

Anzahl der statistisch unabhängigen Randbedingungen in Modenverwirbelungskammern

Dr. rer. nat. H.G. Krauthäuser, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, IGET

Dipl.-Ing. Th. Winzerling, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, IGET

Prof. Dr. rer. nat. habil. J. Nitsch, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, IGET

Dipl.-Ing. N. Eulig, TU Braunschweig, Institut für EMV

Prof. Dr. rer. nat. habil. A. Enders, TU Braunschweig, Institut für EMV

1 Einleitung

Der Einsatz von Modenverwirbelungskammern (MVKn) als eine alternative Testumgebung für EMV Untersuchungen wird seit einiger Zeit diskutiert [1]. Die Modenverwirbelungskammer besteht aus einem geschirmten Raum, welcher zusätzlich einen „Rührer“ zur Änderung der elektromagnetischen Randbedingungen besitzt. Die Abbildung 1 zeigt die Modenverwirbelungskammer in Magdeburg.

Die Testumgebung ist ein Hohlraumresonator. Die unterste nutzbare Frequenz der Kammer (LUF) liegt deutlich oberhalb der ersten Resonanzfrequenz, in einem Bereich erhöhter Modendichte. Darüber hinaus ist ihre genaue Lage abhängig von der Effizienz des Rührers hinsichtlich seiner Fähigkeit, die Resonanzfrequenzen zu verschieben. Für eine Anregung mit fester Frequenz ergibt sich für jede einzelne Rührerposition (Randbedingung) eine stark inhomogene räumliche Feldverteilung, die der Superposition von Eigenlösungen (Moden) der Maxwell-Gleichungen für die MVK entspricht. Durch die Änderung der Randbedingungen ergeben sich nun weitere räumliche Feldverteilungen. Bei einer Mittelung über Feldverteilungen zu einer ausreichend große Anzahl geeigneter Randbedingungen kann eine erhebliche Verringerung der räumlichen Inhomogenität der Feldstärke erreicht werden. Die Anzahl der Randbedingungen ist ein Optimierungsparameter hinsichtlich Messgeschwindigkeit versus Homogenität. Geeignet sind die



Abbildung 1: MVK in Magdeburg

unterschiedlichen Randbedingungen insbesondere dann, wenn sie zu statistisch unabhängigen Feldverteilungen führen. Diese Randbedingungen werden in der Folge als statistisch unabhängige Randbedingungen bezeichnet. Basierend auf den statistisch unabhängigen Randbedingungen und unter Annahme sehr hoher Anregungsfrequenzen wurde die statistische Theorie der Modenverwirbelungskammer entwickelt [2, 3, 4]. Auch der normative Teil der IEC 61000-4-21 [5] geht von statistisch unabhängigen Randbedingungen aus. Darüber hinaus finden sich hier Vorgaben für die zu realisierende Anzahl unabhängiger Rührerpositionen in verschiedenen Frequenzbereichen. Der informative Teil der Norm geht auf die Bestimmung der unabhängigen Rührerpositionen ein. Hierbei wird als Maß für die statistische Unabhängigkeit der Autokorrelationskoeffizient angewendet. Aus der statistischen Unabhängigkeit von Feldverteilungen folgt zwar ein kleiner Autokorrelationskoeffizient, aber die Umkehrung gilt streng nur für den Fall normalverteilter Daten [6, 7]. Ein Grenzwert für den Autokorrelationskoeffizienten, der unterschritten werden muß, damit die Rührerpositionen als statistisch unabhängig angesehen werden können, wird lediglich an einem Beispiel angegeben. Dieser Grenzwert $\rho_0 = e^{-1} = 0,37$ bezieht sich auf eine Messung der Feldstärke für $N = 450$ verschiedene Rührerpositionen.

Lundén und Bäckström betrachten die Abhängigkeit dieses Grenzwertes von der Anzahl der verwendeten Rührerpositionen (Stichprobenumfang) [8]. Hierbei kommen sie zu dem Schluss, dass der Grenzwert ρ_0 für größer werdenden Stichprobenumfang sinkt und für $N \rightarrow \infty$ dem Wert Null zustrebt, was dann zu einer Verringerung der Anzahl der unabhängigen Randbedingungen führt. Diese Arbeit wird in der Norm zwar zitiert, ihre Ergebnisse werden aber nicht aufgenommen.

Im Weiteren folgt eine Analyse der Betrachtungen von Lundén und Bäckström mit dem Ziel, den in ihren Schlussfolgerungen enthaltenen Widerspruch aufzulösen.

2 Grundlagen

2.1 Der Autokorrelationskoeffizient

Der Korrelationskoeffizient r ist eine Größe zur Beschreibung der statistischen Abhängigkeit von mehreren unterschiedlichen Größen. Um diese Größe für die Veränderung der Feldverteilung in der Modenverwirbelungskammer beschreiben zu können, ist die Feldstärke an einem beliebigen Punkt im Raum für unterschiedliche Randbedingungen zu messen. Die hierbei verwendeten Randbedingungen resultieren in der Regel aus den reproduzierbar zu realisierenden Rührerpositionen. Diese stellen jedoch nur eine auf den Stichprobenumfang N begrenzte, willkürliche Auswahl dar. Für eine exakte Messung müssten alle existierenden Randbedingungen berücksichtigt werden, was in der praktischen Durchführung nicht zu realisieren ist. Aus dem gemessenen Datensatz mit N Werten werden in der Folge durch zyklisches Vertauschen $N - 1$ weitere Datensätze gewonnen:

$$\{E_1, E_2, \dots, E_{N-1}, E_N\} \rightarrow \{E_N, E_1, E_2, \dots, E_{N-1}\} \rightarrow \dots \rightarrow \{E_2, \dots, E_{N-1}, E_N, E_1\}$$

Dies führt zu einer Variation des „Nullpunktes“ der Messung um die Schrittweite $\Delta\beta^*$. Es ergibt sich also ein Versatz von $\beta^* = i * \Delta\beta^*$ für den i -ten neuen Ergebnisvektor. Die

Berechnung des Korrelationskoeffizienten r_{ij} erfolgt allgemein nach der Gleichung 1.

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^2}{\sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}} = \frac{\sum_{\nu=1}^N (E_{i,\nu} - \langle E_i \rangle)(E_{j,\nu} - \langle E_j \rangle)}{\sqrt{\sum_{\nu=1}^N (E_{i,\nu} - \langle E_i \rangle)^2 \sum_{\nu=1}^N (E_{j,\nu} - \langle E_j \rangle)^2}} = \frac{\sum_{\nu=1}^N (E_{i,\nu} - \langle E \rangle)(E_{j,\nu} - \langle E \rangle)}{\sum_{\nu=1}^N (E_{i,\nu} - \langle E \rangle)^2} \quad (1)$$

Hierbei ist berücksichtigt, dass nur eine Umordnung eines Datensatzes vorliegt. Die Varianzen σ^2 und Mittelwerte $\langle E \rangle$ der Datensätze sind gleich. Es wird somit der Autokorrelationskoeffizient (Werte r_{1j}) bestimmt. Der Wertebereich des Autokorrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und 1. Dabei entsprechen 1 und -1 vollständig korrelierten und 0 vollständig unkorrelierten Daten.

Für die Beurteilung eines Grenzwertes für den Autokorrelationskoeffizienten ist die Betrachtung von r^2 (Determinationsgrad) bedeutsam. Dieser gibt die Wahrscheinlichkeit für die Vorhersage weiterer Werte durch Interpolation an. Diese liegt für den in der Norm angegebenen Wert bei 0.37^2 , also 13,7%.

Die willkürliche Auswahl der in der Stichprobe realisierten Randbedingungen führt zu einer statistischen Schwankung des ermittelten Autokorrelationskoeffizienten. Dies muss beim

Vergleich von verschiedenen Modenverwirbelungskammern berücksichtigt werden. Hierzu wird ein zusätzlicher Sicherheitsabstand (kritischer Wert) eingeführt, der die statistische Schwankung in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang bei vorgegebenem Determinationsgrad berücksichtigt.

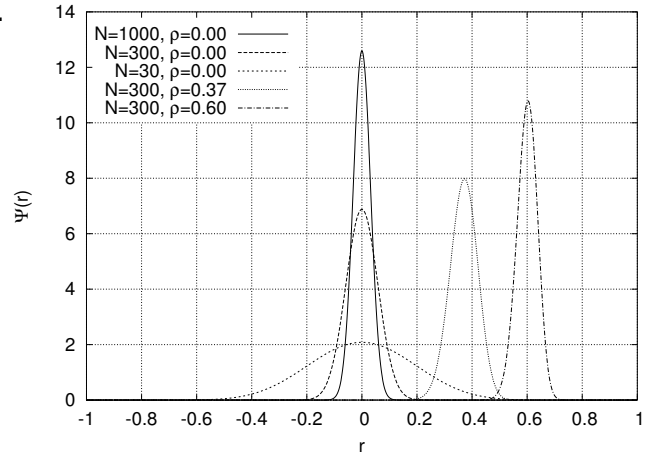


Abbildung 2: Verteilungsfunktion $\Psi(r)$ für den Autokorrelationskoeffizienten

2.2 Dichteverteilung des Korrelationskoeffizienten

Die statistischen Schwankungen bei der Ermittlung von r ergeben sich aus der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $\Psi(r)$ des Korrelationskoeffizienten r [10].

$$\Psi(r) = \frac{N-2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\Gamma(N-1)}{\Gamma(N-\frac{1}{2})} \cdot \frac{(1-\rho^2)^{\frac{(N-1)}{2}} (1-r^2)^{\frac{N-4}{2}}}{(1-\rho r)^{N-\frac{3}{2}}} \left[1 + \frac{1+\rho r}{4(2N-1)} + \dots \right] \quad (2)$$

Hierbei sind ρ der Erwartungswert von r und N der Stichprobenumfang. Der Erwartungswert ist hierbei der wahre Wert für den Korrelationskoeffizienten, welcher sich bei unendlich großem Stichprobenumfang einstellen würde. Die Funktion $\Psi(r)$ ist in Abbildung 2 für verschiedene ρ und N dargestellt. Mit steigendem Stichprobenumfang wächst die Wahrscheinlichkeit für das Messen des Erwartungswertes bei gleichzeitiger

Verringerung der Schwankungsbreite der Verteilung. Das später benutzte Integral

$$\alpha = \int_{-1}^{\rho_0} \Psi(r) dr \quad (3)$$

ergibt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Werten von r , die kleiner oder gleich der Grenze ρ_0 sind.

2.3 Hypothesenprüfung

Die statistische Hypothesenprüfung ist ein Formalismus zur Bestimmung statistisch gesicherter Aussagen über Zufallsgrößen [9, 11]. Für die korrekte Anwendung ist es wichtig, die möglichen Fehler einer Prüfung der Hypothese (H_0) zu kennen.

Als Ergebnis der Prüfung kann die Hypothese H_0 angenommen oder abgelehnt werden. Ein Fehler entsteht also nur, wenn die Hypothese H_0 abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist (Fehler 1. Art, α) oder angenommen wird, obwohl sie falsch ist (Fehler 2. Art, β) (Tabelle 1).

	H_0 annehmen	H_0 ablehnen
H_0 richtig	kein Fehler	Fehler 1. Art (α)
H_0 falsch	Fehler 2. Art	kein Fehler

Tabelle 1: Fehler bei der Hypothesenprüfung

Zunächst wird der Fehler betrachtet, welcher beim Ablehnen der Hypothese auftreten kann.

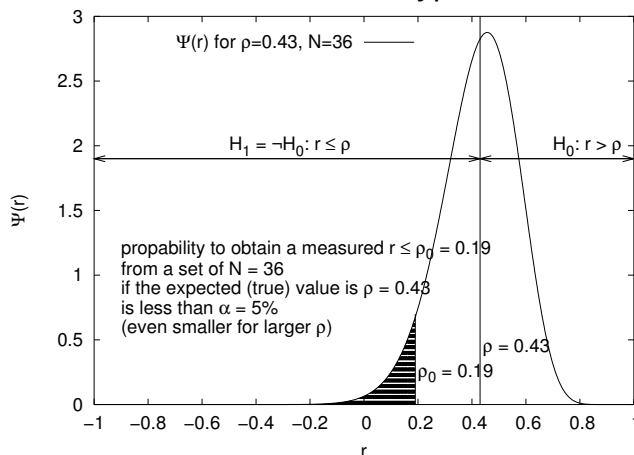


Abbildung 3: Hypothesenprüfung.

Mit der Wahl der Hypothese H_0 trifft man eine Festlegung auf eine bestimmte statistische Grundgesamtheit (hier: Vorgabe eines Grenzwertes ρ für den Korrelationskoeffizient r und einer Relation, z.B. $r > \rho$). Wenn man die Aussage H_0 für Messdaten prüft, muss die Grenze der Gültigkeit der Hypothese untersucht werden. Diese ist durch die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des Grenzwertes (hier: $\Psi(r)$ für gegebenes N und ρ) gegeben. Wie in Abbildung 3 dargestellt, kann aus der Integration

über den Randbereich der Verteilung (welcher nur mit geringer Wahrscheinlichkeit zu der Hypothese gehört) der Fehler 1. Art α berechnet werden.

Wenn H_0 nicht richtig ist, entsteht der Fehler beim Annehmen der Hypothese. Hier weiß man nur, dass eine der unendlich vielen anderen Möglichkeiten richtig sein wird (hier: andere Grenze ρ ist gültig). Somit ist klar, dass sich eine vergleichbare Herangehensweise wie beim Fehler 1. Art mangels Kenntnis der Verteilung für die hier gültige Grenze nicht realisieren lässt.

Die Hypothese H_0 muss daher sinnvollerweise so formuliert werden, dass man zu ihrer Ablehnung kommt. In diesem Fall ist die Fehlerwahrscheinlichkeit durch α nach oben begrenzt.

	Lundén und Bäckström (LB)	diese Arbeit (MD/BS)
ρ	0	$\rho > 0$ beliebig, aber fest
H_0	$r = 0$ Die Randbedingungen sind perfekt unkorreliert	$r > \rho$ Die Korrelation ist stärker als ρ
$\neg H_0 = H_1$	$ r > 0$ Die Randbedingungen sind nicht perfekt unkorreliert	$r \leq \rho$ Die Korrelation ist schwächer als ρ
kritischer Wert ρ_0	$\alpha/2 = \int_{\rho_0}^1 \Psi(r) dr$	$\alpha = \int_{-1}^{\rho_0} \Psi(r) dr$

Tabelle 2: Vergleich der Ansätze LB und MD/BS.

Der Formalismus der Hypothesenprüfung beruht auf der im Folgenden dargestellten Vorgehensweise. Nach der Formulierung einer sinnvollen Hypothese gibt man sich die Schranke für α in Form des Signifikanzniveaus (Irrtumswahrscheinlichkeit) α vor, wobei die Werte 5% ($\alpha = 0.05$) und 1% ($\alpha = 0.01$) üblich sind. Die Lösung des Integrals aus Gleichung 3 für α ergibt den kritischen Wert ρ_0 , ab dem die Wahrscheinlichkeit für das Zutreffen der Hypothese auf α abgesunken ist und H_0 somit abgelehnt werden muss. Im Weiteren können nun die Messwerte (r) mit dem kritischen Wert ρ_0 verglichen werden, um die Hypothese zu überprüfen.

Die Hypothesen von Lundén und Bäckström (LB) und dieser Arbeit (MD/BS) sind in Tabelle 2 gegenübergestellt. Die etwas andere Form zur Berechnung des kritischen Wertes ρ_0 — das ist der Wert, der von r über- (LB) bzw. unterschritten (MD/BS) werden muss, damit H_0 abgelehnt werden kann —, folgt aus der Tatsache, dass es sich bei LB um eine zweiseitige Fragestellung handelt.

Der dargestellte Formalismus wird im Lösungsansatz aus [8] formal richtig angewendet.

3 Kritische Grenze ρ_0

Aus der Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $\Psi(r)$ kann die kritische Grenze ρ_0 der Hypothesenprüfung berechnet werden. Für jedes N sind die Berechnungen abhängig vom Signifikanzniveau α und dem Erwartungswert ρ . Letzterer ist beim Ansatz LB immer gleich Null. Für den Ansatz dieser Arbeit erscheint es sinnvoll, ρ so zu wählen, dass das in der Praxis bewährte Wertepaar der IEC 61000-4-21 (450, 0.37) beibehalten wird. Die Ergebnisse sind in der Abbildung 4 dargestellt.

Für den Ansatz MD/BS betragen die Erwartungswerte $\rho = 0.43$ für $\alpha = 0.05$ und $\rho = 0.456$ für $\alpha = 0.01$. Diese Werte liefern die bisher fehlende statistische Unter-

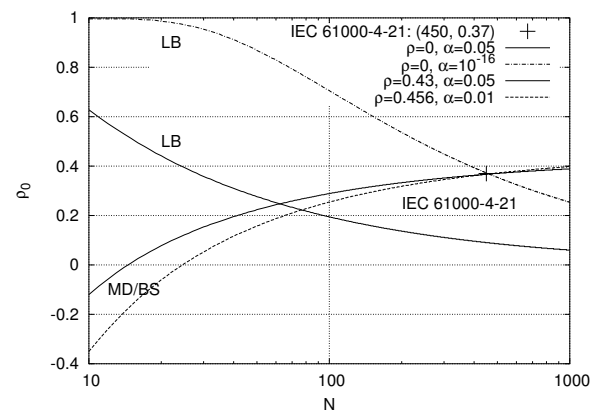


Abbildung 4: Kritische Grenzen ρ_0 als Funktion von N nach LB und MD/BS.

mauerung der Auswahl der Norm hinsichtlich des tatsächlichen Determinationsgrades. Dieser ergibt sich somit zu $\rho^2 = 18.5\%$ für $\alpha = 0.05$ und $\rho^2 = 21.6\%$ für $\alpha = 0.01$. Für den Ansatz LB wird der Fixpunkt erst bei einer unsinnig kleinen Wahl von $\alpha = 10^{-16}$ getroffen. Darüber hinaus wird klar, dass in diesem Fall bei der Messung mit wenigen Rührerpositionen der kritische Wert ρ_0 fast bei eins liegt. Dies führt jedoch zu einer sicheren Unterschreitung dieser Grenze bei extrem kleinen Versatzwinkeln und somit zu einer unsinnig hohen Zahl von unabhängigen Rührerpositionen. Insbesondere beinhaltet der fallende Verlauf von ρ_0 versus N die Möglichkeit, bei genauerer Messung (größeres N) weniger unabhängige Rührerpositionen zu ermitteln. Im Gegensatz dazu wird der Verlauf gemäß dem Ansatz MD/BS dazu führen, dass bei steigendem N die ermittelte Anzahl der unabhängigen Randbedingungen zunimmt und einem festen Endwert (entsprechend dem Erwartungswert ρ) zustrebt.

4 Ergebnisse

Die folgenden Darstellungen basieren auf Messungen der elektrischen Feldstärke (einzelne kartesische Komponenten) an einer festen Position im Arbeitsvolumen der Magdeburger Modenverwirbelungskammer bei verschiedenen Frequenzen. Diskutiert werden Ergebnisse bei $f = 200$ MHz (im Bereich der LUF) und $f = 1$ GHz. Der Rührer wurde hierbei in 360 Schritten à 1 Grad rotiert ($N = 360$).

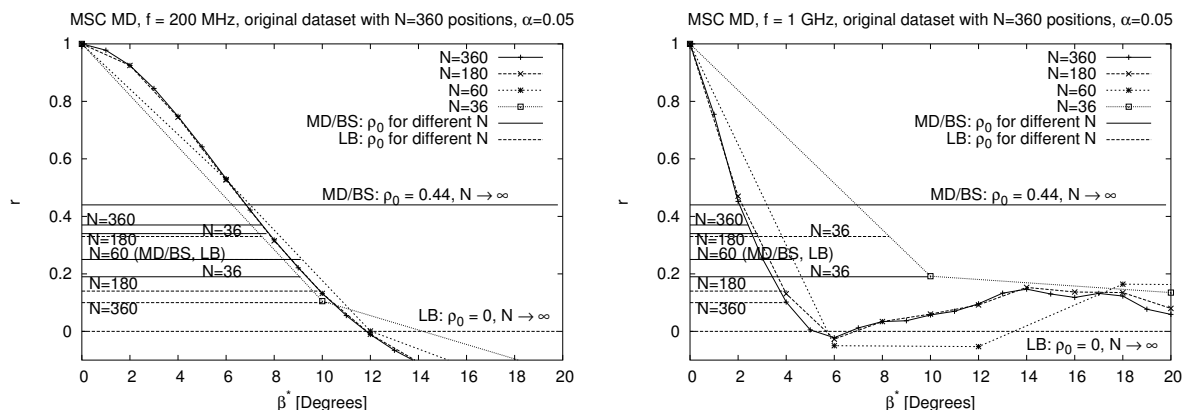


Abbildung 5: Autokorrelationsfunktionen für unterschiedlich stark ausgedünnte Datensätze mit Grenzen nach LB und MD/BS. Links: $f=200$ MHz; Rechts: $f=1$ GHz

Aus diesen Messwerten lassen sich durch Ausdünnen Autokorrelationsfunktionen (r als Funktion des Versatzwinkels β^*) für $N \leq 360$ bestimmen.

Für die beiden erwähnten Frequenzen und verschiedene N sind diese Autokorrelationsfunktionen in der Abbildung 5 zusammen mit den kritischen Grenzen nach LB und MD/BS dargestellt.

Die sich hieraus ergebenden Anzahlen von unabhängigen Rührerpositionen (#POS) sind in der Abbildung 6 und der Tabelle 3 zusammengefasst. Wie erwartet, ergibt sich für $f = 200$ MHz nach LB eine Verringerung der Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen bei Erhöhung des Messaufwands. Für $f = 1$ GHz ist dieses Verhalten fast nicht

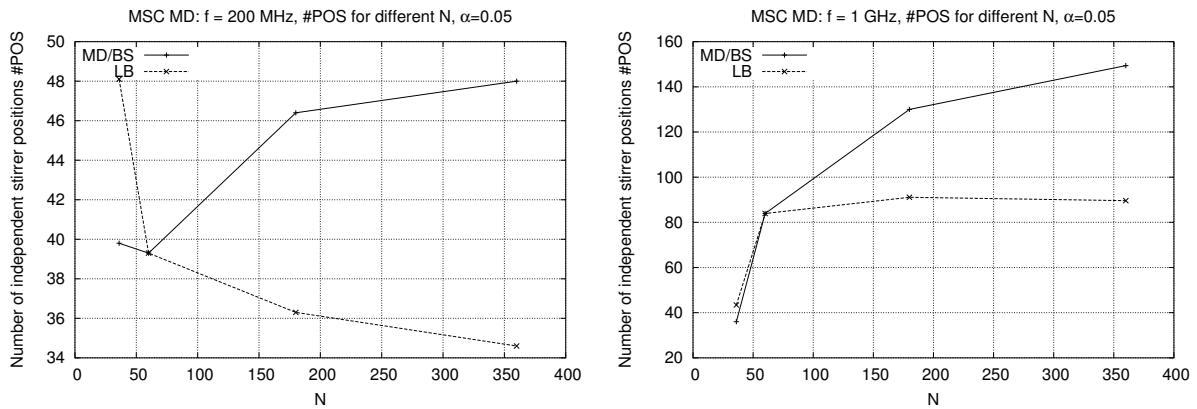


Abbildung 6: Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen als Funktion von N nach LB und MD/BS. Links: $f=200$ MHz; Rechts: $f=1$ GHz

zu erkennen; hier kompensieren sich die Effekte durch die Veränderung der Autokorrelationsfunktion beim Ausdünnen und der Variation der kritischen Grenze. Ob dies ein zufälliges Ergebnis ist oder ob der Ansatz LB bei hohen Frequenzen stabiler ist, muss noch weiter untersucht werden.

N	MD/BS					LB				
	ρ_0	$\beta^* [^\circ]$	#POS	$\beta^* [^\circ]$	#POS	ρ_0	$\beta^* [^\circ]$	#POS	$\beta^* [^\circ]$	#POS
36	0.19	9.05	39.8	10	36	0.33	7.49	48.1	8.29	43.4
60	0.25	9.17	39.3	4.29	83.9	0.25	9.17	39.3	4.29	83.9
180	0.34	7.76	46.4	2.77	130	0.14	9.91	36.3	3.95	91.1
360	0.37	7.5	48	2.41	149.4	0.1	10.41	34.6	4.02	89.6

Tabelle 3: Vergleich der Anzahlen unabhängiger Rührerpositionen (#POS) nach LB und MD/BS.

5 Zusammenfassung

Die Bestimmung von statistisch unabhängigen Rührerpositionen ist von zentraler Bedeutung für die Durchführung von Messungen in Modenverwirbelungskammern. Zum einen geht die Anzahl der unabhängigen Randbedingungen bei der Festlegung der untersten nutzbaren Frequenz (LUF) mit ein. Zum anderen basiert die statistische Theorie der Modenverwirbelungskammern auf der Annahme von statistisch unabhängigen Randbedingungen. Die Norm IEC 61000-4-21 behandelt die Bestimmung von unabhängigen Randbedingungen lediglich im informativen Teil an Hand eines Beispiels für eine feste Stichprobengröße. In der Literatur wird ein Ansatz vorgestellt, der die Berücksichtigung von unterschiedlichen Stichprobengrößen erlaubt, jedoch bei der Bestimmung der Anzahl von unabhängigen Randbedingungen zu Aussagen kommt, die sich nicht mit der bewährten Messpraxis in Modenverwirbelungskammern decken. Die Analyse dieses Ansatzes führt zu einer Modifikation in der Form, dass nicht mehr die völlige Unkorreliertheit verlangt wird, sondern nur noch eine Korrelation, die kleiner

ist, als eine vorgegebene Grenze. Diese Grenze wird in dieser Arbeit für verschiedene Signifikanzniveaus so angegeben, dass die in der Norm verwendete Grenze (die sich bewährt hat) beibehalten wird. Darüber hinaus kann sie nun aber auch statistisch interpretiert werden im Sinne eines Determinationsgrades. Über die Norm hinaus — aber dennoch kompatibel zu ihr — können somit nun kritische Grenzen für den Autokorrelationskoeffizienten für beliebige N angegeben werden.

Am Beispiel von Messungen in der Magdeburger Modenverwirbelungskammer werden die beiden Ansätze praktisch verglichen. Hierbei offenbaren sich die Vorteile des neuen Ansatzes deutlich.

Diese Arbeit wurde gefördert im Rahmen der DFG Forschergruppe FOR417.

Literatur

- [1] M. L. Crawford, G. H. Koepke: „Design, Evaluation, and Use of a Reverberation Chamber for Performing Electromagnetic Susceptibility/Vulnerability Measurements“, NBS Technical Note 1092, U.S. Department of Commerce / National Bureau of Standards, 1986.
- [2] T.H. Lehman: „A Statistical Theory of Electromagnetic Fields in Complex Cavities“, Interaction Notes, Note 494 (Notes on the Web: <http://iget104.et.uni-magdeburg.de/>), Albuquerque 1993.
- [3] D. A. Hill: „Plane Wave Integral Representation for Fields in Reverberation Chambers“, IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility, Vol. 40, No. 3, 1998.
- [4] J. Ladbury, G. Koepke, D. Camell: „Evaluation of the NASA Langley Research Center Mode-Stirred Chamber Facility“, NIST Technical Note 1508, Radio-Frequency Technology Division, Electronics and Electrical Engineering Laboratory, Nation Institute of Standards and Technology, Boulder 1999.
- [5] IEC 61000-4-21: „Reverberation Chamber Test Method“, 2003.
- [6] N. Wellander, O. Lundén, and M. Bäckström: „The Maximum Value Distribution in a Reverberation Chamber“, Proceedings of the 2001 International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Montreal, Canada, 751–756, 2001.
- [7] M. Bäckström, O. Lundén, P-S. Kildal: „Reverberation Chambers for EMC Susceptibility and Emission Analyses“, Review of Radio Science 1999-2002, 429–452, 2002.
- [8] O. Lundén, M. Bäckström: „Stirrer Efficiency in FOA Reverberation Chambers. Evaluation of Correlation Coefficients and Chi-Squared Tests“, Proceedings of the IEEE International Symposium on EMC 2000, Washington, 11–16, 2000.
- [9] K. Stange: „Eindimensionale Probleme“, Angewandte Statistik, Teil 1, Springer-Verlag, 1971.
- [10] K. Stange: „Mehrdimensionale Probleme“, Angewandte Statistik, Teil 2, Springer-Verlag, 1971.
- [11] C. Ebner: „Grundlagen der Statistik“, Statistik für Soziologen, Pädagogen und Mediziner, Band 1, Verlag Harri Deutsch, 1985.