

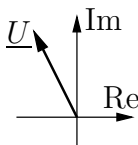
Übungen zur Vorlesung Mathematik I/1 (inkl. einer Lösung)

4. Woche – komplexe Zahlen / Widerstände

Die Aufgaben wurden aus dem Aufgabenheft zur VL Dynamische Netzwerke adaptiert. Während in der Ma1-Klausur **ohne** Taschenrechner gearbeitet wird, kann es bei diesen Aufgaben naheliegend sein, einen Taschenrechner zu benutzen.

A0 Geben Sie die zu den folgenden Zeigern (s. Z3) gehörigen harmonischen Zeitfunktionen an (ω als gegeben betrachten). Zusatz: Skizzieren Sie die Zeitfunktionen.

(a) $\underline{I} = 5 \text{ A} \cdot e^{i\pi/4}$,

(b)  mit $|\underline{U}| = 10 \text{ V}$, $\varphi_u = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$.

A1 Geben Sie den Real- und den Imaginärteil, den Betrag und den Phasenwinkel (= Argument) der folgenden komplexen Widerstände an:

a) $\underline{Z} = 10 \Omega + i 5 \Omega$

b) $\underline{Z} = 50 e^{i\frac{\pi}{3}} \text{ k}\Omega$

c) $\underline{Z} = 5 \Omega - i 10 \Omega$

d) $\underline{Z} = 4 e^{-i\frac{\pi}{4}} \text{ M}\Omega$

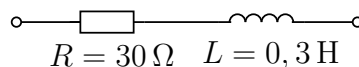
A2 Gegeben sind folgende komplexe Widerstände:

$$\underline{Z}_1 = 30 \Omega, \quad \underline{Z}_2 = i 10 \Omega, \quad \underline{Z}_3 = 30 \Omega + i 10 \Omega, \quad \underline{Z}_4 = 30 \Omega - i 10 \Omega.$$

(a) Zeichnen Sie die komplexen Widerstände $\underline{Z}_1$ bis $\underline{Z}_4$ maßstäblich in eine komplexe Ebene ein.

(b) Bestimmen Sie rechnerisch die Beträge und die Phasenwinkel und stellen Sie die $\underline{Z}_\nu$ in der Form $\underline{Z}_\nu = Z_\nu e^{i\varphi_\nu}$, $\nu = 1, 2, 3, 4$, grafisch dar. Überprüfen Sie die Ergebnisse von a).

Z A3 Gegeben ist eine technische Spule mit den angegebenen Daten:



(a) Wie groß ist ihr komplexer Gesamtwiderstand (s. VL Bsp. 2.5)?

$$(\omega = 2\pi f = 2\pi 50 \text{ Hz}, \quad 1 \text{ H} = \frac{1 \text{ Vs}}{\text{A}})$$

(b) Stellen Sie den komplexen Gesamtwiderstand für $\omega = 0 \dots \infty$ in der komplexen Ebene dar.

Lösung:

(a) $\underline{Z}_{\text{gesamt}} = R + i\omega L = 30 \Omega + i 30\pi \Omega.$

(b) Eine Halbgerade bei $\text{Re} = 30 \Omega$ und $\text{Im} = 0 \dots \infty$.

- Z A4** Veranschaulichen Sie sich in der komplexen Zahlenebene den Begriff des sogenannten rotierenden Zeigers (wird im Fach Dynamische Netzwerke, 3. Semester verwendet):

$$z(t) = e^{i\omega t}$$

mit $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ für $t = 0, \frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

(T ist die Periodendauer, $f = \frac{1}{T}$ die Frequenz und ω die sogenannte Kreisfrequenz).

Stellen Sie Real- und Imaginärteil $\operatorname{Re}(z(t))$, $\operatorname{Im}(z(t))$ für $t \in [0, 2T]$ dar.

Wiederholung

- A5** In der LVn Systemtheorie und Regelungstechnik werden Sie Folgendes nutzen:
Dass alle reellen Koeffizienten eines Polynoms gleiches Vorzeichen haben, ist eine notwendige Bedingung dafür, dass es sich um ein Hurwitz-Polynom¹ handelt, s. [notwendige Bedingung](#).
Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm mit der Menge der Hurwitz-Polynome, H , und der Menge der Polynome mit Koeffizienten gleichen Vorzeichens, V .

Lösung: $H \subset V$

¹Ein Hurwitz-Polynom hat nur Nullstellen mit negativem Realteil.