

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2

14. Woche – falscher Ansatz nach Art der rechten Seite, DGL-System

Z A1 Wenn Resonanz nicht beachtet wird

Beobachten Sie, was passiert, wenn man bei einer DGL höherer Ordnung im Ansatz für die partikuläre Lösung Resonanz nicht beachtet und z.B. für Aufgabe 25.7 b $y''' - y' = -2x$ nur ansetzt $y_p = ax + b$.

Z A2 Wenn bei Resonanz 'zu viel' angesetzt wird

Der richtige Ansatz für Aufgabe 25.7 b $y''' - y' = -2x$ ist $y_p = (ax + b)x$. Beobachten Sie den Effekt, wenn quasi 'zu viel' angesetzt wird: $y_p = ax^2 + bx + c$

Z A3 DGL n-ter Ordnung $\Rightarrow$ DGL-System

- (a) Überführen Sie die DGL aus Aufgabe 2/25.5 b) in ein DGL-System, entsprechend [Bem 11.42](#).

Bemerkung: Dieses Verfahren wird u.a. in der Regelungstechnik genutzt, um DGLn (höherer Ordnung) in ein System von DGLn 1. Ordnung zu überführen. Die dabei entstehende Systemmatrix A mit der speziellen Form (Einsen in der Nebendiagonale) wird auch in der sogenannten [Regelungsnormalform](#) verwendet.

- (b) Berechnen Sie die Eigenwerte der Systemmatrix A und vergleichen Sie diese mit den Nullstellen des Charakteristischen Polynoms der DGL 2. Ordnung (2/25.5 b).

Z A4 Romeo & Juliet

Die Beziehung von Romeo & Juliet hängt entscheidend von den Eigenwerten der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

ab, s. [Bsp. 11.41](#).

- (a) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix für alle 6 Fälle und vergleichen Sie diese mit den zugehörigen Phasenporträts in [Folie 11.6.3](#)
- (b) Ermitteln Sie in den ersten beiden Fällen auch die Eigenvektoren und zeichnen Sie in die Phasenporträts Pfeile (der Bewegungsrichtung) an die Linien.
- (c) Warum ist die Zukunft eines Paares 'sicherer Liebhaber' ($a, d < 0$ und $b, c > 0$) für $ad - bc > 0$ langweilig?

A5 Zusatz: Wiederholung DGL 1. Ordnung: **Homogen - inhomogen**

Nur bei **linearen** DGL hat es Sinn, von homogen und inhomogen zu sprechen.
Ordnen Sie 'homogen' und 'inhomogen' zu und geben je ein Beispiel an!

$$y'(t) = a(x)y(t) + g(x) : \dots$$

$$y'(t) = a(x)y(t) : \dots$$

A6 Zusatz: Wiederholung lineare DGL: **Wahr oder falsch**

Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an!

☐ Die homogene Lösung löst die homogene und die inhomogene DGL.

☐ Die homogene Lösung löst die homogene DGL.

☐ Die partikuläre Lösung löst die homogene und die inhomogene DGL.

☐ Die partikuläre Lösung löst die inhomogene DGL.

☐ Mit jeder homogenen Lösung $y_H(t)$ ist auch $C \cdot y_H(t)$ homogene Lösung.

☐ Mit jeder partikulären Lösung $y_P(t)$ ist auch $C \cdot y_P(t)$ partikuläre Lösung.

☐ Mit jeder partikulären Lösung $y_P(t)$ ist auch $y_P(t) + C \cdot y_H(t)$ partikuläre Lösung.

A7 Zusatz: Wiederholung **Oberflächenintegral**

Vollziehen Sie die folgende Rechnung aus der LV Theoretische Elektrotechnik 2, Folie 76,
mit $\underline{k} = k\underline{e}_z$ nach:

– Weiterhin rechnet man leicht aus (K_R : Kugel mit Radius R):

$$\frac{\sin kR}{kR} = \frac{1}{4\pi R^2} \oint\oint_{O(K_R)} e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}'} d^2 r' = \frac{1}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}'} R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$