

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2 (inkl. einiger Lösungen)

6. Woche Kurvenintegral

Z A1 Gegeben f_x, f_y Gesucht $f(x, y)$

Gegeben ist das Gradientenfeld $\text{grad } f(x, y) = (f_x, f_y)^T$. Überprüfen Sie, ob die Integrabilitätsbedingungen, [VL 9.28](#), erfüllt sind, und ermitteln Sie jeweils die zugehörige Funktion $f(x, y)$:

(a) $f_x = \frac{\partial f}{\partial x} = y, f_y = \frac{\partial f}{\partial y} = x.$

(b) $f_x = 2x + y, f_y = x + 2y.$

A2 Umlaufintegral

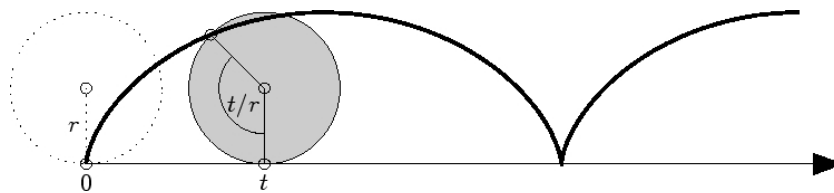
Geben Sie für das Beispiel [9.31](#) den Wert des Integrals an, wenn der Integrationsweg

$$\gamma(\lambda) = \begin{pmatrix} \cos \lambda \\ 2 + \sin \lambda \end{pmatrix} \quad \text{mit } \lambda \in [0, 2\pi]$$

ist (Begründung).

Z A3 Abrollen eines Rades

Ein Rad mit Radius r rolle entlang einer Geraden. Betrachtet werde ein fester Punkt auf dem Rad.



- (a) Leiten Sie die Kurve, die der Punkt beim Abrollen des Rades beschreibt, in Parameterdarstellung $x(t), y(t)$ her. Wählen Sie dazu als Parameter t die Strecke zwischen Startpunkt und momentanem Berührungspunkt des Rades (s. Skizze).
- (b) Berechnen Sie die Länge der in (a) bestimmten Kurve für das einmalige Abrollen des Rades.