

Fortgeschrittenenpraktikum Physik TU Dresden

QUANTUM ANALOGS

Versuchsanleitung von

Dr. Susanne Schulz &
Dr. Steffen Danzenbächer

Stand 2. August 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Organisatorische Hinweise	1
2	Einleitung	1
3	Versuchsanleitung	2
3.1	Grundlagen zum Versuchsprinzip	2
3.2	Aufbau und Versuchsprinzip	3
3.3	Stehende Schallwellen in einer Röhre - Analogon zu einem quantenmechanischen Teilchen in einer Box	3
3.3.1	Röhrenresonator	3
3.3.2	Differentialgleichung für Schall und Randbedingungen	4
3.3.3	Analogie zu einem quantenmechanischen Teilchen in einer Box	5
3.3.4	Was ist analog, was ist unterschiedlich?	6
3.4	Stehende Schallwellen in einem Kugelresonator - Analogie zum Wasserstoffatom	7
3.4.1	Kugelresonator	7
3.4.2	Wellengleichungen für Elektronenwelle und Schallwelle	7
3.4.3	Symmetriebrechung im Kugelresonator	10
3.4.4	Modell eines Moleküls	11
3.4.5	Was ist analog, was ist unterschiedlich?	12
3.5	Modell eines eindimensionalen Festkörpers	12
3.5.1	Vom freien Elektron zu einem Elektron in einem periodischen Potential	12
3.5.2	Was ist analog, was ist unterschiedlich?	12
4	Technische Hinweise	15
4.1	Bestimmung der idealen Signalabschwächung	15
4.2	Hinweise zu Messeinstellungen und Messaufbauten	15
4.3	Hinweise zur Auswertung:	17
4.4	Verwendete Software im Versuch	18
4.5	Umrechnung von α zu θ	18
5	Teileliste	19
6	Platzanleitung	21
6.1	Allgemeine Praktikumsaufgabe	21
6.2	Ihre Versuchsplanung	22
7	Bewertungskriterien	23
8	Fragen und Aufgaben zur Vorbereitung auf den Versuch und den Eingangstest	25

1 Organisatorische Hinweise

Beim Versuch Quantenanalogie ist es vorab nötig, sich mit dem Betreuer in Verbindung zu setzen (per Email), um den genauen Beginn des Praktikums zu erfragen, da sich sonst durch terminliche Konflikte Probleme beim Ablauf des Praktikums ergeben könnten. Die Emailadresse ihres aktuellen Betreuers finden Sie auf der Webseite des Versuchs.

Bei der Erstellung des Protokolls zum Versuch können Sie sich die Arbeit aufteilen, da nur ein gemeinsames Protokoll eingereicht werden muss.

2 Einleitung

Im Physikstudium wird die Quantenphysik recht schnell mit der Schrödingergleichung eingeführt. Die restliche Zeit der Vorlesungen wird dann damit verbracht, alles Mögliche damit auszurechnen. Allerdings trägt das reine Rechnen wenig zum Verständnis der Quantenphysik an sich bei. Die Natur muss nicht jedes Mal erst die Schrödingergleichung lösen, um zu wissen, was als nächstes passiert. In der Natur passiert alles automatisch. Unsere Beschreibung der Quantenphysik durch eine Differentialgleichung ist also nur ein Mittel zum Zweck, damit auch wir erfahren, was als Nächstes passieren könnte.

Unglücklicherweise ist die Beschreibung der Quantenmechanik durch diese Differentialgleichung so extrem mächtig, dass wir uns kaum noch die Frage stellen, was hinter der Differentialgleichung eigentlich für Vorgänge stecken und was sich da in Wirklichkeit abspielt. Wir rechnen nur noch aus und hinterfragen das Ergebnis nicht mehr - wie es eigentlich zu Stande gekommen ist und warum es so herauskommt, wie es nun mal aus der Mathematik herauskommt.

Die Schrödingergleichung ist für einige Probleme zu komplex, um sie einfach lösen zu können. Ein gutes Beispiel ist hier die Berechnung der Wellenfunktion im Wasserstoffatom. Die genaue Herleitung dieser Kugelflächenfunktionen und der zugehörigen Radialwellenfunktion nimmt mehrere Seiten in Büchern ein und ist nur mit komplizierten mathematischen Tricks möglich, die nicht so leicht zu verstehen sind. Zusammengefasst kann man hier nur sagen: "Es kommen halt die Kugelflächenfunktionen raus und Basta! Das kann man nicht weiter hinterfragen ..."

Aber ist dem wirklich so? Geht Quantenphysik nicht auch teilweise anschaulich zu interpretieren, ohne Differentialgleichungen lösen zu müssen? Wenn man zum Beispiel in der Mechanik einen Federschwinger mit Dämpfung berechnen will, dann muss man die entsprechende Bewegungsgleichung aufstellen und lösen. Aber eigentlich kann man schon vorab anschaulich, rein qualitativ vor dem ersten Rechnen beschreiben, wie sich das System verhalten sollte und was da so ungefähr als Lösung herauskommen wird. Die exakte Berechnung ist dann nur noch das "Sahnehäubchen" auf der Torte. Der vorliegende Praktikumsversuch soll nun untersuchen, wie weit man die Quantenphysik mit anderen Wellen nachempfinden kann!

Es ist allgemein bekannt, dass Elektronen Wellen sind. Und wie jede Welle macht auch eine Materiewelle das, was jede andere anständige Welle auch machen würde: Reflexion, Brechung, Beugung, Überlagerung, Interferenz und stehende Wellen.

Als Argument, dass das Elektron etwas Besonderes wäre, wird meist der Tunneleffekt erwähnt. Aber der Tunneleffekt ist auch keine einzigartige Eigenschaft der Elektronenwelle. Auch andere Wellen können in ein Medium exponentiell gedämpft eindringen und dann in abgeschwächter Form auf der anderen Seite wieder in Erscheinung treten. (Jeder, der schon einmal nachts um 3.00 Uhr die Stereoanlage voll aufgedreht hat, weiß, dass trotz bester Schallisolierung der Nachbar wütend wird ...). Auch in dieser Hinsicht ist die Materiewelle nichts Besonderes.

Wenn eine Materiewelle also nichts Besonderes ist, dann müsste es eigentlich möglich sein, die Quantenphysik analog auch mit anderen Wellen "nachzubauen" und zu "reproduzieren", und zwar in Groß, zum Anfassen!

Welche Wellen würden dazu in Frage kommen? Nun, Lichtwellen haben eine zu kleine Wellenlänge, Wasserwellen eine zu große Wellenlänge, sodass man einen ganzen Strand bräuchte, um damit Experimente zu machen. Bleiben noch Schallwellen! Diese haben im hörbaren Bereich eine vernünftige Wellenlänge von einigen cm.

Und genau da setzt der Praktikumsversuch an! Man nehme:

1. Eine Schallwelle, erzeugt durch einen Lautsprecher.
2. Man sperre die Schallwelle in ein Gefäß ein. Das entspricht einem gebundenen Teilchen (Materiewelle) in einem Potentialkasten.

3. Will man den eindimensionalen Potentialkasten nachbauen, so sperre man die Schallwelle in eine lange Röhre ein.
4. Will man ein Atom nachbauen, so sperre man die Schallwelle in eine Kugel ein. (Anmerkung: Das Wasserstoffpotential ist kugelsymmetrisch, deshalb braucht man kugelsymmetrische Randbedingungen und deshalb die Kugel zum Einsperren der Schallwelle.)
5. Will man ein Molekül nachbauen, so sperre man die Schallwelle in zwei miteinander verbundene Kugeln ein.
6. Will man eine einatomige Kette aus Atomen nachbauen, so nehme man wieder ein Rohr, unterteile es diesmal aber periodisch in Bereiche. (Anmerkung: Die periodischen Bereiche sollen den abgegrenzten Atomen entsprechen.)
7. Im letzten und eigentlichen Messschritt schaut man sich nun an, ob und wann sich in den einzelnen Anordnungen stehende Wellen ausbilden. (Anmerkung: Die Lösungen, die wir normalerweise mit der Schrödingergleichung für gebundene Zustände suchen, sind nichts anderes als die stehenden Wellen, die sich für ein vorgegebenes Potential ausbilden können. Ob wir nun stehende Materiewellen oder stehende Schallwellen suchen, ist so lange irrelevant, solange wir die Symmetrie der Randbedingungen bei Elektronenwellen und bei den Schallwellen gleich wählen. Die Mathematik sorgt dann schon dafür, dass die gleiche Lösungsmenge herauskommt.)

Wenn man die Schritte 1 bis 7 einmal selber ausprobiert hat, dann versteht man die Quantenphysik und die Schrödingergleichung gleich viel besser. Genau darum geht es jetzt im Quantenanalogueversuch, den Sie selber einmal austesten sollen.

In diesem Sinne viel Spaß mit der Quantenphysik zum Anfassen in makroskopischer Größe!

3 Versuchsanleitung

3.1 Grundlagen zum Versuchsprinzip

Im Versuch QUANTUM ANALOGS (QA) geht es darum eine Analogie zwischen der Ausbildung stehender Schallwellen in Resonatoren und der Quantenmechanik herzustellen. Da der Versuch meist zu einem Zeitpunkt im Studium durchgeführt wird, wo schon die Atom- und Molekülphysik aber noch nicht die Festkörperphysikvorlesungen abgeschlossen sind, fehlt teilweise etwas Vorwissen für den Versuch. Des weiteren soll der Versuch nicht nur für Physiker geeignet sein, sondern auch für Studierende im Lehramt Physik, die meist weniger ausführliche Vorlesungen besucht haben.

Die Teile der Versuchsanleitung, die sich sehr theoretisch mit der Ableitung physikalischer Grundlagenformeln beschäftigen, sind in **blauer Schriftfarbe** gesetzt und können von Studenten im Lehramt Physik übersprungen oder überflogen werden. Für alle Physikstudenten sind aber alle Teile der Versuchsanleitung verbindlich durchzuarbeiten.

Damit allen Studierenden die wesentlichen Grundlagen zum Verständnis des Versuches klar sind, wurden mehrere Lehrvideos erstellt, die dieses Grundwissen vermitteln sollen. Es wird empfohlen, sich alle Videos zur Vorbereitung auf den Versuch mindestens einmal anzusehen.

Videos zu den Grundlagen des Versuches ...

Teil 1 (51 min): Der Praktikumsversuch und das Atom:

<https://www.youtube.com/watch?v=ftBilWQqbLQ>

Teil 2: Der Praktikumsversuch und die Bandstruktur:

<https://www.youtube.com/watch?v=pKXDOeJIRKI>

Wenn Sie die Scripte zu den Videos benötigen, dann finden Sie diese hier:

Script zum Video 1:

<https://tu-dresden.de/mn/physik/ifmp/ressourcen/dateien/praktikum/Script1.pdf>

Script zum Video 2:

<https://tu-dresden.de/mn/physik/ifmp/ressourcen/dateien/praktikum/Script2.pdf>

3.2 Aufbau und Versuchsprinzip

Als Resonatoren stehen Röhren- und Kugelresonatoren aus Aluminium zur Verfügung, in die ein Mikrofon und ein Lautsprecher integriert sind (siehe Abbildung 1). Über den Lautsprecher werden Schallwellen mit einer wohldefinierten Frequenz in den Resonator eingekoppelt, deren Amplitude durch ein Mikrofon gemessen wird. Die Steuerung erfolgt über den PC, wo mithilfe des Programms *SpectrumSLC.exe* zunächst der gewünschte Frequenzbereich sowie Frequenz-Schrittweite und Integrationszeit eingestellt werden und anschließend die Messung gestartet wird. Dabei steuert der PC eine Soundkarte an, die mit einem Controller verbunden ist, der das Signal wiederum an den Lautsprecher überträgt. Beginnend mit der kleinsten Frequenz wird je nach eingestellter Schrittweite die Frequenz automatisch erhöht bis die vorgegebene Maximalfrequenz erreicht wurde.

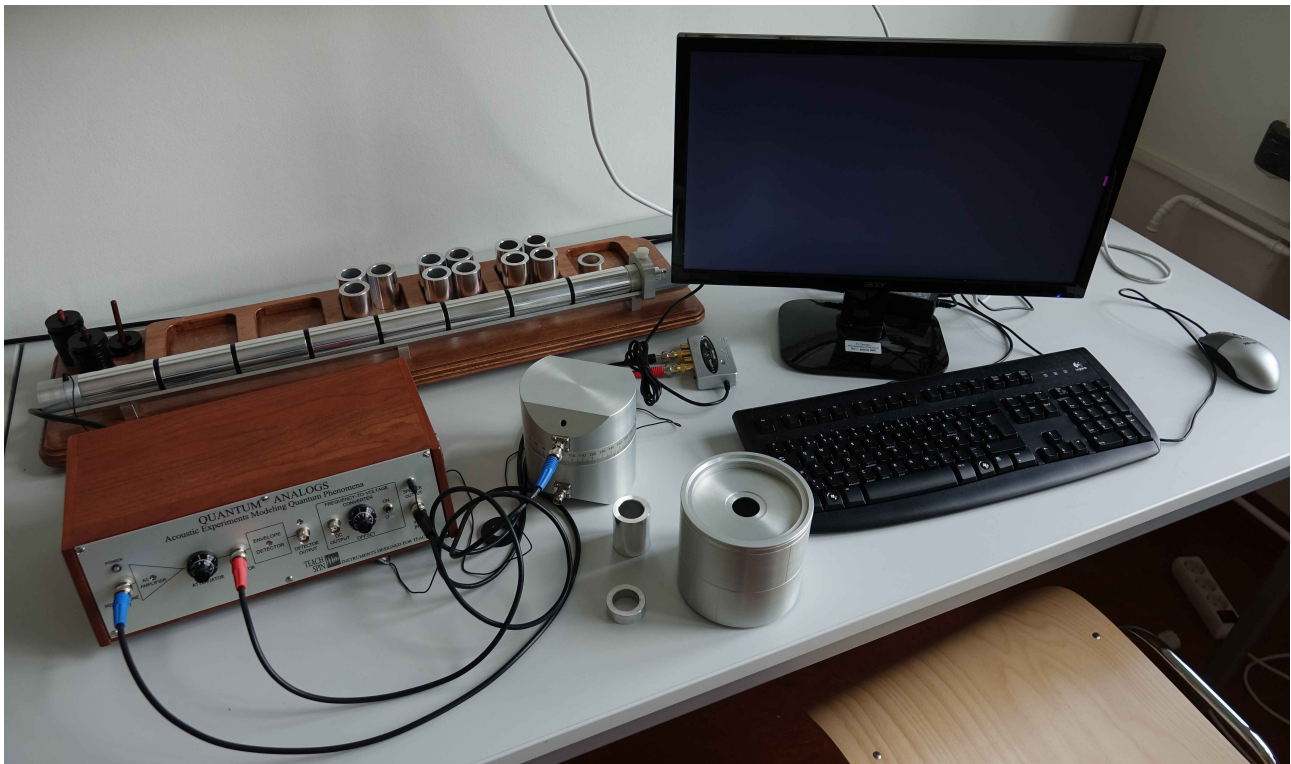


Abbildung 1: Versuchsplatz

Das Signal wird vom Mikrofon an den Controller übertragen und je nach Attenuator-Einstellung mehr oder weniger stark abgeschwächt. Die Signalabschwächung soll dabei die Zerstörung der Soundkarte durch Übersteuerung verhindern. Am PC kann dabei mitverfolgt werden, wie sich die Amplitude mit steigender Frequenz ändert und Resonanzen unmittelbar aus dem Spektrum abgelesen werden (siehe Abbildung 2).

3.3 Stehende Schallwellen in einer Röhre - Analogon zu einem quantenmechanischen Teilchen in einer Box

3.3.1 Röhrenresonator

Ein Röhrenresonator ist ein an beiden Enden geschlossener Hohlzylinder. Durch einen Lautsprecher, der an einem Ende eingebaut ist, werden Schallwellen angeregt, die sich in der Röhre ausbreiten und an den Enden reflektiert werden. Die Realisierung im Versuch ist in Abbildung 3 dargestellt und beschrieben.

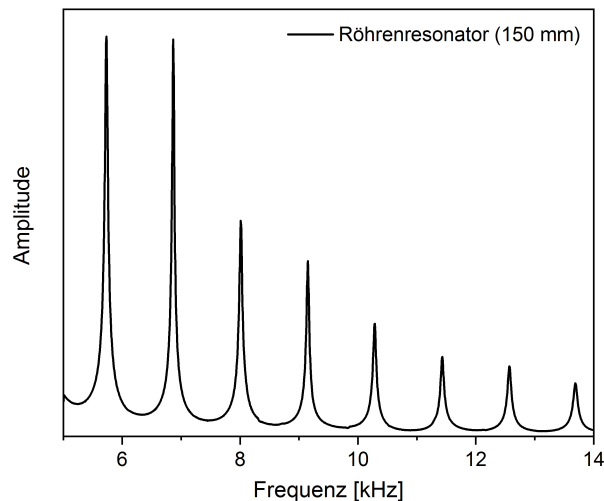


Abbildung 2: Übersichtsspektrum eines 150 mm langen Röhrenresonators. Die Resonanzen sind als scharfe Peaks deutlich zu erkennen.



Abbildung 3: Versuchsaufbau Röhrenresonator: durch das Aneinanderreihen von Aluminiumzylindern können Röhrenresonatoren unterschiedlicher Länge aufgebaut werden. Am rechten Ende befindet sich ein Mikrofon, am linken Ende ist ein Lautsprecher eingebaut, über den die Schallwellen in das System eingekoppelt werden.

Bei bestimmten Frequenzen kommt es zur Ausbildung stehender Wellen. In diesem Fall spricht man von Resonanz. Der vom Lautsprecher ausgesandte Schall wird zwischen den beiden geschlossenen Enden der Röhre hin- und herreflektiert. Resonanz entsteht, wenn nach einem vollständigen Umlauf die reflektierte Schallwelle mit der vom Lautsprecher emittierten Welle in Phase ist. In diesem Fall interferiert die am Lautsprecher emittierte Schallwelle mit der reflektierten Welle konstruktiv. Die Resonanzbedingung ist erfüllt, wenn gilt:

$$2L = n \frac{c}{f} = n\lambda \quad (3.1)$$

wobei L die Länge der Röhre, c die Schallgeschwindigkeit, f die Frequenz, λ die Wellenlänge und n eine ganze Zahl ist ($n = 1, 2, \dots \infty$). Resonanzen treten auf, wenn L ein ganzzahliges Vielfaches von $\lambda/2$ ist. Das Auftreten von Resonanzen von Schallwellen in einer Röhre kann in Analogie zu einem quantenmechanischen Teilchen in einem eindimensionalen Kastenpotential betrachtet werden.

3.3.2 Differentialgleichung für Schall und Randbedingungen

Die Ausbreitung von Schallwellen in Luft kann durch Differentialgleichungen beschrieben werden.

Zum einen durch die linearisierte Eulersche Gleichung aus der Strömungsmechanik

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p \quad (3.2)$$

wobei $\vec{u}$ die Geschwindigkeit der Luft, ρ die Massendichte der Luft und p der Druck sind.

Außerdem muss die Kontinuitätsgleichung erfüllt sein:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \operatorname{div} \vec{u} \quad (3.3)$$

Mithilfe der Kompressibilität κ kann der Zusammenhang zwischen Dichte und Luftdruck durch

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{1}{\kappa \rho} \quad (3.4)$$

ausgedrückt werden. Die Gleichungen (3.2) - (3.4) können mit dem Laplace-Operator Δ zu einer Wellengleichung für den Luftdruck kombiniert werden:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho \kappa} \Delta p \quad (3.5)$$

In dieser Wellengleichung geht jedoch die Phasenbeziehung zwischen Geschwindigkeit und Druck verloren, da die Geschwindigkeit eliminiert wurde. Die Geschwindigkeit ist jedoch am besten geeignet um die Randbedingungen für das feste Ende zu formulieren. Offensichtlich muss die zur Wand orthogonale Komponente der Geschwindigkeit auf der Oberfläche der Wand Null sein. (Die Luft kann nicht durch die Wand hinaus oder herein.) Es folgt zudem aus Gleichung (3.2), dass auf der Oberfläche der Wand die Ableitung des Drucks in der zur Wand orthogonalen Richtung Null ist. Diese Kombination von Randbedingungen wird *Neumann-Randbedingung* genannt. Für Frequenzen kleiner als 16 kHz gibt es keine Luftbewegung orthogonal zur Symmetrieachse (x-Achse) der Röhre. Deshalb gilt $u_y(\vec{r}) = 0$, $u_z(\vec{r}) = 0$, $u_x(\vec{r}) = u_x(x)$ und $p(\vec{r}) = p(x)$.

Das Problem wurde somit auf ein quasi-eindimensionales Problem reduziert. Damit können wir einen eindimensionalen Ansatz für die Lösungen der Schallwellen in der Form

$$p(x) = p_0 \cdot \cos(\omega t - kx + \alpha) \quad (3.6)$$

machen. Hierbei beschreibt p_0 die Amplitude der Welle, die die reinen "Druckschwankungen" darstellen. Diese Amplitude darf nicht mit dem absoluten Luftdruck verwechselt werden, der in der Größenordnung von 100 kPa liegt. Dabei ist $\omega = 2\pi f$ die Winkelfrequenz und $k = 2\pi/\lambda$ der Wellenvektor. Die Funktion (3.6) beschreibt eine Welle, die sich in positiver x-Richtung ausbreitet. In der Röhre finden wir eine Überlagerung von nach rechts und links (positive und negative x-Richtung) propagierenden Wellen, da die Wellen an den Enden der Röhre reflektiert werden. Die Wellenfunktion der rücklaufenden Welle ist gegeben durch

$$p(x) = p_0 \cdot \cos(\omega t + kx + \alpha), \quad (3.7)$$

was bei Überlagerung von hin- und rücklaufender Welle zu einer stehenden Welle führt:

$$p(x) = 2p_0 \cdot \cos(kx + \alpha) \cdot \cos(\omega t) \quad (3.8)$$

Lösungen dieser Differentialgleichung für Schallwellen sind also Wellenfunktionen $p(x)$, die die Randbedingungen für eine bestimmte Röhrenlänge zu allen Zeiten erfüllen. Mit den Randbedingungen $dp/dx(0) = 0$ und $dp/dx(L) = 0$ ergeben sich die Parameter unmittelbar zu $\alpha = 0$ und $k = n\pi/L$.

3.3.3 Analogie zu einem quantenmechanischen Teilchen in einer Box

Die Schallwelle in der Röhre kann als Analogon zu einem quantenmechanischen Teilchen in einem eindimensionalen Kastenpotential dienen. Die Differentialgleichung, die das Teilchen beschreibt, ist die Schrödinger-Gleichung:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t) \quad (3.9)$$

wobei $\Psi(\vec{r}, t)$ die Wellenfunktion, m die Masse des Teilchens und $V(r)$ ein skalares Potential ist. Im Falle eines eindimensionalen Kastenpotentials mit unendlich hoher Potentialbarriere an beiden Enden und $V = 0$ zwischen den Enden, reduziert sich die Gleichung zu

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(x, t). \quad (3.10)$$

Lösung dieser Differentialgleichung sind komplexe Wellen, die zwischen den Enden des Kastens hin- und hergestreut werden. Die Wahrscheinlichkeit das Teilchen in dem Kasten an einer bestimmten Stelle x zu finden, ist durch die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$ gegeben. Multiplikation mit der Elementarladung e ergibt die Ladungsdichte innerhalb des Kastens. Die meisten Lösungen von Gleichung (3.10) führen zu zeitabhängigen

Ladungsdichten. Diese würden jedoch durch die bewegte Ladung elektromagnetische Wellen emittieren. Andererseits existieren bestimmte Lösungen mit einer zeitunabhängigen Ladungsdichte. Diese ergeben sich als Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung

$$E\Psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\Psi(\vec{r}, t). \quad (3.11)$$

Für den hier diskutierten Fall eines eindimensionalen Kastenpotentials reduziert sich Gleichung (3.11) zu

$$E\Psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(x) \quad (3.12)$$

Diese Gleichung kann für bestimmte Eigenwerte der Energie E gelöst werden. Wir machen einen Ansatz mit stehenden Wellen in der Form

$$\Psi(x) = A \sin(kx + \alpha) \quad (3.13)$$

An den Enden der Box, wo das Potential unendlich groß ist, muss die Wellenfunktion Null sein (Dirichlet Randbedingung). Diese Randbedingungen, $\Psi(0) = 0$ und $\Psi(L) = 0$, sind erfüllt, wenn $\alpha = 0$ und $k = n\pi/L$, wobei n eine ganze Zahl ist. Die Gesamtwahrscheinlichkeit das Teilchen irgendwo innerhalb des Kastens zu finden, muss Eins sein. Damit ergibt sich für die Amplitude $A = \sqrt{2/L}$.

Die Lösung der zeitabhängigen Schrödingergleichung (3.10) erhält man aus der Lösung (3.13) durch Multiplikation mit einem zeitabhängigen Phasenfaktor

$$\Psi(x, t) = A \sin(kx + \alpha) e^{-i\omega t} \quad (3.14)$$

Sie können sich selbst davon überzeugen, dass für diese Lösung $|\Psi(x, t)|^2$ in der Tat zeitunabhängig ist. Die Winkelfrequenz in diesem Ausdruck ist gegeben durch $\omega = E/\hbar$. Beachten Sie, dass in der Quantenmechanik die Energie generell mit der Frequenz durch

$$E = hf = \hbar\omega \quad (3.15)$$

verknüpft ist. Wir können nun die Energieeigenwerte ausrechnen

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2mL^2} \quad (3.16)$$

Das ist die Dispersionsbeziehung eines quantenmechanischen Teilchens in einer Box.

3.3.4 Was ist analog, was ist unterschiedlich?

Die klassische Schallwelle in einer Röhre und das quantenmechanische Elektron in einem Kastenpotential haben viele Ähnlichkeiten, aber einige Details sind unterschiedlich. Sowohl die Schallwelle als auch die Wellenfunktion des Elektrons sind Lösungen einer Wellengleichung, die ein delokalisiertes Objekt beschreibt. *Was* hierbei jedoch genau beschrieben wird, ist jedoch unterschiedlich. Im klassischen Fall ist $p(x, t)$ die Amplitude eines Signals, das von einem Mikrofon an dessen Position aufgezeichnet wird. Im quantenmechanischen Fall gibt das Betragsquadrat der Amplitude $|\Psi(x, t)|^2$ an einem bestimmten Ort die Wahrscheinlichkeit an, das Elektron an dieser Stelle zu finden. Beide Differentialgleichungen enthalten den Laplace-Operator auf der rechten Seite (zweite Ableitung nach dem Ort). Sie unterscheiden sich jedoch in der Zeitabhängigkeit. Im klassischen Fall führt die zweite Ableitung nach der Zeit zu Wellen-Lösungen. Im quantenmechanischen Fall erhält man Wellen als Lösung durch die Kombination aus der komplexen Zahl i und der Ableitung erster Ordnung nach der Zeit. Aufgrund dieser speziellen Form sind diese Wellen-Lösungen jedoch komplex. Die Zeitableitung erster Ordnung ist auch für die parabolische Dispersion $E(k)$ der Elektronen verantwortlich. Im Gegensatz dazu hat die Schallwelle eine lineare Dispersion aufgrund der Zeitableitung zweiter Ordnung. In der Schrödingergleichung taucht zudem das Potential $V(\vec{r})$ auf, welches im Rahmen des Schallwellenexperiments nur bedingt simuliert werden kann. Die Reflexion an einer harten Wand kann jedoch als Analogon für die unendlich hohe Potentialbarriere dienen. Im Laufe des Versuchs werden wir Irisblenden nutzen um endliche Potentialbarrieren mit bestimmter Reflexions- und Transmissionswahrscheinlichkeit zu erzeugen.

In beiden Fällen befinden sich die Eigenzustände in einem Kasten. Für bestimmte Wellenlängen bilden sich stehende Wellen aus und in beiden Fällen ist der Wellenvektor dieser Wellen durch $k = n\pi/L$ gegeben. Die Lage der Knoten ist jedoch unterschiedlich, da die Randbedingungen nicht dieselben sind. Im quantenmechanischen Fall muss die Wellenfunktion am Rand auf Null abfallen. Bei Schallwellen haben wir andere physikalische Größen, mit deren Hilfe wir die Welle beschreiben. Eine Größe ist der Druck, die andere ist die Luftgeschwindigkeit. Wie die quantenmechanische Wellenfunktion hat die Geschwindigkeit einen Knoten am Rand, die Geschwindigkeit ist jedoch ein Vektor. Der Druck hat ein lokales Maximum am Rand und ist eine skalare Größe. Als ein Analogon zur quantenmechanischen Wellenfunktion bevorzugen wir daher den skalaren Druck, auch wenn

er die entgegengesetzte Randbedingung hat. Es könnte auch ein skalares "Geschwindigkeits-Potential" genutzt werden um die Welle zu beschreiben, aber das hilft nicht viel, da seine Knoten an der selben Stelle sind, wie die des Drucks. Sie sollten sich dieses Unterschieds bewusst sein.

Jedem Eigenzustand wird eine Eigenfrequenz ω zugeordnet. In der Quantenmechanik taucht diese im zeitabhängigen Phasenfaktor $e^{i\omega t}$ auf. Bei Schallwellen ist die Eigenfrequenz einfach die Frequenz der Welle $\omega = 2\pi f$ selbst. In der Quantenmechanik besteht durch die Gleichung $E = \hbar\omega$ ein direkter Zusammenhang zwischen Frequenz und Energie. Dafür gibt es kein direktes Analogon in den Schallexperimenten. Wenn wir mit Schall arbeiten, schauen wir uns die Frequenz des Schalls an und nicht seine Energie. Deswegen betrachten wir Energieniveaus in der Quantenmechanik analog zu "Frequenz-Niveaus" in den Schallexperimenten, die durch scharfe Resonanzfrequenzen gegeben sind. Die Dispersion $E(k)$, wie Sie aus der Quantenmechanik bekannt ist, kann so mit der Dispersionsrelation $\omega(k)$ der klassischen Mechanik verglichen werden.

Ein weiterer kleiner Unterschied besteht im Bezug auf die absolute Phase. Das Mikrofon kann die Phase der Schallwelle messen, in der Quantenmechanik hingegen, kann die absolute Phase eines Zustandes nicht gemessen werden. Relative Phasen zwischen zwei Wellenfunktionen können auch in der Quantenmechanik gemessen werden und wir können die Phase einer akustischen Wellenfunktion an verschiedenen Orten messen und die relative Phase bestimmen um sie mit dem quantenmechanischen System zu vergleichen. Sie sollten sich also bewusst sein, dass die Schallexperimente einem Experimentator deshalb mehr Informationen über ein System geben, als es bei einem entsprechenden quantenmechanischen System möglich wäre.

3.4 Stehende Schallwellen in einem Kugelresonator - Analogie zum Wasserstoffatom

3.4.1 Kugelresonator

Ein Kugelresonator ist eine Hohlkugel in die, wie zuvor beim Röhrenresonator, über einen Lautsprecher Schallwellen eingekoppelt werden, deren Amplitude durch ein Mikrofon ausgelesen wird. Wie das im Versuch aussieht, ist in Abbildung 4 dargestellt.

Auch hier kommt es bei bestimmten Resonanzfrequenzen zur Ausbildung stehender Wellen, die aufgrund der kugelsymmetrischen Geometrie dieselbe Winkelabhängigkeit besitzen, wie die Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms, beschrieben durch die Kugelflächenfunktionen. Um die Kugelflächenfunktionen zu messen, besteht der Kugelresonator aus zwei Halbkugeln, die gegeneinander verdreht werden können. Dadurch kann die Amplitude der stehenden Welle in Abhängigkeit vom Winkel gemessen und in einem Polardiagramm grafisch dargestellt werden. Das Mikrofon befindet sich dabei in der oberen und der Lautsprecher in der unteren Hemisphäre. Hierbei muss beachtet werden, dass die Orientierung der Symmetrieachse durch die Position des Lautsprechers gegeben ist. Dies ist in Abbildung 4 schematisch für ein d -Orbital dargestellt.

3.4.2 Wellengleichungen für Elektronenwelle und Schallwelle

Das Wasserstoffatom mit einem einzigen Elektron im Coulomb-Potential des Kerns, ist ein ideales Objekt um die grundlegenden Prinzipien der Atomphysik zu verstehen. Als das einfachste aller Atome, ohne jegliche Elektronenkorrelationen, kann es analytisch gelöst werden. Die sphärische Symmetrie des dreidimensionalen Problems ermöglicht die Separation des Winkel- und Radialteils beim Lösen der Schrödingergleichung. Für das akustische Analogon wird ein sphärischer Resonator genutzt, für den die Separation der Variablen bei der Lösung der Helmholtzgleichung auf dieselbe Art vollzogen werden kann, wie für das Wasserstoffatom. Wir werden sehen, dass die Eigenfunktionen der Winkelvariablen - die sphärischen Kugelflächenfunktionen $Y_l^m(\theta, \varphi)$ - für beide Probleme exakt dieselben sind. Die Radialfunktionen sind jedoch verschieden.

Die dreidimensionale Schrödingergleichung

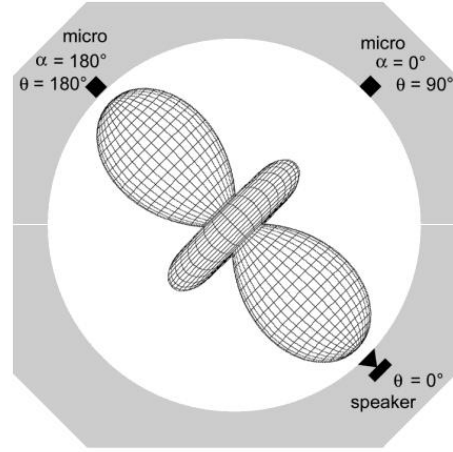
$$E\psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\psi(\vec{r}) \quad (3.17)$$

ausgedrückt in Polarkoordinaten

$$E\psi = \frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{\hbar^2}{2mr^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{\hbar^2}{2mr^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\psi \quad (3.18)$$

kann mit dem Ansatz

$$\psi(r, \theta, \varphi) = Y_l^m(\theta, \varphi) \cdot R_l(r) \quad (3.19)$$



Hinweis: Der Winkel α , der an der Skala der Halbkugeln abgelesen wird, beschreibt die Rotation der Halbkugeln um die vertikale Achse. Die Symmetrieachse des Systems wird jedoch durch den Lautsprecher festgelegt, daher kann α nicht unmittelbar zum Vergleich mit der Theorie genutzt werden sondern muss erst in den Polarwinkel θ umgerechnet werden. Die Herleitung des Zusammenhangs zwischen α und θ ist im Kapitel 4.5 gegeben. Für $\alpha = 180^\circ$ liegen sich Mikrofon und Lautsprecher diagonal gegenüber und es gilt $\alpha = \theta$.

Abbildung 4: Links: Der Kugelresonator wird aus zwei Halbkugeln zusammengesetzt, in die ein Mikrofon und ein Lautsprecher eingebaut sind. Durch Verdrehen der beiden Hemisphären gegeneinander, kann die Winkelabhängigkeit der Amplitude einer stehenden Welle ausgemessen werden. Rechts: Für die sphärische Geometrie ist die Symmetrieachse durch den Lautsprecher bestimmt, welche die Ausrichtung der stehenden Wellen, die sich im Resonanzfall ausbilden, bestimmt.

in zwei Differentialgleichungen zerlegt werden. Die Kugelflächenfunktionen sind Lösungen der Differentialgleichung

$$-\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] Y_l^m(\theta, \varphi) = l(l+1) Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (3.20)$$

und $R_l(r)$ ist Lösung der sogenannten Radialgleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2mr} \frac{\partial^2}{\partial r^2} r R_l(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} R_l(r) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = E R_l(r). \quad (3.21)$$

Im Fall des akustischen Kugelresonators transformieren wir Gleichung (3.5)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho\kappa} \Delta p \quad (3.22)$$

mit dem Ansatz $p(\vec{r}, t) = p(\vec{r}) \cos(\omega t)$ in die zeitunabhängige Helmholtzgleichung

$$\omega^2 p(\vec{r}) = -\frac{1}{\rho\kappa} \Delta p(\vec{r}) \quad (3.23)$$

Mit der Schallgeschwindigkeit c kann Gleichung 3.23 in der Form

$$-\frac{\omega^2}{c^2} p(\vec{r}) = \Delta p(\vec{r}) \quad (3.24)$$

geschrieben werden. In Polarkoordinaten ist die Helmholtzgleichung gegeben durch

$$-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} = \frac{\omega^2}{c^2} p \quad (3.25)$$

Sie lässt sich in eine Radialfunktion $f(r)$ und die Kugelflächenfunktionen $Y_l^m(\theta, \varphi)$ separieren.

$$p(r, \theta, \varphi) = Y_l^m(\theta, \varphi) \cdot f(r) \quad (3.26)$$

Mit diesem Ansatz ist die Helmholtzgleichung in eine Differentialgleichung für die Kugelflächenfunktionen

$$-\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]Y_l^m(\theta,\varphi)=l(l+1)Y_l^m(\theta,\varphi) \quad (3.27)$$

und in eine weitere für die Radialfunktion separiert.

$$-\frac{\partial^2 f(r)}{\partial r^2}-\frac{2}{r}\frac{\partial f(r)}{\partial r}+\frac{l(l+1)}{r^2}f(r)=\frac{\omega^2}{c^2}f(r) \quad (3.28)$$

Man sieht sofort, dass Gleichung (3.20) und (3.27) identisch sind und damit die gleichen Eigenfunktionen und Eigenwerte für die Quantenzahlen l (Drehimpuls- oder azimuthale Quantenzahl) und m (magnetische Quantenzahl) haben. Die Radialgleichungen sind unterschiedlich, daher natürlich auch ihre Lösungen. Das Coulombpotential taucht nur in der Radialgleichung (3.21) auf. Deswegen hat es keinen Einfluss auf die Kugelflächenfunktionen. Die Eigenwerte der Radialgleichungen sind durch die Quantenzahl n' nummeriert (radiale Quantenzahl).

Die Energieniveaus $E_{n'l}$ des Wasserstoffatoms sind die Eigenwerte der Radialgleichung (3.21) und die Eigenfrequenzen des akustischen Kugelresonators $\omega_{n'l}$ sind die Eigenwerte der Radialgleichung (3.28). Da die beiden Differentialgleichungen unterschiedliche Form haben, können die Resonanzfrequenzen im Resonator nicht quantitativ mit den Energieniveaus des Wasserstoffatoms verglichen werden. Allerdings können die Resonanzen durch dieselben Quantenzahlen n' (radiale Quantenzahl), l (azimuthale Quantenzahl) und m (magnetische Quantenzahl) klassifiziert werden. Die Quantenzahlen sind ganzzahlig und es gilt

$$n' \geq 0 \quad l \geq 0 \quad -l \leq m \leq l \quad (3.29)$$

In der nicht-relativistischen Beschreibung des Wasserstoffatoms sind aufgrund der speziellen Form des Coulombpotentials viele Energieniveaus entartet. Die Energien können in der Form

$$E_{n'l} = -\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 \frac{mc^2}{2(l+1+n')^2} \quad (3.30)$$

geschrieben werden. Alle Niveaus mit demselben Wert für $(l+1+n')$ sind entartet. Deswegen wird eine neue Quantenzahl eingeführt, die als Hauptquantenzahl n bezeichnet wird. Sie ist gegeben durch

$$n = l + 1 + n'. \quad (3.31)$$

Für eine gegebene Hauptquantenzahl n kann die azimuthale Quantenzahl l die Werte

$$0 \leq l \leq n-1 \quad (3.32)$$

annehmen, auch wenn sie für eine gegebene radiale Quantenzahl unendlich groß wird. In den Diagrammen, die das Spektrum des Wasserstoffatoms zeigen, sind die Energieniveaus auf zwei unterschiedliche Weisen benannt. In der linken Abbildung sind sie wie üblich mit der Hauptquantenzahl n beschriftet, die rechte Abbildung zeigt die Beschriftung der Energieniveaus mit der radialen Quantenzahl n' .

<u>(4, 0) = 4s</u>	<u>(4, 1) = 4p</u>	<u>(4, 2) = 4d</u>	<u>(4, 3) = 4f</u>
<u>(3, 0) = 3s</u>	<u>(3, 1) = 3p</u>	<u>(3, 2) = 3d</u>	
<u>(2, 0) = 2s</u>	<u>(2, 1) = 2p</u>		
<u>(1, 0) = 1s</u>			
Energieniveaus des Wasserstoffatoms beschriftet auf die übliche Weise mit der Hauptquantenzahl (n, l) .			

<u>(3, 0) = 4s</u>	<u>(2, 1) = 4p</u>	<u>(1, 2) = 4d</u>	<u>(0, 3) = 4f</u>
<u>(2, 0) = 3s</u>	<u>(1, 1) = 3p</u>	<u>(0, 2) = 3d</u>	
<u>(1, 0) = 2s</u>	<u>(0, 1) = 2p</u>		
<u>(0, 0) = 1s</u>			
Energieniveaus des Wasserstoffatoms beschriftet mit der radialen Quantenzahl (n', l) .			

Die Entartung von Niveaus mit derselben Hauptquantenzahl n hat kein Analogon im akustischen Kugelresonator, da die Hauptquantenzahl n in der Quantenphysik erst bei der Lösung der radialen Schrödingergleichung für $R(r)$ eingeführt werden musste und dort das Coulombpotential mit der $1/r$ Abhängigkeit in der Differentialgleichung eingeht. Im Fall des Schalls existiert so ein Potential aber nicht und die radialen Lösungen $R(r)$ für Quanten und für Schall sehen anders aus und liefern nicht die Entartungen der Hauptquantenzahl n bei Schall. Im Allgemeinen sind die Eigenwerte, die durch die Quantenzahlen (n, l) oder (n', l) gekennzeichnet sind $(2l + 1)$ -fach entartet. Diese Entartung wird aufgehoben, wenn die Kugelsymmetrie gebrochen ist.

Kugelflächenfunktionen und Legendre Polynome

Die Kugelflächenfunktionen können mithilfe der assoziierten Legendre Polynome P_l^m in der Form

$$Y_l^m(\theta, \varphi) \propto P_l^m(\cos \theta) e^{i \cdot \varphi} \quad (3.33)$$

geschrieben werden. Für diese Experimente können wir uns auf den Fall $m = 0$ beschränken, weil der Lautsprecher Wellen mit Zylindersymmetrie bezüglich der Lautsprecherachse erzeugt. Für $m = 0$ haben die Kugelflächenfunktionen keine φ -Abhängigkeit und die Wellenfunktion hat dieselbe Amplitude für alle azimuthalen Winkel φ . Die Abhängigkeit vom Polarwinkel θ ist durch die Legendre-Polynome

$$Y_l^0(\theta, \varphi) \propto P_l^0(\cos \theta) \quad (3.34)$$

gegeben.

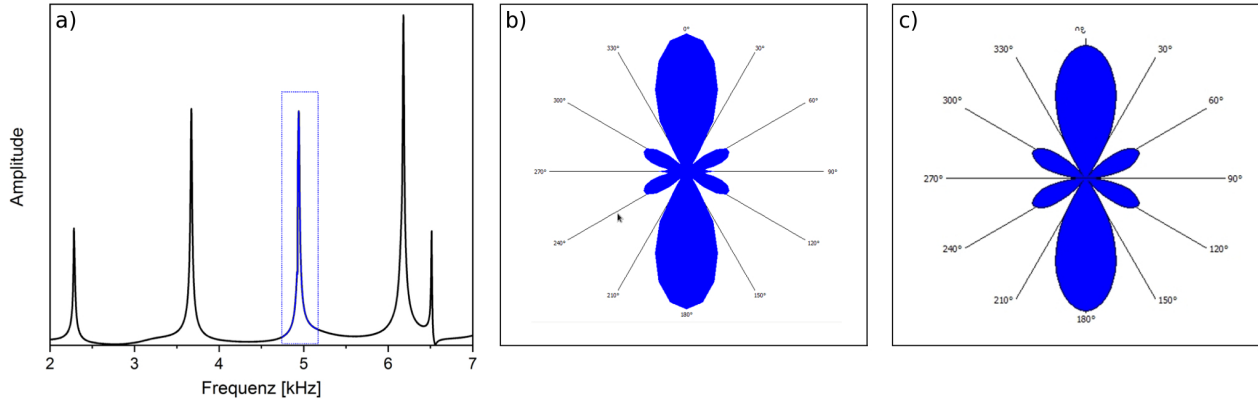


Abbildung 5: Messung der Winkelabhängigkeit. a) Bestimmung der Resonanzfrequenzen aus hochauflöstem Übersichtsspektrum des Kugelresonators. b) Polarplot der Winkelabhängigkeit der Amplitude (Kugelflächenfunktion) für die Resonanz nahe 5000 Hz. c) Vergleich mit den Legendre-Polynomen erlaubt die Zuordnung des Zustands zu $l = 3$ und $m = 0$, was einem $4f$ -Orbital entspricht.

3.4.3 Symmetriebrechung im Kugelresonator

Aufhebung der Entartung von Zuständen mit unterschiedlichen magnetischen Quantenzahlen In einem Kugelresonator ist jede Resonanz mit der Drehimpulsquantenzahl l $(2l + 1)$ -fach entartet. Zustände mit Quantenzahlen $m = -l, \dots, 0, \dots, l$ haben dieselbe Resonanzfrequenz. Im Kugelresonator ist die Quantisierungsachse (z-Achse) durch die Position des Lautsprechers bestimmt. Die einzige Wellenfunktion, die auf der z-Achse eine von Null verschiedene Amplitude hat, ist die mit $m = 0$. Das ist der Grund, warum in der Kugel ausschließlich die $m = 0$ Resonanz angeregt wird.

Durch Einfügen eines Abstandshalters zwischen den beiden Hemisphären wird die Kugelsymmetrie gebrochen und die Entartung der Eigenzustände aufgehoben. Die Quantisierungsachse (z-Achse) ist dann durch die Symmetrieachse des Resonators bestimmt, was in diesem Fall die vertikale Achse ist. Der Lautsprecher, der sich jetzt in einem Winkel $\theta = 45^\circ$ zur Symmetrieachse befindet, kann nun alle Zustände mit unterschiedlichen Quantenzahlen m anregen. Die Änderung der Orientierung der Quantisierungsachse ist in Abbildung 6 skizziert. Die Entartung wird jedoch nicht komplett aufgehoben, Zustände mit positiver und negativer magnetischer Quantenzahl $\pm m$ sind noch immer entartet. Zustände mit positivem und negativem m gehören jeweils zu Wellen, die die Quantisierungsachse im Resonator rechts- und linksherum umlaufen. Beide Wellen werden durch den Lautsprecher angeregt und haben dieselbe Amplitude für jedes m . Eine Superposition zweier solcher Wellen resultiert in einer stehenden Welle bezüglich des azimuthalen Winkels φ .

$$e^{im\varphi} + e^{-im\varphi} = 2 \cos(m\varphi) \quad (3.35)$$

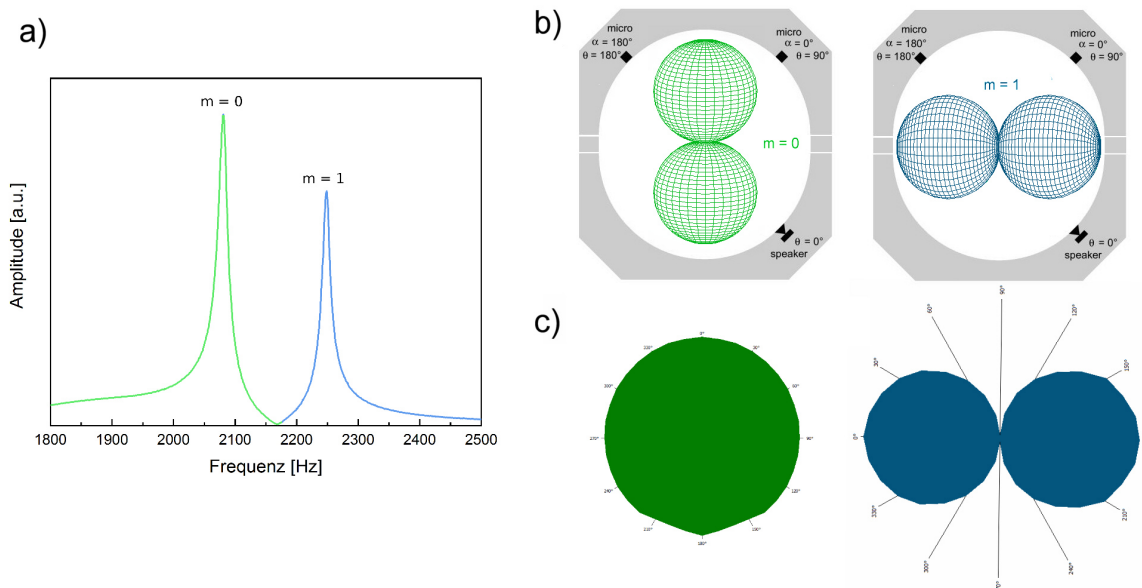


Abbildung 6: Brechung der Kugelsymmetrie des sphärischen Resonators. a) Im Resonanzspektrum ist die Entartung des $1p$ -Orbitals zwischen $m = 0$ und $m = \pm 1$ aufgehoben. b) Ausrichtung der zugehörigen Orbitale (Kugelflächenfunktion). Die Symmetrieachse ist nun die vertikale Achse c) entsprechende Polardarstellung aus Messung der Winkelabhängigkeit der Amplitude für $m = 0$ und $m = 1$.

In der Quantenchemie wird die Überlagerung der positiven und negativen Version der magnetischen Quantenzahl m zur Konstruktion von Orbitalen genutzt. Beispiele für die Art auf die diese bezeichnet werden sind p_x , p_y , d_{xz} , d_{yz} für $m=0$ und d_{xy} , $d_{x^2-y^2}$ für $m=2$.

Störungstheoretische Betrachtungen zeigen, dass sich die Eigenfunktionen bei gebrochener Symmetrie nur leicht verändern im Vergleich zu den Eigenfunktionen bei Kugelsymmetrie solange die Störung klein ist. Deswegen können wir Wellenfunktionen erwarten, die den Kugelflächenfunktionen sehr ähnlich sind.

3.4.4 Modell eines Moleküls

Durch zwei gekoppelte sphärische Resonatoren kann ein aus zwei Atomen bestehendes Molekül mit zwei identischen Kernen modelliert werden, ein sogenanntes homonukleares, diatomares Molekül. Das einfachste Beispiel für so ein Molekül ist H_2^+ . Da dieses Molekül nur über ein einziges Elektron verfügt, welches sich im Potential von zwei Protonen bewegt, ist es ein ideales Modellsystem um quantenmechanische Effekte zu diskutieren. Viele dieser Beobachtungen können auf Moleküle wie H_2 , O_2 , N_2 und F_2 übertragen werden.

Diatomare Moleküle sind zylindersymmetrisch bezüglich der Achse die durch die Kerne verläuft. Aufgrund dieser Symmetrie erwarten wir, dass m eine geeignete Quantenzahl für das Molekül ist, genauso wie für das Atom. Die Quantenzahl l kann im Molekül jedoch nicht genutzt werden. Im Rahmen von Störungstheorie erwarten wir eine kontinuierliche Änderung der Atomorbitale in Molekülorbitale als Funktion des Kernabstandes. Deswegen werden wir die molekularen Zustände zusätzlich durch die atomaren Zustände in eckigen Klammern kennzeichnen, von denen sie abgeleitet sind (zum Beispiel $1\sigma_u[1s]$).

Für eine schwache Kopplung der beiden Atome (großer Kernabstand) ist die Überlagerung von Atomorbitalen eine recht gute Näherung für die Molekülorbitale. Im Allgemeinen können die zwei atomaren Orbitale auf zwei verschiedene Arten überlagert werden um ein Molekülorbital zu erzeugen: mit dem gleichen Vorzeichen oder mit unterschiedlichen Vorzeichen (Phasenverschiebung 180°). Je nach Vorzeichen wird das Molekülorbital mit dem Index g für *gerade*, wenn die Vorzeichen gleich sind, und mit u für *ungerade* für entgegengesetzte Vorzeichen, bezeichnet.

Die Quantenzahl m wird jeweils mit den griechischen Buchstaben σ , π , und δ für $m = 0$, $m = 1$ und $m = 2$ bezeichnet. Das entspricht der Notation mit den lateinischen Buchstaben s , p und d , die im Atom für die Quantenzahl m genutzt werden. Zusätzlich wird eine Hauptquantenzahl eingeführt um Zustände mit derselben Symmetrie aber ansteigender Energie zu nummerieren. In diesem Sinne beschreibt der Zustand $1\sigma_u[1s]$ ein Molekülorbital, das von zwei atomaren $1s$ Zuständen abgeleitet wurde, die mit entgegengesetztem Vorzeichen überlagert wurden. Es hat die magnetische Quantenzahl $m = 0$ und ist der erste Zustand mit dieser Symmetrie. Molekülorbitale, die eine hohe Wahrscheinlichkeit aufweisen das Elektron zwischen den beiden Kernen zu finden heißen bindende Zustände, weil sie eine molekulare Bindung ausbilden. Zustände mit einem Knoten zwischen den Kernen haben dort eine deutlich geringere Elektronendichte und werden anti-bindend genannt. Wenn diese von Elektronen besetzt sind, schwächt das die Bindungsstärke zwischen den beiden Atomen.

3.4.5 Was ist analog, was ist unterschiedlich?

Im akustischen Analogon haben wir eine Situation, die der eines echten Moleküls sehr ähnelt. Die beiden gekoppelten Kugeln mit gleichem Durchmesser entsprechen zwei identischen Kernen, die über die Irisblende zwischen ihnen gekoppelt sind. Der Irisdurchmesser bestimmt die Kopplungsstärke, die dem Kernabstand in einem echten Molekül entspricht. Die Symmetrie ist zylindrisch, wie im echten Molekül. Daher können wir dieselben Quantenzahlen und Zustandsbezeichnungen nutzen. Aufgrund der unterschiedlichen Randbedingungen und durch Fehlen des Potentials, haben die Eigenzustände eine andere Reihenfolge als in echten Molekülen. Die Eigenzustände können experimentell durch die "atomaren" Zustände von denen sie abgeleitet sind, durch die Quantenzahl m und durch die Phase der Wellenfunktion in den beiden Kugel identifiziert werden.

Die Eigenzustände zu Zuständen die keine Knoten haben (gleiche Phase überall im Raum) haben im akustischen Fall die Frequenz Null. Das liegt an den *Neumann Randbedingungen*, die in diesem Fall zu einer überall konstanten Druckamplitude führen würde, die nicht oszillieren kann. Damit der Druck überall gleichmäßig ansteigen und wieder abfallen "könnte", müsste Gas von Außen einströmen oder nach Außen abgegeben werden. Das ist aber nicht möglich, weil unsere Resonatoren als geschlossen angesehen werden können. Nur wenn es Knoten in der stehenden Schallwelle gibt, können Gasmoleküle periodisch so verschoben werden, das es an einigen Stellen ein Maximum und an anderen Stellen dafür ein Minimum des Druckes im Resonator gibt. Im Falle eines Moleküls ist das der $1\sigma_g[1s]$ Zustand, der Grundzustand des H_2^+ -Moleküls. Er kann im akustischen Analogon nicht als Resonanz beobachtet werden.

Der erste Zustand, der im akustischen Fall beobachtet werden kann, ist der $1\sigma_u[1s]$ Zustand. Da der Zustand ungerade ist, hat die Wellenfunktion in den beiden Kugeln unterschiedliche Vorzeichen und kann so angeregt werden. Das unterschiedliche Vorzeichen könnte zum Beispiel mit einem Oszilloskop gemessen werden. Mit zunehmender Kopplungsstärke steigt die Frequenz dieses Zustands, wie Sie im Experiment sehen werden. Man beachte, dass der $1\sigma_u[1s]$ Zustand dabei von den $1s$ Zuständen des "ungekoppelten" Resonators abgeleitet ist, die beide selber nicht beobachtet werden können, weil sie ja die Resonanzfrequenz Null haben.

3.5 Modell eines eindimensionalen Festkörpers

Es gibt verschiedene Möglichkeiten um zu zeigen, wie sich eine Bandstruktur in einem periodischen Potential ausbildet. Ein Zugang beginnt mit einem frei beweglichen Elektron in einem konstanten Potential, welches eine parabolische Dispersionsrelation $E(k)$ hat. Die Einführung periodischer Streuzentren mit einer kleinen Reflexionswahrscheinlichkeit führt zur Öffnung von Bandlücken. Der andere Zugang beginnt beim Atom mit den zugehörigen diskreten Zuständen. Der nächste Schritt bei dieser Herangehensweise ist das Aufspalten der Eigenzustände in einem Molekül, das aus zwei Atomen besteht, gefolgt von weiterer Aufspaltung in einer Kette aus n Atomen. Mit dem akustischen Analogon können beide Zugänge experimentell untersucht werden.

Dazu werden einzelne Zylinder wie zuvor beim Röhrenresonator aneinandergereiht, wobei jeder Zylinder eine Elementarzelle im Festkörper repräsentiert. Um das Gitter zu simulieren wird jeweils zwischen zwei Zylindern eine Irisblende eingefügt, die für die Schallwellen ein Streuzentrum darstellt. Das Experiment verläuft analog zu den vorigen, es können jedoch neue Effekte beobachtet werden, insbesondere das Auftreten von Bandlücken. Abbildung 7 zeigt Resonanzen, die für eine unterschiedliche Anzahl von Zylindern (Elementarzellen) gemessen wurden. Am Intensitätsprofil (ganz oben) ist deutlich zu erkennen, dass es Bereiche gibt, wo mehrere Resonanzen eng beieinander liegen und andere Bereiche, wo keine Resonanzen gemessen werden. Letztere stellen die Bandlücken dar.

3.5.1 Vom freien Elektron zu einem Elektron in einem periodischen Potential

Um ein freies Elektron in einer Dimension zu simulieren, nutzen wir Schall, der sich in einer Röhre ausbreitet. Da wir nicht mit unendlich langen Röhren arbeiten können, beschränken wir uns auf endliche Röhren mit harten Wänden an beiden Enden. Das ist derselbe Aufbau, den wir im ersten Versuchsteil nutzen um das Teilchen im Kastenpotential zu simulieren. Aufgrund der endlichen Länge L der Röhre bekommen wir Resonanzfrequenzen f :

$$f_n = n \frac{c}{2L} \quad (3.36)$$

wobei c die Schallgeschwindigkeit und $n = 1, 2, 3, \dots \infty$ ganzzahlig ist. Je länger die Röhre desto dichter liegen die Resonanzen. In einer unendlich langen Röhre würden die Resonanzen unendlich dicht liegen. In der Festkörperphysik wird in diesem Zusammenhang von der Zustandsdichte gesprochen.

3.5.2 Was ist analog, was ist unterschiedlich?

Schallwellen haben eine lineare Dispersionsbeziehung, deren Anstieg proportional zur Schallgeschwindigkeit ist.

$$f(k) = \frac{c}{2\pi} k \quad (3.37)$$

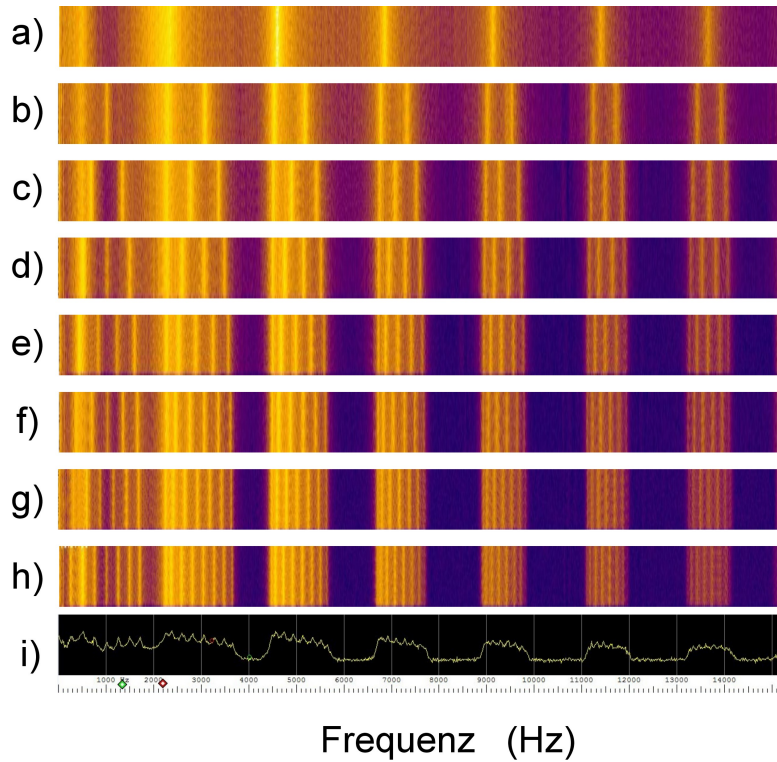


Abbildung 7: Frequenzanalyse (Fourieranalyse) des gesamten Spektrums eines eindimensionalen Festkörpers, erzeugt durch weißes Rauschen als Ausgangssignal des Lautsprechers. Durch den Einsatz des weißen Rauschens werden alle Frequenzen gleichermaßen angeregt, insbesondere auch alle Resonanzfrequenzen. In dieser Farbdarstellung des Fourier-Spektrums sieht man deshalb alle Resonanzen gleichzeitig mit starker Intensität. (a) - (h) Falschfarbendarstellung für zunehmende Anzahl von Elementarzellen (1 - 8) (i) Intensitätsprofil für 8 Elementarzellen.

Elektronen hingegen haben eine parabolische Dispersionsrelation

$$E(k) = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 \quad (3.38)$$

Modifikationen dieser sogenannten freien Elektronen Dispersion treten auf, wenn Elektronen eine Wellenlänge haben, die in der Größenordnung der doppelten Gitterkonstante a des Festkörpers liegt. In diesem Fall werden die Elektronen durch das periodische Gitter effektiv gestreut.

Im akustischen Experiment führen wir periodische Streuzentren im Abstand a ein, das entspricht der halben Wellenlänge der Schallwellen. Eine typische Wellenlänge bei entsprechender Frequenz (3.4 kHz) ist $\lambda = 10$ cm. Daher können wir ein Gitter durch periodische Streuzentren in einem Abstand $a \approx 5$ cm modellieren.

Bandlücken öffnen sich, wenn die Bragg-Bedingung erfüllt ist. Wahrscheinlich kennen Sie die Bragg-Bedingung von Röntgen- und Neutronenstreuung an Kristallen, die beide Beispiele für die Reflexion einer Welle an einem periodischen Gitter sind. Die Bragg-Bedingung ist erfüllt, wenn

$$n\lambda = 2a \quad (3.39)$$

wobei a der Abstand zwischen den reflektierenden Ebenen ist. In unserem eindimensionalen Fall stellen die reflektierenden Irisblenden die Reflexionsebenen des Festkörpers dar. Reflexion im Festkörper ist bei dieser Wellenlänge so effektiv, weil die von den einzelnen Ebenen reflektierten Wellen konstruktiv interferieren mit perfekter Phasenlage. Das ist der Grund, warum sich die Wellen bei dieser Wellenlänge nicht einfach ausbreiten können.

Ein sehr günstiger Weg das Streuphänomen in periodischen Strukturen zu beschreiben ist die Nutzung des sogenannten reziproken Raumes. Der reziproke Raum ist der Raum des Wellenvektors $\vec{k}$. In unserem eindimensionalen Fall ist auch der reziproke Raum eindimensional mit Wellenzahlen k . Wenn eine Welle an einer periodischen Struktur reflektiert wird und dabei die Bragg-Bedingung erfüllt ist und sich die Wellenzahl von $\vec{k}$ zu $\vec{k}'$ geändert hat, dann heißt die Differenz $\vec{k}' - \vec{k} = \vec{G}$ reziproker Gittervektor $\vec{G}$. In unserem eindimensionalen

Fall wird die Welle reflektiert und k ändert sich zu $-k$ mit einem k , das die Bragg-Bedingung erfüllt.

$$k = n \frac{\pi}{a} \quad (3.40)$$

Daraus folgt, dass die Gittervektoren des reziproken Gitters in einer Dimension durch

$$G = n \frac{2\pi}{a} \quad (3.41)$$

gegeben sind, mit ganzzahligem n , das positiv, negativ oder Null sein kann. Im Allgemeinen bilden die reziproken Gittervektoren ein periodisches Gitter im reziproken Raum, welches das *reziproke Gitter* genannt wird. In diesem reziproken Gitter können Einheitszellen des reziproken Raumes definiert werden, diese nennt man Brillouin-Zonen. Wegen der endlichen Länge der Röhre haben wir nur diskrete k -Punkte im reziproken Raum für die ein Eigenzustand (Resonanz) existiert. Sie sind gegeben durch

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = n \frac{\pi}{L} \quad (3.42)$$

Wenn wir den kleinsten reziproken Gittervektor

$$G = \frac{2\pi}{a} \quad (3.43)$$

mit dem Abstand der diskreten k -Punkte in der Röhre der Länge L vergleichen,

$$k = \frac{\pi}{L} \quad (3.44)$$

können wir sehen, dass es $2L/a$ diskrete k -Punkte in jeder BZ gibt. Da $L = j \cdot a$, können wir schlussfolgern, dass die Anzahl diskreter k -Punkte in einer BZ zweimal die Anzahl von Einheitszellen ist. Bei $k = 0$ und Frequenz Null (Energie) gibt es keine Resonanz (Eigenzustand) in einem endlichen System.

Vom Bloch-Theorem wissen wir, dass die Wellenfunktion in einer periodischen Struktur als Produkt einer Funktion $u_k(x)$, die die Periodizität des Gitters hat und einer Funktion $\exp(ikx)$ geschrieben werden kann, wobei die Periodizität durch die Wellenzahl festgelegt ist.

$$\Psi(x) = u_k(x)e^{ikx} \quad (3.45)$$

Eine Funktion dieser Art kann geschrieben werden als

$$\Psi(x) = \sum_G C_{k-G} e^{i(k-G)x} \quad (3.46)$$

Anhand dieser Notation sehen wir, dass die Wellenfunktion nicht einem einzelnen Punkt im reziproken Raum zugeordnet werden kann. Die Wellenfunktion ist eine Summe aus Beiträgen von einem einzelnen k -Punkt in jeder BZ. All diese k -Punkte sind durch reziproke Gittervektoren miteinander verbunden. In der Festkörperphysik wird die Dispersionsbeziehung $E(k)$ daher üblicherweise nur in der ersten BZ dargestellt. Das ist dann das reduzierte Zonenschema.

Noch interessanter wird die Geschichte, wenn das periodische Gitter eine komplizierte Periodizität aufweist. Gemeint sind hier Überstrukturen, die sich im Festkörper ausbilden können. Eine solche Überstruktur kann als eine zusätzliche periodische Störung des ursprünglichen periodischen Gitters angesehen werden. Die periodische Störung hat dann einen Translationsvektor, der ein ganzzahliges Vielfaches des eigentlichen Gittervektors ist.

Das kann zum Beispiel eine Modifikation jeder zweiten Einheitszelle sein. Eine Überstruktur erzeugt dann eine neue Periodizität mit einem größeren Gittervektor, einer kleineren Brillouin-Zone und einem kleineren reziproken Gittervektor. Es gibt viele Gebiete in der Festkörperphysik, wo solche Überstrukturen eine wichtige Rolle spielen. Zum Beispiel in der Oberflächenphysik zeigen zahlreiche Oberflächen eine Überstruktur im Vergleich zum Volumengitter. Ein anderes bekanntes Beispiel für eine Überstruktur in einem Volumengitter ist die Peierls-Verformung. Im Praktikumsversuch können wir solche Überstrukturen als periodische Störungen in einem eindimensionalen Gitter ebenfalls mit dem Röhrenresonator nachbauen und den Einfluss auf die Bandstruktur untersuchen.

Der nächste logische Schritt ist dann die schrittweise Zerstörung der perfekten Periodizität eines Festkörpers durch die Einfügung von zufälligen Defekten in das Gitter. Diese zufälligen Defekte können als lokale Störungen angesehen werden. Wenn die Dichte von Defekten klein ist, bleibt die Bandstruktur mehr oder weniger noch

erhalten. Die Defekte tauchen aber als zusätzliche Zustände in der Zustandsdichte des Festkörpers auf und liegen meist energetisch in den Bandlücken des Festkörpers.

Die wichtigste Anwendung für solche Defektzustände in der Festkörperphysik ist sicherlich das Dotieren von Halbleitern. Das Einführen von Störstellen schafft Acceptor- und Donator-Niveaus, die für die einzigartigen Eigenschaften dieser Materialien verantwortlich sind. Aus diesen dotierten Halbleitern baut man dann Dioden, Transistoren und integrierte Schaltkreise, ohne die unsere moderne Welt mit Computern und Internet nicht möglich wäre. Natürlich können solche Defektzustände auch im Praktikumsversuch am eindimensionalen Resonator untersucht werden.

4 Technische Hinweise

Hier noch ein paar wichtige technische Hinweise zum Gerät, zu den Messungen und der Datenauswertung, die Sie beachten sollten.

4.1 Bestimmung der idealen Signalabschwächung

Bevor Sie eine Messung mit einem veränderten Versuchsaufbau starten können, muss jedes mal die optimale Signalabschwächung am Attenuator eingestellt werden.

Die Messung soll so durchführen, dass das größtmögliche Signal im Spektrum immer mit Sicherheit noch im linearen Bereich des Verstärkers liegt und das Signal nicht übersteuert wird. Im Verlaufe des Praktikums werden Sie schnell ein Gefühl dafür bekommen, welche Werte Sie dafür sinnvoll an ihrem speziellen Arbeitsplatz einstellen müssen.

1. Stellen Sie die Signalabschwächung (Attenuator) auf Maximum (10). Bei diesem Wert wird das Signal vom Mikrofon fast vollständig gedämpft, so dass es in keinem Fall zu einer Übersteuerung kommen kann.
2. Starten Sie das Programm *SpectrumSLC.exe*.
3. Stellen Sie einen Messbereich von 10 bis 10.000 Hz und eine Schrittweite von 10 Hz sowie eine Integrationszeit von 50 ms ein.
4. Nehmen Sie ein Übersichtsspektrum auf (*Measure*).
5. Wählen Sie aus dem Übersichtsspektrum einen kleinen Frequenzbereich, der den größten und einen benachbarten kleineren Peak enthält. Passen Sie auch die Schrittweite an den kleinen Messbereich an.
6. Wiederholen Sie die Messung für kleiner werdende Signalabschwächung (Attenuatoreinstellungen 9.9, 9.8, 9.7, ...).
7. Beobachten Sie, wie sich die Intensität des Signals mit veränderter Attenuatoreinstellung ansteigt.
8. Stellen Sie den Attenuator nun so ein, dass die maximale Signalstärke nicht den Wert 100 übersteigt und die anfängliche Symmetrie der Peaks noch nicht verzerrt wird durch eine Übersteuerung bzw. Sättigung des Signals.
9. Bei Messungen mit dem Kugelresonator müssen Sie bei Messungen der Winkelabhängigkeit für verschiedenen Winkel α überprüfen, ob es nicht bei einem bestimmten Winkel α doch noch zu einer Übersteuerung des Signals kommt, da dann ihr gemessener Polarplot der Kugelflächenfunktionen Unsinn ergeben würde. Einige Messungen erfordern es, dass Sie die Messungen mit einer sehr großen Attenuatoreinstellung von bis zu 9.8 durchführen müssen, da sonst nicht das gewünschte Resultat im Polarplot erscheint.

4.2 Hinweise zu Messeinstellungen und Messaufbauten

- Beim linearen Resonator können manchmal auch zusätzliche Resonanzen auftauchen, die eigentlich nicht gewollt sind. Sie entstehen durch die Frequenz-Response der Kombination aus Lautsprecher und Mikrofon, die nicht Frequenzunabhängig arbeiten. Unterhalb von 16 kHz gibt es 4 Resonanzen in dem 50 mm langen Zylinder, die als stehende Wellen mit 1, 2, 3 und 4 Knotenebenen orthogonal zur Zylinderachse beschrieben werden können. Bei Frequenzen oberhalb 16 kHz tauchen auch Frequenzen mit radialen Knoten auf (zylindrische Knotenflächen). Der innere Durchmesser des Zylinders beträgt 25,4 mm und bestimmt die Frequenz des ersten radialen Knotens. Es ist deshalb ratsam, sich nur hier auf die Resonanzen unterhalb 16 kHz zu konzentrieren, wo es nur reine longitudinale Moden gibt.

- Wenn Sie im linearen Festkörper mit Defekten arbeiten, dann liegt der Defektzustand in der Bandlücke. Zustände in der Bandlücke können sich als Welle aber nicht gut ausbreiten im Festkörper, da sie ja durch Reflexion am Gitter stark unterdrückt werden. Das ist ja gerade der Sinn einer Bandlücke. Wenn die Defekte zu weit auseinander liegen oder ihr Abstand von Lautsprecher und Mikrofon zu groß ist, können sie nicht beobachtet werden. Sie können versuchen kürzere Aufbauten mit einer kleineren Anzahl von Einheitszellen zu nutzen. Ausnahmsweise kann es hier auch mal sinnvoll sein, den Frequenzbereich der Bandlücke nochmals separat mit weniger Signalabschwächung zu messen, so dass dort ein stärkeres Signal gemessen werden kann und man den Defektzustand doch noch zu sehen bekommt. Die anderen Resonanzen im Resonator wären dann zwar übersteuert, aber die befinden sich ja nicht in dem gemessenen Teilspektrum der Bandlücke.
- Beim Kugelresonator gibt es auch Artefakte in den Messungen. Für $\alpha = 0$, führt zum Beispiel die Lage von Mikrofon und Lautsprecher dazu, dass diese sehr dicht und genau übereinander liegen, wodurch für den ersten Messwinkel in den Kugelflächenfunktionen einige unschöne Artefakte entstehen können.
- Beim Kugelresonator (Atom und Molekül) versichern Sie sich, dass alle Teile (Hemisphären und Scheibchen) dicht aufeinander sitzen und nichts wackelt. Drücken Sie einmal kräftig von oben auf die gestapelten Hemisphären bevor Sie die Messung starten.
- Beim Kugelresonator sollte im Messprogramm **"Complete by symmetry"** angeklickt sein, um ein vollständiges Polardiagramm angezeigt zu bekommen.
- Wenn Sie aber die Kugel-Symmetrie brechen, indem Sie in die Kugel Scheibchen einbauen dann ist die vertikale Achse die neue Symmetrieachse! Achten Sie in diesem Fall unbedingt darauf das Häkchen bei **"Lifted degeneracy"** zu setzen, um dem Programm mitzuteilen, dass nun für die Winkel gilt: $\alpha = \theta$. Im Polardiagramm wird die Wellenfunktion jetzt in grün dargestellt, um auf den Unterschied aufmerksam zu machen.
- Auch wenn sie ein Molekül bauen, wird die Kugel-Symmetrie gebrochen. Auch hier benötigen Sie die Einstellung **"Lifted degeneracy"**, um dem Programm mitzuteilen, dass nun für die Winkel gilt: $\alpha = \theta$.

Um ihnen die Bedeutung und Wirkung von **"Complete by symmetry"** und **"Lifted degeneracy"** noch mal zu verdeutlichen, hier mal ein hypothetisches Beispiel. Angenommen, Sie hätten bei irgendeinem Versuch folgende Intensitäten im Winkelbereich von 0° bis 180° gemessen:

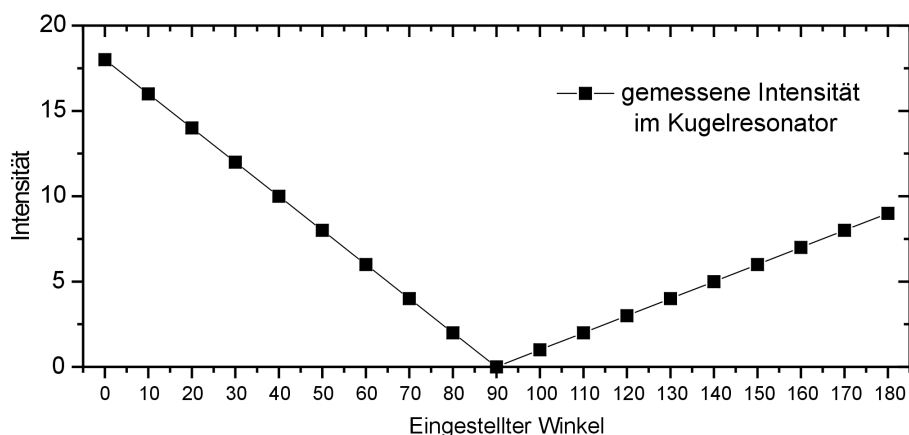


Abbildung 8: Beispiel für gemessene Intensitäten als Funktion des Winkels im Kugelresonator

Mit diesen Messdaten kann man nun sehr unterschiedliche Bilder erstellen. Um überhaupt ein vernünftiges Bild zu erhalten, muss man ein paar Zusatzannahmen über die gesuchte Funktion machen, ohne die man aus den Daten von Abbildung 8 keinen sinnvollen Polarplot zum Interpretieren machen könnte. Das jeweilige Experiment erzwingt eine bestimmte Symmetrie oder Symmetriebrechung und das muss man zusätzlich in den Polarplot hinein stecken, sonst geht es nicht.

Wenn Sie jetzt **"Lifted degeneracy"** verwenden, dann werden diese Daten 1:1 in den Polarplot in den Winkelbereich von 0° bis 180° übertragen, was sie in Abbildung 9 a) sehen können. Das gemessene Minimum bei 90° landet auch exakt bei 90° im Polardiagramm, die Maxima bei 0° und 180° . Wenn Sie zusätzlich auch **"Complete by symmetry"** anklicken, dann wird das Polardiagramm spiegelsymmetrisch zu 360° aufgefüllt (siehe Abbildung 9 b)).

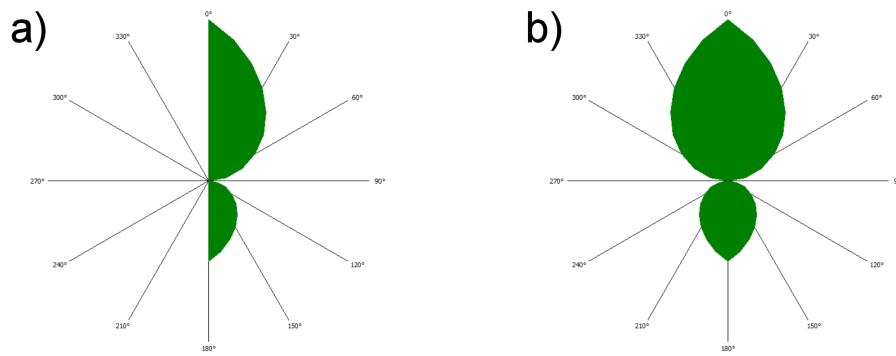


Abbildung 9: "Lifted degeneracy" angeklickt; "Complete by symmetry" links ausgeschaltet und rechts angeschaltet.

Wenn Sie jetzt "Lifted degeneracy" nicht anklicken würden, dann werden diese Daten auf den Winkelbereich von 90° bis 180° abgetragen, was sie in Abbildung 10 a) sehen können. Das gemessene Minimum bei 90° landet dann bei 135° im Polardiagramm, die Maxima bei gemessenen 0° und 180° landen dann bei 90° und 180° und decken jetzt nur einen Bereich von 90° ab.

Wenn Sie jetzt "Complete by symmetry" anklicken, dann wird aus dem 90° Polardiagramm durch Spiegeln an der x- und an der y-Achse der 360°-Bereich im Polardiagramm aufgefüllt (siehe Abbildung 10 b).

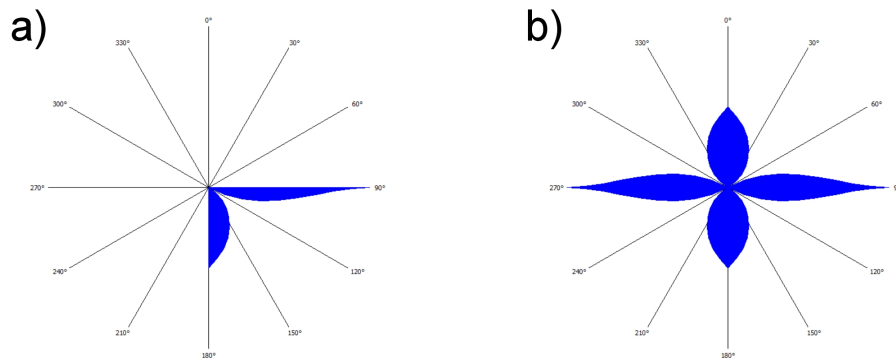


Abbildung 10: "Lifted degeneracy" nicht angeklickt; "Complete by symmetry" links ausgeschaltet und rechts angeschaltet.

Die Abbildung 9 b) und 10 b) unterscheiden sich also deutlich und man muss sehr aufpassen, dass man die richtige Darstellung wählt, sonst geht die Interpretation der Messdaten in der Folge schief.

4.3 Hinweise zur Auswertung:

- Durch den experimentellen Aufbau bedingt, können Artefakte die Messungen beeinflussen. Machen Sie sich bei der Auswertung Gedanken, was da alles in Frage kommen könnte. Weiterhin können auch Resonanzfrequenzen so nah beieinander liegen und nicht klar voneinander abgegrenzt sein, sodass man dann eine Mischung aus beiden Zuständen misst, was ebenfalls Artefakte liefert.
- Wenn Sie die Dispersionbeziehung $E(k)$ für einen eindimensionalen Festkörper im reduzierten Zonenschema darstellen wollen, beachten Sie bitte, dass bei höheren Frequenzen die erste und die letzte Frequenz eines Bandes nicht einfach zuzuordnen ist. Denken Sie daran, dass jedes Band j Resonanzen aufweist, wenn der Festkörper aus j Einheitszellen aufgebaut ist. Nur das erste Band hat $j - 1$ Resonanzen, weil der tiefste Zustand die Nullfrequenz hat und damit nicht sichtbar ist. Das ist besonders wichtig, wenn Sie die Wellenzahl aus der Resonanznummer n bestimmen wollen.
- Wenn Sie in der Auswertung ein Diagramm mit mehreren Messkurven gleichzeitig zeigen wollen, dann machen Sie sich bitte auch Gedanken, wie Sie ihr Diagramm optisch so gestalten könnten, das ihr Diagramm möglichst aussagekräftig ist. Man sollte sofort auf den 1. Blick erkennen können, was gemessen wurde und welches Ergebnis man aus dem Diagramm ablesen soll, ohne das man noch lange den Text mit Erklärungen dazu lesen muss. Ein „selbsterklärendes Bild“ wäre das Ziel einer jeden guten Darstellung!

- Zur leichteren Datenauswertung enthält das Messprogramm ein Fit-Programm, das ihnen die Positionen der Resonanzmaxima genau bestimmen kann. Öffnen Sie das Fitprogramm unter *Menu - Windows - Fit*. Geben Sie dem Fitprogramm Startwerte für die Höhe und die Lage der einzelnen Peaks vor. Oben links befindet sich das Menü *Peak Number*, wählen Sie dort *Peak 1* um die Startwerte für den ersten Peak vorzugeben. Gehen Sie mit dem Mauszeiger auf die Spitze des Peaks mit der kleinsten Frequenz und drücken Sie die linke Maustaste. Die Theoriefunktion erscheint in blau wobei Position und Höhe mit der gewählten Resonanz übereinstimmt. Die Breite der Theoriefunktion kann mithilfe des Mauseisens angepasst werden. Eine perfekte Übereinstimmung ist nicht nötig. Wiederholen Sie das Vorgehen für die übrigen Peaks, vergessen Sie dabei nicht im Menü *Peak Number* zuerst einen neuen Peak auszuwählen. Sobald Sie die Startwerte für jeden Peak vorgegeben haben, wird die erste Näherung im Rahmen des theoretischen Modells als blaue Fitkurve angezeigt. Klicken Sie auf den Button *Start Fit* um die automatische Anpassung durch das Programm zu starten. Sollte im Laufe des Fittings ein Peak stark von den experimentellen Werten abweichen, kann der Fit unterbrochen und die Einstellung für betreffenden Peak manuell angepasst werden. Der Fit kann danach fortgesetzt werden. Nachdem der Fit abgeschlossen ist, können Sie sich durch Auswahl eines Einzelpeaks im Menü *Peak Number* die individuellen Fitparameter anzeigen lassen. Die Fitparameter können als ASCII Dateien gespeichert werden (für jeden Peak einzeln), die Fitfunktion kann sowohl als ASCII-Datei als auch als Bild gespeichert werden.

4.4 Verwendete Software im Versuch

Sie können sich schon vor dem Praktikumstermin mit den Programmen vertraut machen. Alle Programme für Windows können Sie hier kostenlos herunterladen:

Software-Links ...

Messprogramm:

<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/quantum-analogs/spectrumslc>

Darstellung der Kugelflächenfunktionen:

<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/quantum-analogs/spherical-harmonics>

Darstellung der Molekülorbitale:

<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/quantum-analogs/molecular-orbitals>

4.5 Umrechnung von α zu θ

Wir nehmen an, dass der Lautsprecher in der x-z-Ebene liegt und die vertikale Achse die z-Achse ist. Die Position des Lautsprechers in einer Kugel mit Einheitsradius ist durch den Vektor $\vec{s} = (\sqrt{1/2}, 0, -\sqrt{1/2})$ gegeben. Wir wollen den Winkel θ zwischen Lautsprecher und Mikrofon berechnen. Dafür nutzen wir Drehmatrizen. Im ersten Schritt rotieren wir den Vektor $\vec{s}$ vom Lautsprecher (Vektor $\vec{s}$) um 90° um die y-Achse und gelangen zu $(\sqrt{1/2}, 0, \sqrt{1/2})$. Im zweiten Schritt rotieren wir um den Winkel α um die z-Achse. Den auf diese Art erhaltenen Vektor nennen wir $\vec{m}$, die Position des Mikrofons. Aus dem Skalarprodukt $\vec{m} \cdot \vec{s} = |\vec{m}| |\vec{s}| \cos \theta$ erhalten wir den Winkel θ .

Erste Drehung:

$$\begin{bmatrix} \cos 90^\circ & 0 & -\sin 90^\circ \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin 90^\circ & 0 & \cos 90^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ 0 \\ -\sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ 0 \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

Zweite Drehung:

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ 0 \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \cos \alpha \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \sin \alpha \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

Skalarprodukt:

$$\vec{m} \cdot \vec{s} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \cos \alpha \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \sin \alpha \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ 0 \\ -\sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2}$$

mit

$$\vec{m} \cdot \vec{s} = \cos \theta$$

bekommen wir

$$\theta = \arccos \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \right)$$

5 Teileliste

Folgende Teile stehen für die Durchführung ihrer Experimente zur Verfügung:



Abbildung 11: Scheibchenset (Jeweils 12 Stück mit Innendurchmesser 10 mm, 13 mm und 16 mm).



Abbildung 12: Röhrenset (8 mal mit Länge 75 mm, 12 mal mit Länge 50 mm und 4 mal mit Länge 12,5 mm).

Der Fehler ΔL für die Länge einer Röhre kann mit 0.5 mm angegeben werden.



Abbildung 13: a) Raumthermometer mit Luftfeuchtigkeit; b) Schiene für Röhrenresonator.

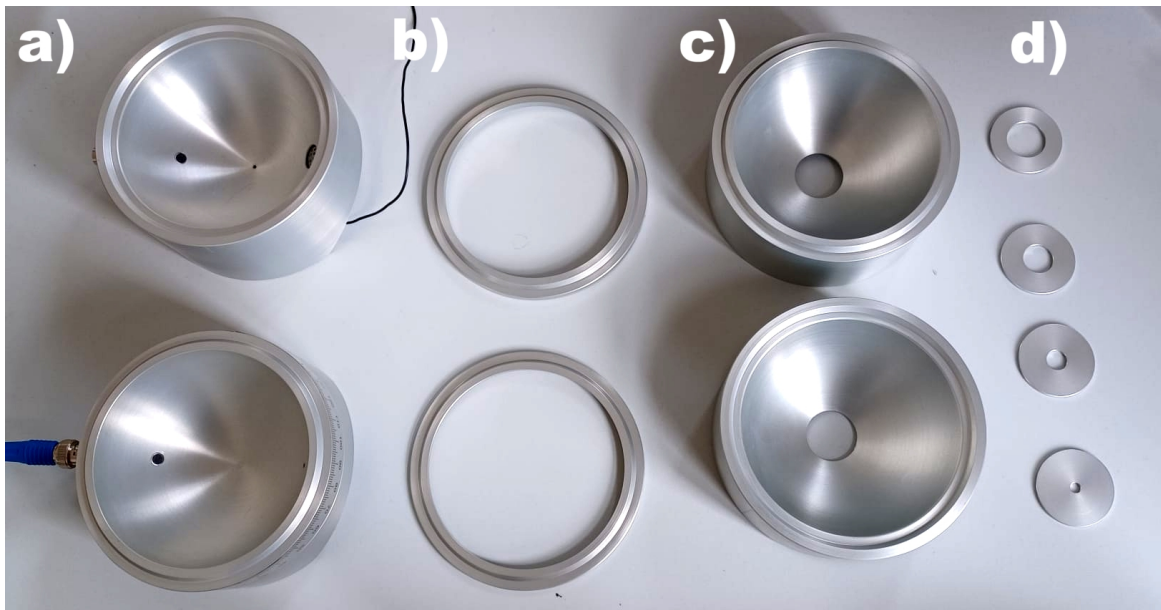


Abbildung 14: a) Halbkugelresonatoren mit Lautsprecher (oben) und Mikrofon (unten); b) Abstandshalter mit 3 mm und 6 mm Abstand; c) Halbkugelresonatoren für Moleküle; d) Irisblenden für Kopplung der Atome (Innendurchmesser 5 mm, 10 mm, 15 mm und 20 mm).



Abbildung 15: a) PC mit Messprogramm; b) Soundkarte; c) Attenuator zur Einstellung der Abschwächung.

6 Platzanleitung

6.1 Allgemeine Praktikumsaufgabe

Der Praktikumstermin bietet Ihnen die Möglichkeit, ca. 7h lang selbstständig mit den Röhren- und Kugelresonatoren zu experimentieren und mit stehenden Schallwellen quantenmechanische Zustände nachzubauen und zu untersuchen, um so ihre eigenen Fragestellungen zu erforschen.

Gleichzeitig üben Sie, ihre eigenen Experimente eigenständig zu planen, durchzuführen und auszuwerten sowie eine selbstständige Reflexion ihrer Ergebnisse vorzunehmen. Wie Sie dabei genau vorgehen, ist Ihnen überlassen. Einen detaillierten Ablaufplan mit Anweisungen gibt es nicht, damit Sie eigene Ideen und Konzepte entwickeln und testen können.

Sollten Sie im Verlauf des Versuchs Fragen haben, können Sie sich jederzeit an Ihren Praktikumsbetreuer wenden.

Tipp: Erstellen Sie sich vor dem Praktikumstermin unbedingt einen Messplan, was Sie alles messen wollen und in welcher Reihenfolge Sie was messen wollen! Überlegen Sie sich auch vorher, was Sie alles protokollieren müssen, um dann im Nachgang zu Hause den Versuch auch sinnvoll auswerten zu können. Es gibt eigentlich nichts Schlimmeres, als wenn man erst zu Hause feststellt, das man irgend einen Wert nicht protokolliert hat, den man aber zur Auswertung dringend benötigt und nun nicht mehr nachträglich messen kann.

Hier mal ein Beispiel von einer Teilaufgabe im Praktikum, die Sie sich selbst ausgedacht haben könnten:

Planungsbeispiel "1"

Ziel: Ich will herausfinden, ob und wie ich die Schallgeschwindigkeit im Experiment bestimmen könnte.

Vorgehen: Ich verwende einen linearen Röhrenresonator der Länge $L = 150$ mm und messe die Resonanzfrequenzen ganz genau aus. Aus den Resonanzfrequenzen berechne ich an Hand der Stehenden Wellen in der Röhre die Schallgeschwindigkeit. Zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit verwende ich folgende Formel:

Messparameter: Das Resonanzspektrum messe ich erst mal von 100 Hz bis zu 10 kHz, in einer Schrittweite von 10 Hz-Schritten. Ich messe dabei die ersten 20 Resonanzfrequenzen des Resonators. Sollte sich der gewählte Frequenzbereich oder die Schrittweite als nicht optimal erweisen, passe ich den Messbereich oder die Schrittweite entsprechend an.

Fehleranalyse im Versuch: Um eine Aussage über die Fehler zu bekommen und zu testen, ob der Versuchsaufbau zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit geeignet ist, wiederhole ich die Messung mit der Länge $L = 300$ mm.

Auswertung: Ich berechne in der Auswertung nach dem Praktikum die Schallgeschwindigkeit und vergleiche sie unter Berücksichtigung der Fehlergrenzen mit Literaturwerten und diskutiere das Ergebnis. Oder vielleicht mache ich auch eine graphische Auswertung über eine lineare Regression, das könnte ein genaueres Ergebnis liefern ...

Reflexion des Experimentes: Was habe ich jetzt eigentlich über die Quantenmechanik gelernt? Hat mir das Teil-Experiment eine Analogie zur Quantenmechanik aufgezeigt und wenn ja, welche? Und was war da anders als in der Quantenmechanik?

An dieser Stelle kommt noch eine weitere Schwierigkeit auf Sie zu, die Sie im Rahmen des Fortgeschrittenenpraktikums erlernen sollen. Die wichtigen Punkte sind:

- Wenn man einen Versuch plant und die Versuchsdauer vorher genau vorgegeben ist, muss man den Versuch vorher sehr genau zeitlich planen, so dass man die geringe Versuchszeit möglichst optimal ausnutzt. Hier sind es rund 7h reine Experimentierzeit plus Eingangstest und Einweisung am Gerät.
- Wenn Sie nun die Zeit, die Sie für jeden geplanten Teilversuch falsch einschätzen, so gehen ihnen entweder die geplanten Experimente aus, bevor das Praktikum um ist und Sie sitzen die restliche Zeit nur ab oder Sie haben erst die Hälfte der geplanten Versuche durchgeführt, wenn die Praktikumszeit schon um ist.

Deshalb hier ein paar praktische Tipps zur Planung ihres Versuchs

- Machen Sie sich eine „Bucket List“ ihrer Experimente, die Sie unbedingt im Versuch vollständig messen wollen. Die Experimente, die Sie am meisten interessieren und wo Sie sich den größten Lerneffekt versprechen, sollten auf der Liste ganz oben erscheinen, optionale Experimente ganz unten. Damit haben Sie vorab eine Reihenfolge festgelegt, welche Versuche ihnen so wichtig sind, das Sie diese unbedingt in der Zeit schaffen wollen.

Das vorherige Planungsbeispiel „1“ mit der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit habe ich bewusst für Sie ausgewählt, um ihnen zu zeigen, wie man im Praktikum seine Zeit sinnlos verplempern kann, um die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, ohne sich eigentlich intensiv mit der Quantenanalgie zu beschäftigen. Die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, kann man im Versuch machen, muss man aber nicht machen oder man kann sie auf seine „Bucket List“ ganz am Ende setzen, wenn noch Zeit ist im Praktikum, damit man seine Praktikumszeit auch bis zur letzten Sekunde sinnvoll ausnutzt.

- Planen Sie mehr Teilversuche vorab ein, als Sie wahrscheinlich in der gegebenen Zeit umsetzen können.
- Planen Sie zu jedem Teilversuch optionale Ergänzungsmessungen ein, die man noch sinnvoll machen könnte, wenn noch Zeit übrig ist.
- Planen Sie mit ein, welche Auswertung der Daten unbedingt schon im Praktikum erfolgen muss und welche Auswertungsschritte in Ruhe in der Nachbearbeitung durchgeführt werden können.
- Planen Sie für den Versuchsbeginn etwas Zeit ein, um sich mit dem Versuchsaufbau vertraut zu machen. Praktisch bedeutet das, etwas mit dem Versuchsaufbau und der Software herum zu spielen. Im Protokoll finden Sie dann sicherlich einen besseren Begriff für reines „Herumspielen“.
- Diesen vorab erstellten Plan fügen Sie bitte in das Protokoll ein, zum Beispiel bei den Vorbetrachtungen. Das zeigt mir, wie intensiv Sie sich auf den Versuch vorbereitet haben und ist deshalb ein wichtiger Bestandteil der Bewertung.

6.2 Ihre Versuchsplanung ...

Wenn Sie sich die Videos durchgearbeitet haben und den Text dieser Versuchsanleitung bis zu diesem Punkt aufmerksam durchgelesen haben, so müssten Sie jetzt eigentlich in der Lage sein, ihren Versuch selbstständig zu planen ... Viel Spaß und Erfolg dabei!

Wenn es ihnen dennoch an eigenen Ideen fehlen sollte, was man so Schönes in diesem Praktikum untersuchen könnte, so finden Sie hier ein paar Anregungen. Aber bitte diese Liste nur verwenden, wenn ihnen selber nichts Sinnvolles einfallen sollte, was Sie gerne im Versuch QA messen wollen.

- Ziel: Ich will herausfinden, ob und wie ich die Schallgeschwindigkeit im Experiment bestimmen könnte und gleichzeitig etwas über stehende Materiewellen in einem Kastenpotential lernen kann.
- Ziel: Ich will herausfinden, ob und wie ich die bekannten Kugelflächenfunktionen des Wasserstoffatoms mit Schallwellen nachbauen und reproduzieren kann. Kann ich alle Funktionen reproduzieren? Wie gut ist dabei die Analogie zwischen Kugelresonator mit Schall und der Materiewelle im Wasserstoffatom? Was ist gleich? Was ist anders? Verstehe ich jetzt die Analogie? Wird mir die Rolle der Schrödingergleichung für die Entstehung der Kugelflächenfunktionen jetzt klarer? Wird mir der Zusammenhang von Energieniveaus im Wasserstoffatom und Wellenlänge und steigender Knotenanzahl in den Lösungen der Schrödingergleichung im Wasserstoffatom jetzt klarer?
- Ziel: Ich will herausfinden, ob sich die Form der Polarplots stark ändern, wenn ich dicht unter oder oberhalb der Resonanzfrequenz messe? Wie empfindlich reagiert der Polarplot einzelner Wellenfunktionen auf die Anregungsfrequenz, wenn man hoch aufgelöst mit kleiner Schrittweite im Winkel misst?
- Ziel: Ich will verstehen, wie sich eine Brechung der Kugelsymmetrie des kugelsymmetrischen Coulombpotentials im Wasserstoffatom auf die Lösungen der Schrödingergleichung auswirken kann und ob ich das mit dem Kugelresonator und stehenden Schallwellen nachbauen kann.
 - Kann ich damit den Zeemann-Effekt nachbauen?
 - Welche Aufspaltungen erhalte ich dabei durch die Symmetriebrechung von entarteten Zuständen?

- Welche Symmetrien der Orbitale kann ich nun im Resonator getrennt anregen und räumlich vermessen? Stimmt das mit meinen Erwartungen zu den magnetischen Quantenzahlen m überein? Und was bedeutet hier nochmal die Einstellung **"Lifted degeneracy"** in der Software?
- In der Quantenphysik macht man das mit einer Störungsrechnung, also einer kleinen Störung. Kann ich das auch mit einer "kleinen Störung" des Kugelresonators nachempfinden? Wie empfindlich reagiert dabei mein System auf unterschiedlich starke Störungen? Ist da tatsächlich ein linearer Zusammenhang bei kleinen Störungsänderungen nachweisbar, so wie es die Störungstheorie fordert?
- Ziel: Kann ich bindende und antibindende Molekülorbitale mit zwei gekoppelten Kugelresonator nachbauen? Kann ich mit verschiedenen Kopplungsstärken den schrittweisen Übergang von getrennten Atomen hin zu einem gebundenen Molekül nachvollziehen?
- Ziel: Ich will herausfinden, ob ich den 1-dim. Festkörper mit Schallwellen nachbauen kann.
 - Bekomme ich eine Bandstruktur mit Bandlücken bei Schallwellen hin? Kann ich diese in einem $\omega(k)$ - Diagramm darstellen? Habe ich verstanden, was das bei Schallwellen im Resonator und bei Blochwellen im Festkörper bedeutet?
 - In der Quantenphysik führt ein unterschiedlich starkes periodisches Potential zu unterschiedlich großen Bandaufspaltungen. Ist das bei Schallwellen auch so und warum?
 - Bekomme ich mit Schallwellen ein periodisches Zonenschema von einem 1-dim. Festkörper hin? Habe ich verstanden, was das bedeutet?
 - Bekomme ich mit Schallwellen ein reduziertes Zonenschema von einem 1-dim. Festkörper nachgebaut? Habe ich verstanden, was das bedeutet?
 - Bekomme ich mit Schallwellen eine reale Zustandsdichte vom 1-dim Festkörper mit Bandlücken und Van-Hove-Singularitäten reproduziert?
- Ziel: Kann ich das Tight-Binding-Modell zur Erklärung der Entstehung der Bandstruktur im Festkörper auch mit Schallwellen nachbauen? Kann ich da auch untersuchen, was bei verschiedenen Kopplungsstärken passiert und so den Unterschied von starker und schwacher Bindung im Festkörper verstehen?
- Ziel: Kann ich Überstrukturen in Festkörpern und damit ein "Band folding" im Festkörper mit Schallwellen reproduzieren? Verstehe ich die unterschiedlichen Periodizitäten im Kristall und deren Auswirkungen auf die Bandstruktur jetzt besser?
- Ziel: Kann ich die Auswirkungen von unterschiedlichen Fehlstellen im Kristall auf die Bandstruktur mit Schallwellen untersuchen? Wie wirken sich unterschiedliche Arten und Häufigkeiten von Fehlstellen (Iresgrößen, Zylinderlängen, ...) auf die Zustände in meinem Resonator aus? Hängt die Resonanzfrequenz des Defekts von der Position des Defekts ab?

7 Bewertungskriterien

Der Versuch legt besonderen Wert auf die Entwicklung selbständiger Experimentierfähigkeiten. Das betrifft die selbständige Planung des Versuchs und der Versuchsziele als auch der selbstständigen Durchführung und Auswertung aller Daten. Ich möchte Ihnen dabei möglichst viele Freiheiten geben, so dass Sie Ihr eigenes Experiment planen und durchführen können. Da sich dieses Konzept etwas von anderen Praktikumsversuchen unterscheidet, möchte ich Ihnen einige konkrete Bewertungskriterien mit auf den Weg geben, an denen Sie sich orientieren können und nach denen dann ihr Praktikum bewertet wird.

- **Umfang und Qualität der Vorbereitung, einschließlich der Durchsicht der Lehrvideos und Skripte.**

Aus dem Ergebnis des Eingangstest und dem Umfang Ihrer Vorabplanung zum Versuch geht dies hervor.

- **Zeitmanagement.**

Wie effizient nutzen Sie die Zeit, die Ihnen zur Verfügung gestellt wurde? Wie viele „interessante“ Messungen haben Sie vorab geplant? Wie viele Experimente haben Sie dann im Versuch davon wirklich geschafft? Haben Sie nur ein Experiment geplant, um schneller mit dem Praktikum fertig zu sein, oder haben Sie die 8 Stunden des Praktikums mit Experimentieren auch voll ausgeschöpft?

- **Kreativität: Einbringen eigener Ideen und Ansätze zur Versuchsdurchführung.**

In der Versuchsanleitung werden Ihnen schon viele Versuchsmöglichkeiten vorgeschlagen. Wenn Sie sich aber darüber hinaus eigene Ideen einfallen lassen, was man mit dem Versuchsaufbau noch so Schönes anstellen könnte, gibt das Pluspunkte in der Bewertung!

- **Teamarbeit: Effektive Zusammenarbeit und Kommunikation im Team.**

Sie sind eine Praktikumsgruppe aus 2 Personen! Wenn Einer die Messungen macht und der Andere die ganze Zeit nur zuschaut, ist das sehr ineffektiv! Einer sollte messen und sauber protokollieren und der Andere sollte anfangen, die gemessenen Daten schon mal parallel auszuwerten. Die Qualität der Messdaten wird so schon bei der ersten, „schnellen“ Auswertung im Praktikum sichtbar. Nur so merken Sie schon während des Versuches, ob sie noch eine Nachmessung machen müssen, weil beispielsweise die Statistik der Daten zu schlecht ist oder ob sie eine wichtige Messung vergessen haben.

- **Protokollführung und Klarheit, Struktur und Vollständigkeit des Messprotokolls.**

Ein Messprotokoll, das Sie schon während es Versuchs anfertigen, ist dann „sehr gut“, wenn damit die Messdaten auch ohne Probleme von einer fremden Person später ausgewertet werden könnten, die den Versuch gar nicht selber gemacht hat, und zwar nur mit dem Messprotokoll und den zugehörigen Messdatenfiles. Da kommt jetzt meistens das Gegenargument der Studierenden, das Sie die Daten ja selber auswerten und keine fremde Person und Sie sich ja merken können, was Sie warum so gemessen haben und es deshalb nicht dazu geschrieben haben. Aber das Argument zieht in der Praxis nicht so wirklich, aus einem einfachen Grund:

Im Alltag eines Experimentalphysikers machen Sie viele verschiedene Experimente nacheinander und kommen häufig gar nicht dazu, die Daten gleich auszuwerten. Dann gibt es irgendwann mal eine ruhigere Zeit, wo Sie nichts messen müssen und dann anfangen, die alten Daten auszuwerten. Ob Sie es glauben oder nicht, es passiert häufiger als gedacht, dass Sie dann mal Daten auswerten, die Sie schon vor 2 Jahren mal gemessen haben. Wenn Sie dann ihr Messprotokoll aus der Schublade holen, fragen Sie sich bestimmt: Was habe ich denn damals überhaupt gemessen? Warum hab ich hier 3 Spektren gemessen und beim nächsten mal 4 Spektren? Was soll denn der Unsinn? Ich kann mich gar nicht mehr so genau dran erinnern was ich damals gemessen habe und warum ich das so gemessen habe und was jedes Spektrum eigentlich aussagen soll. In diesem Fall sind Sie selber die „fremde Person“, die Messdaten von jemand anderem auswerten muss, ob wohl Sie die Messdaten ja eigentlich selber gemessen haben. Mehr dazu schreiben, was Sie sich gerade gedacht haben während der Messung, ist nie verkehrt. Am Ende des Praktikumstages muss ich dann dieses Messprotokoll unterschreiben und Sie dürfen es dann nicht mehr verändern. Dieses vom Betreuer unterschriebene Messprotokoll müssen Sie dann mit ihrem eigentlichen Versuchsprotokoll, das Sie nach dem Praktikum anfertigen, einsenden. Es wird mit bewertet!

- **Klarheit, Struktur und Vollständigkeit des Versuchsprotokolls, Qualität der Dokumentation aller Schritte und Ergebnisse.**

Aus Ihrem Versuchsprotokoll, das Sie nach dem Praktikum erstellen, muss klar hervorgehen, was Sie alles gemessen haben und was Ihre Auswertung erbracht hat. Dabei müssen auch die Messergebnisse gezeigt und diskutiert werden, die keine klaren Ergebnisse erbracht haben. Es reicht nicht, sich auf die schönen Ergebnisse zu beschränken. Alle Gedanken, die Sie sich zu ihrem Experiment und den Daten gemacht haben, sollen im Protokoll auftauchen. Das gibt mir Aufschluss darüber, was sie alles im Experiment und danach gemacht haben.

- **Qualität der Präsentation der Ergebnisse und der Schlussfolgerungen.**

Man kann Daten einfach plotten lassen und sie dann in das Versuchsprotokoll einkleben. Oder: Sie überlegen sich vorab, „wie“ man die Daten am geschicktesten darstellen könnte, dass man schon aus der Darstellung mit Bildunterschrift sofort erkennen kann, was uns diese Daten genau sagen sollen, was das Ergebnis ist,

ohne das man noch den eigentlichen Text dazu lesen muss. Als Physiker müssen Sie später viele wissenschaftliche Arbeiten von anderen lesen. Sie werden sich immer dann sehr freuen, wenn Sie ein Paper von jemand anderen lesen müssen, wo Sie eigentlich gar nicht das Paper voll lesen müssen, sondern aus den Abbildungen sofort entnehmen können, was der Autor gemacht hat, was er für Ergebnisse bekommen hat und was er daraus gelernt hat. Es gilt das Motto: „Ein Bild sagt mehr aus als 1000 Worte, wenn es gut gemacht ist!“. Gleiches gilt auch für gut gemachte Tabellen.

- **Reflexion des Versuchs QA als Ganzes am Ende ihres Versuchsprotokolls.**

Was war gut, was war schlecht am Versuch QA? Ihre Einschätzung des Versuches ist für die Weiterentwicklung des Fortgeschrittenenpraktikums sehr wichtig. Konstruktive Kritiken am Ende ihres Versuchsprotokolls mit sinnvollen Verbesserungsvorschlägen können den Gesamteindruck vom Protokoll nochmals verbessern. Es zeigt mir, dass Sie den Versuch nicht nur stur abgearbeitet haben, sondern sich auch weiterführende Gedanken zum Versuch gemacht haben.

8 Fragen und Aufgaben zur Vorbereitung auf den Versuch und den Eingangstest

Hinweis: Die Fragen doppelten sich teilweise etwas, damit Sie auf alle möglichen Formulierungen im Eingangstest vorbereitet sind. Der schriftliche Eingangstest enthält dann eine Auswahl von sehr ähnlichen Fragen aus dieser Liste. Stichpunktartige Antworten reichen mir dann meist als Antwort aus. Im Test können Sie dabei auch Skizzen zur Beantwortung der Fragen hinzufügen.

Für die Beantwortung einiger Fragen wäre es sinnvoll, sich auch schon mal mit der Platzanweisung beschäftigt zu haben, die Sie im Kapitel 6 dieser Anleitung finden.

1. Was sind Schallwellen?
2. Wann und wie kommt es zur Ausbildung Stehender Schallwellen?
3. Wo liegen jeweils die Knoten und Bäuche der Stehenden Schallwellen in einem linearen Resonator für die relevanten physikalischen Größen und warum gerade dort?
4. Was versteht man ganz allgemein unter dem Begriff Resonanz?
5. Beschreiben Sie kurz ganz allgemein (stichpunktartig) das Grundprinzip des Versuchs QA und erklären Sie, wie stehende Schallwellen in Resonatoren mit der Quantenmechanik in Verbindung stehen.
6. Was haben die Resonanzfrequenzen im Versuch eigentlich mit Eigenzuständen in der Quantenphysik zu tun? Wieso können diese Begriffe hier ähnlich verwendet werden?
7. Wie ist der Kugelresonator im Versuch aufgebaut und warum ist er so aufgebaut?
8. Wie ist der Röhrenresonator im Versuch aufgebaut und warum ist er so aufgebaut?
9. Wie kommt es zur Ausbildung stehender Schallwellen im Röhrenresonator?
10. Wie kommt es zur Ausbildung stehender Schallwellen im Kugelkondensator?
11. Erläutern Sie die Analogie zwischen einem quantenmechanischen Teilchen in einer Box und stehenden Schallwellen in einer Röhre. Was sind die Gemeinsamkeiten und die Unterschiede?
12. Welche Analogie besteht zwischen einem einfachen Röhrenresonator und einem quantenmechanischen Teilchen in einem Kastenpotential?
13. Wie wird die Analogie zwischen einem Röhrenresonator und einem eindimensionalen periodischen Festkörper im Experiment hergestellt?

14. Welche Analogie besteht zwischen einem Röhrenresonator mit periodisch eingebauten Blenden und einem quantenmechanischen Teilchen in einem periodischen Kastenpotential?
15. Welche Analogie besteht zwischen Kugelresonator und Wasserstoffatom?
16. Wieso kann man im Versuch mit einer endlich großen Kugel als Kugelresonator ein Elektron im Atom nachstellen, das in der Quantenphysik eine Wellenfunktion hat, die theoretisch bis ins Unendliche ausgedehnt ist?
17. Wodurch wird die Symmetrieachse des Kugelresonators festgelegt? Wo ist der Druck am größten?
18. Wie wird ein Wasserstoffmolekül im Praktikum simuliert?
19. Welche experimentellen Aufgaben müssen durchgeführt werden, um die Analogie zum Wasserstoffmolekül zu untersuchen? Geben Sie Beispiele für Messungen an, die im Rahmen des Praktikums durchgeführt werden könnten.
20. Welche experimentellen Aufgaben müssen durchgeführt werden, um die Analogie zum eindimensionalen Festkörper zu untersuchen? Geben Sie Beispiele für Messungen an, die im Rahmen des Praktikums durchgeführt werden könnten.
21. Auf welche Weise kann die Entartung der Zustände im Kugelresonator aufgehoben werden? Was bedeutet das für die Symmetrieachse?
22. Was ist ein Polardiagramm (Polarplot)?
23. Welche Analogie besteht zwischen zwei gekoppelten Kugelresonatoren und dem Wasserstoffmolekül? Was bewirken dort die Blenden?
24. Wie sieht die Dispersionsrelation eines Röhrenresonators aus? Was passiert mit der Dispersionsrelation, wenn zwischen den einzelnen Segmenten Blenden eingefügt werden?
25. Wie kommt es zur Entstehung von Bändern im Festkörper?
26. Was sind Bandlücken im Festkörper und warum entstehen sie?
27. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Anzahl von Resonanzen pro Band und der Anzahl der Röhrensegmente?
28. Welchen Teil der Vorbereitung auf den Versuch Quantenanalogue war für Sie besonders interessant und lehrreich und warum?
29. Was hat Sie motiviert, sich für diesen Praktikumsversuch zu entscheiden?

