdf(x)
37     av=MeanDist(x, pdf)
38     cdict=av.calc(N)
39     for i in range(1, N+1, 2):
40         nor=i*scipy.stats.norm.pdf(x, mean*i, math.sqrt(var/i)*i)
41         line1, = plot(x/i, cdict[i], linewidth=2, label='N=%d'%i)
42         line2,=plot(x/i, nor)
43         setp(line2, 'color', line1._color)
44     xlabel('x', fontsize=18)
45     ylabel('Probability_Density', fontsize=18)
46     title('PDF_of_mean(x)_and_N(mean, sqrt(var/N))', fontsize=20)
47     xlim((0, 5))
48     labels = getp(gca(), 'xticklabels')
49     setp(labels, fontsize=14)
50     labels = getp(gca(), 'yticklabels')
51     setp(labels, fontsize=14)
52     legend()
53     show()

```

B.3 Statistische Parameter der Extremalverteilungen

```
1 from __future__ import division
2
3 from scipy import *
4 import sys
5
6 def h(x):
7     return (sign(x)+1)/2
8
9 class MinMax(object):
10     def pdf_min (self, x, N):
11         r=N*(1-self.cdf(x))*(N-1)*self.pdf(x)
12         return r
13     def cdf_min(self, x, N):
14         c=1-(1-self.cdf(x))*(N)
15         return c
16     def pdf_max (self, x, N):
17         return N*self.cdf(x)**(N-1)*self.pdf(x)
18     def cdf_max (self, x, N):
19         return self.cdf(x)**(N)
20
21 class chi2(MinMax):
22     def __init__(self,s):
23         self.s=s
24     def pdf(self, x):
25         r=x/self.s**2*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
26         return r*h(x)
27     def cdf(self, x):
28         c=1-exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
29         return c*h(x)
30
31 class chi4(MinMax):
32     def __init__(self,s):
33         self.s=s
34     def pdf(self, x):
35         r=x**3/(2*self.s**4)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
36         return r*h(x)
37     def cdf(self, x):
38         c=1-(1+x**2/(2*self.s**2))*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
39         return c*h(x)
40
41 class chi6(MinMax):
42     def __init__(self,s):
43         self.s=s
44     def pdf(self, x):
```

```

45         r=x**5/(8*self.s**6)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
46         return r*h(x)
47     def cdf(self, x):
48         c=1-(1+x**2/(2*self.s**2)+x**4/(8*self.s**4))*exp(-(x**2/(2*
         self.s**2)))
49         return c*h(x)
50
51     class chisquare2(MinMax):
52     def __init__(self,s):
53         self.s=s
54     def pdf(self, x):
55         r=1/(2*self.s)*exp(-(x/(2*self.s)))
56         return r*h(x)
57     def cdf(self, x):
58         c=1-exp(-(x/(2*self.s)))
59         return c*h(x)
60
61     class chisquare6(MinMax):
62     def __init__(self,s):
63         self.s=s
64     def pdf(self, x):
65         r=x**2/(16*self.s**3)*exp(-(x/(2*self.s)))
66         return r*h(x)
67     def cdf(self, x):
68         c=1-(1+x/(2*self.s)+x**2/(8*self.s**2))*exp(-(x/(2*self.s)))
69         return c*h(x)
70
71
72     class distributions:
73     def __init__(self,s):
74         self.s=s
75         self.k=10
76     def p_chi_2(self, x):
77         r=x/s**2*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
78         return r
79     def c_chi_2(self, x):
80         c=1-exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
81         return c
82
83     def p_chi_4(self, x):
84         r=x**3/(2*s**4)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
85         return r
86     def c_chi_4(self, x):
87         c=1-(x**2/(2*self.s**2)+1)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
88         return c
89
90     def p_chi_6(self, x):

```



```

91         r=x**5/(8*s**6)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
92         return r
93     def c_chi_6(self, x):
94         c=1-(x**4/(8*self.s**4)+x**2/(2*self.s**2)+1)*exp(-(x**2/(2*
          self.s**2)))
95         return c
96
97
98     def p_chi2_2(self, x):
99         r=1/(2*s)*exp(-(x/(2*self.s)))
100        return r
101    def c_chi2_2(self, x):
102        c=1-exp(-(x/(2*self.s)))
103        return c
104
105    def p_chi2_6(self, x):
106        r=x**2/(16*s**3)*exp(-(x/(2*self.s)))
107        return r
108    def c_chi2_6(self, x):
109        c=1-(x**2/(8*self.s**2)+x/(2*self.s)+1)*exp(-(x/(2*self.s)))
110        return c
111
112    def __p_dB(self,x,k,dist):
113        y=10**(x/k)
114        r=y*log(10)*dist(y)/k
115        return r
116    def __c_dB(self,x,k,dist):
117        y=10**(x/k)
118        r=dist(y)
119        return r
120    def p_10dBchi_2(self,x):
121        return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_2)
122    def c_10dBchi_2(self,x):
123        return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_2)
124    def p_20dBchi_2(self,x):
125        return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_2)
126    def c_20dBchi_2(self,x):
127        return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_2)
128    def p_10dBchi_4(self,x):
129        return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_4)
130    def c_10dBchi_4(self,x):
131        return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_4)
132    def p_20dBchi_4(self,x):
133        return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_4)
134    def c_20dBchi_4(self,x):
135        return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_4)
136    def p_10dBchi_6(self,x):

```

```

137     return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_6)
138 def c_10dBchi_6(self,x):
139     return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_6)
140 def p_20dBchi_6(self,x):
141     return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_6)
142 def c_20dBchi_6(self,x):
143     return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_6)
144 def p_10dBchi2_2(self,x):
145     return self.__p_dB(x,10,self.p_chi2_2)
146 def c_10dBchi2_2(self,x):
147     return self.__c_dB(x,10,self.c_chi2_2)
148 def p_20dBchi2_2(self,x):
149     return self.__p_dB(x,20,self.p_chi2_2)
150 def c_20dBchi2_2(self,x):
151     return self.__c_dB(x,20,self.c_chi2_2)
152 def p_10dBchi2_6(self,x):
153     return self.__p_dB(x,10,self.p_chi2_6)
154 def c_10dBchi2_6(self,x):
155     return self.__c_dB(x,10,self.c_chi2_6)
156 def p_20dBchi2_6(self,x):
157     return self.__p_dB(x,20,self.p_chi2_6)
158 def c_20dBchi2_6(self,x):
159     return self.__c_dB(x,20,self.c_chi2_6)
160
161 if __name__ == "__main__":
162     typ=sys.argv[1]
163     nlist=eval(sys.argv[2])
164     sigma=1
165
166     dist=eval(typ)(sigma)
167     print '#_n_|_min_stat_|_max_stat'
168     print '#_stat:_mean(3,11)_modus(4,12)_var(5,13)_std(6,14)_q05'
169     print '(7,15)_median(8,16)_q95(9,17)'
170     for n in nlist:
171         print n,
172         for what in ('min','max'):
173             def p(x):
174                 return getattr(dist, 'pdf_%s'%what)(x,n)
175             def c(x):
176                 return getattr(dist, 'cdf_%s'%what)(x,n)
177             #print "TEST", c(0)
178             xstart=0
179             xend=100#optimize.fsolve(lambda x: c(x)-0.9999999, 0)
180             mean=integrate.quad(lambda x: x*p(x), xstart, xend)[0]
181             var=integrate.quad(lambda x: (x-mean)**2*p(x), xstart,
182                               xend)[0]

```

```

182         x=arrayrange(xstart,xend+0.01,0.01)
183         _c=c(x)
184         #print _c
185         ic=interpolate.interp1d(_c,x)
186         #median=optimize.fsolve(lambda x: c(x)-0.5, mean)
187         #q05=optimize.fsolve(lambda x: c(x)-0.05, mean)
188         #q95=optimize.fsolve(lambda x: c(x)-0.95, mean)
189         median=ic(0.5).item()
190         q05=ic(0.05).item()
191         q95=ic(0.95).item()
192         modus=optimize.fmin(lambda x: -p(x), [mean],disp=0)[0]
193         print "|", mean, modus, var, sqrt(var), q05, median, q95
194     print

```

B.4 Verteilung von Korrelationskoeffizienten

```

1  from __future__ import division
2  import sys
3  import math
4  import scipy
5  scipy.pkgload('integrate','special')
6
7  def CalcPsi(n, rho,eps=0.01):
8      def calc_psi_exact(r,n,rho):
9          ga = scipy.special.gamma
10         tmp = ga(n-0.5)
11         if scipy.isfinite(tmp):
12             gafac = ga(n-1)/tmp
13         else:
14             gafac = 1.0/math.sqrt(n-0.5) * (1+3.0/(8*n-4))
15         psi= (n-2)/math.sqrt(2*math.pi) * gafac\
16             * math.pow(1-r*r,0.5*(n-4)) * math.pow(1-rho*rho,0.5*(n-1))\
17             * math.pow(1-rho*r, 1.5-n) * scipy.special.hyp2f1
18             (0.5,0.5,n-0.5,0.5*(1+rho*r))
19         return psi
20     def calc_psi_norm_transform(r,n,rho):
21         def atanh (x):
22             if x<-0.99:
23                 return -1e300
24             elif x>0.99:
25                 return 1e300
26             else:
27                 return 0.5*math.log((1+x)/(1-x))
28         s=math.sqrt(1.0/(n-3))

```

```

28         mu=atanh(rho)
29         z=atanh(r)
30         psi=scipy.stats.norm.pdf(z,mu,s)
31         return psi
32     def calc_psi(r,n,rho):
33         try:
34             return calc_psi_exact(r,n,rho)
35         except:
36             try:
37                 return calc_psi_norm_transform(r,n,rho)
38             except:
39                 return 0.0
40
41     psi=[]
42     psi2=[]
43     r = []
44     for i in range(int(2.0/eps+1)):
45         r.append(round(-1.0+i*eps,3))
46         psi.append(calc_psi(r[i],n,rho))
47     cpsi = [0.0]
48     tmp = scipy.integrate.cumtrapz(psi,r).tolist()
49     cpsi.extend(tmp)
50     factor=1.0/cpsi[-1]
51     psi = [x*factor for x in psi]
52     cpsi = [x*factor for x in cpsi]
53     return r, psi, cpsi
54
55 if __name__ == '__main__':
56     N=int(sys.argv[1])
57     rho=float(sys.argv[2])
58
59     r,psi,cpsi = CalcPsi(N,rho)
60     for _r,_psi,_cpsi in zip(r,psi,cpsi):
61         print _r, _psi, _cpsi

```

B.4.1 Kritische Werte

```

1 from __future__ import division
2 import sys
3 import math
4 import scipy
5 scipy.pkgload('integrate','special','interpolate','stats')
6
7 def CalcPsi(n, rho,eps=0.01):
8     def calc_psi_exact(r,n,rho):
9         ga = scipy.special.gamma
10        tmp = ga(n-0.5)

```

```

11     if scipy.isfinite(tmp):
12         gafac = ga(n-1)/tmp
13     else:
14         gafac = 1.0/math.sqrt(n-0.5) * (1+3.0/(8*n-4))
15     psi= (n-2)/math.sqrt(2*math.pi) * gafac\
16         * math.pow(1-r*r,0.5*(n-4)) * math.pow(1-rho*rho,0.5*(n
17             -1))\
18         * math.pow(1-rho*r, 1.5-n) * scipy.special.hyp2f1
19             (0.5,0.5,n-0.5,0.5*(1+rho*r))
20     return psi
21 def calc_psi_norm_transform(r,n,rho):
22     def atanh (x):
23         if x<-0.99:
24             return -1e300
25         elif x>0.99:
26             return 1e300
27         else:
28             return 0.5*math.log((1+x)/(1-x))
29     s=math.sqrt(1.0/(n-3))
30     mu=atanh(rho)
31     z=atanh(r)
32     psi=scipy.stats.norm.pdf(z,mu,s)
33     return psi
34 def calc_psi(r,n,rho):
35     #return calc_psi_int(r,n,rho)
36     try:
37         return calc_psi_exact(r,n,rho)
38     except (OverflowError):
39         return calc_psi_norm_transform(r,n,rho)
40
41 psi=[]
42 psi2=[]
43 r = []
44 cpsi = []
45 for i in range(int(2.0/eps+1)):
46     r.append(round(-1.0+i*eps,3))
47     psi.append(calc_psi(r[i],n,rho))
48     cpsi.append(scipy.integrate.quad(calc_psi, -1, r[-1], (n, rho))
49         [0])
50 factor=1.0/cpsi[-1]
51 psi = [x*factor for x in psi]
52 cpsi = [x*factor for x in cpsi]
53 return r, psi, cpsi
54
55 if __name__ == '__main__':
56     Nlst=eval(sys.argv[1])
57     rho=float(sys.argv[2])

```

```
55     alpha=float(sys.argv[3])
56
57
58     for n in Nlst:
59         r,psi,cpsi = CalcPsi(n,rho)
60         cpsi_invers=scipy.interpolate.interp1d(cpsi,r)
61         print n, round(cpsi_invers(alpha)[0],4)
```

Abbildungsverzeichnis

0.1	Anzahl der jährlichen Publikationen auf dem Themengebiet der Modenverwirbelungskammern. Die blaue Linie zeigt exponentielles Wachstum mit einer Verdoppelung alle 4.9 Jahre.	2
1.1	Hohlraumresonator mit beliebig geformter Oberfläche und perfekt leitenden Wänden.	8
1.2	Leerer, quaderförmiger Hohlraumresonator mit den Dimensionen $a \times b \times c$	10
1.3	Hohlraumresonator mit perfekt leitendem Streuobjekt. . . .	13
1.4	Vergleich der fixen (Rechts: 1 MHz) und relativen (Links: f_0) Normierung der Modendichte D_s für verschiedene Aspektverhältnisse.	22
1.5	Verlauf der kumulierten Modenanzahl über der normierten Frequenz für verschiedene Aspektverhältnisse. Es sind je drei Kurven dargestellt: Die obere dicke Kurve ist die exakte Anzahl der Moden. Die untere dicke Kurve ist die exakte Anzahl der Resonanzfrequenzen. Die dünne Linie ist der nicht fluktuierende Anteil N_s	22
1.6	Verlauf des nicht fluktuierenden Anteils N_s der Modenanzahl in Abhängigkeit von den Aspektparametern λ und κ bei $f_r = 3$	23
2.1	Ein Beitrag $F(\hat{\mathbf{k}})$ des Winkelspektrums des elektrischen Feldes. Der Wellenvektor $\mathbf{k}$ steht senkrecht auf $F(\hat{\mathbf{k}})$	32
2.2	Definition von E_l und E_t	39
2.3	Verlauf der räumlichen Korrelationsfunktionen der Feldstärke in einer idealen Modenverwirbelungskammer.	40
2.4	Verlauf der räumlichen Korrelationsfunktionen des Feldstärkequadrats und der Energiedichte in einer idealen Modenverwirbelungskammer.	42

2.5	(a) Anzahl der unkorrelierten inneren Punkte als Funktion der normierten Frequenz für verschiedene Aspektverhältnisse. (b) Relative Frequenz, bei der die Anzahl der unabhängigen inneren Punkte den Wert 50 erreicht als Funktion der Aspektverhältnisse λ und κ	43
2.6	In der Nähe einer einzelnen Wand.	44
2.7	Verlauf der (normierten) Erwartungswerte der quadrierten longitudinalen (y) und transversalen (x, z) E- und H-Feldkomponenten als Funktion des Abstandes von einer perfekt leitenden Wand.	47
2.8	In der Nähe einer einzelnen Kante.	47
2.9	Verlauf der (normierten) Erwartungswerte der quadrierten E-Feldkomponenten als Funktion des Abstandes von den Wänden einer Kante. Die Verläufe für das H-Feld sind analog.	49
2.10	In der Nähe einer einzelnen Ecke.	49
2.11	Verlauf von $\langle E_z^t(x, y, z) ^2 \rangle / (E_0^2/3)$: Dargestellt ist links die Feldstärke in einer Ebene senkrecht zur Raumdiagonalen bei einem Abstand von $0.75/\lambda$ vom Ursprung. Rechts ist der Verlauf entlang der Raumdiagonalen zu sehen.	51
2.12	Verlauf des Minimal- und des Maximalwertes von $\langle E_z^t(x, y, z) ^2 \rangle / (E_0^2/3)$ in einem Volumen, dessen Punkte mindestens eine gewisse Distanz zu den leitenden Wänden haben. Die Minimaldistanz entspricht der Abszisse.	52
2.13	Geometrie zur Bestimmung der Güte Q mittels der Wellendarstellung.	55
2.14	Vergleich der individuellen Q -Werte (für TE- und TM-Moden) mit dem 'Composite Q ' nach Gleichung (2.97), dem Ergebnis aus dem Wellenansatz nach Gleichung (2.93) und dem arithmetischen und harmonischen Mittel der individuellen Q -Werte über ein Frequenzintervall der Breite $10 \cdot BW_Q$	60
2.15	Verlauf der Anzahl der Moden innerhalb einer BW_Q . Rote Kurve: Ausgezählt aus den tatsächlichen Werten. Grüne Kurve: Approximation mit Hilfe des glatten Anteils der Modendichte $D_s(f)$	61
2.16	Vergleich der gemessenen Werte für Δf mit den RMS-Geschwindigkeit auf dem Umfang der Rührer mit einem einfachen linearen Modell.	66

2.17	Korrelationsfunktionen für die Frequenz nach LEHMAN (Lin.) und HOLLAND und St. JOHN (Cauchy) für eine Mittenfrequenz $f_1 = 500$ MHz und $Q = 10000$	68
2.18	Der Verlauf von $\langle Z \rangle$ als Funktion von N	74
2.19	Verteilungsfunktionen des Maximal- zu Mittelwert Verhältnisses für unabhängige Stichproben für verschiedene Werte von N . Von links nach rechts: $N = 12, 50, 100, 200$	76
2.20	Verteilungsfunktionen des Maximum zu Mittelwertverhältnisses T (unabhängige Stichprobe) und A (abhängige Stichprobe) für verschiedene Werte von N . Von links nach rechts: $N = 12, 50, 100, 200$	78
2.21	Verteilungsfunktionen des Verhältnisses der Maximalwerte an unterschiedlichen Raumpositionen für verschiedene Werte von N . Von links nach rechts: $N = 12, 50, 100, 200$	80
2.22	Verlauf von w_α als Funktion von N für verschiedene Quantilswerte α . Eingezeichnet ist auch der Erwartungswert $\langle W \rangle$, der für $N = 1$ gegen unendlich divergiert.	81
2.23	Verlauf von t_α als Funktion von N für verschiedene Quantilswerte α . Eingezeichnet ist auch der Erwartungswert $\langle T \rangle$, der für $N = 1$ gegen unendlich divergiert.	82
2.24	Verlauf von $G = \frac{\langle Z_{EUT,T}(N,\alpha) \rangle}{\langle Z_{EUT,W}(N,\alpha) \rangle}$ als Funktion von N für verschiedene α	84
2.25	Verlauf von $\sigma/\sqrt{P_i}$ als Funktion der normierten Frequenz f/f_0 für verschiedene Kantenlängen a einer würfelförmigen Modenverwirbelungskammer.	89
2.26	Maxima der niederfrequenten Spektralanteile für verschiedene Pulswiederholfrequenzen mit (obere Graphen) bzw. ohne (untere Graphen) nichtlinearen Streuer. Die Symbole sind nur für jeden zehnten Datenpunkt gezeichnet.	94
2.27	Vergleich der theoretischen Analyse mit den experimentellen Werten. Die theoretischen Daten wurden unter der Annahme eines quaderförmigen Resonators gewonnen. Die sich hieraus ergebene Verschiebung der Resonanzlage ist in der Legende angegeben.	96
2.28	Skizze des experimentellen Setups. Tx: Sendeantenne (33 cm). Rx: Empfangsantenne (97 cm). Der Durchmesser der nichtlinear beladenen Leiterschleife (Streuer) ist 40.7 cm.	97

3.1	Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach LUNDÉN und BÄCKSTRÖM für verschiedene Populationsgrößen N_T	113
3.2	Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach KRAUTHÄUSER et al., für verschiedene Populationsgrößen N_T . Als Erwartungswert wurde hier $\rho = 0.37$ gewählt.	115
3.3	Approximation der kritischen Werte für $\rho = 0.37$, $\alpha = 0.05$ für einseitige- und zweiseitige Fragestellung durch eine einfache Funktion.	116
3.4	Relative Häufigkeiten der Winkelabstände in den schwach korrelierten Cliquen.	117
3.5	Messaufbau zur Bestimmung der Güte über die Messung der freien Energierelaxation.	121
3.6	Vergleich der für $RBW = 10\text{ MHz}$ und $k = 5$ berechneten Werte von $Q_{\min}$ mit tatsächlich für Modenverwirbelungskammern zu erwartenden Gütewerten. Damit eine einfache Darstellung über f/f_0 (f_0 : niedrigste Resonanzfrequenz) möglich ist, wurden die theoretischen Kurven für den Fall einer würfelförmigen Geometrie mit Kantenlänge a berechnet. Die Symbole zeigen experimentelle Güten der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer für minimale (+) und maximale Beladung (x).	123
3.7	Gemittelte zeitliche Hüllkurvenverläufe mit dem eingeschwungenen Zustand »Ein,S«, dem Bereich der freien Energierelaxation »Aus,T« und dem eingeschwungenen Zustand ohne äußere Anregung »Aus,S«. Rechts erkennt man die Pegelanhebung auf Grund der EUT-Abstrahlung. In den anderen Bereichen werden die Pegel durch die Abstrahlung nicht wesentlich beeinflusst.	133
3.8	Quasi simultane Messung zweier Verläufe mit unterschiedlichen Einstellungen der Messparameter. Der obere Verlauf dient der Bestimmung der Güte (Spitzenwertdetektor, 10 MHz RBW). Aus dem unteren Verlauf wird die Abstrahlung des EUT bestimmt (Mittelwertsdetektor, 120 kHz RBW). 134	
3.9	Rauschpegel für zwei unterschiedliche Auflösungsbandbreiten. 135	
3.10	Der Rauschgenerator »CNEIII« mit 100 mm Monopolantenne. 136	
3.11	Kammgenerator »RSG2000« mit Abschwächer und aufgesetzter Monopolantenne.	137

3.12	Ausgangspegel des Generators und total abgestrahlte Leistungen gemäß den verschiedenen Methoden für die Rauschquelle »CNEIII«.	138
3.13	Ausgangspegel des Generators und total abgestrahlte Leistungen gemäß den verschiedenen Methoden für den Kammgenerator »RSG2000«.	139
3.14	Abweichungen von der mittleren total abgestrahlten Leistung. Die Messungen wurden an 5 räumlichen EUT-Positionen und mit drei orthogonalen EUT-Orientierungen durchgeführt. Die vier Linien zeigen die Standardabweichung ($\pm$ sigma) sowie das Minimum (min) und das Maximum (max).	141
3.15	Kammgenerator »RSG2000« mit vier zusätzlichen Absorberblöcken. Im Falle der Beladung mit zwei Blöcken fehlten die Absorber auf dem Boden.	142
3.16	Gütefaktoren Q der Kammer für unterschiedliche Beladungszustände.	142
3.17	Verhältnis der abgestrahlten Leistungen der referenzierten Methoden für drei EUT-Beladungen.	143
4.1	Geometrie bei Messungen im Halbraum.	148
4.2	Werte des Geometriefaktors g für horizontale und vertikale Polarisation bei unterschiedlichen Abständen.	150
4.3	Werte des Maximalwertes des Geometriefaktors $g_{\max}$ für horizontale und vertikale Polarisation bei unterschiedlichen Abständen.	151
4.4	Abweichungen von $g_{\max}$ für verschiedene Messentfernungen.	152
4.5	Definition von r bei Wellenleitern.	154
4.6	Erwartete maximale Direktivität für parasitäre Emmitter. Links: Darstellung über der Frequenz für verschiedene Radien a der minimalen umschließenden Kugel. Rechts: Darstellung über ka .	159
4.7	Erwartungswerte der Direktivität als Funktion von ka für unterschiedliche Messungen.	160
4.8	Maximaler (bestimmt durch N_s) und minimaler Winkelschritt (bestimmt durch die Empfangsantenne) für den Fall der Messung in einer Ebene für ausgewählte Parameter.	161

4.9	Betrag der Transmission $ S_{21} $ einer offenen Mikrostreifenleitung relativ zur angepasst abgeschlossenen Leitung für die Fälle der Feldeinkopplung in der Modenverwirbelungskammer (Maximum und Mittelwert der Verteilung) und der GTEM-Zelle (maximale Einkopplung) für Leitungslängen von 100 mm und 300 mm.	163
A.1	Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (pdf) und Wahrscheinlichkeitsverteilung (cdf) für den Fall der χ -Verteilung mit Freiheitsgrad 2, 4 und 6. Der Parameter σ ist in beiden Fällen eins. Eingezeichnet sind auch die Lagen von Mittelwert, Median, Modus und die Standardabweichung.	173
A.2	Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (pdf) und Wahrscheinlichkeitsverteilung (cdf) für den Fall der χ^2 -Verteilung mit Freiheitsgrad 2 (links) und 6 (rechts). Der Parameter σ ist in beiden Fällen eins. Eingezeichnet sind auch die Lagen von Mittelwert, Median, Modus und die Standardabweichung.	177
A.3	Ermittlung der σ -Abhängigkeit der statistischen Parameter für den Fall der $\text{dB}\chi^2$ -Statistik ($k = 10$).	179
A.4	PDF des Mittelwertes einer Rayleigh verteilten Zufallsvariable (dicke Linien) für verschiedene N . Der Parameter der Grundverteilung ($N = 1$) ist $\sigma = 2$. Die dünnen Linien zeigen Normalverteilungen mit Erwartungswert $\mu = \sqrt{\pi/2}\sigma$ und Standardabweichung $\sigma_N = \sqrt{(4 - \pi)/(2N)}\sigma$	182
A.5	PDF des Maximums einer Rayleigh verteilten Zufallsvariable für verschiedene N . Der Parameter der Grundverteilung ($N = 1$) ist $\sigma = 2$	184
A.6	Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_2]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_2]_N$ (unten).	186
A.7	Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_4]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_4]_N$ (unten).	188
A.8	Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_6]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_6]_N$ (unten).	190
A.9	Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_2^2]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_2^2]_N$ (unten).	192
A.10	Lage- und Streuparameter von ${}_b[\chi_6^2]_N$ (oben) und ${}_b[\chi_6^2]_N$ (unten).	194
A.11	Quotient ${}^t\langle {}_b[\cdot] \rangle_N / {}^t\langle {}_b[\cdot] \rangle_N$ für $\chi_2, \chi_4, \chi_6, \chi_2^2$ und χ_6^2	195

A.12 Quotient ${}^t\langle {}_b[\cdot] \rangle_N / {}^t\langle \cdot \rangle_N$ für $\chi_2, \chi_4, \chi_6, \chi_2^2$ und χ_6^2	196
A.13 Verteilungsdichte $\text{pdf}_r(\rho, N)$ des Korrelationskoeffizienten normalverteilter Zufallsvariabler für verschiedene ρ und N	201
A.14 Vergleich der Verteilungsfunktionen der Korrelationskoeffizienten zwischen Zufallsvariablen unterschiedlich verteilter Populationen (Gauss, $\chi_2, \chi_6, \chi_2^2, \chi_6^2$) für Populationsgrößen $N = 4, 10, 100, 400$ (mit zunehmender Steilheit) mit der theoretischen Verteilung für den Fall der Normalverteilung. Oben dargestellt sind die Kurven für den Fall $\rho = 0$ und unten für den Fall $\rho = 0.5$	203

Tabellenverzeichnis

1.1	Eigenschaften der Moden für den quaderförmigen Hohlraumresonator	17
2.1	Zusammenfassung der Verteilungsfunktionen der wichtigsten Kenngrößen von MVKn. Der Parameter σ ist immer die Standardabweichung der zugrundeliegenden Normalverteilung.	54
2.2	Erhöhung der niederfrequenten Spektralanteile durch den nichtlinearen Streuer.	97
3.1	Vergleich der Bezeichnungen der IEC 61000-4-21 und dieser Arbeit.	104
3.2	Mögliche Fehler bei der Hypothesenprüfung.	107
3.3	Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach LUNDÉN und BÄCKSTRÖM für verschiedene Populationsgrößen N_T . Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $\alpha = 0.05$ bzw. $\alpha = 0.01$. Die Kennzeichnungen »I« bzw. »II« beziehen sich ein- bzw. zweiseitige Fragestellungen.	112
3.4	Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach KRAUTHÄUSER et al. , für verschiedene Populationsgrößen N_T . Als Erwartungswert wurde hier $\rho = 0.37$ gewählt. Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $\alpha = 0.05$ bzw. $\alpha = 0.01$. Die Kennzeichnungen »I« bzw. »II« beziehen sich ein- bzw. zweiseitige Fragestellungen.	114
4.1	Parameter zur Korrelation von Dipolmessungen.	156
4.2	Anzahl der notwendigen unabhängigen Messwerte für verschiedene Messabläufe.	158
A.1	Statistische Parameter der wichtigsten Fälle von dB-skalierten Zufallsvariablen.	179

A.2	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	185
A.3	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	185
A.4	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_4]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	187
A.5	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_4]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	187
A.6	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_6]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	189
A.7	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_6]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	189
A.8	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_2^2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	191
A.9	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_2^2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	191
A.10	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_6^2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	193
A.11	Statistische Parameter von ${}_b[\chi_6^2]_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ	193

Literatur

- Åkermark et al. 2002** ÅKERMARK, H.; JANSSON, L.; LEPPÄLA, S.: On the measurement of shielding effectiveness in a mode stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 383–388
- Arnaut 2003e** ARNAUT, L. R.: Statistics of the quality factor of a rectangular reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 1, S. 61–76. – ISSN 0018-9375
- Arnaut 2005a** ARNAUT, L. R.: On the maximum rate of fluctuation in mode-stirred reverberation. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), S. 781–804
- Arnaut und West 1998** ARNAUT, L. R.; WEST, P. D.: Evaluation of the NPL untuned stadium reverberation chamber using mechanical and electronic stirring techniques / National Physical Laboratory, NPL. Teddington, Middlesex, UK, September 1998 (CETM 11). – NPL Report. – ISSN 1369-6742
- Arnaut und West 2006** ARNAUT, L. R.; WEST, P. D.: Electromagnetic reverberation near a perfectly conducting boundary. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 359–371. – ISSN 0018-9375
- Åsander et al. 2002** ÅSANDER, H. J.; ERIKSSON, G.; JANSSON, L.; ÅKERMARK, H.: Field uniformity analysis of a mode stirred reverberation chamber using high resolution computational modeling. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 285–290
- Battiti und Protasi 2001** BATTITI, R.; PROTASI, M.: Reactive local search for the maximum clique problem. In: *Algorithmica (New York)* 29 (2001), S. 610–637. – URL <http://rtm.science.unitn.it/~battiti/battiti-publications.html>. – Software: <http://rtm.science.unitn.it/intertools/clique/>
- Baum 2000** BAUM, C. E.: A time-domain view of choice of transient excitation waveforms for enhanced response of electronic system. In: *Interaction Note*. September 2000 (520)
- Becker und Autler 1946** BECKER, G. E.; AUTLER, S. H.: Water Vapor Absorption of Electromagnetic Radiation in the centimeter Wave-Length Range. In: *Physical Review* 70 (1946), September, Nr. 5/6, S. 300–307
- Borgnis und Papas 1958** BORGNIS, F.; PAPAS, C.: *Handbuch der Physik*. Bd. 16. Kap. Electromagnetic Waveguides and Resonators, S. 285–422, Flügge, S., 1958

- Bourhis et al. 2004** BOURHIS, R.; ORLENIUS, C.; NILSSON, G.; JINSTRAND, S.; KILDAL, P. S.: Measurements of realized diversity gain of active DECT phones and base-stations in a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE Bd. 1, 2004*, S. 715–718
- Bozzetti et al. 2004** BOZZETTI, M.; CALÒ, G.; D'ORAZIO, A.; DE SARIO, M.; PETRUZZELLI, V.; PRUDENZANO, F.; DIAFERIA, N.; BONAVENTURA, C.: Mode-stirred chamber for cereal disinfestation. In: *Materials Research Innovations* 8 (2004), Nr. 1, S. 17–22
- Bunting 2002** BUNTING, C. F.: Statistical characterization and the simulation of a reverberation chamber using finite-element techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 44 (2002), Nr. 1, S. 214–221. – ISSN 0018-9375
- Bunting 2003** BUNTING, C. F.: Shielding effectiveness in a two-dimensional reverberation chamber using finite-element techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 3, S. 548–552. – ISSN 0018-9375
- Bunting und Yu 2002** BUNTING, C. F.; YU, S.-P.: Statistical shielding effectiveness—an examination of the field a rectangular box using ModalMOM. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 210–215
- Bunting und Yu 2004** BUNTING, C. F.; YU, S.-P.: Field penetration in a rectangular box using numerical techniques: an effort to obtain statistical shielding effectiveness. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 2, S. 160–168. – ISSN 0018-9375
- Bunting et al. 2003** BUNTING, C. F.; YU, S.-P.; KHAN, Z. A.: Statistical shielding effectiveness - a modal/moment method approach to characterize the average shielding effectiveness over a wide frequency range including resonances. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 532–536
- Byun et al. 2002** BYUN, J.; KIM, D.; LEE, J.; KILDAL, P. S.: Actual diversity gain measured in the reverberation chamber. In: *IEEE Antennas and Propagation Society, AP-S International Symposium (Digest)* Bd. 3, 2002, S. 718–721
- Bäckström und Lorén 2001** BÄCKSTRÖM, M.; LORÉN, J.: Microwave coupling into a generic object. Properties of measured angular receiving pattern and its significance for testing. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 1227–1232
- Bäckström und Lorén 2002** BÄCKSTRÖM, M.; LORÉN, J.: Microwave coupling into a generic object. Properties of angular receiving pattern and its significance for testing in anechoic and reverberation chambers / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOI, Sweden, 2002 (FOI-R-0392-SE). – Report

- Cappetta et al. 1998** CAPPETTA, L.; FEO, M.; FIUMARA, V.; PIERRO, V.; PINTO, M.: Electromagnetic chaos in mode-stirred reverberation enclosures. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 40 (1998), Nr. 3, S. 185–192. – ISSN 0018-9375
- Carlberg et al. 2005** CARLBERG, U.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, J.: Study of antennas in reverberation chamber using method of moments with cavity Green's function calculated by Ewald summation. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), S. 805–814. – ISSN 00189375 (ISSN)
- Carlberg et al. 2004a** CARLBERG, U.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, J.; KARLSSON, K.: Comparison of different numerical modelling techniques for reverberation chamber: initial 2D study. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE Bd. 2, 2004, S. 1511–1514*
- Carlsson et al. 2002** CARLSSON, J.; WOLFGANG, A.; KILDAL, P. S.: Numerical FDTD simulations of a validation case for small antenna measurements in a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE Bd. 2, 2002, S. 482–485*
- Carlsson et al. 2003** CARLSSON, J.; WOLFGANG, A.; ORLENIUS, C.; KILDAL, P.-S.: Accuracy of radiation efficiency measurements in a reverberation chamber. In: *Antenn. 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings. Arboga, Sweden, Mai 2003, S. 297–302*
- Chang 1989** CHANG, K. (Hrsg.): *Handbook of Microwave and Optical Components*. Bd. 1: *Microwave Passive and Antenna Components*. Wiley, 1989. – ISBN 0-471-61366-5
- Cheng 1989** CHENG, K.: *Field and Wave Electromagnetics*. 2. Addison-Wesley, 1989. – ISBN 0-201-52820-7
- Chung et al. 2001** CHUNG, S.-Y.; RHEE, J.-G.; RHEE, H.-J.; LEE, K.-S.: Field uniformity characteristics of an asymmetric structure reverberation chamber by FDTD method. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2001, S. 429–434
- Coates et al. 2002** COATES, A. R.; DUFFY, A. P.; HODGE, K. G.; WILLIS, A. J.: Investigating electromagnetic exposure of communication cables in reverberant chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 233–237
- Corona 1980** CORONA, P.: Electromagnetic reverberating enclosures: behaviour and applications. In: *Alta Frequenza* 49 (1980), Nr. 2, S. 154–158. – ISSN 0002-6557
- Corona et al. 1998** CORONA, P.; FERRARA, G.; MIGLIACCIO, M.: A spectral approach for the determination of the reverberating chamber quality factor. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 40 (1998), Nr. 2, S. 145–153. – ISSN 0018-9375

- Corona et al. 1980** CORONA, P.; LATMIRAL, G.; PAOLINI, E.: Performance and Analysis of a Reverberating Enclosure with Variable Geometry. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* EMC-22 (1980), Nr. 1, S. 2–5
- Crawford und Koepke 1986a** CRAWFORD, M.; KOEPKE, G.: Design, evaluation, and use of a reverberation chamber for performing electromagnetic susceptibility-/vulnerability measurements. / National Bureau of Standards NBS. Boulder, CO, April 1986 (TN 1092). – NBS Technical Note
- Crawford und Ladbury 1988** CRAWFORD, M. L.; LADBURY, J. M.: Mode-stirred chamber for measuring shielding effectiveness of cables and connectors: an assessment of MIL-STD-1344A method 3008. In: *Electromagnetic Compatibility, 1988. Symposium Record. IEEE 1988 International Symposium on*, 1988, S. 30–36
- Dion et al. 1995** DION, M.; C., G.; S., K.: Hardening against a combined electromagnetic threat. In: *AGARD - Symposium of a High Power Microwaves*, 5/1994 Bd. 564. Ottawa, CA, März 1995, S. 20.1–20.7. – ISBN 92836-0012-6
- Dunn 1990** DUNN, J. M.: Local, high-frequency analysis of the fields in a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 32 (1990), Nr. 1, S. 53–58. – ISSN 0018-9375
- Eckhardt et al. 1999** ECKHARDT, B.; DÖRR, U.; KUHL, U.; STÖCKMANN, H.-J.: Correlations of electromagnetic fields in chaotic cavities. In: *Europhys. Lett.* 46 (1999), Nr. 2, S. 134–140
- Either und Boillot 1992** EITHER, B.; BOILLLOT, L.: Very Low Frequency To 40 GHz Screening Measurements On Cables And Connectors; Line Injection Method And Mode Stirred Chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Symposium Record. IEEE 1992 International Symposium on*, 1992, S. 302–307
- Eulig et al. 2003** EULIG, N.; ENDERS, A.; KRAUTHÄUSER, H.; NITSCH, J.: Achievable field strength in reverberation chambers. In: *Advances in Radio Science* 1 (2003), Mai, S. 53–56. – ISSN 1684-9965
- Fisher 1954** FISHER, R.: *Statistical methods for research workers*. 12. Edinburgh: Oliver and Boyd, 1954
- Fisz 1976** FISZ, M.: *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1976
- Freyer und Bäckström 2000a** FREYER, G. J.; BÄCKSTRÖM, M. G.: Comparison of anechoic and reverberation chamber coupling data as a function of directivity pattern. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 615–620
- Freyer und Bäckström 2001** FREYER, G. J.; BÄCKSTRÖM, M. G.: Comparison of anechoic and reverberation chamber coupling data as a function of directivity pattern. II. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2001, S. 286–291

- Galdi et al. 1999** GALDI, V.; PETRACCA, S.; PINTO, I. M.: Hybrid computation of normal mode tune shifts in rounded-rectangular pipes. In: *Particle Accelerator Conference, 1999. Proceedings of the 1999 Bd. 4, 1999*, S. 2882–2884
- Geun 2003** GEUN, R. J.: Field uniformity characteristics of an asymmetric structure reverberation chamber by FDTD method. In: *Environmental Electromagnetics, 2003. CEEM 2003. Proceedings. Asia-Pacific Conference on, 2003*, S. 426–429
- Ghose 1963** GHOSE, R. N.: *Microwave Circuit Theory and Analysis*. McGraw-Hill, 1963 (Electrical and Electronical Engineering Series)
- Gronwald 2003** GRONWALD, F.: The influence of electromagnetic singularities on an active dipole antenna within a cavity. In: *Advances in Radio Science 1 (2003)*, S. 57–61
- Gronwald 2006** GRONWALD, F.: *Antenna Theory in Resonating Systems derived from Fundamental Electromagnetism*. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2006. – Habilitation
- Gronwald et al. 2003** GRONWALD, F.; KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.; TKACHENKO, S.: Aspects of Electromagnetic Coupling to Linear and Nonlinear Elements within a Rectangular Cavity. In: *Proceedings of the 5th International Congress on Industrial and Applied Mathematics*. Sydney, Australia, Juli 2003, S. 336
- Hallbjörner 2001** HALLBJÖRNER, P.: Reflective antenna efficiency measurements in reverberation chambers. In: *Microwave and Optical Technology Letters 30 (2001)*, Nr. 5, S. 332–335
- Hansen 1988** HANSEN, J. (Hrsg.): *Spherical Near-Field Antenna Measurements*. London, UK: Peter Peregrinus Ltd., 1988 (IEE Elektromagnetic Wave Series 26). – ISBN 0-86341-110-X
- Harima 1998** HARIMA, K.: FDTD analysis of electromagnetic fields in a reverberation chamber. In: *IEICE Transactions on Communications E81-B (1998)*, Nr. 10, S. 1946–1950
- Harima und Yamanaka 1999** HARIMA, K.; YAMANAKA, Y.: FDTD analysis on the effect of stirrers in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 International Symposium on, 1999*, S. 260–263
- Harrington 2001** HARRINGTON, R. F.: *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*. IEEE, 2001 (The IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory). – reprint of the original book from 1961
- Hegge et al. 2004** HEGGE, N.; ORLENIUS, C.; KILDAL, P. S.: Development of reverberation chamber for accurate measurements of mobile phones and mobile phone antennas. In: *Antenna Measurements and SAR, 2004. AMS 2004. IEE, 2004*, S. 55–58. – ISSN 0537-9989

- Herzig 2007** HERZIG, M.: Einkopplung elektromagnetischer Felder in Mikrostreifenleitungen in der Modenverwirbelungskammer und der GTEM-Zelle / Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, IGET. 2007. – Studienarbeit. in Bearbeitung
- Heynick et al. 1976** HEYNICK, L.; POLSON, P.; KARP, A.: A microwave exposure system for primates. In: *Radio Science* 12 (1976), Nr. 6, S. 103–110. – Conference: Proceedings of the 1976 Annual Meeting of USNC/URSI. Amherst, MA, USA, 11-15 Oct 1976
- Hill 1995** HILL, D. A.: Spatial correlation function for fields in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 37 (1995), Nr. 1, S. 138. – ISSN 0018-9375
- Hill 1996** HILL, D. A.: A reflection coefficient derivation for the Q of a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 38 (1996), Nr. 4, S. 591–592. – ISSN 0018-9375
- Hill 1998a** HILL, D. A.: Electromagnetic Theory of Reverberation Chambers / National Institute of Standards and Technology, NIST. Boulder, CO., Dezember 1998 (TN 1506). – NIST Technical Note
- Hill 1998b** HILL, D. A.: Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 40 (1998), Nr. 3, S. 209–217. – ISSN 0018-9375
- Hill 1999** HILL, D. A.: Linear dipole response in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 41 (1999), Nr. 4, S. 365–368. – ISSN 0018-9375
- Hill 2003** HILL, D. A.: Reciprocity in reverberation chamber measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 1, S. 117–119. – ISSN 0018-9375
- Hill 2005** HILL, D. A.: Boundary fields in reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 47 (2005), Nr. 2, S. 281–290. – ISSN 0018-9375
- Hill et al. 1996** HILL, D. A.; CAMELL, D. G.; CAVCEY, K. H.; KOEPKE, G. H.: Radiated emissions and immunity of microstrip transmission lines: theory and reverberation chamber measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 38 (1996), Nr. 2, S. 165–172. – ISSN 0018-9375
- Hill et al. 1993** HILL, D. A.; CRAWFORD, M. L.; KANDA, M.; WU, D. I.: Aperture coupling to a coaxial air line: theory and experiment. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 35 (1993), Nr. 1, S. 69–74. – ISSN 0018-9375

- Hill und Ladbury 2002** HILL, D. A.; LADBURY, J. M.: Spatial-correlation functions of fields and energy density in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 44 (2002), Nr. 1, S. 95–101. – ISSN 0018-9375
- Hill et al. 1994** HILL, D. A.; MA, M. T.; ONDREJKA, A. R.; RIDDLE, B. F.; CRAWFORD, M. L.; JOHNK, R. T.: Aperture excitation of electrically large, lossy cavities. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 36 (1994), Nr. 3, S. 169–178. – ISSN 0018-9375
- Holland und St. John 1999** HOLLAND, R.; ST. JOHN, R.: *Statistical Electromagnetics*. Taylor & Francis, 1999. – ISBN 1-56032-856-8
- Holland und St. John 1998** HOLLAND, R.; ST. JOHN, R. H.: Statistical response of EM-driven cables inside an overmoded enclosure. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 40 (1998), Nr. 4 pt 1, S. 311–324
- Holloway et al. 2006b** HOLLOWAY, C. L.; HILL, D. A.; LADBURY, J. M.; WILSON, P. F.; KOEPKE, G.; CODER, J.: On the Use of Reverberation Chambers to Simulate a Rician Radio Environment for the Testing of Wireless Devices. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 54 (2006), S. 3167–3177. – ISSN 0018-926X
- Holloway et al. 2003c** HOLLOWAY, C. L.; WILSON, P. F.; KOEPKE, G.; CANDIDI, M.: Total radiated power limits for emission measurements in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 838–843
- Huang und Edwards 1992a** HUANG, Y.; EDWARDS, D. J.: An investigation of electromagnetic field inside a moving wall mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Eighth International Conference on*, 1992, S. 115–119
- Huang und Edwards 1992b** HUANG, Y.; EDWARDS, D. J.: A novel reverberating chamber: the source-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Eighth International Conference on*, 1992, S. 120–124
- Höijer 2006a** HÖIJER, M.: Maximum power available to stress onto the critical component in the equipment under test when performing a radiated susceptibility test in the reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 372–384. – ISSN 0018-9375
- Höijer 2006b** HÖIJER, M.: Radiated Susceptibility Test in Reverberation Chamber / FOI-Swedish Defence Research Agency. Linköping, Sweden, Juni 2006 (FOI-R-2007-SE). – Scientific Report. – ISSN 1650-1942
- Höijer et al. 2000** HÖIJER, M.; ANDERSSON, A. M.; LUNDÉN, O.; BÄCKSTRÖM, M.: Numerical simulations as a tool for optimizing the geometrical design of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 1–6

- Höijer und Bäckström 2003** HÖIJER, M.; BÄCKSTRÖM, M.: How we confused the comparison between high level radiated susceptibility measurements in the reverberation chamber and at the open area test site. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 1043–1046
- IEC61000-4-21 2003** : IEC 61000-4-21 (Joint Task Force IEC SC77B-CISPR/A): *Electromagnetic Compatibility (EMC)—Part 4.21: Testing and Measurement Techniques — Reverberation chamber test methods*. August 2003
- IEC61000-4-3 2006** : IEC 61000-4-3 (IEC SC77B): *Electromagnetic Compatibility (EMC)—Part 4.3: Testing and measurement techniques — Radiated, radio-frequency, electromagnetic field immunity test*. Februar 2006
- Ilyinski et al. 1993** ILYINSKI, A.; SLEPYAN, G. Y.; SLEPYAN, A. V.: *IEE Electromagnetic Waves Series*. Bd. 36: *Propagation, Scattering and Dissipation of Electromagnetic Waves*. IEE, 1993
- Jansson und Bäckström 1999** JANSSON, L.; BÄCKSTRÖM, M.: Directivity of equipment and its effect on testing in mode-stirred and anechoic chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 17–22
- Jostingmeier et al. 1994** JOSTINGMEIER, A.; RIECKMANN, C.; OMAR, A. S.: Computation of the irrotational magnetic eigenfunctions belonging to complex cavities. In: *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* 42 (1994), S. 2285–2293. – ISSN 0018-9480
- Karlsson et al. 2004** KARLSSON, K.; CARLSSON, J.; CARLBERG, U.; KILDAL, P. S.: A method of moments solution of a 2D reverberation chamber using G1DMULT and asymptotic extraction. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 2, 2004, S. 1323–1326
- Kay 2006** KAY, P.: Field distribution and over-moding in a TEM cell. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006* Bd. 2006, 2006, S. 457–460
- Kildal 2001** KILDAL, P.-S.: Measurements of mobile phone antennas in small reverberation chambers. In: *Conference Proceedings. ICECom 2001. 16th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications*. Dubrovnik, Croatia, Oktober 2001, S. 17–22. – ISBN 953-6037-36-X
- Kildal und Carlsson 2002b** KILDAL, P. S.; CARLSSON, C.: Detection of a polarization imbalance in reverberation chambers and how to remove it by polarization stirring when measuring antenna efficiencies. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 34 (2002), Nr. 2, S. 145–149
- Kildal und Carlsson 2002c** KILDAL, P. S.; CARLSSON, C.: Study of polarization stirring in reverberation chambers used for measuring antenna efficiencies. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 2, 2002, S. 486–489

- Kildal und Rosengren 2004b** KILDAL, P. S.; ROSENGREN, K.: Electromagnetic characterization of MIMO antennas including coupling using classical embedded element pattern and radiation efficiency. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2004. IEEE Bd. 2, 2004, S. 1259–1262
- Kildal et al. 2002b** KILDAL, P. S.; ROSENGREN, K.; BYUN, J.; LEE, J.: Definition of effective diversity gain and how to measure it in a reverberation chamber. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 34 (2002), Nr. 1, S. 56–59
- Koepke et al. 2000** KOEPKE, G.; HILL, D.; LADBURY, J.: Directivity of the test device in EMC measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 535–539
- Kostas und Boverie 1991** KOSTAS, J. G.; BOVERIE, B.: Statistical model for a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 33 (1991), Nr. 4, S. 366–370. – ISSN 0018-9375
- Kouveliotis et al. 2002a** KOUVELIOTIS, N. K.; TRAKADAS, P. T.; CAPSALIS, C. N.: Examination of field uniformity in vibrating intrinsic reverberation chamber using the FDTD method. In: *Electronics Letters* 38 (2002), Nr. 3, S. 109–110. – ISSN 0013-5194
- Kouveliotis et al. 2002b** KOUVELIOTIS, N. K.; TRAKADAS, P. T.; CAPSALIS, C. N.: FDTD calculation of quality factor of vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Electronics Letters* 38 (2002), Nr. 16, S. 861–862. – ISSN 0013-5194
- Kouveliotis et al. 2003a** KOUVELIOTIS, N. K.; TRAKADAS, P. T.; CAPSALIS, C. N.: FDTD modeling of a vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* 17 (2003), Nr. 6, S. 849–850. – ISSN 0920-5071
- Krauthäuser und Dunker 2006** KRAUTHÄUSER, H. G.; DUNKER, L.: Emissionsmessungen im Frequenzbereich oberhalb von 1 GHz. In: GONSCHOREK, K.-H. (Hrsg.): *Elektromagnetische Verträglichkeit, EMV 2006, Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*. Düsseldorf, Germany: VDE-Verlag, März 2006, S. 317–324. – ISBN 978-3-8007-2933-3
- Krauthäuser und Nitsch 2002a** KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: MoM-Simulation und Messung statistischer Feldparameter in Modenverwirbelungskammern. In: *Elektromagnetische Verträglichkeit EMV 2002*. Düsseldorf: VDE Verlag, April 2002 (10. Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit), S. 363–374. – ISBN 3-8007-2684-X
- Krauthäuser und Nitsch 2002c** KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: Transient Fields in Mode-Stirred Chambers. In: *XXVIIIth General Assembly of the International Union of Radio Science, URSI 2002*, 2002

- Krauthäuser und Nitsch 2003** KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: Effects of the Variation of the Excitation and Boundary Conditions of Mode-Stirred Chambers and Consequences for Calibration and Measurements. In: *Electromagnetic Compatibility 2003, 15th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich: Communication Technology Laboratory and Laboratory for Electromagnetic Fields and Microwave Electronics of the Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Februar 2003, S. 615–620
- Krauthäuser et al. 2001** KRAUTHÄUSER, H. G.; TKACHENKO, S.; NITSCH, J.: Strong Linear and Non-Linear Coupling to System-Cavity Modes from Repetitive High Frequency Illumination. In: *Proceedings of the International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA 01)*, 2001
- Krauthäuser et al. 2002c** KRAUTHÄUSER, H. G.; TKACHENKO, S.; NITSCH, J.: The Action of Non-Linear Effects in a Resonator. In: *XXVIIIth General Assembly of the International Union of Radio Science, URSI 2002*, 2002
- Krauthäuser et al. 2002d** KRAUTHÄUSER, H. G.; TKACHENKO, S.; NITSCH, J.: Starke Anhebung niederfrequenter Spektralanteile durch HF-Anregung von Hohlraumresonatoren. In: *Elektromagnetische Verträglichkeit EMV 2002*. Düsseldorf: VDE Verlag, April 2002 (10. Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit), S. 641–648. – ISBN 3-8007-2684-X
- Krauthäuser et al. 2004a** KRAUTHÄUSER, H. G.; WINZERLING, T.; NITSCH, J.; EULIG, N.; ENDERS, A.: Anzahl der statistisch unabhängigen Randbedingungen in Modenverwirbelungskammern. In: FESER, K. (Hrsg.): *Elektromagnetische Verträglichkeit, EMV 2004*, 12. Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit. Düsseldorf, Germany: VDE-Verlag, Februar 2004, S. 87–94. – ISBN 3-8007-2810-9
- Krauthäuser et al. 2004b** KRAUTHÄUSER, H. G.; WINZERLING, T.; NITSCH, J.; EULIG, N.; ENDERS, A.: Determination of the Number of Statistically Independent Boundary Conditions of Mode-Stirred Chambers. In: *EUROEM 2004, Book of Abstracts*. Magdeburg, Juli 2004. – ISBN 3-929757-73-7
- Krauthäuser et al. 2005b** KRAUTHÄUSER, H. G.; WINZERLING, T.; NITSCH, J.; EULIG, N.; ENDERS, A.: Statistical Interpretation of Autocorrelation Coefficients for Fields in Mode-Stirred Chambers. In: *2005 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2. Chicago, USA, August 2005, S. 550–555. – ISBN 0-7803-9380-5
- Krauthäuser 2007** KRAUTHÄUSER, H.: On the Measurement of Total Radiated Power in Uncalibrated Reverberation Chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 49 (2007), Mai, Nr. 2, S. 270–279
- Kravchenko et al. 1987** KRAVCHENKO, V.; BOLOTOV, E.; LETUNOVA, N.: Communication facilities and powerful electromagnetic interferences. In: *Moscow: Radio i Svyas* (1987)

- Kummer 1989** KUMMER, M. (Hrsg.): *Grundlagen der Mikrowellentechnik*. 2. Berlin: Verlag Technik, 1989. – ISBN 3-341-00687-7
- Kürner 2003** KÜRNER, W.: *Messung gestrahlter Emissionen und Gehäuseschirmdämpfungen in Modenverwirbelungskammern*. Berlin: Tenea Verlag, 2003. – Dissertation, TU Karlsruhe. – ISBN 3-936582-57-2
- Ladbury et al. 1999** LADBURY, J.; KOEPKE, G.; CAMELL, D.: Evaluation of the NASA Langley Research Center Mode-Stirred Chamber Facility / NIST. Boulder, CO, Januar 1999 (TN 1508). – NIST Technical Note
- Ladbury 1999** LADBURY, J. M.: Monte Carlo simulation of reverberation chambers. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th Bd.* 2, 1999, S. 10.C.1–1–10.C.1–8
- Ladbury und Koepke 1999** LADBURY, J. M.; KOEPKE, G. H.: Reverberation chamber relationships: corrections and improvements or three wrongs can (almost) make a right. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 1–6
- Laermans et al. 2004b** LAERMANS, E.; KNOCKAERT, L.; DE ZUTTER, D.: Two-dimensional method of moments modelling of lossless overmoded transverse magnetic cavities. In: *J. Computational Phys.* 198 (2004), S. 326–348
- Lail und Castillo 2002** LAIL, B. A.; CASTILLO, S. P.: A hybrid MoM/FEM model of coupling to thin-wire structures in complex cavities. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 3, 2002, S. 290–293
- Lamb Jr. 1946** LAMB JR., W. E.: Theory of a Microwave Spectroscope. In: *Physical Review* 70 (1946), September, Nr. 5/6, S. 308–317
- Lehman 1993** LEHMAN, T. H.: A Statistical Theory of Electromagnetic Fields in Complex Cavities. In: BAUM, C. (Hrsg.): *Interaction Notes*. URL <http://www-e.uni-magdeburg.de/notes>, Mai 1993 (TN 494), S. 1–80
- Leuchtmann et al. 2003a** LEUCHTMANN, P.; BRUNS, C.; VAHLDIECK, R.: Broadband method of moment simulation and measurement of a medium-sized reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 844–849
- Liu et al. 1983** LIU, B.-H.; CHANG, D.; MA, M.: Eigenmodes and the composite quality factor of a reverberating chamber. / National Bureau of Standards, NBS. August 1983 (TN 1066). – NBS Technical Note. – 1–46 S
- Lundén und Bäckström 2000** LUNDÉN, O.; BÄCKSTRÖM, M.: Stirrer efficiency in FOA reverberation chambers. Evaluation of correlation coefficients and chi-squared tests. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 11–16

- Martin et al. 2003** MARTIN, T.; BÄCKSTRÖM, M.; LORÉN, J.: Semi-empirical modeling of apertures for shielding effectiveness simulations. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 2, S. 229–237. – ISSN 0018-9375
- McDonald und Kaufman 1988** McDONALD, S. W.; KAUFMAN, A. N.: Wave chaos in the stadium: Statistical properties of short-wave solutions of the Helmholtz equation. In: *Phys. Rev. A* 37 (1988), April, Nr. 8, S. 3067–3086
- Mendes 1968** MENDES, H. A.: A new Approach to Electromagnetic Field-Strength Measurements in Shielded Enclosures. In: *Wescon Technical Papers: A compilation of technical Papers presented at Western Electronic Show and Convention*. Los Angeles, CA, August 1968, S. 19/2–1–19/2–16
- Mitra und Trost 1997** MITRA, A. K.; TROST, T. F.: Statistical simulations and measurements inside a microwave reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 48–53
- Moglie 2004** MOGLIE, F.: Convergence of the reverberation chambers to the equilibrium analyzed with the finite-difference time-domain algorithm. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 46 (2004), Nr. 3, S. 469–476
- Moglie und Pastore 2006** MOGLIE, F.; PASTORE, A. P.: FDTD analysis of plane wave superposition to simulate susceptibility tests in reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 195–202. – ISSN 0018-9375
- Mood et al. 1974** MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C.: *Introduction to the Theory of Statistics*. 3. McGraw-Hill, 1974 (McGraw-Hill Series in Probability and Statistics). – ISBN 0-07-042864-6
- Nguyen et al. 2000a** NGUYEN, D. T.; BUNTING, C. F.; MOELLER, K. J.; RUNESHA, H.; QIN, J.: Subspace and Lanczos sparse eigen-solvers for finite element structural and electromagnetic applications. In: *Adv. In Engineering Software* 31 (2000), S. 599–606
- Ochs 1999** OCHS, W.: High- to low frequency conversion in nonlinear circuits: closed results in frequency and time domain. In: *Int. Symposium on Electromagnetic Compatibility*. Magdeburg, Oktober 1999
- Olof und Bäckström 2002** OLOF, L.; BÄCKSTRÖM, M.: Design of experiment. How to improve reverberation chamber mode-stirrer efficiency / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOI, Sweden, 2002 (FOI-R-0468-SE). – Report
- Orjubin et al. 2006a** ORJUBIN, G.; PETIT, F.; RICHALOT, E.; MENGUE, S.; PICON, O.: Cavity losses modeling using lossless FDTD method. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 429–431. – ISSN 0018-9375

- Otterskog 2005** OTTERSKOG, M.: Modelling of propagation environments inside a Scattered Field Chamber. In: *Vehicular Technology Conference, 2005. VTC 2005-Spring. 2005 IEEE 61st Bd. 1*, 2005, S. 102–105. – ISSN 1550-2252
- Otterskog und Madsén 2004** OTTERSKOG, M.; MADSEN, K.: On creating a nonisotropic propagation environment inside a scattered field chamber. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 43 (2004), Nr. 3, S. 192–195
- Papoulis 1991** PAPOULIS, A.: *Probability, random variables, and stochastic processes*. 3. McGraw-Hill, 1991 (McGraw-Hill Series in Electrical Engineering: Communication and Signal Processing). – ISBN 0070484775
- Pasquino 2003** PASQUINO, N.: Simulation of the behavior of a new model of reverberating chamber for the evaluation of electromagnetic compatibility in the time domain. In: DI MARTINO, B. (Hrsg.); YANG, L. (Hrsg.); BOBEANU, C. (Hrsg.): *The European Simulation and Modelling Conference 2003*. Naples, Italy, Oktober 2003, S. 69–74. – ISBN 90-77381-04-X
- Pasquino 2004** PASQUINO, N.: Chaotic model of a new reverberating enclosure for EMC compliance testing in the time domain. In: *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004. IMTC 04. Proceedings of the 21st IEEE Bd. 1*, 2004, S. 746–751. – ISSN 1091-5281
- Rhee und Rhee 2006** RHEE, E.; RHEE, J. G.: Comparison of field uniformity characteristics in a triangular reverberation chamber with QRS diffusers. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006 Bd. 2006, 2006*, S. 489–492
- Sabine 1915** SABINE, W.: *Collected Papers on Acoustics*. Kap. The Insulation of Sound, S. 237–254, Dover Publications, 1915. – Book from 1964
- Smythe 1989** SMYTHE, R.: *Static and Dynamic Electricity*. Third Edition, Revised Printing. SUMMA, 1989. – ISBN 0-89116-917-2
- Stange 1971** STANGE, K.: *Angewandte Statistik*. Bd. Zweiter Teil: Mehrdimensionale Probleme. Berlin: Springer-Verlag, 1971. – ISBN 3-540-05297-6
- Steinmetz 2001** STEINMETZ, T.: Analoge Glasfaser-Übertragungsstrecke für Hochfrequenz-Messsignale in der EMV. In: *EMV-ESD Elektromagnetische Verträglichkeit* 12 (2001), Nr. 1, S. 36–39
- Stratton 1941** STRATTON, J. A.: *Electromagnetic Theory*. New York, London: McGraw-Hill, 1941 (International Series in Pure and Applied Physics)
- Taylor und Giri 1994** TAYLOR, C.; GIRI, D.: *High-power microwave systems and effects*. Taylor & Francis, 1994
- Tesche et al. 1997** TESCHE, F.; IANOZ, M.; KARLSSON, T.: *EMC analysis and computation models*. Wiley, 1997

- Tkachenko et al. 1999** TKACHENKO, S.; VODOPIANOV, G.; MARTINOV, L.: Electro-magnetic field coupling to an electrically small antenna in a rectangular cavity. In: *13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Februar 1999, S. 16–18
- Weinzierl et al. 2006** WEINZIERL, D.; KOST, A.; RAIZER, A.: Improvement of field distribution in a reverberation chamber by phase shift of exciting wires, calculated by TLM. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 2006 Bd. 2006, 2006, S. 180–183
- Weinzierl et al. 2003** WEINZIERL, D.; RAIZER, A.; KOST, A.; DE SALVADOR FERREIRA, G.: Simulation of a mode stirred chamber excited by wires using the TLM method. In: *COMPEL - The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 22 (2003), Nr. 3, S. 770–778
- Wilson et al. 2004** WILSON, P.; HOLLOWAY, C. L.; KOEPKE, G.: A review of dipole models for correlating emission measurements made at various EMC test facilities. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 International Symposium on* Bd. 3, 2004, S. 898–901
- Wilson et al. 2001** WILSON, P.; KOEPKE, G.; LADBURY, J.; HOLLOWAY, C. L.: Emission and immunity standards: replacing field-at-a-distance measurements with total-radiated-power measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 964–969
- Wilson et al. 2002b** WILSON, P. F.; HILL, D. A.; HOLLOWAY, C. L.: On determining the maximum emissions from electrically large sources. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 44 (2002), Nr. 1, S. 79–86
- Wilson und Ma 1986** WILSON, P. F.; MA, M. T.: Shielding Effectiveness Measurements using an Apertured TEM Cell in a Reverberation Chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1986, S. 265–269
- Wilson und Ma 1987** WILSON, P. F.; MA, M. T.: Techniques for measuring the shielding effectiveness of materials. In: *Electromagnetic Compatibility 1987. 7th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland, März 1987, S. 547–552
- Wolf 1976** WOLF, E.: New theory of radiative energy transfer in free electromagnetic fields. In: *Phys. Rev. D* 13 (1976), Februar, Nr. 4, S. 869–886
- Wu und Chang 1987** WU, D.; CHANG, D.: An investigation of a ray-mode representation of the Green's function in a rectangular cavity / National Bureau of Standards, NBS. 1987 (TN1312). – NBS Technical Note
- Yaghjian 1980** YAGHJIAN, A. D.: ELECTRIC DYADIC GREEN'S FUNCTIONS IN THE SOURCE REGION. In: *Proceedings of the IEEE* 68 (1980), S. 248–263

- Yang et al. 2002a** YANG, J.; CARLSSON, J.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, C.: Calculation of self-impedance and radiation efficiency of a dipole near a lossy cylinder with arbitrary cross section by using the moment method and a spectrum of two-dimensional solutions. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 32 (2002), Nr. 2, S. 108–112
- Zacharias et al. 1993** ZACHARIAS, R. A.; AVALLE, C. A.; KUNZ, K. S.; MOLAU, N. E.; PENNOCK, S. T.; POGGIO, A. J.; SHARPE, R. M.: A methodology for assessing high intensity RF effects in aircraft. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1993. 12th DASC., AIAA/IEEE, 1993*, S. 451–456
- Zhang und Li 2002a** ZHANG, D.; LI, E.: Characterization of a reverberation chamber by 3D finite element method. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 3rd International Symposium on*, 2002, S. 394–396

Weiterführende Literatur

- Anon 1994** ANON, W.: Sealing the gaps in EMI gasket testing. In: *EE: Evaluation Engineering* 33 (1994), Nr. 4, S. 74–78
- Anon 1996** ANON, W.: NIST provides calibration measurements of new NASA reverberation chamber test laboratory. In: *J. Research National Institute Standards Technology* 101 (1996), S. 822–823
- Arnaud et al. 2007** ARNAUT, L.; KRAUTHÄUSER, H.; HÖIJER, M.: Comparison of Different Definitions of Field Strength Used in Reverberation Chamber Standards. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on EMC*. Honolulu, Hawaii, USA, 2007. – accepted for publication
- Arnaud und West 1999** ARNAUT, L.; WEST, P.: Electric field probe measurements in the NPL untuned stadium reverberation chamber / National Physical Laboratory, NPL. Teddington, Middlesex, UK, September 1999 (CETM 13). – NPL Report. – ISSN 1467-3932
- Arnaud 1999** ARNAUT, L. R.: Ensemble decimation factors for reverberation chamber stirrer data / National Physical Laboratory, NPL. Teddington, Middlesex, UK, August 1999 (CETM 12). – NPL Report. – ISSN 1467-3932
- Arnaud 2000** ARNAUT, L. R.: Uncertainty reduction and decorrelation of mode-stirred reverberation chamber data using transformation and expansion techniques / National Physical Laboratory, NPL. Teddington, Middlesex, UK, Juni 2000 (CETM 21). – NPL Report. – ISSN 1467-3932
- Arnaud 2001a** ARNAUT, L. R.: Effect of local stir and spatial averaging on measurement and testing in mode-tuned and mode-stirred reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 43 (2001), Nr. 3, S. 305–325. – ISSN 0018-9375
- Arnaud 2001b** ARNAUT, L. R.: Operation of electromagnetic reverberation chambers with wave diffractors at relatively low frequencies. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 43 (2001), Nr. 4, S. 637–653. – ISSN 0018-9375
- Arnaud 2002** ARNAUT, L. R.: Compound exponential distributions for undermoded reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 44 (2002), Nr. 3, S. 442–457. – ISSN 0018-9375
- Arnaud 2003a** ARNAUT, L. R.: Adaptive control and optimization of electromagnetic radiation, attenuation, and scattering using self-adaptive material systems. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 51 (2003), Nr. 7, S. 1530–1548. – ISSN 0018-926X

- Arnaut 2003b** ARNAUT, L. R.: Comments on "Investigation of the field uniformity of a mode-stirred chamber using diffusors based on acoustic theory". In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 1, S. 146–147. – ISSN 0018-9375
- Arnaut 2003c** ARNAUT, L. R.: Corrections to "compound exponential distributions for undermoded reverberation chambers". In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 3, S. 568–569. – ISSN 0018-9375
- Arnaut 2003d** ARNAUT, L. R.: Limit distributions for imperfect electromagnetic reverberation. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 2, S. 357–377. – ISSN 0018-9375
- Arnaut 2004a** ARNAUT, L. R.: Compromizing and optimizing the design of special-purpose reverberation chambers for HIRF testing. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 International Symposium on* Bd. 1, 2004, S. 237–240. – ISSN 10774076 (ISSN)
- Arnaut 2004b** ARNAUT, L. R.: Statistical modelling of power dissipation in electronic circuits immersed in a random field. In: *URSI 2004 International Symposium on Electromagnetic Theory* Bd. 1. Pisa, Italy, Mai 2004, S. 296–298. – ISBN 88-8492-252-6
- Arnaut 2005b** ARNAUT, L. R.: Statistical distributions of dissipated power in electronic circuits immersed in a random electromagnetic field. In: *Radio Science* 40 (2005), September, S. RS6S06
- Arnaut und Rochard 2002** ARNAUT, L. R.; ROCHARD, O. C.: Distributions of field magnitude and energy density in undermoded mode-tuned reverberation chambers. In: *5th European Symposium on EMC*. Sorrento, Italy, September 2002, S. 666–669
- Arnaut und West 2000** ARNAUT, L. R.; WEST, P. D.: Effect of antenna aperture, EUT and stirrer step size on measurements in mode-stirred reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 29–31
- Azoulay et al. 2004** AZOULAY, A.; LETERTRE, T.; MONEBHURRUN, V.; BOLOMEY, J. C.; DESPRES, B.: Characterization of spurious emissions of wireless devices in a reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2004, S. 128–132
- Bai et al. 1999a** BAI, L.; WANG, L.; WANG, B.; SONG, J.: Effects of paddle configurations on the uniformity of the reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 12–16
- Bai et al. 1999b** BAI, L.; WANG, L.; WANG, B.; SONG, J.: Reverberation chamber modeling using FDTD. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 7–11

- Baltes und Hilf 1972** BALTES, H. P.; HILF, E. R.: Progress in Weyl's Problem Achieved by Computational Methods. In: *Computer Physics Communications* 4 (1972), S. 208–213
- Baoli et al. 2002** BAOLI, S.; WU, R.; BENQING, G.; SHIMING, Y.: The analysis of several diffusers in a reverberation chamber by FDTD method. In: *Microwave and Millimeter Wave Technology, 2002. Proceedings. ICMMT 2002. 2002 3rd International Conference on*, 2002, S. 911–914
- Baranowski et al. 2002** BARANOWSKI, S.; DEMOULIN, B.; KONE, L.: Use of ray tracing to calculate the field in oversized cavities: comparison between line source and dipole excitations. In: LEWANDOWSKI, G. (Hrsg.); MORON, W. (Hrsg.); SEGA, W. (Hrsg.): *Sixteenth International Wroclaw Symposium and Exhibition Electromagnetic Compatibility 2002 Bd. 1*. Wroclaw, Poland, Juni 2002, S. 115–118. – ISBN 83-916146-0-3
- Baum 1991** BAUM, C.: The Microwave-Oven Theorem All Power to the Chicken. In: BAUM, C. (Hrsg.): *Microwave Memos*. URL <http://www-e.uni-magdeburg.de/notes>, 1991 (MM 3), S. 1–6
- Belcastro 1997** BELCASTRO, C. M.: Closed-loop HIRF experiments performed on a fault tolerant flight control computer. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1997. 16th DASC., AIAA/IEEE Bd. 1*, 1997, S. 4.1–40–54
- Bellan und Pignari 2001** BELLAN, D.; PIGNARI, S.: Susceptibility analysis of wiring harness in a reverberation chamber environment. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on Bd. 2*, 2001, S. 746–750
- Besnier 2005** BESNIER, P.: Controlling measurement reproducibility and uncertainty in reverberation chambers. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility Bd. 2*, 2005, S. 562–565
- Bethe 1944** BETHE, H. A.: Theory of Diffraction by Small Holes. In: *Physical Review* 66 (1944), Oktober, Nr. 7/8, S. 163–182
- Birtcher et al. 2003** BIRTCHER, C. R.; PANARETOS, A. H.; BALANIS, C. A.: Scaled measurements of mode-stirred HIRF penetration into an aircraft fuselage. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE Bd. 4*, 2003, S. 755–758
- Bonnet et al. 2005** BONNET, P.; VERNET, R.; GIRARD, S.; PALADIAN, F.: FDTD modelling of reverberation chamber. In: *Electronics Letters* 41 (2005), Nr. 20, S. 1101–1102. – ISSN 0013-5194
- Borgstrom 1999** BORGSTROM, E. J.: Radio frequency susceptibility testing for RTCA/DO-160D, after change notice one. In: *AIAA/IEEE Digital Avionics Systems Conference - Proceedings Bd. 1*, 1999

- Borgstrom 2002** BORGSTROM, E. J.: A comparison of methods and results using the semi-anechoic and reverberation chamber radiated RF susceptibility test procedures in RTCA/DO-160D, Change One. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 184–188
- Borgstrom 2004** BORGSTROM, E. J.: A comparison of methods and results using the Semi-Anechoic and Reverberation Chamber radiated RF Susceptibility test procedures in RTCA/DO-160D, change one. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2004, S. 245–250
- Bradshaw et al. 1997** BRADSHAW, S.; DELPORT, S.; WYK, E. van: Qualitative measurement of heating uniformity in a multimode microwave cavity. In: *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy* 32 (1997), Nr. 2, S. 87–95. – ISSN 0832-7823
- Braun et al. 2000** BRAUN, C.; GUIDI, P.; SCHMIDT, H.; TAENZER, A.; KRAUTHÄUSER, H.; NITSCH, J.: Messung von Ausfall-Schwellwerten an modernen Hochgeschwindigkeits-Prozessor-Platinen mit gepulsten Hochleistungs-Mikrowellen und in Moden-Verwirbelungs-Kammern. In: *Elektromagnetische Verträglichkeit EMV 2000*. Düsseldorf, Germany, 2000, S. 573–580
- Brezinski und Kempf 2000** BREZINSKI, K. A.; KEMPF, D. R.: Electromagnetic interference evaluation of an intercommunications system on a Navy aircraft. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3C3/1–3C3/8
- Brock et al. 1989** BROCK, G.; McMAHON, A.; SALAZAR, J.; GRIFFIN, P.; CAPRARO, G.; DROZD, A.; PESTA, A.: An SHF/EHF field-to-wire coupling model enhancement to IEMCAP. In: *Electromagnetic Compatibility, 1989. IEEE 1989 National Symposium on*, 1989, S. 131–136
- Bruns et al. 2004** BRUNS, C.; LEUCHTMANN, P.; VAHLDieck, R.: Simulation and comparison of different stirrer types inside a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 International Symposium on* Bd. 1, 2004, S. 241–244
- Bruns und Vahldieck 2005** BRUNS, C.; VAHLDieck, R.: A closer look at reverberation chambers - 3-D simulation and experimental verification. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), Nr. 3, S. 612–626
- Bunting 1999** BUNTING, C. F.: Two-dimensional finite element analysis of reverberation chambers: the inclusion of a source and additional aspects of analysis. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 219–224
- Bunting 2000** BUNTING, C. F.: Shielding effectiveness, statistical characterization, and the simulation of a two-dimensional reverberation chamber using finite element techniques. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3A5/1–3A5/8

- Bunting 2001** BUNTING, C. F.: Shielding effectiveness in a reverberation chamber using finite element techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 740–745
- Bunting et al. 1998** BUNTING, C. F.; MOELLER, K. J.; REDDY, C. J.; SCEARCE, S. A.: Finite element analysis of reverberation chambers: a two-dimensional study at cutoff. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 208–212
- Bunting et al. 1999** BUNTING, C. F.; MOELLER, K. J.; REDDY, C. J.; SCEARCE, S. A.: A two-dimensional finite-element analysis of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 41 (1999), Nr. 4, S. 280–289. – ISSN 0018-9375
- Bäckström und Jörgen 1993** BÄCKSTRÖM, M.; JÖRGEN, L.: Microwave coupling into a slotted cavity / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 1993 (FOA C 30712-8.3, 3.2). – Report
- Bäckström und Lorén 1994** BÄCKSTRÖM, M.; LORÉN, J.: Microwave coupling into a slotted cavity. Additional results. / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 1994 (FOA-R-94-00042-3.2-SE). – Report
- Bäckström und Lundén 1996** BÄCKSTRÖM, M.; LUNDÉN, O.: Transmission cross sections of apertures measured by use of nested mode-stirred chambers. / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 1996 (FOA-R-96-00359-3.2-SE). – Report. in Swedish
- Bäckström et al. 2003** BÄCKSTRÖM, M.; MARTIN, T.; LORÉN, J.: Analytical model for bounding estimates of shielding effectiveness of complex resonant cavities. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 946–949
- Bäckström und Lovstrand 2004** BÄCKSTRÖM, M. G.; LOVSTRAND, K. G.: Susceptibility of electronic systems to high-power microwaves: summary of test experience. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 3, S. 396–403. – ISSN 0018-9375
- Caldwell und Higgins 2005** CALDWELL, M.; HIGGINS, M.: Electromagnetic test facilities at Sandia National Laboratories. In: *Measurement Systems for Homeland Security, Contraband Detection and Personal Safety Workshop, 2005. (IMS 2005) Proceedings of the 2005 IEEE International Workshop on*, 2005, S. 57–62
- Carlberg et al. 2003a** CARLBERG, U.; KILDAL, P. S.; WOLFGANG, A.; SOTOUDEH, O.; ORLENUS, C.: Characterization of lossy cylinder in reverberation chamber by computed and measured absorption cross sections. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 4, 2003, S. 719–722

- Carlberg et al. 2003b** CARLBERG, U.; KILDAL, P. S.; WOLFGANG, A.; SOTOUDEH, O.; ORLENIUS, C.: Measurements with lossy objects in reverberation chambers and their effect on the polarization and elevation dependence of the field statistics. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Arboga, Sweden, Mai 2003, S. 303–308
- Carlberg et al. 2004b** CARLBERG, U.; KILDAL, P. S.; WOLFGANG, A.; SOTOUDEH, O.; ORLENIUS, C.: Calculated and measured absorption cross sections of lossy objects in reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 2, S. 146–154. – ISSN 0018-9375
- Carlberg et al. 2002** CARLBERG, U.; SIPUS, Z.; KILDAL, P. S.: Calculation of absorption cross section of lossy objects used when measuring antennas in reverberation chambers. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 2, 2002, S. 470–473
- Carter 1996** CARTER, N. J.: Aircraft EMC, the past, the present and the future: an overview. In: *EMC (electromagnetic Compatibility) in Aerospace (Digest No. 1996/243), IEE Colloquium on*, 1996, S. 3/1–3/7
- Cerri et al. 2006** CERRI, G.; DE LEO, R.; MOGLIE, F.; MARIANI PRIMIANI, V.: Theoretical and experimental analysis of the field-to-line coupling in a reverberation chamber. In: *IEE Proceedings: Science, Measurement and Technology* 153 (2006), S. 201–207
- Cerri et al. 2005** CERRI, G.; PRIMIANI, V. M.; PENNESI, S.; RUSSO, P.: Source stirring mode for reverberation chambers. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), S. 815–823. – ISSN 00189375 (ISSN)
- Chung et al. 2002** CHUNG, S. Y.; RHEE, J. G.; RHEE, H. J.: Simulations on field uniformity in a triangular reverberation chamber. In: *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering* 12 (2002), Nr. 2, S. 198–205
- Clarke 1982** CLARKE, R. N.: *Electromagnetic stirred mode cavities (SMCs)*. 1982
- Clegg et al. 1996a** CLEGG, J.; MARVIN, A.; ANGUS, J.; DAWSON, J.: Optimal phase reflection gratings and the effect on fields in a mode stirred chamber. In: *EMC '96 ROMA. International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2. Rome, Italy, University Rome 'La Sapienza', September 1996, S. 867–872
- Clegg et al. 1996b** CLEGG, J.; MARVIN, A. C.; ANGUS, J. A. S.; DAWSON, J. F.: Method for increasing the mode density in a reverberant screened room. In: *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-* 143 (1996), Nr. 4, S. 216–220. – ISSN 1350-2344
- Clegg et al. 2005** CLEGG, J.; MARVIN, A. C.; DAWSON, J. F.; PORTER, S. J.: Optimization of stirrer designs in a reverberation chamber. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), S. 824–832. – ISSN 00189375 (ISSN)

- Coates et al. 2003a** COATES, A. R.; DUFFY, A. P.; HODGE, K. G.; WILLIS, A. J.: Reverberation chamber for testing cable shielding. In: *IEE Colloquium (Digest)* 3-10028 (2003), S. 87–91
- Coates et al. 2003b** COATES, A. R.; GAVRILAKIS, A.; DUFFY, A. P.; HODGE, K. G.; WILLIS, A. J.: Shield behaviour of communications cables. In: *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-* 150 (2003), Nr. 6, S. 307–312. – ISSN 1350-2344
- Cochard et al. 1998** COCHARD, N.; ARZELIES, P.; LACOUME, J. L.; GABILLET, Y.: Noise source calibration in test tank. In: *OCEANS '98 Conference Proceedings Bd. 1*, 1998, S. 134–137
- Cooke et al. 1998** COOKE, S. J.; BLANK, M.; LEVUSH, B.; LATHAM, P. E.: Modeling the influence of lossy dielectric loads in gyrokystron cavities. In: *Plasma Science, 1998. 25th Anniversary. IEEE Conference Record - Abstracts. 1998 IEEE International on*, 1998, S. 193
- Corona 1999** CORONA, P.: Validation methods for reverberating chambers. In: *Electromagnetic Compatibility 1999. 13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Februar 1999, S. 145–148. – ISBN 3-9521199-3-8
- Corona et al. 1987** CORONA, P.; FERRARA, G.; GENNARELLI, C.: Backscattering by loaded and unloaded dihedral corners. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 35 (1987), Nr. 10, S. 1148–1153. – ISSN 0096-1973
- Corona et al. 1996** CORONA, P.; FERRARA, G.; MIGLIACCIO, M.: Reverberating chambers as sources of stochastic electromagnetic fields. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 38 (1996), Nr. 3, S. 348–356. – ISSN 0018-9375
- Corona et al. 1999** CORONA, P.; FERRARA, G.; MIGLIACCIO, M.: A stochastic approach for determining the reverberating chamber quality factor. In: *Electromagnetic Compatibility 1999. 13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Februar 1999, S. 689–692. – ISBN 3-9521199-3-8
- Corona et al. 2000** CORONA, P.; FERRARA, G.; MIGLIACCIO, M.: Reverberating chamber electromagnetic field in presence of an unstirred component. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 42 (2000), Nr. 2, S. 111–115. – ISSN 0018-9375
- Corona et al. 2004a** CORONA, P.; FERRARA, G.; MIGLIACCIO, M.: Generalized stochastic field model for reverberating chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 4, S. 655–660. – ISSN 0018-9375
- Corona et al. 2004b** CORONA, P.; FERRARA, G.; MIGLIACCIO, M.: Polarimetric field characterization in reverberating chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 2, S. 155–159. – ISSN 0018-9375

- Corona et al. 2002** CORONA, P.; LADBURY, J.; LATMIRAL, G.: Reverberation-chamber research-then and now: a review of early work and comparison with current understanding. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 44 (2002), Nr. 1, S. 87–94. – ISSN 0018-9375
- Corona und Paolini 1983** CORONA, P.; PAOLINI, E.: Magnification Factor for Mode Stirred Chambers. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1983, S. 504–507
- Crawford und Koepke 1987** CRAWFORD, M.; KOEPKE, G.: Performing EM susceptibility/vulnerability measurements using a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility 1987. 7th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland, März 1987, S. 121–126
- Crawford et al. 1990** CRAWFORD, M.; MA, M.; LADBURY, J.; RIDDLE, B.: Measurement and evaluation of a TEM/reverberating chamber. / National Institute of Standards and Technology, NIST. Juli 1990 (TN 1342). – NIST Technical Note
- Crawford und Koepke 1985** CRAWFORD, M. L.; KOEPKE, G. H.: Comparing em susceptibility measurement results between reverberation and anechoic chambers. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1985, S. 152–160
- Crawford und Koepke 1986b** CRAWFORD, M. L.; KOEPKE, G. H.: Preliminary evaluation of reverberation chamber method for pulsed rf immunity testing. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1986, S. 270–278
- Crawford und Ladbury 1989** CRAWFORD, M. L.; LADBURY, J. M.: Mode-stirred chamber for measuring shielding effectiveness of cables and connectors. Assessing MIL-STD-1344A Method 3008. In: *Connector Specifier* 5 (1989), Nr. 6, S. 45–51
- Crawford und Riddle 1992** CRAWFORD, M. L.; RIDDLE, B. F.: Reverberating Asymmetric TEM Cell For Radiated EMC/V And SE Testing, 10 KHz-18 GHz. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Symposium Record. IEEE 1992 International Symposium on*, 1992, S. 206–213
- Davenport et al. 1994** DAVENPORT, E. M.; MCQUILTON, D.; BOWLY, T. R.: Development of a mode stirred EMC facility. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Ninth International Conference on (Conf. Publ. No. 396)*, 1994, S. 266–273
- Dawson et al. 2005** DAWSON, J. F.; KONEFAL, T.; ROBINSON, M. P.; MARVIN, A. C.; PORTER, S. J.; CHIRWA, L. C.: Field statistics in an enclosure with an aperture effect of Q-factor and number of modes. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2005, S. 141–146
- De Doncker und Meys 2004** DE DONCKER, P.; MEYS, R.: Statistical response of antennas under uncorrelated plane wave spectrum illumination. In: *Electromagnetics* 24 (2004), S. 409–423

- De Leo und Mariani Primiani 2006** DE LEO, R.; MARIANI PRIMIANI, V.: Radiated Immunity Tests: Reverberation Chamber Versus Anechoic Chamber Results. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 55 (2006), S. 1169–1174. – ISSN 0018-9456
- De Vries-Venter und Baker 1998** DE VRIES-VENTER, L.; BAKER, D. C.: EMC: radiated immunity testing an overview of the reverberation chamber. In: *Communications and Signal Processing, 1998. COMSIG '98. Proceedings of the 1998 South African Symposium on*, 1998, S. 471–474
- Démoulin et al. 2001** DÉMOULIN, B.; HOËPPE, F.; BARANOWSKI, S.; CAUTERMAN, M.: Recent progress achieved in EMC testing methods. In: *Revue HF Tijdschrift* 4 (2001), Nr. 4, S. 11–18
- Depienne et al. 2003** DEPIENNE, S.; MONEBHURRUN, V.; AZOULAY, A.; BOLOMEY, J. C.: The reverberating chamber: a useful tool to characterize the radiated power of small size RF devices. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 461–464
- Devereux et al. 1997** DEVEREUX, R. W.; FULLER, G. L.; SCHILLINGER, R.: Electromagnetic susceptibility of installed avionics. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1997. 16th DASC., AIAA/IEEE* Bd. 1, 1997, S. 4.1–17–24
- Ding und Sha 2005** DING, J. J.; SHA, F.: Analysis of electromagnetic mode-states in an EMC reverberation chamber. In: *Dianbo Kexue Xuebao/Chinese Journal of Radio Science* 20 (2005), S. 557–560
- Dingjinjin 2004** DINGJINJIN, S.: The analysis for multimode of electrical fields in reverberating chamber. In: *Microwave and Millimeter Wave Technology, 2004. ICMMT 4th International Conference on, Proceedings*, 2004, S. 923–926
- Duffy 1995** DUFFY, A. P.: A preliminary study of fields in mode-stirred chambers. In: *EMC Tests in Screened Rooms, IEE Colloquium on*, 1995, S. 6/1–6/8
- Duffy und Williams 1999** DUFFY, A. P.; WILLIAMS, A. J. M.: Optimising mode stirred chambers [EMC testing]. In: *Electromagnetic Compatibility 1999. 13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland: Swiss Federal Inst. Technol., Februar 1999, S. 685–688. – ISBN 3-9521199-3-8
- Ely et al. 2002** ELY, J. J.; NGUYEN, T. X.; KOPPEN, S. V.; SALUD, M. T.: Electromagnetic interference assessment of CDMA and GSM wireless phones to aircraft navigation radios. In: *Digital Avionics Systems Conference, 2002. Proceedings. The 21st* Bd. 2, 2002, S. 13E4–1–13E4–13
- Ely et al. 2000** ELY, J. J.; NGUYEN, T. X.; SCEARCE, S. A.: The influence of modulated signal risetime in flight electronics radiated immunity testing with a mode-stirred chamber / NASA. 2000 (209844). – Forschungsbericht

- Erickson und Pesta 1998** ERICKSON, G. J.; PESTA, A. J.: Long term exposure electromagnetic effects on discrete analog and digital electronic devices. In: *Electronic Components and Technology Conference, 1998. 48th IEEE*, 1998, S. 742–746
- Eriksson et al. 2001** ERIKSSON, G.; ASANDER, H. J.; BÄCKSTRÖM, M.; LORÉN, J.: Microwave coupling into a generic object. FDTD simulations and comparison with measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2001, S. 313–318
- Eulig 2004** EULIG, N.: *Eignung der Feldvariablen Kammer (FVK) für EMV-Störfestigkeitstests*. Shaker Verlag, 2004. – ISBN 978-3-8322-2945-0
- Eulig und Enders 2002** EULIG, N.; ENDERS, A.: Reverberation Chamber: A Low-Cost Alternative to Anechoic Chambers? In: *Technisches Messen* 69 (2002), Nr. 2, S. 85–89
- Excell und Rousseau 1990** EXCELL, P. S.; ROUSSEAU, M.: A broadband compact range for radiative EMC testing. In: *Calibration of Antennas for Close Range Measurements, IEE Colloquium on*, 1990, S. 6/1–6/4
- Fiachetti et al. 2001** FIACHETTI, C.; ISSAC, F.; MICHIELSEN, B.; REINEIX, A.: Modeling field to equipment coupling in mode stirred chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 762–767
- Fiachetti und Michielsen 2003** FIACHETTI, C.; MICHIELSEN, B.: Electromagnetic random field models for analysis of coupling inside mode tuned chambers. In: *Electronics Letters* 39 (2003), Nr. 24, S. 1713–1714. – ISSN 0013-5194
- Fiumara et al. 2005** FIUMARA, V.; FUSCO, A.; MATTÀ, V.; PINTO, I. M.: Free-space antenna field/pattern retrieval in reverberation environments. In: *Antennas and Wireless Propagation Letters* 4 (2005), S. 329–332. – ISSN 1536-1225
- Foulonneau et al. 1996** FOULONNEAU, B.; GAUDAIRE, F.; GABILLET, Y.: Measurement method of electromagnetic transmission loss of building components using two reverberation chambers. In: *Electronics Letters* 32 (1996), Nr. 23, S. 2130–2131. – ISSN 0013-5194
- Fourestie et al. 2005** FOURESTIE, B.; BOLOMEY, J. C.; SARREBOURSE, T.; ALTMAN, Z.; WIART, J.: Spherical Near Field Facility for Characterizing Random Emissions. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 53 (2005), Nr. 8, S. 2582–2589. – ISSN 0018-926X
- French und Jay 1998** FRENCH, M.; JAY, M.: Automotive test methods. In: *Experimental Techniques* 22 (1998), Nr. 5, S. 39–42
- Freyer und Bäckström 2000b** FREYER, G. J.; BÄCKSTRÖM, M. G.: Some implications of a single aspect angle electromagnetic compatibility test. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3.B.1_1–3.B.1_7

- Freyer et al. 2002** FREYER, G. J.; BÄCKSTRÖM, M. G.; HATFIELD, M. O.: Correlation of typical absorber lined and reverberation chamber compliance measurements - how likely? In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 966–971
- Freyer und Hatfield 1992** FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.: Comparison Of Gasket Transfer Impedance And Shielding Effectiveness Measurements Part I. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Symposium Record. IEEE 1992 International Symposium on*, 1992, S. 139–141
- Freyer und Hatfield 1994a** FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.: Aircraft test applications of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 491–496
- Freyer und Hatfield 1994b** FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.: Attributes of a reverberation chamber for radiated immunity testing. In: *National Conference Publication - Institution of Engineers, Australia*, 1994, S. 387–393
- Freyer et al. 1995a** FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.; JOHNSON, D. M.: Radiated immunity testing using reverberation chambers . In: *Conference Proceedings RF Expo West. San Diego, CA, USA, Januar 1995*, S. 336
- Freyer et al. 1996a** FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.; JOHNSON, D. M.; SLOCUM, M. B.: Comparison of measured and theoretical statistical parameters of complex cavities. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 250–253
- Freyer et al. 1996b** FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.; LOUGHRY, T. A.: Cavity to cavity coupling measurements in commercial aircraft and the implications for on-board operation of personal electronic devices. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1996., 15th AIAA/IEEE, 1996*, S. 333–338
- Freyer et al. 1995b** FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.; LOUGHRY, T. A.; JOHNK, R.; JOHNSON, D. M.: Shielding effectiveness measurements for a large commercial aircraft. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 383–386
- Freyer et al. 1996c** FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.; SLOCUM, M. B.: Characterization of the electromagnetic environment in aircraft cavities excited by internal and external sources. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1996., 15th AIAA/IEEE, 1996*, S. 327–332
- Freyer et al. 1998** FREYER, G. J.; LEHMAN, T. H.; LADBURY, J. M.; KOEPKE, G. H.; HATFIELD, M. O.: Verification of fields applied to an EUT in a reverberation chamber using statistical theory. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 34–38

- Freyer et al. 1994** FREYER, G. J.; ROWAN, J.; HATFIELD, M. O.: Gasket shielding performance measurements obtained from four test techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 279–284
- Fujisaki et al. 1997** FUJISAKI, K.; UHEYAMA, T.; TAKAHASHI, K.; SATOH, S.: Phase characteristics of electromagnetic stirring. In: *Magnetics, IEEE Transactions on* 33 (1997), Nr. 5, S. 4245–4247. – ISSN 0018-9464
- Gao et al. 2004** GAO, J.; LI, E.; WEE, Q. C.; SING, C. W.; KUAN, L. M.: Development of control software for electromagnetic immunity test system. In: *10th International Symposium on Integrated Circuits, Devices and Systems, ISIC-2004: Integrated Systems on Silicon - Proceedings*, 2004, S. 349–352
- Godfrey 1999a** GODFREY, E. A.: Effects of corrugated walls on the field uniformity of reverberation chambers at low frequencies. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility Bd. 1*, 1999, S. 23–28
- Godfrey 1999b** GODFREY, E. A.: Reverberation chambers at low frequencies. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on Bd. 1*, 1999, S. 23–28
- Godfrey und Kousky 2000** GODFREY, E. A.; KOUSKY, J. T.: Measuring the shielding effectiveness of coaxial cables using a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on Bd. 2*, 2000, S. 627–631
- Goldblum et al. 1996** GOLDBLUM, C. E.; LANE, D.; PRESS, J. L.; RAYADURGA, L.; COHEN, L.: Evanescent modes in a unique mode-stirred chamber the Advanced Technology Chamber (ATC)-design, construction, operation and data. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 180–184
- Goldsmith und Johnson 1998** GOLDSMITH, K. R.; JOHNSON, P. A.: Design, construction, computational EM modelling, and characterisation of an aircraft sized reverberation chamber and stirrer. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1998. Proceedings., 17th DASC. The AIAA/IEEE/SAE Bd. 1*, 1998, S. D55/1–D55/8
- Gove et al. 2006** GOVE, K.; BAUER, H. P.; RODRIGUEZ-PEREYRA, V.: Required amplifier power in automotive radar pulse measurements. In: *EE: Evaluation Engineering* 45 (2006), S. 56–65
- Gradoni et al. 2005** GRADONI, G.; MOGLIE, F.; PASTORE, A. P.; PRIMIANI, V. M.: Field-to-enclosure coupling in reverberation chamber: Numerical and experimental analysis. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility Bd. 1*, 2005, S. 75–78
- Gradoni et al. 2006** GRADONI, G.; MOGLIE, F.; PASTORE, A. P.; PRIMIANI, V. M.: Numerical and experimental analysis of the field to enclosure coupling in reverberation chamber and comparison with anechoic chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 203–211. – ISSN 0018-9375

- Green 1992** GREEN, D. R. M.: Empirical screening effectiveness: extension of measurements to 18 GHz. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Eighth International Conference on*, 1992, S. 276–279
- Grosvenor et al. 2002** GROSVENOR, C. A.; NOVOTNY, D.; JOHNK, R.; CANALES, N.; VENEMAN, J.: Shielding effectiveness measurements using the direct illumination technique. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 389–394
- Hagen et al. 1999** HAGEN, M.; JOHNSON, D. M.; SLOCUM, M. B.: High-power radiated susceptibility testing of FADEC systems in reverberation chambers. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th Bd. 2*, 1999, S. 10.C.5–1–10.C.5–8
- Hale und Pressel 1982** HALE, C. S.; PRESSEL, P. I.: Mode stirring shielding effectiveness measurement: an automated system. In: *Fifteenth Annual Connectors and Interconnection Technology Symposium Proceedings*. Philadelphia, PA, USA, November 1982, S. 375–386
- Hallbjörner 2002a** HALLBJÖRNER, P.: A model for the number of independent samples in reverberation chambers. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 33 (2002), Nr. 1, S. 25–28
- Hallbjörner 2002b** HALLBJÖRNER, P.: Reverberation chamber with variable received signal amplitude distribution. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 35 (2002), Nr. 5, S. 376–377
- Hallbjörner 2004** HALLBJÖRNER, P.: *Antennas and antenna measurement techniques for mobile communication terminals*, Chalmers Tekniska Högskola, Dissertation, 2004
- Hallbjörner 2006** HALLBJÖRNER, P.: Estimating the number of independent samples in reverberation chamber measurements from sample differences. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 354–358. – ISSN 0018-9375
- Hallbjörner et al. 2005** HALLBJÖRNER, P.; CARLBERG, U.; MADSEN, K.; ANDERSSON, J.: Extracting electrical material parameters of electrically large dielectric objects from reverberation chamber measurements of absorption cross section. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 47 (2005), Nr. 2, S. 291–303. – ISSN 0018-9375
- Hallbjörner und Madsen 2001** HALLBJÖRNER, P.; MADSEN, K.: Terminal antenna diversity characterisation using mode stirred chamber. In: *Electronics Letters* 37 (2001), Nr. 5, S. 273–274. – ISSN 0013-5194
- Hamalainen et al. 2005** HAMALAINEN, J.; AUNOLA, M.; MARTIN, T.; BÄCKSTRÖM, M.: Comparing and visualising statistical shielding effectiveness for rectangular enclosures with different inner structures. In: *Electromagnetic Compatibility, EMC 2005. 2005 International Symposium on* Bd. 2, 2005, S. 530–533

- Hamalainen 2004** HAMALAINEN, J. S.: Are shielding properties of the cavity readable in histograms of electric field amplitudes: to scale or not to scale histograms? In: *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-* 151 (2004), Nr. 6, S. 492–495. – ISSN 1350-2344
- Harima 2003** HARIMA, K.: Radiated emission measurement of small EUT by using a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 471–474
- Harima 2004** HARIMA, K.: Statistical characteristics of maximum E-field distribution in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 International Symposium on* Bd. 2, 2004, S. 724–727
- Harima 2005a** HARIMA, K.: Determination of EMI antenna factor using reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2005, S. 93–95
- Harima 2005b** HARIMA, K.: Statistical characteristics of E-field distribution in a reverberation chamber. In: *IEICE Transactions on Communications* E88-B (2005), Nr. 8, S. 3127–3132
- Harima et al. 2006** HARIMA, K.; SUGIYAMA, T.; YAMANAKA, Y.; SHINOZUKA, T.: Total radiated power of radio transmitters measured in a reverberation chamber. In: *Journal of the National Institute of Information and Communications Technology* 53 (2006), S. 71–80
- Harima und Yamanaka 2000** HARIMA, K.; YAMANAKA, Y.: Evaluation of E-field uniformity for immunity testing in a reverberation chamber. In: *Proceedings of the 2000 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP2000)* Bd. 4. Fukuoka, Japan, August 2000, S. 1573–1576. – ISBN 4-88552-169-6
- Harima und Yamanaka 2001a** HARIMA, K.; YAMANAKA, Y.: Evaluation of e-field uniformity for radiated immunity testing in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 768–770
- Harima und Yamanaka 2001b** HARIMA, K.; YAMANAKA, Y.: Evaluation of electric-field uniformity in a reverberation chamber for radiated immunity testing. In: *IEICE Transactions on Communications* E84-B (2001), Nr. 9, S. 2618–2621
- Harrington 2000** HARRINGTON, T. E.: Total-radiated-power-based OATS-equivalent emissions testing in reverberation chambers and GTEM cells. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 23–28
- Hatfield 1988** HATFIELD, M. O.: Shielding effectiveness measurements using mode-stirred chambers: a comparison of two approaches. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 30 (1988), Nr. 3, S. 229–238. – ISSN 0018-9375

- Hatfield 2000** HATFIELD, M. O.: A calibration procedure for reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 621–626
- Hatfield et al. 1994** HATFIELD, M. O.; BEAN, J. L.; FREYER, G. J.; JOHNSON, D. M.: Repeatability of mode-stirred chamber measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 485–490
- Hatfield und Frever 1992** HATFIELD, M. O.; FREYER, G. J.: Comparison Of Gasket Transfer Impedance And Shielding Effectiveness Measurements Part II. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Symposium Record. IEEE 1992 International Symposium on*, 1992, S. 142–148
- Hatfield und Freyer 1994a** HATFIELD, M. O.; FREYER, G. J.: Summary of test techniques available for radiated immunity testing. In: *National Conference Publication - Institution of Engineers, Australia*, 1994, S. 375–380
- Hatfield und Freyer 1994b** HATFIELD, M. O.; FREYER, G. J.: typical results of radiated immunity testing using reverberation chambers. In: *National Conference Publication - Institution of Engineers, Australia*, 1994, S. 395–401
- Hatfield et al. 1997** HATFIELD, M. O.; FREYER, G. J.; SLOCUM, M. B.: Reverberation characteristics of a large welded steel shielded enclosure. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 38–43
- Hatfield et al. 2003** HATFIELD, M. O.; PLUIM, W. P.; PRICE, W.: Investigation into in-situ shielding effectiveness testing of transport aircraft. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 414–418
- Hatfield und Slocum 1996** HATFIELD, M. O.; SLOCUM, M. B.: Frequency characterization of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 190–193
- Hatfield et al. 1998** HATFIELD, M. O.; SLOCUM, M. B.; GODFREY, E. A.; FREYER, G. J.: Investigations to extend the lower frequency limit of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 20–23
- Helme 1990** HELME, B. G. M.: Measurement of the microwave properties of materials. In: *Industrial Uses of Microwaves, IEE Colloquium on*, 1990, S. 3/1–3/7
- Herke und Barber 1997** HERKE, D. L.; BARBER, G. D. M.: The use of mode stirred chambers in EM evaluation testing. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. 10th International Conference on (Conf. Publ. No. 445)*, 1997, S. 193–198
- Hilf 1973** HILF, E. R.: *130 and the Cube Spectrum*. 1973. – <http://osiris.physik.uni-oldenburg.de/publications/metadocs/ebs.130.and.cube.spectrum.html>

- Hill 1994** HILL, D. A.: Electronic mode stirring for reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 36 (1994), Nr. 4, S. 294–299. – ISSN 0018-9375
- Hoad et al. 2004** HOAD, R.; CARTER, N. J.; HERKE, D.; WATKINS, S. P.: Trends in EM susceptibility of IT equipment. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 3, S. 390–395. – ISSN 0018-9375
- Hoad et al. 2006** HOAD, R.; LAMBOURNE, A.; WRAIGHT, A.: HPEM and HEMP susceptibility assessments of computer equipment. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006 Bd. 2006, 2006, S. 168–171*
- Holland 1995** HOLLAND, R.: Development of the equivalence principle for SGEMP and source-region EMP problems. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 37 (1995), S. 84–88. – ISSN 0018-9375
- Holloway et al. 2003a** HOLLOWAY, C. L.; HILL, D. A.; LADBURY, J.; KOEPKE, G.; GARZIA, R.: Shielding effectiveness measurements of materials using nested reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 2, S. 350–356. – ISSN 0018-9375
- Holloway et al. 2006a** HOLLOWAY, C. L.; HILL, D. A.; LADBURY, J. M.; KOEPKE, G.: Requirements for an effective reverberation chamber: unloaded or loaded. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 187–194. – ISSN 0018-9375
- Holloway et al. 2003b** HOLLOWAY, C. L.; HILL, D. A.; LADBURY, J. M.; LAMMERS, T. M.: Assessing loaded reverberation chambers: calculating threshold metrics. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on Bd. 2, 2003, S. 834–837*
- Hong 1993** HONG, J. S.: Multimode chamber excited by an array of antennas. In: *Electronics Letters* 29 (1993), Nr. 19, S. 1679–1680. – ISSN 0013-5194
- Hong 1994** HONG, J. S.: Effect of a modulated source on a multimode cavity. In: *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* 4 (1994), Nr. 2, S. 43–44
- Huang 1999a** HUANG, Y.: Asymmetric reverberation chambers for EMC measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999. EMC York 99. International Conference and Exhibition on (Conf. Publ. No. 464), 1999, S. 65–69*
- Huang 1999b** HUANG, Y.: Conducting triangular chambers for EMC measurements. In: *Measurement Science and Technology* 10 (1999), Nr. 3, S. L21–L24
- Huang und Zhang 2004** HUANG, Y.; ZHANG, J. T.: Field measurements inside a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE Bd. 1, 2004, S. 723–726*

- Huang et al. 2005** HUANG, Y.; ZHU, X.; NAIR, B.: A comparison of the microwave oven and reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 3, 2005, S. 856–860
- Huikan 2006** HUIKAN, L.: Spatial correlation functions of fields in a reverberation chamber based on expansion of spherical Bessel functions. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 427–428. – ISSN 0018-9375
- Jackson und Smithers 1984** JACKSON, G. A.; SMITHERS, B. W.: Review of EMC methods using mode stirred enclosures. In: *International Conference on Electromagnetic Compatibility*. Guildford, Surrey, UK, September 1984, S. 131–135
- James et al. 1999** JAMES, J. R.; RACE, A. J.; SCOTT, L. A.: Electromagnetic shielding degradation effects in composite material enclosures. In: *Electronics Letters* 35 (1999), Nr. 3, S. 209–211. – ISSN 0013-5194
- Jansson 2002** JANSSON, L.: Statistical analysis of measured data concerning electromagnetic environment inside an experimental avionics bay and implications for testing. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 815–820
- Jedlicka und Castillo 1996** JEDLICKA, R.; CASTILLO, S. P.: Electromagnetic coupling into complex cavities through narrow slot apertures having depth and losses. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1996. AP-S. Digest* Bd. 1, 1996, S. 612–615
- Jesch 1988** JESCH, R. L.: Measurement of shielding effectiveness of cable and shielding configurations by mode-stirred techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 30 (1988), Nr. 3, S. 222–228. – ISSN 0018-9375
- Jiao und Ma 2002** JIAO, X.; MA, M.: Measurement of terminal antennas in reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 3rd International Symposium on*, 2002, S. 391–393
- Johnson und Hatfield 1995a** JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.: Mode-stirred chamber shielding effectiveness testing of a multiconductor cable assembly. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 396–400
- Johnson und Hatfield 1995b** JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.: Shielding effectiveness measurements of a shielded window: comparative results obtained using mode-stirred and anechoic chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 378–382
- Johnson et al. 1995** JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.; PREYER, G. J.: RF coupling measurements on passenger aircraft avionics exposed to cavity-mode excitation. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1995., 14th DASC*, 1995, S. 427–432

- Johnson et al. 1998** JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.; SLOCUM, M. B.; FREYER, G. J.: Comparison of RF coupling to passenger aircraft avionics measured on a transport aircraft and in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 1998, S. 1047–1052
- Johnson et al. 1999** JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.; SLOCUM, M. R.; FREYER, G. J.: Complications in correlatability between test techniques due to directional emission patterns. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 1999, S. 776–779
- Johnson et al. 2000** JOHNSON, D. M.; SLOCUM, M. B.; HOSKINS, D.: High-power radiated susceptibility testing of rescue hoist systems in reverberation chambers. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3B2/1–3B2/8
- Johnson und Goldsmith 1998** JOHNSON, P. A.; GOLDSMITH, K. R.: An experimental study of the placement an aircraft inside a large welded zinc-plated steel electromagnetic reverberation chamber. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1998. Proceedings., 17th DASC. The AIAA/IEEE/SAE* Bd. 1, 1998, S. D57/1–D57/9
- Jones und Dudhia 1992** JONES, S.; DUDHIA, M.: Development of a climatically controlled reverberating chamber for the measurement of total radiated power. In: *IEE Colloquium on 'Radiated Emission Test Facilities' (Digest No.132)*. London, UK, Juni 1992, S. 4/1–4/8
- Jordan et al. 2004** JORDAN, U.; ANDERSON, D.; BÄCKSTRÖM, M.; KIM, A. V.; LISAK, M.; LUNDÉN, O.: Microwave breakdown in slots. In: *Plasma Science, IEEE Transactions on* 32 (2004), Nr. 6, S. 2250–2262. – ISSN 0093-3813
- Kempf 1993** KEMPF, D. R.: The effects of VSWR on connector shielding effectiveness measurements in a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1993. Symposium Record. 1993 IEEE International Symposium on*, 1993, S. 239–240
- Kempf 1994** KEMPF, D. R.: A comparison of the isotropic broadband susceptibility test method and an RS103 test on an ARC-182 radio. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 54–57
- Kempf 1996a** KEMPF, D. R.: Electromagnetic vulnerability testing of aircraft using mode-stirred techniques. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1996., 15th AIAA/IEEE*, 1996, S. 351–357
- Kempf 1996b** KEMPF, D. R.: EMV testing of aircraft: a comparison of the mode-stirred and standard methods. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 185–189
- Kempf 1997** KEMPF, D. R.: A proposed HIRF test facility for aircraft testing. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1997. 16th DASC., AIAA/IEEE* Bd. 1, 1997, S. 4.2–22–5

- Kempf und Brezinski 2005** KEMPF, D. R.; BREZINSKI, K.: Shielding measurements of the space shuttle (endeavour in a changing EMI space). In: *AIAA/IEEE Digital Avionics Systems Conference - Proceedings* Bd. 2, 2005
- Khaleghi et al. 2005a** KHALEGHI, A.; AZOULAY, A.; BOLOMEY, J. C.: Dual Band Diversity Antenna System for Mobile Phones. In: *Wireless Communication Systems, 2005. 2nd International Symposium on*, 2005, S. 351–355
- Khaleghi et al. 2005b** KHALEGHI, A.; AZOULAY, A.; BOLOMEY, J. C.: Evaluation of Diversity Antenna Characteristics In Narrow Band Fading Channel Using Random Phase Generation Process. In: *Vehicular Technology Conference, 2005. VTC 2005-Spring. 2005 IEEE 61st Bd. 1*, 2005, S. 257–261. – ISSN 1550-2252
- Khaleghi et al. 2005c** KHALEGHI, A.; BOLOMEY, J. C.; AZOULAY, A.: A Pattern Diversity Antenna with Parasitic Switching Elements for Wireless LAN Communications. In: *Wireless Communication Systems, 2005. 2nd International Symposium on*, 2005, S. 611–615
- Khaleghi et al. 2005d** KHALEGHI, A.; BOLOMEY, J. C.; AZOULAY, A.; RIBIERE-THARAUD, N.: A Compact and Broadband Diversity Antenna for Wireless LAN Applications. In: *Wireless Communication Systems, 2005. 2nd International Symposium on*, 2005, S. 380–384
- Kildal 2003** KILDAL, P.-S.: Characterization of terminal antennas. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 43–45
- Kildal und Carlsson 2002a** KILDAL, P. S.; CARLSSON, C.: Comparison between head losses of 20 phones with external and built-in antennas measured in reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE Bd. 1*, 2002, S. 436–439
- Kildal et al. 2002a** KILDAL, P. S.; CARLSSON, C.; YANG, J.: Measurement of free-space impedances of small antennas in reverberation chambers. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 32 (2002), Nr. 2, S. 112–115
- Kildal und Rosengren 2003** KILDAL, P. S.; ROSENGREN, K.: Electromagnetic analysis of effective and apparent diversity gain of two parallel dipoles. In: *Antennas and Wireless Propagation Letters* 2 (2003), S. 9–13. – ISSN 1536-1225
- Kildal und Rosengren 2004a** KILDAL, P. S.; ROSENGREN, K.: Correlation and capacity of MIMO systems and mutual coupling, radiation efficiency, and diversity gain of their antennas: simulations and measurements in a reverberation chamber. In: *Communications Magazine, IEEE* 42 (2004), Nr. 12, S. 104–112. – ISSN 0163-6804
- Kim et al. 2000** KIM, H.; WHITE, A. L.; SHIN, K. G.: Effects of electromagnetic interference on controller-computer upsets and system stability. In: *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 8 (2000), Nr. 2, S. 351–357. – ISSN 1063-6536

- Klingler et al. 2001** KLINGLER, M.; EGOT, S.; GHYS, J. P.; RIOULT, J.: On the use of three-dimensional TEM cells for total radiated power measurements. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2001, S. 123–128
- Koepke und Ladbury 1998** KOEPKE, G. H.; LADBURY, J. M.: New electric field expressions for EMC testing in a reverberation chamber. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1998. Proceedings., 17th DASC. The AIAA/IEEE/SAE Bd. 1, 1998, S. D53/1–D53/6*
- Koepke et al. 1989** KOEPKE, G. H.; MA, M. T.; BENSEMA, W. D.: Implementation of an automated system for measuring radiated emissions using a TEM cell. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 38 (1989), Nr. 2, S. 473–479. – ISSN 0018-9456
- Koppen 2001** KOPPEN, D. M.: A comparison of bulk cable injection to reverberation chamber methods on a fault tolerant flight control computer. In: *Digital Avionics Systems, 2001. DASC. The 20th Conference* Bd. 1, 2001, S. 3B4/1–3B4/8
- Koppen 2002** KOPPEN, S. V.: A description of the software element of the NASA portable electronic device radiated emissions investigation. In: *Digital Avionics Systems Conference, 2002. Proceedings. The 21st Bd. 2, 2002, S. 13E1–1–13E1–11*
- Kouveliotis und Capsalis 2000** KOUVELIOTIS, N. K.; CAPSALIS, C. N.: A new method for developing reverberation chamber conditions. In: *Applied Electromagnetism, 2000. Proceedings of the Second International Symposium of Trans Black Sea Region on, 2000, S. 112*
- Kouveliotis et al. 2003b** KOUVELIOTIS, N. K.; TRAKADAS, P. T.; CAPSALIS, C. N.: Theoretical investigation of the field conditions in a vibrating reverberation chamber with an unstirred component. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 1, S. 77–81. – ISSN 0018-9375
- Kouveliotis et al. 2004** KOUVELIOTIS, N. K.; TRAKADAS, P. T.; HAIRETAKIS, I. I.; CAPSALIS, C. N.: Experimental investigation of the field conditions in a vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 40 (2004), Nr. 1, S. 35–38
- Krauthäuser und Nitsch 1999a** KRAUTHÄUSER, H.; NITSCH, J.: Characterization of mode-stirred chambers in the time domain. In: *Proceedings of the International Symposium on Electromagnetic Compatibility. Magdeburg, Germany, October 5-7. 1999, S. 389–392*
- Krauthäuser und Nitsch 1999b** KRAUTHÄUSER, H.; NITSCH, J.: Modenverwirbelungskammern: Ein "echtes" Prüfgelände in der EMV? In: *Symposium Elektromagnetische Verträglichkeit. Mannheim, Oktober 1999, S. 4.1–4.6*
- Krauthäuser 2000** KRAUTHÄUSER, H. G.: Die Modenverwirbelungskammer: Eine EMV-Messumgebung zwischen Grunglagenforschung und Normung. In: *EMC Kompendium* 1 (2000), S. 88–90

- Krauthäuser et al. 2002a** KRAUTHÄUSER, H. G.; KÜRSCHNER, D.; NITSCH, J.: Ein Programmsystem zur Kalibrierung von und Messung in Modenverwirbelungskammern. In: *EMC Compendium 1* (2002), S. 90–91
- Krauthäuser et al. 2002b** KRAUTHÄUSER, H. G.; KÜRSCHNER, D.; WINZERLING, T.; NITSCH, J.: Entwicklung und Evaluation eines flexiblen Programmsystems zur Kalibrierung von und Messung in Modenverwirbelungskammern nach IEC 61000-4-21. In: *Elektromagnetische Verträglichkeit EMV 2002*. Düsseldorf: VDE Verlag, April 2002 (10. Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit), S. 375–382. – ISBN 3-8007-2684-X
- Krauthäuser und Nitsch 2002b** KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: Statistische Feldparameter in Modenverwirbelungskammern: Simulation und Messung. In: *Fachtagung Elektrische Energiesysteme*. Magdeburg, März 2002, S. 189–194. – ISBN 3-929757-47-8
- Krauthäuser und Nitsch 2007** KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: Simplifying the Measurement of Total Radiated Power in Reverberation Chambers. In: *ICEAA07*. Torino, Italy, September 2007. – accepted for publication
- Krauthäuser et al. 2005a** KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.; TKACHENKO, S.; KOROVKIN, N.; SCHEIBE, H.: Transfer Impedance at High Frequencies. In: *2005 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1. Chicago, USA, August 2005, S. 228–233. – ISBN 0-7803-9380-5
- Krauthäuser et al. 2006** KRAUTHÄUSER, H. G.; PLATE, S.; NITSCH, J.: Eine Modenverwirbelungskammer für den Frequenzbereich oberhalb von 1 GHz. In: GONSCHOREK, K.-H. (Hrsg.): *Elektromagnetische Verträglichkeit, EMV 2006, Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*. Düsseldorf, Germany: VDE-Verlag, März 2006, S. 365–372. – ISBN 978-3-8007-2933-3
- Krogerus et al. 2001** KROGERUS, J.; KIESI, K.; SANTOMAA, V.: Evaluation of three methods for measuring total radiated power of handset antennas. In: *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2001. IMTC 2001. Proceedings of the 18th IEEE* Bd. 2, 2001, S. 1005–1010
- Kuriger et al. 2003** KURIGER, G.; GRANT, H.; CARTWRIGHT, A.; HEIRMAN, D.: Investigation of spurious emissions from cellular phones and the possible effect on aircraft navigation equipment. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 2, S. 281–292. – ISSN 0018-9375
- Kurner 2003** KURNER, W.: Radiated emission measurement in mode-tuned reverberation chambers. In: *Technisches Messen tm* 70 (2003), März, Nr. 3, S. 119–124. – ISSN 0171-8096
- Kurner und Schwab 2000** KURNER, W.; SCHWAB, A.: Parameters and results of SE-measurements performed in mode-stirred chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 611–614

- Ladbury und Goldsmith 2000** LADBURY, J. M.; GOLDSMITH, K.: Reverberation chamber verification procedures, or, how to check if your chamber ain't broke and suggestions on how to fix it if it is. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 17–22
- Ladbury et al. 1996** LADBURY, J. M.; JOHNK, R. T.; ONDREJKA, A. R.: Rapid Evaluation of Mode-Stirred Chambers Using Impulsive Waveforms / NIST. Boulder, CO, USA, Juni 1996 (1381). – NIST Technical Note
- Ladbury et al. 1997** LADBURY, J. M.; KOEPKE, G. H.; CAMELL, D. G.: Improvements in the CW evaluation of mode-stirred chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 33–37
- Ladbury et al. 2002** LADBURY, J. M.; LEHMAN, T. H.; KOEPKE, G. H.: Coupling to devices in electrically large cavities, or why classical EMC evaluation techniques are becoming obsolete. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 648–655
- Laermans et al. 2004a** LAERMANS, E.; DE ZUTTER, D.; PISSOORT, D.: Statistical correlation in an overmoded 2D lossless cavity. In: *URSI 2004 International Symposium on Electromagnetic Theory* Bd. 2, Mai 2004, S. 822–824. – ISBN 88-8492-252-6
- Lail und Castillo 2001** LAIL, B. A.; CASTILLO, S. P.: Electromagnetic coupling to thin-wire structures in complex cavities. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2001. IEEE* Bd. 4, 2001, S. 310–313
- Lane und Clark 1998** LANE, S. A.; CLARK, R. L.: Active control of a reverberant enclosure using an approximate constant volume velocity source. In: *American Control Conference, 1998. Proceedings of the 1998* Bd. 4, 1998, S. 2606–2610
- Leat 2005** LEAT, C. J.: Understanding skin current distributions on an aircraft at HF using eigencurrent expansions. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2, 2005, S. 426–431
- Leferink 2005** LEFERINK, F.: In-situ EMI testing of large naval radar systems using a Vibrating Intrinsic Reverberation Chamber (VIRC). In: *IEEE 6th International Symposium on Electromagnetic Compatibility and Electromagnetic Ecology, 2005, Proceedings* Bd. 2005, 2005, S. 307–310
- Leferink et al. 2000** LEFERINK, F.; BOUDENOT, J. C.; ETEN, W. van: Experimental results obtained in the vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 639–644
- Leferink et al. 2002** LEFERINK, F.; GROOT BOERLE, D. J.; LEFEBVRE, J.; BOUDENOT, J.-C.; HEIDEMAN, G. H. L. M.; ETEN, W. C. van: In situ measurement of electromagnetic interference using vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Revue de l'Electricite et de l'Electronique* 1 (2002), Januar, S. 87–93. – ISSN 1265-6534

- Leferink et al. 2003** LEFERINK, F.; HILVERDA, G.; BOERLE, D. G.; ETEN, W. van: Radiated electromagnetic fields of actual devices measured in different test environments. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 558–563
- Leferink 1998** LEFERINK, F. B. J.: High field strength in a large volume: the intrinsic reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 24–27
- Leferink et al. 2006** LEFERINK, F. B. J.; BERGSMAN, H.; VAN ETEN, W. C.: Shielding effectiveness measurements using a reverberation chamber. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006* Bd. 2006, 2006, S. 505–508
- Lehman und Freyer 1997** LEHMAN, T. H.; FREYER, G. J.: Characterization of the maximum test level in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 44–47
- Lehman et al. 1997** LEHMAN, T. H.; FREYER, G. J.; CRAWFORD, M. L.; HATFIELD, M. O.: Recent developments relevant to implementation of a hybrid TEM cell/reverberation chamber HIRF test facility. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1997. 16th DASC., AIAA/IEEE* Bd. 1, 1997, S. 4.2–26–30
- Lehman et al. 1998** LEHMAN, T. H.; FREYER, G. J.; HATFIELD, M. O.; LADBURY, J. M.; KOEPKE, G. H.: Verification of fields applied to an EUT in a reverberation chamber using numerical modeling. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 28–33
- Lehman und Miller 1991a** LEHMAN, T. H.; MILLER, E. K.: The elementary statistical properties of electromagnetic fields in complex cavities. In: *Antennas and Propagation, 1991. ICAP 91., Seventh International Conference on (IEE)* Bd. 2, 1991, S. 938–941
- Lehman und Miller 1991b** LEHMAN, T. H.; MILLER, E. K.: The statistical properties of electromagnetic fields with application to radiation and scattering. In: *AP-S International Symposium (Digest) (IEEE Antennas and Propagation Society)* Bd. 3, 1991, S. 1616–1619
- Lentz 1978** LENTZ, R. R.: Use of a reverberating chamber in microwave oven choke design. In: *Microwave power symposium 1978. Ottawa, Ont., Canada, Juni 1978*, S. 5–7
- Leuchtmann et al. 2003b** LEUCHTMANN, P.; BRUNS, C.; VAHLDECK, R.: On the validation of simulated fields in a reverberation chamber. In: *Microwave Conference, 2003. 33rd European* Bd. 3, 2003, S. 1035–1038
- Lever et al. 1996** LEVER, P. H.; BALL, R. J.; JENNINGS, P. A.: Design of a mode stirring facility for whole vehicle testing. In: *The Correlation Between Measurements in Screened Rooms and in Open Area Test Sites, IEE Colloquium on*, 1996, S. 4/1–4/6

- Lienard und Degauque 2004** LIENARD, M.; DEGAUQUE, P.: Simulation of dual array multipath channels using mode-stirred reverberation chambers. In: *Electronics Letters* 40 (2004), Nr. 10, S. 578–580. – ISSN 0013-5194
- Loughry und Gurbaxani 1995** LOUGHRY, T. A.; GURBAXANI, S. H.: The effects of intrinsic test fixture isolation on material shielding effectiveness measurements using nested mode-stirred chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 37 (1995), Nr. 3, S. 449–452. – ISSN 0018-9375
- Lundén und Bäckström 2003** LUNDÉN, O.; BÄCKSTRÖM, M.: A factorial designed experiment for evaluation of mode-stirrers in reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 465–468
- Lundén et al. 2001** LUNDÉN, O.; BÄCKSTRÖM, M.; NIKLAS, W.: Evaluation of stirrer efficiency in FOI mode-stirred reverberation chambers / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 2001 (FOI-R-0250-SE). – Report
- Lundén et al. 1999** LUNDÉN, O.; JANSSON, L.; BÄCKSTRÖM, M.: Measurements of stirrer efficiency in mode-stirred reverberation chambers / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 1999 (FOA-R-99-01139-612-SE). – Report
- Lundmark et al. 2004** LUNDMARK, M.; CALVO, R. S.; KILDAL, P. S.; ORLENUS, C.: A solid hand phantom for mobile phones and results of measurements in reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 1, 2004, S. 719–722
- Ma 1988** MA, M. T.: Understanding reverberating chambers as an alternative facility for EMC testing. In: *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* 2 (1988), Nr. 3–4, S. 339–351. – ISSN 0920-5071
- Ma et al. 1985** MA, M. T.; KANDA, M.; CRAWFORD, M. L.; LARSEN, E. B.: A review of electromagnetic compatibility / interference measurement methodologies. In: *Proceedings of the IEEE* 73 (1985), Nr. 3, S. 388–411. – ISSN 0018-9219
- Ma et al. 1986** MA, M. T.; KANDA, M.; CRAWFORD, M. L.; LARSEN, E. B.: Measuring electromagnetic interference. II. Reverberating chambers. In: *Test & Measurement World* 6 (1986), Mai, Nr. 5, S. 74, 76, 79, 84, 86, 89–90. – ISSN 0744-1657
- Ma und Koepke 1986** MA, M. T.; KOEPKE, G. H.: Measurements of unintentional electromagnetic emissions. In: *Proceedings of the IEEE* 74 (1986), Nr. 1, S. 110–111. – ISSN 0018-9219
- Maddocks 1997** MADDOCKS, T.: EMC measurements. In: *BEMC'97. 8th International Conference on Electromagnetic Measurement*. Teddington, UK, November 1997, S. 39–1–17. – ISBN 0-946754-23-3

- Madsén et al. 2004** MADSEN, K.; HALLBJÖRNER, P.; ORLENIUS, C.: Models for the number of independent samples in reverberation chamber measurements with mechanical, frequency, and combined stirring. In: *Antennas and Wireless Propagation Letters* 3 (2004), S. 48–51. – ISSN 1536-1225
- Madsen und Rosengren 2003** MADSEN, K.; ROSENGREN, K.: Reverberation chamber for active phone radiated measurements. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 147–152
- Madsen und Teng 2003** MADSEN, K.; TENG, C. E.: Reverberation chamber for precompliance measurements of radiated harmonics from mobile phones. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 315–320
- Malan und Metaxas 2002** MALAN, D. H.; METAXAS, A.: Parallel computing in microwave heating analysis. In: *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy* 37 (2002), Nr. 4, S. 215–222. – ISSN 0832-7823
- Malekpour und Torres 2000** MALEKPOUR, M.; TORRES, W.: Characterization of a flight control computer with rollback recovery. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th Bd. 1, 2000*, S. 3C4/1–3C4/8
- Martin und Bäckström 1999** MARTIN, T.; BÄCKSTRÖM, M.: Semi-empirical modeling of apertures by use of FDTD. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on Bd. 2, 1999*, S. 832–837
- Marvin et al. 1994** MARVIN, A. C.; ANGUS, J. A. S.; DAWSON, J. F.; CLEGG, J.: Enhancements to stirred mode chambers by the use of pseudo-random phase reflection gratings. In: *EMC '94 Roma. International Symposium on Electromagnetic Compatibility Bd. 1. Rome, Italy, September 1994*, S. 218–221
- Mason et al. 2006** MASON, I. M.; CLOETE, J. H.; VAN BRAKEL, W.; HARGREAVES, J. E.: Electromagnetic reverberation at VHF on wires in uncased water-filled boreholes. In: *Electronics Letters* 42 (2006), S. 306–307
- Masterson et al. 2001** MASTERSON, K. D.; NOVOTNY, D. R.; KOEPKE, G. H.: Electromagnetic shielding characteristics of optical-fiber feedthroughs. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 43 (2001), Nr. 2, S. 177–186
- McMahon et al. 1989** MCMAHON, A. T.; WEBER, J.; PROTHE, A.; PESTA, A.: Shielding effectiveness measurements for an SHF/EHF field-to-wire coupling model. In: *Electromagnetic Compatibility, 1989. IEEE 1989 National Symposium on, 1989*, S. 414–417
- Melnikov et al. 1994** MELNIKOV, O.; TYSHKEVICH, R.; YEMELICHEV, V.; SARVANOV, V.: *Lectures on Graph Theory*. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich: BI Wissenschaftsverlag, 1994. – ISBN 3-411-17121-9

- Merewether und Fisher 1982** MEREWETHER, D.; FISHER, R.: An application of the equivalence principle to the finite-difference analysis of EM fields inside complex cavities driven by large apertures. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 1982 Bd. 20, 1982, S. 495–498
- Michielsen und Fiachetti 2004** MICHIELSEN, B.; FIACHETTI, M.: Green functions, covariance operators and canonical stochastic fields [waveguide example]. In: *URSI 2004 International Symposium on Electromagnetic Theory* Bd. 1. Pisa, Italy, Mai 2004, S. 299–301. – ISBN 88-8492-252-6
- Michielsen und Fiachetti 2005** MICHIELSEN, B. L.; FIACHETTI, C.: Covariance operators, Green functions, and canonical stochastic electromagnetic fields. In: *Radio Science* 40 (2005), S. 1–12
- Migliaccio 2001** MIGLIACCIO, M.: On the phase statistics of the electromagnetic field in reverberating chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 43 (2001), Nr. 4, S. 694–695. – ISSN 0018-9375
- Mihran 1978** MIHRAN, T. G.: Microwave Oven Mode Tuning by Slab Dielectric Loads. In: *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* 26 (1978), Nr. 6, S. 381–387. – ISSN 0018-9480
- Milind und Ramanarayanan 2004** MILIND, S.; RAMANARAYANAN, V.: Design and analysis of a linear type electromagnetic stirrer. In: *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE* Bd. 1, 2004, S. 194. – ISSN 0197-2618
- Mislan 1985** MISLAN, J. D.: Comparison of Failure Mode Criteria in Electromagnetic Environments. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* IM-34 (1985), Nr. 4, S. 581–584
- Mitra und Trost 1996** MITRA, A. K.; TROST, T. F.: Power transfer characteristics of a microwave reverberation chamber. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 38 (1996), Nr. 2, S. 197–200
- Moeller et al. 2000** MOELLER, K. J.; NGUYEN, D. T.; BUNTING, C. F.; RUNESHA, H.; QIN, J.: Subspace and Lanczos sparse eigen-solvers for finite element structural and electromagnetic applications. In: *Advances in engineering software* 31 (2000), Nr. 8, S. 599–606
- Moglie et al. 2005** MOGLIE, F.; PASTORE, A. P.; PRIMIANI, V. M.: Current probe characterization in a reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2, 2005, S. 545–549
- Moore Jr. 1980** MOORE JR., O. H.: Construction of a Large High Intensity Reverberation Facility. In: *Institute of Environmental Sciences - Proceedings, Annual Technical Meeting*, 1980, S. 162–164

- Musso et al. 2003** MUSSO, L.; CANAVERO, F.; DEMOULIN, B.; BERAT, V.: Radiated immunity testing of a device with an external wire: repeatability of reverberation chamber results and correlation with anechoic chamber results. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 828–833
- Naval und Group 1996** NAVAL, S. W. C. R. C.; GROUP, A. C. O.: *Proceedings of the Reverberation Chamber and Anechoic Chamber Operators Group meeting...* 1996. – Papers and programme
- Neilson et al. 1989** NEILSON, J. M.; LATHAM, P. E.; CAPLAN, M.; LAWSON, W. G.: Determination of the resonant frequencies in a complex cavity using the scattering matrix formulation. In: *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* 37 (1989), S. 1165–1170. – ISSN 0018-9480
- Nguyen 1999** NGUYEN, T.: RF loading effects of aircraft seats in an electromagnetic reverberating environment. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th* Bd. 2, 1999, S. 10.B.5–1–10.B.5–7
- Nguyen et al. 2000b** NGUYEN, T. X.; DUDLEY, K. L.; SCEARCE, S. A.; ELY, J. J.; RICHARDSON, R. E.; HATFIELD, M. O.: RF coupling into the fuel tank of a large transport aircraft from intentionally transmitting PEDs in the passenger cabin. In: *AIAA/IEEE Digital Avionics Systems Conference - Proceedings* Bd. 1, 2000
- Nguyen et al. 2004** NGUYEN, T. X.; KOPPEN, S. V.; ELY, J. J.; WILLIAMS, R. A.; SMITH, L. J.; SALUD, M. T. P.: Portable wireless device threat assessment for aircraft navigation radios. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 International Symposium on* Bd. 3, 2004, S. 809–814
- Nguyen et al. 2005** NGUYEN, T. X.; KOPPEN, S. V.; SMITH, L. J.; WILLIAMS, R. A.; SALUD, M. T.: Wireless phone threat assessment for aircraft communication and navigation radios. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2005, S. 135–140
- Nitsch und Krauthäuser 2002** NITSCH, J.; KRAUTHÄUSER, H. G.: DFG-Forschergruppe 417: Elektromagnetische Verträglichkeit bei elektrotechnologischen Prozessen mit gepulsten Leistungen. In: *EMC Kompendium 1* (2002), S. 87
- Nitsch et al. 2003** NITSCH, J.; MECKE, H.; STYCZYNSKI, Z.; WOLLENBERG, G.; KRAUTHÄUSER, H. G.: Analysis Methods for Electrically Large Systems: From the Particular to the General (FOR417). In: *Electromagnetic Compatibility 2003, 15th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich: Communication Technology Laboratory and Laboratory for Electromagnetic Fields and Microwave Electronics of the Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Februar 2003, S. 581–582
- Orjubin et al. 2006b** ORJUBIN, G.; RICHALOT, E.; MENGUE, S.; PICON, O.: Statistical model of an undermoded reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 248–251. – ISSN 0018-9375

- Orjubin et al. 2006c** ORJUBIN, G.; RICHALOT, E.; MENGUE, S.; PICON, O.: Statistical model of an undermoded reverberation chamber. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 48 (2006), S. 248–251
- Orlenius et al. 2003a** ORLENIUS, C.; SERAFIMOV, N.; KILDAL, P. S.: Procedure for measuring radiation efficiency in downlink band for active mobile phones in a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE Bd. 4, 2003*, S. 731–734
- Orlenius et al. 2003b** ORLENIUS, C.; WOLFGANG, A.; KILDAL, P.-S.: Bluetooth measurements in a reverberation chamber. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 135–139
- Page 1994** PAGE, J.: Stirred mode reverberation chambers for EMC emission measurements and radio type approvals or organised chaos. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Ninth International Conference on (Conf. Publ. No. 396)*, 1994, S. 313–320
- Page und Cook 1995a** PAGE, J.; COOK, A.: Stirred mode reverberation chambers for EMC emission measurements and radio type approvals or organised chaos. In: *Conference Proceedings RF Expo West*. San Diego, CA, USA, Januar 1995, S. 337–344
- Page und Cook 1995b** PAGE, J.; COOK, A.: Stirred mode reverberation chambers for radio type approval emission measurements. In: *EMC Tests in Screened Rooms, IEE Colloquium on*, 1995, S. 5/1–511
- Panaretos et al. 2003** PANARETOS, A. H.; BIRTCHER, C. R.; BALANIS, C. A.: Statistics on EM field inside a scale model fuselage using a reverberation chamber approach. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE Bd. 2, 2003*, S. 1189–1192
- Panaretos et al. 2005** PANARETOS, T.; BALANIS, C. A.; BIRTCHER, C. R.: HIRF penetration into simplified fuselage using a reverberation chamber approach. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), Nr. 3, S. 667–670
- Perini und Cohen 2000** PERINI, J.; COHEN, L. S.: An alternative way to stir the fields in a mode stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on Bd. 2, 2000*, S. 633–637
- Perini und Cohen 2002** PERINI, J.; COHEN, L. S.: Extending the operation of mode stirred chambers to low frequencies. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on Bd. 2, 2002*, S. 964–965
- Perini et al. 2003** PERINI, J.; COHEN, L. S.; SARTORI, C. A. F.; CARDOSO, J. R.: An alternative solution for the updated mixed modes reverberating chambers. In: *Ciencia y Engenharia/ Science and Engineering Journal* 12 (2003), Nr. 3, S. 107–111

- Petirsch 1999** PETIRSCH, M.: *Untersuchungen zur Optimierung der Feldverteilung in Mode-Stirred Chambers*. Berlin: Logos Verlag, 1999. – Dissertation, TU Karlsruhe. – ISBN 978-3-89722-232-8
- Petirsch et al. 1999a** PETIRSCH, M.; KURNER, W.; SOTRIFTER, I.; SCHWAB, A.: Comparing different measurement approaches in a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 1999, S. 929–933
- Petirsch und Schwab 1997** PETIRSCH, M.; SCHWAB, A.: Optimizing shielded rooms utilizing acoustic analogies. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 154–158
- Petirsch und Schwab 1998** PETIRSCH, M.; SCHWAB, A.: Improving a mode-stirred chamber utilizing acoustic diffusors. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 1998, S. 39–43
- Petirsch et al. 1999b** PETIRSCH, M.; SOTRIFTER, I.; SCHWAB, A.: Mode-stirred chamber as test facility for electromagnetic susceptibility measurements. In: *Electromagnetic Compatibility 1999. 13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland, Februar 1999, S. 679–684. – ISBN 3-9521199-3-8
- Petirsch und Schwab 1999** PETIRSCH, W.; SCHWAB, A. J.: Investigation of the field uniformity of a mode-stirred chamber using diffusers based on acoustic theory. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 41 (1999), Nr. 4, S. 446–451. – ISSN 0018-9375
- Piette 2004** PIETTE, M.: Antenna radiation efficiency measurements in a reverberation chamber. In: *Radio Science Conference, 2004. Proceedings. 2004 Asia-Pacific*, 2004, S. 19–22
- Plate et al. 2004** PLATE, S.; KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: Construction and Characterization of an Table-Top Mode-Stirred Chamber. In: *EUROEM 2004, Book of Abstracts*. Magdeburg, Juli 2004. – ISBN 3-929757-73-7
- Pommerenke 2000** POMMERENKE, D.: Methods for speeding up radiated and conducted immunity tests. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 587–592
- Pressel 1984** PRESSEL, P. I.: Mismatch: a major source of error in shielding effectiveness measurements. In: *Seventeenth Annual Connectors and Interconnection Technology Symposium Proceedings*. Anaheim, CA, USA, September 1984, S. 203–217
- Price et al. 1993** PRICE, R. H.; DAVIS, H. T.; WENAAS, E. P.: Determination of the statistical distribution of electromagnetic-field amplitudes in complex cavities. In: *Phys. Rev. E* 48 (1993), Dezember, Nr. 6, S. 4716–4729

- Priest et al. 2000** PRIEST, T.; GOLDSMITH, K.; DuRIEU, D.: Using computational electromagnetics to solve an occupational health & safety incident. In: *Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics* Bd. 1, 2000, S. 341–348
- Quine 1993** QUINE, J. P.: Characterization and testing of shielding gaskets at microwave frequencies. In: *Electromagnetic Compatibility, 1993. Symposium Record. 1993 IEEE International Symposium on*, 1993, S. 306–308
- Quine et al. 1996** QUINE, J. P.; BROWN, C.; FISHER, K.; STREETER, J. P.; PESTA, A. J.: Testing of microwave shielding gaskets and cover panels-recent work at Rome Laboratories. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 371–374
- Quine et al. 1997** QUINE, J. P.; OVERROCKER, D.; FISHER, K.; STREETER, J. P.; PESTA, A. J.: Proposal for a new methodology standard: simple near-field probe measurements of microwave leakage power from gasketed seams. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 129–134
- Quine und Pesta 1995** QUINE, J. P.; PESTA, A. J.: Shielding effectiveness of an enclosure employing gasketed seams-relation between SE and gasket transfer impedance. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 392–395
- Quine et al. 1994** QUINE, J. P.; PESTA, A. J.; STREETER, J. P.; SUROWIC, E. A.: Distortion of radiation patterns for leakage power transmitted through attenuating cover panels and shielding gaskets-need for reverberation chamber measurement of total leakage power. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 285–290
- Quine et al. 1998** QUINE, J. P.; STREETER, J. P.; OVERROCKER, D.; FISHER, K.; PESTA, A. J.: A low cost dual methodology for characterizing microwave shielding gaskets over a wide frequency band. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 245–248
- Rayleigh 1905a** RAYLEIGH, L.: The Constant of Radiation as Calculated from Molecular Data. In: *Nature* 72 (1905), Juli, S. 243–244
- Rayleigh 1905b** RAYLEIGH, L.: The Dynamic Theory of Gases and of Radiation. In: *Nature* 72 (1905), Mai, S. 54–55
- Rean 1985** REAN, J. L.: HERO Susceptibility of 2.75 inch ffar: Comparative Results Obtained from Mode-Stirred Chambers, Anechoic Chambers, and Ground Plane Test Facilities., 1985, S. 194–198
- Richardson 1985** RICHARDSON, R. E.: Mode Stirred Chamber Calibration Factor and Relaxation Time., 1985, S. 190–193

- Richardson Jr. 1985** RICHARDSON JR., R. E.: Mode-Stirred Chamber Calibration Factor, Relaxation Time, and Scaling Laws. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* IM-34 (1985), Nr. 4, S. 573–580
- Rosengren 2005** ROSENGREN, K.: *Characterization of terminal antennas for diversity and MIMO systems by theory, simulations and measurements in reverberation chamber*, Chalmers Tekniska Hogskola, Dissertation, 2005
- Rosengren et al. 2004** ROSENGREN, K.; BOHLIN, P.; KILDAL, P. S.: Multipath characterization of antennas for MIMO systems in reverberation chamber including effects of coupling and efficiency. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE Bd. 2, 2004*, S. 1712–1715
- Rosengren und Kildal 2001a** ROSENGREN, K.; KILDAL, P. S.: Study of distributions of modes and plane waves in reverberation chambers for the characterization of antennas in a multipath environment. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 30 (2001), Nr. 6, S. 386–391
- Rosengren und Kildal 2001b** ROSENGREN, K.; KILDAL, P. S.: Theoretical study of angular distribution of plane waves in a small reverberation chamber for simulating multipath environment and testing mobile phones. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2001. IEEE Bd. 3, 2001*, S. 358–361
- Rosengren und Kildal 2003** ROSENGREN, K.; KILDAL, P. S.: Diversity performance of a small terminal antenna for UMTS. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 165–170
- Rosengren und Kildal 2005** ROSENGREN, K.; KILDAL, P. S.: Radiation efficiency, correlation, diversity gain and capacity of a six-monopole antenna array for a MIMO system: theory, simulation and measurement in reverberation chamber. In: *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings - 152* (2005), Nr. 1, S. 7–16. – ISSN 1350-2417
- Rosengren und Kildal 2006** ROSENGREN, K.; KILDAL, P. S.: Erratum: Radiation efficiency, correlation, diversity gain and capacity of a six-monopole antenna array for a MIMO system: Theory, simulation and measurement in reverberation chamber (IEE Proceedings: Microwaves, Antennas and Propagation (2005) 152: 1 (7-16)). In: *IEE Proceedings: Microwaves, Antennas and Propagation* 153 (2006), S. 400
- Rosengren et al. 2001a** ROSENGREN, K.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, C.; CARLSSON, J.: Characterization of antennas for mobile and wireless terminals by using reverberation chambers: improved accuracy by platform stirring. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2001. IEEE Bd. 3, 2001*, S. 350–353
- Rosengren et al. 2001b** ROSENGREN, K.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, C.; CARLSSON, J.: Characterization of antennas for mobile and wireless terminals in reverberation chambers: Improved accuracy by platform stirring. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 30 (2001), Nr. 6, S. 391–397

- Rosengren et al. 2000** ROSENGREN, K.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, J.; LUNDÉN, O.: A new method to measure radiation efficiency of terminal antennas. In: *Antennas and Propagation for Wireless Communications, 2000 IEEE-APS Conference on*, 2000, S. 5–8
- Rothenhäusler und Ritter 2003** ROTHENHAUSLER, M.; RITTER, J.: Mode Stirring Chambers for full size aircraft tests: concept- and design-studies. In: *Microwave Conference, 2003. 33rd European Bd. 3*, 2003, S. 1031–1034
- Salud und Murray 2002** SALUD, M. T. P.; MURRAY, T.: Investigation of RF emissions from wireless networks as a threat to avionic systems. In: *Digital Avionics Systems Conference, 2002. Proceedings. The 21st Bd. 2*, 2002, S. 13E6–1–13E6–11 vol.2, Bluetooth, avionics, calibration, immunity testing, radio networks, radiofrequency interference, reverberation chambers, wireless LAN, RF emissions, aircraft avionics systems, interference issues, laptop/WLAN systems, radiated field emissions, reproducible test protocol, reverberation chamber data collection process, wireless local area network
- Scearce und Bunting 1997** SCEARCE, S.; BUNTING, C.: A frequency domain investigation of mechanical mode stirring in a reverberation chamber. In: *AMTA '97. 19th Meeting and Symposium Boston*, MA. Boston, MA, nov 1997, S. 272–277
- Scearce et al. 2000** SCEARCE, S. A.; DUDLEY, K. L.; NGUYEN, T. X.; ELY, J. J.: The use of transmission line impedance measurements to determine electromagnetic comparability of FQIS wiring installations. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th Bd. 1*, 2000, S. 3A3/1–3A3/8
- Scott 1998** SCOTT, L.: Mode-stir measurement techniques for EMC theory and operation. In: *Antenna Measurements (Ref. No. 1998/254), IEE Colloquium on*, 1998, S. 8/1–8/7
- Serafimov et al. 2002** SERAFIMOV, N.; KILDAL, P. S.; BOLIN, T.: Comparison between radiation efficiencies of phone antennas and radiated power of mobile phones measured in anechoic chambers and reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE Bd. 2*, 2002, S. 478–481
- Serafinov et al. 2003** SERAFINOV, N.; ORLENIUS, C.; KILDAL, P.-S.: Measuring receiver sensitivity of mobile phones in reverberation chambers. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*, 2003, S. 309–314
- Shafei 2004** SHAFEI, D.: The analysis for multimode of electrical fields in reverberating chamber. In: *2004 4th International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology, ICMMT 2004*, 2004, S. 923–926
- Sheng et al. 2000** SHENG, W.; DAMING, Z.; WEILIANG, Y.; BAIKUAN, W.: The effect of two stirrers in a large reverberation chamber. In: *Proceedings of the 2000 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP2000) Bd. 4*. Fukuoka, Japan, August 2000, S. 1601–1604. – ISBN 4-88552-169-6

- Siah et al. 2003** SIAH, E. S.; SERTEL, K.; VOLAKIS, J. L.; LIEPA, V. V.; WIESE, R.: Coupling studies and shielding techniques for electromagnetic penetration through apertures on complex cavities and vehicular platforms. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), S. 245–257. – ISSN 0018-9375
- Silfverskiöld et al. 2002** SILFVERSKIÖLD, S.; BÄCKSTRÖM, M.; LORÉN, J.: Microwave field-to-wire coupling measurements in anechoic and reverberation chambers. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 44 (2002), Nr. 1, S. 222–232
- Silfverskiöld et al. 2000** SILFVERSKIÖLD, S.; BÄCKSTRÖM, M.; JÖRGEN, L.: Microwave field-to-wire coupling measurements in anechoic and reverberation chambers / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 2000 (FOA-R-00-01538-612-SE). – Report
- Silfverskiöld et al. 2002** SILFVERSKIÖLD, S.; BÄCKSTRÖM, M.; LORÉN, J.: Microwave field-to-printed-circuit-board coupling measurements in reverberation chamber / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOI, Sweden, 2002 (FOI-R-0425-SE). – Report
- Slattery und Neal 1999** SLATTERY, K.; NEAL, J.: A comparison of reverberation chamber and semi-anechoic chamber testing for automotive susceptibility. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th Bd. 2*, 1999, S. 10.C.2–10.C.2–7
- Slattery et al. 1998** SLATTERY, K.; NEAL, J.; SMITH, S. V.: Characterization of a reverberation chamber for automotive susceptibility. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on Bd. 1*, 1998, S. 265–269
- Slocum und Hatfield 2001** SLOCUM, M. B.; HATFIELD, M. O.: Evaluation of proposed IEC reverberation chamber methodology for radiated emissions measurements using a reference radiator. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on Bd. 2*, 2001, S. 734–739
- Solovieva et al. 2003** SOLOVIEVA, E.; KOROVKIN, N.; KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.; TKACHENKO, S.: Modeling of the abnormal excitation in the mode-stirred chamber. In: *Proceedings of the 5th International Symposium on Electromagnetic Compatibility and Electromagnetic Ecology*. St. Petersburg, Russia, September 2003, S. 64–68. – (in Russian). – ISBN 5-7629-0542-2
- Spiegelaar und VanderHeyden 1995** SPIEGELAAR, H.; VANDERHEYDEN, E.: The mode stirred chamber-a cost effective EMC testing alternative. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 368–373
- St. John und Holland 2002** ST. JOHN, R. H.; HOLLAND, R.: Simple deterministic solutions for cables over a ground plane or in an enclosure. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 44 (2002), Nr. 4, S. 574–579

- Sugiura und Okamura 1987** SUGIURA, A.; OKAMURA, M.: Evaluation of interference generated by microwave ovens. In: *Electromagnetic Compatibility 1987. 7th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland, März 1987, S. 267–269
- Sugiyama et al. 2005** SUGIYAMA, T.; SHINOZUKA, T.; IWASAKI, K.: Estimation of radiated power of radio transmitters using a reverberation chamber. In: *IEICE Transactions on Communications* E88-B (2005), Nr. 8, S. 3158–3163
- Suriano et al. 2001** SURIANO, C.; THIELE, G. A.; SURIANO, J. R.: Predicting low frequency behavior of arbitrary reverberation chamber configurations. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 757–761
- Suriano et al. 2000** SURIANO, C. R.; THIELE, G. A.; SURIANO, J. R.: Low frequency behavior of a reverberation chamber with monopole antenna. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 645–650
- Svetanoff et al. 1999** SVETANOFF, D.; WEIBLER, J.; COONEY, R.; SQUIRE, M.; ZIELINSKI, S.; HATFIELD, M.; SLOCUM, M.: Development of high performance tuners for mode-stirring and mode-tuning applications. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 29–34
- Thomas und Branner 1995** THOMAS, D. G. J.; BRANNER, G. R.: A new technique for optimizing mode-stirred chamber efficiency. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 374–377
- Tkachenko et al. 2003** TKACHENKO, S.; GRONWALD, F.; KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: Investigation of Electromagnetic Fields Coupling to a Small Antenna within a Resonator. In: *Proceedings of the 5th International Symposium on Electromagnetic Compatibility and Electromagnetic Ecology*. St. Petersburg, Russia, September 2003, S. 68–74. – ISBN 5-7629-0542-2, (in Russian)
- Tkachenko et al. 2007** TKACHENKO, S.; KRAUTHÄUSER, H. G.; GRONWALD, F.; NITSCH, J.: High Frequency Electromagnetic Fields Coupling to Small Antennas in Rectangular Resonator. In: *ICEAA07*. Torino, Italy, September 2007. – accepted for publication
- Tkachenko et al. 2001** TKACHENKO, S.; NITSCH, J.; GRONWALD, F.; KRAUTHÄUSER, H.; STEINMETZ, T.: Investigation of Electromagnetic Field Coupling to Wire Structures in Cavities. In: *Proc. 2001 USNC/URSI National Radio Science Meeting, Boston, July 2001*. Boston, USA, Juli 2001, S. 262
- Tristant et al. 2001** TRISTANT, F.; MOREAU, J. P.; LEVESQUE, P.: Electromagnetic measurement in a mode-stirred chamber. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 28 (2001), Nr. 6, S. 417–421

- Tsaliovich 1992** TSALIOVICH, A.: EMC compliance measurements in the 1990s: new challenges call for innovative solutions. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. From a Unified Region to a Unified World. 1992 Regional Symposium on*, 1992, S. 4.1.5/1–4.1.5/5
- Vahala und Nguyen 2004** VAHALA, L.; NGUYEN, T. X.: Effect of lag correlations on the statistical modeling of wave propagation in a complex cavity (aircraft fuselage applications). In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE Bd. 1*, 2004, S. 894–897
- Vahala und Nguyen 2005** VAHALA, L.; NGUYEN, T. X.: Extension of the multi-scattering approach to stochastic polarized wave propagation in complex cavities. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2005 IEEE Bd. 3B*, 2005, S. 221–224
- Wang et al. 2002a** WANG, Y. J.; KOH, W. J.; TAI, Y. K.: Introduction to reverberation chamber test method and a two-stirrer mini-reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 3rd International Symposium on*, 2002, S. 397–400
- Wang et al. 2002b** WANG, Y. J.; KOH, W. J.; TAI, Y. K.; LEE, C. K.; SEE, K. Y.: Evaluating field uniformity of a mini-reverberation chamber with two mechanical stirrers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on Bd. 2*, 2002, S. 795–798
- Ward 2003** WARD, D. D.: Next stop the testing lab. In: *IEE Communications Engineer* 1 (2003), Nr. 3, S. 20–23
- Ward et al. 2000** WARD, S. M.; MARVIN, A. C.; DAWSON, J. F.: Towards an improved definition and measurement of electromagnetic shielding effectiveness. In: *IEE Colloquium (Digest)* 16 (2000), S. 49–54
- Warne und Lee 2001** WARNE, L. K.; LEE, K. S. H.: Some remarks on antenna response in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 43 (2001), Nr. 2, S. 239–240. – ISSN 0018-9375
- Warne et al. 2003** WARNE, L. K.; LEE, K. S. H.; HUDSON, H. G.; JOHNSON, W. A.; JORGENSEN, R. E.; STRONACH, S. L.: Statistical properties of linear antenna impedance in an electrically large cavity. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 51 (2003), Nr. 5, S. 978–992. – ISSN 0018-926X
- Weeks et al. 2000a** WEEKS, F.; DEFENCE, S.; ORGANISATION, T.: *Technical note (Defence Science and Technology Organisation) ; 0272*. Kap. Stress analyses of a tuner for an electromagnetic reverberation chamber, Melbourne, Vic. : DSTO, 2000. – Cover title: Stress analysis of a tuner for an electromagnetic reverberation chamber Includes bibliographical references
- Weeks et al. 2000b** WEEKS, F.; GOLDSMITH, K.; DEFENCE, S.; ORGANISATION, T.: *Technical note (Defence Science and Technology Organisation) ; 0257*. Kap. Design philosophy and material choice for a tuner in an electromagnetic reverberation chamber, Melbourne, Vic. : DSTO, 2000. – Includes bibliographical references

- Weeks et al. 2000c** WEEKS, F.; PHILP, G.; DEFENCE, S.; ORGANISATION, T.: *Technical note (Defence Science and Technology Organisation)* ; 0273. Kap. A feasibility study into increasing the rotational speed of the tuner in the DSTO electromagnetic reverberation chamber, Melbourne, Vic. : DSTO, 2000. – Includes bibliographical references
- Weise und Wöger 1999** WEISE, K.; WÖGER, W.: *Meßunsicherheit und Meßdatenauswertung*. Wiley-VCH, 1999. – ISBN 3-527-29610-7
- Wellander et al. 2001** WELLANDER, N.; LUNDÉN, O.; BÄCKSTRÖM, M.: The maximum value distribution in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 751–756
- Weyl 1912a** WEYL, H.: Über das Spektrum der Hohlraumstrahlung. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 141 (1912), S. 163–181
- Weyl 1912b** WEYL, H.: Über die Abhängigkeit der Eigenschwingungen einer Membran und deren Begrenzung. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 141 (1912), S. 1–11
- Weyl 1913** WEYL, H.: Über die Randwertaufgabe der Strahlungstheorie und asymptotische Spektralgesetze. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 143 (1913), S. 177–202
- Wheless et al. 1995** WHELESS, W. P.; WALLACE, C. B.; PRATHER, W. D.: A statistical electromagnetics (STEM) research initiation report. In: *Conference Proceedings. 11th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics* Bd. 1. Monterey, CA, USA: Naval Postgraduate School, März 1995, S. 202–110
- White und Kim 1996** WHITE, A. L.; KIM, H.: Designing experiments for controller perturbation theories-an example. In: *Aerospace Applications Conference, 1996. Proceedings., 1996 IEEE* Bd. 1, 1996, S. 265–278
- White** WHITE, J.: *Multimode cavity resonator with two coupling holes at wall corners*.
- Wieckowski 2004** WIECKOWSKI, T.: Electromagnetic environment vs. radiocommunication devices. In: *Przegląd Telekomunikacyjny + Wiadomości Telekomunikacyjne* 77 (2004), Nr. 6, S. 257–260. – ISSN 1230-3496
- Williams et al. 1997** WILLIAMS, A. J. M.; DUFFY, A. P.; SCARAMUZZA, R. A.: A modelling approach to determining the effective working volume of a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. 10th International Conference on (Conf. Publ. No. 445)*, 1997, S. 187–192
- Wilson et al. 2002a** WILSON, P.; LADBURY, J.; KOEPKE, G.: Pseudo-isotropic source for anechoic chamber qualification. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 39–42

- Wilson 2004** WILSON, P. F.: Advances in radiated EMC measurement techniques. In: *Radio Science Bulletin* 311 (2004), Dezember, S. 65–78. – ISSN 1024-4530
- Wilson und Ma 1988** WILSON, P. F.; MA, M. T.: Techniques for measuring the electromagnetic shielding effectiveness of materials. II. Near-field source simulation. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 30 (1988), Nr. 3, S. 251–259. – ISSN 0018-9375
- Wolfgang et al. 2003a** WOLFGANG, A.; CARLSSON, W.; ORLENIUS, C.; KILDAL, P. S.: Improved procedure for measuring efficiency of small antennas in reverberation chambers. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 4, 2003, S. 727–730
- Wolfgang et al. 2003b** WOLFGANG, A.; ORLENIUS, C.; KILDAL, P. S.: Measuring output power of Bluetooth devices in a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 4, 2003, S. 735–738
- Woods et al. 2003** WOODS, R.; ELY, J. J.; VAHALA, L.: Detecting the use of intentionally transmitting personal electronic devices onboard commercial aircraft. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 263–268
- Wu und Chang 1988** WU, D.; CHANG, D.: Effect of a large rotating scatterer in a rectangular cavity. / National Bureau of Standards, NBS. 1988 (TN1317). – NBS Technical Note
- Wu und Chang 1989** WU, D. I.; CHANG, D. C.: The effect of an electrically large stirrer in a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 31 (1989), Nr. 2, S. 164–169. – ISSN 0018-9375
- Yamanaka et al. 2001** YAMANAKA, Y.; ISHIGAMI, S.; HARIMA, K.: Recent progress of studies on EMC relating to various equipment. In: *Journal of the Communications Research Laboratory* 48 (2001), Nr. 4, S. 151–166
- Yang et al. 2002b** YANG, J.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, J.; CARLSSON, C.: Calculation and measurements of self-impedance of a dipole near a lossy cylinder as a reference case in reverberation chamber measurements. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 2, 2002, S. 474–477
- Yu und Bunting 2003** YU, S.-P.; BUNTING, C. F.: Statistical investigation of frequency-stirred reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 155–159
- Yuan et al. 2005** YUAN, Z.; HE, J.; ZENG, R.; CHEN, S.: Technology of the reverberation chamber for EMC test. In: *Gaodiyana Jishu/High Voltage Engineering* 31 (2005), Nr. 3

- Yun et al. 2001** YUN, J.-C.; RHEE, J.-G.; CHUNG, S.-Y.: An improvement of field uniformity of reverberation chamber by the variance of diffuser volume ratio. In: *Microwave Conference, 2001. APMC 2001. 2001 Asia-Pacific Bd.* 3, 2001, S. 1123–1126
- Zhang und Li 2002b** ZHANG, D.; LI, E.: A fast technique to evaluate uniformity conformity to standards' requirement for a reverberation chamber at the low end of test frequency. In: *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering* 12 (2002), Nr. 3, S. 296–306
- Zhang und Li 2002c** ZHANG, D.; LI, E.: Loading effect of EUT on maximal electric field level in a reverberation chamber for immunity test. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on Bd.* 2, 2002, S. 972–975
- Zhang und Li 2002d** ZHANG, D.; LI, E.: Study of influence of air gap generated by middle-span support for the horizontal stirrer on the performance of a reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility Bd.* 1, 2002, S. 502–505
- Zhang et al. 2001** ZHANG, D.; LI, E.; YUAN, W.: Study of independent sampling points in a reverberation chamber with two stirrers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on Bd.* 1, 2001, S. 577–581
- Zhang et al. 2006** ZHANG, D.; SEE, K. Y.; KOH, W. J.: Prediction of maximum electric field with given independent sampling points in a reverberation chamber. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006 Bd.* 2006, 2006, S. 485–488
- Zhang und Song 2000** ZHANG, D.; SONG, J.: Impact of stirrers' position on the properties of a reverberation chamber with two stirrers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on Bd.* 1, 2000, S. 7–10
- Zhang et al. 2003** ZHANG, D. M.; LI, E. P.; YEO, T. K. D.; CHOW, W. S.; QUEK, J.: Influences of loading absorber on the performances of a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on Bd.* 1, 2003, S. 279–281
- Zhou et al. 2005a** ZHOU, X.; JIANG, Q.; WANG, W.: Effect of antenna aperture on measurements in reverberation chamber. In: *Dongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Southeast University (Natural Science Edition)* 35 (2005), Nr. 4, S. 538–540
- Zhou et al. 2005b** ZHOU, X.; JIANG, Q.; WANG, W.: Effect of antenna aperture on measurements in reverberation chamber. In: *Dongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Southeast University (Natural Science Edition)* 35 (2005), S. 538–540
- Zhou et al. 2005c** ZHOU, X.; JIANG, Q. X.; WANG, W. J.: Effect of stirrer on fields in a reverberation camber by FDTD analysis. In: *Dianbo Kexue Xuebao/Chinese Journal of Radio Science* 20 (2005)

- Zorzy 1990** ZORZY, J.: Taking the mystery out of microwave EMI/RFI measurements. In: *MSN Microwave Systems News* 20 (1990), Mai, Nr. 5, S. 52–57. – ISSN 8750-7935
- Zunoubi et al. 2005** ZUNOUBI, M. R.; KALHOR, H. A.; TAYLOR, C. D.; KISHK, A. A.: Electromagnetic modeling of 2D electronic Mode-Stirred reverberating chambers for electromagnetic compatibility and interference analysis and design. In: *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering* 15 (2005), Nr. 2, S. 197–202

Glossar

Antennenkalibrierfaktor (ACF)

Antenna Calibration Factor (engl.): Verhältnis von mittlerer Empfangsleistung und mittlerer Eingangsleistung während der Hauptkalibrierung.

Kammerkalibrierfaktor (CCF)

Chamber Calibration Factor (engl.): Verhältnis von mittlerer Empfangsleistung und mittlerer Eingangsleistung während der EUT-Kalibrierung.

Kammerbeladungsfaktor (CLF)

Chamber Loading Factor (engl.): Verhältnis von CCF zu ACF.

Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV)

Fähigkeit eines Gerätes, einer Anlage oder Systems, in der elektromagnetischen Umgebung zufriedenstellend zu arbeiten, ohne dabei selbst elektromagnetische Störungen zu verursachen oder gestört zu werden.

Testsystem (EUT)

Equipment Under Test (engl.): Das Testsystem.

Kammereinfügedämpfung (IL)

Insertion Loss (engl.): Verhältnis von maximaler Empfangsleistung und mittlerer Eingangsleistung während der Hauptkalibrierung gemittelt über die Antennen Positionen.

Lowest Usable Frequency (LUF)

Kleinste nutzbare Frequenz: Der genaue Wert hängt von vielen Einflußfaktoren ab und ergibt sich aus der Kalibrierung der Kammer. Typischerweise liegt sie im Bereich des vierfachen der ersten Resonanzfrequenz.

Modenverwirbelungskammer (MVK)

Hohlraumresonator hoher Güte, der im Bereich hoher Modendichte angeregt wird. Anregungs- oder Randbedingungen werden variiert um ein statisch homogenes und isotropes Feld zu erzeugen.

Auflösungsbandbreite (RBW)

Resolution Band Width (engl.): Bei Messungen in Frequenzbereich: der Bereich um die Mittenfrequenz herum, für den nur minimale Pegelverfälschungen auftreten (typisch: +0 – -3 dB)

Index

- Absorptionskoeffizient, 62
Abstrahlung, 84
 gesamt abgestrahlte Leistung, 84
ACF, 127, 131
Antenneneffektivität, 69, 145
Antennenfaktor, 146
Antennenfehlanpassung, 69
Antennenfläche
 effektive, 68
Antennengewinn, 145
Antennengröße, 158
Antennenverluste, 27, 69
Aspektverhältnis, 20
Ausbreitung
 Rayleigh vs. Rice, 3
Ausbreitungsgeschwindigkeit, 12
Autokorrelation, 103
 Kritik und Erweiterung, 106
 kritische Werte, 112–116
 Verfahren nach Norm, 105
Bandbreite
 modale, 16, 21, 65
Beladung, 141
 maximale, 125
Bestimmtheitsmaß
 lineares, 201
Bildtheorie, 45
Bornsche Näherung, 12
BWQ, *siehe* Bandbreite
Cauchyverteilungen, 66
CCF, 128, 130
cdf, *siehe* Wahrscheinlichkeitsverteilung
Chaos, 9
 χ^2 -Verteilung, 53
 χ -Verteilung, 53, 167
 χ_2 -Verteilung, 168
 χ_4 -Verteilung, 170
 χ_6 -Verteilung, 171
 χ^2 -Verteilung, 174
 χ_2^2 -Verteilung, 175
 χ_6^2 -Verteilung, 176
CLF, 128
Clique
 maximale, 113
Determinationskoeffizient, *siehe* Bestimmtheitsmaß
Dielektrische Verluste, 26
Dipol
 im Freiraum, 145
 im Halbraum, 147
 im TEM-Wellenleiter, 152
 in der MVK, 153
Direktivität, 68, 145, 146, 155, 161
 maximale, 156
Dyade, 13
 $\langle \vec{E} \rangle_{24}^{(\leftrightarrow)}$, 129
ecdf, *siehe* Wahrscheinlichkeitsverteilung
Effektivwert, 9

- Eigenfrequenz, 17
- Eigenfrequenzen, 12
- Eigenmode, *siehe* Mode
- Eigenvektor, 8
- Eigenwert, 7
- Eigenwerte
 - mit Verlusten, 25
- Eindringtiefe, 25
- Eingangsleistung, 126
- Einkopplung, 67
 - Antennen, 67
 - Leistung, 72
 - Strom, 70
 - Strombetrag, Spannungsbe-
trag, 71
 - Testsystem, 70
- $E_{\text{Max},x,y,z}$, 126
- Emission, *siehe* Abstrahlung
- Emissionsmessung, 158
- Empfangsleistung, 68
- Energie
 - Augenblickswert, 9
 - elektrische und magnetische,
8
 - gespeicherte, 8, 56
 - mittlere, 9
 - zeitgemittelt, 24
- Energiedichte, 36, 118
- Energierelaxation, 88, 121
- Energierelaxation, freie, 120
- Ensemble
 - boundary, 29
 - r, 29
 - räumlich, 29
- Erwartungswert, 30
- Erwartungswerte
 - Energiedichte, 36
 - Feldgrößen, 35
 - Poyntingvektor, 36
- EUT Beladung, 129
- EUT-Kalibrierung, 128
- Exponentialverteilung, 175
 - $\leftrightarrow$
 - $E_{x,y,z}$, 126
 - $\langle E_{x,y,z} \rangle$, 126
- Fehler
 1. Art, 107
 2. Art, 107
- Feld
 - in der Nähe einer Ecke, 49
 - in der Nähe einer Kante, 46
 - in der Nähe einer Wand, 44
- Feldstärke
 - erreichbare, 85
 - maximale, 146
- Feldverteilung
 - statistisch unabhängige, 103
- Feldwellenwiderstand, 8
- Freiheitsgrad, 53
- Freiraum, 145
- Frequenz
 - normierte, 21
- gültige Werte für l, m und n, 12
- Güte, 7, 24, 53, 56, 84, 118, 121,
129
 - Antennenverluste, 27
 - Bestimmung, 118
 - Bestimmung im Zeitbereich,
120
 - Definition, 24
 - dielektrische Verluste, 26
 - gesamte, 55
 - modal, mit Wandverlusten,
26
 - modale, 57
 - spektraler Schätzer, 63

- thermodynamischer Ansatz, 60
- Verfahren nach Norm, 118
- Verlustmechanismen, 55
- Wellendarstellung, 55
- zusammengesetzt, 57
- Gütebestimmung, 88, 132
- gain, *siehe* Antennengewinn
- Geometriefaktor, 147, 149
- Greensche Funktion, 11
 - dyadisch, 13
 - dyadische, 15
 - Konvergenz, 15
- Grundgesamtheit, *siehe* Ensemble
- Grundkalibrierung, 124
- GTEM, *siehe* TEM-Wellenleiter
- Höhenscan, 147
- Halbraum, 145, 147
- Helmholtz Gleichung, 7
- Hohlraumresonator, 7
 - chaotische Lösungen, 9
 - mit Stromquelle, 12
 - quaderförmig, 9
 - separable Geometrie, 9
- Homogenität, 35, 125
- Homogenitätskriterium, 128
- Hypothesenprüfung, 107
- IEC 61000-4-21, 103
 - Bezeichnungen, 104
 - Gütebestimmung, 118
- IL, 127, 131
- Induktionsgesetz, 8
- Isotropie, 35
- Kammerbeladungsfaktor, 128
- Kammerkalibrierfaktor, 128
- Kaustik, 7
- Kenngroße
 - empirisch, 29
 - theoretische, 29
- Korrelation
 - Einkopplung, 160
 - Emission, 155
 - Emissionsmessungen, 145
 - Energiedichte, 40
 - Frequenz, 65
 - gemischt, 39
 - in der Nähe einer Ecke, 51
 - in der Nähe einer Kante, 48
 - in der Nähe einer Wand, 46
 - Leistung, 39
 - longitudinal, 38
 - Messumgebungen, 145
 - räumlich, 37
 - räumliche
 - Anzahl innerer Punkte, 41
 - transversal, 38
 - Winkel, 42
- Korrelationskoeffizient, 105
 - Frequenz, 65
- Korrelationskoeffizienten
 - Bewertung, 199
- Korrelationslänge, 38, 162
 - longitudinal und transversal, 38
- kritischer Wert, 108
- Leistung
 - gesamt abgestrahlte, 146
 - total abgestrahlte, 130
- Leistungsdichte, *siehe* Poyntingvektor, 61
 - skalare, 37, 55, 68
- Loading, 128
- Lorentzverteilung, 66

- LUF, *siehe* Startfrequenz
- Messbandbreite, 122
- Mode, 7
 - TE, TM, 10
- Modenanzahl, 17, 18
 - nicht fluktuierender Anteil, 20
- Modendichte, 7, 19, 42
 - fluktuierender Beitrag, 20
 - glatter Beitrag, 20
- Modenrührer, 7, 12, 17, 42, 88
 - Effektivität, 63
 - Oberflächenströme, 16
- NP-Problem, 113
- Oberflächenwiderstand, 26
- p-Wert, 108
- P_{AveRec} , 126
- pdf, *siehe* Wahrscheinlichkeitsdichte
- Periodogramm, 64
- Permeabilität, 7
- Permittivität, 7
- Perspektiven, 4
- Phasengeschwindigkeit, 12
- P_{Input} , 126
- PL, *siehe* Streckendämpfung
- P_{MaxRec} , 126
- Polarisationsfaktor, 68
- Poyntingvektor, 36, 146
 - skalare Leistungsdichte, 37
- Qualitätsfaktor, *siehe* Güte, 15
- Rührereffektivität, 103
- Rührerpositionen
 - äquidistante, 105, 117
- Rührerpositionen
 - äquidistante, 111
- Randbedingung, 8, 14
 - unabhängig, 103
- Randbedingungen, 103
- Randverteilung, 180
- Raumwinkel, 145
- Rayleigh-Verteilung, 53, 169
- RBW, *siehe* Messbandbreite
- Reflexionskoeffizient, 56
- Resonanzfrequenzen, *siehe* Eigenfrequenzen
- Schirmdämpfungsmessung, 3
 - schwarzer Körper, 61
- $\sigma_{x,y,z}$, 127
- Signifikanzniveau, 108
- Simulation
 - numerische, 3
- Skintiefe, *siehe* Eindringtiefe
- Spitzenwert, 9
- Störemissionsmessung, 129
 - alternative Methode, 132
 - Verfahren nach Norm, 130
- Störfestigkeitsmessung, 129
- Startfrequenz, 125
- stationärer Zustand, 88
- Stichprobengröße, 30
- Stichprobenumfang, 107
- stochastischer Prozess, 112
- Streckendämpfung, 146
- Streuer
 - nicht linearer, 89
- Streifeld, 13, 16
- TEM-Wellenleiter, 145
- Testfeldstärke, 129
- Transiente, 88

- transienter Zustand, 88
- Vektorprodukt
 - direktes, 13
- Verbindungsstrukturen, 161
 - Resonanzen, 162
- Verlustleistung, 118
- Verteilung
 - des Auokorrelationskoeffizienten, 107
 - gemeinsame, 178
 - multivariat, 178
- Verteilungen
 - Übersicht, 54
- Verteilungsfunktion
 - dB-Skala, 177
 - Extremwerte, 183
 - Funktionen von Zufallsvariablen, 180
 - Mittelwert, 181
 - Summe und Differenz, 181
 - Transformationsmethode, 195
 - Verteilungsfunktionstechnik, 196
- Verteilungsfunktionen, 167
- Wahrscheinlichkeitsdichte, 29
- Wahrscheinlichkeitsverteilung, 30
 - empirische, 30
- Wandleitfähigkeit, 26
- Wandmaterial, 26
- Wandverluste, 25, 55
- Wellendarstellung, 32, 70
 - Güte, 55
 - Verteilungsfunktion, 52
- Winkelauflösung, 158
- Winkelspektrum, 32, 52
 - höhere Momente, 70
 - Momente, 34
- Zeitabhängigkeit
 - harmonische, 7
- Zeitbereich, 4
- Zeitbereichsmessung, 132
- Zeitkonstante, 120
- Zufallsvariable, 29, 162, 167
 - Unabhängigkeit, 180
- Zufallszahlen
 - korrelierte, 167