

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/1

8. Woche – Konvergenzkriterien von Reihen, Stetigkeit von Funktionen

Logarithmus-Funktion

A1 Geben Sie die Logarithmen in der Tabelle an.

$\log_{10}(10)$	$\log_{10}(1)$	$\log_{10}(100)$	$\log_{100}(10)$	$\log_{10}(0.1)$	$\log_{10}(\sqrt{1000})$
=					
= $\log_2(?)$	$\log_2(?)$	$\log_2(?)$	$\log_?(2)$	$\log_2(?)$	$\log_2(?)$

Wählen Sie nun die Werte für die '?' in der dritten Zeile so, dass die Logarithmen die gleichen Werte (wie die aus Zeile 1 der Tabelle) annehmen.

Lösung:

$\log_{10}(10)$	$\log_{10}(1)$	$\log_{10}(100)$	$\log_{100}(10)$	$\log_{10}(0.1)$	$\log_{10}(\sqrt{1000})$
= 1	0	2	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{3}{2}$
= $\log_2(2)$	$\log_2(1)$	$\log_2(4)$	$\log_4(2)$	$\log_2(\frac{1}{2})$	$\log_2(\sqrt{8})$

A2 Verinnerlichen Sie die (z.B. in der Informationstheorie) immer wieder gebrauchten Logarithmusgesetze, s. [Bem 3.29](#):

$$\forall x, y, a > 0: \log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$$

sowie die Folgerung

$$\log_a(x^2) = 2 \log_a(x) \text{ bzw. } \log_a(x^n) = n \log_a(x)$$

mittels kleiner Beispiele, z.B. $\log_2(2^3 \cdot 2^4) = \dots$

A3 Warum gilt

$$\log(1 + 2 + 3) = \log(1) + \log(2) + \log(3) \quad ? :)$$

Gilt auch

$$\log(1 + 2 + 3 + 4) = \log(1) + \log(2) + \log(3) + \log(4) \quad ? :)$$

Lösung: Die erste Gleichung gilt, weil $\log(1) = 0$ und $2 \cdot 3 = 6$ gilt. Die zweite Gleichung gilt natürlich nicht.

Konvergenzkriterien von Reihen

A4 Machen Sie sich klar, welche der [Konvergenzkriterien für Reihen](#) zum Nachweis von Konvergenz, von Divergenz oder zum Nachweis von Beidem geeignet sind.

Lösung:

Kriterium	Konvergenz	Divergenz
Cauchy-Kriterium	+	+
notwendiges Kriterium	-	+
Leibniz-Kriterium	+	-
Majorantenkriterium	+	-
Minorantenkriterium	-	+
Quotientenkriterium	+	+
Wurzelkriterium	+	+